بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

رشد

آموزش ابتدایی

دوره‌ی بیست و دوم
سال تحصیلی ۹۷-۹۸

برنامه درسی
درس ریاضی

فایل حاضر، مجموعه‌ی مطالب مربوط به درس ریاضی در هشت شماره از دوره‌ی بیست و دوم مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی است.

سپیده چمن‌آرا
سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول



جمع و تفریق عددهای چندرقمی

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی وجود دارند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی‌شان. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از این موضوع‌ها صحبت می‌کنیم. منتها قصد نداریم روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

دانش‌آموزان در پایه‌ی اول ابتدایی با مفهوم جمع و تفریق آشنا می‌شوند و جمع‌های اساسی (جمع دو عدد یک‌رقمی) را در این پایه می‌آموزند. آن‌ها جمع و تفریق عددهای با بیش از یک رقم (اعداد دورقمی و سه‌رقمی) را نخستین بار در پایه‌ی دوم دبستان می‌شناسند.

در کتاب ریاضی این پایه، جمع و تفریق ظاهراً با چند روش معرفی شده است. این چند روش کاملاً به هم مرتبط هستند. آن‌ها درواقع گام‌های آموزشی یاددهی-یادگیری جمع و تفریق اعداد چندرقمی هستند: از کمک به توسعه‌ی تفکری جبری که در پشت فرایند جمع و تفریق هست تا استفاده از آن در کارهای روزمره، مانند استفاده از پول. البته به نظر می‌رسد، این روند با روشی که در کتاب‌های قدیمی‌تر آمده بود متفاوت است. شاید شما هم به خاطر داشته باشید که معلمتان بارها و بارها تأکید می‌کرد نباید جمع و تفریق را از سمت چپ انجام بدهید و این کار اشتباه است! در حالی‌که در کتاب ریاضی پیش روی شما، آموزش جمع و تفریق اعداد دورقمی با روشی که از سمت چپ انجام می‌شود آغاز شده است!

در مطلب پیش رو قصد داریم نشان دهیم که این روش‌ها با هم ارتباط دارند. از این رو، جنبه‌های اصلی هر یک را بررسی خواهیم کرد.

جمع و تفریق عددهای دورقمی؛ گام اول-روش فرایندی با استفاده از ابزار یا تصویرهای عینی

در تصویرهای مقابل، روش جمع و تفریق عددهای دورقمی را از صفحه‌ی ۲۸ کتاب ریاضی پایه‌ی دوم ابتدایی می‌بینید. این روش که به روش فرایندی مشهور شده است، نخست با فعالیت عملی با ابزار و پس از آن با تصویر میله‌های ده تایی و دانه‌های یکی معرفی شده است. دستور جمع و تفریق دو عدد دورقمی به‌طور خلاصه چنین بیان شده است:

برای جمع کردن دو عدد دورقمی، ابتدا دسته‌های ده‌تایی را با هم جمع می‌کنیم. سپس یکی‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

برای تفریق دو عدد دورقمی نیز ابتدا از دسته‌های ده‌تایی کم می‌کنیم. سپس از یکی‌ها برمی‌داریم.

نمونه‌ای از جمع و تفریق را در تصویر پایین می‌بینید. ماهیت این دستورات را با هم بررسی می‌کنیم:

۱ اولین نکته در انجام این دستورات، شناخت ارزش مکانی در عددنویسی و توانایی تفکیک یک عدد دورقمی به دو عدد و تشخیص این است که: یک عدد تعداد دسته‌های ده‌تایی را نشان می‌دهد و عدد دیگر تعداد یکی‌ها را.

۲ دومین نکته‌ی اساسی، تشخیص دسته‌های هم‌جنس در دو عدد است؛ یعنی در دو عدد دورقمی، باید تشخیص دهیم کدام رقم‌ها هم‌جنس هستند: رقم‌های نشان‌دهنده‌ی تعداد دسته‌های ده‌تایی با هم هم‌جنس هستند و رقم‌های نشان‌دهنده‌ی تعداد یکی‌ها نیز با هم.

۳ نکته‌ی بعدی این است که اعداد هم‌جنس را با هم جمع کنیم تا تعداد کل دسته‌های هم‌جنس را روی هم بیابیم؛ یعنی بفهمیم روی هم چند دسته‌ی ده‌تایی داریم و روی هم چند یکی؟ برای این کار از دانش قبلی خود، یعنی جمع‌های اساسی استفاده می‌کنیم، زیرا تعداد دسته‌ها همواره کمتر از ده‌تاست.

۴ از آنجا که تعداد دسته‌های ده‌تایی، مستقل از تعداد دسته‌های یکی، با هم جمع می‌شود، ترتیب عمل در حاصل جمع تأثیری ندارد؛ یعنی می‌توانیم ابتدا تعداد کل دسته‌های ده‌تایی را به دست بیاوریم، بعد تعداد کل دسته‌های یکی را. یا اول تعداد دسته‌های یکی را حساب کنیم و پس از آن تعداد دسته‌های ده‌تایی را. جابه‌جایی ترتیب در این عملیات، در واقع همان تفاوت روش فرایندی کتاب ریاضی حاضر با روش استفاده از ارزش مکانی یا همان روش کتاب‌های ریاضی قدیمی دوره‌ی ابتدایی است. در کتاب‌های قدیمی‌تر، اعداد را زیر هم می‌نوشتند و جمع یا تفریق از سمت راست انجام می‌شد؛ یعنی ابتدا با یکی‌ها کار می‌شد، سپس با دسته‌های ده‌تایی.



کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه‌ی ۲۸

چند کلمه درباره‌ی هدف‌های آموزشی

روش فرایندی جمع و تفریق اعداد

شاید در بدو امر به نظر برسد روش فرایندی روش جدیدی برای جمع و تفریق عددهای چندرقمی است، ولی با توضیحاتی که دادیم، آشکار است که این روش جدید نیست، بلکه رویکرد جدیدی به آموزش جمع و تفریق اعداد است. در این رویکرد، دانش‌آموز دانش خود از ارزش مکانی را توسعه می‌دهد و آن را عمیق‌تر درک می‌کند، از حقایقی که درباره‌ی جمع اعداد آموخته است و از راهبردهایی که پیش از آن برای جمع و تفریق عددها آموخته یا کشف کرده است، استفاده می‌کند. علاوه بر همه‌ی این‌ها که در رویکرد قدیمی نیز وجود داشت، **دانش آموز با تفکری جبری که در پشت روش‌های جمع و تفریق مبتنی بر ارزش مکانی وجود دارد آشنا می‌شود.**

به این صورت که اولاً با فرایند جمع و تفریق آشنا می‌شود و دوم اینکه با زمینه‌های لازم برای جمع و تفریق عبارت‌های جبری مانند $2x+y$ یا $3y-x$ (که در دوره‌ی متوسطه اول می‌آموزد) آشنا می‌شود. در کار با عبارت‌های جبری و برای یافتن مجموع یا تفاضل آن‌ها، تشخیص عبارت‌های مشابه ضرورت دارد. تشخیص دسته‌های مشابه در گسترده‌ی اعداد (یکی‌ها-ده‌تایی‌ها-صدتایی‌ها) و یافتن مجموع یا تفاضل آن‌ها، درواقع تمرینی است برای تشخیص و یافتن حاصل‌جمع یا تفریق عبارت‌های جبری مشابه. وجود زمینه‌های جبری لازم در این رویکرد، یکی از مهم‌ترین دلایل استفاده از آن در آموزش است. زیرا توجه به تفکر جبری در آموزش ریاضیات ابتدایی از اهمیت خاصی برخوردار است.[۱]

پی‌نوشت

۱. برای اینکه درباره‌ی تفکر جبری و آموزش آن در دوره‌ی ابتدایی بیشتر بدانید، مجموعه مطالبی را که در دوره‌ی بیست و یکم این مجله در شماره‌های ۱ تا ۴ (مهر تا دی ۱۳۹۶) با عنوان «ریاضیات دوره‌ی ابتدایی و الگوها» چاپ شده است بخوانید.

جمع و تفریق عددهای دورقمی؛

گام دوم-نمایش روش فرایندی با استفاده از نمادها

در ادامه‌ی معرفی روش بالا، در صفحه‌ی ۲۹ کتاب ریاضی دوم، محاسبه‌ی مجموع ۲۳ + ۳۴ با استفاده از نمادها نمایش داده شده است: ابتدا ۲۰ تا به ۳۴ اضافه شده تا عدد ۵۴ به دست بیاید. سپس ۳ تا به ۵۴ اضافه شده است تا ۵۷ حاصل شود (تصویر را ببینید).

توجه کنید که در این گام، برای اینکه بتوانیم از نمادها برای بیان عملی که انجام می‌شود استفاده کنیم، مجبوریم برای انجام دستورات ترتیب قائل شویم. این ترتیب درواقع این است که نخست تعداد کل دسته‌های ده‌تایی را به دست می‌آوریم، بعد تعداد کل دسته‌های یکی را. بنابراین، انگار داریم از سمت چپ، رقم‌های زیر هم را با یکدیگر جمع می‌کنیم. ولی اگر کمی در ماهیت آن دقیق‌تر شویم، می‌بینیم که:

۵ نکته‌ی مهم در این روش، توانایی ده‌تا ده‌تا شمردن است: تشخیص اینکه با افزودن ۲۰ تا به عددی مانند ۳۴، باید دو بار ده‌تا ده‌تا از ۳۴ جلو برویم و به ۵۴ برسیم.

۶ در این روش باید بتوان هر عدد از ۱ تا ۹ را به یک عدد دورقمی افزود. برای مثال باید ۳ تا به ۵۴ اضافه کنیم و به ۵۷ برسیم.

۷ توجه کنید که هرگاه در محاسبه‌ی تعداد کل دسته‌های ده‌تایی، مجموع دو مقدار بزرگ‌تر از ۱۰ بشود، دسته‌ی صدتایی ایجاد می‌شود. همچنین، اگر در محاسبه‌ی تعداد یکی‌ها، مجموع دو مقدار از ۱۰ بزرگ‌تر شود، یک‌دسته‌ی ده‌تایی ایجاد می‌شود و به تعداد دسته‌های ده‌تایی که پیش از آن پیدا کرده بودیم، یکی اضافه می‌شود (توجه کنید که در مثال‌ها و تمرین‌های کتاب درسی دوم ابتدایی چنین حالتی بعد از درک خود فرایند و جنبه‌های اصلی آن در صفحه‌ی ۳۱ آمده است).

