رشد آموزش ریاضی ۵۷

سال پانزدهم / ۱۵۰ تومان

اهمیّت و نقش پایه ای دانش ریاضی در تاریخ اندیشه، توسعهٔ علوم و حتّی سیر تحوّلات صنعتی و فنی و توسعهٔ همه جانبهٔ جوامع مورد توافق همگان است.

سید محمد خاتمی

رییس جمهوری و ریاست عالی ستاد ملی سال جهانی ریاضیات

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی

شماره مسلسل ۵۷ / سال تحصیلی ۷۹ - ۱۳۷۸

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

فهرست:

مدیر مسئول: سیدمحسن گلدانساز
سردبیر: زهرا گویا
مدیر داخلی: سهیلا غلام آزاد
اعضای هیأت تحریریه: اسماعیل بابلیان، عین ا...پاشا، میرزا جلیلی، جواد حاجی بابایی، مانی رضایی، بیژن ظهوری زنگنه، سهیلا غلام آزاد و علیرضا مدقالچی
طراح گرافیک: فریبرز سیامک‌نژاد

نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین: ۸۸۳۹۱۸۶
تلفن دفتر مجله: ۹- ۸۸۳۱۱۶۰ (داخلی ۳۰۱)
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

دفتر انتشارات کمک آموزشی، مجلات زیر را منتشر می کند:

رشد کودک، برای پیش‌دبستان و دانش‌آموزان کلاس اول دبستان
رشد نوآموز، برای دانش‌آموزان دوم و سوم دبستان
رشد دانش آموز، برای دانش آموزان چهارم و پنجم دبستان
رشد نوجوان، برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی
رشد جوان، برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه
مجلات رشد: معلم، تکنولوژی آموزشی، آموزش ابتدایی، آموزش ریاضی، آموزش فیزیک، آموزش شیمی، آموزش زبان وادب فارسی، آموزش زبان، آموزش تاریخ، آموزش راهنمایی تحصیلی، آموزش زیست شناسی، آموزش جغرافیا، آموزش معارف اسلامی،
برای معلمان، دانشجویان تربیت معلم، مدیران مدارس و کارشناسان آموزش و پرورش

- مجله رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان مقاطع مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. **لازم است در مطالب ارسالی، موارد زیر رعایت شود:**
- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدولها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متنهای ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویسها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.

همچنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسشهای خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

یادداشت سردبیر

در یادداشت شمارهٔ گذشته، به بعضی از چالش های آموزش ریاضی در قرن بیست و یکم از جمله آموزش معلّمان، روشهای ارزشیابی، محتوای درسی، برنامه های درسی و تبیین نقش یادگیرنده در یادگیری ریاضی اشاره شد. طرح این چالش ها در سال جهانی ریاضیات ـ ۲۰۰۰ دارای اهمیت ویژه ای است، زیرا سه شعار محوری این سال یعنی رویاروئی با چالش های ریاضی قرن بیست و یکم، تبیین ریاضی به عنوان کلید راه توسعه و عمومی کردن ریاضی یا به عبارتی؛ ایجاد تغییر در تصوّر عمومی نسبت به ریاضی، از طریق رویاروئیِ اصولی و منطقی با چالش های آموزش ریاضی در این قرن، امکان پذیرتر است.

در همان یادداشت، راجع به آموزش معلمان و چگونگی رویاروئی با این چالش، بحث کوتاهی در حدّ طرح مسأله مطرح شد. موضوع این نوشته، پرداختن به یکی دیگر از چالش های آموزش ریاضی در قرن جدید، یعنی ارزشیابی از آموخته های ریاضی دانش آموزان است.

شروع قرن بیستم و توسعه و تحکیم آموزش مدرسه ای، با تهیّه و ابداع انواع روش های ارزشیابی از آموخته های دانش آموزان همراه بود. آن روش ها، متناسب با دیدگاه های روان شناسی های یادگیری مطرح آن زمان از جمله روان شناسی قوای ذهنی و روان شناسی رفتاری بود.

«تقویت ذهن» را تقریباً مشابه تقویت ماهیچه های اجزای بدن دانستن و یادگیری را تنها «تغییر رفتار» به حساب آوردن، باعث به وجود آمدن شیوه های ارزشیابی «دقیق»، «کمّی»، «عینی» و «سلسله مراتبی» شد. برای مثال، «تغییر رفتار» ریاضی یک دانش آموز از طریق آزمون های مستقلّ از معلّم سنجیده می شد تا بدون تأثیر معلّم بر دانش آموز، ارزیابی به طور «دقیق» و «عینی» صورت گیرد و نتیجه اعلام گردد.

هم چنین، یکی از روش های یادگیری مؤثر جهت تقویت ماهیچه های ذهنی مربوط به ریاضی و بخش های آن، تکرار و تمرین جهت تثبیت یادگیری بود. توجیه استفاده از روش های یادگیری متکی بر تکرار و تمرین و تقویت حافظه و پیدایش سازمان های ارزشیابی موازی کلاس درس (مانند ادارهٔ کل امتحانات در ایران)، ادعای کنترل عوامل تأثیر گذار بر یادگیری و سنجش «دقیق» و «عینی» آموخته های دانش آموزان بود.

در چنین شرایطی، معمولاً در پیشرفته ترین روش های این گونه ارزشیابی ها، مراحل یادگیری بلوم مورد توجّه قرار می گرفت و آزمونی مناسب تر بود که بتواند به تفکیک، آن مراحل را ملاک عمل قرار داده و برای سنجش هر مرحله، سؤال مناسب طرّاحی کند. معلّم باید تشخیص می داد که مثلاً برای سنجش یادگیری در سطح «دانش» چه نوع سؤالی و برای سنجش در سطح «تجزیه و تحلیل» چه نوع سؤال دیگری تهیّه کند. در نتیجه، ارزیابی ها یا امتحاناتی مناسب بودند که در آنها، سهم هریک از مراحل شش گانهٔ بلوم در نظر گرفته می شد، سؤالها از ساده به مشکل تنظیم می شدند، سؤالها صریح و فقط برای «اندازه گیری» یک مفهوم یا مهارت انتخاب شده بودند و بالاخره سؤالها طوری بودند که حتماً یک جواب منحصر به فرد داشتند و قابل تفسیر به رأی نبودند، یعنی سؤال باعث ایجاد برداشت های گوناگون در ذهن ها نمی شدند، و صد البتّه که «روائی» و «پایائی» سؤالها نیز باید از قبل تعیین می شدند. چنین ویژگی هائی برای سؤالهای امتحانی، اجازهٔ «تصحیح ورقه» را به غیر معلّم کلاسی و با اتکا به «کلید پاسخ» می داد زیرا همه چیز «عینی»، «صریح» و بی نیاز از تفسیر بود.

این گونه ارزشیابی ریاضی، متناسب با تدریسی بود که هدف آن، «تقویت قوهٔ ذهنی مربوط به ریاضی» و «تغییر رفتار ریاضی» موجود به سمت مطلوب بود. در چنین دیدگاهی، انتظار استقلال فکری، تصمیم گیری، انتخاب گری و مسئولیت پذیری از معلّمان نمی رفت و «ماشین تدریس» توسط دیگران طرّاحی و ساخته می شد و معلّم تنها «هدایت کنندهٔ» این ماشین بود. موادّ آموزشی و کتابهای درسی در نهایت «دقّت» و «عینیت» تهیّه می شدند و معلّمان تنها مصرف کنندهٔ آنها بودند. ارزشیابی هم مستقل از قضاوت حرفه ای معلّم انجام می گرفت.

از اواسط قرن بیستم، این تصوّر نسبت به یادگیری، مورد نقد جدّی قرار گرفت. روان شناسی تحولّی پیاژه (روان شناسی رشد) و به طور کلّی؛ روان شناسی شناختی، دیدگاه های آموزشی را متحوّل کرد و افق جدیدی را در یادگیری ترسیم کرد. این روان شناسی معتقد به تحوّل ذهن و شناخت این تحوّل توسط آموزشگر بود. با استناد به این دیدگاه، موادّ آموزشی و کتابهای درسی با در نظر گرفتن مراحل رشد ذهنی طرّاحی شدند و شیوه های ارزشیابی متناسب با این مراحل، ابداع گردیدند، رفته رفته، زمزمهٔ ایجاد تنوّع و دگرگونی در روش های ارزشیابی که متناسب با تغییرات دیدگاه ها نسبت به یادگیری بود، شنیده شد. سازمان های ارزشیابی موفقیت تحصیلی دانش آموزان، به تغییر دیدگاه و روش دست زدند. هدف های ارزشیابی از آموخته های دانش آموزان مورد بازبینی قرار گرفتند. سازمان های ارزشیابی بیرونی پذیرای مسئولیت های جدیدی شدند که متناسب با این تغییرات بود و اختیار ارزشیابی مرحله ای، مستمر، تشخیصی و مجموعی به معلّم کلاس درس واگذار شد. در اثر این تحول، انتظار می رود که معلّم کلاس درس از طریق ارزشیابی کلاسی، در مورد نوع یادگیری، موانع یادگیری، دانسته ها و ندانسته های تک تک دانش آموزان داوری کند و ارزشیابی بیرونی، بیشتر کارآمدی نظام آموزشی را مورد قضاوت قرار دهد. هم چنین، در مواقع ضروری، ارزشیابی های بیرونی به جای تأکید بر سنجش توانائی ها نسبت به جزء جزء برنامه و کتاب درسی، بیشتر به ارزشیابی توانائی های عمومی تر از جمله هوش سیّال و دانش پایه ای ریاضی می پردازند (با تمام این تغییرات، باز هم گاهی ضرورت ایجاب می کند که بخشی و تنها بخشی از ارزشیابی ها به صورت هماهنگ انجام گیرد که در آینده به این مقوله پرداخته خواهد شد.)

در مقابل، سپردن مسئولیت ارزشیابی از آموخته های دانش آموزان و قضاوت در مورد آنها به معلّمان، نظام های آموزشی را وادار به ایجاد تحوّل بنیادی در آموزش های قبل و ضمن خدمت معلّمان و ابداع روش های ارزشیابی کلاس درسی کرده است تا از این طریق، هم به معلّمان آموزش های ضروری برای پذیرش چنین مسئولیتی داده شود و هم این که ابزارهای مناسبی برای این کار، در اختیار ایشان گذاشته شود.

هم چنین، توسعهٔ آموزش عمومی و گسترش پوشش همگانی آن، تحوّل در تعریف سواد و سوادآموزی، ضرورت آموزش های شهروندی، پررنگ تر شدن نقش مدرسه در تربیت انسان متعادل؛ خلّاق؛ نقّاد و تحلیل گر و بسیاری ضرورت های دیگر، باعث تجدید نظر اساسی نسبت به نقش معلم در یادگیری شده است. خوشبختانه، ابداع انواع روان شناسی های جدید و نظریه های برنامهٔ درسی متنوع، باعث به وجود آمدن راهکارهای جدید آموزشی با تأکید بر استقلال معلمان در تصمیم گیری، انتخاب گری، طرّاحی و تدوین برنامه و به طور طبیعی، افزایش مسئولیت پذیری ایشان شده است.

کشورهای مختلف متناسب با سطح مطالبات اجتماعی و فرهنگی خود، به تغییرات زیربنائی در برنامه های آموزش های قبل و ضمن خدمت معلمان پرداخته اند. این تغییرات بر اساس دیدگاه های یادگیری جدید و نقش جدیدی است که برای معلّمان در برنامه ریزی های آموزشی و درسی پیش بینی شده است. با انتخاب چنین رویکردی، و با بهره گیری از نتایج پژوهش ها و مطالعات مستمر، معلّمان برای پذیرش چنین مسئولیتی آماده می شوند و به تدریج، بر میزان اختیارات آنها افزوده می شود. طبیعی است که در چنین شرایطی، امتحانها و ارزشیابی ها از سنجش ندانسته ها به سنجش دانسته ها و از نقش «دروازه بانی» به «دروازهٔ عبور» تغییر پیدا می کنند و به جای تأکید بر محصول یادگیری، بیشتر به فرآیند و کیفیت یادگیری توجّه می شود.

در نظام آموزشی ایران نیز صحبت های زیادی راجع به ضرورت تحوّل در برنامه های آموزشی و درسی، فضای آموزشی، نقش معلم و حدود و اختیارات ایشان، روش های تدریس و ارزشیابی و سایر موارد مطرح شده است. این صحبت ها طلیعهٔ امیدوارکننده ای در مورد دوباره نگری در تمام ارکان آموزشی هستند. با این حال، نکتهٔ اساسی در مورد آموزش معلّمان به گونه ای که پذیرای مسئولیت های جدید باشند، نیازمند سرمایه گذاری های همه جانبه است. هم چنین، اعتماد نظام آموزشی به معلمان یک ضرورت است و لازمهٔ ایجاد چنین اعتمادی، افزایش اختیارات و مسئولیت های معلّمان و پررنگ تر کردن نقش آنان در انتخاب گری و تصمیم گیری و از طریق ارائهٔ آموزش های مناسب به ایشان است.

معلّمی که در تمام لحظات یادگیری دانش آموز حاضر و ناظر است، قاضی بهتری نسبت به پیشرفت یادگیری اوست و باید باشد ـ و این در مقایسه با وضعیتی است که تقریباً، نسبت به قضاوت معلّم در موردچگونگی و کیفیت یادگیری دانش آموزان، بی اعتمادی تاریخی وجود دارد.

اگر جامعهٔ آموزشی نقش بی بدیل مشارکت معلّمان در تمام تصمیم گیری های آموزشی را باور دارد، قبل از هرچیز باید زمینه های رشد و تعالی و روزآمد شدن آموزش معلّمان و تنوع در شیوه های ارزشیابی را فراهم نماید و سپس، از منظری وسیع تر، به نقش ارزشیابی در یادگیری بپردازد.

■

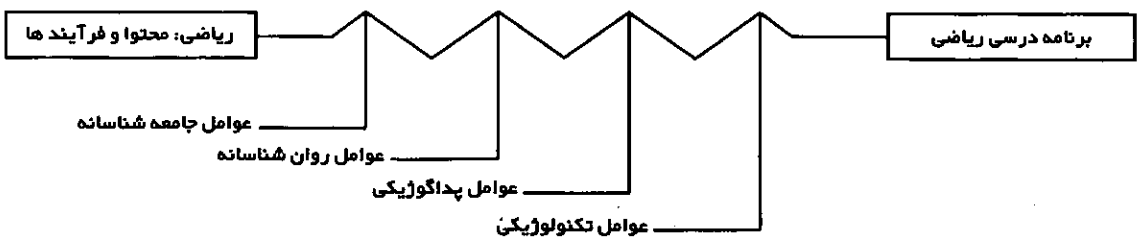
مدل هائی برای برنامهٔ درسی ریاضی

نویسندگان: دیوید روبیتایل و مایکل دیرکر
مترجمان: زهرا گویا ـ دانشگاه شهید بهشتی
محمّدرضا فدائی ـ دانشگاه شهید باهنر کرمان

(قسمت دوم)

قبلاً، در شکل ۱ ، برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای این گونه به تصویر کشیده شده بود که برنامه از درونِ ماهیتِ ریاضیِ موضوع ، به خودی خود بیرون می آمد ، پالوده می شد و توسط فرآیند توسعهٔ برنامهٔ درسی دوباره سازی می گشت . چهار عامل که بر آن فرآیند تأثیر گذار بودند شرح داده شد و نقش آنها در بروز یک برنـامـهٔ درسی ریاضیِ خاصّ در شکل ۲ نشان داده شده است .

هرکس ممکن است چندین برنامهٔ درسی ریاضی را تصوّر کند ، برنامه هائی که هر یک بر مبنای یک دیدگاه خاص نسبت به ریاضی است و تحت تأثیر عوامل جامعه شناسانه ، روان شناسانه ، پداگوژیکی و تکنولوژیکی است . هر یک از این برنامه های متفاوت ، می توانند بر اساس دیدگاهی که نسبت به ریاضی دارند و نقشی که برای ریاضی قائل هستند ، مقوله بندی شوند . امروز ، به نظر می رسد سه مدل یا بنابر لغت شناسی ماکس وبر (۱۹۶۴) «انواع ایده آل» بر دیگران ارجح هستند ؛ اول ، مدلی که بر ریاضی به عنوان دانش ساختارهای مجرد و خواصّ آنها تأکید دارد ، دومین مدل به کاربرد ریاضی در حوزه های دیگر توجّه دارد و تأکید سومین مدل ، بر اهمیت



(شکل - ۲)

ریاضی در زندگی روزانه است. این مدلها به ترتیب با *مدل ریاضی محض*، *مدل ریاضی کاربردی* و *مدل ریاضی مبنایی* متناظر خواهند شد.

مدلهای ریاضی محض و کاربردی کم و بیش از دیدگاه های متناظر نسبت به ماهیت ریاضی (دیسیپلین) استخراج شده اند. در مقابل، سومین مدل با هر دیدگاهی که یک ریاضیدان ممکن است از ماهیت یا ارزش موضوع [ریاضی] داشته باشد تنها یک ارتباط جزئی و کم اهمیت دارد. مدل ریاضی مبنائی خیلی بیش از آن که ناشی از یک دیدگاه خاص نسبت به ماهیت ریاضی باشد، محصول مستقیم تأثیر عواملی از قبیل عوامل جامعه شناسانه و پداگوژیکی است.

در عمل، هیچ برنامهٔ درسی ریاضی به طور کامل بر هیچ یک از این سه مدل منطبق نیست. با این حال، ممکن است برنامهٔ درسی ریاضی برای یک مکان و یک پایهٔ تحصیلی مشخّص، تأکید بیشتری بر یک مدل نسبت به سایر مدلها داشته باشد، امّا بعید است که یک برنامهٔ درسی فقط بر مبنای یکی از این مدلها ساخته شود و مدلهای دیگر اصلاً دخیل نباشند. برای مثال، یک برنامهٔ درسی خاص ممکن است که یک نقش برجسته ـ برتر به مدل ریاضی محض بدهد و هنوز، شامل جنبه هائی از مدلهای ریاضی کاربردی و مبنایی باشد. به طور مشابه، مشکل می توان تصور کرد که یک برنامهٔ درسی ریاضی به طور کامل بر مبنای مدل ریاضی مبنائی ساخته شود.

می توان سه مدل یا سه ایده آل بالا را به عنوان سه رأس یک مثلث در نظر گرفت. هرچه بیشتر یک برنامهٔ درسی متأثر از یکی از این مدلها باشد، به رأس نظیر آن مدل منطبق تر می شود. به موازاتی که دیدگاههای نسبت به ماهیت ریاضی و تأثیر عوامل جامعه شناسانه، روان شناسانه، پداگوژیکی و تکنولوژیکی تغییر می کند، می توان چنین تصور کرد که برنامهٔ درسی برای یک منطقهٔ خاص، در داخل مثلث حرکت می کند.

ممکن است برای سهولت تجزیه و تحلیل، برنامهٔ درسی از سه منظر متفاوت دیده شود. درنتیجه، ممکن است که بین برنامهٔ درسی قصدشده، برنامهٔ درسی اجرا شده و برنامهٔ درسی کسب شده تمایز قائل شویم.

قبل از فهم ریاضی صوری، باید تجارب غنی دست ورزی وجود داشته باشد تا از طریق آنها، مفاهیم و روابط در یک سطح شهودی فهمیده [و درک] شوند. ریاضی به عنوان یک دیسیپلین و یک ساختار صوری، باید برمبنای تجارب عینی محکم و متقن ساخته شود.

برای نشان دادن این که چگونه یک برنامهٔ درسی خاص با این مدلها متناظر می شود، سه نمونه در نظر گرفته خواهند شد: نمونه های فرانسوی، انگلیسی و آمریکای شمالی. نمونه های فرانسوی و انگلیسی دیدگاههای متعارض نسبت به اهمیت مدل ریاضی محض در مقابل مدل ریاضی کاربردی را نشان می دهد. نمونهٔ آمریکای شمالی از این نظر مهم است که در زمان حاضر، در یک حالت به اصطلاح انعطاف پذیر دیده می شود. این حالت، نتیجهٔ فشارهای متعدد برای تغییر است که هم از درون و هم از بیرون بر این حرفه اِعمال شده اند.

به خاطر محدودیت فضا، بحث راجع به این برنامه های درسی باید مختصر باشد. جزئیات بسیاری از روی اجبار، حذف شده اند و تصویر نتیجه شده بیش از اندازه [خلاصه] و ساده شده است. در هر یک از سه مورد در نظر گرفته شده، برنامهٔ درسی ریاضی و مباحث پیرامون آن به طور چشمگیری برای مقوله بندی پیچیده تر و کمتر ساده هستند تا به سادگی و بر مبنای اطلاعات ارائه شده در این جا قابل استنتاج باشند.

برنامهٔ درسی فرانسوی

جامعهٔ فرانسوی نسبت به جامعهٔ آمریکای شمالی، طبقاتی تر است و نظام آموزشی فرانسه، با وجود تلاش برای دموکراتیک شدن، به دلیل گزینشی بودن آن، هم چنان یکی از کارگزاران اصلی تبلیغ چنان ساختار طبقاتی باقی مانده است (رووز[1]، ۱۹۷۹). رووز همچنین متذکر می شود که ریاضی یکی از عمده ترین ابزارها برای رده بندی دانش آموزان در رشته های مختلف آموزشی است. او هشدار می دهد که ادامهٔ چنین عملی جز ضربه زدن به آیندهٔ ریاضی در فرانسه نتیجه ای نمی دهد. به عنوان مثال، رووز می گوید، «موفقیت در ریاضی ضابطهٔ منحصر به فرد تجربی برای انتخابهای شغلی و گزینش دانش آموزان شده است.» (ص ۲۴۷) و در ادامه

می افزاید، «استفاده از ریاضی به عنوان یک ابزار برای گزینش در نظام مدرسه ای، می تواند ناقوس مرگ آموزش ریاضی در فرانسه باشد.» (ص ۲۵۰).

فرانسه دارای سابقهٔ طولانی افتخارات ریاضی بوده است، امّا جهت تحقیقات ریاضی فرانسوی در طی صد ساله گذشته، به طور چشمگیری تغییر کرده است. همان طور که کوهن[۲] (۱۹۷۷) اشاره کرده است، ریاضیدان های فرانسوی از جمله لاپلاس، فوریه و پواسُن، فیزیک را در بیست و پنج سال اول قرن نوزدهم به

فهرست مشابهی از اولویتها برای دههٔ ۱۹۸۰ میلادی توسط شورای ملی معلمان ریاضی ـ (۱۹۸۰) منتشر شده است. این شوراپیشنهاد داده است:

حل مسأله کانون ریاضی مدرسه‌ای در دههٔ ۱۹۸۰ باشد؛

مهارتهای پایه‌ای ریاضی طوری تعریف شوند که بیش از امکانات محاسباتی را شامل گردند؛

برنامه‌های ریاضی از قدرت ماشین‌های حساب و کامپیوترها در تمام سطوح تحصیلی استفادهٔ کامل ببرند؛

[میزان] موفقیّت برنامه‌های ریاضی و یادگیری دانش‌آموز به‌جای امتحانهای قراردادی، توسط طیف وسیع‌تری از روش‌های مختلف مورد ارزشیابی قرار گیرد.

ریاضی وارد کردند، اما بنا به دلایل غیرشفّاف، بعد از نیمهٔ این قرن، توجّه ریاضیدان های فرانسوی از دغدغه های عینی فیزیک به سمت مبانی ریاضی تغییر کرد و در مجلّدات متعدّد کارهای نیکولا بورباکی[۱۱] جمع آوری شد.

این تغییر جهت اساسی به تمرکز ریاضی، بر برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای تأثیر گذاشته است. رنه تام[۳] ریاضیدان فرانسوی، در سخنرانی خود که در دومین کنگره بین المللی آموزش ریاضی در سال ۱۹۷۲ ایراد کرد چنین گفت: «در واقع، تمام پداگوژی ریاضی، خواسته یا ناخواسته ـ حتی با انسجام کم، متکّی به فلسفهٔ ریاضی است. تمایل مدرنیستها به طور اساسی بر مبنای تصوّر صورت گراها از ریاضی است.» (اُت[۴]، ۱۹۷۹، ص ۱۲۳)

جهت گیری تغییرات اصلاحی در آموزش ریاضی در فرانسه را می توان در مقاله ای که توسط ژان دیودونه[۵] ریاضیدان فرانسوی در سمینار رُیامونت[۶] در سال ۱۹۵۹ ارائه شد یافت[۱۲] (OEEC، ۱۹۶۱). در آن کنفرانس، دیودونه نمایندگان شرکت کننده را به در نظر گرفتن چندین تغییرات اصلاحی اساسی در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای تشویق کرد. او به کارگیری واژگان و زبان دقیق تر و جایگزینی هندسهٔ اقلیدسی با مطالعهٔ جبر خطی و به طور مشخّص، فضای برداری را تشویق کرد. او، هم چنین توسعهٔ یک ریاضی مدرسه ای دقیق تر و اصَل موضوعی تر بر مبنای «توجّه دائم به شهود» (ص ۳۹) و «کار تجربی» به خصوص با کودکان کم سن تر را ترغیب کرد (تأکید در اصل است). در مقالهٔ دیگری که توسط استیونس[۷] و گارفانکل[۸] (۱۹۷۵) تهیّه شده بود، به نقل از دیودونه گفته شده است که برای اغلب معلمان، «تنها راهی که آنها می توانند به درک نسبتاً خوبی از ریاضی برسند و آن درک را به دانش آموزان خود منتقل کنند، ارائهٔ با دقّت مطالب است که در آن، تعریف ها، فرضیه ها و استدلالها به اندازه ای دقیق هستند تا از هر بد فهمی[۹] اجتناب شود.» (ص ۶۸۵). در همین راستا، مارنیه[۱۰] ـ بازرس ارشد و افتخاری آموزش عمومی (فرانسه) گفت «ارائهٔ اصل موضوعی ریاضی از زمان هیلبرت به صورت روش کلیدی ارائهٔ ریاضی درآمده است.» (ص ۱۰).

بسیاری از توصیه های دیودونه به عنوان نشانگرهای چیزی است که آمریکای شمالی ها به عنوان برنامهٔ درسی ریاضی فرانسوی می شناسند.

در بلژیک، برنامه های مشابهی که بر ریاضی به عنوان مطالعهٔ ساختارهای مجرد تأکید دارد به وجود آمده است، و برای بسیاری از افراد در آمریکای شمالی، کتابها و مواد درسی که در بلژیک توسط جورج پاپی[۱۱] تولید شدند، مقدّمه ای بر رویکردهای جدیدی بود که در فرانسه و سایر کشورهای فرانسوی زبان اتّخاذ شده بود. در ایالات متحده، برنامهٔ جامع ریاضیات مدرسه که توسط برت کافمن[۱۲] هدایت می شد، به طور جدّی برگرفته شده از کارهای پاپی بود.

اخیراً برنامهٔ درسی ریاضی ابتدائی در بلژیک در مقاله ای به قلم دوبقَن[۱۳] (۱۹۸۰) توضیح داده شده است. او به عنوان هستهٔ اصلی برنامه، پنج موضوع یعنی مجموعه ها و رابطه ها، اعداد، هندسه، اندازه گیری و ریاضیات کاربردی را فهرست کرده است. محتوای برنامهٔ فهرست شده بر اساس سن یا پایهٔ تحصیلی به جزئیات تقسیم نشده است، بلکه چنین فکر شده است که «ترتیب موضوع ها سلسله مراتبی نیست ولی باید در تعامل با یکدیگر تطوّر یابند و ساختارهای ریاضی به صورت پیشرونده در حول پنج موضوع خود را بسازند. مجموعه ها و رابطه ها شامل موضوع هائی از قبیل خواصّ رابطه های

هم ارزی، نمودارهای ون، سورها، رابطه های منطقی و حاصل ضرب دکارتی است. شاخهٔ اعداد شامل مفهوم مجموعه های نامتناهی، اعداد صحیح، اعداد حقیقی، خواص عملیات و حساب می باشد. رشتهٔ هندسه شامل مطالعهٔ صفحه و شکلهای فضائی و خواص آنها، هم چنین مطالعهٔ بازتابها، تقارن ها، دوران ها و تبدیلات، و بخش «اندازه گیری» شامل موضوعهائی مانند طول، سطح، حجم، جرم، زمان و درجهٔ حرارت است.

ریاضی کاربردی تقریباً ۲۰٪ برنامهٔ درسی را دربرمی گیرد و شامل موضوع هائی از قبیل معادلات، آمار و احتمال است.

در همین کتاب، در مقاله ای که توسط لارمن[14]، بِکس[15] و ناشترِگالی[16] (۱۹۸۰) نوشته شده است، جهت گیری برنامهٔ درسی ریاضی متوسطه بدین گونه توضیح داده شده است:

تدریس آنالیز شامل مفاهیم ابتدائی توپولوژی است ... هم چنین، ما امیدواریم که به یک شیوهٔ تدریس یکتا در ریاضی برسیم، به گونه ای که در آن، مرزهای بین جبر، هندسه، مثلثات و غیره به طور صریح از بین رفته باشند.

به دلیل معرّفی مفاهیم مدرن و حذف موضوعهائی مانند مثلثات کُروی، هندسهٔ ترسیمی و رقومی و حوزه های مشخّصی در حساب، ما قادر شده ایم که در برنامهٔ درسی ریاضی متوسطه، نه تنها مقدمات رفتار ساختارهای جبری را بگنجانیم، بلکه انتگرال، آمار و احتمال را نیز در برنامه قرار دهیم. (ص ۲۸) (ترجمه از فرانسه به انگلیسی)

نزدیک تر به خود ما [یعنی در کانادا]، مدل ریاضی محض بر برنامهٔ درسی ریاضی استان کُبک و سایر نقاط کانادا تأثر گذاشته است. برای مثال، ذولتان دینِز[17]، در پروژه ای که در دانشگاه شِربروک[18] انجام داد، موادّ آموزشی ای تهیّه کرد که بر ساختارهای ریاضی تأکید داشت. به اضافه، هدفهای ردهٔ اول و دوم در فهرست چهار هدف پایه ای برای برنامهٔ ریاضی ابتدائی در مدارس فرانسه زبانِ کبک به قرار زیر هستند:

الف. کشف یا دریافت مفاهیم ریاضی، خواص، روابط، الگوها یا ساختارها

ب. آشنائی رو به رشد با عناصر مشخّص (شفاهی، نموداری یا نمادین) زبان ریاضی که برای ارتباطات ضروری یا مفید است. (مک نیکول[19]، ۱۹۸۰، ص ۱۱) (ترجمه از زبان فرانسوی) در این فهرست، مهارتهای محاسباتی در ردهٔ سوم قرار گرفته اند در حالی که در هر یک از استانهای دیگر [کانادا] این مهارتها در ردهٔ بالاتری قرار دارند (مک نیکول، ۱۹۸۰).

این نادرست است که فرض کنیم حتی در فرانسه، مدل ریاضی محض به طور همگانی پذیرفته شده و به کار گرفته شده باشد. رووز (۱۹۷۹) در نوشتهٔ زیر، وجود یک خلأ قابل ملاحظه و موثّق را در رابطه با برنامه های ریاضی جدید آشکار می سازد:

در بین عموم جامعه و بین مراکز دولتی، ایدهٔ نافذی وجود دارد و آن، ایدهٔ مخالفت بین ریاضیات کلاسیک به عنوان چیزی بسیار ساده و یکنواخت اما مفید است که لازمهٔ به دست آوردن یک دانش مهم و مرکزی است و ریاضیات مدرن که هوشمندانه و سرگرم کننده است امّا در بهترین شکلش، بی هدف است. ممکن است افراد این نوع ریاضیات را در فهرست موضوع های «روشنگرانه» ای قرار دهند که احترام به ارزش آن، به عنوان یک آموزش ذهنی تلقی می شود، یا آن که یک راه مؤدبانه برای گفتن این است که این موضوع از اهمیت ثانویه برخوردار است، و هر جا که محدودیتی در زمان اختصاص یافته به ریاضی ایجاد شد، قابل قربانی شدن است. (صص ۲۴۳ و ۲۴۴).

هم چنین، آنچه که از سخنگویان مجامع معلّمان برمی آید آن است که معلمان از برنامه ها و تمرین های عملی جاری در تدریس ریاضی ناراضی هستند. شمارهٔ اکتبر سال ۱۹۷۶ بولتن Inter-IREM[20] به موضوع این بحث تحت عنوان «عملکرد اجتماعی تدریس ریاضی» اختصاص یافته است.

[در آن بحث] آمده است که انواع ایده آلهای برنامهٔ درسی باید با احتیاط به کار برده شوند، ایدهٔ یک مدل فرانسوی شناخته شده برای ریاضی مدرسه ای، به نظر معتبر می آید. هاوسون و همکاران[21] (۱۹۸۱) مشخصهٔ زیر را پیشنهاد می کنند:

چون برای هر پایهٔ تحصیلی چندین کتاب درسی برای استفاده مجوز گرفته اند، الزاماً اهداف خاص برای یک پایهٔ تحصیلی به خوبی با هیچ یک از آن کتابهای درسی هماهنگ نمی شوند.

شواهد قوی وجود دارند که نشان می دهند راهنماهای برنامهٔ درسی و سایر مواد برنامهٔ درسی بومی دربارهٔ آنچه که باید تغییر کند شفاف نیستند، دربارهٔ نیاز به یک تغییر قانع کننده نیستند و مواد مقتضی را عرضه نمی کنند.

تأکید بر منطق، نظم ذهنی و تفکّر روشن و واضح برگرفته شده از این ضرب المثل فرانسوی است که می گوید *آنچه که واضح نیست، فرانسوی نیست*[22] و این ضرب المثل، مشخصهٔ کتابهای درسی «ریاضی جدید» آنهاست، به همان گونه که رویکرد عمل گرائی مشخصهٔ کتابهای درسی انگلیسی است. وقتی که بورک[23] در کتاب **بازتابهائی بر انقلاب فرانسه**[24] یادآور شد که او نمی تواند «حتّی یک ارجاع ... به هر چیزی که اخلاقی باشد یا هر چیزی که سیاسی باشد؛ چیزی که به ملاحظات، اعمال، احساسات شدید و علایق انسان مرتبط باشد» پیدا کند، می توان به خوبی تصوّر کرد که او در همان حال، مشغول بررسی کتاب درسی ریاضیات جدید فرانسوی بوده است. (صص ۵۱ و ۵۲).

برنامهٔ درسی انگلیسی

برنامه های درسی و سازماندهی مدارس انگلیس، تأثیر شگفت آوری بر نظامهای مدرسه ای در سراسر کشورهای انگلیسی زبان گذاشته است. برای مثال؛ در حیطهٔ ریاضیات، هاوسون (۱۹۷۹) توضیح می دهد که از کتاب درسی جبر که توسط هال و نایت نوشته شده بود، به گونه ای طی دهه های متمادی در سرتاسر امپراطوری انگلیس استفاده می شد که می توان ادّعا کرد این کتاب «مانند خورشیدی بود که هیچ وقت غروب نمی کرد[14]» (ص ۱۵۶) این تأثیر تا حدودی از بین رفته است، امّا هنوز در جاهای گوناگونی مانند هندوستان، هنگ کنگ و هند غربی بسیار قوی است.

نظام مدرسه ای انگلیسی در تقابل با فرانسه، بسیار غیرمتمرکز است [نظام قبل از سال ۱۹۸۹] و «تصمیمهای برنامهٔ درسی به طور طبیعی در سطح مدرسه گرفته می شود.» (هایتر[25]، ۱۹۸۰، ص ۸۸). یک محدودیّت اصلی برای آزادی مدارس در به کارگیری تغییرات، در امتحانهای خارج از مدرسه ای است که برای دانش آموزان مدارس متوسطه آماده می گردد، ظاهر می شود. هایتر می گوید: «این یک چهرهٔ غیرمعمولی طراحی های برنامهٔ درسی است که در حالی که به نظر می رسد نظام قادر به نوآوری در سطح بومی ـ محلّی است و امکان حرکت مردمی را درون خود ایجاد می کند، به طور طبیعی تر، به صورت مانعی برای اجرای نوآوری ظاهر می شود.» (ص ۸۸) او به طور مشخّص، به تأثیر نیروهائی که در مقابل نوآوری مقاومت می کنند و شامل انتظارات دانش آموزان و خانواده ها، تخصّص معلمان و وجود امتحانهای خارج از مدرسه ای است، اشاره می کند.

دیدگاه مسلّط انگلیسی نسبت به ریاضی همیشه تأکید بر ریاضی کاربردی بوده است و همیشه ریاضی کاربردی، هم در برنامهٔ درسی انگلیس و هم در تحقیقات ریاضی مهمّ بوده است. گریفیتز[26] و هاوسون (۱۹۷۴) به ما می گویند که «در سرتاسر انگلستان، ریاضیات در قرن بیستم، همیشه شامل ریاضیات کاربردی بوده و همواره هدف مدارس این بوده است که بر کاربردهای موضوع تأکید کنند.» (ص ۱۴۱)

یک بررسی نسبت به مواد تولید شده توسط *پروژهٔ نوفیلد*[27] *و پروژهٔ ریاضیات مدرسه SMP* مؤیّد چیزی خواهد بود که گریفیت و هاوسون در مقایسهٔ *ریاضی جدید* در بریتانیای کبیر با آنچه که در ایالات متحدّه می گذرد گفته اند. بنا به گفتهٔ گریفیتز و هاوسون (۱۹۷۴)، دلیل ارتباط کمی که بین *اولین پروژهٔ ریاضی جدید امریکائی* که توسط مرحوم ماکس برمَن در دانشگاه ایلی نویز هدایت می شد و برنامهٔ ریاضی جدی انگلیسی دیده می شد، آن بوده است که «در انگلستان، ریاضی جدید تماماً از جبر مجرّد

مسأله‌ای که وجود دارد آن است که آن موادِ بسیار خاص و مؤکد، ممکن است به یک اجرای مکانیکی منجر شوند به گونه‌ای که محتوا تدریس شود امّا مباحث اساسی ترِ مرتبط با رویکردهای تدریس و باورها مورد غفلت قرار گیرند.

مدلهای ریاضی محض و کاربردی کم و بیش از دیدگاه‌های متناظر نسبت به ماهیت ریاضی (دیسیپلین) استخراج شده‌اند. در مقابل، سومین مدل با هر دیدگاهی که یک ریاضیدان ممکن است از ماهیت یا ارزش موضوع [ریاضی] داشته باشد تنها یک ارتباط جزئی و کم اهمیت دارد. مدل ریاضی مبنائی خیلی بیش از آن که ناشی از یک دیدگاه خاص نسبت به ماهیت ریاضی باشد، محصول مستقیم تأثیر عوامل از قبیل عوامل جامعه شناسانه و پداگوژی است.

تشکیل نشده است.» (ص ۱۴۱) آنها همچنین می گویند که از همان ابتدای پروژه های برنامهٔ درسی در اواخر دههٔ ۱۹۵۰ میلادی، «توجّه زیادی به کاربردهای صنعتی مدرن ریاضی» شده بود که این توجه، با دیدگاه ریاضی انگلیسی سازگار بود. آنها این توجّه را با آنچه که در مواد تولید شده توسط SMSG[29] در ایالات متحدّه یا پروژهٔ بلژیکی پاپی دیده می شد مقابله کردند و به عدم حضور هر نوع جهت گیری کاربردی در آنها اشاره کردند.

برایان توآی تـز[28] (۱۹۷۲)، مجری پـروژهٔ SMP در این بـاره می گوید:

«انگلستان، باور عمومی بر این است که مفاهیم ریاضی باید به تدریج آشکار شوند، در یک سطح شهودی معرّفی گردند و در توازی با سایر ایده های شهودی توسعه پیدا کنند، به طوری که الگـوهـا و چارچوبهای منطقی به آرامی ظاهر شوند. برای نمونه، این دیدگاه نسبت به طراحی برنامهٔ ریاضی مدرسه ای، در تقابل جالبی با دیدگاه نوعی نوین آمریکائی است که در آن، تصور می شود صورت گرائی زودهنگام، ملازم درک ریاضی اسـت، امّا این دیدگاهی است کـه طی چندین سال، توسط سازمانهائی مانند اتحـادیـهٔ ریاضی در این کشور مورد بررسی واقع شده است. ... آنچه که در دیدگـاهـهـای گذشته اصالت دارد و نسبت به راههائی که کودکان یاد می گیرند، در تمام سطوح دارای اهمیت اساسی است؛ نیاز بـه *کاربردهای متعدّد مفاهیم پایه ای ریاضی است* (صص ۲۴۱ و ۲۴۲) [تأکیدها اضافـه شده اند].»