از نظر آموزشی، روش فرایندی به‌منظور ایجاد زمینه‌های لازم برای روش جمع یا تفریق در جدول ارزش مکانی آموزش داده می‌شود. علاوه بر آن، جنبه‌های آموزشی دیگری هم دارد که در کادری آن را بررسی کرده‌ایم.

جمع و تفریق عددهای دو رقمی؛

گام سوم-روش فرایندی در زمانی که مجموع یکی‌ها بیشتر از ده تاست

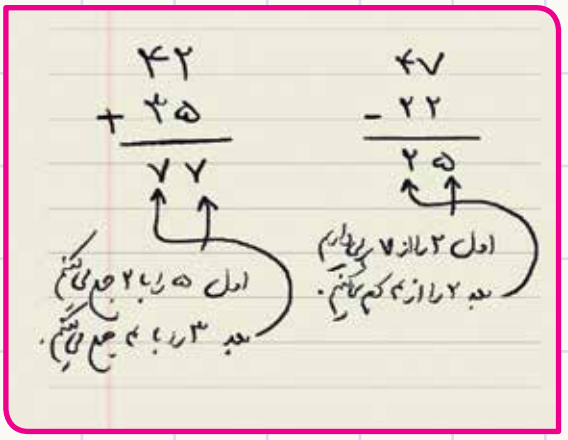
در صفحه‌ی ۳۱ کتاب ریاضی دوم، در ادامه‌ی معرفی روش صفحه‌ی ۲۹، نمونه‌هایی آمده‌اند که در واقع حاصل‌جمع یکان آن‌ها از ده بیشتر است، مثلاً ۳۷ + ۲۴ (تصویر مقابل).

کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه‌ی ۲۹



کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه‌ی ۳۱





بـاز هم ابتـدا ۳۰ تا به ۲۴ اضافه می‌کنیم (سـه بـار ده‌تـا ده‌تـا می‌شـماریم) تـا بـه ۵۴ برسـیم. سـپس ۷ تـا بـه ۵۴ اضافـه می‌کنیـم: مثـلاً می‌دانیـم اگـر ۶ تـا بـه ۵۴ اضافه شـود، به ۶۰ می‌رسـیم و یکی دیگـر اضافـه شـود، ۶۱ به‌دسـت می‌آید. پـس حاصل‌جمـع مـورد نظر ۶۱ اسـت.

توجه کنید که

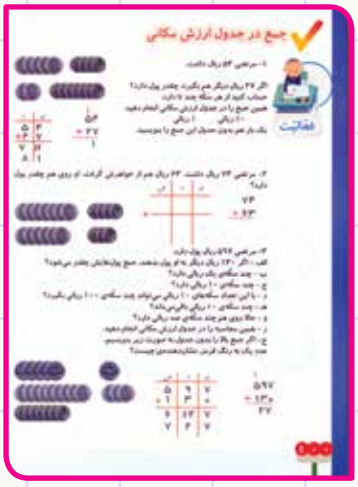
۸ در افـزودن یکی‌هـای عـدد دوم بـه عـدد حاصـل از اولیـن جمـع، دانش‌آمـوزان می‌تواننـد از همـه‌ی راهبردهایـی کـه پیـش از ایـن بـرای جمـع آموخته‌انـد، اسـتفاده کننـد. اکنون شما خودتان تمام بحث‌های بالا را برای تفریق عددهای دورقمی که در صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ کتاب ریاضی دوم معرفی شده‌اند انجام دهید. همچنین، این روش‌ها را به جمع عددهای سه رقمی یا بیشتر توسعه دهید.


تفریق در جدول ارزش مکانی

کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه‌ی ۱۰۴

جمع و تفریق؛
روش دوم-استفاده از جدول ارزش مکانی

ضرورتـی نـدارد روش جمـع و تفریق در جـدول ارزش مکانـی را توضیـح دهیـم، زیـرا همـه با آن آشـنا هسـتیم.
اکنـون جنبه‌هـای اساسـی ایـن روش را بررسـی کنیـد و آن را بـا روش فراینـدی مقایسـه کنید.


جمع در جدول ارزش مکانی

کتاب ریاضی دوم دبستان، صفحه‌ی ۱۰۰

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

جدول یک تا صد؛ ابزاری برای جمع و تفریق

جـدول اعـداد ۱ تـا ۱۰۰ ظاهـراً یـک جـدول عـددی اسـت، ولـی در واقـع در آموزش ریاضـی می‌توان از آن اسـتفاده‌های متنوعـی کرد.
یکـی از ایـن کاربردهـا، اسـتفاده از آن به‌عنـوان ابـزاری برای جمـع و تفریـق عددهـای دورقمـی اسـت. همان‌طـور که در صفحـه‌ی ۳۲ کتـاب ریاضـی پایـه‌ی دوم می‌بینیـد، حرکـت عمـودی در ایـن جـدول بـه معنـی ده‌تـا ده‌تـا شـمردن به جلو یـا بـه عقـب (یعنـی یافتـن حاصل‌جمـع تعـداد بسـته‌های ده‌تایـی یـا حاصـل تفریـق آن‌هـا) اسـت. حرکـت افقـی بـه معنـی یکی‌یکی شـمردن بـه جلو یا بـه عقب (یعنـی افزودن یـا کاسـتن یکی‌هـا) اسـت. همیـن کارهـا نشـان می‌دهـد کـه ترتیـب عمـل در ایـن روش اهمیتـی نـدارد. یعنـی ابتدا می‌توانیـد تعـداد کل دسـته‌های ده‌تایی را به دسـت بیاورید، بعـد تعداد کل دسـته‌های یکی را (ابتدا حرکـت عمودی، بعد حرکـت افقـی). یا اول تعداد دسـته‌های یکی را حسـاب کنید و پـس از آن تعـداد دسـته‌های ده‌تایـی را.

سپیده چمن‌آرا
سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول



افزایش دانش موضوعی ریاضی برای معلمان

ارزش مکانی و گسترده‌نویسی اعداد و اهمیت آن در چهار عمل اصلی

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی هستند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی آن‌ها. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره، درباره‌ی یکی از آن‌ها صحبت می‌کنیم. قصد نداریم در اینجا روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

وقتی شروع به شمارش می‌کنیم، صفر، یک، دو، سه، چهار و به عدد نُه می‌رسیم، عدد بعدی **ده** است. برای نوشتن عدد ده، از رقم‌هایی استفاده می‌شود که پیش از آن نیز به کار رفته‌اند: ۰ و ۱. در واقع، برای نوشتن همه‌ی عددها، از ده رقم ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ استفاده می‌کنیم و آن‌ها را کنار یکدیگر قرار می‌دهیم. در این عددنویسی، هر مکان ارزشی دارد که بزرگی رقم نوشته شده در آن مکان را تعیین می‌کند. درواقع، پایه و اساس عددنویسی و عددخوانی، ارزش مکانی ارقام است و از آنجا که ما از ده نماد برای این کار استفاده می‌کنیم، مبنای شمارش و عددنویسی ما «ده» است. علاوه بر عددنویسی و عددخوانی، ارزش مکانی ارقام در مقایسه‌ی اعداد و همچنین در به وجود آمدن روش‌هایی برای انجام چهارعمل اصلی، نقش بسیاری دارد و تمام رویه‌هایی که برای انجام اعمال روی عددهای صحیح و اعشاری انجام می‌شوند، براساس همین ارزش مکانی تعریف شده‌اند. تقریب زدن و انجام محاسبات تقریبی نیز نیازمند ارزش مکانی است.

در مطلب پیش رو، نخست ارزش مکانی و ویژگی‌های آن را مرور می‌کنیم. سپس رویه‌های انجام جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد را با استفاده از آن تا حدودی تحلیل و بررسی خواهیم کرد. در شماره‌های بعدی مجله به موضوع تقریب خواهیم پرداخت.

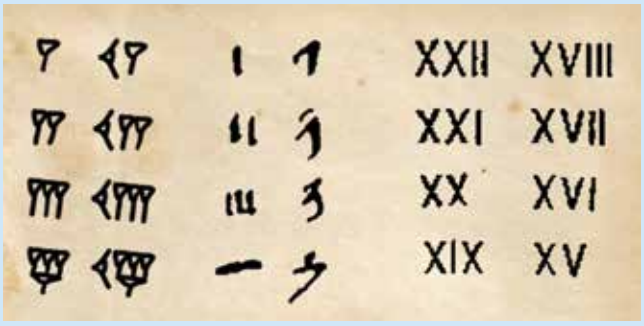
بررسی رابطه‌ی طولی یک مفهوم یا موضوع و آشنایی با آن در برنامه‌ی درسی و کتاب‌های درسی شش پایه‌ی ابتدایی، در رفع مشکلات یادگیری دانش‌آموزان به معلمان کمک می‌کند.

زمانی که دانش‌آموز یک پایه در یادگیری موضوعی مشکل دارد، اگر ریشه‌ی مشکل در یادگیری موضوعات مرتبط به آن موضوع در همان پایه یا پایه‌های پیش از آن باشد، توضیح و تدریس چندباره‌ی موضوع به وی مشکلی را حل نخواهد کرد.

از این رو، برای رفع آن باید بر یادگیری موضوعات مرتبط متمرکز شد، نه صِرفاً خود آن موضوع. بررسی رابطه‌ی طولی درواقع موضوعات مرتبط را آشکار می‌سازد.

ارزش مکانی، کلید نام‌گذاری اعداد و عددنویسی

عددنویسی تاریخچه‌ای به قدمت پیدایش خط و زبان دارد و استفاده از ارزش مکانی و مبنای ده برای نوشتن و نام‌گذاری عددها در این فرایند اتفاقی نو محسوب می‌شود. در اینجا قصد نداریم این تاریخ را مرور کنیم، ولی مطالعه درباره‌ی آن خالی از لطف نیست. در تصویر مقابل به ترتیب از راست به چپ نمونه‌ای از عدد نویسی رومی، بابلی و مصری را می‌بینید.



جدول زیر، ارزش مکانی عددهای صحیح تا طبقه‌ی میلیارد و قسمت اعشاری تا یک‌هزارم را نشان می‌دهد.

قسمت صحیح												قسمت اعشاری		
طبقه‌ی میلیارد			طبقه‌ی میلیون			طبقه‌ی هزار			طبقه‌ی یکی					
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم

جدول ارزش مکانی اعداد

برای نام‌گذاری اعداد، یعنی خواندن یا نوشتن عددها، باید رقم‌های عدد موردنظر را در این جدول قرار دهیم و براساس این مرتبه‌ها عدد را بخوانیم یا بنویسیم.
می‌دانید که این جدول، هم از سمت راست و هم از سمت چپ، با همین نظم و الگوهایی که دارد، ادامه پیدا می‌کند:

- ارزش هر ستون، ده برابر بزرگ‌تر از ارزش ستون سمت راستش است. یعنی از راست به چپ، ارزش ستون‌ها ده برابر ده برابر افزایش می‌یابد (بنابراین از چپ به راست، ستون‌ها ده برابر ده برابر کوچک می‌شوند).
- از نظر عملی، هر ده تا یکی، می‌شود یک ده‌تایی. هر ده تا ده‌تایی، می‌شود یک صدتایی. هر ده تا صدتایی، می‌شود یک هزارتایی. هر ده تا هزارتایی، می‌شود یک ده‌هزارتایی و ... . برعکس، اگر یک ده‌هزارتایی را باز کنیم، ده تا هزارتایی است. اگر یک هزارتایی را باز کنیم، ده تا صدتایی است و ...
- در قسمت اعشاری نیز همین روند برقرار است. یعنی هر ده تا یک‌هزارم می‌شود یک‌صدم. هر ده تا یک‌صدم می‌شود یک‌دهم. هر ده تا یک‌دهم می‌شود یک واحد کامل (یک). برعکس، هر یکی برابر با ده تا یک‌دهم است. هر یک‌دهم برابر با ده تا یک‌صدم است و ...
- در قسمت صحیح، ارزش هر طبقه هزار برابر ارزش طبقه‌ی سمت راست خودش است. یعنی از راست به چپ طبقه‌ها هزار برابر هزار برابر بزرگ می‌شوند.
- در قسمت صحیح، هر طبقه سه قسمت دارد: یکان، دهگان و صدگان (به همین دلیل هم هست که طبقه‌ها هزار برابر هزار برابر بزرگ می‌شوند).

گسترده‌نویسی و روش‌های محاسبه

گسترده‌ی عددی مانند ۴۳,۷۸۲,۵۰۱/۶۱۷ چنین است:

$$۴\times۱۰۰۰۰۰۰۰+۳\times۱۰۰۰۰۰۰+۷\times۱۰۰۰۰۰+۸\times۱۰۰۰۰+۲\times۱۰۰۰+۵\times۱۰۰+۵\times۱۰+۱\times۱+۶\times\frac{۱}{۱۰}+۱\times\frac{۱}{۱۰۰}+۷\times\frac{۱}{۱۰۰۰}=$$

$$۴۰۰۰۰۰۰۰+۳۰۰۰۰۰۰+۷۰۰۰۰۰+۸۰۰۰۰+۲۰۰۰+۵۰۰+۱+\frac{۶}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰۰}+\frac{۷}{۱۰۰۰}$$

در گسترده‌نویسی، هر رقم در ارزش مکانی که در آن قرار گرفته است ضرب می‌شود تا مقدار واقعی آن معلوم شود. عدد موردنظر ما مجموع همه‌ی این مقدارهاست. برای مثال، رقم ۳ در عدد بالا، ۳ نیست، بلکه ۳ میلیون است. زیرا در محل یکان میلیون قرار گرفته است. یا رقم ۶ درواقع ۶ نیست، بلکه ۶ دهم است.
وقتی عددی را می‌خوانید یا می‌نویسید، رقم‌ها باید با ارزش‌هایشان همراه باشند. همین موضوع کمک می‌کند بتوانید دو عدد را با هم مقایسه کنید و عدد بزرگ‌تر را تشخیص دهید. در ادامه‌ی این مطلب، نقش گسترده‌نویسی را در رویه‌های چهار عمل اصلی اعداد بررسی خواهیم کرد.

اکنون شما رویه‌ی ضرب عددهای چند رقمی در چند رقمی و رویه‌ی تقسیم عددهای چند رقمی بر چند رقمی را تحلیل کنید. توجه کنید که در ضرب دو عدد چندرقمی، از گسترده‌ی هر دو عدد و روش پخش کردن دو پرانتز در هم (که بر خاصیت پخشی ضرب نسبت به جمع استوار است) استفاده می‌شود (کتاب ریاضی چهارم، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱). به صورت مشابه، در تقسیم دو عدد چند رقمی بر یکدیگر نیز از گسترده‌ی اعداد و خاصیت پخشی تقسیم نسبت به جمع استفاده می‌شود (کتاب ریاضی چهارم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰).

اکنون که می‌دانیم رویه‌های چهار عمل اصلی اعداد براساس گسترده‌ی عددها به دست آمده‌اند، شش کتاب ریاضی ابتدایی را صفحه به صفحه ورق می‌زنیم تا ببینیم چگونه بسیاری از موضوعات و حتی تمرین‌ها یا فعالیت‌ها برای ایجاد بستر و موقعیت لازم درک این ارتباط است. در جدول مقابل، این بررسی را برای پایه‌های اول تا چهارم خلاصه کرده‌ایم. شما نیز شش کتاب را ورق بزنید و اگر ما موردی را از قلم انداخته‌ایم، به این جدول اضافه و پایه‌های پنجم و ششم را کامل کنید.



جدول رابطه‌ی طولی موضوعات مرتبط با ارزش مکانی و گسترده‌نویسی در کتاب‌های ریاضی ابتدایی

پایه	صفحه	موضوع
اول	۱۲۹	جمع عددهای مضرب ۱۰ (مانندِ ۲۰ و ۳۰ و ۵۰ و ۸۰) زمینه‌ی لازم را برای استفاده از ارزش مکانی در جمع عددهای دورقمی ایجاد می‌کند.
	۱۳۵	ده تا ده تا شمردن زمینه‌ی لازم را برای استفاده از ارزش مکانی در جمع (که دو عدد زیر هم به‌صورت ستونی نوشته می‌شوند) ایجاد می‌کند.
	۱۳۵	تفریق مضرب‌های ۱۰ (مانند ۱۰-۴۰ و ۲۰-۵۰) زمینه‌ی لازم را برای استفاده از ارزش مکانی در تفریق (که دو عدد زیر هم نوشته می‌شوند) ایجاد می‌کند.
	۱۵۹	جمع و تفریق مضرب‌های ۱۰ (مانند ۳۰+۲۰ و ۱۰-۶۰) و مقایسه‌ی حاصل آن‌ها زمینه‌ی لازم را برای استفاده از ارزش مکانی در جمع و تفریق (که دو عدد زیر هم نوشته می‌شوند) و برای مقایسه‌ی اعداد، ایجاد می‌کند.
	۱۷۱	عدد ۱۰۰ به عنوان ده بسته‌ی ده‌تایی و توسعه‌ی جدول ارزش مکانی معرفی شده است.
دوم	۲۰	جمع و تفریق ده‌تایی با استفاده از شکل و نماد برای ایجاد زمینه‌ی لازم در استفاده از ارزش مکانی و گسترده‌نویسی در جمع و تفریق عددهای دورقمی انجام می‌شود.
	۲۲	در تمرین‌های ۱ و ۲، جمع و تفریق مضرب‌های ۱۰ ، به‌صورت پشت‌سرهم یا زیر هم نوشته و یا به‌صورت شفاهی بیان می‌شود و زمینه‌ی لازم را برای استفاده از ارزش مکانی در جمع عددهای دورقمی ایجاد می‌کند.
	۲۸ تا ۳۳	جمع و تفریق دو عدد دورقمی براساس ارزش مکانی صورت می‌گیرد.
	۵۹ تا ۶۱	عددهای سه‌رقمی براساس ارزش مکانی معرفی شده‌اند.
	۶۸-۶۷	فعالیت ۳ ص ۶۷ و کار در کلاس ۱ ص ۶۸ زمینه‌ی لازم را برای جمع و تفریق عددهای سه‌رقمی با استفاده از ارزش مکانی ایجاد می‌کند جمع شدن(کم شدن دسته‌های مشابه با / از یکدیگر).
	۹۴-۹۲	مقایسه‌ی اعداد با استفاده از ارزش مکانی صورت می‌گیرد.
	۹۷-۹۵	جمع و تفریق دو عدد سه‌رقمی براساس ارزش مکانی صورت می‌گیرد. استفاده از جدول ۱۰ تا ۹۹۰ (ص ۹۶) نیز به این موضوع کمک می‌کند.
	۱۰۰	جمع در جدول ارزش مکانی انجام می‌شود.
	۱۰۳	تفریق در جدول ارزش مکانی انجام می‌شود.
سوم	۲۸	عدد هزار به عنوان ۱۰ تا ۱۰۰ریالی معرفی می‌شود. همچنین، ارتباط بین ۱۰ و ۱۰۰ بیان می‌شود (۱۰ تا ۱۰ریالی می‌شود ۱۰۰ ریال).
	۳۰-۲۹	ارتباط بین ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ در تصاویر، و صدتا صدتا شمردن زمینه‌ی لازم را برای خواندن و نوشتن عددهای چهاررقمی ایجاد می‌کند.
	۳۱	در جدول ارزش مکانی ارزش هزارگان معرفی می‌شود.
	۳۳-۳۲	جمع و تفریق مضرب‌های ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و گسترده‌نویسی مطرح می‌شود.
	۳۶-۳۴	اعداد چهاررقمی مقایسه می‌شوند.
	۱۰۰	اعداد با استفاده از ارزش مکانی مقایسه می‌شوند.
	۱۰۵-۱۰۳	جمع و تفریق دو عدد چهاررقمی براساس ارزش مکانی صورت می‌گیرد. استفاده از جدول‌ها (ص ۱۰۴) نیز به این موضوع کمک می‌کند. تمرین‌های این قسمت نیز درباره‌ی جمع و تفریق مضرب‌های ۱۰۰ یا مضرب‌های ۱۰۰۰ و به منظور ایجاد زمینه‌ی لازم است.
	۱۰۶	جمع در جدول ارزش مکانی انجام می‌گیرد.
	۱۰۹	تفریق در جدول ارزش مکانی انجام می‌گیرد.
چهارم	۴	هزارتا هزارتا شمردن و معرفی ده هزار به‌عنوان ده تا هزار تا انجام می‌گیرد.
	۷-۵	جدول ارزش مکانی توسعه یافته است و ارزش ده‌هزارتایی و صدهزارتایی معرفی شده است. همچنین، طبقه‌ی هزار مشخص شده است. ده‌هزارتا ده‌هزارتا شمردن و معرفی صدهزار به‌عنوان ده تا ده هزار انجام شده است.
	۱۹-۱۶	جدول ارزش مکانی توسعه یافته است و طبقه‌ی میلیون معرفی شده است. صدهزار تا صدهزار تا شمردن و معرفی میلیون به‌عنوان ده‌تا صدهزار انجام شده است. مقایسه‌ی اعداد نیز انجام شده است.
	۱۹	جمع و تفریق عددهای چندرقمی براساس ارزش اعداد انجام شده‌اند.
	۴۹-۴۸	ضرب دو عدد دورقمی براساس گسترده‌نویسی انجام شده است.
	۵۰	دو روش ارائه شده برای ضرب براساس گسترده‌نویسی هستند.
	۵۷-۵۲	حاصل‌ضرب در ادامه‌ی آنچه در صفحه‌های ۵۰ و ۵۱ آمده، براساس گسترده‌نویسی محاسبه شده است.
	۵۸	فعالیت به منظور آمادگی استفاده از گسترده‌نویسی در تقسیم است.
	۶۲	فعالیت برای ایجاد آمادگی لازم در استفاده از گسترده‌نویسی عمل تقسیم است.
	۶۴	در فعالیت تقسیم عدد دورقمی بر عدد یک‌رقمی، ده‌تایی‌ها جدا تقسیم می‌شوند و یکی‌ها جدا، تا آمادگی لازم برای استفاده از گسترده‌نویسی در عمل تقسیم ایجاد شود.
	۶۶	در فعالیت تقسیم عدد سه رقمی بر عدد یک رقمی، صدتایی‌ها جدا تقسیم می‌شوند، ده‌تایی‌ها جدا و یکی‌ها جدا، تا آمادگی لازم برای استفاده از گسترده‌نویسی در عمل تقسیم ایجاد شود.
	۶۸	در فعالیت تقسیم بر عدد دورقمی، صدتایی‌ها جدا تقسیم می‌شوند، ده تایی‌ها جدا و یکی‌ها جدا، تا آمادگی لازم برای استفاده از گسترده‌نویسی در عمل تقسیم ایجاد شود.
	۷۰	در فعالیت، تقسیم بر عدد دورقمی، با استفاده از گسترده‌نویسی عمل تقسیم انجام می‌شود.
	۱۰۸	فعالیت ۳ برای ایجاد زمینه‌ی لازم در استفاده از ارزش مکانی در جمع و تفریق عددهای اعشاری است.
	۱۱۲	ارزش مکانی عددهای اعشاری معرفی می‌شود.
	۱۱۴	جمع و تفریق زیرهم بر اساس ارزش مکانی صورت می‌گیرد.