در چهارمین کنگرهٔ بین المللی آموزش ریاضی[29] که در آگوست ۱۹۸۰ در دانشگاه کالیفرنیا در برکلی برگزار گردید، یک بروشور با عنوان اخبار SMP[30]، توضیح زیر را برای رویکرد اتخـاذی در موادّ تولید شده توسط آن پروژه ارائه داده بود:

> **در عمل، هیچ برنامهٔ درسی ریاضی به طور کامل بر هیچ یـک از ایـن سه مدل منـطبق نیست. با این حال، ممکن است برنامهٔ درسی ریاضی برای یـک مکان و یک پایهٔ تحصیلی مشخّص، تأکید بیشتری بر یک مدل نسبت به سایر مدلها داشته باشد، امّا بعید است که یک برنامهٔ درسی فقط بر مبنای یکی از این مدلها ساخته شود و مدلهای دیگر اصلاً دخیل نباشند.**

> **اُبراین (۱۹۷۳) بسیاری ازسؤالهای پایه‌ای و مباحثی را که باید درآیندهٔ نزدیک باآنها مواجه شد را جمع بندی می کند. او می پرسد: «در زندگی یک کودک ـ بزرگسال آینده، درک ساختار دستگاه اعداد گویا چه فایده‌ای دارد؟ فایدهٔ «دانش» حقایق [ریاضی]، قوانین و رویّه‌های اعداد چیست؟ برای مثال، وقتی که هزاران تقسیم متوالی بدون اشتباه می‌تواند به‌وسیلهٔ یک کامپیوتر درچند ثانیه و به قیمت چند سِنت انجام شود، بازار مهارتهای محاسباتی برای چیست؟ فایدهٔ «دانش» واژه‌ها و نماد هندسهٔ مقدماتی درزندگی یک کودک یا یک بزرگسال چیست؟»(ص ۲۵۹)**

محتوای «جدید» با موضوع های جدید مانند ماتریسها، آمـار و بردارها که جایگزین بعضی از مباحث قراردادی جـبـر و هـنـدسـهٔ اقلیدسی شد، یکی از تکان دهنده ترین جلوه های اولین کتـابـهـای درسی SMP بود. با این حال، مواد SMP دربرگیرندهٔ رویکردی به تدریس ریاضی است که در آن:

- یک موضوع از طریق یک موقعیت یا یک کاربرد معرّفی می شود و ریاضی از آن موقعیّت توسعه می یابد؛
- یک ایدهٔ ریاضی به صورت تدریجی توسعه می یابد و به صـورت حلزونی تکرار می شود تا درک و فهم را گسترش داده و عمیق کند؛
- برای روشها و تکنیکها توضیحات و توجیهاتی ارائه گشته اند کـه همیشه در قالب [مناسب] قرار گرفته شده اند؛
- از قوانین دلخواه [انتخابی] اجتناب شده است؛

کتاب درسی طوری نوشته شده است که به خودی خود کـامـل باشد، با این نیّت که دانش آموز بتواند آن را بخواند و در همان حال، نقش فعّالی در یادگیری موضع جانبدارانهٔ خود داشته باشد. توضیح بالا باید بسیار واضح و قابل درک به ذهن سپرده شود. تنها از طریق بررسی با دقّت و مشاهدهٔ کلاسهای درس می توان اعتبار این ادّعاها را نشان داد. به هر حال، بررسی محتوای کتابـهـای درسـی SMP ممکن است که یک مبنای مفید برای مقایسه با مواد درسی آمریکـای شمالی ارائه دهد.

کتابهای A تا H سری SMP برای استفادهٔ دانش آموزانی با توانائی متوسط طرّاحی شده اند (متوسط ۵۰٪ جمعیّت دانش آموزی) که در دامنهٔ سنی ۱۱ تا ۱۶ سال قرار دارند. در نتیجه، کتاب D می تواند به

طور منطقی با موادّ آماده شده برای استفاده در پایهٔ هشتم در آمریکای شمالی مقایسه شود. فهرست محتوای کتاب D شامل فصل هائی با عنوانهای زیر است:

جدولهای گروه، تقارن دورانی در فضای سه بُعدی، ترتیب و نقطه گذاری، تشابه و بزرگ نمائی، ضرب و تقسیم اعداد جهت دار، جستجو برای یک جواب، احتمال تجربی، تفسیر نمودارها، الگوهای عددی ـ [مثلث خیام] پاسکال و [دنبالهٔ] فیبوناتچی، نسبت و درصد و قضیهٔ فیثاغورس. کتابهای ۱ تا ۵ برای استفاده توسط دانش آموزان سنین ۱۱ تا ۱۶ ساله ای طرّاحی شده اند که در ۲۵٪ بالای توانائی قرار دارند. هم چنین، کتاب ۳ باید کم و بیش معادل کتابهای درسی تأئید شده برای استفاده در پایهٔ هشتم در آمریکای شمالی در نظر گرفته شود. محتوای کتاب ۳ شامل احتمال، ایزومتری ها، ماتریسها، نرخ تغییر، دایره، شبکه ها، هندسهٔ سه بُعدی، برنامه ریزی خطی، موجها، توابع و معادلات، اتحاد و تجزیه، shearing، آمار، کامپیوتر و برنامه ریزی، مکان هندسی و پوش ها است.

یکی دیگر از جلوه های ممتاز برنامهٔ درسی ریاضی انگلیس، درجهٔ درگیری و دخالت معلمان در توسعهٔ مواد برنامهٔ درسی جدید است.

هاوسون (۱۹۷۹) می گوید:

یکی از موفقیت آمیزترین پروژه هائی که به واسطهٔ نبودن چیزی بهتر از آن، به وسیلهٔ درجهٔ پذیرش و طول عمر آن قضاوت شده است، پروژهٔ ریاضی مدرسه ای در انگلستان است. این نکته حائز اهمیت است که این واقعیّت گفته شود که نه تنها تمام گروههای تألیف این پروژه تقریباً به طور کامل از معلمان در حال تدریس تشکیل شده اند، بلکه این پروژه به طور ثابت، به جای مؤلفان تمام وقت، از نویسندگان نیمه وقت استفاده کرده است. مؤلفان یا در وقت آزاد خود به نوشتن پرداخته اند یا از بعضی از وظایف معلمی خود معاف شده اند تا به مطالعه و تألیف بپردازند. در نتیجه، آنها تماس روزانهٔ خود را با کلاس درس حفظ کرده اند و قادر بوده اند تا ایده های خود را قبل از آن که به تألیف نهائی برسانند، قبلاً در کلاس درس آزمایش کنند. (ص ۱۴۴) (تأکید در اصل است.)

برنامهٔ درسی [ریاضی] آمریکای شمالی

اگرچه عنوان این بخش شامل واژهٔ «آمریکای شمالی» است، به راحتی می تواند تنها به ایالات متحدهٔ آمریکا ارجاع داده شود. در بیست سال گذشته، استانهای کانادا، با استثنای احتمالی انتاریو، همگی یا کتابهای درسی ریاضی تولیده شده در ایالات متحدّه را استفاده کرده اند یا کتابهائی را که در اصل، در ایالات متّحده تولید شده و سپس «کانادائی[31]» شده بودند[15]. در زمان حاضر، به نظر نمی رسد که یک دیدگاه مشخصاً کانادائی نسبت به برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای وجود داشته باشد.

تا همین اواخر، واضح بود که دیدگاه غالب ریاضیدانها در ایالات متحدّه نسبت به ماهیت ریاضی ـ همانند مورد فرانسه، دیدگاهی بود که ریاضی مجرد را ارتقا می داد. بارت[32] (۱۹۷۹) گزارش می دهد که هدفهای صورت گرائی، روند تحقیق ریاضی آمریکا را تحت تسلّط قرار داده بود و با این گفته، تعصّب خود را آشکار می کند که «یک نسل کامل از ریاضیدان ها تلاش کردند تا موضوع خود را از طریق واگذاری آن به مکانیزم اصول موضوعی منسوخ کنند.» (ص ۱۰۳) بیگِل[33] (۱۹۷۴) در مورد اهمیت مکتب فکری صورتگرائی و کاربرد قطعی (نهائی) آن در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای چنین گفته بود:

هایتر می گوید: «این یک چهرهٔ غیرمعمولی طراحی های برنامهٔ درسی است که در حالی که به نظر می رسد نظام قادر به نوآوری در سطح بومی- محلّی است و امکان حرکت مردمی را درون خود ایجاد می کند، به طور طبیعی تر، به صورت مانعی برای اجرای نوآوری ظاهر می شود.»

منظور از برنامهٔ درسی قصد شده برنامه ای است که در سطح بومی، استانی یا ملّی به وسیلهٔ کمیته های برنامهٔ درسی و مشاوران آنها طرح ریزی شده و در راهنماهای برنامهٔ درسی نوشته شده باشد. برنامهٔ درسی اجرا شده برنامه ای است که در کتابهای درسی گوناگون و موادی که برای استفاده در مدارس انتخاب و تأئید شده اند تجلّی یافته است و از طریق آن برنامه و توسط معلمان، با دانش آموزان در کلاسهای درس ارتباط برقرار می شود. برنامهٔ درسی کسب شده برنامه ای است که توسط دانش آموزان جذب شده و یادگرفته می شود.

بیشتر آموزشگران ریاضی ساختار را بنا به دلایل محکم تاریخی، مشتاقانه ستایش می کنند. طی اوائل قرن هجدهم میلادی، این موضوع به وضوح پذیرفته شد که پیشرفت ریاضیات در آینده مستلزم آن است که مفاهیم دوباره نگری شوند، واضح و شفاف شوند و دقیق تر گردند. هم چنین، این نکته به وضوح درک شد که در جنبه های خاصّی از ریاضی، محاسبات بسیار پیچیده و زیرکانه از مطالعهٔ با دقت ساختار یک نظام ریاضی به طریقی که ایده های پایه ای با هم عجین می شوند، کم اثرتر است.

این نقطه نظر جدید نسبت به ریاضی، به شکوفائی بی نظیر فعالیت ریاضی منجر شد. نوع کاری که توسط ریاضیدان های خلاّق در طی دهه های اولّ این قرن انجام شد، ازنظر کیفی با کارهائی که در قرن گذشته انجام شد متفاوت بود و این کارها هم قوی تر بودند و هم افق وسیع تری را ترسیم می کردند.

امروز، به نظر می رسد سه مدل یا بنا بر لغت شناسی ماکس وبر (۱۹۶۴) «انواع ایده آل» بر دیگران ارجح هستند: اول مدلی که بر ریاضی به عنوان دانش ساختارهای مجرد و خواص آنها تأکید دارد، دومین مدل به کاربرد ریاضی در حوزه های دیگر توجّه دارد و تأکید سومین مدل، بر اهمیت ریاضی در زندگی روزانه است. این مدلها با مدل ریاضی محض، مدل ریاضی کاربردی و مدل ریاضی مبنایی متناظر خواهند شد.

بین دو جنگ جهانی، به نظر واضح می رسید که این گونه نگاه به ریاضی ـ یعنی اول حصول اطمینان از این که ایده های پایه ای واضح و شفاف و قابل فهم و درک هستند و سپس تحقیق کردن راجع به راههائی که آنها را به هم عجین می کند، در آموزش در سطح تحصیلات تکمیلی مفید بود. تا سال ۱۹۴۰ میلادی، کتابهای درسی دوره های تحصیلات تکمیلی که منعکس کنندهٔ چنین نقطه نظراتی بودند اکثریت داشتند، و بعد از جنگ جهانی دوم، این حرکت به برنامه های دوره های کارشناسی رسید.

وقتی که در اواخر دههٔ ۱۹۵۰ میلادی، ریاضیدان های دانشگاهی علاقه و تمایل خود را نسبت به همکاری در جهت بهبود ریاضی پیش دانشگاهی بیان کردند، به طور طبیعی پیشنهاد دادند نقطه نظراتی که ثابت شده بود در سطوح بالاتر تحصیلی بسیار موفق بوده اند، در سطح مدارس متوسطه نیز امتحان شوند و وقتی که به نظر رسید این نظرات در متوسطه هم موفّق هستند، آنها را در سطح مدارس ابتدائی نیز امتحان کنند. (ص ۲۷).

مدل توسعهٔ برنامهٔ درسی که در تولید بسیاری از برنامه های اصلی **ریاضی جدید آمریکائی** مورد استفاده قرار گرفت، مدل تحقیق-توسعه-انتشار [34] بود. (هاوس[35]، ۱۹۷۹؛ هاوسون، ۱۹۷۹). یک مورد تاریخی از کاربرد این پارادایم[36] را می توان در کار ووتُن[37] (۱۹۶۵) یافت، جائی که او به توصیف کارهای اولیهٔ SMSG می پردازد. به طور خلاصه، مواد SMSM به شکل زیر تولید می شد: تیمی از ریاضیدان ها و معلّمان چندین هفته با هم ملاقات می کردند تا راجع به هدفهای آموزشی بحث کنند و مواد را بنویسند. آن گاه این مواد در چند مدرسه به طور آزمایشی تدریس می شد و سپس ویرایش می شد. بالاخره مواد برای دسترسی عمومی آماده می شد. در مورد SMSG و چندین پروژهٔ دیگر، عمدتاً حمایت مالی توسط دولت فدرال عرضه می شد.

تأثیر SMSG بر برنامهٔ درسی ریاضی آمریکای شمالی فراگیر بود و بسیاری از سریهای کتابهای درسی، چه در سطح ابتدائی و چه متوسطه، از SMSG الگو گرفته اند. درحقیقت، بسیاری از مؤلفان معاصر کتابهای درسی ریاضی در ایالات متحده از زمانی به زمان دیگر، به نوعی با تیم های تألیف SMSG همکاری داشته اند.

اُبراین[38] (۱۹۷۳) در توضیح محتوای ریاضی دورهٔ ابتدائی در امریکای شمالی، به اهمیت نقشی که توسط SMSG بازی شده است اشاره می کند. او می گوید:

«هدفهای برنامه های مدارس ابتدائی حاضر ـ به طور وسیع از انتشارات **گروه مطالعاتی ریاضیات مدرسه ای** استخراج شد ـ و شامل درک و فهم اصول دستگاه اعداد گویا و ارتباط میان چندین زیرمجموعه از اعداد گویا، استفاده از اُصول زیربنائی مانند شرکت پذیری و پخش پذیری در حمایت از کارآئی در محاسبات و ـ در سطح محدودتری ـ دانش واژه ها و نماد در هندسه بود. (صص ۲۵۸ و ۲۵۹)

فرآیند تجدیدنظر در برنامهٔ درسی باید درجستجوی تشخیص و تعیین جنبه های گوناگون و روابط بین نظامهای ریاضی و آموزشی باشد.

در سطح مدارس متوسطه، نقل قول زیر که از پیشگفتار یکی از کتابهای درسی SMSG به نام **ریاضی برای دورهٔ اول متوسطه، جلد ۱** [39] گرفته شده است، یک جمع بندی مختصر از نوع موادی که به وسیلهٔ این پروژه تولید شده است را ارائه می دهد:

ایده های کلیدی ریاضیات دورهٔ دوم متوسطه که در این کتاب برآنها تأکید شده عبارتند از: ساختار حساب از یک دیدگاه جبری؛

دستگاه اعداد حقیقی به عنوان یک پیشرفت توسعه ای و روابط متریک و غیرمتریک درهندسه . در سرتاسر این مواد [آموزشی] ، این ایده ها به همراه کاربردهایشان می آیند . دراین سطح ، تجربه با مفاهیم مجرد و قدردانی از آنها ، نقش تعریف ، توسعهٔ واژگان و تفکّر دقیق و تجربه کردن و اثبات مهّم هستند . پیشرفت عمده ای نسبت به درک این مفاهیم در دوره اول متوسطه [دورهٔ راهنمائی] می توان ایجاد کرد . (ص ۷) .

دو کتاب درسی ریاضی که درحال حاضر در استان بریتیش کلمبیا [کانادا] برای پایهٔ ۸ به طور وسیع مورد استفاده قرار می گیرد ریاضی مدرسه II (ادیسون ـ وزلی ـ ورلی)[40] و ریاضی II (گین و کمپانی)[41] هستند . نتیجه های نظرخواهی از معلمان که بخشی از ارزیابی ریاضی استان بریتیش کلمبیا در سال ۱۹۷۷ میلادی بود ، نشان می دهد که حدود ۵۵٪ از معلمان ریاضی پایهٔ هشتم[42] از کتاب ریاضی مدرسه II و باقی از کتاب ریاضی II استفاده می کردند . [16] (روبیتایل و شریل ، ۱۹۷۷)

هر دو کتاب درسی بالا ، پیدایش خود را مدیون مواد SMSG هستند . هم چنان که مؤلفان کتاب ریاضی II گفته اند ، «این سری ها بسیاری از توصیه های گروههای تجربی مانند گروه مطالعاتی ریاضی مدرسه ای را به کار گرفته اند ، تا جائی که یکی از مؤلفان جزء اعضای نشست است و با آنها به عنوان عضو تیم تألیف خدمت کرده اند . » (ص --) آنها در ادامه ، محتوای کتاب را چنین توضیح می دهند :

ریاضی II طوری طراحی شده است تا کار دانش آموز در ریاضی متوسطه را ادامه دهد و یک آمادگی جامع و کامل برای درسهای رسمی آتی در جبر و هندسه ایجاد می کند . توجّه برجسته ای به سمت ساختار ریاضی ، ایده های مبنائی در ورای تمرینهای عملی آشنا و رویّه های حساب و خواص و روابط جبر و هندسه شده است . (ص --) .

عنوانهای فصلهای این کتاب اعداد صحیح و گویا ؛ توانها و خواص فیثاغورسی ؛ اعداد اعشاری و اعداد حقیقی ؛ ترسیم ها و هم نهشتی ها ؛ معادلات و نامعادلات ، صفحهٔ مختصات ؛ توابع و فرمولها ؛ منشورها و هرم ها ؛ استوانه ها ؛ مخروط و کُره ، احتمال و آمار ، شکلهای متشابه و نسبتهای مثلثاتی هستند . کتاب ریاضی مدرسه II شامل مواد مشابه [بالا] است .

درحال حاضر ، مشخص کردن ماهیت مدل برنامهٔ درسی که در ایالات متحدّه غالب است مشکل می باشد . بنابه چندین دلیل ، ازجمله انتقادهائی که از جانب ریاضیدان ها می شود (به عنوان مثال ، کلاین ، ۱۹۷۴ ؛ آلفورس و همکاران ، ۱۹۶۲) و دغدغه هائی دربارهٔ سقوط ناگزیر استانداردها ، شاهد یک جدائی واضح از محتوای ریاضی جدید هستیم . چیزی که کمتر واضح است ، جهتی است که برنامهٔ درسی به آن سمت در حرکت است .

می توان سه مدل یا سه ایده آل بالا را به عنوان سه رأس یک مثلث در نظر گرفت. هرچه بیشتر یک برنامهٔ درسی متأثر از یکی از این مدلها باشد، به رأس نظیر آن مدل منطبق تر می شود.

دررابطه با محتوای برنامهٔ درسی، یوسیسکین (۱۹۸۰) استدلال می کند که اگر قرار باشد موضوع هائی مانند سواد آموزی کامپیوتر، کاربردها، آمار و تبدیلات هندسی به برنامه های درسی ریاضی مدارس افزوده شود، باید بعضی از محتوای موجود حذف شوند. کسی نمی تواند درکنفرانسهای ریاضی شرکت کند یا مجله های حرفه ای را بخواند و به این نتیجه نرسد که محتواهای مرتبط با مدل سازی ریاضی، کاربردها، آمار، کامپیوترها، ماشین حساب ها و حل مسأله نقش فزاینده ای را دربرنامهٔ درسی ریاضی دههٔ ۱۹۸۰ بازی خواهند کرد..

گزارش NACOME[--] شامل یک انتقاد ابطالی مانند آن چه که توسط کلاین در کتابش تحت عنوان «چرا جانی نمی تواند [عمل] جمع را انجام دهد»[43] (۱۹۷۴) است . این گزارش از تغییراتی که بین سالهای ۱۹۵۵ و ۱۹۷۵ انجام شده دفاع می کند و می گوید «از منظر ۱۹۷۵ ، اعتماد اصولی به تغییر ریاضی مدرسه ای به طور مبنائی محکم باقی می ماند ، اگرچه تأثیر حقیقی نسبت به انتظارات فروتنانه بوده است . » (ص ۲۱)

این گزارش در ادامه ، برنامه ها و مباحث جاری را مورد بحث قرار می دهد . با این وصف که بیشترین توجّه برنامه های ریاضی جدید به سمت دانش آموزان تواناتر بود ، این گزارش حوزه های دغدغه های جاری را فهرست می کند : «برنامه هائی برای دانش آموزان کمتر توانا» ؛ «حداقل شایستگی ریاضی برای شهروند مؤثر بودن» ؛ «تعامل بین ریاضی و حوزه های کاربردی آن» ، «تأثیر تکنولوژی محاسباتی جدید بر اولویتها و روشهای سنتّی در ریاضی . » (ص ۲۳) اخیراً فهرست مشابهی از اولویتها برای دههٔ ۱۹۸۰ میلادی توسط شورای ملی معلمان ریاضی ـ NCTM [44] (۱۹۸۰) منتشر شده است . این شوراپیشنهاد داده است :

حل مسأله کانون ریاضی مدرسه ای در دههٔ ۱۹۸۰ باشد ؛

مهارتهای پایه ای ریاضی طوری تعریف شوند که بیش از امکانات

محاسباتی را شامل گردند؛

برنامه های ریاضی از قدرت ماشین های حساب و کامپیوترها در تمام سطوح تحصیلی استفادهٔ کامل ببرند؛

[میزان] موفقیّت برنامه های ریاضی و یادگیری دانش آموز به جای امتحانهای قراردادی، توسط طیف وسیع تری از روش های مختلف مورد ارزشیابی قرار گیرد؛

مطالعهٔ ریاضی بیشتری برای تمام دانش آموزان لازم است و یک برنامهٔ درسی منعطف با طیف بزرگتری از انتخابها به منظور پاسخگوئی به نیازهای گوناگون جمعیت دانش آموزی باید طراحی شود. (ص ۱) چنین به نظر می رسد که NCTM در ارجاع به «مهارتهای پایه ای»، تلاش دارد تا تقاضاهای همه گیر برای یک تأکید دوباره برمهارتهای محاسباتی را از یک منظر وسیع تر ببیند. اگرچه ممکن است این گفته که به طور تاریخی، تدریس ریاضی در مدارس به معنای تمرین و تکرار در مهارتهای حسابی بوده است به نظر اغراق آمیز بیاید، با این حال، نمی توان این حقیقت را انکار کرد از زمانی که از شروع قرن بیستم، آموزش ابتدائی در آمریکای شمالی همگانی شد، **مدل ریاضیات مبنائی**[۴۵] یک موقعیّت مهم در آموزش ریاضی داشته است.

درسطح مدارس متوسطه، می توان این مدل را در تأکید شدید نسبت به توسعهٔ تکنیکهای دست ورزی در جبر مشاهده کرد. در طی هشتاد سال گذشته، این تأکید در موقعیتهای متعدد از طرف ریاضیدان ها، آموزشگران ریاضی و اتحادیّه های حرفه ای آنها مورد سؤال قرار گرفته است. آنها در این موقعیتها سعی کرده اند فشار را برآن چه که ممکن است یک برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه ای محدود، ابزاری و مهارت ـ محور نامیده شود جرح و تعدیل کنند. [۱۸]

درحال حاضر، برنامهٔ درسی ریاضی در آمریکای شمالی تحت یک بررسی جدی و موشکافانه قرار گرفته است و احتمال می رود که در دههٔ ۱۹۸۰، تغییرات بنیادی [در برنامه های درسی] ایجاد شود. اُبراین (۱۹۷۳) بسیاری ازسؤالهای پایه ای و مباحثی را که باید در آیندهٔ نزدیک با آنها مواجه شد را جمع بندی می کند. او می پرسد:

«در زندگی یک کودک ـ یا زندگی بزرگسالی که خواهد شد، درک ساختار دستگاه اعداد گویا چه فایده ای دارد؟ فایدهٔ «دانش» حقایق[۴۶] [ریاضی]، قوانین و رویّه های اعداد چیست؟ برای مثال، وقتی که هزاران تقسیم متوالی بدون اشتباه می تواند به وسیلهٔ یک کامپیوتر در چند ثانیه و به قیمت چند سِنت انجام شود، بازار مهارتهای محاسباتی برای چیست؟ فایدهٔ «دانش» واژه ها و نماد هندسهٔ مقدماتی در زندگی یک کودک یا یک بزرگسال چیست؟(ص ۲۵۹)

به بیان دیگر، درحالی که این گفته صحیح است که **مدل ریاضی مبنائی** مرکز اهمیت در سرتاسر برنامهٔ درسی ریاضی آمریکای شمالی در بیشتر این قرن بوده است، ممکن است که تأثیر فزایندهٔ عوامل تکنولوژیکی، ضرورت یک دوباره نگری در مقدار تأکیدی که بر آن مدل می شود را ایجاب کند.

انگلستان، باور عمومی بر این است که مفاهیم ریاضی باید به تدریج آشکار شوند، در یک سطح شهودی معرّفی گردند و در توازی با سایر ایده های شهودی توسعه پیدا کنند، به طوری که الگوها و چارچوبهای منطقی به آرامی ظاهر شوند. برای نمونه، این دیدگاه نسبت به طراحی برنامهٔ ریاضی مدرسه ای، در تقابل جالبی با دیدگاه نوعی نوین آمریکائی است که در آن، تصور می شود صورت گرائی زودهنگام، ملازم درک ریاضی است.

تأکید بر منطق، نظم ذهنی و تفکّر روشن و واضح برگرفته شده از این ضرب المثل فرانسوی است که می گوید آنچه که *واضح نیست، فرانسوی نیست*[۳۲] و این ضرب المثل، مشخصّهٔ کتابهای درسی «ریاضی جدید» آنهاست، به همان گونه که رویکرد عمل گرائی مشخصّهٔ کتابهای درسی انگلیسی است.

جمع بندی

برنامهٔ درسی ریاضی ممکن است که در پرتو سه مدل یا انواع ایده آل نگریسته شود: مدل به اصطلاح **ریاضی محض**، مدل ریاضی کاربردی و **مدل ریاضیات مبنائی**. یک برنامهٔ درسی مشخصّ می تواند به طور نوعی، شامل جنبه هائی از هر سه مدل باشد و بر یک مدل بیش از دو مدل دیگر تأکید کنند که آن تأکید، ممکن است از یک پایهٔ تحصیلی به پایهٔ دیگر تفاوت کند.

در فرانسه، مدل **ریاضی محض** برجستگی دارد و به نظر می رسد جهت پایه ای و محتوای برنامهٔ درسی آنها کامل و محکم بنا شده است. در بریتانیای کبیر، مدل ریاضی کاربردی برتری دارد. در آمریکای شمالی، کناره گیری از مدل ریاضی محض که در دوران **ریاضی جدید** بر مدلهای دیگر تفوّق داشت. به وضوح به چشم می خورد. در این زمان، مدلی که درآیندهٔ نزدیک بتواند

مُدل اصلی باشد واضح نیست، اگرچه روندهائی قابل تمیز هستند.

به عنوان مثال، فشار خاصّی برای به کارگیری یک برنامهٔ درسی که بر مدل ریاضیات مبنائی تأکید داشته باشد وجود دارد. هو اخواهان نهضت رجعت به اصول[47] بر اهمیّت مهارتهای محاسباتی و آماده سازی دانش آموزان برای کارکرد به عنوان «مصرف کنندگان روشنگر در یک جامعهٔ تکنولوژیکی» تأکید می کنند. معلمان ریاضی مانند دیگرانی که درگیر حوزهٔ آموزش ریاضی هستند، نه تنها با تلاش در جهت کم اهمیت جلوه دادن «اصول»، بلکه به وسیلهٔ پیشنهاد برای گسترش فهرست مهارتهای پایه ای که شامل موضوع هائی مانند احتمال، آمار و سوادآموزی کامپیوتر به این فشار پاسخ داده اند.

در همین حال، نهضتی در جریان است که اولویت بالاتری به حل مسأله و کاربردهای ریاضی می دهد. در چند سال گذشته، NCTM دو جلد کتاب درسی تحت عنوان جبر از طریق کاربردها[48] (یوسیسکین[49]، ۱۹۷۹)؛ سه سالنامه با عنوان های کاربردها در ریاضیات مدرسه ای (شارون[50]، ۱۹۷۹) حل مسأله در ریاضیات مدرسه (کرولیک[51]، ۱۹۸۰) و تدریس آمار و احتمال (شولتز[52]، ۱۹۸۱) و یک کتاب مرجع به نام مرجع کاربردهای ریاضیات مدرسه ای[53] (بوشاو[54]، ۱۹۸۰) منتشر کرده است. علاوه براین ها، موضوع حل مسأله از طرف NCTM، به عنوان اولویت اول برای تدریس ریاضی در دههٔ ۱۹۸۰ معرفی شده بود.

نتیجه‌گیری برای تجدیدنظر در برنامهٔ درسی

ممکن است برای سهولت تجزیه و تحلیل، برنامهٔ درسی از سه منظر متفاوت دیده شود. در نتیجه، ممکن است که بین برنامهٔ درسی قصد شده[55]، برنامهٔ درسی اجرا شده[56] و برنامهٔ درسی کسب شده[57] تمایز قائل شویم. منظور از برنامهٔ درسی قصد شده برنامه ای است که در سطح بومی، استانی یا ملّی به وسیلهٔ کمیته های برنامهٔ درسی و مشاوران آنها طرح ریزی شده و در راهنماهای برنامهٔ درسی نوشته شده باشد. برنامهٔ درسی اجرا شده برنامه ای است که در کتابهای درسی گوناگون و موادی که برای استفاده در مدارس انتخاب و تأئید شده اند تجلّی یافته است و از طریق آن برنامه و توسط معلمان، با دانش آموزان در کلاسهای درس ارتباط برقرار می شود. برنامهٔ درسی کسب شده برنامه ای است که توسط دانش آموزان جذب شده و یادگرفته می شود. درجایی دیگر (روبیتایل، ۱۹۸۰)، بحث شده است که تفاوتهای چشمگیری در بین این سه جلوهٔ برنامهٔ درسی وجود دارد.

برای مثال، در بریتیش کلمبیا اغلب کتابهای درسی ریاضیِ مورد استفاده، بر گردانهای کانادائیِ کتابهای درسی منتشر شده در ایالات متحدّه هستند و همان طور که در بحثهای قبلی عنوان شد، هدفها و محتوای آنها قویّاً تحت تأثیر انتشارات SMSG بوده است. از طرف دیگر، در راهنمای برنامهٔ درسی بریتیش کلمبیا (شاخهٔ توسعهٔ برنامهٔ درسی، ۱۹۷۸)، سندی که برنامهٔ درسی قصدشده را تعیین می کند، گفته می شود که:

قبل از فهم ریاضی صوری، باید تجارب غنی دست ورزی وجود داشته باشد تا از طریق آنها، مفاهیم و روابط در یک سطح شهودی فهمیده [و درک] شوند. ریاضی به عنوان یک دیسیپلین و یک ساختار صوری، باید برمبنای تجارب عینی محکم و متّقن ساخته شود. مطالعهٔ رسمی ریاضی به عنوان یک دیسیپلین ساختاری، موضوع آموزش بعد از ابتدائی است (ص ۱).

راهنمای برنامهٔ درسی در ادامه می افزاید «درسطح ابتدائی، مهّم است که برنامه شامل حقایق، محاسبه، و فرآیندها باشد.» (ص ۱)

برای پر کردن خلاء بین برنامه درسی اجرا شده و برنامهٔ درسی کسب شده، هدفهای محتوائی خاص که در راهنمای برنامهٔ درسی برای هر پایهٔ تحصیلی فهرست

یوسیسکین کاملاً صحیح می گوید که در فرآیند تجدیدنظر دربرنامهٔ درسی، باید ضوابطی برای تصمیم گیری راجع به محتواهائی که باید در برنامهٔ درسی باشد به وجود بیاید تا هم موادّ جدید بتوانند به برنامه اضافه شوند وهم با همین اهمیت، محتواهای سنّتی بتوانند از برنامه حذف گردند. متأسفانه، موقعیت فوق العاده پیچیده است و [درنتیجه] راه حل های پیشنهادی باید بیش از یک صورت‌بندی دوبارهٔ ضابطهٔ انتخاب محتوامدار باشند.

نه تنها درک و فهم فرد از دیسیپلین خود، برنوع انتخاب محتوا تأثیر شگرف می گذارد، بلکه این درک برچگونگی ارائهٔ آن محتوا نیز تأثیر می گذارد. دیدگاههای نظری فرد نسبت به دانش و تأثیر آن، هم برمحتوا و هم برروشِ ارائه و تعامل بین این دو قابل چشم پوشی نیست.

شده اند نه در بر گیرندهٔ توسعهٔ طبیعی این هدفهای کلّی چگونه است و نه روشن است که چیرگی براین هدفهای محتوائی خاص به موفقیت در تحقّق آن هدفها منجر می شود.

فهرست هدفهای خاصّی که برای هر پایهٔ تحصیلی در راهنمای برنامه داده شده طولانی است و شامل موضوع های کهنه و نو است. هم موضوع هائی مانند مجموعه ها، هندسه، متغیر و تابع، ریاضی برای مصرف کنندگان، و بردارها در راهنمای برنامه هست و هم تمام موضوع های معمولی (مانند اعداد رومی، تقسیم های متوالی، فاکتورگیری و غیره) در آن حضور دارند. برنامهٔ درسی با موضوع هائی که باید تدریس شوند و دانش آموزان در آنها چیرگی به دست آورند انباشته شده است و راهنمای برنامهٔ درسی یا چیزی ارائه نمی کند یا اگر هم چیزی ارائه کند، در رابطه با ارائه اطلاعات خاصی به معلمان که آنها را در تعیین متدولوژی مناسب یا حتّی استفاده از بهترین کتاب درسی کمک و راهنمائی کند چیزی ندارد. در واقع، چون برای هر پایهٔ تحصیلی چندین کتاب درسی برای استفاده مجوز گرفته اند، الزماً اهداف خاص برای یک پایهٔ تحصیلی به خوبی با هیچ یک از آن کتابهای درسی هماهنگ نمی شوند.

درنتیجه، موقعیّت حاضر یکی از آن مواقعی است که به نظر می رسد بین برنامهٔ درسی قصد شده و برنامهٔ درسی اجرا شده تفاوتهای مهّمی وجود دارد. اضافه براین، داده هائی که اخیراً برای یک پروژهٔ توسعهٔ آزمون جمع آوری شد (روبیتایل، شریل و اُشی آ[59]، ۱۹۸۰) نشان می دهند که احتمالاً، یک پراکندگی جدّی بین برنامهٔ درسی قصد شده و برنامهٔ درسی کسب شده وجود دارد. درحالی که این داده ها فقط مربوط به بریتیش کلمبیا هستند، با این وجود، این موقعیّت بومی با یک حالت منحصر به فرد فاصلهٔ زیادی دارد. قطعاً فقدان شفافیّت در راهنماهای برنامه های درسی، فراتر از مرزهای استانی است. فولان و پارک[60] (۱۹۸۱) تأئید و تصدیق این پدیده را از انتاریو ارائه می دهند و در ادامه، توصیه هائی برای یک استراتژی اجرائی پیشنهاد می کنند.

«شواهد قوی وجود دارند که نشان می دهند راهنماهای برنامهٔ درسی و سایر مواد برنامهٔ درسی بومی دربارهٔ آنچه که باید تغییر کند شفاف نیستند، دربارهٔ نیاز به یک تغییر قانع کننده نیستند و مواد مقتضی را عرضه نمی کنند. در این استان [انتاریو]، هر استراتژی برای تغییر باید حاوی توضیحات مبسوط تر راجع به تغییرات مورد نیاز به دست آوردن مواد و توزیع و بحث دربارهٔ «چرائی و چگونگی» تغییر در بین معلمان باشد. تنها از طریق ترکیبی از تعریف نیاز (و معلمان باید به وسیله مباحثه این کار را انجام دهند) و به دست آوردن یا توسعهٔ مواد خوب برای رفع این نیاز می توان به اجرا تحقّق بخشید. تعریف نیاز مستلزم مقایسهٔ تمرین عملی حاضر (عملکرد دانش آموز و رفتار معلم) با تمرین عملی مطلوب است. رابطهٔ بین راهنمای برنامهٔ درسی استانی و مواد برنامهٔ درسی بومی یا تجاری باید مورد آزمایش قرار گیرند. همان طور که قبلاً گفتیم، یک بخش از راه حل این است که راهنماهای برنامهٔ درسی و مواد بومی را طوری تهیه کنیم که دربارهٔ ماهیت تغییر یا اصلاح مورد بحث شفاف باشد. امّا مسأله ای که وجود دارد آن است که آن موادِ بسیار خاص و مؤکد، ممکن است به یک اجرای مکانیکی منجر شوند به گونه ای که محتوا تدریس شود امّا مباحث اساسی تر مرتبط با رویکردهای تدریس و باورها مورد غفلت قرار گیرند. بخشِ دیگر راه حل، نیازمند درگیری چشمگیر معلم به وسیلهٔ فرآیندی است که از طریق آن، نیاز برای یک تغییر و اجرای عینی آن توسط گروهی از معلمان درطی زمان تحقق می یابد» (صص ۴۱ و ۴۲). در رابطه با محتوای برنامهٔ درسی، یوسیسکین (۱۹۸۰) استدلال می کند که اگر قرار باشد موضوع هائی مانند سواد آموزی کامپیوتر، کاربردها، آمار و تبدیلات هندسی به برنامه های درسی ریاضی مدارس افزوده شود، باید بعضی از محتوای موجود حذف شوند. کسی نمی تواند در کنفرانسهای ریاضی شرکت کند یا مجله های حرفه ای را بخواند و به این نتیجه نرسد که محتواهای مرتبط با مدل سازی ریاضی، کاربردها، آمار، کامپیوترها، ماشین حساب ها و حل مسأله نقش فزاینده ای را در برنامهٔ درسی ریاضی دههٔ ۱۹۸۰ بازی خواهند کرد. هم چنین، کسی نمی تواند با یوسیسکین در این نظر توافق نداشته باشد که این آرزوی دههٔ ۱۹۶۰ که «ممکن است ساختار، استدلال استنتاجی و ایده های وحدت بخش باعث شوند تا با بعضی موضوعها سریع تر و راحت تر برخورد شود» (ص ۴۱۴) دلیلی برعدم تشخیص ضرورت حذف گستردهٔ مواد سنتّی بوده است. به نظر می رسد که چنین دیدگاهی درحال حاضر، بیش از یک ناپختگی اندک است.

همچنین، یوسیسکین کاملاً صحیح می گوید که در فرآیند تجدیدنظر دربرنامهٔ درسی، باید ضوابطی برای تصمیم گیری راجع به محتواهائی که باید در برنامهٔ درسی باشد به وجود بیاید تا هم موادّ جدید بتوانند به برنامه اضافه شوند وهم با همین اهمیت، محتواهای سنّتی بتوانند از برنامه حذف گردند. متأسفانه، موقعیت فوق العاده پیچیده است و [درنتیجه] راه حل های پیشنهادی باید بیش از یک صورت بندی دوبارهٔ ضابطهٔ انتخاب محتوامدار باشند. برای مثال، اگر قرار است حل مسأله یک تمرکز عمدهٔ برنامهٔ درسی ریاضی باشد، موضوع اساسی این است توجه شود کدام دیدگاه ریاضی و بازنمائی ریاضی با چنین تمرکزی سازگار است. ضوابط دیگری در رابطه با انتخاب مواد[20] و آموزش معلمان باید درنظر گرفته شوند. همان طورکه کانفِری[61] (۱۹۸۰) اشاره کرده است:

«نه تنها درک و فهم فرد از دیسپلین خود، بر نوع انتخاب محتوا تأثیر شگرف می گذارد، بلکه این درک بر چگونگی ارائهٔ آن محتوا نیز تأثیر می گذارد. دیدگاههای نظری فرد نسبت به دانش و تأثیر آن، هم برمحتوا و هم بر روشِ ارائه و تعامل بین این دو قابل چشم پوشی نیست (ص ۲۱).

بالاخره، اگر بخواهیم تجدیدنظرهای اصلاحی به اجرای با معنا منتهی شوند، باید جنبه های گوناگون فرآیندهای توسعهٔ برنامهٔ درسی را درنظر بگیریم. اگر به مورد حل مسأله بازگردیم، باید اتصال بین نتایج یادگیری مطلوب و هر تعهدی نسبت به روان شناسی رفتاری یا برنامه های مطلوب یادگیری رفتاری درحد چیرگی [تسلّط] را درنظر بگیریم. کوتاه سخن، فرآیند تجدیدنظر در برنامهٔ درسی باید

در جستجوی تشخیص و تعیین جنبه های گوناگــون و روابــط بـیــن نظامهای ریاضی و آموزشی باشد .

زیرنویس‌ها:

1. Revuz
2. Kuhn
3. René Thom
4. Otte
5. Jean Dieudonné
6. Royamumont Seminar
7. Stevens
8. Garfunkel
9. Misunderstanding
10. André Magnier
11. George Papy
12. Burt Kaufman
13. De Bruyn
14. Laumen
15. Bex
16. Nachtergaele
17. Zoltan Dienes
18. Université de Sherbrooke
19. Mc Nicol
20. Bulletin Inter- IREM
21. Howson et al
22. Cequi n'est pas clair n'est pas francais
23. Burke
24. Reflection on the French Revolution
25. Hayter
26. Griffiths
27. Nuffield Project
28. Bryan Thwaites
29. ICME-IV
30. SMP News
31. Canadianized
32. Barrett
33. Begle
34. Researeh-Development- Deffusion (RD+D)
35. House

۳۶ـ عامرانه برای واژهٔ Paradigm معادل فارسی به کار گرفته نشده است . م

37. Wooton
38. O'Brien
39. Mathematies for Junior High School, Volume I

در بسیاری از ایالتهای آمریکا، دورهٔ اول متوسطه مترادف با دورهٔ راهنمایی در ایران است .

40. School Mathematic II (Addison-Wesley)
41. Mathematies II (Ginn and Company)

۴۲ـ معادل پایهٔ سوم راهنمایی در ایران

43. Why Johnny Can't Add
44. National Council of Teachers of Mathematies (NCTM)
45. Basie Mathematies Model
46. Facts
47. Back to basics
48. Algebra through Applications
49. Usiskin
50. Sharron
51. Krulik
52. Shults
53. A Souree book of Application of School Mathematies
54. Bushaw
55. Intended Currieulum
56. Implemented Currieulum
57. Attained Currieulum

85. Consumer Mathematics

59. O'shea
60. Fullan and Park
61. Confrey

مراجع :

❖ Agassi, J. On mathematics education: The Lakatosian revolution. *For the Learning of Mathematics.* 1980. I. 27-31

❖ Ahlfors, L. V. and others. On the mathematics curriculum of the high school. *The Mathematics Teacher*, 1962. 55. 191-195

❖ Aleksandrov. A. D. Kolmogorov, A. N and Lavrentev. M. A. *Mathematics: Its Content. Methods. and Mecning.* Cambridge. Mass.: MIT Press. 1963

❖ Fey. J. T. Mathematics teaching today: Perspectives from three national surveys. *The Mathematics Teacher*, 1979, 72, 490-504

❖ Freudenthal, H. *weeding and Sowing.* Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company, 1978

❖ Fullan, M. and Park, P. *Curriculum implementation Ministry* of Education, Ontario, 1981.

❖ Criffiths, H. B. and Howson, A. G. *Mathematics: Society and Curricula.* London: - Cambridge University Press, 1974

❖ Gunawardena, A. J. Change in mathematics education since the late 1950's - Ideas and realisation (Sri Lanka). *Educational Studies in Mathematics*, 1978, 9. 303-316

❖ Halmos, P. R. Mathematics as a creative art. *American Scientist*, 1968, 56. 375-389

❖ Hardy, G.H. *A Mathematician's Apology.* London: Cambridge University Press, 1967

❖ Hayter, R. J. The Continuing Mathematics Project in the United Kingdom. In R. Morris (Ed.). *Studies in Mathematics Education-Volume I.* Paris: Unesco, 1980

❖ Heimer. R. T. A Critical analysis of the use of educational technology in mathematics teaching. In B. Christiansen, and H. G. Steiner (Eds.) *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979

❖ Hendrickson, D. Why do we teach mathematics? *The Mathematics Teacher*, 1974, 67, 468-470

❖ Hersh, R. Some proposals for reviving the philosophy of mathematics. *Advances in Mathematics.* 1979, 31. 31-50

❖ Hershkowitz, M., Sham; Mohammad A. A., and rowan, T. E.

Suggestions and prediction. *The Australian Mathematics Teacher*, 1977, 33, 54-58
❖ Magnier, A. Changes in secondary school mathematical education in France over the last thirty years. In H. G. Steiner (Ed.). *Comparative Studies of Mathematics Curricula-Change and Stability 1960-1980.* Bielefeld, F. R. G.: Institut fur Didaktik der Mathematik der Universitat Bielefeld 1980
❖ Matthews, G. Why teach mathematics to most children? *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1976, 7, 253-255
❖ McNelis, S. and Dunn, J. A. Why teach mathematics? *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1977, 8, 175- 184
❖ McNicol, S. *Elementary School Mathematics in Canada.* Unpublished manuscript, Faculty of Education. McGill University, 1980
❖ Mmari, G. R. V. Secondary school mathematics in the United Republic of Tanzania. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education-Volume I.* Paris: Unesco, 1980
❖ Moritz, R. E. *On Mathematics.* New York: Dover, 1958
❖ Nagel, E. and Newman. J. R. Godel's proof. In M. Kline (Ed.), *Mathematics in the Modern World.* San Francisco: W. H. Freeman, 1968
❖ National Advisory Committee on Mathematical Education (NACOME). *Overview and Analysis of School Mathematics Grades K-12.* Washington, D. C.: Conference Board of the Mathematical Sciences, 1975
❖ National Council of Teachers of Mathematics. *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. 1980
❖ National Institute for Educational Research. *Mathematics Program in Japan.* Japan: Science Education Research Center, 1979
❖ O'Brien,. T. C. Why teach mathematics? *Elementary School Journal*, 1973, 73, 258-268
❖ Organisation for European Economic Co-operation. *New Thinking in School Mathematics.* O. E. E. C.: 1961
❖ Otte, M. The education and professional life of mathematics teachers. In Christiansen, B. and Steiner, H. G. (Eds.) *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979
❖ Papert, S. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas.* New York: Basic Books, 1980
❖ Piaget, J. Comments on mathematical education. In A. G. Howson, (Ed.), *Developments in Mathematical Education.* London: Cambridge University Press, 1973
❖ Pollak, H. O. The interaction between mathematics and other school subjects. In B. Christiansen, and H. G Steiner (Eds.), *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979
❖ Position statements on basic skills. *The Mathematics Teacher*, 1978, 71, 147-155
❖ Progressive Education Association. *Mathematics in General Education.* New York: D. Appleton Century Company, 1940
❖ Revuz, A. Changes in the teaching of mathematics in France. Mathematics Goals: What does the public want? *School Science and Mathematics*, 1975, 75, 723-728
❖ Higginson, W. Ideas of the seventies. *Mathematics Teaching*, 1980, 90, 5-8
❖ Hofstadter, D. R. *Godel. Escher, Bach: an eternal golden braid.* New York: Basic Books. 1979
❖ House, E. R. Technology versus craft: A ten year perspective on innovztion. *Journal of Curriculum Studies*, 1979, 11. 1- 15
❖ Howson, A. G. Change in mathematics education since the late 1950's Ideas and realisation (Great Britain). *Educational Studies in Mathematics*, 1978, 9, 183-223
❖ Howson, A. G. A critical analysis of curriculum development in mathematical education. In Christiansen, B. and Steiner, H. G. (Eds.) *New Trends in Mathematics Teaching-Volume IV.* Paris: Unesco, 1979
❖ Howson, A. G. Socialist mathematics education: Does it exist? *Educational Studies in Matematics*, 1980, 11, 285-299
❖ Howson, A. G., Keitel, C. and Kilpatrick. J. *Curriculum Development in Mathematics.* London: Cambridge University Press, 1981
❖ Jones, P. S. (Ed). A *History of Mathematics Education in the United States and Canada- Thirty Second Yearbook.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1970
❖ Kawaguchi, T. Secondary School Mathematics in Japan. In R. Morris (Ed)., *Studies in Mathematics Education Volume I.* Paris: Unesco, 1980
❖ Kline, M. Mathematics: A Cultural Approach. Reading. Mass.: Addison-Wesley, 1962
❖ Kline. M. *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math.* New York: Vintage Books. 1974
❖ Kline, M. NACOME: Implications for curriculum design. *The Mathematics Teacher*, 1976. 69. 449-454
❖ Kline, M. *why the Professor Can't Teach.* New York: St. Martin's Press, 1977
❖ Kolmogorov, A. N. Scientific foundations of the school mathematics syllabus. *Soviet Education*, 1971, 13 (8-10), 25-71
❖ Kclyagin, Yu. M., Lukankin, G. L. and Oganesyan, V. A. Ways of improving mathematics teaching in Soviet general secondary schools. In R. Morris (Ed.). *Studies in Mathematics Education-Voulme I.* Paris: Unesco. 1980
❖ Krulik, S. (Ed.). *Problem Solving in School Mathematics.* 1980 Yearbook. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1980
❖ Kuhn. T. S. The Essential Tension. Chicago: The University of Chicago Press, 1977
❖ Lakatos, I *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery.* London: Cambridge University Press, 1976
❖ Laumen, R., Bex, R., and Nachtergaele, J. Evolution de l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires belges depuis 1968. In Noel. G. (Ed.). *Mathematical Education in Belgium.* Mons, Belgium: I. C. M. I. Belgium Sub-committee, 1980
❖ Lortie, D. C. Schoolreacher. Chicago: University of Chicago Press, 1965
❖ MacDonald, T. H. Resolution in mathematics education:

❖ Stevens, J. G. and Garfunkel, R. Summary and curricular implications: An outgrowthe of articles by Thom and Dieudonné. *The Mathematics Teacher*, 1975, 68, 683-687
❖ Swetz, F. (Ed.), *Socialist Mathematics Education*. Southamptom, Pennsylvania: Burgundy Press, 1978
❖ Thorndike, E. L. *The New Methods in Arithmetic*. New York: Rand McNally, 1921
❖ Thwaites, B. *The School Mathematics Project: The First Ten Years*. London: Cambridge University Press, 1972
❖ Usiskink, Z. *Algebra Through Applications*, 2 vols. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1979
❖ Usiskin, Z. What should *not* be in the algebra and geomtry curricula of average college-bound students? *The Mathematics Teacher*, 1980, 73, 413-424
❖ Von Neumann. J. The formalist foundations of mathematics. In P. Benacerraf, and H. Putnam (Eds.), *Philosophy of Mathematics*. Englewood Cliffs N. J.: Prentice- Hall Inc., 1964
❖ Waller, W. *The Sociology of Teaching*. New York: Wiley, 1965
❖ Wang, H. Kurt Godel's intellectual development. *The Mathematical Intelligencer*, 1978, 1, 182-184
❖ Watson, F. R. Aims in mathematical education and their implications for the training of mathematics teachers. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1971, 2, 105-118
❖ Weber, M. *The Theory of Social and Economic Organization*, (T. Parsons, Ed.). New York: The Free Press, 1964
❖ Wheatley, G. H. Calculators in the classroom: a proposal for curricular change. *Arithmetic Teacher*, 1980, 28 (4), 37-39
❖ Whitehead, A. N. The aims of education-A plea for reform. *The Mathematical Gazette*, 1916, 8, 191-203
❖ Wilder, R. L. *Evolution of Mathematical Concepts: An Elementary Study*. New York: Wiley, 1968
❖ Williams, E. An investigation of senior high school students' understanding of the nature of mathematical proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1980, 11, 165-166
❖ Wilson, B. J. Change in mathematics education since the late 1950's Ideas and realisation (West Indies). *Educational Studies in Mathematics*, 1978, 9, 355-379
❖ Wooton, W. SMSG: *The Making of a Curriculum*. New Haven Connecticut:Yale university Press,1965

The Mathematical Gazette. 1979. 63. 241-250
❖ Roberts, D. M. The impact of electronic calculators on educational performance. *Review of Educational Research*, 1980, 50, 1, 71-98
❖ Robitaille, D. F. Why are we teaching high school geomerty? Vector, 1973, 14 (4), 13-22
❖ Robitaille, D. F. Intention, implementation, realization: Case studies of the impact of curriculum reform. In H. G. Steiner (Ed.), *Comparative studies of Mathematics Curricula-Change and Stability 1960-1980*. Bielefeld. F. R. G.: Institut fur Didaktik der Mathematik der Universitat Bielefeld, 1980
❖ Robitaille, D. F. Goals of the mathematics curriculum in British Columbia: Intended, implemented. and realized. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education-Volume 2*. Paris: Unesco. 1981
❖ Robitaille, D. F. (Ed.). *The 1981 B. C. Mathematics Assessment: General Report*. Victoria. B. C.: Ministry of Education, 1981b
❖ Robitaille, D. F. and Sherrill. J. M. British Columbia Mathematics Asscssment 1977: Instructional Practices. Victoria, B. C.: Ministy of Education, 1977
❖ Robitaille, D. F. Sherrill, J. M., and O'Shca, T.J. *Mathematics Achievement Test Project. Technical Manual*. Victoria, B. C.: Ministry of Education, 1980
❖ Sarason, S. B. The Culture of the School and the Problem of Change. Boston: Allyn and Bacon, 1971
❖ Sawyer, W.W. On being your own teacher. In W. W. Sawyer (Ed.), *Mathematics in Theory and Practice*. London: Odhams Press Ltd., 1948
❖ School Mathematics Study Group. *Mathematics for Junior High School, Volume I*, (Teacher's Commentary). New Haven: Yale University Press, 1961
❖ Servais, W. Continental traditions and reforms. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 1975, 6, 37-58
❖ Sharron, S. (Ed.). *Applications in School Mathematics*. 1979 Yearbook. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1979
❖ Shulte, A. P. (Ed.). *Teaching Statistics and Probability*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1981
❖ Smith, B. O. Teaching strategies: historical and contemporary perspectives. In T. J. Cooney (Ed.), *Teaching Strategies*. Columbus, Ohio: ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, 1976
❖ Sobel, M. A. and Maletsky, E. M. *Mathematics II*. Toronto: Ginn and Company, 1972
❖ Stake, R. E., Easley, J. A. Case *Studies in Science Education*. (2 vols). Center for Instructional Research and Curriculum Evaluation, University of Illinois, 1978
❖ Steen, L. A. Mathematics today. In L. A. Steen (Ed.), *Mathematics Today: Twelve Informal Essays*. New York: Springer-Verlag, 1978a
Steen, L. A. Math is a four letter word. *The Mathematical Intelligencer*, 1978b, I, 171-172

چگونه یک ریاضیدان محسوب شویم؟

نویسنده: پ. ر. هالموس[1]

مترجم: محمدصال مصلحیان

عضو هیأت علمی دانشگاه فردوسی مشهد

❖ اگر می خواهید یک ریاضیدان به حساب آیید، به درون خود بنگرید و از خود بپرسید که تا چه حدی می خواهید یک ریاضیدان محسوب شوید. اگر این آرزو خیلی ژرف و بزرگ نیست، در واقع، اگر این آرزو بزرگترین نیست، اگر آرزوی دیگری دارید که از این مهمتر است یا حتی بیشتر از یک آرزو دارید، در این صورت نباید تلاشی برای این که یک ریاضیدان به حساب آیید، بکنید. این «باید» یک باید اخلاقی نیست، بلکه یک باید عبرت انگیز است. فکر می کنم احتمالاً در تلاشتان موفق نخواهید شد، و در هر حال احساس دلسردی و غمگینی خواهید کرد.

مدت زیادی طول می کشد تا زندگی کردن را یاد بگیرید، تازه وقتی یاد بگیرید عمرتان تمام شده است. من بیشتر عمرم را در تلاش برای این که یک ریاضیدان به حساب آیم صرف کردم، و چه آموختم؟

چقدر طول می کشد تا یک ریاضیدان محسوب شوید؟ فکر می کنم پاسخ را می دانم: شما باید خوب متولد شوید، باید پیوسته برای تکامل خود تلاش کنید، باید ریاضیات را بیشتر از هر چیز دیگر دوست داشته باشید، باید سخت و بدون وقفه ریاضی کار کنید، و هرگز آن را رها نکنید.

خوب متولد شدن؟ بلی، برای آن که یک محصل ریاضیات محسوب شوید باید فردی با استعداد، با تمرکز ذهن، با ذوق و بصیر، خوش شانس، علاقه مند، همراه با قدرت تصور کردن و حدس زدن متولد شوید. برای تدریس، علاوه بر اینها، شما باید بفهمید که محصلین احتمالاً با چه موانعی روبرو بوده اند و باید با مخاطبانتان، همراه با خیرخواهی، قدرت بیان شیوه واضح و مهارت در تفسیر، هم فکری داشته باشید. بالاخره، برای این که قادر باشید به طور کامل بار مسؤولیتهای اجرایی و اداری حرفه خود را به دوش بکشید، باید فردی مسؤول، با وجدان، دقیق و منضبط باشید؛ همچنین قدری قابلیت رهبری و هدایت به شما کمک می کند.

شما نمی توانید آدم بی عیبی باشید، اما اگر تلاش نکنید، آدم به اندازه کافی خوبی نیز نخواهید شد.

برای این که یک ریاضیدان محسوب شوید، باید ریاضیات را بیشتر از خانواده، پول، آسایش، لذت و شهرت دوست داشته باشید. منظورم این نیست که شما باید ریاضیات را سوای خانواده، پول و بقیه موارد بالا دوست داشته باشید، منظورم این هم نیست که اگر ریاضیات را دوست دارید، هرگز هیچ تردیدی نخواهید داشت، هرگز ناامید نخواهید شد، هرگز حاضر نخواهید شد کاملاً آن را رها

کنید و در عوض به باغبانی بپردازید. دودلی ها و دلسردی ها قسمتی از زندگی هستند. ریاضیدانان بزرگ شکستهایی دارند و ناامید هم می شوند، اما معمولاً نمی توانند از کار ریاضی دست بکشند، و اگر چنین کنند، بدین معنی است که ریاضیات را به طور عمیق نفهمیده اند.

«ریاضیدان» به طور قطع، یک اصطلاح تعریف نشده است، ممکن است امروز(یا از دیرباز) کسانی ریاضیدان نامیده شوند که ریاضیات را تا این اندازه دوست ندارند(یا دوست نداشتند). همسرتان که به ریاضیات علاقه ای ندارد آرزوی زمانی را دارد که احساس پدر یا مادری گناهکار بودن باعث شود در بعدازظهر آخر هفته، به جای آن که سر خود را به دیوار آجری مسائل غامض بکوبید، با پسرتان به بازی بپردازید ـ خانواده، پول، آسایش، لذت، شهرت و دیگر نعمتهای زندگی، عمیق یا سطحی، برای همه ما درجات متفاوتی دارند و من نمی گویم که ریاضیدانان همیشه همهٔ آنها را نادیده می گیرند. نمی گویم که عشق به ریاضیات مهمتر از عشق به چیزهای دیگر است. آنچه می گویم این است که در قلمرویی که علایق فردی می تواند مرتب شود، بزرگترین عشق یک ریاضیدان(جایی که مایل بودم از این اصطلاح استفاده کنم) ریاضیات است. من ریاضیدانان بزرگ و کوچکی را می شناسم و مطمئن هستم آنچه را که می گویم درباره آنها درست است. بعضی از نامهای معروف را ذکر می کنم، تعجب می کردم اگر مارتستون مورس[۲]، آندره ویل[۳]، هرمان ویل[۴]، اسکار زاریسکی[۵]، با من موافق نمی بودند.

توجه کنید! اصرار یا توصیه نمی کنم که ریاضیات را دوست داشته باشید. دستور صادر نمی کنم که اگر می خواهید یک ریاضیدان محسوب شوید، بی درنگ با دوست داشتن ریاضیات شروع کنید، زیرا کار عبثی است. آنچه می گویم این است که عشق به ریاضیات فرضی است که بدون آن نتیجه ای حاصل نمی شود.

اگر می خواهید یک ریاضیدان به حساب آیید، به درون خود بنگرید و از خود بپرسید که تا چه حدی می خواهید یک ریاضیدان محسوب شوید. اگر این آرزو خیلی ژرف و بزرگ نیست، در واقع، اگر این آرزو بزرگترین نیست، اگر آرزوی دیگری دارید که از این مهمتر است یا حتی بیشتر از یک آرزو دارید، در این صورت نباید تلاشی برای این که یک ریاضیدان به حساب آیید، بکنید. این «باید» یک باید اخلاقی نیست، بلکه یک باید عبرت انگیز است. فکر می کنم احتمالاً در تلاشتان موفق نخواهید شد، و در هر حال احساس دلسردی و غمگینی خواهید کرد.

اولین معنای سخت کار کردن را وقتی فهمیدم که «کارمیچل»[۶] به من گفت چه مدت طول کشید تا یک نطق پنجاه دقیقه ای را آماده کند. او گفت: پنجاه ساعت؛ یک ساعت کار برای هر دقیقه از کار نهایی. سالها بعد، وقتی شش نفر از ما مقاله «تاریخ» یعنی «ریاضیات امریکایی از سال ۱۹۴۰ ...»[۷] را نوشتیم، حساب کردم و دیدم که سهم من از این کار حدود یکصد و پنجاه ساعت بود. از تصور اینکه تمام افراد گروه چند ساعت وقت صرف انجام این کار کرده اند بر خود لرزیدیم. تعدادی از ساعاتم صرف آماده کردن سخنرانی(در کنار تهیه مقاله) شد. من تمام مطالب را با صدای بلند ادا کردم، دوباره تمام مطالب را بیان و ضبط کردم. سپس شش مرتبه از آغاز تا پایان، آن را گوش کردم، سه دفعه برای نقطه گذاری که جهت ویرایش ضروری بود(و هر دفعه قبل از شروع دفعه بعد، متن را ویرایش می کردم)، و سه دفعهٔ دیگر برای بدست آوردن رضایت کامل(و بویژه برای بدست آوردن احساس رضایت از هر قسمت). یکبار دیگر نیز همه آنچه را که با دقت آماده کرده بودم، (برای خودم و نه برای هیچ شنونده ای) به عنوان یک مرور نهایی سخنرانی کردم. این کاری است که انجام دادم.

ارشمیدس به ما آموخت که اگر یک مقدار کوچک به دفعات کافی به خودش اضافه شود مقدار بزرگی می شود. [یا بنا به ضرب المثلی، قطره قطره جمع گردد وانگهی دریا شود.]

وقتی این مطلب در انجام یک کار بزرگ، و به ویژه کار یک ریاضیدان به کار می رود، چه آن کار اثبات یک قضیه، نوشتن یک کتاب، تدریس یک درس، مدیریت یک گروه، یا سردبیری یک مجله باشد، ادعا می کنم که دستور زیر معتبر است: روش ارشمیدس تنها روش دست یافتن به چیزهای انجام شدنی است، یک کار کوچک را، به طور پیوسته هر روز، بدون هیچ استثنایی و بدون هیچ تعطیلی انجام بده! به عنوان مثال، اولین چاپ از کتاب مسائل فضای هیلبرت خود را نام می برم، که ۱۹۹ مسأله داشت. من بسیاری از اولین پیش نویسهای آن را در طی سالی که در میامی[۷] اقامت داشتم، نوشتم. خودم را مجبور کردم که روزی یک مسأله بنویسم، البته این بدان معنی نیست که ۱۹۹ روز طول کشید تا کتاب را تمام کردم ـ جمع کل حدود سه برابر این عدد بود.

❖ اگر من به طور جدی به مدت یک ماه، در مورد سؤالی فکر کنم، و برای پاسخ آن تلاش کنم و شکست بخورم، در این صورت متقاعد می شوم که آن سؤال بدیهی نیست و یقین دارم که چنین سؤالی برای ریاضیدانانی که از من خیلی بهتر هستند مناسب است.

عبارت «هرگز رها نکن» نیاز به توضیح ندارد، ولی همیشه سعی کرده ام آن را به همراه شواهدی گویا توضیح دهم. با

این حال در اینجا، فقط برای شوخی، به ذکر یک داستان کوتاه مناسب می پردازم. در حدود سال ۱۹۸۰ از من دعوت شد یک «سخنرانی عمومی» ایراد کنم، آن را ارائه کردم و سپس آن را نوشتم و برای چاپ در مجله «معلم ریاضیات»[۸] فرستادم. در مورد آن نظراتی از دو داور دریافت کردم، قسمتی از نظرات آنها چنین بود: «مؤلف ظاهراً احساس می کند که او، نفوذ و قدرت تجرّد را تشریح می کند. اگرچه مثالهای مؤلف توان انجام آن کار را دارد، احساس نمی کنم طرز ارائه آنها، این تأثیر را بیافریند .... ایراد بزرگ این مقاله این است که سبکی پیچیده دارد. روند ایده ها واضح نیست ... مباحث ریاضی که روی آنها تأکید شده است، فقط از جذابیت متوسطی برخوردارند. ...» مقالهٔ مزبور قویاً رد شد. من تسلیم نشدم ـ فقط شانه هایم را بالا انداختم، و همان مقاله را، لغت به لغت، همچنان که بود برای یک مجله ریاضی[۹] فرستادم. آن مقاله قبول و چاپ شد، و یک سال بعد از آن، جایزه «پولیا»[۱۰] را از اتحادیه ریاضی امریکا[۱۱] دریافت نمود.

❖ **من اندیشیدم، تدریس کردم، نوشتم و پنجاه سال درباره ریاضیات صحبت کردم و خوشحالم که چنین کردم. می خواستم که یک ریاضیدان به حساب آیم و هنوز هم می خواهم.**

❖ **شما نمی توانید آدم بی عیبی باشید، اما اگر تلاش نکنید، آدم به اندازه کافی خوبی نیز نخواهید شد.**

همهٔ این دستورات و توضیحات درباره این است که چگونه یک ریاضیدان محسوب شویم و اساساً از تلاشهای شخصی ام برای اینکه یک ریاضیدان محسوب شوم ناشی شده است. هیچ کس نمی تواند به شما بگوید که ریاضیدانان چه باید انجام دهند، و من کاملاً مطمئن نیستم که می دانم در واقع آنها چه انجام می دهند ـ همه آن چیزی که، واقعاً می توانم بگویم، آن چیزی است که خود انجام داده ام.

چه اندازه به مقصودم نزدیک شدم؟ کل کمکهای من به ریاضیات چیست؟ اولین پاسخی که به ذهنم خطور می کند عبارت است از: یک برهان کوتاه اما زیبا (قضیه رده یکنوا)[۱۲] تعدادی فضاهای معقول (اساساً در مقالاتم در زمینه ارگودیک[۱۳]، نظریه های تقریب ۹ و اندازه ۱۰) و یک ایده خوب در منطق[۱۴].

چیزی که تا اندازه ای در آن مهارت دارم سؤال پرسیدن است. یک مسأله مفروض ریاضی که صورت آن را بفهمم، چیزی در مورد تاریخش بدانم و زمانی را صرف مطالعه آن کرده باشم، و مسأله ای که من آن را با روشهای استاندارد و با دقت، به زبان امروزی بیان کنم ـ و با فرض اینکه همه این موارد صورت گرفته باشد ـ می توانم ادعا کنم قدری ذکاوت برای تعیین و طرح سؤالات اساسی داشته ام. اگر من به طور جدی به مدت یک ماه، در مورد سؤالی فکر کنم، و برای پاسخ آن تلاش کنم و شکست بخورم، در این صورت متقاعد می شوم که آن سؤال بدیهی نیست و یقین دارم که چنین سؤالی برای ریاضیدانانی که از من خیلی بهتر هستند مناسب است. وقتی یکی از آن ریاضیدانها آن را حل کند، باید حداقل کمی احساس مباهات و لذت نماید. (مثالها: نابرابری توانی[۱۵]، و قضیه ویل ـ فن نیومن برای عملگرهای نرمال[۱۶]).

در رابطه با سؤالاتی که مطرح کردم می توانم از مفاهیمی که کشف و معرفی کرده ام، نام ببرم. عملگرهای شبه مثلثی و زیرنرمال[۱۷]، و احتمالاً گنجایش در جبرهای باناخ[۱۸].

نظریه های مهمی از چنین مفاهیمی ناشی شده است. جا دارد آنها را در این نظریه ها سهیم بدانیم.

چند مقالهٔ تشریحی خوب و تعدادی کتاب نسبتاً خوب نوشته ام. شاید بهترین آنها فضاهای برداری با بعد متناهی[۱۹] و کتاب مسائل فضای هیلبرت هستند ـ اما به هر حال نظر من دراین مورد شاید یکی از کم ارزش ترین نظرها باشد.

تقریباً بزرگترین یادگارهای من عبارتند از یک اختصارسازی و یک نماد چاپی. من "IFF" را به جای «اگر و فقط اگر» برگزیدم ـ اما هرگز نمی توانم باور کنم که واقعاً اولین مخترع آن بوده ام. کاملاً آمادگی قبول این نکته را دارم که قبل از من این نماد وجود داشته است، اما نمی دانم که این چنین بوده است یا خیر، با این حال اختراع (تجدید اختراع) من چیزی است که کاربرد آن را در سراسر دنیای ریاضیات رواج داد.

نماد چاپی که در بالا از آن یاد کردم قطعاً ابتکار من نیست ـ این نماد قبل از آنکه من آن را برگزینم، در مجله های عمومی (نه مجله های ریاضی) ظاهر شده بود، اما، بار دیگر، به نظر می رسد که من آن را به ریاضیات معرفی کرده ام. این نمادی است که گاهی اوقات شبیه □ به نظر می رسد، و برای بیان پایان، معمولاً پایان یک برهان به کار می رود. آن نماد را اغلب «سنگ قبر» می نامند، اما لااقل یک مؤلف جوانمرد به آن با عنوان «هالموس» اشاره کرد.

این هم از این! از یک زندگی و از یک خط مشی! فکر می کنم به ترتیب کاهش کیفیت کار، یک نویسنده، یک سردبیر، یک معلم و یک ریاضیدان محقق بوده ام.

دیگر چه؟ نوشتن این کتاب کار زیادی برد. یک سال و نیم وقت و انرژی ام را گرفت. در این مدت به تحقیقات نپرداختم. این یک قمار حساب شده بود. می خواستم این کتاب را بنویسم. در کل

❖ در قلمرویی که علایق فردی می‌تواند مرتب شود، بزرگترین عشق یک ریاضیدان (جایی که مایل بودم از این اصطلاح استفاده کنم) ریاضیات است.

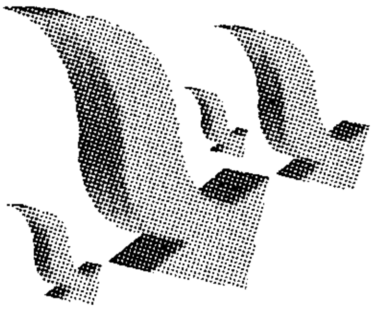
مطمئن نبودم که بتوانم این کار را همان طوری که می خواهم انجام دهم، مطمئن نبودم که بتوانم به مخاطبان اندیشه ای را القا کنم که می خواستم بگویم. اگر موفق می شدم، خوشحال می شدم و گرنه، غمگین. اما در هر حال، حاضر نبودم که به سوراخی بخزم و آن ایده را با خودم یدک بکشم. مایل هستم که ریاضیات بیشتری بنویسم، بیشتر تدریس کنم، و چه کسی می داند، حتی یک قضیه را اثبات کنم. می خواهم تلاش کنم. این امری قطعی است. من اندیشیدم، تدریس کردم، نوشتم و پنجاه سال درباره ریاضیات صحبت کردم و خوشحالم که چنین کردم. می خواستم که یک ریاضیدان به حساب آیم و هنوز هم می خواهم.

زیرنویس‌ها:

❊ این مقاله ترجمه فصلی مستقل با عنوان How to be a mathematician از کتاب ریاضیدان آمریکایی مجاری تبار P. R. Halmos تحت همین نام است.

1. P. R. Halmos
2. Marston Morse
3. Andre Weil
4. Hermann weyl
5. Oscar Zariski
6. Carmichael
7. American mathematics from 1940...
8. Mathematics Theacher
9. Two-Year College Mathematics Journal
10. Polya
11. Mathematical Association of America
12. Monotone class theorem
13. Ergodic
14. Approximation Theories...
15. In general a measure preserving theorem is mixing.
16. Polyadic
17. the power in equality
18. the Weyl-von Neumann theorem for normal operators.
19. subnormal and quasitriangular operators
20. capacity in Banach algebras
21. Finite-Dimensional Vector Spaces

❖



اثبات جدید

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{n}$$

روئین

مرکز تحصیلات تکمیلی زنجان

بنا به نامساوی حسابی ـ هندسی داریم:

$$0 \le \sqrt[n]{n} - 1 = \frac{n-1}{n^{\frac{n-1}{n}} + n^{\frac{n-2}{n}} + \cdots + 1}$$

$$\le \frac{n-1}{n\sqrt[n]{n^{\frac{1}{n}+\frac{2}{n}+\cdots+\frac{n-1}{n}}}} = \frac{n-1}{n^{\frac{3n-1}{2n}}}$$

$$\le \frac{1}{\sqrt{n}}$$

آموزش و یادگیری آنالیز مقدماتی

نویسنده: میشل آرتیژ واکوپ دی دیرم
مترجم: علیرضا مدقالچی
استاد ریاضی دانشگاه تربیت معلم

۱ـ مقدمه

ورود دانش آموزان به حوزه های مفهومی در آنالیز امر ساده ای نیست. امروزه به برکت پژوهشهای آموزشی و یادگیری که در سالهای اخیر در این حوزه انجام گرفته است (تال، ۱۹۹۱)[1] بهتر می توانیم طبیعت واقعی مشکلات دانشجویان را درک کنیم و از شکست استراتژی های کلی استانداردهای آموزشی آگاهیم. در نتیجه، در تمام جهان برنامه ریزی جدیدی جهت یافتن روشی برای ورود قابل قبول و با معنی به حوزه های مفهومی انجام شده است. (آنتیمژه و ارونیک ۱۹۹۲)[2]

به نظر می آید که رویکردهای تجربی و شهودی بر اساس فن آوریهای جدید به طور وسیعی [بر رویکردهای سنّتی] برتری یافته اند. توانایی های بالقوه و محدودیت های آنها چقدر است؟ از تجارب کشورهایی که چنین رویکردهایی را در سالهای پیش انجام داده اند چه می آموزیم؟ در این مقاله به این موضوع های مهم اشاره خواهم کرد.

اولاً کوشش می کنم که نتایج اصلی تحقیقات آموزشی را که در این زمینه ها انجام شده است با هم ترکیب کنم. نمی خواهم وانمود کنم که با جزئیات کامل این موضوع را انجام می دهم ولی سعی می کنم که نظریات شخصی خود را از وضعیت موجود این فن ارائه دهم. سپس سعی می کنم که با در نظر گرفتن یک حالت خاص، روشهای آموزش و تحولات آن را تجزیه و تحلیل کنم؛ و این حالت خاص، برنامه های آموزشی دبیرستانی فرانسه است که انصافاً استراتژی کلی را خوب توصیف کرده است. بالاخره، به توانائیها و محدودیتهای رویکردهای جدید می پردازم که می توان آنها را با توجه به تجارب فرانسه ارزیابی کرد.

۲ـ مشکلات دانشجویان در ارتباط با حوزه های مفهومی در آنالیز

پژوهشهای آموزشی، دلالت بر وجود مشکلات مقاوم و قوی در این حوزه را دارد. این مشکلات دارای منشأهای متفاوت هستند ولی در یک شبکهٔ پیچیده بر یکدیگر به شدت اثر می کنند و متقابلاً همدیگر را تقویت می کنند. با این حال، با ساماندهی این ترکیب، اینها را در سه مقولهٔ زیر دسته بندی می کنم:

■ مشکلات ناشی از پیچیدگی ریاضی اشیای اصلی این حوزه یعنی اعداد حقیقی، توابع و دنباله ها. این ها اشیایی هستند که در شروع آموزش رسمی به شکل ساختاری ارائه می شوند.

■ مشکلات ناشی از مفهوم سازی حدّ در بطن این حوزه و مهارتهای

تکنیکی آن .

■ مشکلات ناشی از نقص تفکّر جبری .

۲ ـ ۱ ـ مشکلات ناشی از اشیای اصلی این حوزه

نمی توانیم قبول کنیم اشیای اصلی آنالیز مفاهیم تازه‌ای برای دانشجویان به هنگام ورود به این حوزه هستند . مثلاً ، در فرانسه ، اعداد اصم ، توابع خطی و آفین در پایهٔ ۸ و ۹ ، و در پایهٔ ۱۰ مفهوم تابع جزء مفاهیم اصلی درمی آیند . با وجود این ، نمی توانیم بگوییم که این مفاهیم جا افتاده اند ؛ بلکه آنالیز در مفهوم سازی آنها و مهارت در به کارگیری آن ها ، نقش اساسی ایفا خواهد کرد .

اعداد حقیقی

تحقیقات گوناگون نشان می دهند مفاهیمی که به وسیلهٔ دانش آموزان از اعداد حقیقی ساخته می شود مناسب نیست . تمایز بین انواع مختلف از اعداد نامعلوم است و قویاً به نمایشهای احساسی آنها وابسته است (مونیازکوی ۱۹۹۵)[۳] . به علاوه ، به کارگیریِ در حال افزایش و غیرقابل کنترل ماشینهای حساب ، تشابه اعداد حقیقی / اعداد اعشاری را تقویت می کند .

در این سطح از آموزش ، اعداد حقیقی اشیای جبری هستند . ترتیب حقیقی به عنوان ترتیب فشرده تشیخص داده می شود ولی با توجه به قراین ، دانش آموزان می توانند این خاصیت را درست قبل یا بعد از تدریس اعداد با خود اعداد آشتی دهند : مثلاً اغلب گفته می شود که ۰/۹۹۰۰۰ عددی درست قبل از ۱ است ، بیش از ۴۰٪ دانش آموزان فرانسوی که به دانشگاه راه می یابند تصور می کنند که اگر دو عدد A و B در شرط : به ازای هر n ، $|A-B| < \frac{1}{n}$ صدق کنند ضرورتاً مساوی نیستند ، بلکه بسیار نزدیک ، و به یک مفهوم متوالی هستند . یکسانی بین اعداد حقیقی و محور حقیقی نیز قابل درک نیست . حتی اگر دانش آموزان این اصل را بپذیرند که یک تناظر یک به یک بین R و محور وجود دارد ، هنوز متقاعد نشده اند که فلان عدد حقیقی دارای جایگاه مشخصّی در روی خط است . (کاستلا ۱۹۹۶)[۴]

توابع

در مورد توابع وضعیت حتی پیچیده تر است و به سختی می توان نتایج تحقیقات عظیم موجود را در چند کلمه خلاصه کرد . من فقط به چند مقولهٔ اساسی از این مشکلات اشاره می کنم ، که همان طور که قبلاً نیز گفته ام ، به طور مستقل عمل نمی کنند .

■ *مشکلات ناشی از اینکه واقعاً یک تابع چیست و اینکه دنباله ها همان توابع هستند .*

معلوم است قاعده‌ای که توسط دانش آموزان برای تعیین یک تابع به کار می رود با تعریف رسمی این مفهوم حتی برای دانش آموزانی که می توانند این تعریف را به کار برند ، متفاوت است (وینر و دریفوس ، ۱۹۸۹)[۵] . این ضوابط بیشتر وابسته به مثالهای نوعی

❂ تابع f با ضابطهٔ ۲ = f(x) به عنوان تابع شناخته نمی شود زیرا عبارت جبریِ تابعی از x نیست ولی اگر به وسیلهٔ نمایش نموداری با یک خط نمایش داده شود یک تابع است. چنین پدیده‌ای محقیقن را به سمتی رهنمون می سازد که بین آنچه که «تعریف مفهومی» و آنچه که «تصور مفهومی» نامیده می شود تفاوت قایل شوند. (تال و وینر ۱۹۸۱)[۷]

هستند که به عنوان نمونه برداشته شده یا از ارتباطهائی مانند ارتباط : فرمول ـ تابع یا تابع ـ منحنی گرفته شده است .

بنابراین یک شیئ را با توجه به نمایش کلامی آن می توان تابع تصور کرد یا نکرد : مثلاً ، تابع f با ضابطهٔ ۲ = f(x) به عنوان تابع شناخته نمی شود زیرا عبارت جبریِ تابعی از x نیست ولی اگر به وسیلهٔ نمایش نموداری با یک خط نمایش داده شود یک تابع است . چنین پدیده ای محقیقن را به سمتی رهنمون می سازد که بین آنچه که «تعریف مفهومی» و آنچه که «تصور مفهومی» نامیده می شود تفاوت قایل شوند . (تال و وینر ۱۹۸۱)[۶] *مشکلاتی که در ورای فرآیند مفهومی تابع قرار می گیرند و می توانند فرآیند انعطاف پذیری و بعد ملموس این مفهوم را به هم وصل کنند و آن را به عنوان نظریه مفهومی توسعه دهند . (تال و توماس ۱۹۹۱)*[۷]

تحقیقات به وضوح نشان می دهند که خلاء کیفی بین دو سطح مفهوم سازی یعنی سطح فرآیندی و سطح عینی وجود دارد (اسفارد ۱۹۹۲)[۸] (دوبینسکی و هارل ، ۱۹۹۲)[۹] . مثلاً می توان مشکلاتی را که دانش آموزان در بررسی تساوی دو تابعی که با تساوی هم ارز تعریف می شود ، و کار با توابعی که با خواص عمومی تعریف می شوند ، ردگیری کرد . اگر دانش آموزان صرفاً به منظر فرآیندی توابع تکیه کنند ، به طوری که مجبورند با آنها در بسیاری از فرآیندهای پیچیده (مانند انتگرال گیری ، مشتق گیری ...) به عنوان اشیای ملموس درگیر شوند (و به طوری که باید آنها را نه تنها به عنوان اشیای خاصی بلکه به عنوان رده‌ای از توابع که با خواص ویژه‌ای تعریف می شوند : توابع پیوسته ، C1 ، انتگرال پذیری ریمان ... بررسی کنند و کار ریاضی در آنالیز بسیار پیچیده خواهد بود . به طوری که آنها مجبورند نه تنها به عنوان اشیای خاصی آنها را بررسی کنند بلکه به عنوان رده ای از توابع به وسیلهٔ خواّص ویژه تعریف می شوند : توابع پیوسته ، C1 ، انتگرال پذیری ریمان ... . کار ریاضی در آنالیز بسیار پیچیده خواهد بود .

■ *مشکلات ناشی از ضبط احساسهای متفاوت که ما را برای نمایش و کار با توابع مجاز می‌سازد.*

این مشکلات به طور وسیع مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته اند (رامبرگ، کارنیتر، فی‌نما، ۱۹۹۴)[10]. هم مشکلاتی که از انتقال یک ضبط احساسی به ضبط احساسی دیگر، مخصوصاً از ضبط نموداری به ضبط جبری و هم مشکلاتی که از به کار بردن آگاهی مربوط به مفاهیم متفاوت در درون یک ضبط به کار می رود و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته اند. مثلاً ضبط نموداری توابع و مشتقات آنها. همچنین تحقیقات از حساسیت کم نسبت به این مشکلات در آموزش عمومی خبر می دهند و به خوبی توضیح می دهند که چگونه این روشها مشکلاتی را که به وسیلهٔ نمایش های نموداری به عمل می آید تحمیل می کنند و اینکه ارزش کمتری به استدلال نموداری داده می شود.