سپیده چمن‌آرا سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول

اعدادِ تقریبی و تخمین
(بخش نخست)

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی هستند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی آن‌ها. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره، درباره‌ی یکی از آن‌ها صحبت می‌کنیم. قصد نداریم در اینجا روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

در زندگی روزمره ناچاریم محاسباتی انجام دهیم. برای مثال:

- قیمت کالای پس از تخفیف چقدر است؟
- پس از چند خرید، آیا موجودی کارتمان برای خرید بعدی کافی است؟
- با توجه به کیفیت و وزن و قیمت هر ماده‌ی غذایی، خرید آن از کدام فروشگاه به صرفه‌تر است؟

بیشتر این محاسبات با دخل‌وخرج ما و قیمت‌ها مرتبط هستند و معمولاً آن‌ها را با راهبردهای محاسبات ذهنی انجام می‌دهیم. در بسیاری موارد، اصلاً به محاسبه‌ی دقیق و یافتن مقدار دقیق مورد نظر نیاز نداریم و همین که تقریب خوبی از پاسخ داشته باشیم، برای ما کافی است. بنابراین، محاسبات را تخمینی انجام می‌دهیم. علاوه بر تخمین در محاسبات، گاهی باید اندازه‌های چیزهایی را تخمین بزنیم. برای مثال:

- زمان لازم برای انجام یک کار؛
- وزن یک بسته؛
- طول یک شیء؛
- فاصله‌ی دو نقطه.

در این موارد نیز اندازه‌ها را به‌صورت تخمینی به دست می‌آوریم و برای اینکه بتوانیم تخمین‌های مناسبی بزنیم، هم باید درک درستی از واحد اندازه‌گیری موردنظر داشته باشیم و هم باید بزرگی اعداد را درک کنیم. توانایی «تخمین» یکی از توانایی‌های فرایندی در ریاضیات است که نه‌تنها در اصول و استانداردهای آموزشی بسیاری از کشورها، که در برنامه‌ی درسی ملی ایران نیز بر آن تأکید شده است. در برنامه‌ی درسی ملی ایران، در بخش مربوط به قلمرو حوزه‌ی ریاضیات، از تخمین زدن و دقت یافتن به‌عنوان دو فرایند از فرایندهای ریاضی نام برده شده است که دانش‌آموزان باید با آن‌ها آشنا شوند و در آن‌ها مهارت یابند.

در این مطلب

- با مفهوم تقریب زدن آشنا می‌شویم.
- انواع روش‌های تقریب را مرور می‌کنیم.

و در شماره‌ی بعد

- با تخمین در انجام چهار عمل اصلی اعداد صحیح و اعشاری آشنا می‌شویم.
- روند آشنایی دانش‌آموزان را با تخمین در شش کتاب ریاضی دوره‌ی ابتدایی مرور می‌کنیم.

در لابه‌لای این مطالب بعضی موضوعات مرتبط با آموزش تخمین و تقریب را نیز می‌خوانید.

تقریب زدن اعداد و خطای تقریب

«جمعیت ایران هشتاد میلیون نفر است»؛ «تولید سالانه‌ی سیب یک باغ ۳۴۰۰ کیلوگرم است»؛ «فاصله‌ی تهران تا اصفهان ۶۰۰ کیلومتر است».

این جمله‌ها و مشابه آن‌ها را هر روز یا می‌شنویم یا می‌گوییم. اما معنی عددهایی که در این جمله‌ها بیان می‌شوند چیست؟ آیا دقیقاً هشتاد میلیون نفر در ایران زندگی می‌کنند؟ یا درست ۳۴۰۰ کیلو سیب از آن باغ به‌دست‌آمده است؟



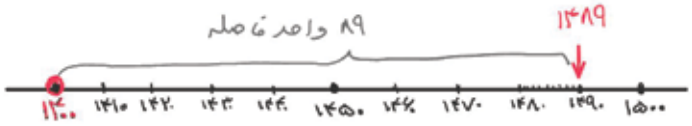
یا از تهران تا اصفهان درست ۶۰۰ کیلومتر راه است؟ قطعاً پاسخ همه‌ی این سؤالات «خیر» است. این عددها مقدارهای تقریبی جمعیت، تولید سیب و فاصله هستند، نه مقدار دقیق آن‌ها. حال این سؤال مطرح می‌شود که مقدار دقیق با مقدار تقریبی چقدر اختلاف دارد؟ یعنی میزان خطا در این تقریب‌ها چقدر است؟ برای اینکه بتوانیم به این سؤال پاسخ دهیم، باید بدانیم این اعداد تقریبی از روی اعداد اصلی چگونه به‌دست آمده‌اند و دقت تقریب چقدر بوده است؟

روش‌های تقریب زدن

دو روش برای تقریب زدن عددها وجود دارد: قطع کردن؛ گرد کردن.

۱. قطع کردن عدد

در تقریب به روش قطع کردن، از بعضی رقم‌های عدد اصلی صرف‌نظر می‌کنیم. انگار داریم عدد را می‌بُریم. مثلاً محصول امسال باغ سیبی ۱۴۸۹ کیلوگرم است. ممکن است برای حمل سیب‌ها با کامیون، دانستن مقدار دقیق آن‌ها در حد زیر صد کیلوگرم نیاز نباشد. در این صورت می‌گوییم محصول باغ تقریباً ۱۴۰۰ کیلوگرم است. درواقع، از مقدار رقم‌های مرتبه‌های یکان و دهگان که از صد کوچک‌تر هستند، صرف‌نظر می‌کنیم. به این ترتیب، اختلاف مقدار واقعی از مقدار تقریبی ۸۹=۱۴۰۰-۱۴۸۹ است و ۸۹ از ۱۰۰ (دقت تقریب) کوچک‌تر است. بد نیست روی محور اعداد حقیقی نیز به این عددها نگاهی بیندازیم:



شکل ۱. برشی از محور اعداد که رابطه‌ی بین عدد ۱۴۸۹ و عدد تقریبی ۱۴۰۰ را نشان می‌دهد.

این موضوع در حالت کلی نیز برقرار است: یعنی اگر بخواهیم عددی را با تقریب کمتر از 10^n (یعنی ۱ که n تا صفر جلویش است) تقریب بزنیم، باید از مقدار رقم‌هایی که ارزش مکانی آن‌ها از 10^n کوچک‌تر است، صرف‌نظر کنیم. درواقع آن رقم‌ها را برمی‌داریم و به جایشان صفر می‌گذاریم. مثال‌های زیر را ببینید:

مثال ۱. هر عدد با تقریب خواسته شده قطع شده است:

۵۳۸ با تقریب کمتر از ۱ برابر است با خود ۵۳۸
۲۶ با تقریب کمتر از ۱۰ برابر است با ۲۰
۷۴۵۶۳ با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر است با ۷۴۵۰۰
۹۸ با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر است با ۰
۷۴۵۶۳ با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰ برابر است با ۷۰۰۰۰

در مورد اعداد اعشاری نیز دقیقاً همین‌طور است:

۴۵/۱۶۷۴ با تقریب کمتر از یک‌هزارم برابر است با ۴۵/۱۶۷
با تقریب کمتر از یک‌صدم برابر است با ۴۵/۱۶
با تقریب کمتر از یک‌دهم برابر است با ۴۵/۱
با تقریب کمتر از ۱ برابر است با ۴۵
با تقریب کمتر از ۱۰ برابر است با ۴۰
با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر است با ۰.

با انواع تخمین آشنا شوید

تخمین در اندازه؛ یعنی بدون اندازه‌گیری دقیق، اندازه‌ی مورد نظر را به صورت تقریبی بیان کنیم. مانند طول یک اتاق، یا وزن یک بسته یا زمان رسیدن به یک محل.

تخمین در تعداد؛ یعنی بدون شمارش دقیق، تعداد اعضای یک مجموعه را بیان کنیم. مانند تخمین تعداد دانش‌آموزان یک کلاس یا تعداد میوه‌های داخل یک ظرف.

تخمین در محاسبات؛ یعنی بدون انجام محاسبات دقیق، حاصل یک عبارت را به دست آوریم.

برای آشنایی بیشتر با تخمین، مطلب شماره‌ی بعد مجله را نیز مطالعه کنید.





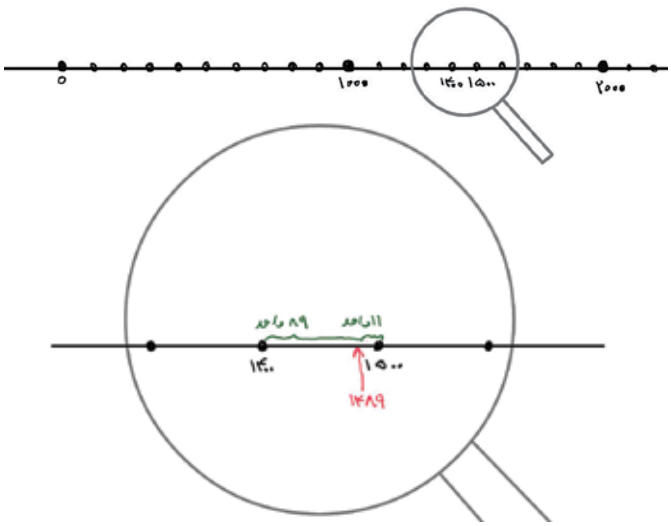
توجه کنید که در قطع کردن اعداد:

- عدد تقریبی همیشه از عدد اصلی کوچک‌تر است. به همین دلیل، گاهی اصطلاحاً می‌گوییم اعداد را با «تقریب نُقصانی» تقریب زده‌ایم.
- اختلاف عدد اصلی با عدد تقریبی از دقت تقریب کوچک‌تر است.
- دقت تقریب، توانی از ۱۰ است و با ارزش‌های مکانی اعداد متناظر است.
- باید ارزش مکانی را به خوبی بشناسیم.

روش‌های تقریب زدن

۲. گرد کردن عدد

بار دیگر به داستان باغ سیب برگردیم. محصول یک سال این باغ ۱۴۸۹ کیلوگرم بود، ولی ما برای راحتی کار و اینکه در عمل نیازی به دانستن مقدار دقیق وزن سیب‌ها تا زیر صد کیلوگرم نداشتیم، از ۸۹ کیلوگرم صرف‌نظر کردیم و محصول باغ را ۱۴۰۰ کیلوگرم اعلام کردیم. اما ته ذهنمان این موضوع هست که گرچه ۸۹ کیلوگرم از ۱۰۰ کیلوگرم کمتر است و احتمالاً در کار ما تأثیری نخواهد داشت، ولی این مقدار خیلی به ۱۰۰ نزدیک است. در واقع، از روی محور اعداد معلوم است که ۱۴۸۹ به ۱۵۰۰ نزدیک‌تر است تا به ۱۴۰۰. شکل زیر را ببینید:



شکل ۲. محور اعداد حقیقی که روی آن فاصله‌ی بین عدد ۱۴۸۹ و اعداد ۱۴۰۰ و ۱۵۰۰ را نشان داده‌ایم. این محور ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا قسمت‌بندی شده است، زیرا در مثال باغ سیب، دقت تقریب عدد ۱۰۰ بود و عددهایی که در هر قسمت هستند، فاصله‌شان تا دو سر آن قسمت از ۱۰۰ واحد کمتر است.

در بسیاری از مسئله‌های عملی و واقعی، از روش دیگری برای تقریب زدن استفاده می‌شود که خطای آن در مواردی کمتر از خطای روش قطع کردن است. این روش به گرد کردن معروف است و ما گاهی حتی در صحبت‌های عادی‌مان نیز به درست یا غلط، از اصطلاح «فلان عدد را گِردش کن» استفاده می‌کنیم. اکنون ببینیم در روش گرد کردن چگونه عدد تقریبی از عدد اصلی به دست می‌آید؟



اکنون مثال‌های زیر را ببینید:

مثال ۲. هر عدد با تقریب خواسته‌شده گرد شده است:

۵۳۸ با تقریب کمتر از ۱ برابر است با خود ۵۳۸

۲۶ با تقریب کمتر از ۱۰ برابر است با ۳۰

۷۴۵۶۳ با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر است با ۷۴۶۰۰

۹۸ با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر است با ۱۰۰

۷۴۵۶۳ با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰ برابر است با ۷۰۰۰۰

در مورد اعداد اعشاری نیز دقیقاً همین‌طور است:

۴۵/۱۶۷۴ با تقریب کمتر از یک‌هزارم، برابر است با ۴۵/۱۶۷

با تقریب کمتر از یک‌صدم، برابر است با ۴۵/۱۷

با تقریب کمتر از یک‌دهم برابر است با ۴۵/۲

با تقریب کمتر از ۱ برابر است با ۴۵

با تقریب کمتر از ۱۰ برابر است با ۵۰

با تقریب کمتر از ۱۰۰ برابر است با ۰.

توجه کنید که در گرد کردن اعداد:

- عدد تقریبی گاهی از عدد اصلی کوچک‌تر است و گاهی بزرگ‌تر.
- دقت تقریب، توانی از ۱۰ است و با ارزش‌های مکانی اعداد متناظر است.
- اختلاف عدد اصلی با عدد تقریبی از دقت تقریب کوچک‌تر است.
- خطای تقریب کمتر یا برابر با خطای تقریب در روش قطع کردن است.
- باید ارزش مکانی را به خوبی بشناسیم و بتوانیم روی محور اعداد حقیقی جایگاه اعداد را نسبت به یکدیگر تعیین کنیم.

به سؤال‌های زیر فکر کنید:

۱. عدد ۱۸۹۸۱ را با تقریب کمتر از صد، یک‌بار قطع کنید.یک‌بار گرد کنید. دو عدد تقریبی به‌دست‌آمده را با هم مقایسه کنید. چه توضیحی دارید؟

۲. عدد ۱۹۸/۹۸۱ را با تقریب کمتر از یک‌صدم، یک‌بار قطع کنید و یک‌بار گرد کنید. دو عدد تقریبی به‌دست‌آمده را با هم مقایسه کنید. چه توضیحی دارید؟

۳. عددی را با تقریب کمتر از ۱۰۰، یک‌بار قطع کردیم. یک‌بار گرد کردیم. بیشترین اختلاف این دو عدد تقریبی چه می‌تواند باشد؟ چرا؟

۴. عددی را با تقریب کمتر از ۱۰۰ قطع کردیم، عدد ۱۷۰۰ به دست آمد. آن عدد چیست؟ چرا؟

۵. عددی را با تقریب کمتر از ۱۰۰ گرد کردیم، عدد ۱۷۰۰ به دست آمد. آن عدد چیست؟ چرا؟

ادامه‌ی این مطلب را که در آن با تخمین در محاسبات آشنا می‌شوید، در شماره‌ی بعد مجله بخوانید.

پاسخ سؤال‌ها

۱. در گرد کردن، چون رقم دهگان ۸ و از ۵ بزرگ‌تر است، پس از قطع کردن ۸۱، یک واحد به رقم صدگان یعنی ۹ اضافه می‌شود. منتها نمی‌توانیم در این مرتبه ۱۰ بنویسیم. بنابراین، یک واحد به مرتبه‌ی بعد، یعنی یکان هزار، اضافه می‌شود و به ۹ تبدیل می‌شود و حاصل، ۱۹۰۰۰ است. قطع شده‌ی آن ۱۸۹۰۰ است.

۲. در گرد کردن، چون رقم یک‌هزارم، ۱ است و از ۵ کمتر است، پس بعد از قطع کردن ۱، رقم صدم تغییری نمی‌کند و ۱۹۸/۹۸ به دست می‌آید. قطع شده‌ی عدد نیز همین ۱۹۸/۹۸ خواهد بود.

۳. بیشترین اختلاف این دو تقریب ۱۰۰ واحد است. چون اگر گرد شده‌ی آن به عدد بالایی باشد، قطع شده‌اش هم که عدد پایینی است و در تقریب با دقت ۱۰۰، این دو عدد ۱۰۰ واحد فاصله دارند. روی محور اعداد برای خود ترسیم کنید و ببینید. شکل ۲ نیز در درک این موضوع به شما کمک می‌کند.

۴. از ۱۷۰۰ تا ۱۷۹۹. دلیل را شما بگویید.

۵. از ۱۶۵۰ تا ۱۷۵۰. دلیل را شما بگویید.

سپیده چمن‌آرا | سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول



اعداد تقریبی و تخمین

(بخش دوم)

مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی هستند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی آن‌ها. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از آن‌ها صحبت می‌کنیم. قصد نداریم در اینجا روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

تخمین زدن در زندگی روزمره بسیار کارگشاست، مانندِ زمانی که مجبوریم محاسباتی انجام دهیم؛ مثلاً قیمت کالایی را پس از تخفیف حساب کنیم یا برای اینکه ببینیم اصلاً در کارت بانکی‌مان به اندازه‌ی کافی پول داریم یا نه، باید مجموع خریدهایمان را به دست بیاوریم. این دست محاسبات را که غالباً با قیمت‌ها و خرج و دخلمان مرتبط است، می‌توانیم با راهبردهای محاسبات ذهنی، یا با استفاده از رویه‌های متداول محاسباتی، یا ماشین‌حساب انجام دهیم، اما در بسیاری از موارد، اصلاً نیازی به انجام محاسبه‌ی دقیق و یافتن مقدار دقیق مورد نظر نداریم و همین که تقریب خوبی از پاسخ داشته باشیم، برایمان کافی است. در اینجاست که موضوع تقریب اعداد و تخمین در محاسبات به میان می‌آید. علاوه بر این‌ها، گاهی هم وزن یک بسته، زمان انجام یک کار، فاصله از جایی یا تعداد اشیای داخل یک بسته را لازم داریم. در این موارد نیز با تخمین سروکار داریم؛ منتها با تخمین در اندازه یا تعداد.