■ **مشکلاتی که با رفتن در ورای تفکر جبری و عددی به وجود می‌آیند.**

این مقوله از مشکلات کمتر در ادبیات مورد بحث قرار می گیرند، شاید به این علت که به دانش آموزان به ندرت مسئولیت نوع تفکری داده می شود که در حل مسأله باید به کار گیرند. معهذا، از زمان اویلر و یا حداقل از زمان کتاب مشهور او «مقدمه ای بر آنالیز بی نهایت ها»[11] حوزه ای از ریاضی در مفهوم تابع و تفکر تابعی مانند خود آنالیز یک بحث اساسی است. پژوهش های جدید در فرانسه (فیشو ۱۹۹۶)[12] نشان می دهند وقتی دانش آموزان به پایهٔ ۱۱ می رسند، آنهایی که در طول سه سال گذشته به طور توصیفی تابع را دیده اند، واقعاً جذابیت و صرفهٔ تفکر تابعی را درک نمی کنند. برای اکثر آنان تابع به عنوان موضوع ساده ای از قراردادهای آموزشی باقی می ماند.

۳ ـ ۲ ـ مشکلات ناشی از مفهوم حدّ

مشکلاتی که دانش آموزان در این مقوله با آن روبه رو هستند کاهش نمی یابد. مشکلاتی که در ارتباط با مفهوم سازی مفهوم حد هستند، به خوبی در ادبیات تحقیق مستند شده اند (کورنو ۱۹۹۱)[13]. در ارتباط با این حوزهٔ خاص، باید توجه داشت که چند نفر از محققین به موانع معرفت شناسی ارجاع می کنند که به وسیلهٔ فیلسوف گاستون بیچیلرد[14] معرفی شده است. (لیرنییسکی، ۱۹۸۸ و اشنایدر، ۱۹۹۱)[15]. مطابق نظریهٔ بیچیلرد، آگاهی علمی نه در فرآیند پیوسته بلکه از رد آگاهیهای علمی قبلی ساخته می شود که «موانع معرفت شناسی» را شکل می دهند. از این رو، این نویسندگان فرض می گیرند که بعضی از مشکلات یادگیری مخصوصاً بعضی از مشکلات مقاوم آنها نتیجه ای از نوعی دانش و آگاهی است که زمانی، مرتبط و مؤثر با محتوای اجتماعی و علمی است که دانش آموزان با

نگرش به این تغییرات، با ملحوظ داشتن افزایش مشکلات تکنیکی، به ما کمک می کند که فاصلهٔ بین توانایی تعریف رسمی حدّ، حتی نمایش نموداری به‌وسیله مثالها و مثالهای نقض را، از توانایی مهارتهای تکنیکی این تعریف، به عنوان ابزار عملیاتی در حل مسایل و ارائهٔ برهان ها، بهتر بفهمیم.

آنها مواجه می شوند. به عبارت دیگر، آنها در مشکلاتی متمرکز هستند که می توان آنها را به عنوان نتیجه ای از شکلهای به طور موضعی مؤثر و مرتبط علوم بیان کرد، که هم در گسترش تاریخی این مفهوم و هم در یادگیری فعلی آن ظاهر می شوند. حتی اگر آنها نسبت به تفاوتهای فرهنگی به طور کامل به یک شکل نباشند. در مورد مسألهٔ حد، نویسندگان مختلف حداقل با موانع معرفت شناسی موافق هستند.

■ مفهوم کلمهٔ «حد» که مفهوم نفوذ ناپذیر حدّ را به عنوان حصار و یا آخرین جملهٔ یک فرآیند، کاهش می دهد و یا همگرایی را به همگرایی یکنوا محدود می کند.

■ تعمیم بیش از اندازهٔ خواص فرآیند متناهی به فرآیند نامتناهی، مطابق اصلی پیوستگی که توسط لایپ نیتز بیان شده است.

■ قدرت هندسی توابع که از یکسان سازی اشیایی که در فرآیند حد به کار می روند باتوپولوژی موردنظر ناشی می شود. این امر بازی دقیق بین وضعیت عددی و هندسی در فرآیند حدّ را نشان می دهد.

قدرت چنین مانعی به وسیلهٔ مشکلاتی که دانش آموزان و حتی دانش آموختگان وقتی در مقابل این سؤال ناآشنا قرار می گیرند که: چرا روش: برش یک کره به تکه های کوچک و تقریب آن به وسیله توده ای از استوانه های کوچک و سپس حدگیری، در مورد حجم جواب درست می هد ولی در مورد سطح جواب نادرست؟ مورد تأیید قرار می گیرد. در حالی که توده ای از استوانه ها دارای حد هندسی است، بسیاری از آنان درک نمی کنند که چرا کمیتهای متفاوت منسوب به توده ای از استوانه ها به کمیتهای متناظر در کره همگرا نیست!

در ادبیات تحقیق در مورد حدّ، شناسایی موانع معرفت شناسی نقش عمده ای را بازی می کند ولی مشکلات دانش آموزان را در این مقولهٔ خاص کاهش نمی دهد. مفهوم حدّ، همانند مفهوم تابع، دارای دو چهره است: چهرهٔ فرآیندی و چهرهٔ تصویر ذهنی. توانایی

آموزش آنالیز، آموزش رسمی نبود، رویکرد آن رویکرد شهودی و تجربی بود، و تمایل به این جهت بود که به اعمال جبری محدود نشود. این سرفصلها به منظور تطابق بهتر با روند رو به افزایش دموکراسی در دبیرستانها در سالهای ۱۹۸۰، ۱۹۹۰، ۱۹۹۳ اصلاح شد، ولی به طوری که حداقل در سرفصل دروس عنوان شده است، روح حاکم بر آن ثابت ماند.

کارآمدی با این دو چهره نیازمند فرآیندی است که پیچیدگی و مشکلات آن اکنون به خوبی شناخته شده است. این واقعیت توضیح می دهد که چرا دانش آموزان در تمام نقاط جهان، در یکسان سازی ۰/۹۹۹... و ۱ مشکل دارند. مساوی قرار دادن این دو، مفهومی است. که مقولهٔ مهم دیگری از مشکلات (حداقل در آنالیز استانداردی که امروزه تدریس می شود) از رفتارهای تعریف رسمی این مفهوم ناشی می شود، ولی در ورای این رفتار رسمی، یک نقطهٔ اصلی وجود دارد: بین مفهوم شهودی حد و مفهوم رسمی خلأ کیفی بزرگی وجود دارد. مفهوم رسمی حد مفهومی است که به طور نسبی به مفاهیم قبلی مفهوم مشابه تجزیه می شود. نقش آن به عنوان مفهوم یکسان سازی یک مفهوم اساسی و مهم است که شاید بسیار مهمتر از نقش مفید آن در حل مسأله باشد. در اینجا با یک بعد معرفت شناسی این مفهوم مواجه هستیم که تقدّم و تأخر آموزشی آن مشهود نیست. در واقع، بعضی از محققین مانند الف رابرت (رابرت، رابینه، ۱۹۹۶)[۱۶] متقاعد شده اند که این موضوع نیازمند یک میانجی گری در یک فراسطح° است. بعضی از روابط را مطمئناً می توان با ایده هایی که توسط ویگوتسکی[۱۷] در شکل گیری مفاهیم علمی توسعه یافته اند به کار بست.

۲-۳- مشکلاتی که ملازم تفکر جبری هستند

فعالیتهای ریاضی در آنالیز قویاً وابسته به مهارتها و شایستگیهای جبری است، ولی همزمان، ورود به «تفکر آنالیزی» ما را وادار می کند که از تفکر جبری فاصله بگیریم (لِگراند. ۱۹۹۳)[۱۸]. تناقض بین تفکر جبری و تفکر تحلیلی دارای ابعاد مختلف و متفاوتی است ولی من خود را به نقاط اساسی آن محدود می کنم.

ابتدا، به منظور ورود به تفکر آنالیزی و کارآمد بودن در آن، باید نوع دیگری از تساوی را گسترش دهیم که همان گسترش تکنیکها و مهارت در تکنیکهای جدید برای اثبات تساویها است. توجه کنید که تغییرات مشابه در تحقیقات آموزشی در مورد انتقال از تفکر عددی به تفکر جبری ضبط شده است. به طور خلاصه، در جبر برای اثبات تساوی دو عبارت $a(x)$ و $b(x)$ استراتژی استاندارد به صورت زیر است: یک یا دو طرف تساوی را به عبارات هم ارز تبدیل می کنیم تا به یک عبارت بدیهی برسیم، یا تفاضل (یا خارج قسمت) آنها تا به دست آمدن ۰ (یا ۱) ادامه می دهیم. در آنالیز، البته اگر کسی نخواهد خود را به اعمال جبری محدود کند، این استراتژی خارج از دسترس و یا حداقل با صرفه ترین نیست. به طوری که چون ما اشیای آنالیز را نمی شناسیم ولی اشیای جبری را می شناسیم و در آنالیز اغلب با خواص موضعی کار می کنیم. ما باید منظر دیگری از تساوی را که ناشی از «نزدیکی بینهایت» موضعی است گسترش دهیم. یعنی می توان گفت که این تساوی ناشی از این واقعیت است که «به ازای فاصلهٔ مناسب d، اگر $\forall\varepsilon, d(A,B) < \varepsilon$، آن گاه $A = B$. در نتیجه، در آنالیز نامساویها نقش غالبتری بر تساوی ها دارند و استدلال موضعی با شرایط کافی روی عبارات جبری به صورت روش اصلی در استدلالها در می آیند.

مثلاً، اگر می خواهید ثابت کنید که یک همسایگی از X_0 وجود دارد به طوری که $a(x)<b(x)$، مسلماً کوشش نمی کنید که این نامساوی را به روش جبری ثابت کنید. با معرفی عبارات متوالی $a_1(x)$، $a_2(x)$، ...، $a_n(x)$ و در صورت لزوم با کاهش همسایگی اولیه آن را به نامساوی های موضعی $a(x) < a_1(x) <\cdots< a_n(x)$ تبدیل می کنید تا اینکه دلایلی به دست آورید که در یک همسایگی x_0 مطمئن شوید که $a_n(x) < b(x)$. هر مرحله از این فرآیند نیازمند انتخابهای مشکلی است: شما باید بپذیرید اطلاعاتی را در مورد $a(x)$ از دست می دهید ولی نه خیلی زیاد که موضعاً کمتر از $b(x)$ باقی بماند و باید این انتخابها را با بازی ظریف روی همسایگی ها ترکیب کنید.

نگرش به این تغییرات، با ملحوظ داشتن افزایش مشکلات تکنیکی، به ما کمک می کند که فاصلهٔ بین توانایی تعریف رسمی حدّ، حتی نمایش نموداری به وسیله مثالها و مثالهای نقض را، از توانایی مهارتهای تکنیکی این تعریف، به عنوان ابزار عملیاتی در حل مسایل و ارائهٔ برهان ها، بهتر بفهمیم.

برای اتمام این بخش، می خواهیم بُعد دیگری از این تناقض بین روش قدیمی تفکر و تفکر تحلیلی بیان کنیم. ورود به دنیای آنالیز نیازمند ساختن اشیایی است که در دنیاهای دیگر اشیای شناخته شده ای هستند. مفهوم مماس یکی از چنین مثالهایی برای الزام این ساختار است. به طوری که کاستلا (۱۹۹۵) نشان داده است، نظام آموزشی حداقل دز فرانسه، نسبت به این مسأله حساس نیست و این حساسیت ضعیف، باعث تأثیر منفی شده است.

۳- تحول در برنامه‌های آموزشی دبیرستانی فرانسه

۳-۱ تجدید نظر ۱۹۰۲

رویکردهای پراگماتیک و جبری به آنالیز

همانند بسیاری از کشورها، آنالیز در برنامهٔ دبیرستانی ما در شروع قرن یعنی در ۱۹۰۲ و با تجدیدنظر در آن ظاهر شد (اغتیره ۱۹۹۶)[۱۶]. این یک شروع موفقیت‌آمیز بود که مورد حمایت بسیاری از ریاضیدانان معروف نظیر پوانکاره، بورل و آداماراد قرار گرفت. به طوری که ده سال بعد، به وسیلهٔ ICMI که وقت خود را وقف این مشکلات کرده بود نیز مورد تأیید قرار گرفت. (بک، ۱۹۱۴)[۱۹]

برای ریاضیدانانی که درگیر فرآیند تجدیدنظر برنامهٔ درسی بودند، تدریس آنالیز بایستی دقیق و فارغ از هر نوع تفکر ماورای فیزیکی (و به همین دلیل، فارغ از هر نوع بینهایت کوچک‌ها) می‌بود امّا در همان حال نیز، برای دانش‌آموزان قابل دسترسی و برای دانش ریاضی و فیزیک مفید بود. نقل قول‌های زیر از کنفرانس معروفی که به وسیلهٔ پوانکاره در مورد تعاریف ریاضی ارائه شده (پوانکاره، ۱۹۰۴) و از مطالعات ICMI استخراج شده، این وضعیت را توضیح می‌دهد:

«بدون شک، برای یک معلم مشکل است چیزی را آموزش دهد که به طور کامل او را راضی نمی‌کند، ولی رضایت معلم هدف منحصر به فرد آموزش نیست؛ ابتدا باید توجه کرد که تفکر دانش‌آموز چیست و چه می‌خواهد» (پوانکاره)

«وظیفهٔ اصلی ما، معرفی مفاهیم حساب دیفرانسیل و انتگرال به طریق شهودی با تکیه بر مفاهیم هندسی و مکانیکی است که به تدریج، به تجرید لازم برسد. تمام برهانهای ما باید درست باشند، ولی لازم نیست تمام قضایا جزو اهداف ما باشند (بک)».

این ریاضیدانان متقاعد شده بودند که می‌توان یک برنامهٔ درسی در آنالیز مرتبط با این اصول و بدون مشکلات زیاد، و با ملحوظ داشتن مفهوم حد ارائه داد. جملهٔ زیر از گزارش نهایی مطالعات (ICME) ارائه می‌شود:

«مفهوم حدّ در آموزش دبیرستانی و حتی در آموزش سطوح مقدماتی آن چنان حضور دارد (کسرهای اعشاری نامحدود، مساحت یک دایره، لگاریتم، سریهای هندسی، ...) که تعریف آن، احتمال هیچ گونه مشکلی را برنمی‌انگیزد.

در واقع، آنچه که آن زمان آموزش داده می‌شد، حسابان استاندارد بوده است، ولی باید آگاه باشیم که افزایش قدرت و دقت ارائه شده توسط این آنالیز جبری برای حل مسایل کلاسیک در سطح دبیرستان به قدری روشن است که سودمندی حسابان جدید را نمی‌توان تکذیب کرد.

۳-۲- تجدید نظر در دهه شصت [میلادی] تجدیدنظر جدید در ریاضیات در راستای رویکرد رسمی به آنالیز

این برنامه تا شروع دههٔ ۶۰ ثابت ماند. در آن زمان، ساختارگرایی به صورت نظریهٔ غالب در می‌آمد. ریاضیدانان باید قدرت ساختارهای جبری را کشف می‌کردند و موضوعات بنیادی دارای نقش غالب می‌شدند. آن زمان، دوران طلایی گروه بورباکی در فرانسه بود که در سال ۱۹۳۷ پایه گذاری شد. این گروه به منظور تجدیدنظر در دروس حسابان در دانشگاه تشکیل شد. در آن زمان، آموزش سنتی آنالیز به عنوان یک موضوع مهجور مانده بود که قادر به مواجههٔ موفق با ایده‌های اصلی ریاضی نبود. در ۱۹۶۰ تجدیدنظر توأم با تغییر وارد برنامه‌های دبیرستان شد معرفی مفهوم آنالیز با تأکید کم‌تر بر مراحل تجربی و پراگماتیک و با تأکید بیشتر بر مفاهیم اساسی و بعد ساختاری معرفی شد. در همان زمان، سورها و نظریّه مجموعه‌ها و نظریه ساختاری جبری به طور رسمی وارد برنامه شدند. تعریف رسمی حد به طور صریح در سر فصل دروس ذکر گردید. این یک تجددگرایی واقعی ولی نه یک انقلاب بود که در ۱۹۶۵ بر برنامه‌ها تحمیل شد.

ورود به دنیای آنالیز نیازمند ساختن اشیایی است که در دنیاهای دیگر اشیای شناخته شده‌ای هستند. مفهوم مماس یکی از چنین مثالهایی برای الزام این ساختار است. به طوری که کاستلا (۱۹۹۵) نشان داده است، نظام آموزشی حداقل در فرانسه، نسبت به این مسأله حساس نیست و این حساسیت ضعیف، باعث تأثیر منفی شده است.

نگرش دقیق به کتب درسی نشان می‌دهد که آن زمان دورهٔ انتقال بود و تحول ایجاد شده، سازمان گذشته را ابطال نکرد.

تجدیدنظر جدید در شروع دههٔ ۷۰ ورق را برگرداند. آنالیز قسمت عمده و اصلی این تجدیدنظر نبود ولی آموزش آنالیز عمیقاً تحت تأثیر این تغییر قرار گرفت. تمرکز بیشتر روی تعاریف و موضوعات بنیادی بیش از حل مسأله به طور رسمی و نظری مورد توجه قرار گرفت. این تجدیدنظر نیز به زودی بعد از روبه‌رو شدن با موج جهانی مخالفت در فرانسه رد شد.

۳-۳- رد تجدیدنظر جدید و معرفی رویکردهای شهودی و تجربی

آخرین تجدیدنظر مستقیماً نتیجه رد تجدیدنظر قبلی بود و در سال ۱۹۸۲ به وقوع پیوست. این تجدیدنظر تحت تأثیر کارهای تجربی و بازتابهای انجام شده توسط IREM بود. این برنامه به وسیلهٔ دیدگاهی

از ریاضیات مورد پشتیبانی قرار گرفت که در آن، ریاضی بر اثر تحول تاریخی و فرهنگی تولید شده است و با توجه به محتوای تاریخی و فرهنگی آن به صورت دانش برجسته درآمده است. کوشش این برنامه این بود که تعادل مناسبی بین تسلسل ریاضی این حوزه و درک دانش آموزان ایجاد کند و تعادل بهتری بین ابعاد «ابزاری» و «مفهومی» مطابق نظریهٔ (داآدی، ۱۹۸۶)[۱۷] برقرار سازد. می توان گفت که گسترش درونی و ساختن مفاهیم اساسی این حوزه و کاربرد آنها به عنوان ابزاری برای حل مسائل درونی یا بیرونی از اهداف این برنامه بود. پیشنهاد کمیسیون "IREM Analyse --" که در سال ۱۹۸۱ چاپ شد، انعکاس این ایده ها است که به صورت زیر هستند:

- رابطهٔ بین نظریه ها و کاربردها تصحیح شود و سرفصلها بر محور حل مسأله به اندازهٔ زیاد و به عنوان نماد معرفت شناسی این حوزه تدوین شود؛ به طوری که این حوزه بنا به نظریه دیودونه به عنوان حوزه ای مطرح است که «تقریب، بزرگ نمایی، کوچک نمایی» فرآیندهای اصلی آن هستند.
- ایجاد تعادل بهتر بین آنالیز کیفی و کمّی، با دادن اهمیّت بیشتر به مسایل کمّی، به برکت استفاده از ماشینهای حساب.
- ارائه اهمیّت ویژه به مثالهای شاخص و ساده که می توانند به عنوان مرجع به کار روند، و اجتناب از هر نوع علاقه به انحراف شناسی زود هنگام.
- نظری کردن مطالب فقط موقعی که ضروری است آن هم با کمترین سطح فرمولبندی که مورد قبول دانش آموزان باشد.
- و آخرین و نه بی اهمیت ترین، توسعهٔ رویکرد ساختاری در آموزش.

این پیشنهادات مستقیماً بر برنامه ریزی جدید تأثیر گذاشت، و

> ❖ به کمک ماشین حساب، رفتارهای شاخص عددی و نموداری را برای قسمتهای عددی کشف کنید.
> ❖ این کشفها را به کار برید تا تعاریف کمّی را تولید کنید که مناسب حالتهای ساده باشد و آنها را به دست آورید.
> ❖ با معرفی حالات پیچیده، اجازه دهید دانش آموزان از محدودیت رویکرد اول آگاه شوند و تعاریف کیفی و عمومی را مطرح کنند.

پیشنهاد این موارد در ۱۹۸۲ به همراه استراتژی عمومی به منظور معرفی مفاهیم کلیدی این وضعیت را به طور آشکار به صورت زیر توضیح می دهد:

مثلاً، مفهوم مشتق به وسیلهٔ مفهوم بسط مرتبهٔ اوّل معرفی گردید که با کشف رفتار موضعی عددی و نموداری (در صفر) توابع شاخص معرفی شود و به صورت $|f(x+h) - f(x)| \le Mh^2$ در می آید. بعداً توابعی را معرفی کردند که چنین رفتار ساده ای را برنمی تابند تا به تعریف کلّی بسط مرتبهٔ اول برسند.

صورت گرایی قویاً کاهش یافت. فقط یک تعریف رسمی برای حد در صفر مطرح شد و از معلمین درخواست شد که آن را زیاد به کار نبرند. این تعریف رسمی که نقش آن در حال افول بود، در برنامهٔ پیوست که سه سال بعد انجام شد، از بین رفت و پاراگراف مختص به حد در سر فصل دروس به «زبان حدّها» تغییر یافت.

فعالیتهای ریاضی در اطراف حل مسأله سازماندهی شد که از آن جمله می توان به مسایل بهینه سازی، تقریب اعداد و توابع، مدل سازی تغییرات پیوسته و گسسته اشاره کرد. مفاهیم مشتق و بالاخص مشتق توابع که ابزار اصلی برای حل این مسایل هستند، به صورت مفاهیم اصلی درآمدند. ترتیب منطقی: حد، پیوستگی و مشتقات شکسته شد. کمترین زبان شهودی حد برای پشتیبانی از مطرح کردن مشتق پیشنهاد شد. تابع مشتق تکّهٔ اصلی این عمارت بود. مفهوم پیوستگی تقریباً ناپدید شد. تنها چیز بیشتری که ماند، این بود که با تعریفی که برای حد انتخاب شده بود، هر تابعی که

> **موضوع فعالیتها**
>
> ۱ ـ بزرگ نمایی و کوچک نمایی یک تابع
> ۲ ـ تحقیق در مورد اکسترمم در مسایل بهینه سازی
> ۳ ـ نرخ تغییرات نامساویهایی نظیر $|f(x) - f(y)| \le M|x - y|$ تعبیر هندسی
> ۴ ـ کاربرد تغییرات تابع به منظور حل معادلهٔ $f(x)=b$ و نامساویها

دارای حد در دامنهٔ خود بود پیوسته بود.

یک سال قبل از معرفی رسمی که به صورت سرفصلهای زیر انجام شد، تأثیر آنالیز در پایهٔ ۱۰ مشهود بود:

این یک برنامهٔ بلندپروازانه بود. این برنامه کوشش می کرد که ارزش معرفت شناسی آنالیز را به عنوان رشته ای که تقریب در آن نقش اصلی را باز می کند زنده نگه دارد ولی آغاز پیشرفته ای را ـ هم در سطح مفهومی و هم در سطح تکنیکی برای دانش آموزان فراهم آورد. در این معرفی، ارتباط بین نمایشهای جبری، نموداری، عددی و تکنیکها نقش عمده ای را بازی می کردند، به طوری که به وضوح در سرفصل دروس بیان شده است.

آموزش آنالیز، آموزش رسمی نبود، رویکرد آن رویکرد شهودی و تجربی بود، و تمایل به این جهت بود که به اعمال جبری محدود نشود. این سرفصلها به منظور تطابق بهتر با روند رو به افزایش دموکراسی در دبیرستانها در سالهای ۱۹۸۰، ۱۹۹۰، ۱۹۹۳ اصلاح

شد، ولی به طوری که حداقل در سرفصل دروس عنوان شده است روح حاکم بر آن ثابت ماند. بنابراین، امروزه می‌توانیم تأثیر بلند مدت نزدیک به ۱۵ سالهٔ این رویکرد تجربی و شهودی را ببینیم.

۴ ـ بعضی از توانائیهای بالقوه و محدودیتهای این رویکرد

اولاً، بعضی از نتایج مثبت مشهود وجود دارد. می‌خواهم فقط به سه تا ازآنها اشاره کنم که بـه اعـتـقـاد مـن از اهـمـیّت خاصـی برخوردارند.

چنین رویکردی ایـن حـوزه (آنـالـیـز) را بـرای هـر گـروه از دانش‌آموزان تا وضع معینی قابل قبول ساخت، و این نتیجهٔ مثبت را نمی‌توان غیر مهم دانست. بالاتر از همه، اگر کسی این موضوع را در نظر بگیرد که اکثریت بزرگ (در حـدود ۷۰٪) که وارد دبیرستـان می‌شوند باید آنالیز بیاموزند. به زودی، دانش‌آموزان در تمـاس بـا مسایل مهّم در بطن این درس، مانند مسایل بهینه سازی و تقریب قرار گرفتند. آنالیز به قسمت جبری آن کاهش نیافت، و مطابق سرفصلها، در کتابهای درسی کوشش می‌شد که اهمیت ابعاد عددی و نموداری مفاهیم و تکنیکها ارائه شود.

ماشین‌های حساب و حتی ماشین‌های گرافیک به طور منـظـم مورد استفادهٔ دانش‌آموزان قرار می‌گیرد. این ماشین‌ها کمک می‌کنند که رویکردهای عددی و نموداری مندرج در سرفصل دروس را زنده نگه دارند.

علیرغم این نتایج مثبت و مشهود، از دیدگاه من، از این که طریقهٔ ایده‌آلی برای آموزش آنالیز یافته باشیم فاصله داریـم. بـسـیـاری از موضوعات مهم، حل نشده باقی مانده‌اند و مسایل جدیـد در حـال ظهور هستند. یک بار دیگر، می‌خواهم روی بعضی از آنها متمرکز شوم.

■ محدودیت کمکهایی که به وسیلهٔ ماشین‌های حساب ارائه می‌شود و موضوعات در ارتباط با یکسان سازی آنها

ماشین‌های حساب وماشین‌های گرافیکی به طرز وسیـعـی در فرانسه پخش شده‌اند. به طوری کـه در بـالا ذکـر شـد، در ۱۹۸۱ وزارت آموزش و پرورش دستور داد تا از ماشینـهـای حـسـاب در امتحانات دبیرستان استفاده شود و امروزه نیز چنیـن اسـت. مـثـلاً دانش‌آموزان می‌توانند در دورهٔ "Bacalauréat" از ماشین گرافیک و یا حتی T192 استفاده نمایند. این تصمیم به منظور یکسـان سـازی استفاده از چنین ابزار تکنولوژیکی بـه کـار رفـت. حـتّی حالا هـم ماشین‌های حساب اکثراً ابزارهای شخصی دانش‌آموزان به حسـاب می‌آیند. تحقیقات اخیر (تروشه، ۱۹۹۶)[۱۹] تأثیر منفی چنین کاربرد غیر قابل کنترلی را روی مفاهیمی که توسط دانش‌آموزان گسـتـرش می‌یابد نشان می‌دهد. مفاهیمی چون حد، نمایشهای نموداری و یا تقریب‌های عددی. یادگیری واقعی آنالیز به وسـیـلـهٔ ماشین هـای

مفهوم حدّ، همانند مفهوم تابع، دارای دو چهره است: چهرهٔ فرآیندی و چهرهٔ تصویر ذهنی. توانایی کارآمدی با این دو چهره نیازمند فرآیندی است که پیچیدگی و مشکلات آن اکنون به خوبی شناخته شده است.

ورود به «تفکر آنـالـیـزی» مـا را وادار می‌کند که از تفکر جبری فاصله بگیریم (لِگراند، ۱۹۹۳)[۱۸]. تناقض بین تفکر جبری و تفکر تحلیلی دارای ابعاد مختلف و متفاوتی است.

گرافیک به توسعه صلاحیت و شیوه‌ای از دانش خاص نـیـاز دارد. این واقعیت به وسیله نظام آموزشی که نسبت به وقت گذاری در مورد این یادگیری خاص بی میل است قابل تشخیص نیست.

■ مشکلات ناشی از بعد «تقریب» در آنالیز

تحولات اخیر مشکلاتی را برای نظام آموزشـی در ارتـبـاط بـا آموزش به وسیلهٔ ابعاد «تقریب» در آنالیز ایجاد می‌کند. به طوری که در بالا اشاره شد، گسترش این بعد نیاز به فاصله گرفتـن از روش تفکر معمولی و تکیه بر تکنیکهای مشکل دارد که یادگیری آنها یـک فرآیند طولانی مدت است. معلمان با این مـشـکـلات آشـکـار در سازماندهی و نگهداری «محل اکولوژیک مناسب» بـرای چـنـیـن تمریناتی مواجه هستند. بیش از هر چیز، آنها نمی‌توانند از مسابقـه بین تکنیکهای تقریب و تکنیکهای جبری که ساده‌تر به نظر می‌آیـنـد اجتناب کنند (آغتیره، ۱۹۹۳)[۲۰].

■ مشکلات قدرت زنده ماندن آموزش از طریق مسایل غنی و برجسته

برنامهٔ جدید می‌خواست رویکرد آنالیز را حول فعالیتهای حـل مسایل غنی برجسته سازماندهی کند. ما به خلاء روزافزون بین ایـن خواسته‌های بلند پروازانه که هنوز در سرفصل دروس به طور واضح و مستقیم حضور دارند و محتوای کتابهـای درسـی تـوجّه داریـم. چیزهایی که در کتاب‌های درسی اخیر پیدا می‌شود انباشته شدن غیر ساختاری مسایل با یک میدان دید، محدود به مسایلی است کـه بـه سؤالات کوچک تجزیه شده‌اند و دانش‌آموزان به سختی انسجام کلی آنها را درک می‌کنند. چنین تحولی آشکارا قدرت تقدم و تأخر فرآیند

«وظیفهٔ اصلی ما، معرفی مفاهیم حساب دیفرانسیل و انتگرال به طریق شهودی با تکیه بر مفاهیم هندسی و مکانیکی است که به تدریج، به تجرید لازم برسد. تمام برهانهای ما باید درست باشند، ولی لازم نیست تمام قضایا جزو اهداف ما باشند (یک)»

آموزشی را نشان می دهد که شکل و شرایط برنامهٔ حقیقی است (شیوالر، ۱۹۸۵). در دنیای آموزشی نیز، تا جایی که هضم [یک مفهوم] ممکن است، جذب یک قاعده نیست.

مشکلات ناشی از فقدان روزافزون ساختار گرایی

یک بار دیگر، شاهد این مشکلات در کتاب های درسی هستیم. وضعیت اشیاء، مفاهیم و گزاره ها نامعلوم باقی مانده اند. تعاریف رسمی حذف شده اند، و با جملات توصیفی جایگزین و با «زبان طبیعی» بیان شده اند. اگرچه اینها قابل قبول تر و شهودی ترند ولی مقدماتی اند. در واقع، این جملات فقط دارای ظهور طبیعی زبان هستند. آنها هیچ ارتباطی با زبان طبیعی دانش آموزان ندارند. آنها از کنترل عملیاتی تمرینات حمایت نمی کنند. به علاوه، به طوری که سورها قسمتی در اول و قسمتی در پایان گزاره ها قرار گرفته اند، کمکی به دانش آموزان نمی کنند که در تعریف ها، به بازی پیچیدهٔ سورها حساس شوند. قضایا بر پایهٔ چند کشفِ قابل قبول اند. در کتابهای درسی، این احساس ناراحتی به انسان دست می دهد که تسلسلی که به وسیلهٔ قیدهای منطقی علم به وجود می آید به تدریج سست می شوند بدون آنکه با تسلسل مشهود دیگری جایگزین شوند.

برای بسیاری از دانش آموزان، آنچه را که در ورای قسمت جبری آنالیز توسیع می دهیم، شاید بیشتر دنیای «اتلاف وقت» است تا دنیای ریاضی که می خواهیم آن را زنده نگه داریم.

۵ - بعضی از نکات استنتاجی

تحقیقات آموزشی به وضوح تأیید می کنند که اگر آنالیز به قسمتهای جبری خود کاهش نیابد و اگر ورود به این حوزهٔ مفهومی با هدف توسعهٔ تفکر و تکنیکها که هم اکنون در درون آن اساسی است انجام نشود، کار آسانی نخواهد بود. آموزش دبیرستانی مدت یک قرن است که با این مشکل مواجه است. درابتدای این قرن، آموزش آنالیز وارد برنامه های دبیرستان شد، و این ورود، که ابزاری کارآمد در اختیار معلمان برای حل مسایل کلاسیک ریاضی و فیزیک قرار داد، به شدت مورد استقبال قرار گرفت. با تجدیدنظر در دههٔ شصت، بلندپروازی های جدید در برنامه های آنالیز ارائه شد: به بیان تسامحی، آموزش آنالیز قدرت خود را از جبر گرفت و بعد مفهومی از بعد ابزاری پدیدار گشت. به زودی، این تجدید نظر، دیدگاهی را تحمیل کرد که موضوعات پایه ای به عنوان موضوعات غالب درآمدند. این دیدگاه رسمی در دههٔ هشتاد رد شد. سازمان جدیدی در حول حل مسأله و آموزش تکنیکها در متن آنالیز پدیدار گشت. رویکردهای تجربی و شهودی مورد تشویق قرار گرفتند. این رویکردهای شهودی و تجربی به تدریج خود را تحمیل کردند و امروزه، آنها به عنوان تنها دروازهٔ قابل قبول ظاهر شده اند. به علاوه، آموزش آنالیز دیگر محدود به نخبگان ریاضی و یا اجتماعی نبود ولی باید اعتراف کنیم که این روشها یاددهی و یادگیری آنالیز را به طور معجزه آسا سهل و رضایتبخش نکردند. این روشها به حل مسأله کمک کردند ولی، در بلند مدت، اگر به دقت کنترل نشوند، بعضی ازمشکلات اجتناب ناپذیر را تولید خواهند کرد. ضرورت کنترل بهتر این رویکردها مشهود از تحول فرآیند تقدم و تأخر آموزشی در طول پانزده سال در فرانسه می باشد و تأثیر مؤثری که این تحول ایجاد کرده است تحقیقات آموزشی جاری در این حوزه در فرانسه، هم در سطح دبیرستان و هم در بدو ورود به دانشگاه به این موضوعات اساسی اشاره دارد.

تحلیل این فرآیند خاصِ تقدم و تأخر آموزشی، همچنین گواه مشکلاتی است که ازنتایج و تجربیات موضعی برای عملیات اساسی و عام بهره برداری کنیم. به این منظور رویکردهای معرفت شناسی و مؤثر که در این حوزه حاکم بودند و به طور اساسی تاکنون به کار می روند، به وضوح ناکافی هستند. ما باید رویکردهای تحقیقات آموزشی را جمع بندی کنیم که این جمع بندی به ما اجازه می دهد نقش محدودیتهای فرهنگی و رسمی را در فرآیند یادگیری و یاددهی بهتر درنظر بگیریم.

این مقاله ترجمهٔ مقالهٔ زیر است:

Michéle ARTIGUE & Eguipe DIDIREM, TEACHING AND LEARNING ELEMANTARY ANALYSIS (University Paris and IUFM of Reims). In 8 th International Congress on Mathematical Education Selected Lectures, 1999.

زیرنویس ها:

1. Tall 1991
2. Artigue & Ervynk, 1992
3. Munyazikwiye, 1995
4. Castela, 1996
5. Vinner & Dreyfus, 1989
6. Tall & Vinner 1981
7. Tall & Thomas, 1991
8. Sfard, 1992
9. Dubinsky & Harep, 1992

écritures de nombres, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 15/2, 31-62.

❖ Pihoué, D. (1996): L'entrée dans la pensée fonctionnelle en classe de seconde, DEA, Université Paris 7.

❖ Poincaré, H. (1904): Les définitions en mathématiques, L'Enseignement Mathématique, vol. 6, 255-283.

❖ Robert, A. & Robinet, J. (1996): Prise en compte du meta en didactique des mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques, vol. 16/2, 145-176.

❖ Romberg, T., Carpenter, T., & Fennema, E. (1994): Integrating research on the graphical representation of functions, Hillsdale, N. J. Lawrence Erlbaum.

❖ Schneider, M. (1991): Un obstacle épistémologique soulevé par des découpages infinis de surfaces et de solides, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 11 2/3, 241-294.

❖ Sfard, A. (1992): On the dual nature of mathematical conceptions; reflections on processes and objects as different sides of the same coin, Educational Studies in Mathematics, N°22, 1-36.

❖ Sierpinska, A. (1988): Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique, Actes du Colloque: Construction des savoirs: obstacles et conflits, Montréal, CIRADE.

❖ Tall, D. (Ed) (1991): Advanced Mathematical Thinking, Kluwer Academic Publishers.

❖ Tall, D. & Thomas, M. (1991): Encouraging versatile thinking in algebra using the computer, Educationl Studies in Mathematics, vol. 22, 125-147.

❖ Tall, D. & Vinner, S. (1981): Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity, Educational Studies in Mathematics, vol. 12/2, 151-169.

❖ Trouche, L. (1996): A propos de l'apprentissage des limites de fonctions dans un "environnement calculatrice": étude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentaion, Doctoral thesis, Université de Montpellier 2.

❖ Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989): Images and Definitions in the Concept of Function, Journal for Research in Mathematics Education, vol. 20/4, 356-366.

■

10. Romberg, Carpenter, Fennema, 1994
11. Introduction in analysin infinitorum
12. Pihové, 1996
13. Cornu, 1991
14. Gaston Bachelard
15. Sierpinska, 1988 & Schnieder, 1991

منابع:

❖ Artigue, M. & Ervynck, G. (Eds) (1992): Proceedings of Working Group 3 on students' difficulties in calculus, ICME-7, Université de Sherbrooke.

❖ Artigue, M. (1993): Enseignement de l'analyse et fonctions de référence, Repères IREM, vol. 11, 115-139.

❖ Artigue, M. (1996): Réformes et contre-réformes dans l'enseignement de l'analyse au lycée (1902-1994), in Les sciences au lycée - Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger, B. Belhoste, H. Gispert et N. Hulin (eds), 197-217, Ed. Vuibert, Paris.

❖ Beke, E. (1914): Rapport général sur les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures des établissements secondaires, L'Enseignement Mathématique, vol. 16, 246-284.

❖ Castela, C. (1995): Apprendre avec et contre ses connaissances antérieures - un exemple concret: celui de la tangente, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 15. 1., 7-47.

❖ Castela, C. (1996): La droite des réels en seconde: point d'appui disponible ou enjeu clandestin?, IREM de Rouen.

❖ Chevallard, Y. (1985): La transposition didactique, La Pensée Sauvage, Grenoble.

❖ Commission interIREM Analyse (ed) (1981): L'enseignement de l'analyse, IREM de Lyon.

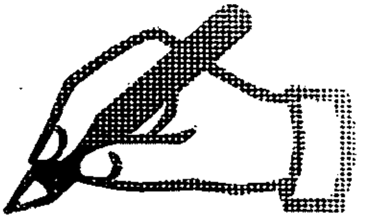
❖ Cornu, B. (1991): Limits, in Advanced Mathematical Thinking, 153-166, Kluwer Academic Publishers.

❖ Douady, R. (1986): Jeux de cadre et dialectique outil-objet, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 7. 2, 5-32.

❖ Dubinsky, Ed & Harel, G. (Eds) (1992): The concept of Function: Some aspects of Epistemology and Pedagogy, MAA Notes, N°25.

❖ Legrand, M. (1993): Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse, Repères IREM, vol. 10, 123-159.

❖ Munyazikwiye, A. (1995): Problèmes didactiques liés aux



روایت معلمان

نویسنده : زهرا گویا ، دانشگاه شهید بهشتی

به دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله درنظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت های معلمان ریاضی باز شده است تا ازطریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیکتری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می آورد تا به تبیین نظریه های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه ها به عمل دَر می آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می شود و این فرآیند همچنان ادامه پیدا می کند.

از همکاران گرامی انتظار می رود که روایتهای خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که دراختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیّت تجربه‌ای خود واقف شوند و با پویایی به غنی تر کردن آنها بپردازند.

از دیدگاه کانستراکتیویسم[1] (ساخت و سازگرائی)، یکی از مهمترین عوامل در مطالعهٔ یادگیری، چگونگی درک و فهم یادگیرنده از یک مفهوم است. گاهی درک و فهم یادگیرنده دچار اشکال است و با فهم درستِ مفهوم، فاصله دارد. به همین علّت، در ادبیات موضوعی روان شناسان یادگیری و آموزش ریاضی، این نوع درک ناقص و نَاصحیح، بَدفهمی یا کج فهمی[2] نامیده شده است. با این حال، کانستراکتیویست های رادیکال، با توجّه به نقش مؤثرتری که برای یادگیرنده و ساخته های او قائلند، معتقدند که هیچ درک و فهمی را نباید بَدفهمی نامید زیرا آن بَدفهمی نیز خود نوعی فَهم[3] است و ساختهٔ دانش آموز است. نکتهٔ مهّم، شناخت انواع این فهم ها یا بَدفهمی ها توسط معلّم و برنامه ریز، برای کمک بیشتر به تغییر آن فهم ها و رشد و بالندگی یادگیرنده است. گزارشی که درپی می آید، تصویری از یک کلاس درس معمولی و واقعی است. روش تدریس ارائه شده در این کلاس مشابه بسیاری از کلاس های درس دیگر است. موضوع مورد تدریس مربوط به درس ریاضی سال اوّل متوسطه است. کلاس مورد مشاهده دارای ۳۹ دانش آموز می باشد که دریک دبیرستان دولتی دخترانه در یکی از شهرهای ایران قرار دارد. معلّم به طور معمول، پیش از هرچیز، درس جلسهٔ قبل را مرور می کنند و سپس با پرسیدن این که «آیا کسی از درس جلسهٔ قبل سؤالی دارد یا خیر؟» و پاسخگوئی به تنها سؤال کننده کلاس، درس جدید را که **نماد علمی** بود شروع می کنند. هدف از این نوشته، تأکید بر بَدفهمی هائی است که در طی این تدریس، در دانش آموزان ایجاد شده بود. این نوشته به تجزیه و تحلیل مختصر این تدریس به قصد شناخت این بدفهمی ها و علّت به وجود آمدن آنها می پردازد.

گزارش تدریس

معلّم برای کلاس جزوه گفتند و آن را چنین آغاز کردند:

«نماد علمی: $d\times 10^{n} \quad 1\le d<10 \quad n\in z$

برای این که بعضی از اعداد، خیلی کوچک یا خیلی بزرگ هستند و هم نوشتن آنها جای زیادی می گیرد و هم خواندن آنها مشکل است.

مثال: نماد علمی عدد زیر را بنویسید:

۳۲۴۷۰۰۰۰۱۴۰۰۰

حل: ابتدا عدد را به عددی تبدیل می کنیم بین صفر و ۱۰، یعنی ۳/۲۴۷۰۰۰۰۱۴. صفرهای بعد از ۱۴ را چون بعد از ممیّز است، می توان حذف کرد.

$۳/۲۴۷۰۰۰۰۱۴\times ۱۰^{۱۲}$

دانش آموز: آیا آن ۴ صفر وسطی نیز قابل حذف هستند؟

معلّم: خیر

تجزیه و تحلیل: اولیّن نکته در این بخش از تدریس، مفهوم نماد علمی است. در برنامه های درسی ریاضی در کشورهائی که استفاده از ماشین حساب در پایه های تحصیلی ابتدائی مرسوم است، معرّفی این مفهوم خیلی زودتر و طبیعی تر انجام می گیرد. دانش آموزان به دلیل استفاده از ماشین حساب، ضرورت استفاده از نماد علمی را احساس می کنند. درنتیجه بدون نیاز به یک بیان مجرد، از طریق آزمایش و انجام فعالیّت، به طور تجربی، با چگونگی نوشتن عدد به صورت نماد علمی آشنا می شوند و رفته رفته، قانون مندی عمومی آن را به صورتی که در ابتدای جزوه معلّم به آن اشاره کرده بودند کشف می کنند. در چنان حالتی، دانش آموزان از طریق استقرای تجربی یعنی «مشاهدات و منظم کردن مشاهدات» به یک

«حدسیه» می رسند و آن، پیشنهاد یک قاعدهٔ عمومی برای نوشتن اعداد به شکل نماد علمی است. یعنی:

چون دستگاه شمارش ما برمبنای اعداد اعشاری یعنی مضارب ۱۰ است، پس کار با مضارب و توانهای ۱۰ عموماً راحت تر است. به خصوص آن که در ضرب و تقسیم و به توان رساندن مضارب ۱۰، تنها تعداد صفرها جابه جا می شوند و محاسبه و انجام عملیات با آنها ساده است. درنتیجه اگر بتوانیم اعداد را طوری بنویسیم که به صورت یک عدد مثبت کوچکتر از ۱۰ با توانهای ۱۰ نوشته شوند، جمع و جور کردن آنها، تقریب و تخمین زدن با آنها، و ازهمه مهم‌تر انجام محاسبات با آنها، به خصوص زمانی که از ماشین حساب استفاده نمی کنیم، ساده تر و در مورد ماشین حساب، عملی تر است، زیرا اگر این کار را نکنیم، ماشین حساب بیشتر از تعداد محدودی از ارقام حاصل را نمی تواند نشان دهد و در چنین حالتی، ماشین حساب فقط برای محاسبات محدود کارآئی دارد. درصورتی که ما می خواهیم از قدرت ماشین حساب استفادهٔ مفید کنیم. درنتیجه مجبوریم قاعده ای پیدا کنیم که توسط آن، بتوانیم انجام محاسبات و اعلام نتایج آنها را ممکن سازیم. دراین صورت، استفاده از توانهای ده می تواند راهگشا باشد.

حال ببینیم مضرب این توان ده چه ویژگی هائی باید داشته باشد؟

اوّل: طبیعی است این مضرب از یک بزرگ تر یا حداقل مساوی آن باشد. زیرا اگر این مضرب صفر باشد، دیگر عددی وجود نخواهد داشت!

دوم: اگر این مضرب، ۱۰ یا بزرگتر از آن باشد، بازهم می توان ۱۰ یا عدد بزرگ تر از ۱۰ را به صورت یکی از توانهای ۱۰ نوشت. پس کافی است مضربی که انتخاب می کنیم، کوچک تر از ۱۰ باشد.

سوم: ویژگی توان ۱۰ این است که نقش شمارندهٔ صفرهائی که باید جلوی ۱۰ (n صحیح مثبت) یا قبل از ۱۰ (n صحیح منفی) به عنوان نشان دهندهٔ مضارب ۱۰ کوچکتر از واحد یا اعشاری قرار بگیرند را به عهده دارد. اگر هم عددی کوچکتر از ۱۰ باشد، در 10^0 یعنی ۱ ضرب می شود و خود آن عدد نوشته می شود. پس مشخص کردیم که اوّلاً n باید صحیح باشد. درثانی، n می تواند مثبت منفی یا صفر باشد، یعنی n باید متعلق به دستگاه اعداد صحیح باشد.

حال چون قصد پیدا کردن یک قاعدهٔ کلّی را برای نوشتن اعداد بزرگ تر از یک رقمی داشتیم که خود اعداد یک رقمی را هم شامل شود (عددی که در 10^0 ضرب شود)، می توانیم به جای عدد خاص، از نمادی به عنوان معرّف هر عدد استفاده کنیم. [دراینجا، معلّم محترم از نماد d برای معرّفی عدد استفاده کرده اند÷÷÷÷÷] اگر d معرّف عدد موردنظر باشد، برای نوشتن آن طبق قاعدهٔ کشف شده، مجبوریم آن را به صورت $d\times10^n$ بنویسیم. چون توافق کرده بودیم که مضرب ۱۰ کوچکتر از ۱۰ باشد و از یک هم کوچکتر نباشد (براثر مشاهدات خود دانش آموزان). پس می توانیم این شرط هائی را که برای d گذاشته ایم، خلاصه تر بنویسیم. یعنی:

$$1 \le d < 10$$

هم چنین، دیدیم که n متعلق به دستگاه اعداد صحیح است پس:

$$n \in z$$

حال جمع بندی می کنیم و شرطهای مختلف را کنار هم می گذاریم:

$d\times10^n$ به طوری که $1 \le d < 10$ و $n \in z$

این قاعدهٔ عمومی نوشتن اعداد، **نماد علمی** نامیده می شود.

دانش آموزان می توانند در گروههای کوچک در کلاس درس، این فعالیت را انجام دهند. درنتیجه چون خود آنها در ساختنِ دانش خود و پیدا کردن این قاعدهٔ عمومی سهیم بوده اند، نسبت به آن، درک و فهم عمیق تری پیدا می کنند. همین مشارکت در تولید دانش، باعث می شود که جلوی ایجاد بسیاری از بدفهمی ها گرفته شود. برای مثال، دراین تدریس معلم سه صفرِ جلوی عدد ۳۲۲۴۷۰۰۰۰۱۴۰۰۰ را حذف کردند و گفتند: «ابتدا عدد را به عددی تبدیل می کنیم بین صفر و ۱۰، یعنی ۳/۲۲۴۷۰۰۰۰۱۴. صفرهای بعد از ۱۴ را چون بعد از ممیّز است می توان حذف کرد و به صورت زیر نوشت:

$$3/2247000014\times10^{12}$$

همان طور که ایشان اشاره کردند، «صفرهای بعد از ممیّز را می ثوان حذف کرد» امّا اجباری در حذف آنها نیست! هدف این بخش، ایجاد مهارتِ نوشتنِ اعداد به صورت نمادعلمی است. درنتیجه باید روی ایجاد همین مهارت متمرکز شد. برای دانش آموز سردرگمی ایجاد می شود که «چرا صفرهای انتها را حذف کردیم امّا دوباره آنها را به حساب آوردیم؟» به طور طبیعی، برای دانش آموز این سؤال پیش می آید که اگر ۳ صفر حذف شوند پس باید عدد به شکل

$$3/2247000014\times10^{9}$$

نوشته شود. امّا دانش آموز می بیند که هم صفرها حذف می شوند و هم به حساب می آیند!؟ درنتیجه، نمی داند **قاعدهٔ حذف صفرها** را چگونه رعایت کند؟ این قاعده را گاهی تعمیم می دهد و گاهی اصلاً به حساب نمی آورد!؟ مثلاً وقتی که یکی از دانش آموزان می پرسد «آیا آن ۴ صفر وسطی نیز قابل حذف هستند؟» این سؤال بر اثر یک شبههٔ طبیعی و یک بدفهمی است. جواب چنین سؤالی حتماً «خیر» تنها نمی تواند باشد. ممکن است دانش آموز درکلاس سکوت کند، امّا سؤال او هم چنان به قوت خود باقی است.

بلافاصله بعد از این مثال حل شده، معلم تمرین زیر را به کلاس دادند که خودشان حل کنند:

تمرین: این عدد را به صورت نمادعلمی بنویسید:

۰/۰۰۰۰۰۰۱۶۵۹۰۱۰۱۴۲

به مشاهدهٔ کلاس در رابطه با حل این تمرین توجّه کنید:

پس از چند ثانیه، یک سری از بچّه ها به عنوان این که مسأله را حل کرده اند، دستشان را بالا بردند. ولی تقریباً همهٔ بچّه ها آن را اشتباه حل کرده بودند. کلاس شلوغ شد. هر کس اظهارنظر متفاوتی

کرد . وقتی معلم جواب را دادند و نوشتند $۱/۶۵۹۰۱۰۱۴۲ \times ۱۰^{-۶}$ ، همهٔ بچّه ها اعتراض کنان معتقد بودند که چرا معلّم همهٔ ارقام را نشمرده و $۱۰^{-۹}$ را منظور نکرده است؟ سپس معلّم توضیح دادند که چرا این طور می شود و تعداد صفرها را از بعد از ممیز تا یک شمردند .

اگر به سؤال و جواب بالا با تعمّق بیشتری توجه شود، متوجّه می شویم که فهم دانش آموزان از نمادعلمی به خصوص برای اعداد کوچکتر از یک ، کاملاً با آن چه که معلّم در ذهن داشتند متفاوت است . دانش آموزان تعداد رقمهای جلوی صفرها را شمرده بودند درصورتی که معلّم تعداد صفرهای بعد از ممیز و یک را شمرده بودند . دانش آموزان هیچ تقصیری ندارند . تشابه ساختاری و شکلی این دو مثال ، باعث ایجاد بدفهمی در آنها شده است . دانش آموزان بیش از آن که دغدغهٔ تبدیل این عدد به عددی بین ۱ و ۱۰ را داشته باشند ، وقت خود را صرف شمردن ارقام ؛ چه از سمت چپ و چه از سمت راست ؛ کردند . اگر به آنها گفته می شد که اوّل عدد مورد نظر را که ضریب ۱۰^{n} هست بیابید ـ یعنی عددی که بزرگتر یا مساوی ۱ و کوچکتر از ۱۰ باشد ، آنگاه دانش آموزان با ساختن عدد $۱/۶۵۹۰۱۰۱۴۲$ ، به دنبال پیدا کردن n مناسب می گشتند که اگر این عدد در ۱۰^{n} ضرب شود، عدد اوّلی حاصل شود . زیرا آنها خوب می دانند که به هر شکلی عدد اوّلی نوشته شود ، در مقدار آن تغییری نباید ایجاد شود .

نکتهٔ بعدی این است که می توان برای آموزش نمادعلمی از مثالهای ساده تر ، ملموس تر و عادی تر استفاده کرد و کم کم فهم ایجاد شده را تعمیم داد . توقّع تعمیم قاعدهٔ گفته شده به یکی از سخت ترین شکلهای اعداد اعشاری کوچکتر از یک توسط دانش آموز ، اصلاً ساده نیست .

هم چنین ، سؤالهای دانش آموزان حاکی از آن است که تنها ارجاع به قاعدهٔ گفته شده ، بدفهمی های ایجاد شده را از بین نمی برد . دانش آموزان به دلایل محکم تری نیازمندند .

معلم یک مثال دیگر را هم حل کردند :

مثال بعدی : $۱/۰۰۰۴۲۵ = ۴/۲۵ \times ۱۰^{-۴}$

و هیچ توضیحی راجع به آن ندادند . سپس در ادامه گفتند :

معلم : همیشه نمادعلمی گرفتن به این آسانی ها نیست . بلکه باید دربعضی موارد ، گرفتن نمادعلمی بعد از انجام یک سری محاسبات باشد .

مثال : $۲۴۵ \times ۱/۲ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۶} \times ۵۶ = ۱۶۴۶۴ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۶}$

$= ۱/۶۴۶۴ \times ۱۰^{۴} \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۶}$

$= ۱/۶۴۶۴ \times ۱۰^{۶}$

پایه های مساوی ، نمادها جمع می شوند .

در پایان این درس ، بنابه درخواست یکی از دانش آموزان ، روش حل این مسأله دو باره توضیح داده شد و سپس درس نمادعلمی تمام شد .

معلم برای نمادعلمی و نوشتن اعداد به این شکل ، از واژهٔ **گرفتن** استفاده کردند . انتخاب این واژه ، باعث بدفهمی جدیدی در ذهن دانش آموز خواهد شد . از این واژه ، معمولاً برای لگاریتم ، مشتق و انتگرال استفاده می شود . او با عمل «لگاریتم گیری» ، «مشتق گیری» و «انتگرال گیری» در سالهای بالاتر متوسطه مواجه خواهد شد و به دلیل تشابه ساختاری یا شکلی ، در مورد فهم لگاریتم ، مشتق و انتگرال هم دچار مشکل خواهد شد . این دانش آموز ، بعداً که با عمل لگاریتم گیری آشنا می شود ، شاید «نمادعلمی گرفتن» را به آن هم تعمیم دهد ، غافل از این که «نمادعلمی» فقط قاعده ای برای نوشتن اعداد به شکلی دیگر و جمع وجورتر است که ماهیت عدد تغییر نمی کند . درصورتی که وقتی از یک عدد لگاریتم گرفته می شود ، ماهیت عدد جدید با عدد قبلی که از آن لگاریتم گرفته شده است فرق دارد . یا وقتی از تابعی **مشتق** یا **انتگرال** می گیریم ، تابع جدید با تابع قبلی فرق می کند و برای رسیدن به تابع اولیه ، باید اعمال ویژه ای انجام دهیم .

بخش **نمادعلمی** تنها قسمت کوتاهی از یک جلسه کلاس درس بود . پس از آن و در همین جلسه ، معلم به حل تمرین های درس قبل که مربوط به اعداد گویا و اصم بودند پرداختند که البتّه دانش آموزان در حل آنها مشارکت داشتند . سپس معلم تدریس چند جمله ای ها را از طریق جزوه شروع کردند .

هربخش این تدریس ـ که یک تدریس نوعی[4] است ، نیازمند تجزیه و تحلیل عمیق است . گذشته از بدفهمی هائی که ممکن است بر اثر تشابه های ساختاری یا شکلی در دانش آموزان ایجاد شود و چگونگی ارائهٔ مفاهیم و روش تدریس در تشکیل آن بدفهمی ها نقش اساسی داشته است ، ترکیب سه موضوع مختلف یعنی **نمادعلمی ، اعداد گویا و اصم** و **چندجمله ای ها** در یک ساعت و توقّع یادگیری بدون مشکل آنها از دانش آموزان ، جای تأمّل فراوان دارد .

❊❊❊

هدف از این تحلیل کوتاه ، بررسی تدریس های انجام شده و تأثیر آنها بر یادگیری دانش آموزان است . هر تدریس دنیائی از رمز و راز است که از هیچ طریقی جز آشنائی با آن دنیا و تجزیه و تحلیل های غیرمغرضانهٔ آنها و با حفظ محرمیت[5] افراد ، نمی توان به آن رمز و رازها پی برد . مطالعات کمّی در سطح کلان که تنها با ارائهٔ تصویری مبهم از واقعیت کلاس درس و آن هم از زبان دیگران ، به بازگوئی چگونگی کلاس درس و تدریس می پردازد برای شناختن این رمز و رازها کافی نیست . مطالعات کیفی از نوع **تحقیق عمل**[6] (اقدام پژوهی) که معلم به تنهائی[7] یا با همکاری دیگران به تجزیه و تحلیل تدریس خویش برای بهبود اوضاع تدریس خود می پردازد ، یکی از روشهای کارآمد و مؤثر در این زمینه است .

زیرنویس ها :

1. Constructivism
2. Misconception
3. Conception
4. Typical
5. Confidentiality
6. Action Research
7. Teacher as Researcher

مستطیل کامل

نویسنده: مانی رضائی
عضو هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی

مقدمه

در طرح تمبر ـ یادبود کنگره ریاضیدانان ۱۹۹۸ (ICM) (در برلن)[1] مستطیلی متشکل از مربعهایی به رنگهای سبز، زرد، قرمز و آبی نقش شده است که اشاره به قضیهٔ چهار رنگ می‌کند. اما آیا این مستطیل از جنبه (های) دیگر نیز مورد توجه است؟ این نوشتار، به معرفی مستطیل کامل و کاربرد آن در مدارهای الکتریکی و شبکه‌ها می‌پردازد.

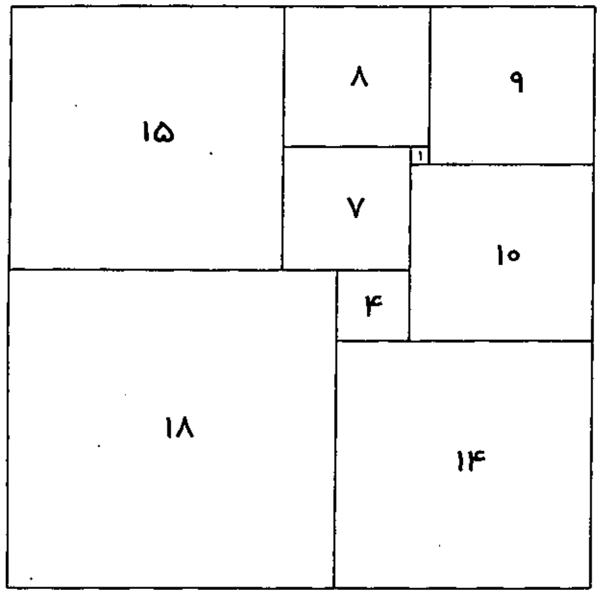
تاکنون بارها در تاریخ ریاضیات شاهد شکوفایی شاخه‌ای از ریاضیات بوده‌ایم. بیشتر این موارد با طرح یک سؤال یا موضوعی عمومی شروع شده است. موضوع مورد بحث این نوشتار نیز با یک سؤال شروع شد.

ماجرا از این قرار بود که در سال ۱۹۳۶، چهار دانشجوی کالج تیرینیتی کمبریج به نامهای بروکس[2]، اسمیت[3]، استون[4]، تات[5] با سؤالی ساده رو به رو شدند که در آن زمان، معلوم بود جوابی نیز دارد: *آیا می‌توان مستطیل را به مربعهایی با اندازه‌های نابرابر (به طوری که هیچ دو مربع مانند هم نباشند) تقسیم کرد؟*

این چهار دانشجو ـ که اکنون هر یک به عنوان یکی از ریاضیدانهای نامی شهرت دارند ـ مسأله را در حالت کلی بررسی کردند. حدس استون این بود که تقسیم یک مربع (به جای مستطیل) به مربعهای نابرابر غیر ممکن است. هر چند وی نتوانست حدس خود را اثبات کند، لیکن تجزیهٔ دیگری (شکل ۲) برای یک مستطیل پیدا کرد. تا قبل از مثال استون، تنها یک جواب شناخته شده (شکل ۱) وجود داشت که مستطیلی با ابعاد ۳۳×۳۲ بود. البته بدیهی است که اگر طول اضلاع هر مربع را در عددی ثابت ضرب کنیم، همین ساختار با ابعادی متفاوت (اما متشابه) به دست می‌آید. جنبهٔ دیگری که در این مسأله جلب توجه می‌کند، کاربردهای آن است. در شروع کار، برای این موضوع کاربردی متصور نبود لیکن با بهره گیری از نظریهٔ گراف (که عمدتاً در کارهای تات به چشم می‌خورد) و مباحث مربوط به شبکه‌ها[6] خیلی زود کاربرد این مسأله در مدارهای الکتریکی دیده شد.

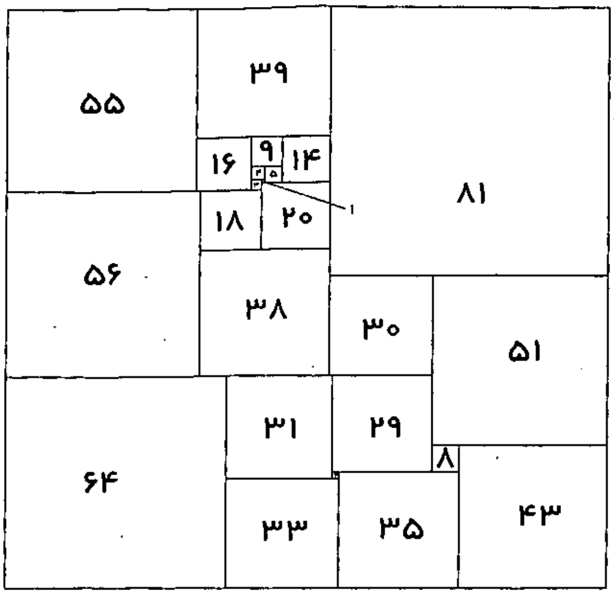
اکنون در مرحله‌ای هستیم که بیان تعریفهای اولیه سودمند است: یک مستطیل را **مربعی** می‌نامیم اگر به لااقل دو مربع (و البته تعداد متناهی) تقسیم شود. یک مستطیل مربعی که در آن هیچ دو مربعی دارای اضلاع برابر نباشند، یک ***مستطیل کامل*** نامیده می‌شود. تعداد مربعهای مستطیل کامل *مرتبهٔ* آن نامیده می‌شود.

برای زمانی طولانی، حدس استون مبنی بر عدم وجود مربع کامل بدون جواب بود اما در سال ۱۹۳۶ یک آلمانی به نام اشپراگ[7] اولین مثال از مربعهای کامل را ارائه کرد و تقریباً در همان زمان (۱۹۴۰)،



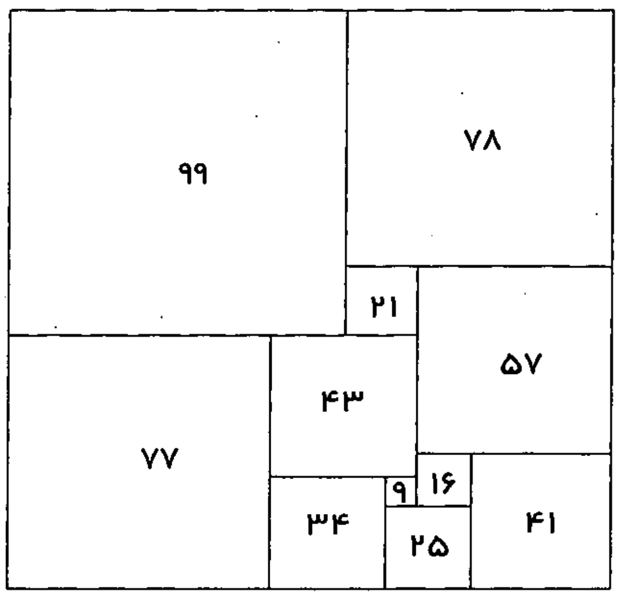
(شکل ۱)

اعداد داخل هر مربع
طول ضلع آن مربع است.



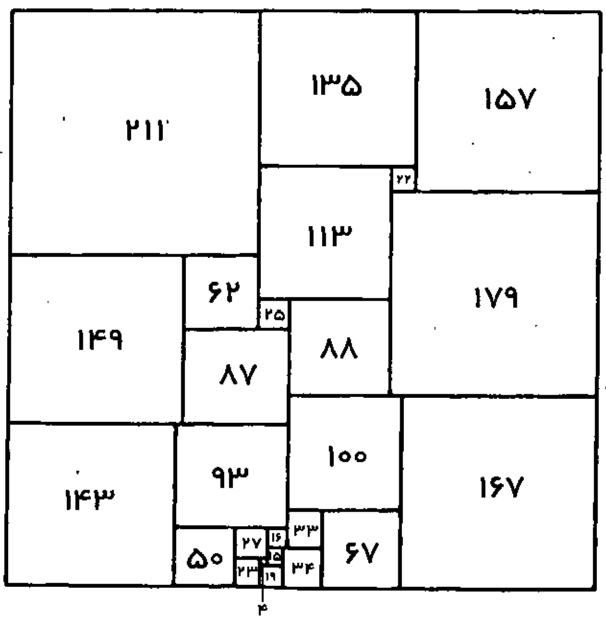
(شکل ۳)

مربع کامل (مرکب)
با مرتبه ۲۴



(شکل ۲)

تجزیه مستطیل ۱۷۷×۱۷۶ به
مربع های نابرابر



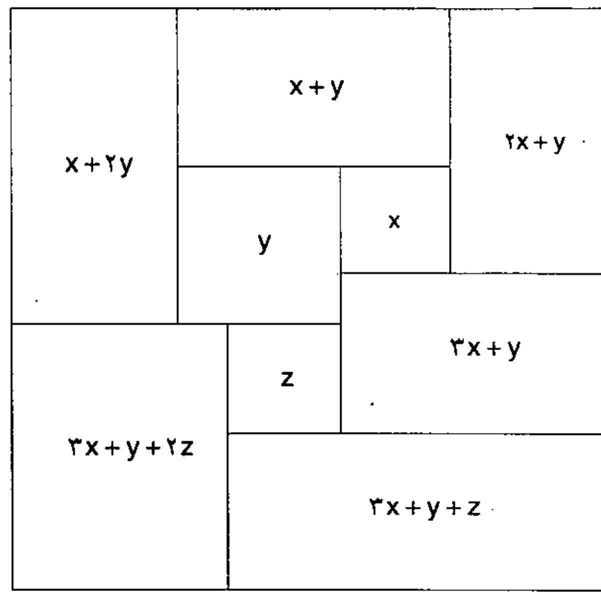
(شکل ۴)

مربع کامل (ساده)
با مرتبه ۲۵

چهار ریاضیدان مذکور، بروکس و دیگران، با کمک نظریه گراف روشهایی نظامدار (سیستماتیک) برای *ساختار* و تولید این مربعها ارائه کردند.

برای مثال فرض کنید ساختاری مانند شکل زیر برای یک مستطیل داده شده باشد.

با فرض مربع بودن هر ناحیه، طول ضلع آن را می توان بر حسب طول اضلاع مربعهای مجاور به دست آورد. در این حالت کافی است دستگاه معادلات به دست آمده را حل کنیم. اما برای سادگی می توان با تعداد مجهول کمتری دستگاه را بنویسیم. توجه می کنیم که اضلاع روبروی مستطیل را می توان برابر با یکدیگر قرار داد:



$$\begin{cases}(x+2y)+(3x+y+2z)=(2x+y)+(3x+y)+(3x+y+z)\\(x+2y)+(x+y)+(2x+y)=(3x+y+2z)+(3x+y+z)\end{cases}$$

یا

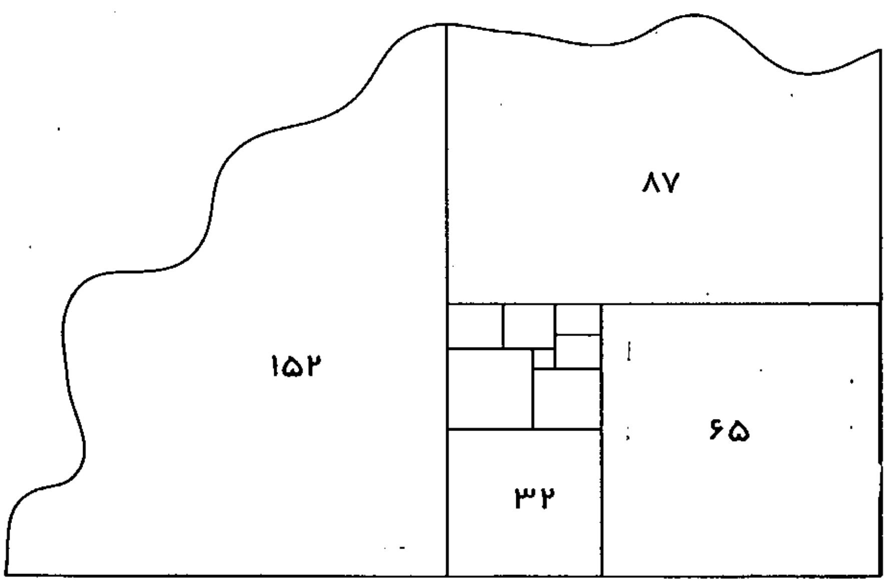
$$\begin{cases}z=4x\\2y=2x+3z\end{cases}$$

اکنون با انتخاب دلخواه یکی از متغیرها می توان مستطیل کامل را به دست آورد. به عنوان مثال، اگر $x=1$، در این صورت ساختار معرفی شده همان شکل ۱ است. توجه کنید که هر ساختار داده شده الزاماً مستطیلی کامل را معرفی نمی کند. از طرف دیگر پرسشی که ممکن است به طور طبیعی مطرح شود این است که به ازای چه مقادیری مستطیل کامل وجود دارد؟

قضیه: به ازای هر $N \geq 9$، مستطیل کامل مرتبهٔ N وجود دارد.

اثبات قضیه را به صورت ساختاری ارائه می دهیم. با توجه به وجود مستطیل کامل مرتبهٔ ۹ (شکل ۱) با قرار دادن یک مربع ۳۲×۳۲ مستطیلی کامل از مرتبهٔ ۱۰ به دست می آید و به همین ترتیب با اضافه کردن مربعهایی با اضلاع ۶۵، ۸۷، ۱۵۲ و غیره به ترتیب مستطیلهای کامل مرتبهٔ ۱۱، ۱۲، ۱۳ و غیره به دست می آید.

می توان تحقیق کرد که به ازای مقادیر $N \leq 8$، مستطیل کامل مرتبهٔ N وجود ندارد و از نظر مرتبه، تاکنون کوچکترین مربع کامل شناخته شده از مرتبهٔ ۲۴ است. لیکن این مربع کامل در ساختار خود مستطیلهای کاملی را دربردارد.



اگر در ساختار مستطیل کامل، مستطیلی کامل وجود نداشته باشد مستطیل کامل را ساده می نامیم در غیر این صورت مستطیل کامل مرکب نامیده می شود.

تصور کنید که مستطیل، ورقه ای با ضخامت یکنواخت از فلزی رسانا باشد. فرض کنید به نقاط لبهٔ بالایی مستطیل پتانسیل الکتریکی یکسان V_1 داده شود و به همین ترتیب همهٔ نقاط پایینی نیز دارای پتانسیل ثابت V_2 $(V_1 > V_2)$ باشد. به دلیل وجود اختلاف پتانسیل $V_1 - V_2$ جریانی پایا در جهت عمودی در مستطیل وجود دارد. آهنگ عبور این جریان از یک بازهٔ افقی متناسب با طول آن بازه است، بنابراین اگر I جریان گذرنده از یک بازهٔ افقی به طول واحد باشد، جریان گذرنده از بازه ای به طول l برابر با Il است. مقاومت چنین مستطیلی در برابر جریان الکتریکی، تناسب مستقیم با L طول عمودی آن و تناسب معکوس با l پهنای گذرگاه جریان دارد. یعنی مقاومت برابر است با $\frac{RL}{l}$. بنابراین اگر این مستطیل یک مربع باشد (یعنی $L = l$) مقاومت برابر با R است و بستگی به اندازهٔ مربع ندارد.

اکنون فرض کنید چنین مستطیلی به چند مربع تجزیه شود. با فرض وجود جریان در جهت عمودی، می توانیم پاره خطهای عمودی را طی کنیم بدون اینکه جریان را قطع کنیم. پس می توانیم ورقهٔ مربع بندی شده را به صورت شبکه ای در نظر بگیریم که در آن مربعهای شبکه، ***سیمهای رسانا*** هستند و خطهای افقی نقاط یا ***رأسها*** هستند. پس مقدار جریان گذرنده از هر سیم متناسب با طول ضلع مربعی است که با آن سیم نشان داده شده است. قانون بقای جریان حاکی است که ***در هر نقطه، مقدار کل جریان وارد شده برابر با مقدار کل جریان خارج شده است***. همچنین طبق قانون اهم، ***اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ شبکه که به وسیلهٔ یک سیم به هم وصل شده اند برابر است با حاصلضرب جریان گذرنده از آن سیم در مقاومت آن.***

به علاوه اختلاف پتانسیل از ویژگی جمعی نیز برخوردار است. پس در هر حلقه (با در نظر گرفتن جهت جریان)، مجموع اختلاف پتانسیلها برابر با صفر است. بدین ترتیب، دستگاهی از معادله های خطی از رابطه های سازگار ناشی از قانونهای بقای جریان و اهم به دست می آید که رابطهٔ بین اضلاع مربع را معرفی می کند.

قانون بقای جریان در A_2: $g_1I + g_4I + g_7I = g_9I$

در A_3: $g_2I = g_4I + g_5I$

در A_4: $g_3I + g_6I = g_8I$

در A_5: $g_5I = g_6I + g_7I$

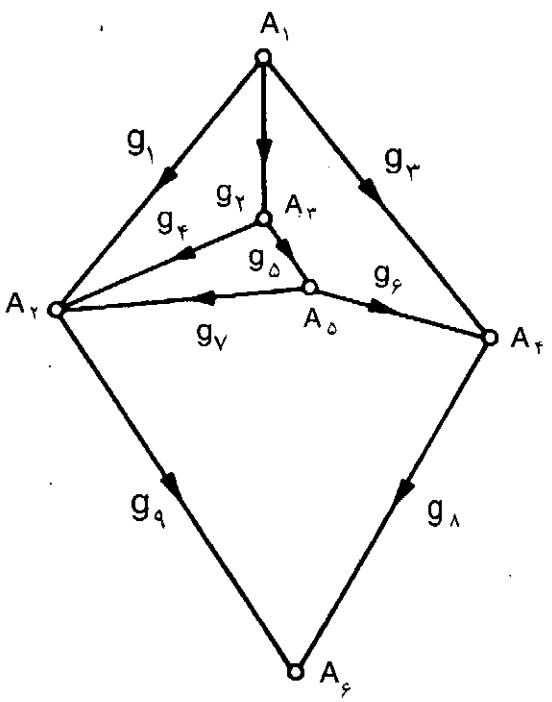
قانون اهم در حلقهٔ $A_1A_2A_3$: $g_1IR = g_2IR + g_4IR$

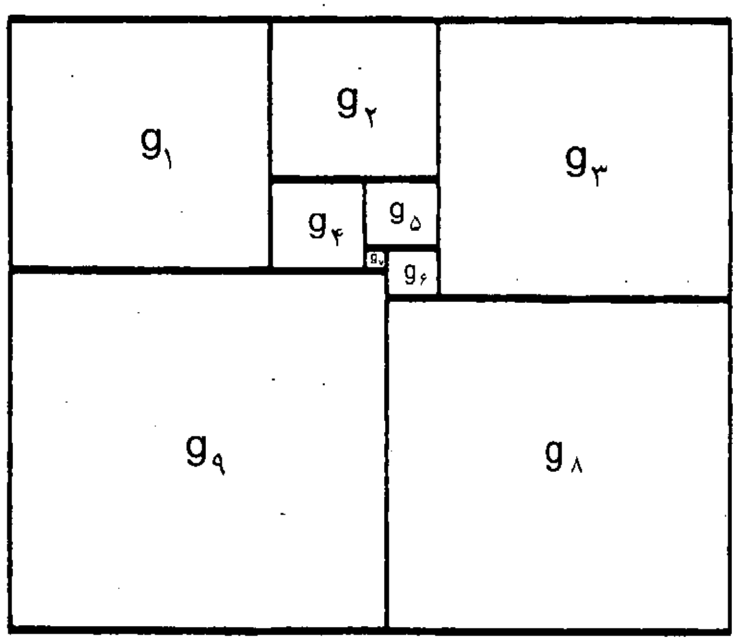
در حلقهٔ $A_1A_3A_5A_4$: $g_2IR + g_5IR + g_6IR = g_3IR$

در حلقهٔ $A_2A_3A_5$: $g_4IR = g_5IR + g_7IR$

در حلقهٔ $A_2A_5A_4A_6$: $g_6IR + g_8IR = g_7IR + g_9IR$

که در این صورت دستگاهی با ۹ مجهول و ۸ معادله به دست می آید.





$$
\begin{cases}
g_1 + g_4 + g_7 - g_9 = 0 \\
g_2 - g_4 - g_5 = 0 \\
g_3 + g_6 - g_8 = 0 \\
g_5 - g_6 - g_7 = 0 \\
g_1 - g_2 - g_4 = 0 \\
g_2 - g_3 + g_5 + g_6 = 0 \\
g_4 - g_5 - g_7 = 0 \\
g_6 - g_7 + g_8 - g_9 = 0
\end{cases}
$$

حال قابل قبول به نظر می رسد که اگر اختلاف پتانسیل برای شبکه ای نظیر شبکهٔ بالا تعیین شود آنگاه جریان جاری در هر سیم معین شود. در واقع مضمون قضیهٔ معروف کیرشهف همین است :

اگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از شبکه ای معین شود، قوانین بقاء اهم، جریان در هر سیم را به صورتی یکتا معین می کنند.

مراجع:

1) Bondy, J.A. and U.S.R. Murty. ***Graph Theory with applications.*** Elsevier Publishing, 1976.

2) Brooks, R. L., Smith, C.A.B., Stone, A. H. and W. T. Tutte. ***The dissection of rectangles into squares.*** Duke Math. J., 1940, Vol. 7, PP. 312-340.

3) Tutte, W. T. ***The quest of the perfect square.*** Amer. Math. Monthly, 1965, Vol. 72, PP. 29-35.

زیرنویس‌ها:

۱ ـ به پشت جلد مجلهٔ رشد آموزش ریاضی شمارهٔ ۵۵ مراجعه کنید.

2. Brooks

3. Smith

4. Stone

5. Tutte

6. networks

7. Sprague

■

تاریخ ریاضیات، تاریخ علوم و اساساً تاریخ پیشرفت‌های بشری سرشار از موضوعات، استدلال‌ها و روش‌هایی است که با صراحت و روشنی، نقش ریاضیات را در علوم پایه، نقش علوم پایه را در پیشرفت علوم، نقش علوم را در تحولات فن‌آوری و نقش فن‌آوری را در توسعهٔ همه‌جانبه، متوازن و موزون کشورها و جوامع نشان می‌دهد. از این رو تأکید بر والایی منزلت دانش ریاضی در عرصه‌های ملی و بین‌المللی تنها یادآوری امری بدیهی و روشن اما ضروری و مبرم است.