در مطلب شماره‌ی گذشته‌ی این مجله، با مفهوم تقریب‌زدن آشنا شدیم و انواع روش‌های تقریب را مرور کردیم، زیرا بسیاری مواقع، برای تخمین در محاسبات، لازم است بتوانیم به جای عددهای اصلی، عددهای تقریبی مناسبی را جایگزین کنیم. در این شماره و شماره‌ی آینده با تخمین و انواع آن آشنا می‌شویم: تخمین در انجام چهار عمل اصلی اعداد (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد صحیح و اعشاری و کسری)؛ تخمین در شمارش تعداد؛ تخمین در اندازه‌گیری. همچنین، با مرور مطالب شش کتاب ریاضی دوره‌ی ابتدایی، روند آشنایی دانش‌آموزان با تخمین در دوره‌ی ابتدایی را در جدولی بررسی خواهیم کرد.

توانایی «تخمین» یکی از توانایی‌های فرایندی در ریاضیات است که نه‌تنها در اصول و استانداردهای آموزشی بسیاری از کشورها، که در برنامه‌ی درسی ملی ایران نیز بر آن تأکید شده است. در برنامه‌ی درسی ملی ایران، در بخش مربوط به قلمرو حوزه‌ی ریاضیات، از **تخمین زدن** و **دقت یافتن** به‌عنوان دو فرایند از فرایندهای ریاضی نام برده شده است که دانش‌آموزان باید با آن‌ها آشنا شوند و در آن‌ها مهارت یابند. «محاسبات تخمینی» از مهارت‌های سطح بالا در تفکر است که به تصمیم‌گیری‌های زیادی نیاز دارد. اول، باید تصمیم گرفت چه موقع به جای محاسبات دقیق، حاصل تخمینی را به‌دست آورد (این تصمیم به زمینه‌ی مسئله‌ی موردنظر وابسته است)؛ دوم، باید تصمیم گرفت با کدام روش حاصل تخمینی موردنظر را به دست آورد (این تصمیم به نوع محاسبات یا نوع تخمین و دقتی که لازم داریم مرتبط است)؛ و بالاخره، باید تصمیم گرفت مقدار تخمینی به دست آمده تا چه اندازه مناسب است و چقدر به مقدار واقعی نزدیک است (این موضوع به درک عددی ما وابسته است).

تخمین در محاسبات چهار عمل اصلی

عبارت زیر را ببینید:

(۷۵۲-۳×۱۴) ÷ ۷۱

شـما چگونه حاصل این عبارت را به‌دست می‌آوریـد؟ خُب، یک راه این اسـت که از همه‌ی الگوریتم‌هایی که برای چهار عمل اصلی یاد گرفته‌اید اسـتفاده کنید و بدون فکر یـا خلاقیت، تنها عملیات خواسـته شده را به ترتیب اولویت قرار داده شده در عبارت‌های ریاضی انجام دهید: یعنی اول ضـرب ۳×۱۴، بعد تفریق حاصل‌ضرب به دست آمده از ۷۵۲، و بالاخره تقسیم عدد به دست آمده بر ۷۱. برای این کار به مداد و کاغذ نیاز دارید. اما یکی از موضوعاتی که امروزه در آموزش ریاضیات به کودکان بسیار مورد توجه است، این است که به کودکان اجازه بدهیم راهبردهای شخصی خودشان را برای محاسبات چهار عمل اصلی بسازند و از آن‌ها استفاده کنند. بگذارید من راهبرد شخصی خودم برای یافتن حاصل عبارت بالا را به شما نشان بدهم تا متوجه منظورم بشوید. تصویر مقابل را ببینید.

ممکن اسـت بگویید همیشـه بـه این خوش‌شانسـی نخواهـم بود کـه بتوانم محاسـبات را با چنین راهبردهایی انجام بدهم. این حرف می‌تواند درسـت باشـد، ولی در مواردی که بتـوان با میان‌برهایی شخصی محاسـبات را ذهنی و سریع‌تر از انجام الگوریتم‌های اسـتاندارد انجام داد، خوب است که چنین عمل کنیم. باز ممکن اسـت بگویید چه نیازی هست که وقت و فکرمان را برای کشف و انجام راهبردهای شـخصی هدر دهیم؟ کمترین نفع چنین کاری، کمک به محاسبات تخمینی است که همه روزه درگیر آن‌ها هستیم.

موضوع اصلی این مطلب تخمین اسـت و صحبت از راهبردهای شخصی برای یافتن مقدار دقیق عبارت‌ها بی‌ربط به‌نظر می‌رسد. اما این موضـوع را مطرح کردیم تا به این نکته‌ی مهم اشاره کنیم که همان‌قدر که در خلق راهبردهای شخصی باید درک خوبی از عددها داشته باشیم و ارتباط بین عددها را بشناسـیم، یعنی «حس عددی» خوبی داشـته باشیم، برای تخمین در محاسبات نیز نیازمند **حس عددی** هستیم.

در ادامـه‌ی ایـن مطلب، چنـد روش در تخمین محاسبات با عددهای صحیح آمده است.



با انواع تخمین آشنا شوید

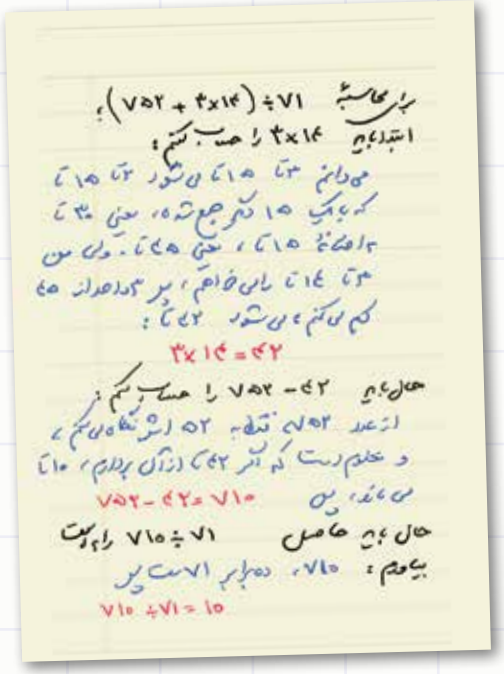
۱. تخمین در انـدازه؛ یعنی بدون اندازه‌گیـری دقیق، اندازه‌ی موردنظر را به‌صورت تقریبی بیان کنیم. مانند طول یک راهرو یا وزن یک بسته یا زمان رسیدن به یک محل.

۲. تخمین در تعـداد؛ یعنی بدون شمارش دقیق، تعداد اعضای یک مجموعه را بیان کنیم. مانند تخمین تعـداد دانش‌آموزان یک کلاس یا تعداد میوه‌های داخل یک ظرف.

۳. تخمین در محاسبات؛ یعنی بدون انجـام محاسـبات دقیق، حاصـل یک عبـارت را به‌صورت تقریبی به دست بیاوریم.

محاسبات تخمینی و محاسبات ذهنی

دو مهارت متفاوت هستند، ولی به هم بسیار وابسته‌اند. برای انجام محاسبات تخمینی، با اعـدادی که کار کردن با آن‌ها برایمان ساده‌تر است، محاسبات ذهنی انجام می‌دهیم.



تخمین حاصل جمع: برای تخمین حاصل جمع دو یا چند عدد، چند روش وجود دارد:

● عددهای موردنظر را با تقریب مناسب گرد می‌کنیم و حاصل عددهای گرد شده را به دست می‌آوریم. مثال:

$۷۵۶+۱۲۷ \simeq ۸۰۰+۱۰۰ = ۹۰۰$

پس حاصلِ $۷۵۶+۱۲۷$ تقریباً ۹۰۰ است.

● ابتدا عددها را با تقریب مناسب قطع می‌کنیم و حاصل عددهای قطع شده را به دست می‌آوریم. برای اینکه خطای محاسبه کمتر باشد، مقادیر قطع شده را نیز به‌صورت تقریبی با هم جمع می‌کنیم. مثال:

اول $۷۵۶+۱۲۷ \simeq ۷۰۰+۱۰۰=۸۰۰$

دوم $۵۶+۲۷ \simeq ۶۰+۳۰=۹۰$

پس $۷۵۶+۱۲۷ \simeq ۸۰۰+۹۰=۸۹۰$

می‌بینید که حاصل‌های ۹۰۰ و ۸۹۰ (از دو روش بالا) خیلی به هم نزدیک‌اند.

● عددها را براساس شناختی که از اعداد داریم گروه‌بندی و پس از آن جمع می‌کنیم. این روش برای یافتن حاصل جمع چند عدد مناسب است. مثال:

$۱۷+۳۳+۵۶+۱۴=۲۰+۳۰+۶۰+۱۰=۱۲۰$

۳ تا با ۱۷ تا می‌شود ۲۰ تا — ۴ تا با ۵۶ تا می‌شود ۶۰ تا — ۷۰ تا با ۳۰ تا می‌شود ۱۰۰ تا

این روش به محاسبات ذهنی بسیار شبیه است. اگر عددها این‌طور با هم جور نباشند، تخمین و تقریب خود را نشان می‌دهند. مثال:

$۱۷+۳۴+۵۵+۱۶ \simeq ۱۷+۳۳+۵۵+۱۵ = ۲۰+۳۰+۶۰+۱۰=۱۲۰$

تخمین در تفریق و ضرب و تقسیم: مشابه جمع، روش‌های متعددی برای تخمین در یافتنِ حاصل تفریق یا حاصل ضرب یا حاصل تقسیم دو عدد وجود دارد. مهم‌ترین آن‌ها که در کتاب‌های درسی ابتدایی نیز معرفی شده، این است که عددها را با تقریب مناسبی گرد کنید و اعداد گرد شده را در محاسبات استفاده کنید. این مثال‌ها را ببینید:

$۱۷۶-۲۷ \simeq ۲۰۰-۳۰=۱۷۰$

$۱۷۶\times۲۷ \simeq ۲۰۰\times۳۰=۶۰۰۰$

$۱۷۶\div۲۷ \simeq ۱۸۰\div۳۰=۶$

● روش دیگری که در تفریق و تقسیم خیلی کاربرد دارد، این است که عدد دوم را به عددی نزدیک کنیم که عملیات با آن راحت‌تر باشد. مثال‌های زیر را ببینید:

$۱۲۴-۷۶ \simeq ۱۲۴-۷۴=۵۰$

اگر به جای ۷۶، ۷۴ داشته باشیم، تفریق راحت‌تر است، زیرا ۴ها با هم می‌روند.

$۴۸\div۹ \simeq ۴۸\div۸=۶$

اگر به جای ۹، ۸ داشته باشیم، تقسیم راحت‌تر انجام می‌شد.

● روش دیگری که در تقسیم کاربرد دارد، این است که تقسیم را به صورت ضرب درنظر بگیریم و ببینیم عدد مجهول ما به چه عددی نزدیک‌تر است؟ مثال زیر را ببینید:

حاصل تقسیم $۳۴۲\div۷۱$ را می‌خواهیم. در واقع، دنبال عددی هستیم که اگر در ۷۰ ضرب شود، حاصل ۳۴۲ شود: $\square\times۷۱=۳۴۲$. می‌دانیم که ۳۵۰ مضربی از ۷۰ است و از ضرب ۵ در ۷۰ به دست می‌آید. از طرف دیگر، ۳۴۲ تقریباً با ۳۵۰ برابر است و ۷۱ تقریباً با ۷۰. پس حاصل $۳۴۲\div۷۱$ تقریباً برابر ۵ است:

$۳۴۲\div۷۱ \simeq ۵$

نقد دوستانه

کتاب‌های ریاضی شش پایه‌ی ابتدایی را صفحه به صفحه و خط به خط بررسی کردیم و تمام موضوعاتی را که به شکلی به تقریب و تخمین ارتباط دارند، به‌طور خلاصه در جدول نوشتیم. البته ممکن است قسمت‌هایی از چشم ما دور مانده باشند. لطفاً شما جدول را به دقت کامل کنید. آنچه در این بررسی جلب‌توجه می‌کند، این است که در ریاضیات دوره‌ی ابتدایی کشور ما، به آموزش تخمین در شمارش، تعداد و تخمین در اندازه‌گیری خیلی کم پرداخته شده است. همچنین، در تخمین در محاسبات، اصلاً محاسبات تخمینی با عددهای کسری وجود ندارند و محاسبات تخمینی با عددهای اعشاری نیز بسیار محدودند. محاسبات تخمینی چهار عمل اصلی عددهای طبیعی که از پایه‌ی دوم در کتاب ریاضی آمده است، بدون برنامه‌ی منسجمی، در پایه‌های سوم تا پنجم کم‌رنگ می‌شود و فصل هفتم کتاب ششم که موضوعش فقط «تقریب» است، به تقریب زدن‌های پایه‌های قبل متصل و مرتبط نمی‌شود. موضوعات این مجموعه نوشته‌ها، آشنایی معلمان با تقریب و تخمین و استفاده‌ی آگاهانه‌ی آن‌ها از موقعیت‌های مختلف برای توسعه‌ی توانایی تخمین در دانش‌آموزان را بیشتر می‌کند.

تخمین در محاسبات چه ویژگی‌هایی دارد؟

۱. به‌صورت ذهنی و بدون نیاز به محاسبه روی کاغذ انجام می‌شود؛
۲. به سرعت انجام می‌شود؛
۳. جواب‌هایی به ما می‌دهد که برای تصمیم‌گیری ما کافی هستند؛ حتی اگر دقیق نباشند.

برای تخمین خوب و مناسب چه توانایی‌هایی لازم دارید؟

بـــرای اینکه بتوانید تخمین‌های خوبی بزنید، باید «حس عددی» خود را تقویت کنید؛ یعنی درک خوبی از بزرگی عددها داشـــته باشید. همچنین، در تخمین اندازه‌ها، باید واحدهای اندازه‌گیری و بزرگی آن‌ها را به خوبی بشناسید.

جدول موضوعات مرتبط با تخمین و تقریب در کتاب‌های ریاضی ابتدایی

پایه	صفحه	موضوع
دوم	۸	حدس بزن پایین صفحه، که تخمین تعداد است.
	۲۰-۲۲	«جمع و تفریق ده‌تایی» برای توسعه‌ی توانایی محاسبات ذهنی که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود.
	۲۲	یافتن مکان تقریبی یک عدد روی محور.
	۳۰	یافتن مکان تقریبی یک عدد روی محور و توجه به مناسب بودن تقریب با بررسی «نزدیک بودن» به عددهای دیگر.
	۳۳	تقریب اعداد و یافتن حاصل جمع یا حاصل تقریبی تفریق.
	۶۵-۶۴	عددهای سه‌رقمی تقریبی و تقریب‌زدن با روش قطع کردن.
	۶۹-۶۶	جدول مضرب‌های ده و فعالیت‌هایی برای جمع مضرب‌های ده به‌منظور توسعه‌ی توانایی محاسبات ذهنی که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود. (تمرین‌های ۴ و ۵ ص ۶۹ درباره‌ی تقریب به روش قطع کردن و یافتن حاصل جمع یا تفریق تقریبی است).
	۷۹-۷۴	موضوع اصلی این صفحات، واحدهای استاندارد اندازه‌گیری و تقسیم واحد اصلی به واحدهای کوچک‌تر برای بالا بردن «دقت» در اندازه‌گیری است. می‌بینید که کاملاً با موضوع اندازه‌گیری تخمینی در هم تنیده می‌شود. موضوع دقت در اندازه‌گیری در صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷ و در معرفی واحدهای سانتی‌متر و میلی‌متر نیز ادامه دارد.
	۹۷-۹۶	روش محاسبات ذهنی که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود.
	۱۳۸-۱۳۶	استفاده از تقریب در ترسیم نمودارهای آماری.
سوم	۳۷	یافتن مکان تقریبی یک عدد روی محور؛ تقریب به روش قطع‌کردن.
	۴۰	تمرین‌های ۴ و ۵ که درباره‌ی تخمین در اندازه‌گیری هستند.
	۴۸	تمرین‌های۱ و ۴ که در واقع درباره‌ی تخمین در اندازه‌گیری هستند تا به کمک آن کسرهای شکل‌ها را بیان کنند.
	۱۰۰	استفاده از روش قطع کردن و عددهای تقریبی برای مقایسه‌ی اعداد چندرقمی.
	۱۰۲	استفاده از روش قطع کردن و عددهای تقریبی برای یافتن حاصل جمع و تفریق اعداد چندرقمی.
	۱۰۴	توسعه‌ی توانایی محاسبات ذهنی که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود.
	۱۴۰ و ۱۴۳	یافتن حاصل‌ضرب تقریبی.
	۱۴۱	توسعه‌ی توانایی محاسبات ذهنی که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود.
چهارم	۵۵	تمرین‌های ۱ و ۳ که می‌توانند برای توسعه‌ی روش محاسبات ذهنی در ضرب که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود، به کار روند.
	۵۹-۵۶	تقریب اعداد با روش گرد کردن؛ محاسبات تخمینی(ضرب و تقسیم) با اعداد تقریبی؛ نمایش تقریبی اعداد روی محور.
پنجم	۹۰	یافتن مکان تقریبی یک عدد اعشاری روی محور و افزایش دقت نمایش با تقسیم کردن واحدها به قسمت‌های کوچک‌تر.
	۹۴	جمع تقریبی اعداد اعشاری با روش قطع کردن بخش اعشار.
	۹۶	فعالیت۲ که درباره‌ی حاصل تقریبی تفریق است.
	۱۰۰-۹۹	حاصل ضرب اعداد اعشاری در مضرب‌های ده که به توسعه‌ی توانایی محاسبات ذهنی مورد استفاده در محاسبات تخمینی کمک می‌کند.
	۱۳۳-۱۲۶	استفاده از عددهای تقریبی در آمار.
ششم	۴۶	تمرین ۵ که درباره‌ی جمع و تفریق ذهنی اعداد اعشاری است و در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود.
	۵۰-۴۸	فعالیت‌هایی درباره‌ی ضرب و تقسیم ذهنی اعداد اعشاری که در محاسبات تخمینی استفاده می‌شود.
	۸۹	تخمین در اندازه‌گیری (طول).
	۹۶	تخمین در اندازه‌گیری (جرم).
	۹۷	تمرین ۶ که تخمین در اندازه‌گیری (گنجایش) است و تخمین در محاسبات اعشاری.
	۱۰۱	تمرین ۲ که تخمین در اندازه‌گیری (مساحت) است.
	فصل۷: ص ۱۴۴تاص۱۳۱	مفهوم تقریب؛ روش قطع کردن؛ روش گرد کردن؛ اندازه‌گیری و محاسبه‌های تقریبی.

منابع

۱. Van de Walle, J.A., Karp K.S., Bay- Williams, J.M., Wray, J. (2013). Elementary and middle school mathematics: *Teaching developmentally (eighth edition)*. NJ: Pearson.

۲. ریس، رابرت ای. سایدام، مرلین. ن. لیندکوئیست، مری مونتگومری (۱۳۷۷). کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات. ترجمه‌ی مسعود نوروزیان. انتشارات مدرسه. چاپ اول.

سپیده چمن‌آرا
سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول

اعداد تقریبی و تخمین
(بخش سوم)
مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی هستند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی آن‌ها. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از آن‌ها صحبت می‌کنیم. قصد نداریم در اینجا روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

اغلب ما تصور می‌کنیم که ریاضیات، تنها به دست آوردن حاصل عبارت‌هایی است که تنها یک جواب مشخص دارند. این نوع نگاه به ریاضیات را به دانش‌آموزانمان نیز منتقل می‌کنیم. اما باید بدانیم که ریاضیات، علاوه بر محاسبات دقیق و عبارت‌ها، شامل موضوعات و مهارت‌های دیگری نیز می‌شود. یکی از این مهارت‌ها «تخمین» است. اگر کسی توانایی تخمین زدن داشته باشد، هم می‌تواند محاسبات را به صورت تقریبی و بدون استفاده از کاغذ و قلم انجام دهد، هم می‌تواند درستی یا نادرستی پاسخ یک مسئله را تشخیص دهد و هم از ارائه‌ی جواب‌های نامعقول به مسائل خودداری کند. به این ترتیب، توانایی تخمین زدن، هم می‌تواند برای ما، ابزاری برای یافتن جواب‌های تقریبیِ معقول و مناسب برای مسئله‌هایی باشد که جواب دقیق آن‌ها واقعاً مورد نیازمان نیست، و هم می‌تواند به عنوان یک ابزار فراشناختی برای کنترل خطاها مورد استفاده قرار گیرد. به این دلیل، و به دلیل دیگری که در مطالب دو شماره‌ی گذشته‌ی این مجله مطرح کرده‌ایم، تخمین و تقریب به عنوان یکی از استانداردهای فرایندی ریاضیات، در برنامه‌ی درسی ایران نیز مانند بسیاری از کشورها مورد توجه قرار گرفته است.