سید محمد خاتمی

رییس جمهوری و ریاست عالی ستاد ملی سال جهانی ریاضیات

پنجمین کنفرانس بین المللی یونسکو و مرکز نوآوری های آموزشی برای توسعهٔ آسیا اقیانوسیه ACEID[1]:

اصلاحات یادگیری، برنامهٔ درسی و پداگوژی: دیدگاه‌های نوآورانه برای قرن جدید

۱۳ تا ۱۶ دسامبر ۱۹۹۹ - بانکوک، تایلند

گزارشگر: زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

پنجمین کنفرانس بین المللی یونسکو و اسید با شرکت حدود ۷۰۰ نفر و حول چهار موضوع زیر برگزار شد:

۱ ـ سیمای قرن جدید

۲ ـ شهروند آینده و کارآئی های لازم برای قرن جدید

۳ ـ یادگیری برای قرن جدید

۴ ـ برنامهٔ درسی و پداگوژی در قرن جدید

در طی این کنفرانس، علاوه بر بیست سخنران مدعو که دربارهٔ موضوع های بالا سخنرانی کردند، مقاله های تحقیقی متنوّع و متعدد دیگری نیز توسط شرکت کنندگان کشورهای مختلف ارائه شد. از نظر تعداد، استرالیا بیشترین مقالهٔ ارائه شده را داشت و ایران با سه مقاله در این کنفرانس شرکت کرده بود. متأسفانه از وزارت آموزش و پرورش ایران شرکت کننده ای در کنفرانس حضور نداشت. سازماندهی کنفرانس به نحوی بود که افراد بتوانند موضوع های مورد علاقهٔ خود را دنبال کنند. روز اوّل شامل مراسم افتتاحیه و روزهای دوم و چهارم شامل سخنرانی های مربوط به چهار موضوع اصلی کنفرانس بود و روز سوم، مقاله های تحقیقی ارائه شدند. در روزهای دوم و چهارم، هر نیم روز، به یکی از موضوع های چهارگانه اختصاص داشت که برنامه های آنها عمومی بود. در قالب یک نشست، ابتدا سخنران اصلی به ایراد سخنرانی می پرداخت، سپس چهار سخنرانی دیگر توسط چهار مدعو و مرتبط با آن موضوع ارائه می شد. آن گاه، افراد به پنج گروه تقسیم می شدند و هر گروه، در میزگردی با هماهنگی سخنران مدعو و چند نفر صاحب نظر در آن موضوع، به بحث و بررسی بیشتر در مورد مطالب عنوان شده می پرداختند. این سازماندهی فرصت خوبی برای بحث و گفتگوی مستقیم با سخنرانان ایجاد می کرد. قبل از پرداختن به جزئیات سخنرانی های ارائه شده، لازم است به نکات چشمگیر کنفرانس اشاره شود:

بارزترین ویژگی کنفرانس از نظر محتوائی، اعلام ناکارآمدی نظام های آموزشی و برنامه های درسی فعلی توسط تمام کشورهای شرکت کننده به عنوان یک درد مشترک بود. نگرانی کشورهای فوق نسبت به عدم توانائی پاسخگوئی مدارس به نیازهای واقعی کودکان، نادیده گرفته شدن نقش تکنولوژی در مدارس فعلی، چگونگی کارآمد کردن نظام های آموزشی در رابطه با ایجاد توانائی رویاروئی با تنش هائی که دلور و همکاران (۱۹۹۶) در «یادگیری گنج درون» به آنها اشاره کرده اند، تعیین جهت تغییرات در قرن جدید و تأثیر آن تغییرات بر جریان یاددهی ـ یادگیری، نقش تغییریافتهٔ معلم و آموزشهای قبل و ضمن خدمت آنها در عصر تکنولوژی، تعیین حداقل سواد شهروندی برای زیستن در جامعه های بدون مرز آینده و دهها مسألهٔ قابل توجّه دیگر در قرن جدید محور بحث و گفتگوهای این کنفرانس بود. جهت تغییرات پیشنهادی در کشورهای مختلف برای کشور ما آموزنده و هشداردهنده بود. برای مثال، بسیاری از کشورها در حال تغییر بنیادی برنامه های درسی خود بودند و این روند شامل

The Hong Kong Institute of Education 香港教育學院

کشورهای بسیار موفق و بسیار ناموفق بود. ژاپن، مالزی، تایلند، کرهٔ جنوبی، سنگاپور، هنگ کنگ، لائوس، کامبوج و فیلیپین از جمله کشورهائی بودند که مقدّمات تغییر را فراهم کرده بودند. نکتهٔ جالب توجّه در تمام این حرکتها، برنامه ریزی های میان مدّت و دراز مدّت برای تغییرات مطلوب بود. در تمام کشورهای ذکر شده، قبل از هر اقدامی، تغییرات پیشنهادی را از راههای مختلف به اطلاع جامعه رسانده بودند، از صاحب نظران در سطح وسیع کمک گرفته بودند و حداقل یک زمان دو تا پنج سال را برای فراهم کردن مقدمات تغییر پیش بینی کرده بودند و بعد از این زمان، قرار بود که اجرای آزمایشی برنامهٔ تغییر یافته را شروع کنند و به طور نظام وار، از اجرای آزمایشی برنامه بازخورد بگیرند و در برنامه دوباره نگری کنند تا بالاخره برنامه برای اجرای سراسری آماده شود. برای مثال نظام متمرکز آموزشی ژاپن با وجود موفقیت های چشمگیر جهانی در زمینهٔ ریاضیات و علوم، در نظر داشت که روزهای مدرسه را از شش روز به پنج روز در هفته کاهش دهد. برای این منظور، از سال ۱۹۹۸ مطالعات پژوهشی انجام شده بود و هنوز مشغول بررسی های مختلف نیازسنجی و امکان سنجی بودند تا در سال ۲۰۰۲ میلادی، این طرح را اجرا کنند. هم چنین، مطالعات تیمز در ژاپن نشان داده است که دانش آموزان ژاپنی با وجود موفقیت چشمگیر در ریاضیات و علوم، دارای طرز تلقّی منفی نسبت به این دو موضوع درسی بودند و این مسأله، ضرورت دوباره نگری در برنامه های درسی این دو موضوع را ایجاد کرده بود. در رابطه با برنامهٔ درسی ریاضی، توجّه کشورها به مرتبط کردن ریاضی با دنیای واقعی و توجّه به کاربرد ریاضی و حل مسأله معطوف شده بود.

آموزش معلمان و نقشی که باید توسط آنها در دنیای جدید ایفا شود دغدغهٔ همهٔ کشورها بود. تربیت معلمانی که توانائی رویاروئی با تنش های قرن جدید و آموزش دانش آموزان نسل تکنولوژی را داشته باشند از اصلی ترین چالش های قرن جدید عنوان شد. به هر حال، مسألهٔ جهانی شدن[2]، بومی ماندن[3] و توجّه به فردیّت[4] از ویژگی های قرن جدید است که برنامه های درسی و نظام های آموزشی باید به آن عنایت مخصوص داشته باشند. محورهای کنفرانس هم به این سه موضوع توجّه جدی داشت.

با این هدفهای عمومی، کنفرانس در ۱۳ دسامبر ۱۹۹۹ با سخنان پروفسور روپرت مک لین، رئیس ACEID و دفتر اصلی منطقه ای برای آسیا و اقیانوسیه ـ PROAP[5] آغاز شد. آنگاه ویکتور اُردُنز، دبیر این دفتر به حاضران خیرمقدم گفت. او خاطرنشان ساخت که این کنفرانس، یک تضمین زنده و ملموس برای همان چیزی است که یونسکو به خاطر آن ایجاد شده است و آن تحقّق بیانیهٔ حقوق بشر است که ۵۰ سال پیش اعلام شد. این بیانیه به حقوق افراد از جمله حق آموزش اشاره دارد و امسال، پس از گذشت یک دهه از اعلام «بیانیهٔ جامتین: آموزش برای همه» در سال ۱۹۹۰، میزان پیشرفت در جهت تحقّق این اولویت بلند پروازانه در حال ارزیابی است.

سپس کنفرانس، توسط نخست وزیر تایلند رسماً افتتاح شد. پس از آن، پروفسور دیوید هیکس از دانشگاه بَت اسپای انگلستان به سخنرانی پرداخت. دیوید هیکس به دلیل مطالعات وسیعش در زمینهٔ «آموزش برای تغییر»، «آموزش آینده»، «آموزش برای پایداری»، «آموزش رادیکال» و «بررسی راههای کمک به دانش آموزان و معلمان برای تفکّر خلاّق تر و نقّادتر دربارهٔ آینده» سخنران علمی افتتاحیه بود. ایشان با تأکید بر «ضرورت یک دیدگاه جهانی و آینده نگر به برنامهٔ درسی»، به نقش مستمر آموزش در اعتلای زندگی انسانی پرداخت. هیکس خاطرنشان ساخت «اگر آموزش نتواند با چالش بی عدالتی رویاروی شود، ممکن است آن را تصدیق کند!» در بخش پایانی این سخنرانی، هیکس به ارائهٔ فهرستی از منابع امید و الهام که توسط تحقیقاتش تعیین شده بود پرداخت. روز دوم شامل دو نشست و دو میزگرد مربوط به آنها بود.

نشست اول: سیمای قرن جدید

هماهنگ کنندهٔ این نشست پروفسور روپرت مک لین، رئیس ACEID در دفتر منطقه ای بانکوک بود. این نشست شامل یک سخنرانی اصلی و چهار سخنرانی کوتاه تر بود. سخنرانی اصلی توسط معاون وزارت آموزش و پرورش تایلند، دکتر تونسیری ایراد شد. ایشان به مسألهٔ جمعیّت اشاره کرد و متذکر شد که جمعیت دنیا تا سال ۲۰۵۰ حدوداً ۸/۹ میلیارد نفر خواهد شد که این افزایش، عمدتاً در کشورهای در حال توسعه خواهد بود. این افزایش جمعیت، جوامع در حال توسعه را با یک چالش جدّی روبه رو می سازد که چگونه فرصت های واقعی آموزشی را برای تمام شهروندان خود فراهم کنند. در این شرایط، فاصلهٔ بین ملتهای فقیر و غنی و مردمان فقیر و غنی بیشتر خواهد شد و خشونت افزایش خواهد یافت. دکتر تونسیری با نگرانی ابراز داشت که اگر تلاش جدی برای جلوگیری از خشونت و جنگ نشود، ممکن است قرن بیست و یکم به عنوان قرن جنگهای داخلی و منطقه ای در تاریخ ثبت شود. او برای جلوگیری از چنین دورنمای ناگواری، نظریه های

اقتصادی تفوّق بازار را خطرناک دانسته و بر ضرورت نظریه های جدید توسعهٔ اقتصادی پایا با توجّه به غنای گوناگونی های زندگی انسانی تأکید کرد.

در این نشست، چهار سخنرانی دیگر ارائه شد.

سخنرانی اول تحت نام **«چه نوع دنیائی؟»** توسط ویکتور اُردُنز، دبیر دفتر منطقه ای یونسکو در بانکوک ایراد شد. توجّه ایشان به نیاز به تعقّل در عصری بود که توسط سیطرهٔ تکنولوژیکی مورد تهدید قرار گرفته است: «امّا تکنولوژی یک وسیله و محرّک است، نه محتوا. وظیفهٔ آموزش و پرورش در قرن آینده چیرگی بر این ابزار است نه آن که تحت سیطرهٔ آنها قرار گیرد. همانطور که کارل ساگان، برنده جایزهٔ نوبل فیزیک گفته است، عمیق ترین چالش قرن بیست و یکم، بستگی به میزان درک و عقل ما در رابطه با فهمیدن الهامات علمی قرن بیستم خواهد داشت.» اُردُنز در ادامه، دنیای جدید را دنیای تکنولوژی، دنیای بدون مرز و دنیای قطبی توصیف کرد که ما باید دانش آموزان را برای ورود به آن آماده کنیم، در نتیجه نیازمند اصلاحات حقیقی و اساسی هستیم. اصلاحاتی که فقط یک اتفاق قابل ستایش یا یک انتخاب مطلوب نیست امّا یک ضرورت مطلق است.

دومین سخنرانی با عنوان ***«هم زیستی در هماهنگی»*** توسط دکتر آرت ـ اونگ جومسای ناآیودهیا، رئیس یک مؤسسهٔ آموزشی در تایلند ارائه شد. ایشان دکترای مکانیک از دانشگاه آکسفورد انگلستان داشتند و سالها در ناسا کار کرده بودند. ناگهان به اعتلای انسانی از طریق آموزش علاقه مند شده و کار در ناسا را رها کرده و به سرزمین خود بازگشته بود و تمام وقت خود را صرف آموزش کودکان تایلندی کرده بود. او بیشتر به خودسازی و تعهّد فردی تأکید کرد و گفت: «هیچ کس قادر به تغییر تمام دنیا نیست و اگر همهٔ دنیا را بد و نازیبا تصوّر کنیم، جز یأس و حرمان چیزی نصیب ما نمی شود.» او بر تغییر ضمیر ناخودآگاه فرد به سمت بهتر تأکید کرد و افزود که استفاده از مغز، قلب و دست[۶] به عنوان حیطه های شناختی، عاطفی و حسّی ـ حرکتی در یادگیری یک ضرورت است.

او متذکر شد که آموزش فعلی، بیشتر به تغذیهٔ یک جانبهٔ فکری کودکان می پردازد امّا این آموزش نیست. ما باید به دانش آموزان یاد دهیم که فکر کنند و از اطلاعات موجود استفاده کنند.

دکتر آرت اونگ، بر ضرورت تلفیق اخلاقیات با برنامهٔ درسی نیز تأکید ویژه داشت. به عنوان مثال، ایشان گفت که در یکی از کتاب های درسی ریاضی ابتدائی در تایلند مسألهٔ زیر نوشته شده بود:

«یک دامدار ۱۰ گوسفند داشت. ۷ گوسفندش دزدیده شدند. چند گوسفند دیگر برای او باقی مانده است؟»

ایشان متذکر شد که مسائل این چنینی خطرناک هستند زیرا ارزشهای منفی را آموزش می دهند. دکتر آرت اونگ پیشنهاد زیر را برای جایگزینی این مسأله و مشابه آن به وزارت آموزش و پرورش داده بود که مورد قبول واقع شده بود:

«یک دامدار ۱۰ گوسفند داشت. ۷ گوسفند را به پسرش هدیه کرد. چند گوسفند دیگر برای او باقی مانده است؟»

او در ادامه بر ضرورت تمرکز[۷]، تعمّق[۸] و مداقّه[۹] برای یادگیری بهتر تأکید کرد و گفت: «با تفکّرات سرشار از عشق، ما یاد می گیریم هرچه را که داریم با دیگران قسمت کنیم و به آنها بدهیم. ما یاد می گیریم به دیگران، جامعهٔ خودمان و دنیا کمک کنیم. پس یاد می گیریم تا با هم، در هماهنگی زندگی کنیم.» سپس در پایان، با اشاره به نظام متمرکز برنامهٔ درسی در تایلند، پیشنهاد داد که حداقل می توان عشق و ارزش و اخلاق را با هر موضوع درسی تلفیق کرده و تدریس نمود.

عنوان سخنرانی سوم **«دیدگاه تکنولوژیکی»** بود که توسط دکتر کارملیتا و یلانوا از دفتر منطقه ای بانکوک ایراد شد. او به ویژگی های انقلاب اطلاعاتی در آموزش و پرورش اشاره کرد و گفت: «فرصت هائی که برای مؤسسات، معلمان، دانش آموزان و سیاستگزاران آموزشی پیش آمده این است که ضرورت تغییر به انواع متفاوت و جدید و بهتر برای هزارهٔ بعدی هیچ زمانی بیش از الآن نبوده است. چالش بزرگ این است که یا الآن تغییر کنیم یا در آینده منسوخ شویم!»

آخرین سخنرانی این نشست با عنوان **«یک دیدگاه جوانانه به قرنی که تصور می کنیم»** توسط خانم سانجو شرما از هند ارائه شد. او به دنیائی بدون رقابت و مقایسه در آینده اشاره کرد و گزارش جهانی آموزش و پرورش یونسکو را مورد تأئید قرار داد که: «دنیائی که برای کودکانمان به جای می گذاریم، بستگی به کودکانی دارد که به دنیا تقدیم می کنیم.» (۱۹۹۸)

نشست دوم: شهروند قرن جدید

در این نشست، پنج سخنرانی با عنوانهای زیر برگزار شد:

الف) کیفیت شهروندان

ب) شایستگی های اساسی سوادآموزی برای شهروند آینده

پ) شهروند بین المللی

ت) به سمت فردای متلاطم
ث) دیدگاههای روان شناسانه.

سخنران اصلی این نشست پروفسور لی وینگ آن متخصص آموزش شهروندی از مؤسسهٔ تعلیم و تربیت هنگ کنگ بود. ایشان به اهمیت شهروندی و آموزش شهروندی در دههٔ ۱۹۹۰ میلادی اشاره کرد و نیاز به هویت ملّی را به خصوص بعد از ظهور کشورهای جدید در اروپای شرقی مطرح کرد. او متذکر شد که تقاضا برای هویت ملّی محور توجّه به سمت پایان منطقه ای بودن شده است. در انتهای جهانی شدن، مسأله شهروند فرا ملّی پدید آمد و ملاحظات محیط زیست یک مؤلفهٔ جدید در تعریف شهروندی شد. پروفسور وینگ آن در ادامه، به نتایج فاز اول مطالعهٔ بین المللی موفقیت تحصیلی در آموزش مدنی که از سال ۱۹۹۵ آغاز شد پرداخت. این مطالعه شامل مطالعات موردی کشورها با استفاده از رویکردهای کیفی است. کشورهای شرکت کننده چهار حوزهٔ اصلی یعنی دموکراسی، هویت ملّی، همبستگی اجتماعی و ملاحظات محیط زیستی را برای مطالعه انتخاب کردند. این انتخابها نشان دهندهٔ مراکز توجّه در توسعهٔ شهروندی در دنیای امروز است. نتایج این مطالعه برای توسعهٔ شهروندی در آسیا قابل استفاده است. دومین سخنران دکتر واین از دانشگاه نیوانگلند استرالیا بود. ایشان ابتدا به دیدگاه های متفاوت در سوادآموزی اشاره کرد و سپس به چگونگی ریشه کن کردن بیسوادی پرداخت. از نظر او، «سوادآموزی ابتدا به معنای توانائی خواندن و نوشتن بود. سوادآموزی به عنوان ابزار اساسی برای به دست آوردن انواع دیگر دانش از جمله ریاضی، علوم و علوم انسانی به حساب می آمد. با این حال، سواد آموزی یک ابزار به حساب می آمد و با انواع دیگر دانش اشتباه گرفته نمی شد. به همین دلیل، ما دربارهٔ یادگیری و انجام ریاضی یا علوم صحبت می کردیم امّا راجع به انجام سوادآموزی یا باسوادی علوم یا ریاضی صحبت نمی کردیم. حالا راجع به عبارتهائی مانند «سواد کامپیوتر»، «سواد کار» و «سواد احساسی» صحبت می کنیم. واضح است که این ایده های جدید بسیار فراتر از توانائی خواندن و نوشتن است امّا هنوز به طور اساسی، مفهوم سازی ابزاری از مهارتهای شناختی پایه ای هستند. با این حال، از دیدگاه «مهارت شناختی» به سوادآموزی، تنها یک رابطهٔ کم رنگ بین سواد آموزی و جامعه، سواد آموزی و توسعهٔ اقتصادی و سوادآموزی و قدرت سیاسی وجود دارد. دیدگاه دیگر، سوادآموزی ایدئولوژیک است. سواد تعیین کنندهٔ اصلی توسعهٔ اجتماعی و اقتصادی است. سواد به همان اندازه جامعه را شکل می دهد که جامعه سواد را شکل می دهد. کاهش رشد جمعیت و بهبود بهداشت عمومی از جمله منافع اجتماعی باسوادی است. برای مثال، سوباروو رانسی (۱۹۹۶) در یک مطالعه نشان دادند که دو برابر کردن نرخ ورود زنان به آموزش متوسطه (از ۱۸٪ به ۳۸٪)، نرخ مرگ و میر نوزادان را تا ۶۴٪ کاهش می دهد. در مقابل، مطالعهٔ آنها نشان داد که دو برابر کردن تعداد پزشکان فقط ۵٪ و دو برابر کردن درآمد سرانه تنها ۶٪ نرخ مرگ و میر را کاهش داده است. چنین یافته هائی باعث شده است تا بر باسوادی به عنوان اقتدار اجتماعی تأکید شود. این دیدگاه، یک رویکرد ساخت و سازگرائی به سوادآموزی است. اما کسانی که بر نقش سوادآموزی در اقتدار افراد در جوامع تأکید دارند، از موضع هابرمَس به این مسأله می نگرند. به هر حال، دانش رهائی بخش به همان اندازه که می تواند برای آزادی سیاسی مورد استفاده قرار گیرد، برای کنترل سیاسی هم مورد استفاده قرار می گیرد. در نتیجه حکومتها تلاش می کنند تا بر برنامه های سوادآموزی به گونه ای تأثیر بگذارند که یا به یادگیری قابل تبدیل و یا همنوائی با یک ایدئولوژی سیاسی رهنمون شود.»

سومین سخنران دکتر ویویان اُتاوانگ از دانشگاه ایالتی آریزونا در آمریکا بود که راجع به «شهروند قرن جدید» صحبت کرد. او چهار ستون آموزش یعنی ***یادگیری برای دانستن، یادگیری برای انجام دادن، یادگیری برای هم زیستی و یادگیری برای بودن (زیستن)*** که در گزارش دِلور به آنها اشاره شده است را تنها راه تشخیص آموزش برای شهروند بین المللی دانست. اُتاوانگ در پایان سخنرانی خود به ضرورت درک فرهنگی به جای تساهل فرهنگی برای تربیت شهروند بین المللی اشاره کرده و گفت: «یکی از ملزومات تربیت شهروند بین المللی، ارتقای رشد متعادل و پایای اقتصادی و اجتماعی است. در یک قالب وسیع، شهروند بین المللی به معنای فرصت های آموزشی بدیل و نظامهای تحویلی رسمی و غیر رسمی به عنوان وسیله ای برای دستیابی حقیقی هر فرد به آموزش و منابع سازگار با نیازها و هویت فرهنگی اوست. به عنوان یک مؤلفه از این گزاره، تربیت توسعهٔ شهروند بین المللی باید به ارتقای فراگیری ارزشها و طرز تلقی هادی به سمت شهروند دموکراتیک و زندگی در یک جامعهٔ ائتلافی توجّه داشته و نسبت به صلح، حقوق بشر، دموکراسی، توسعهٔ پایا، ارزش آزادی و احترام به شأن انسانی متعهّد باشد. شهروند بین المللی نیاز به توسعهٔ چارچوبی برای آموزش در طول زندگی را تشخیص می دهد که در آن قالب، عروج افراد به سمت یک جامعهٔ آزاد و باز و اشتیاق برای

The Hong Kong Institute of Education
香港教育學院
EDUCATION VICTORIA

خود ـ بهسازی دیده می شود. به خاطر تمام اینها، ما نیاز به یک دید امیدبخش داریم. شهروند بین المللی بخشی از جواب است.

در چهارمین سخنرانی، پروفسور دنیس برادلی از دانشگاه استرالیای غربی به ضرورت افزایش شهروندان با تحصیلات دانشگاهی در قرن جدید اشاره کرد و خاطر نشان کرد که این افزایش قطعاً منافع اجتماعی و اقتصادی زیادی دارد امّا بدون شک، نیازمند افزایش سرمایه گذاری های عمومی است.

آخرین سخنران این نشست بر ضرورت تلفیق هوش اخلاقی باهوش احساسی و شناختی در آموزش تأکید کرد.

موضوع نشست سوم «یادگیری برای قرن جدید» بود. سخنران اصلی این نشست دکتر رانگ کاودانگ از کمیسیون ملّی آموزش و پرورش تایلند و سخنرانی ایشان راجع به اصلاحات آموزشی تایلند برای قرن جدید بود. دکتر کاودانگ متذکر شد «پس از اولین تغییرات آموزشی تایلند در قرن گذشته، چندین تغییر دیگر برای پاسخگوئی به موقعیت های جدید ایجاد شد. با این حال، هیچ یک از آن تغییرات موفقیّت آمیز نبودند زیرا طی دوران جنگ سرد و زمانی که کشور از ثروت ناشی از شکوفائی اقتصادی دههٔ گذشته لذّت می برد، سیاست و مسائل دفاعی در اولویت قرار گرفتند. با بحران رکود اقتصادی در چند سال گذشته، جامعهٔ تایلند تشخیص داد که برای بهبود وضعیت اقتصادی و توانائی رقابت، باید در مورد نظام آموزشی فکری اساسی کرد.

به عنوان آموزشگران، ما نمی توانیم مسؤلیت خود را در مورد بیماری های اقتصادی، اجتماعی، فرهنگی و سیاسی انکار کنیم، زیرا مردمی که باعث این مشکلات شده اند، محصولات نظام آموزشی جاری ما هستند. تایلند چاره ای جز اصلاحات آموزشی ندارد و قلب اصلاحات آموزشی اصلاحات یادگیری است.

نظام آموزشی ما مدتهای طولانی بر پداگوژی «گچ و صحبت»[10]، یادگیری حافظه ای و انتقال یک سویهٔ دانش از طرف معلم به دانش آموزان تأکید داشته است. حتّی بدتر از آن، دانش ارائه شده با نیازهای یادگیرنده ها و اجتماع مرتبط نبود.

البتّه، نظام قدیم آموزشی یک سره بد نیست. اما در عصر تکنولوژی اطلاعاتی پیشرفته و رقابت جهانی، آموزش نباید تنها به کلاس درس محدود شود و معلمان نباید تنها منبع دانش باشند. هدف آموزش باید بارور کردن مهارتهای جستجوگرانهٔ دانش در دانش آموزان از طریق خودآموزی باشد تا آنها بتوانند در طول زندگی و به طور مستمر، در هر زمان و هر مکان یاد بگیرند.»

به گفتهٔ ایشان، هدفهای نظام جدید آموزشی در تایلند رشد و توسعهٔ انسانها در تمام جنبه های بهداشت جسمی و ذهنی، هوش، دانش، معنویت و اخلاق، صداقت و راه مطلوب زندگی به گونه ای است که توانائی زیستن در هماهنگی با دیگر انسانها را داشته باشند. سخنران تأکید کرد «نمی خواهیم شهروندانی داشته باشیم که مجهز به دانش باشند اما فاقد معنویت باشند یا شهروندانی که «چه» را می دانند امّا «چگونه» و «چرا» را نمی دانند. ما انسانهای ماشین مانند یا دائرة المعارفهای متحرّک نمی خواهیم و نباید کودکان خود را وادار به یادگیری چیزهائی بکنیم که متناسب با نیازها و شایستگی های آنها نیست. ما نیازمند این هستیم که کودکانمان شادمانه یاد بگیرند و به یک تلفیق متعادل از هوش و صداقت برسند.»

ایشان در پایان، به نقش کلیدی معلمان در تغییرات آموزشی و برنامه های متنوع پیش بینی شده برای آموزشهای ضمن خدمت آنها قبل از شروع نظام جدید اشاره کرد.

دکتر پنانوهو از دانشگاه فیلیپین، از یک دیدگاه ساخت و سازگرائی و با عنایت به نظریهٔ تعامل اجتماعی ویگوتسکی، به مسألهٔ دستیابی و برابری آموزشی در عصر اطلاعات اشاره کرد و به ارائهٔ یک پارادیم برای درک بهتر یادگیرنده پرداخت.

دکتر مَستر از شورای استرالیائی برای تحقیقات آموزشی، راجع به «رویکردهای نوآورانه به ارزیابی» صحبت کرد. او هدف از ارزیابی را نظارت و ارزشیابی یادگیری، توضیح پیشرفت، ارائهٔ شواهد مناسب از طریق کارهای مختلف دانش آموز، حفظ اسناد و ارائهٔ گزارش هائی که برای تصمیم گیری مفید باشند ذکر کرد.

چهارمین سخنران به ضرورت یادگیری محرومان جامعه در کشورهای در حال توسعه پرداخت.

آخرین سخنران این نشست دربارهٔ «نقش در حال تغییر معلمان» صحبت کرد. او خاطرنشان ساخت که یادگیری موفّق در گرو معلمان است امّا معلمان نیازمند نقش جدید در قرن جدید و عصر تکنولوژی اطلاعاتی هستند.

موضوع آخرین نشست این کنفرانس، «برنامهٔ درسی و پداگوژی در قرن جدید» بود. سخنران اصلی این نشست، پروفسور چِنگ از مرکز تحقیقات و همکاری های بین المللی مؤسسهٔ آموزشی هنگ کنگ و موضوع سخنرانی «جهانی شدن، بومی ماندن و توجّه به فردیت برای هوشهای چندگانه» بود. او با تأکید بر برتری هوش به دانش، به معرّفی سه مقولهٔ جهانی شدن، بومی ماندن و فردیت به عنوان کلیدهای پیشینه کردن یادگیری هوشهای چندگانه پرداخت و

The Hong Kong Institute of Education
香港教育學院

بر یادگیری مستمر در مقابل یادگیری به عنوان تمرین دانش های قبلی تأکید کرد.

دومین سخنران این نشست پروفسور ناکایاما از ژاپن بود. او به بحران کاهش جمعیت در ژاپن بر خلاف تایلند اشاره کرد و به شوخی گفت که شاید تا ۱۰۰۰ سال دیگر، تنها یک ژاپنی بر روی کرهٔ زمین باقی بماند که قطعاً آن یک نفر، آخرین امپراطور نیست! » منظور ایشان از برجسته کردن این موضوع، تأثیر تغییرات جمعیتی بر اصلاحات آموزشی بود. جهت تغییرات آموزشی ژاپن حرکت به سمت تلفیق موضوعها، آموزش مهارتها، کاهش فشار، تسهیل ورود به آموزش عالی و آموزش شهروندی عنوان شد. سخنران هم چنین، به واضح نبودن هدفهای نظام آموزشی ژاپن اشاره کرد و متذکر شد که بدون هدفهای آموزشی شفاف و قابل قبول ملّی، مردم ژاپن دچار مشکل خواهند بود.

سومین سخنران این نشست دربارهٔ دیدگاههای جدید راجع به آموزش و مغز صحبت کرد و ادّعا کرد که ۵۰٪ ضریب هوشی بر اثر وراثت و ۵۰٪ آن بر اثر تعامل با محیط توسعه می یابد. دکتر چات کوپت در ادامه راجع به هوش احساسی با بهرهٔ احساسی[11] و نقش آن در موفقیت انسان به ایراد سخن پرداخت و هوش احساسی را شامل شخصیت و کاریزما، خود ـ آگاهی، کنترل برانگیزش، سخت کوشی، خودنظمی، پافشاری، انگیزه و همدلی دانست.

او نسبت به ناتوانائی های شناخته شدهٔ ذهنی در کودکان و نقش آنها در شکست کودکان در مدرسه هشدار داد و گفت که آشنائی با این مشکلات، به آموزشگران کمک می کند تا به کودکان دارای این ناتوانائی ها آموزش دهند. ایشان از جرح و تعدیل های رفتاری و محیطی، تشویق و افزایش انگیزه به عنوان تکنیکهای مفید برای آموزش این کودکان نام برد و گفت که تکنولوژی های جدید و تکنیکهای تدریس ویژه می تواند به آنها کمک کند تا بر ناتوانی خود غلبه کنند.

پروفسور هاپکینز از دانشگاه یورک کانادا سخنرانی خود را درباره «بین المللی شدن و برنامهٔ درسی جدید» ایراد کرد. برای مثال، ایشان به تهیهٔ برنامهٔ درسی جدید در استان اُنتاریو بر اساس تجزیه و تحلیل داده های حاصل از نظرسنجی ها و مطالعات متنوع اشاره کرد و گفت که نتایج تجزیه و تحلیل ها نشان داد که نیازهای فارغ التحصیلی که باید در برنامهٔ درسی تجلّی پیدا کند باید شامل سوادآموزی، قدردانی هنری و خلاقیت، ارتباطات و تشریک مساعی، مدیریت اطلاعات، شهروند مسؤل و مهارتهای زندگی فردی، و ارزشها و اعمال باشد.

به گفتهٔ هاپکینز، اگرچه این هدفها هیچ یک غافلگیرکننده یا انقلابی نبودند، امّا با هدفهای سنّتی برنامهٔ درسی مغایر بودند. این شش نیاز فارغ التحصیلی، دربرگیرندهٔ دانش، مهارتها و دیدگاههای جنبه های اقتصادی، اجتماعی و محیط زیستی هستند که پایائی را به وجود می آورند و آرزوی توسعهٔ پایا از طریق برنامهٔ درسی توسط تمام اقشار جامعه ابراز شد. این تجربه نشان داد که آموزش می تواند بر مبنای مدل متفاوتی جهت داده شود. ایشان در پایان به شکلهای مختلف جهانی شدن و رقابت اشاره کرد.

آخرین سخنران این نشست آقای چیترا چیندا از تایلند بود که دربارهٔ «دیدگاه جوانان به برنامهٔ درسی و پداگوژی» به ایراد سخن پرداخت. او نتیجهٔ یک نظرسنجی از کودکان و نوجوانان در مورد آموزش و یادگیری در تایلند را ارائه داد. این نتایج حاکی از ناخشنودی دانش آموزان از محتوای درسی، روشهای تدریس و نظام ارزشیابی بود. سخنران گفت: «زندگی آب است و ما مانند ماهی هستیم! آموزش و پرورش ما را از آب بیرون می آورد تا به ما چگونه زیستن در آب را بیاموزد. سپس ما را به آب برمی گرداند! »

در خاتمهٔ کنفرانس، پروفسور هافز از استرالیا، جمع بندی جامعی از کنفرانس ارائه داد و دیدگاههای متّضاد مطرح شده در آن را برجسته کرد تا همگان را با سؤال های جدّی وادار به تفکر و بازتاب بر محتوای کنفرانس کند. او در پایان به نقل از مهاتما گاندی اظهار کرد: «ما می توانیم نیاز دنیا را برآورده کنیم امّا نمی توانیم حرص دنیا را تأمین کنیم. »

زیرنویس ها:

1. Asia-Pacific Centre of Educational Innovation for Development
2. Globalization
3. Localization
4. Individualization
5. Principal Regional Office for Asia and the Pacific
6. 3H: Head, Heart and Hands
7. Concentration
8. Contemplation
9. Meditation
10. Chalk and Talk
11. Emotional intelligence-Emotional Quotient (EQ)

به مناسبت سال جهانی ریاضیات

یان استوارت

« ریاضیدانی برای تمام فصول »

تهیه کنندگان: مهناز پاک‌خصال ، دبیر ریاضی منطقه ۴ تهران ـ عبدالله مصطفائی ، پژوهشگاه نیرو

یان استوارت در سال ۱۹۴۵ در فولک استون انگلستان بدنیا آمده و تحصیلات دانشگاهی خود را در دانشگاههای کمبریج و وارویک (Warwick) به پایان رسانده است . او هم اکنون دارای کرسی استادی ریاضی در دانشگاه وارویک و مؤسسه سلطنتی انگلستان در لندن می باشد . بعلاوه ، او ریاست «مرکز آگاهی ریاضی» در وارویک را نیز به عهده دارد .

استوارت به دلیل نوشته ها و برنامه های رادیو و تلویزیونی خود که دربارهٔ ریاضی بوده اند بسیار مشهور می باشد . در سال ۱۹۹۵ مدال میشل فارادی انجمن سلطنتی بدلیل آشنا کردن عموم مردم با علوم به او تعلق گرفت . در سال ۱۹۹۶ کتاب «اعداد در طبیعت» او جزء کاندیداهای جایزهٔ کمپانی Rhone Poulenc برای کتابهای علمی قرار گرفت . در سال ۱۹۹۷ او یک مجموعه تلویزیونی که شامل پنج سخنرانی بود را برای افراد جوان تهیه کرد که از شبکهٔ BBC انگلستان و NHK ژاپن پخش گردید .

استوارت بیش از شصت (۶۰) کتاب منتشر کرده است که بعضی از آنها عبارتند از : افسانه هایی از واقعیت ، اعداد در طبیعت ، تقارن ترسناک (هولناک) ، آیا خدا نیز تاس بازی می کند؟ ، از اینجا تا بی نهایت ، مسائل ریاضیات ، بازی ـ مجموعه و ریاضیات ، سرگردانی اسرارآمیز ، دیگر اسرار زندگی ، او در جدیدترین کتاب خود با عنوان «دانش جهان دیسکی» که به همراه یک زیست شناس بنام جک کوهن نوشته است ، سعی دارد با استفاده از افسانه ها به جستجوی علوم جدید بپردازد . قابل ذکر است که این کتاب یکی از پرفروش ترین کتابها نیز بوده است .

او همکاری وسیعی با روزنامه ها و مجله های انگلستان ، اروپا و آمریکا دارد که در این مورد می توان به مجله های New Scientist ، Discover, Scientific American اشاره نمود . استوارت مشاور ریاضی مجلهٔ New Scientist بوده و مسئولیت ستون سرگرمی ریاضی در ماهنامه Scientific American را به عهده دارد . بعلاوه او یک سری افسانه های علمی در مجلات Omni و Analog منتشر نموده است .

ایشان نویسنده و ارائه کننده یک برنامه رادیویی در BBC بود که در دسامبر ۱۹۹۲ ارائه شد . او در تلویزیون کانادا در یک برنامه منظم نیز ظاهر می شود . در تلویزیون انگلستان و در مجموعهٔ Equinox(اعتدالین) برنامه هایی با عنوان «اعداد بسیار کوچک» ، «آخرین نمایش» ، «واقعیت روی سنگها» ، «عروس فرانکشتاین» ، «جنسیت و دانشمندان» و «بازی اعداد» را اجرا کرده است . البته استوارت هر از چند گاهی در برنامهٔ Future File شبکه ماهواره‌ای اخبار تجاری اروپا نیز ظاهر می شود .

یان در زمینه تحقیقات ریاضی نیز بسیار فعّال می باشد و تاکنون ۱۳۰ مقاله منتشر نموده است . زمینهٔ کنونی تحقیقات او عبارت است از : اثرات تقارن روی دینامیک برای زمینه هایی از قبیل تحرک حیوانات ، دینامیک سیّالات ، زیست شناسی ریاضی ، واکنش های شیمیایی ، مدارهای الکترونیکی ، کنترل کیفیت سیم و کنترل هوشمند ماشینهای پیچش فنر .

■ در زیر، فهرست انتشارات فنی پروفسور یان استوارت آورده شده است:

Recent Technical Publications

[with B. Dionne and M. Golubitsky] Coupled Cells with internal symmetry: I. Wreath products, *Nonlinearity* 9

(1996) 559-574.

[with B. Dionne and M. Golubitsky] Coupled Cells with internal symmetry: II Direct. products, *Nonlinearity* **9** (1996) 575-599.

[with P. Ashwin and J. Buescu] From attractor to chaotic saddle: a tale of transverse instability, *Nonlinearity* **9** (1996) 703-737.

[with J.E.Furter and A.M. Sitta] Singularity theory and equivariant bifurcation problems with parameter symmetry, ***Math.** Proc. Camb. Phil. Soc.* **120** (1996) 547-578.

[with M.D. Impey and R.M. Roberts] Hidden symmetries and pattern formation in Lapwood convection, *Dyn. Stab. Sys.* **11** (1996)155-192.

Symmetry methods in collisionless many-body problems, *J. Nonlin. Sci* **6** (1996)543-563.

[with M.Bayliss, M. Muldoon, M. Nicol, L. Reynolds, and D. Wood] Chaos theory, Fractal materials, and spring wire, *Wire Industry* **64** (1997) 144-148.

[with M.G.M. Gomes] Symmetry of generic bifurcations in cubic domains, *Internat. J. Bif. Chaos* **7**(1997) 147-171.

[with J.J. Collins, M. Golubitsky, and L. Buono] A modular network for legged locomotion, *Physica D.* **115** (1998) 56-72.

[with J.E. Furter and A.M. Sitta] Algebriac path formulation for equivariant bifurcation problems, *Math. Prac. Camb. Phil. Soc.* **124** (1998) 275-304.

استوارت یکی از اعضای فعال SFWA (نویسندگان داستانهـا و افسانه های علمی در آمریکا) است که طی ده سال، بیش از هیجـده داستان کوتاه در نشریات Omni و Analog منتشر کرده است. بعلاوه او عضو گروه داستان های علمی بیرمنگام و انجمن داستانهای علمی انگلیس نیز می باشد. او تعداد زیادی سخنرانی در مورد داستانهـا و افسانه های علمی داشته است و در کنوانسیون جهانی داستانهای علمی در ۱۹۹۵ نیز سخنرانی نموده است. رادیوی کشور چک در پـراگ نیز افسانهٔ علمی او با عنوان انقلاب میکروبی را پخش نموده است. در این ارتباط رمان Wheelers او که با آقای جک کوهن نوشته است در سال ۲۰۰۰ چاپ خواهد شد.

■ فهرست افسانه‌های علمی او به شرح زیر می باشد:

1. ... And master of one, Analog 99#6, June 1979, 113-126.

2. The malodorous plutocrats, Analog 99#9, Sept. 1979, 87-102.

3. Message form Earth, OMNI, Feb. 1980, 50-52. Reprinted in The Best of OMNI Science Fiction # 3, 1982, 50-51.

4. Paradise misplaced, Analog 101 # 3, Mar. 1981, 12-38.

5. Incredibility gap, Analog 101 # 4, Mar. 1981, 42 - 52.

6. The microbotic revolution, OMNI, Aug. 1981, 3 # 11, 62 -65, 104-107. Reprinted in the Best of OMNI Science Fiction # 6, 1983, 118 - 123.

7. Deep Joat, Analog 101 # 8, July 1981, 88 - 108.

8. Ashes, OMNI, Dec. 1981, 4 # 3, 76 - 78, 152 - 156.

9. The digital dictator, Analog 102 # 8, Aug. 1982, 84 - 100.

10. The treacle well, Analog 103 # 10, mid - Sept. 1983, 40 - 58.

11. Missing link, Analog 106 # 1, Jan. 1986, 154 - 174.

12. Billy the Kid, Analog 107 # 1, Jan. 1987, 162 - 175.

13. Displaced person, Analog 107 # 5, May 1987, 144 - 178.

14. Captives of the slavestone, Analog 107 # 12, mid-Dec. 1987, 148 - 178.

15. Curlew' s choice, Analog 110 # 3, Feb. 1990, 156 - 175.

16. Wall of death, Analog 110 # 11, Oct, 1990, 82 - 109.

17. Hydra, Analog 113 # 3, Feb. 1993, 66 - 81.

18. The ape that ate the universe, Analog 113 # 8/9, Jul. 1993, 100 - 121.

19. [With J Cohen] Code of the skydiver, Interzone 136 (October 1998) 21 - 26.

در ادامه، متن پرسش و پاسخ مترجمان با یان استوارت جهـت آشنائی علاقمندان با دیدگاههای ایشان آورده شده است.

الف) هدف شما از پذیرش مسئولیت ستون «تفریحات ریاضی» در ماهنامه Scientific American چه بود؟

ج: اصولاً من همیشه تمایل داشتم اینکار را انجام دهم. من نوشته های این ستون را از زمانی که ۱۴ ساله بودم و مسئولیت آن برعهده آقای مارتین گاردنر بود، پی گیری می نمودم. اساساً این ستون تأثیر بسزائی در ریاضیدان شدن من داشت. در سال ۱۹۸۸ از من خواسته شد که برای این ستون در ترجمهٔ فرانسوی Scientific American مطلب بنویسم و من نیز پذیرفتم. بعد از آن تصمیم گرفته شد که در ترجمه های آلمانی، ایتالیائی، اسپانیائی و ژاپنی نیز این ستون راه اندازی شود. سپس مسئولان اصلی در آمریکا نیز خواستند تا این ستون را داشته باشند و از آن به بعد است که من اینکار را انجام می دهم. (تاکنون ۱۳۸ ستون نوشته ام که ۸۲ ستون آن در ویرایش آمریکائی مجله بوده است).

ب) آیا شما برای تهیهٔ مطالب این ستون از همکاری یک گروه برخوردارید؟

ج: خیر، من اساساً همه کارها را خودم انجام می دهم. البته نباید فراموش کرد که مجله دارای ویراستاران، هنرمندان و نمونه خوانهای بسیار خوبی است که اشتباهات من را تصحیح می نمایند.

پ) با توجه به وسعت موضوعات چاپ شده، چگونه موضوع خود را پیدا می‌کنید؟

ج: پس از سالها تعمق دربارهٔ ریاضی، ایده های بسیار زیادی در ذهنم وجود دارد. البته من مشترک مجلات گوناگون نیز می باشم که مطالب مناسبی دارند و در این مورد می توان به:

American Mathematical monthly,

Mathematics Magazine,

Mathematical Intelligencer

و ... اشاره نمود. من در کتابها، مجلات و روزنامه ها به دنبال ایده می گردم. این موضوع نیز فراموش نشود که خوانندگان مجله ایده های خوبی برایم می فرستند. من برای هر ایده پرونده ای دارم که مطالب برای این ستون را در داخل آن قرار می دهم و زمانیکه در آن مورد بخصوص مطلب به حد کافی رسید، قادرم که دربارهٔ آن بنویسم.

ت) آیا با مسئول قبلی این ستون «آقای بنو مارتین گاردنر» در ارتباط هستید؟

ج: من تاکنون او را ندیده ام (هرچند از این بابت متأسفم) ولی گاهی با هم مکاتبه می نمائیم. اخیراً او یک ایدهٔ بسیار عالی برای چاپ در ستون برایم فرستاده است.

ث) چرا می‌خواهید ریاضیات را به دیگر مطالب ربط دهید؟

ج: چون اساساً تمام شئونات زندگی انسان در ارتباط با ریاضی می باشد و زندگی بدون ریاضی وجود ندارد. ولی از آنجائیکه قسمت اعظم ریاضی در «پشت صحنه» قرار دارد، اکثر مردم نمی توانند آن را درک کنند. من فکر می کنم ریاضیات یک موضوع بسیار عجیب است و این موضوع که مردم از وسعت و اهمیت آن غافلند، مرا ناراحت می کند. از این رو سعی دارم ارتباط و اهمیت آن را برایشان بیان دارم.

ج) در مورد چه موضوعاتی تحقیق می‌نمائید؟

ج: موضوع اصلی تحقیقات دانشگاهی من در مورد شکل گیری الگو در سیستمهای دینامیکی بخصوص از نقطه نظر تقارن می باشد. من هرچیزی از تئوری مخض ریاضی گرفته تا کاربرد ریاضیات بخصوص در مورد واکنشهای شیمیائی و حرکت و نقل و انتقال در حیوانات را مورد بررسی قرار می دهم. من علاقهٔ روبه رشدی به موضوع جالب ریاضیات زیستی دارم. من با صنایع تولید فنر و سیم در انگلستان نیز همکاری دارم و در زمینه طراحی و ساخت ماشینهائی برای کنترل کیفیت سیم و دیگر محصولات و نیز کنترل هوشمند ماشینهای تهیهٔ مارپیچ به فعالیت مشغول هستم.

چ) نظر شما دربارهٔ تعمیم و جهانی شدن ریاضیات (شعار سال جهانی ریاضیات) چیست؟

ج: چه قبول کنید و چه نکنید باید بگویم که قلب ریاضیات «سادگی» است. باید گفت که سادگی و تعمیم ریاضیات با یکدیگر در ارتباط می باشند. من معتقدم اگر ریاضیات در بین تمامی اقشار مردم تعمیم یابد بهتر می توان به سادگی آن پی برد. البته افراد غیرمتخصص اغلب این موضوع را درک نمی کنند و از این رو بر عهدهٔ ریاضیدانان است که با خارج از محیط تخصصی خود نیز ارتباط برقرار نمایند.

ح) کمی در مورد ترجمه مطالب منتشر شدهٔ خودتان توضیح دهید.

ج: اکثر کتابهای علمی و مشهور اینجانب به ۲۴ زبان عربی، فرانسه، آلمانی، ایتالیائی، هلندی، ژاپنی، پرتغالی، اسپانیائی، دانمارکی، سوئدی، نروژی، اندونزیائی، عبری، برزیلی، یونانی، روسی، رومانیائی، مجاری، چینی، کره ای، لهستانی، تایوانی، استونی، ... ترجمه شده است.

خ) چه توصیه‌هائی برای دانشجویان و معلمان ریاضی دارید؟

ج: ۱ـ ریاضی چیزی است که باید از کار کردن با آن لذت برد و

نه اینکه آن را یک کار پیش پا افتاده دانست .

۲ـ ریاضیات ساده است شما باید به سادگی آن پی ببرید .

۳ـ ریاضیات یک بازی فوتبال نیست که آن را تماشا کنید و لذت ببرید بلکه باید آن را انجام دهید .

۴ـ ریاضیات دارای تاریخ بسیار طولانی است و از این موضوع می توان بخوبی استفاده کرد .

۵ـ علوم فنی ، علوم انسانی و حتی هنر (برای مثال هنر اسلامی و تقارن) به ریاضیات ربط دارد . این ارتباطات باعث می شود که ریاضیات جالبتر شده و فراگیری آن آسانتر گردد .

۶ـ بیشترین علاقهٔ ریاضی شما باید این باشد که چگونه هرچیزی آسانتر می شود . به این موضوع که امروز سرکلاس چه بگویم یا اینکه امتحان این هفته چه خواهد شد فکر نکنید بلکه در حول و حوش مطالب موردنظرتان تحقیق کنید .

۷ـ حتی برای موفقترین محققین ریاضی نیز درک یک مسئله اغلب مشکل می باشد .

د) به نظر جنابعالی، آینده ریاضیات به چه صورت خواهد بود؟

ج : اساساً من باید بگویم که برای ریاضیات آیندهٔ روشنی را پیش بینی می کنم . احتمالاً اهم خط سیر آن عبارت خواهد بود از :

۱ـ ریاضیات به علوم کاربردی از قبیل زیست شناسی و انفورماتیک متصل خواهد گردید .

۲ـ اساساً کامپیوتر با سرعت بیشتری وارد تحقیقات ریاضی خواهد شد و به عنوان یک ابزار آزمایشگاهی برای ریاضیدانان درخواهد آمد .

۳ـ کاربرد ریاضیات در زمینه های جدید از قبیل بخش مالی افزایش خواهد یافت .

۴ـ تصور تصویری (Visual imagery) به عنوان اساس اثباتهای دقیق و موشکافانه ریاضی به کار گرفته خواهد شد .

۵ـ شاخه های مجزای ریاضی (از قبیل ارتباط توپولوژی با تئوری کوانتومی میدان یا ارتباط تئوری گروه با دینامیک غیرخطی به هم پیوسته خواهند شد .

ذ) آیا هیچگاه به ایران سفر کرده اید؟

ج : خیر ، من هیچگاه در ایران نبوده ام .

ر) اوقات فراغت خود را چگونه می گذرانید؟

ج : برای من مطالعه کتاب به عنوان یک عادت درآمده است بخصوص داستانها و افسانه های علمی (در حال حاضر من کلکسیونی از ۶۰۰۰ کتاب و مجله درباره داستانهای علمی دارم) . البته ماهیگیری نیز می کنم و گیتار نیز می نوازم (در دانشکده من عضو یک گروه موزیک بودم) .

■ در ادامه، پیشینهٔ علمی ایشان به اختصار ذکر شده است:

نام:

یان نیکلاس استوارت

تاریخ تولد:

۲۴ سپتامبر ۱۹۴۵

ملّیت:

انگلیسی

مدارج علمی:

لیسانس	دانشگاه کمبریج	۱۹۶۶
فوق لیسانس	دانشگاه کمبریج	۱۹۶۹
Ph.D.	دانشگاه وارویک	۱۹۶۹
دکترای افتخاری	دانشگاه وست مینستر	۱۹۹۸

دیگر مدارج علمی:

مدرک FIMA	۱۹۹۳
Certificate MAth	۱۹۹۳

مشاغل:

استادیار	دانشگاه وارویک	۱۹۸۴ـ۱۹۶۹
دانشیار	دانشگاه وارویک	۹۰ـ۱۹۸۴
استاد	دانشگاه وارویک	۱۹۹۰ ـ هم اکنون
استاد مدعو	دانشگاه Tübingen	۱۹۷۴
استاد میهمان	دانشگاه Auckland	۱۹۷۶
استادیار	دانشگاه Storrs امریکا	۷۸ـ۱۹۷۷
استاد	دانشگاه Carbondale امریکا	۱۹۷۸
استاد	دانشگاه Houston امریکا	۸۴ ـ ۱۹۸۳

■ جوایز و عنوان های کسب شده:

- جایزه پروفسور Gresham در هندسه ، کالج Gresham ، ۱۹۹۸ ـ ۱۹۹۴ .
- مدال میشل فارادی ، انجمن سلطنتی ، ۱۹۹۵ .
- کاندید جایزه Rhone ـ Poulenc برای کتابهای علمی ، ۱۹۹۶ .
- کاندید جایزه ABSW/Glaxo ـ Wellcome برای نگارشهای علمی (۱۹۹۶) ، بخش مجلات .
- سخنران انجمن های ریاضی زلاند نو و لندن ، ۱۹۹۷ .
- سخنران مؤسسه سلطنتی ، ۱۹۹۷ .
- دکترای افتخاری از دانشگاه Westminster ، ۱۹۹۸ .
- کسب عنوان پروفسوری موسسه سلطنتی ریاضیات ، ۱۹۹۹ .

اثباتِ دبیرستانی برای قضیهٔ دو مربعِ فرما

محمّدرضا پورنکی

گروه ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه تهران و مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیات

E-mail: pournaki@vax.ipm.ac.ir

چکیده

در این مقاله، قضیـهٔ دو مربع فرما را که بیان می کند اعـدادِ اولِ به شکل $4k + 1$ قابل نمایش به صورت مجموع دو مربع هستند، ثابت خواهیم کرد. همچنین با استفاده از این قضیه تمام اعدادِ طبیعیِ قابل نمایش به صورت مجموع دو مربع رده بندی خواهند شد.

۱ـ مقدمه

اعداد اولِ ۲ ، ۳ ، ۵ ، ۷ ، ۱۱ و ۱۳ را درنظر می گیریم. توجه می کنیم $1^2 + 1^2 = 2$ ، $1^2 + 2^2 = 5$ و $2^2 + 3^2 = 13$ ولیکن ۳ ، ۷ و ۱۱ را نمی توانیم به صورت مجموع دو مربع بنویسیم. اگر دقّت کنیم به جز ۲ ، ۵ و ۱۳ اعداد اولّی به شکـل $4k + 1$ می باشند و ۳ ، ۷ و ۱۱ اعدادی اولّ به شکل $4k + 3$. این موضوع تصادفی نمی باشد و در واقع ۲ و تمام اعدادِ اولِ به شکل $4k + 1$ قابل نمایش به صـورت مجموع دو مربع هستند و هیچ کدام از اعدادِ اولِ به شکل $4k + 3$ را نمی توان به صورت مجموع دو مربع نمایش داد. این مطالب، اولّ بار به صورت یکی دیگر از آن یادداشتهای حاشیه ای مشهور فرمـا، در نسخهٔ شخصی او از کتاب دیوفانتوس ارائه شده بود و از آن پـس تاکنون اثبات های متعدّدی برای آنچه که به قضیهٔ دو مربعِ فرما مشهور شد، ارائه شده است. در اغلـبِ این اثبات ها از مطالبی اسـتـفـاده می شود که معمولاً بالاتر از سطح دبیرستان است، امّا در سال ۱۹۹۰ Zagier در [2] اثباتی شگفت انگیز از این قضیه ارائه کرد. اثبات او از یک جمله تشکیل شده است(به عنـوانِ [2] نگاه کنید)، و از خواص اعضای مرتبهٔ ۲ در گروه های متقارن استفاده می شود. بـه نـوعـی می توان خواص مذکور را کاملاً به زبان دبیرستانی ترجمه کرد. آنچه در زیر می آید، چیزی نیست جز تبدیل مقالهٔ [2] به زبان دبیرستان.

۲ـ قضیهٔ دو مربعِ فرما

در این بخش می خواهیم قضیـهٔ دو مربعِ فرما را به روشی که در بخش ۱ اشاره کردیم ثابت کنیم. برای این منظور به تعریف زیر نیاز داریم:

تعریف. فرض کنیم Ω یک مجموعه باشد و $f : \Omega \to \Omega$ [1] تابعی دلخواه. $x \in \Omega$ را *نقطهٔ ثابت* f می نامیم هرگـاه $f(x) = x$ ، در غیر این صورت x را *نقطهٔ غیرثابت* f خواهیم نامید.

اکنون فرض می کنیم Ω یک مجموعهٔ متناهی باشد. برای fهای خاصی بین *تعداد نقاط ثابت* f و *تعداد اعضای* Ω یعنی، $|\Omega|$ ، ارتباطی نزدیک برقرار است، لم کلیدی زیر این ارتباط را مشخص می کند.

لم ۱ـ فرض کنیم Ω یک مجموعهٔ متناهی و $f : \Omega \to \Omega$ تابعی با این خاصیت باشـد کـه $fof = I$ (I تابع همانـی روی Ω است). در این صورت

$$\text{تعداد نقاط ثابت } f \overset{2}{\equiv} |\Omega| \text{ ،}$$

بالاخص تعداد نقاط ثابـت f فرد است اگر و فقط اگـر $|\Omega|$ فرد

باشد.

اثبات. رابطهٔ $\sim$ را روی Ω به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$a\sim b \Leftrightarrow a=b \ \text{یا}\ a=f(b)$$

$\sim$ دارای خاصیت بازتابی است زیرا برای هر $a\in\Omega$ ، $a=a$ و لذا $a\sim a$ ، همچنین $\sim$ دارای خاصیت تقارنی می باشد زیرا برای هر $a,b\in\Omega$ ،

$$\begin{aligned} a\sim b &\Rightarrow a=b \ \text{یا}\ a=f(b)\\ &\Rightarrow b=a \ \text{یا}\ b=f(a)\\ &\Rightarrow b\sim a,\end{aligned}$$

از طرفی $\sim$ دارای خاصیت متعدّی نیز می باشد زیرا برای هر $a,b,c\in\Omega$ ،

$$\begin{aligned} a\sim b\,,\, b\sim c &\Rightarrow (a=b \ \text{یا}\ a=f(b))\,,\,(b=c \ \text{یا}\ b=f(c))\\ &\Rightarrow (a=b\,,\,b=c) \ \text{یا}\ (a=b\,,\,b=f(c)) \ \text{یا}\\ &\quad\ (a=f(b)\,,\,b=c) \ \text{یا}\ (a=f(b)\,,\,b=f(c))\\ &\Rightarrow a=c \ \text{یا}\ a=f(c) \ \text{یا}\ a=f(c) \ \text{یا}\ a=c\\ &\Rightarrow a=c \ \text{یا}\ a=f(c)\\ &\Rightarrow a\sim c.\end{aligned}$$

در نتیجه $\sim$ یک رابطهٔ هم ارزی روی Ω می باشد. کلاس هم ارزی $a\in\Omega$ یعنی، $[a]$ ، برابر است با

$$\begin{aligned}[a] &= \{x\in\Omega \mid x\sim a\}\\ &= \{x\in\Omega \mid x=a \ \text{یا}\ x=f(a)\}\\ &= \begin{cases}\{a\} & \text{اگر } a \text{ نقطهٔ ثابتِ } f \text{ باشد}\\ \{a\,,\,f(a)\} & \text{اگر } a \text{ نقطهٔ غیرثابتِ } f \text{ باشد}\end{cases}\end{aligned}$$

پس کلاس های هم ارزی این رابطهٔ هم ارزی یا یک عضوی اند و یا دوعضوی. وقتی کلاس های هم ارزی تمام عناصر Ω را محاسبه کنیم، کلاس های یک عضوی همگی متمایز خواهند بود و تعداد آنها به تعداد نقاط ثابت f است، امّا ممکن است کلاس های دو عضوی همگی متمایز نباشند، ولی با درنظر گرفتن کلاس های هم ارزی دو عضویِ متمایز به افراز زیر از Ω دست خواهیم یافت:

$$\Omega=\underbrace{[a_1]\cup\dots\cup[a_t]}_{\text{کلاس های هم ارزی یک عضوی که به تعداد نقاط ثابت f هستند}}\ \cup\ \underbrace{[a_{t+1}]\cup\dots\cup[a_s]}_{\text{کلاس های هم ارزی دو عضوی متمایز}}$$

در نتیجه

$$|\Omega|=\underbrace{1+\cdots+1}_{\text{به تعداد نقاط ثابت f}}+\underbrace{2+\cdots+2}_{(s-t)\ \text{تا}}$$

یا

$$|\Omega| = \text{تعداد نقاط ثابت } f + 2(s-t)\,,$$

و لذا

$$|\Omega| \overset{2}{\equiv} \text{تعداد نقاط ثابت } f\,.$$

بالاخص تعداد نقاط ثابت f فرد است اگر و فقط اگر $|\Omega|$ فرد باشد. □

اکنون آماده ایم که قضیهٔ دو مربع فرما را با استفاده از لم ۱ ثابت کنیم.

قضیهٔ دو مربع فرما. فرض کنیم p عددی اول باشد طوری که $p=2$ یا $p\overset{4}{\equiv}1$. در این صورت p را می توانیم به صورت مجموع دو مربع بنویسیم.

اثبات. اگر $p=2$ ، آنگاه $p=1^2+1^2$ و لذا حکم ثابت است. پس فرض می کنیم $p\overset{4}{\equiv}1$ ، و لذا برای یک عدد طبیعی k ، $p=4k+1$. قرار می دهیم

$$\Omega=\{(x,y,z)\in\mathbb{N}^3 \mid x^2+4yz=p\}$$

چون $(1,1,k)\in\Omega$ ، لذا Ω مجموعه ای ناتهی است، متناهی بودن Ω نیز واضح می باشد. اکنون تابع f را روی Ω با ضابطهٔ زیر تعریف می کنیم:

$$f(x,y,z)=\begin{cases}(x+2z,\ z,\ y-x-z) & \text{اگر } x<y-z\\ (2y-x,\ y,\ x-y+z) & \text{اگر } y-z<x<2y\\ (x-2y,\ x-y+z,\ y) & \text{اگر } x>2y\end{cases}$$

توجه می کنیم برای هر $(x,y,z)\in\Omega$ ،

$$(x+2z)^2+4z(y-x-z)=p\,,$$

$$(2y-x)^2+4y(x-y+z)=p\,,$$

$$(x-2y)^2+4(x-y+z)y=p\,,$$

و لذا $f(x,y,z)\in\Omega$ ، یعنی f تابعی از Ω به Ω است.

حال ثابت می کنیم $fof=I$ ، برای این منظور گیریم $(x,y,z)\in\Omega$ دلخواه باشد:

□ **حالت اول** $x<y-z$

قرار می دهیم $X=x+2z$ ، $Y=z$ و $Z=y-x-z$. توجه می کنیم که $X>2Y$ و لذا

$$\begin{aligned} fof(x,y,z) &= f(f(x,y,z))\\ &= f(x+2z,z,y-x-z)\\ &= f(X,Y,Z)\\ &= (X-2Y,X-Y+Z,Y)\\ &= (x,y,z).\end{aligned}$$

□ **حالت دوم** $y-z<x<2y$

قرار می دهیم $X=2y-x$ ، $Y=y$ و $Z=x-y+z$. توجه می کنیم که $Y-Z<X<2Y$ و لذا

$$\begin{aligned} fof(x,y,z) &= f(f(x,y,z)) \\ &= f(2y-x, y, x-y+z) \\ &= f(X,Y,Z) \\ &= (2Y-X, Y, X-Y+Z) \\ &= (x,y,z). \end{aligned}$$

□ **حالت سوم** $x > 2y$

قرار می‌دهیم $X = x - 2y$ ، $Y = x - y + z$ و $y = Z$. توجه می‌کنیم که $X < Y - Z$ و لذا

$$\begin{aligned} fof(x,y,z) &= f(f(x,y,z)) \\ &= f(x-2y, x-y+z, y) \\ &= f(X,Y,Z) \\ &= (X+2Z, Z, Y-X-Z) \\ &= (x,y,z). \end{aligned}$$

پس برای هر $(x,y,z) \in \Omega$ ، $fof(x,y,z) = (x,y,z)$ و لذا $fof = I$.

اکنون می‌خواهیم نقاط ثابت f را به دست آوریم، برای این منظور گیریم $(x,y,z) \in \Omega$ نقطه‌ای ثابت از f باشد: $f(x,y,z) = (x,y,z)$.

□ **حالت اول** $x < y - z$

$$\begin{aligned} f(x,y,z) = (x,y,z) &\Rightarrow (x+2z, z, y-x-z) = (x,y,z) \\ &\Rightarrow x = y = z = 0 \end{aligned}$$

پس $(x,y,z) \notin \Omega$ و لذا این حالت به تناقض منجر می‌شود.

□ **حالت دوم** $y - z < x < 2y$

$$f(x,y,z) = (x,y,z) \Rightarrow (2y-x, y, x-y+z) = (x,y,z) \Rightarrow x = y$$

چون $(x,y,z) \in \Omega$ لذا $x^2 + 4yz = p$ یا $x^2 + 4xz = p$ پس $x(x+4z) = p$ و در نتیجه $x = 1$ و $x + 4z = p$ پس $x = y = 1$ و $z = \frac{p-1}{4} = k$ ، و لذا در این حالت فقط یک نقطهٔ ثابت برای f به دست می‌آوریم: $(x,y,z) = (1,1,k)$.

□ **حالت سوم** $x > 2y$

$$\begin{aligned} f(x,y,z) = (x,y,z) &\Rightarrow (x-2y, x-y+z, y) = (x,y,z) \\ &\Rightarrow x = y = z = 0 \end{aligned}$$

پس $(x,y,z) \notin \Omega$ و لذا این حالت نیز به تناقض منجر می‌شود.
در نتیجه f فقط و فقط دارای یک نقطهٔ ثابت می‌باشد: $(1,1,k)$.
پس تاکنون ثابت کرده‌ایم که Ω مجموعه‌ای است متناهی و $f: \Omega \to \Omega$ این خاصیت را دارد که $fof = I$. چون تعداد نقاط ثابت f فرد (برابر ۱) می‌باشد لذا بنابر لم ۱، $|\Omega|$ نیز فرد خواهد بود. اکنون تابع $g: \Omega \to \Omega$ را با ضابطهٔ $g(x,y,z) = (x,z,y)$ تعریف می‌کنیم. واضح است که $gog = I$ و چون $|\Omega|$ فرد است پس مجدداً بنابر لم ۱ تعداد نقاط ثابت g فرد خواهد بود، پس g لااقل دارای یک نقطهٔ ثابت، مثلاً $(a,b,c) \in \Omega$ است: $g(a,b,c) = (a,b,c)$. این نتیجه می‌دهد که $(a,c,b) = (a,b,c)$ و لذا $b = c$. امّا $(a,b,c) \in \Omega$ پس $p = a^2 + 4bc$ یا $p = a^2 + 4b^2$ ، پس $p = a^2 + (2b)^2$ و لذا p به صورت مجموع دو مربع خواهد بود. □

۳ـ رده‌بندی اعدادِ طبیعیِ قابل نمایش به صورت مجموع دو مربع

در بخش قبل دیدیم که اگر p عددی اوّل باشد که $p = 2$ یا $p \overset{4}{\equiv} 1$ ، آنگاه p را می‌توانیم به صورت مجموع دو مربع بنویسیم. اکنون نشان می‌دهیم عکس این مطلب نیز درست می‌باشد و لذا *در بین اعدادِ اوّل p فقط و فقط آنهایی قابل نمایش به صورت مجموع دو مربع هستند که* $p = 2$ *یا* $p \overset{4}{\equiv} 1$.

لم ۲ـ فرض کنیم p عددی اوّل باشد که آن را به صورت مجموع دو مربع نوشته‌ایم، در این صورت $p = 2$ یا $p \overset{4}{\equiv} 1$.

اثبات ـ بنابر فرض اعداد طبیعی m و n موجودند که $p = m^2 + n^2$. اکنون $m \overset{4}{\equiv} 0$ یا 1 یا -1 یا 2 و لذا $m^2 \overset{4}{\equiv} 0$ یا 1 . به همین ترتیب $n^2 \overset{4}{\equiv} 0$ یا 1 و لذا $p = m^2 + n^2 \overset{4}{\equiv} 0$ یا 1 یا 2 . امّا چون p اوّل است، لذا فقط این حالت رخ می‌دهد که $p = 2$ یا $p \overset{4}{\equiv} 1$. □

همچنین برای رده‌بندی اعداد طبیعی قابل نمایش به صورت مجموع دو مربع لم زیر نیز موردنیاز است:

لم ۳ـ فرض کنیم p یک عدد اوّل فرد باشد و x این خاصیت را داشته باشد که $x^2 \overset{p}{\equiv} -1$ ، در این صورت $p \overset{4}{\equiv} 1$.

اثبات ـ چون $x^2 \overset{p}{\equiv} -1$ پس لزوماً $(x,p) = 1$ و لذا $x^{p-1} \overset{p}{\equiv} 1$. چون p فرد است می‌توانیم بنویسیم $1 \overset{p}{\equiv} x^{p-1} = (x^2)^{\frac{p-1}{2}} \overset{p}{\equiv} (-1)^{\frac{p-1}{2}}$ و لذا لزوماً $\frac{p-1}{2}$ زوج خواهد بود، پس $p \overset{4}{\equiv} 1$. □

لم ۴ـ فرض کنیم m و n هردو بتوانند به صورت مجموع دو مربع نوشته شوند، در این صورت mn نیز می‌تواند چنین نوشته شود.

اثبات- این لم با توجه به اتحاد

$$(a^۲+b^۲)(c^۲+d^۲)=(ac+bd)^۲+(ad-bc)^۲$$

واضح است. □

اکنون آماده هستیم تا تعیین کنیم دقیقاً کدام اعداد طبیعی می‌توانند به صورت مجموع دو مربع نوشته شوند. اولاً بدیهی است که هر مربع $m^۲$ می‌تواند چنین نمایش داده شود: $m^۲=m^۲+۰^۲$.

لذا فرض می‌کنیم n یک عدد طبیعی باشد و می‌نویسیم $n=m^۲n_۱$، که در آن $n_۱$ هیچ عامل اوّل مربعی ندارد. می‌نویسیم $n_۱=p_۱\cdots p_t$ که در آن $p_۱,\dots,p_t$ اعداد اوّل متمایز هستند. با استفاده از قضیهٔ دو مربع فرما و لم ۴ ملاحظه می‌کنیم که اگر، به ازای هر i، $p_i=۲$ یا $p_i\overset{۴}{\equiv}۱$، آنگاه $n=m^۲p_۱\dots p_t$ می‌تواند به صورت مجموع دو مربع نوشته شود.

بعکس، فرض کنیم n بتواند به صورت مجموع دو مربع نوشته شود: $n=a^۲+b^۲$. ثابت می‌کنیم که اگر بنویسیم $n=m^۲p_۱\cdots p_t$ که $p_۱,\dots,p_t$ اعداد اوّل متمایزند، آنگاه، به ازای هر i، $p_i=۲$ یا $p_i\overset{۴}{\equiv}۱$. برای این منظور به روش برهان خلف استدلال می‌کنیم، فرض می‌کنیم برای یک i، $p_i\overset{۴}{\equiv}۳$ (فرض خلف). چون $n=a^۲+b^۲$، لذا داریم $a^۲+b^۲\overset{p_i}{\equiv}۰$. فرض کنیم $p_i\nmid b$، در این صورت $(p_i,b)=۱$ و لذا x و y موجودند که $xp_i+yb=۱$، در نتیجه $yb\overset{p_i}{\equiv}۱$ و لذا با توجه به $a^۲+b^۲\overset{p_i}{\equiv}۰$ به دست می‌آوریم $(ya)^۲\overset{p_i}{\equiv}-۱$. اکنون لم ۳ نتیجه می‌دهد که $p_i\overset{۴}{\equiv}۱$ و این تناقض است. پس $p_i\nmid b$ به تناقض منجر می‌شود و لذا $p_i|b$، به همین ترتیب $p_i|a$ و لذا

$$p_i^۲|a^۲+b^۲=n=m^۲p_۱\dots p_t.$$

چون $p_۱,p_۲,\dots,p_t$ اعداد اوّل متمایز هستند، باید داشته باشیم $p_i|m^۲$، پس $p_i|m$. بنابراین

$$\left(\frac{a}{p_i}\right)^۲+\left(\frac{b}{p_i}\right)^۲=\left(\frac{m}{p_i}\right)^۲p_۱\dots p_t$$

هرگاه به جای n، $n/p_i^۲$ بگذاریم می‌بینیم که $n/p_i^۲$ مجموع دو مربع است و $n/p_i^۲=w^۲p_۱\dots p_t$. اگر همین استدلال را با قرار دادن $n/p_i^۲$ به جای n تکرار کنیم، می‌توانیم عامل دیگر p_i از w را حذف کنیم. با تکرار این فرآیند، سرانجام به عدد طبیعی مانند $n_۱$ می‌رسیم که $n_۱$ مجموع دو مربع است، یعنی $n_۱=c^۲+d^۲$، $n_۱=v^۲p_۱\dots p_t$ به شرط آنکه $p_i\nmid v$. امّا در این صورت اگر یکبار دیگر هم، همین استدلال را به کار بریم، به تناقض $p_i|v$ می‌رسیم و لذا فرض خلف باطل می‌باشد، یعنی، برای هر i، $p_i=۲$ یا $p_i\overset{۴}{\equiv}۱$. یعنی قضیهٔ زیر را به طور کامل ثابت کرده‌ایم:

قضیهٔ رده‌بندی- فرض کنیم n عدد طبیعی باشد و می‌نویسیم $n=m^۲n_۱$ که در آن $n_۱$ عامل اوّل مربعی ندارد. در این صورت فقط و فقط وقتی n می‌تواند به صورت مجموع دو مربع نوشته شود که عوامل اوّل $n_۱$ فقط در میان اعداد اوّل $p=۲$ و $p\overset{۴}{\equiv}۱$ باشند.

مثال ۱- $۸۸۸=۲^۳\times۳\times۳۷$، بنابراین $۸۸۸=۲^۲(۲\times۳\times۳۷)$. چون $۳\overset{۴}{\not\equiv}۱$ می‌بینیم که ۸۸۸ نمی‌تواند به صورت مجموع دو مربع نوشته شود.

مثال ۲- $۳۳۲۵۱۴=۲\times۳^۲\times۷^۲\times۱۳\times۲۹$، بنابراین $۳۳۲۵۱۴=(۳\times۷)^۲(۲\times۱۳\times۲۹)$. چون $۱۳\overset{۴}{\equiv}۱$ و $۲۹\overset{۴}{\equiv}۱$، می‌بینیم که ۳۳۲۵۱۴ می‌تواند به صورت مجموع دو مربع نوشته شود. اکنون می‌توانیم از لم ۴ استفاده کنیم و محاسبات را عملاً انجام دهیم: چون $۳^۲+۲^۲=۱۳$ و $۵^۲+۲^۲=۲۹$ پس

$$۱۳\times۲۹=(۲^۲+۳^۲)(۲^۲+۵^۲)=(۲\times۲+۳\times۵)^۲+(۲\times۵-۲\times۳)^۲=۱۹^۲+۴^۲$$

و لذا

$$۲\times۱۳\times۲۹=(۱^۲+۱^۲)(۱۹^۲+۴^۲)=(۱\times۱۹+۱\times۴)^۲+(۱\times۴-۱\times۱۹)^۲=۲۳^۲+۱۵^۲$$

بالاخره

$$۳۳۲۵۱۴=(۳\times۷)^۲(۲۳^۲+۱۵^۲)=(۳\times۷\times۲۳)^۲+(۳\times۷\times۱۵)^۲=۴۸۳^۲+۳۱۵^۲$$

زیرنویس:

۱- در این مقاله همواره منظور از تابعِ $f:\Omega\to\Omega$، تابعی است با دامنهٔ Ω.

مراجع:

1. W. W. Adams, L. J. Goldstein, "Introduction to number theory", Prentice-Hall, Inc, 1976.

2. D. Zagier, A one-sentence proof that every prime $p\equiv1$ (mod 4) is a sum of two squares, Amer. Math. Monthly **97**(1990), 144

■

همایش علمی- پژوهشی آموزش ریاضی و علوم سومین مطالعهٔ بین المللی

همایش علمی- پژوهشی آموزش ریاضی و علوم با تاکید بر یافته‌های تیمز[1]، از طرف پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت در روزهای ۱۰ و ۱۱ آذر ۱۳۷۸ در دانشگاه تربیت مدرس برگزار گردید. دبیر این همایش آقای نادر سلسبیلی از گروه برنامهٔ درسی و روشهای تدریس پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت و کمیتهٔ علمی شامل افراد زیر بود:

علیرضا کیامنش: دانشگاه تربیت معلم و هماهنگ کنندهٔ ملی تیمز در ایران

محمود مهرمحمدی: دانشگاه تربیت مدرّس

زهرا گویا: دانشگاه شهید بهشتی و سردبیر مجلهٔ رشد آموزش ریاضی

غلامعلی احمدی: مدیر گروه برنامهٔ درسی و روشهای تدریس پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت

نعمت الله ارشدی: کارشناس مسئول گروه شیمی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی و سردبیر مجلهٔ رشد آموزش شیمی

منیژه رهبر: دانشگاه تهران و سردبیر مجلهٔ رشد آموزش فیزیک

محمود امانی تهرانی: کارشناس گروه علوم دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی.

متن زیر، تلخیصی از گزارش این همایش است که توسط دبیر همایش آقای نادر سلسبیلی برای پژوهش‌نامهٔ آموزشی ماهنامهٔ خبری پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت تهیّه شده است. هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی از ایشان تشکر می‌کند.

اهمیت و ضرورت برگزاری همایش

با توجه به این که پس از انتشار نتایج تیمز در ایران، در طول چند سال گذشته تنها معدودی مطالعات دانشجویی در سطح تحصیلات تکمیلی دانشگاهی صورت پذیرفته و جامعهٔ مرتبط با تعلیم و تربیت کشور آن چنان که باید با این مطالعه بزرگ و اشارت های مهم مطالعاتی آن برای ایران آشنا نگردیده است، شورای گروه پژوهشی برنامه های درسی و روش های تدریس پژوهشکده از پیش از یک سال قبل طرح ریزی همایش ویژه ای را به منظور آشنا کردن جامعهٔ مرتبط

با تأکید بر یافته‌های ریاضیات و علوم ـ تیمز

با تعلیم و تربیت کشور به ویژه جامعهٔ مرتبط با آموزش ریاضی و علوم(در وزارت آموزش و پرورش، دانشگاه‌ها و مؤسسات پژوهشی) با این داده‌های غنی و رسیدن به یک توافق جمعی در زمینه پژوهش در مسائل و مشکلات آموزش ریاضی و علوم با توجه به یافته‌های تیمز و تیمزآر[4] ضروری دانست. چنین همایشی با حضور صاحب‌نظران، محققان، برنامه‌ریزان، مدرسان و مؤلفان در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم می‌تواند نقطهٔ شروعی برای حرکت‌های مطالعاتی آینده باشد و با حضور نمایندگان محیط‌های علمی و تخصصی تعلیم و تربیت کشور شامل دانشگاه‌ها، دانشکده‌های علوم تربیتی، پژوهشکده‌ها، انجمن‌ها، دفاتر برنامه‌ریزی درسی و دیگر بخش‌های اساسی و مرتبط در آموزش و پرورش، اولویت‌های پژوهشی و نوع مطالعات ضروری شناخته خواهد شد. از طریق تشکیل کارگاه‌های پژوهشی بعدی استفاده از نتایج و یافته‌های آن می‌تواند تسهیل شود و با تشکیل کمیته‌های مشترک پژوهشی بین مؤسسات و نهادهای شرکت‌کننده در همایش، مسؤولیت مطالعاتی و پژوهشی نهادها و مؤسسات شرکت‌کننده در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم مشخص خواهد گردید.

هدف‌های همایش: هدف عمده از برگزاری این همایش، جنبه پژوهش‌انگیزی آن و ایجاد توجه در جامعه مرتبط با تعلیم و تربیت نسبت به اهمیت شروع کارهای مطالعاتی و پژوهشی عمیق و اصیل در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم و گسترش فرهنگ پژوهشگری بوده است. ضمن توجه به این نکته اساسی که برگزارکنندگان همایش به هیچ وجه قصد بیش از حد بزرگ کردن توجه به دروس ریاضی و علوم و بازگشت به موضوعات اساسی را نداشته‌اند باید گفت که هدف اصلی، توجه به رویکردهای نوین در آموزش ریاضی و علوم، بررسی ریشه‌های ضعف در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم و گسترش فکر پژوهشی بوده است. هدف‌های ویژهٔ همایش به شرح زیر می‌باشند:

الف. آشنایی عمیق‌تر شرکت‌کنندگان با ابعاد مختلف تیمز و تیمزآر و یافته‌های آن‌ها و وضعیت ایران در زمینه آموزش ریاضی و علوم

ب. آشنایی شرکت‌کنندگان با نوع تجارب، پژوهش‌های انجام شده و تحولات آموزشی در کشورهای مختلف در ارتباط با مطالعه تیمز

پ. پژوهش‌انگیزی و ایجاد زمینه برای انجام مطالعات بعدی توسط نهادهای شرکت‌کننده

ت. رسیدن به یک توافق جمعی در زمینهٔ پژوهش در مسائل و مشکلات آموزش ریاضی و علوم

ث. مشخص کردن اولویت‌های پژوهشی، زمینه‌ها و نوع مطالعات ضروری

شرکت‌کنندگان در همایش: به منظور بهره‌گیری بهینه از همایش و ایجاد فضایی مناسب برای انتقال پیام‌های همایش به جامعه مرتبط با تعلیم و تربیت کشور، صاحب‌نظران، محققان، استادان، کارشناسان، مؤلفان، مدرسان و معلمان وارد و علاقه‌مند به پژوهش و نوآوری در زمینه‌های برنامه‌ریزی درسی، روش‌های آموزش و تدریس و تألیف در حوزه آموزش ریاضی و علوم از نهادهای زیر دعوت شدند:

۱. دفاتر برنامه‌ریزی درسی و تألیف؛ شامل مدیران، کارشناسان و برنامه‌ریزان درسی، ارزش‌یابی، تألیف و اعضای شورای گروه‌های مختلف حوزه علوم و ریاضی، هماهنگ‌کنندگان آموزش ابتدایی، راهنمایی، متوسطه، تربیت معلم و بعضی نمایندگان مجلات تخصصی رشد.

۲. استادان و صاحب‌نظران مرتبط از دانشکده‌های علوم، علوم تربیتی و دانشگاه‌های تربیت معلم از سراسر کشور

۳. نمایندگانی از میان متخصصان و معلمان علوم و ریاضی در آموزش و پرورش

۴. نمایندگانی از استادان المپیادهای ریاضی و علوم، انجمن‌های تخصصی مرتبط با فیزیک، ریاضی، علوم و تعلیم و تربیت

۵. نمایندگانی از شوراهای تحقیقات استان‌ها و کانون‌های پژوهشی

۶. نمایندگانی از وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، معاونت آموزشی و دفاتر ذیربط، برنامه‌ریزی و تربیت نیروی انسانی، دفتر همکاری‌های علمی و بین‌المللی، شورای عالی آموزش و پرورش، آموزش‌های عالی فرهنگیان، انجمن اولیا و مربیان و دیگر دفاتر مرتبط

۷. پژوهشکده‌ها و پژوهشگاه‌های مرتبط با آموزش و پرورش

در عین حال حضور دانشجویان و دیگر محققان علاقه‌مند به پژوهش و مطالعه در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم به گرمی این همایش افزود.

حضور استاد مدعو خارجی: با توجه به بررسی‌های کمیتهٔ علمی همایش و شناخت قبلی، به منظور غنی‌تر شدن همایش، آشنایی

عمیق‌تر با تحولات ناشی از مطالعهٔ تیمز در نظام‌های مختلف آموزشی و رسیدن به یک توافق در زمینهٔ کارهای مطالعاتی آتی در حضور فردی مرجع در زمینه آموزش ریاضی و علوم، از آقای پروفسور دیوید روبیتای[5] استاد آموزش ریاضی و مدیر گروه آموزش ریاضی و علوم مرکز مطالعات برنامهٔ درسی دانشکدهٔ مطالعات تربیتی دانشگاه بریتیش کلمبیا از کشور کانادا که یکی از معتبرترین دانشگاه‌های این کشور است دعوت به عمل آمد. وی دارای سابقهٔ طولانی در زمینه مطالعات بین المللی است و هماهنگ کننده جهانی مطالعه اوّل، دوم و سوم بین المللی ریاضی و علوم(تیمز) بوده است. ضمن این که سال‌ها با نهادهای معتبر از جمله «یونسکو» و "I.E.A." همکاری داشته و مقالات و کتاب‌های متعددی از او در حوزهٔ آموزش ریاضی در نشریات معتبر جهان به چاپ رسیده است.

برنامهٔ همایش

همایش در روزهای چهارشنبه و پنجشنبه ۱۰ و ۱۱ آذرماه ۱۳۷۸ برگزار شد و برنامه‌ها عبارت بود از:

روز اوّل

سخنرانی رئیس پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت(دکتر عزیزالله تاجیک اسماعیلی): افتتاح همایش

سخنرانی نماینده کمیتهٔ علمی(دکتر محمود مهرمحمدی): هدف برگزاری همایش و نتایج مورد انتظار

سخنرانی نمایندهٔ جهانی IEA (دکتر دیوید روبیتایل): مطالعات بین المللی و نقش آن‌ها در سیاست گذاری‌های آموزشی(با تأکید بر تیمز)

سخنرانی نماینده ملی تیمز در ایران(دکتر علیرضا کیامنش): تیمز، یافته‌ها و پیامدهای آن برای ایران

گزارش نمایندهٔ کمیتهٔ علمی(نادر سلسبیلی): نگاهی به نوع مطالعات و پژوهش‌های انجام شدهٔ جهانی مرتبط با تیمز

گفت و شنود بین شرکت کنندگان و برگزار کنندگان: اهمیت یافته‌های تیمز و نحوهٔ استفادهٔ پژوهشی از نتایج آن

روز دوم

سخنرانی نمایندهٔ جهانی IEA (دکتر دیوید روبیتایل): تجارب ملی کشورهای شرکت کننده در تیمز و تأثیرات این مطالعه در تحولات آموزشی

فعالیت هم‌زمان کمیته‌های تخصصی با هدف تعیین اولویت‌های پژوهشی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم با توجه به مؤلفه‌های زیر و در قالب چهار کمیته: کمیته‌های ۱ و ۲ ریاضی و کمیته‌های ۱ و ۲ علوم

مؤلفه‌ها:

الف. طراحی برنامهٔ درسی و سازمان‌دهی محتواهای درسی

ب. روش‌های تدریس

پ. ارزش‌یابی آموخته‌ها

ت. عوامل تأثیرگذار نظام آموزشی و دیگر عوامل فرهنگی، اجتماعی و اقتصادی

میزگرد(با حضور اعضای هیأت علمی و نماینده IEA): پیام‌های تیمز برای پژوهش‌های آیند

برنامه‌ها و زمینه‌های همکاری پژوهشکده با پروفسور روبیتایل

علاوه بر حضور مؤثر ایشان در دو روز همایش، ایراد دو سخنرانی و شرکت در گفت و گوهای روز اوّل و میزگرد روز دوم، در روز قبل از همایش، یک جلسهٔ گفت و گو در پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت با حضور ایشان برگزار شد. در این جلسه به پرسش‌هایی در زمینه مطالعه تیمز، روایی آن و ضرورت حضور در چنین مطالعاتی، روندهای تغییرات و تحولات در آموزش ریاضی و علوم در اثر مطالعه تیمز در بعضی کشورها و به خصوص کشور کانادا و بعضی مسائل مربوط به پژوهش در حوزه آموزش و پرورش و برنامهٔ درسی در حضور اعضای هیأت علمی، مدیران گروه‌های پژوهشی و کمیته علمی همایش پاسخ داده شد. علاوه بر این پروفسور روبیتایل یک جلسه پرسش و پاسخ نیز در روز یکشنبه ۱۴ آذر ۱۳۷۸ در دانشگاه تربیت مدرس و با حضور استادان و دانشجویان دانشکدهٔ علوم تربیتی این دانشگاه داشت. همچنین یک بازدید و جلسه مشورتی در زمینه گسترش آموزش ریاضی در ایران در روز دوشنبه ۱۵ آذرماه ۱۳۷۸ در دانشگاه کرمان و بر اساس دعوت قبلی این دانشگاه برگزار شد.

علاوه بر نتایج مثبت حضور ایشان در همایش، امید می‌رود در فعالیت‌های پژوهشی و مطالعات بعدی پژوهشکده، از ایشان و دانشگاه بریتیش کلمبیا در زمینه‌های زیر کمک گرفته شود و روابط بین المللی پژوهشکده تقویت گردد:

۱. تبادل اطلاعات در زمینه‌های تحقیقاتی به خصوص در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم و برنامه‌های درسی.

۲. همکاری در زمینه مطالعات آتی مشترک به خصوص در زمینهٔ برنامه‌ریزی درسی، آموزش ریاضی و علوم.

۳. برگزاری کارگاه‌های آموزشی ـ پژوهشی در زمینهٔ روش‌های تحقیق، طراحی برنامهٔ درسی، آموزش ریاضی و علوم و رویکردهای نوین در حوزه آموزش و پرورش به منظور ارتقای سطح دانش و مهارت اعضای هیأت علمی پژوهشکده.

۴. دوره‌های تکمیلی پژوهشی، برنامه‌ریزی درسی و روش‌های آموزش به صورت فرصت‌های مطالعاتی، تردّدی و ایجاد دوره در ایران.

جمع‌بندی همایش و بعضی از دست‌آوردهای آن

ضمن این که بررسی های اولیهٔ پرسش نامه های ارزیابی همایش حکایت از رضایت شرکت کنندگان و موفقیت آن دارد؛ از مهم ترین دست آوردهای این همایش، مشخص شدن زمینه ها و اولویت های پژوهشی حاصل از کار کمیته های تخصصی در روز دوم بود که در هر کمیته بین ۳۵ تا ۵۷ نفر از صاحب نظران و متخصصان مدعو به تبادل نظر پرداختند که فرصت چنین تجمعی در این سطح در حوزه تعلیم و تربیت کشور کم تر وجود داشته است.

این همایش فرصتی برای نزدیک شدن و متمرکز شدن افکار دست اندرکاران حوزهٔ تعلیم و تربیت کشور در بعضی از مهم ترین مسائل و معضلات آموزشی کشور فراهم آورد. فرصتی برای تعمق دربارهٔ رویکردها و روش های فعلی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم و توجهی دوباره به نتایج و یافته ها و تحقیقات مرتبط با یک مطالعه ارزشمند جهانی. بدیهی است پژوهشکده به همین میزان بسنده نمی کند و در فکر طراحی راهبردهایی برای چگونگی استفاده از نتایج و یافته های این مطالعهٔ بزرگ و راه کارهایٔ عملی گسترش مطالعات و پژوهش های آتی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم و ایجاد زمینه برای گسترش کارهای اصیل تحقیقاتی در این دو حوزه در دانشگاه ها و مؤسسات پژوهشی و برنامه ریزی درسی در کشور خواهد بود. لذا ایجاد کمیته های مشترک پژوهشی بین پژوهشکده تعلیم و تربیت، دانشکده های علوم و علوم تربیتی و مؤسسات پژوهشی و برنامه ریزی درسی که علاقه مند به انجام مطالعاتی در زمینهٔ اولویت های مشخص شده باشند از مهم ترین فعالیت های پژوهشکده خواهد بود. در این راستا کوشش مشترک برای ایجاد و تقویت دپارتمان های آموزش ریاضی و علوم و انجام تحقیقات اصیل و ارزش مند در این دپارتمان ها و گسترش فعالیت های پژوهشی عمیق شبه تجربی، تطبیقی، تعقیبی، زمینه یاب و توسعه ای در دانشگاه ها و گسترش فکر تحقیق و سپس توسعه در میان کارشناسان، برنامه ریزان درسی و معلمان و مؤلفان همکار با دفاتر برنامه ریزی درسی و تألیف از اهمیت بسیار برخوردار است.

حرکت های آتی: قدم های بعدی که گروه پژوهشی برنامه های درسی و روش های تدریس پژوهشکده در ادامهٔ این همایش و تحقق اهداف آن با همکاری دیگر بخش های پژوهشکده درنظر دارد تعقیب کند بدین قرار خواهد بود:

۱. تکثیر و انتشار نوارهای ویدئویی همایش، سی دی ها و کتابچه های تیمز، نوار ویدئویی آموزش ریاضی در کلاس هشتم مرتبط با مطالعه تیمز در سه کشور ژاپن، آلمان و امریکا و دیگر موارد و منابع ارزش مند برای انتشار.

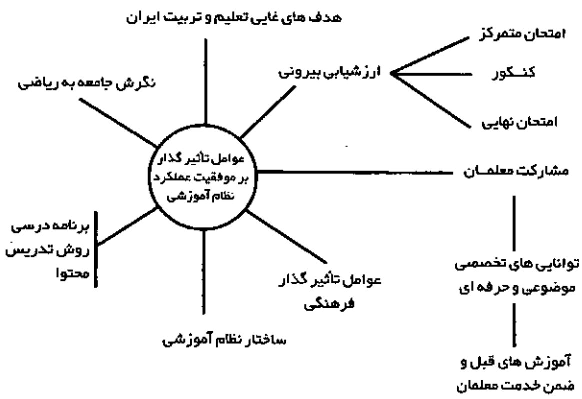
۲. تشکیل کارگاه های آموزشی- پژوهشی برای محققان، دانشجویان و علاقه مندان در استفاده از منابع پژوهشی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم و به خصوص منابع مرتبط با تیمز.

۳. تشکیل کمیته های مشترک پژوهشی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم با شرکت دانشکده های علوم، علوم تربیتی، تربیت معلم، مؤسسات پژوهشی و برنامه ریزی درسی مرتبط در آموزش و پرورش و دانشگاه ها.

اولویت‌های پژوهشی در حوزهٔ آموزش ریاضی

در روز دوم همایش علمی- پژوهشی آموزش ریاضی و علوم کمیته های تخصصی با هدف تعیین اولویت های پژوهشی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم در چهار کمیته شامل کمیته های ۱ و ۲ ریاضی و کمیته های ۱ و ۲ علوم به صورت هم زمان به فعالیت پرداختند.

این کمیته ها طیف گسترده ای از اساتید، محققان، کارشناسان، برنامه ریزان درسی، مدرسان، معلمان و مؤلفانی را که علاقه مند به پژوهش و ارائه نوآوری در زمینه آموزش ریاضی و علوم هستند شامل گردید.



در هر کمیته بین حداقل ۳۵ و حداکثر ۵۷ نفر از صاحب نظران و متخصصان شرکت داشتند که با جدیت و علاقه به تبادل نظر در مورد اولویت های پژوهشی و ارائه توصیه ها و پیشنهادهای مؤثر برای گسترش فعالیت های مطالعاتی پرداختند. گفتنی است پیش از این فرصتی برای چنین نشستی در این سطح در حوزهٔ تعلیم و تربیت کشور به ویژه بین دانشگاه و آموزش و پرورش کم تر وجود داشته است.

از مهم ترین دست آوردهای این فعالیت مشترک، ارائه راه کارهای عملی گسترش مطالعات و پژوهش های آتی در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم، ایجاد هم دلی بین نهادهای شرکت کننده، تشکیل کمیته های مشترک پژوهشی وایجاد زمینه و بسترسازی برای انجام تحقیقات اصیل و اساسی در دانشگاه ها و مؤسسات پژوهشی و برنامه ریزی درسی است که به عنوان یک رسالت مهم توسط پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت با همکاری و هماهنگی نهادهای دیگر می باید تعقیب شود.

هماهنگ‌کنندگان کمیته‌ها

در کمیته‌های مختلف گروه هماهنگ‌کننده به شرح زیر بوده است:

کمیته ۱ ریاضی: دکتر زهرا گویا، دکتر محمدحسن بیژن‌زاده، سهیلا غلام‌آزاد

کمیته ۲ ریاضی: دکتر محمود مهرمحمدی، دکتر بیژن زنگنه، دکتر فرخ‌لقا رئیس دانا

کمیته ۱ علوم: دکتر غلامعلی احمدی، دکتر نعمت‌الله ارشدی، مرتضی خلخالی

کمیته ۲ علوم: نادر سلسبیلی، محمود امانی، دکتر اعظم پورقاضی

گردش کار کمیته‌ها

در کمیته‌های مختلف بخش اعظم وقت به گفت و گو پیرامون اولویت‌های پژوهشی و ارائه فهرستی از اولویت‌ها که به طور عمده به صورت حوزهٔ پژوهشی هستند صرف گردیده است. هر کمیته با توجه به چارچوبی که برای ادارهٔ بحث‌ها و گفت و گوها داشته است، کوشش نموده اولویت‌های پژوهشی را با توجه به مؤلفه‌هایی مشخص طرح نماید. ضمن این که در تعیین اولویت‌های پژوهشی، هم جنبه‌های نظری و دانش افزایی و هم جنبه‌های کاربردی پژوهش‌ها رعایت شده است.

در کمیته‌های ۱ و ۲ علوم، علاوه بر تعیین اولویت‌های پژوهشی در ۲۰ دقیقهٔ پایانی راه‌کارهای پیشنهادی برای گسترش پژوهش و پی‌گیری فعالیت‌های مطالعاتی توسط نهادها و مؤسسات شرکت‌کننده در همایش نیز مطرح گردیده است.

یک نکتهٔ مهم آن است که اولویت‌های پژوهشی پیشنهادی کمیته‌ها، مادهٔ خام تعیین مجموعه‌ای از اولویت‌های پژوهشی اساسی و مورد توافق در حوزهٔ آموزش ریاضی و علوم خواهد بود که از طریق فعالیت پژوهشی مشترک آتی نهادهای شرکت‌کننده در همایش دنبال خواهد شد.

اولویت‌های پژوهشی در کمیتهٔ ریاضی

در این کمیته با توجه به مذاکرات و تبادل نظرهای انجام شده، ابتدا ارتباط عناصر و عوامل مختلف تأثیرگذار بر موفقیت عملکرد نظام آموزشی در زمینهٔ آموزش ریاضی به صورت نمودار زیر شناسایی شده است تا پس از آن اولویت‌های پژوهشی مرتبط با هر یک مشخص گردد. در عین حال به ساختار نظام آموزشی در طیفی گسترده از متمرکز تا غیرمتمرکز و ارتباط آن با مؤلفه‌های اصلی آموزش چون محتوا و ایجاد تعادل در پرداختن به «مفهوم» در مقابل «مهارت» در آموزش ریاضی توجه شده است.

اولویت‌های پژوهشی مطرح شده به قرار زیر است:

۱. بررسی در مورد پاسخ‌گو بودن معلمان فارغ‌التحصیل مراکز آموزش عالی به نیازمندی‌های آموزش ریاضی

۲. پژوهش در مورد تأثیر نظام ارزش‌یابی بر چگونگی یادگیری ریاضی

۳. مطالعه در مورد تهیهٔ یک راهنمای برنامهٔ درسی مناسب جهت تحقق اهداف کلان آموزشی و اهداف جزیی مرتبط آن

۴. بررسی ضرورت برنامه‌های موازی در سطوح مختلف برای تحقق اهداف کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت

۵. بررسی رابطهٔ بین طرز تلقی مثبت دانش‌آموزان ایرانی نسبت به ریاضی در مطالعه تیمز با عملکرد ضعیف آن‌ها در این مطالعه و بررسی و تحلیل علل اصلی عدم هم‌خوانی بین این دو

۶. انجام مطالعهٔ کشوری به صورت تکرار تیمز در استان‌های مختلف و ارزیابی تفاوت‌های استانی

۷. مطالعه در مورد تأثیر ساختار نظام آموزشی در ارتقای کیفیت آموزشی

۸. بررسی مقایسه‌ای اهداف، محتوا و روش‌ها در درس ریاضی ابتدایی بین کشورهای طراز اول و ایران در مطالعهٔ تیمز

۹. بررسی ویژگی‌های دانش‌آموزان موفق و معلمان آن‌ها در درس ریاضی

۱۰. بررسی نگرش والدین نسبت به ریاضی و تأثیر آن بر موفقیت دانش‌آموزان

۱۱. بررسی و مقایسه شایستگی‌های حرفه‌ای موجود و مطلوب برای معلمان ریاضی دوره‌های مختلف

۱۲. بررسی تأثیر نقش معلم و روش تدریس او در یادگیری مفاهیم ریاضی

۱۳. بررسی نقش علایق و انگیزه‌های دانش‌آموزان در یادگیری ریاضی

۱۴. بررسی دلایل عدم کاربست یافته‌های پژوهشی در تصمیم‌گیری‌های اجرایی و سیاست‌گذاری‌ها

۱۵. بررسی اختلالات یادگیری دانش‌آموزان ایرانی در ریاضی

۱۶. بررسی تأثیر قوانین اجرایی بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان

۱۷. بررسی فاصلهٔ دیدگاه‌های اقشار مختلف شامل والدین، معلمان و مسؤولان نسبت به دانش‌آموز و انتظارات متفاوت از یادگیری‌های او در درس ریاضی

۱۸. انجام فراتحلیل نسبت به یافته‌های تحقیقات انجام شده دربارهٔ آموزش ریاضی

۱۹. مقایسهٔ ویژگی‌های معلمان و دانش‌آموزان شرکت‌کننده از ایران و کشورهای دیگر در مطالعهٔ تیمز

۲۰. پژوهش به منظور مشخص ساختن سهم عوامل مختلف در تبیین واریانس عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان در ریاضی و علوم

۲۱ . بررسی تأثیر آموزش های غیرمستقیم(غیررسمی) بر یادگیری ریاضی

اولویت‌های پژوهشی در کمیته ۲ ریاضی

در این کمیته زمینه های عمدهٔ پژوهشی پیشنهادی به عنوان اولویت های پژوهشی که از مجموعه اظهارنظرهای شرکت کنندگان به دست آمده بود به شرح زیر است :

۱ . پژوهش در مورد وضعیت موجود آموزش ریاضی در کشور و ترسیم تصویری از نقاط قوت و ضعف آن با توجه به مبانی نظری آموزش ریاضی

۲ . انجام پژوهش هایی به صورت«تحلیل عوامل» بر روی داده های تیمز

۳ . مطالعه در زمینهٔ دو نهاد مهم «مدرسه» و «خانواده» از جهات مختلف و بررسی تأثیرات هر یک در آموزش ریاضی ، مطالعه دربارهٔ عواملی چون شیوه های تدریس ، انگیزه و علاقه معلمان ، کتاب درسی ، سواد والدین ، نگرش نسبت به ریاضی در قالب این دو نهاد مهم

۴ . پژوهش به منظور شناسایی راه های ایجاد انگیزه در دانش آموزان نسبت به یادگیری ریاضی

۵ . انجام مطالعه ای مشابه تیمز در میان دانشگاه ها و شناخت کیفیت آموزش های دانشگاهی و تأثیرات آموزش های دوره قبل

۶ . بررسی رابطه آموزش ریاضی با عوامل روانی ، اقتصادی ، اجتماعی و شناخت میزان تأثیرپذیری یادگیری ریاضی از این عوامل

۷ . بررسی عمیق و همه جانبهٔ آموزش های مراکز تربیت معلم ، کمبودهای آموزشی آن ها در نگاهی جامع و متکی به زیربنای نظری تربیت معلم

۸ . بررسی در مورد پاسخ گو بودن آموزش های موجود به نیازهای آموزش ریاضی ، کفایت آن برای انسان قرن آینده و نیازهای توسعهٔ ملّی

۹ . پژوهش در مورد مشکلات روش های سنتی فعلی در آموزش ریاضی و نوع مناسبات درون کلاسی مبتنی بر آن

۱۰ . بررسی نیازهای حرفه ای ، تخصصی و تربیتی معلمان ریاضی به خصوص در دورهٔ ابتدایی در نگاهی جامع

۱۱ . پژوهش های مقایسه ای روش های مختلف آموزش ریاضی ، به خصوص رویکردهای حل مسأله و تدریس در قالب گروه های نامتجانس کوچک

۱۲ . پژوهش در مورد تفاوت های دختران و پسران در یادگیری ریاضی و شناخت عوامل مؤثر در ایجاد تفاوت

۱۳ . پژوهش در مورد تکالیف دانش آموزان ، تأثیرات تکالیف بر یادگیرنده ، نوع و زمان تکلیف

۱۴ . بررسی میزان هماهنگی ها و هم فکری های معلمان در آموزش ریاضی ، بررسی آنچه در شرایط فعلی هست و آنچه با توجه به تحول حرفه ای باید صورت گیرد .

۱۵ . مطالعه ای جامع در مورد ارتباط و هم خوانی بین برنامه های قصد شده ، اجرا شده و کسب شده در درس ریاضی

۱۶ . مطالعات تطبیقی در حوزهٔ آموزش ریاضی ، با توجه به ویژگی ها و مؤلفه های مختلف مؤثر چون ساختار نظام آموزشی ، سازمان دهی محتوایی و روشی ، زمینه های فلسفی و ارزشی ، تربیت معلم و ... .

۱۷ . مطالعات تطبیقی در زمینهٔ حجم برنامه های درسی ، تنوع مطالب درسی ریاضی ، محتواهایی که در بین کشورها آموزش داده نمی شود

۱۸ . بررسی ساختار نظام آموزشی فعلی ، درجه تمرکز آن در تصمیم گیری های آموزشی و برنامه درسی ، امتحانات و تأثیرات آن در آموزش ها و یادگیری های دانش آموزان

۱۹ . بررسی نقش والدین در یادگیری ریاضی دانش آموزان

۲۰ . مطالعه ای عمیق به قصد نقد فیلم های آموزشی تصویری ریاضی تولیدی آموزش و پرورش(دفتر تکنولوژی آموزشی)

۲۱ . بررسی موانع و مشکلات یادگیری دانش آموزان ناشی از روش های ارزش یابی نامناسب و شناخت عوامل مؤثر در بهبود کیفیت ارزش یابی .

در این کمیته پیشنهاد زیر نیز مطرح شده است :

ایجاد یک مکان ارتباطی ایرانی(Website) روی شبکه اینترنت در ارتباط با TIMSS ، تا محققان ایرانی بتوانند مستقیماً به اطلاعات مورد نیاز به ویژه در مورد ایران دسترسی داشته باشند .

یادداشت ها:

1. TIMSS, Third International Mathematics and science study
2. IEA, International Association for the Evaluation of Educational Achievement

۳ــ از جمله به این نشریات می توان اشاره کرد که در کتابخانه و آرشیو پژوهشکده تعلیم و تربیت موجود است :

الف . مجموعهٔ کتاب های گزارش پیشرفت در زمینهٔ ریاضی ابتدایی و راهنمایی ، علوم ابتدایی و راهنمایی ، و سنجش عملکرد در پایه چهارم ابتدایی و سوم راهنمایی در پنج مجلّد از انتشارات تیمز در بوستون کالج .

ب . تک نگاشت های ۱ ، ۲ ، ۳ و ۴ در زمینه ساختار این مطالعه جهانی ، سؤالات تحقیق ، محتوای ریاضی و ارزیابی سواد ریاضی و علوم از انتشارات تیمز در وانکوور کانادا .

پ . مجموعهٔ دوجلدی Many Visions, Many Aims در زمینه بررسی محتوای کتاب های درسی و راهنمای برنامه درسی علوم و ریاضی در کشورهای شرکت کننده در مطالعه تیمز از انتشارات کلوور .

ت . پنج تک نگاشت در زمینه یافته های سومین مطالعه بین المللی ریاضی و علوم ، شماره های ۱۳ ، ۱۴ ، ۲۱ ، ۲۲ و ۲۳ مربوط به ریاضی و علوم دوره های ابتدایی و راهنمایی و سنجش عملکرد از انتشارات پژوهشکده تعلیم و تربیت .

ث . CDهای رایانه ای مربوط به تیمز

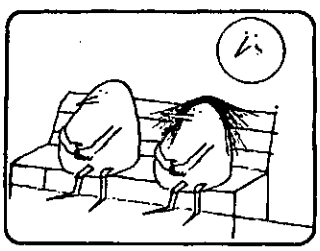
ح . دائرة المعارف کشورهای شرکت کننده در تیمز

4. TIMSS - R(TIMSS Repeat)
5. David F. Robitaille

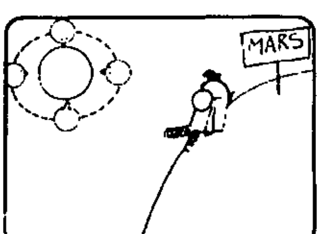
تناقضهای ریاضیات و علوم
(سرگرمی برای اندیشه ورزی)

اثر دکتر مارتین گاردنر
ترجمهٔ حسن نصیرنیا ، کارشناس مسئول گروه ترجمه دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی

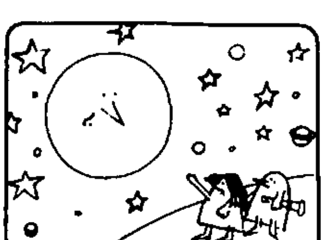
راز بزرگ ماه



ماه در حین گردش همواره یک طرف خود را متوجه زمین می کند . آیا پس از اینکه یک بار به دور زمین بگردد، یک بار به دور محور خودش گردیده است؟



پدر : من که اخترشناسم ، می گویم بله . اگر از روی مرّیخ نگاه می کردی ، می دیدی که هر بار که ماه زمین را دور می زند، یک بار به دور محور خودش می چرخد .



دختر : چطور می تواند دور بزند پدر؟ اگر چنین می کرد، طرفهای مختلف آن را می دیدیم . ولی آنچه که همیشه می بینیم ، همان طرفی است که در گذشته همواره آن را دیده ایم . آیا ماه گردش می کند؟ آیا پسرک به دور دخترک می گردید؟ آیا اینها پارادوکسهای واقعی اند یا صرفاً مباحثه هایی بر سرِ معنی یک واژه؟

این پارادوکس مانند پارادوکس قبلی (پارادوکس گردیدن به دور دختر)، مثال دیگری است از بحث مربوط به معانی بیان. آیا مفهوم دقیق عبارت «به دور محور خودش گردیده» چیست؟ نسبت به ناظری واقع در روی زمین، به نظر نمی رسد که ماه حول محور خودش گردش کند. امّا نسبت به ناظری که در خارج از مجموعهٔ «زمین ـ ماه» قرار دارد، گردش می کند.

باور کردن این موضوع دشوار است، ولی افراد هوشمند و آگاه این پارادوکس ساده را فوق العاده جدّی گرفته اند. «آگوستِس دِ مورگن» در نخستین مجلّد از اثرش به نام Budget of Paradoxes، بسیاری از جزوه های قرن نوزدهم را که به مفهوم حرکت وضعی ماه خرده گرفته اند، بررسی کرده است. «هنری پریگل»[1]، اخترشناسی آماتور از اهالی لندن، در مباحثات خود سرسختی نشان می داد. در زندگینامهٔ مختصر پریگل که پس از درگذشت وی در جراید به چاپ رسید، آمده است که «هدف عمدهٔ او از پرداختن به اخترشناسی در زندگی» آن بوده است که دیگران را متقاعد کند که ماه حرکت وضعی نمی کند. پریگل کتابچه می نوشت، الگوی نجومی می ساخت و حتی شعر می سرود تا منظور خود را ثابت کند و «با شور و شوق جسورانه ای نامرادیهای پیوستهٔ ناشی از دریافت این واقعیت که هیچ یک از آنها حاصلی دربرندارد را تاب می آورد.»

پارادوکس شگفت انگیزی که درپی می آید با پرسش مربوط به ماه ارتباط نزدیک دارد و می تواند در این زمینه مورد بحث قرار گیرد. دو دایرهٔ مساوی و مماس بکشید که نشان دهندهٔ دو صفحه باشند. یکی از این دو صفحه، بی آنکه بلغزد، به دور صفحهٔ دیگر می گردد و همواره لبه های آن دو با هم مماس است. آیا صفحه گردان پس از اینکه یک دور کامل به گِرد صفحهٔ ثابت بگردد، خودش چند دور زده است؟

بسیاری پاسخ می دهند یک دور. اگر اینان این عمل را با دو سکهٔ هم اندازه انجام بدهند، شاید وقتی دریابند که سکهٔ گردان در واقع دودور می زند، در شگفت خواهند شد! آیا این امر، مانند موردِ پارادوکس «زمین ـ ماه»، به ملاک قضاوت و مبنای سنجش ناظر بستگی دارد. سکهٔ گردان، نسبت به نقطهٔ اولیهٔ تماسش با سکهٔ ثابت، یک بار دور خودش می گردد، ولی نسبت به شما که از بالا به سکه ها نگاه می کنید، دوبار می گردد. این نیز موضوع مباحثات تند و شدیدی بوده است. وقتی مجله «ساینتیفیک آمریکن» نخستین بار در سال ۱۸۶۷ این موضوع را مطرح کرد، سیلی از نامه های خوانندگان شامل نظریات صریح مخالف و موافق را به دنبال آورد.

خوانندگان رابطهٔ میان پارادوکس سکه و پارادوکس زمین ـ ماه را به سرعت درک کرده بودند. آنهایی که استدلال می کردند که سکهٔ گردان فقط یک بار به دور خودش می گردد، با استدلالی دیگر بیان می کردند که ماه هرگز حول محورش نمی گردد. یکی از خوانندگان نوشته بود: «اگر گربه ای را دور سرمان بگردانیم، آیا سر، چشمان و مهره های آن هر کدام یک بار حول محورشان گردیده اند؟ ... آیا گربه در دور نهم می میرد؟»

تعداد نامه های ارسالی آنقدر زیاد شد که دبیران بخشهای مختلف مجله در آوریل ۱۸۶۸ اعلام کردند که موضوع را مسکوت می گذارند، ولی ماهنامهٔ جدیدی به نام «چرخ» (wheel) را تماماً به این «پرسش بزرگ» اختصاص خواهند داد. دست کم یک شماره از این مجله انتشار یافت و شامل تصاویر دستگاههایی بود که خوانندگان آنها را با مهارت ساخته و برای دبیران مجله فرستاده بودند تا ادعاهایشان را ثابت کنند.

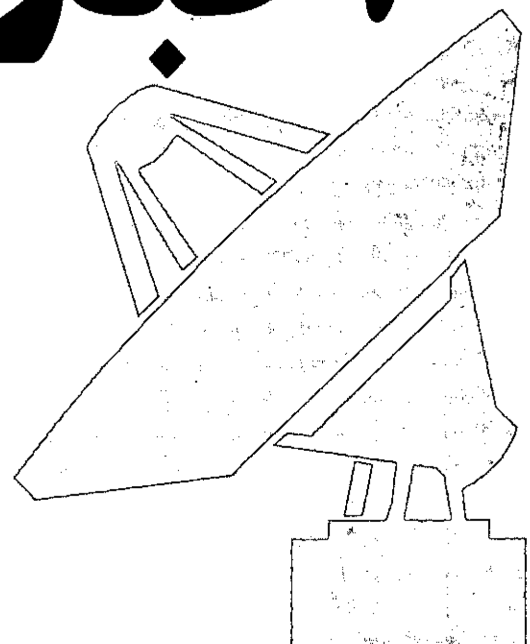
حرکت وضعی اجرام نجومی اثرات لختی یی به وجود می آورد که می توان آنها را به کمک اسبابهایی چون آونگ فوکو آشکار کرد. چنین آونگی در ماه نشان خواهد داد که ماه همگام با گردش به دور زمین، در واقع به دور محور خودش می گردد. آیا این سبب می شود که بحث مذکور به بحثی مستقل از مبنای سنجش ناظر تغییر یابد؟ با شگفتی باید گفت که با توجه به نظریه نسبیت عام، چنین نمی شود. می توانید فرض کنید که ماه هرگز حرکت وضعی ندارد، ولی تمام جهان هستی (صرفنظر از اینکه ساختار «مکان ـ زمان» آن مستقل از مادهٔ تشکیل دهنده اش باشد) به دور ماه می گردد. این جهان گردان میدانهای گرانشی یی ایجاد می کند که خود موجد همان اثرات میدانهای لختی یی است که بر اثر حرکت وضعی ماه در یک جهان ثابت به وجود آمدند!

البته راحت تر آن است که جهان هستی را به مثابه چارچوبی ثابت تصوّر کنیم. ولی به تعبیری دقیقتر باید گفت که این پرسش که «آیا هر شییْ «واقعاً» دارای حرکت وضعی است یا ثابت است؟» از دیدگاه نظریه نسبیت پرسشی بی معنی است. تنها حرکت نسبی «واقعی» است.

منبع ترجمه:

Martin, Gardner. aha! Gotcha. Paradoxes to Puzzle and Delight. W. H. Freeman & Company. 1982, New York.

اخبار



مجموعه خبرهای این بخش برگرفته از خبرنامهٔ انجمن ریاضی ایران، شماره ۸۲، است.

همایش زنان و ریاضیات در ایران

اولین همایش زنان و ریاضیات در ایران، روز ۱۲ اسفند ماه ۱۳۷۸ در دانشگاه الزهرا(س) برگزار شد. مراسم افتتاحیهٔ این همایش یکروزه با حضور دکتر مصطفی معین وزیر فرهنگ و آموزش عالی، دکتر محمد توکل دبیر ستاد ملّی سال جهانی ریاضیات، دکتر زهرا رهنورد رییس دانشگاه الزهرا (س)، استادان، دانشجویان و علاقه مندان برگزار شد. در این مراسم دکتر معین، دکتر رهنورد و دکتر رجایی (دبیر همایش) سخنانی ایراد نمودند.

آقای دکتر معین ضمن سخنان خود بر ضرورت تشکیل یک ستاد ملّی برای پیشبرد علوم با توجه به افق توسعه ای کشور در سال ۱۴۰۰ تأکید کرد.

وی همچنین افزود: هرچند ریاضیات ایران در نیم قرن گذشته جهشی چشمگیر داشته ولی رسیدن به نقطهٔ مطلوبی که برازندهٔ پیشینهٔ درخشان ما باشد مستلزم تلاش بی وقفه همه دست اندرکاران به ویژه آموزگاران، دبیران و استادان ریاضی است. دکتر معین با اشاره به اینکه برای کسب جایگاه شایسته باید کاستیها و نارساییها را بشناسیم و با توجه به نقطه های قوت در رفع آنها بکوشیم، گفت: قطعاً برای نیل به چنین نقطه ای در آموزش عالی باید توجه به ریاضیات را به صورت مجموعه ای هماهنگ درنظر گرفت. وزیر فرهنگ و آموزش عالی در بخش دیگر سخنان خود گفت: ریاضیات به عنوان زبان و مادر همه علوم و به عنوان رشته ای مستقل، پویا، کارا و زیبا نیازمند بذل توجه ویژه ای در همهٔ سطوح است. وی تأکید کرد: توسعه همه جانبه کشور نیازمند توجه به توسعه علمی است که در آن اهتمام به علوم پایه از جمله مزیت های نسبی جامعه ما است.

خانم دکتر رهنورد در این مراسم گفت: دانشگاه الزهرا (س) با حدود ۲۰۰ استاد زن و چهار هزار دانشجو این توانایی را دارد که مطالعات زنان را در قلمرو مقوله زن تعمیم دهد. وی اضافه کرد: ریاضیات رمز گشایش حقایق هستی است و جای جای قرآن کریم اشاره به عدد و رقم و ریاضیات دارد و از حساب و کتاب داشتن هستی سخن می گوید. رییس دانشگاه الزهرا(س) تأکید کرد: ان شاءالله به سویی حرکت کنیم که علم چیزی به ما نشان دهد که واقعاً وجود داشته باشد و از نگرش های ایدئولوژیکی مبتنی بر جنسیت رهایی یابیم.

کنفرانس بین المللی بزرگداشت ابوالوفای بوزجانی ۴ و ۵ آذرماه ۱۳۷۸، تربت جام

«ابولوفاء محمّدبن اسماعیل بوزجانی یکی از مفاخر علمی ایران و از بزرگترین ریاضیدانان و منجّمان دورهٔ اسلامی است. بنابه گفتهٔ

ابن ندیم، وی در روز چهارشنبه اوّل ماه رمضان سال ۳۲۸ هـ. ق. در شهر بوزجان تولد یافت. علم عدد و هندسه را نزد عموی خود آموخت. در سال ۳۴۸ هـ. ق.، یعنی در سنّ بیست سالگی، به عراق مهاجرت کرد و تا آخر عمر دربغداد می زیست ... تاریخ درگذشت بوزجانی سوّم ماه رجب سال ۳۸۸ هـ. ق. ثبت شده است. از مهمترین آثار ریاضی او می توان کتاب اعمال هندسی، مجسطی بوزجانی، کتاب حساب بوزجانی و رساله فی ترکیب العدد الوفق فی المربّعات نام برد ....

اهمیّت آثار ریاضی بوزجانی بیشتر به واسطهٔ سهم به سزایی است که وی در پیشرفت علم مثلثات دارد. کتاب اعمال هندسی وی نیز بدیعترین و جالبترین اثری است که در دورهٔ اسلامی دربارهٔ هندسهٔ عملی پدید آمده است. بخش مهمّی از کتاب بوزجانی را می توان کتاب جامعی دربارهٔ علم مثلثات دانست که در آن دستورهای مهمّ مثلثات مسطّح و چه در مثلثات کروی، ثابت شده و در مسائل متعدد و متنوع مورد استعمال قرار گرفته است ...»

به نقل از: بوزجانی نامه، تألیف ابوالقاسم قربانی و محمدعلی شیخان

به منظور بزرگداشت و تکریم مقام این دانشمند بزرگ ایرانی و نگاهی دوباره به میراث سرشار علمی، که از بزرگان این مرز و بوم به یادگار مانده است، سازمان فرهنگ و ارتباطات اسلامی، با همکاری یونسکو در روزهای چهارم و پنجم آذر ماه سال ۱۳۷۸ در شهرستان تربت جام ـ زادگاه بوزجانی ـ در استان خراسان، کنفرانسی برگزار کرد. در این کنفرانس پنجاه نفر از استادان و محققان برجسته تاریخ علم کشورمان و همچنین کشورهای هلند، فرانسه، ترکیه و تاجیکستان و حدود ۲۰۰ نفر نیز از مقامات و شخصیت های فرهنگی و علمی استان خراسان و شهرستان تربت جام حضور داشتند.

مجموعاً سیزده سخنرانی پیرامون زمان و شرایط اقلیمی که ابوالوفا در آن می زیسته است، و شرح آثار و احوال وی ارائه شد. در این کنفرانس دو روزه از محقق برجسته تاریخ ریاضیات ایران استاد ابوالقاسم قربانی، نویسنده کتاب «بوزجانی نامه» تجلیل شد. از دیگر موارد بارز این مراسم، می توان به شور و اشتیاق مردم مهمان نواز و بی غل وغش این مرز و بوم، موسیقی غنی محلی و خوشنویسی اشاره کرده که همه و همه نشأت گرفته از بزرگان این خطه چون شیخ جام «شهاب الدین ابونصر احمد ابن ابوالحسن جامی» صوفی و زاهد قرن پنجم هجری قمری و نورالدین عبدالرحمان جامی شاعر، ادیب و عارف ایرانی قرن نهم هجری قمری است.

کمیته علمی کنفرانس متشکل بود از: محسن خلیجی، مهدی محقق، مهدی بهزاد، محمدعلی شعاعی، فرید قاسملو، محسن حیدرنیا.

تشکیل ستادهای استانی سال جهانی ریاضیات

ستادهای استانی سال جهانی ریاضیات در بیشتر استان های کشور تشکیل شده است. طبق گزارش های رسیده، در استان های خراسان، فارس، مرکزی، زنجان، یزد و ... تشکیل و با برگزاری جلسات متعدّد با حضور مسئولان اجرایی استان ها، جمعی از اعضای انجمن های دبیران ریاضی استان مربوطه، نمایندگانی از دانشگاه های دولتی و آموزش و پرورش، نمایندگان انجمن های ریاضی و آمار کشور و دیگر سازمان های این استان ها فعالیت خود را آغاز کرده اند.

انجمن دبیران ریاضی استان فارس

اولین جلسهٔ ستاد استانی سال جهانی ریاضیات در استان فارس در تاریخ ۷۸/۸/۹ در محل استانداری استان فارس با حضور تنی چند از استادان دانشگاه شیراز، دانشگاه آزاد، دانشگاه پیام نور مرکز فارس، انجمن معلمان ریاضی استان فارس و نمایندگان ارگان ها و سازمان ها بر اساس شیوه نامه ستاد ملّی سال جهانی ریاضیات برگزار شد.

گردهمایی سراسری معلمان ریاضی استان یزد

به مناسبت فرا رسیدن سال جهانی ریاضیات اولین همایش سراسری معلمان ریاضی استان یزد، توسط ستاد استانی با شرکت بیش از ۳۵۰ نفر از معلمان، استادان دانشگاه های استان و صاحب نظران ریاضی و با حضور مدعوین استانی و کشوری در روز جمعه ۲۴ دی ماه ۱۳۷۸ در سالن کانون ولایت تفت برگزار شد. در این همایش دبیر ستاد استانی ضمن تشریح اهداف ستاد، گزارشی از فعالیتهای انجام شده این ستاد را در سال جهانی ریاضیات برای حاضران برشمرد. در ادامه سخنرانی هایی توسط آقای دکتر فانی، معاون آموزش و پرورش، استاد پرویز شهریاری، استاد غلامحسین مصحفی و چند تن از استادان دانشگاه یزد ارائه شد. در حاشیهٔ این همایش نمایشگاه کتاب های ریاضی نیز توسط ناشران مختلف برپا شد.

■

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd
Mathematics Education Journal

No. 57 - 1999

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

CONTENTS:

Managing Editor: Mohsen Goldansaz
Editor: Zahra Gooya
Executive Director: Soheila Gholamazad
Graphic Designer: Fariborz Siamaknejad

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6588

فراخوان

از خوانندگان مجله دعوت می‌شود تا
به مناسبت
سال جهانی ریاضی سال 2000 میلادی
و همسو با شعار همگانی کردن ریاضی، دیدگاههای خود را دربارهٔ ریاضی به شکلهای گوناگون از جمله مقاله، نوشته‌های کوتاه، شعر، طنز، کاریکاتور و نقاشی به دفتر مجله ارسال دارند.

مجموعهٔ دریافتی پس از داوری با نام صاحب اثر در سال جهانی ریاضی چاپ خواهد شد و به آثار برگزیده جوایزی داده خواهد شد.

از همه خوانندگان استدعا داریم ما را در تهیهٔ این مجموعهٔ ماندگار، یاری کنند.

سال ریاضیات ۱۳۷۹