تخمین؛ چه موقع؟ کجا؟

پرسش‌های زیر را بخوانید. به پاسخ آن‌ها فکر کنید:

- شماره‌ی تلفن شما چند است؟
- چند سال دارید؟
- پول ناهار امروز چقدر می‌شود؟
- چند خواهر و برادر دارید؟
- شماره‌ی پلاک منزلتان چند است؟
- دبستان شما چند دانش‌آموز دارد؟
- چند ساعت در هفته تدریس می‌کنید؟
- ساعت چند است؟
- از مدرسه تا منزل شما چقدر راه است؟
- فاصله‌ی شهر شما تا تهران چند کیلومتر است؟
- برای کاشی کردن کف حمام منزلتان چند مترمربع کاشی نیاز دارید؟
- وزن یک کیسه‌ی متوسط پیاز چند کیلوگرم است؟
- در یک جعبه‌ی یک کیلویی شیرینی خشک، چند عدد شیرینی هست؟

هر روز و هر روز، با پرسش‌هایی مانند پرسش بالا، و پرسش‌های دیگری از این دست سروکار داریم. پاسخ همه‌ی آن‌ها یک عدد است، اما تفاوت‌هایی وجود دارد:

- پاسخ بعضی از پرسش‌ها یک عدد یا یک مقدار مشخص و دقیق است. مثلاً شماره‌ی تلفن یا تعداد خواهرها و برادرها، یا شماره‌ی پلاک منزل، یا تعداد ساعت تدریس در هفته.
- پاسخ بعضی از پرسش‌ها، با وجود اینکه عدد مقدار دقیق و مشخصی دارد، ولی بیان آن نیاز نیست. مثلاً اینکه سن شما دقیقاً چند سال و چند ماه و چند روز و چند ساعت است، واقعاً به درد کسی نمی‌خورد. تنها می‌گوییم «من چهل و هفت ساله‌ام». یا در پاسخ به سؤال «ساعت چند است؟»، همین‌که به‌طور تقریبی بگوییم «ساعت یک ربع به ۱۰ است» کافی است و نیازی نیست خیلی دقیق بگوییم «ساعت ۹ و ۴۷ دقیقه و ۵۶ ثانیه است.»
- پاسخ دقیق بعضی از پرسش‌ها اساساً برای ما نامشخص است. مثلاً وزن دقیق یک کیسه‌ی متوسط پیاز، بستگی به نوع پیاز و چگونگی پر کردنِ کیسه دارد. یا تعداد شیرینی‌های خشک داخل یک جعبه‌ی یک کیلویی نیز به نوع شیرینی، چگونگیِ چیدن شیرینی‌ها و مانند آن وابسته است.

در این قبیل موارد، معمولاً برآوردی از مقدار مورد نظر بیان می‌کنیم. در واقع، با استفاده از تجربه‌هایمان یا میانگین گرفتن از اطلاعات یا محاسبات تخمینی، پاسخی برای این قبیل سؤالات به دست می‌آوریم. به این ترتیب، تخمین زدن با موضوعاتی مانند آمار و احتمال نیز بسیار مرتبط می‌شود.

اکنون بار دیگر تک‌تک پرسش‌های بالا را مرور کنید و در هر مورد، نوع پاسخ را تعیین کنید. در مواردی که باید پاسخی تقریبی بیان کنید، سعی کنید تخمین مناسبی برای پاسخ بزنید.



انواع تخمین‌ها

تخمین سه نوع است:

۱. تخمین در محاسبات؛

۲. تخمین در شمارش؛

۳. تخمین در اندازه‌گیری.

در شـــماره‌ی چهارم مجله، درباره‌ی محاسبات تخمینی مطلبی نوشـــتیم. در شماره‌ی ســـوم مجله نیز با عددهای تقریبـــی و روش‌های تقریب زدن آشـــنا شـــدیم. عددهای تقریبی در محاســـبات تخمینی استفاده می‌شوند. در مطلب پیش‌رو، درباره‌ی تخمین در شمارش و تخمین در اندازه‌گیری صحبت خواهیم کرد. توجه کنید، با وجود اینکه در کتاب‌های درسی ریاضی ابتدایی، موضوع تخمین و تقریب وارد شده است، ولی بیشـــتر تأکیـــد مؤلفان این کتاب‌ها بر محاســـبات تخمینی بوده اســـت (به جدول طولی موضوعات مرتبط با تخمین و تقریب که در شـــماره‌ی چهارم مجله، در صفحه‌ی ۱۱ چاپ شـــده است، مراجعه کنید). ولیکن دو نوع تخمین دیگر نیز از اهمیت بسیار زیادی برخوردارند.

تخمین در شـــمارش درک عددی ما را بـــالا می‌برد. یعنی برای اینکه بتوانیم بدون انجام عمل «شمردن»، تعداد اشیا را تخمین بزنیم و تعداد تخمینی ما به تعداد واقعی آن اشـــیا نزدیک باشد، باید نسبت به عددها، بزرگی یا کوچکی آن‌ها، و ترتیب آن‌ها درک خوبی داشـــته باشیم. داشتن درک عددی در حل صحیح مسائل و اجتناب از جواب‌های نامعقول و پرت به ما کمک می‌کند. همچنین، در تخمین در اندازه‌گیری، علاوه بر داشتن درک عددی خوب، لازم است با واحدهای اندازه‌گیری، بزرگی واحدها، و ارتباط بین واحدها نیز به خوبی آشـــنا باشیم. به این ترتیب، با وجود اینکه به نظر می‌رسد تخمین زدن کاری نادقیق است و ساده، ولی توانایی تخمین‌های خوب و مناسب، به دانش و توانایی‌های عمیق بسیاری نیاز دارد.

تخمین در شمارش

یک مشت نخود بردارید و بدون شمردن، با نگاه به آن‌ها، تخمین بزنید چند نخود در دستتان است؟ ده‌تا؟ بیست‌تا؟ پنجاه‌تا؟ صدتا؟ یا بیشتر؟ حال سعی کنید بدون شمردن، هزار دانه عدس از یک کیسه عدس جدا کنید. یا تعداد کتاب‌های داخل یک کتاب‌خانه و یا تعداد دانش‌آموزان در حیاط مدرسه در برنامه‌ی صبحگاهی را بدون شمردن تخمین بزنید. همه‌ی این‌ها نمونه‌هایی از تخمین در شمارش اســـت. می‌بینید که در کارهای روزمره، موارد زیادی هستندکه شما در واقع تعداد چیزهایـــی را به‌صورت تخمینی برآورد می‌کنیـــد. برای تعیین تعداد دانه‌های نخود در دستتان یا برای جدا کردن هزار تا دانه عدس باید درکی از بزرگی عددها داشته باشید و بزرگی عددهای پنجاه و صد و هزار را بشناسید.

تخمین در اندازه‌گیری

بدون اندازه‌گیری، مساحت کلاسی را که در آن تدریس می‌کنید تخمین بزنید یا مســـاحت حیاط مدرسه را، یا زمان نوشتن تکالیفی را که برای امـــروز تعیین کرده بودید تخمین بزنید. همـــه‌ی این‌ها نمونه‌هایی از تخمین‌زدن اندازه‌ها هستند؛ تخمین مساحت یا تخمین زمان. می‌دانید که ما چیزهای متفاوتی را اندازه می‌گیریم. طول، سطح، حجم، جرم (وزن) و زمان، کمیت‌هایی هستند که هر روز با آن‌ها سروکار داریم و در بسیاری موارد، باید بتوانیم بدون اندازه‌گیری، اندازه‌های مورد نظر را تخمین بزنیم. برای اینکه بتوانید به ســـؤال‌های بالا جواب دهید، و سطح کلاس یا مساحت حیاط مدرسه را تخمین بزنید، باید واحد اندازه‌گیری انتخاب کنید، بزرگی آن واحد را به خوبی بشناسید، شیوه‌ی محاســـبه‌ی مساحت یک شکل (مثلاً اتاق مســـتطیلی یا حیاط ذوزنقه شکل) را بدانید، و بالاخره، برای تخمین مساحت باید طول‌های لازم را تخمین بزنید. (مثلاً برای مساحت یک اتاق مستطیل شکل باید طول و عرض آن را تخمین بزنید. یا برای تخمین مساحت یک حیاط ذوزنقه شکل، باید طول قاعده‌ها و ارتفاع آن را تخمین بزنید).

بنابرایـــن، باید درکی از بزرگی واحـــد طول (مثلاً متر) داشـــته باشید تا بتوانید مســـاحت‌ها را تخمین بزنید. همچنین، برای اینکـــه ببینید انجام تکلیفی که برای امشب به دانش‌آموزانتان داده‌اید چقدر طول می‌کشد، باید تخمینی از سرعت نوشتن دانش‌آموزانتان، تسلط آن‌ها به موضوع نسبت به درجه‌ی سختی مسئله‌ها یا کارهایی که باید انجـــام بدهند و مواردی مانند این‌ها داشته باشید. این موارد با تجربه‌های شما از کلاس درســـتان یا بازخوردهایی که از انجام تکالیف قبلی گرفته‌اید، به دست می‌آیند.

اکنون که با مفاهیم مرتبط با تخمین بیشـــتر آشنا شده‌اید، این داستان را بخوانید و به سؤال آن فکر کنید.

یک داستان

می‌گویند بازی شـــطرنج را یک هندی اختراع کرده اســـت. باز می‌گویند، زمانی که پادشاه هند بازی شـــطرنج را دید، از آن خیلی خوشش آمد و تصمیم گرفت به مخترع آن یک جایزه بدهد. به همین دلیل، او را صدا زد و گفت: هر چه دلت می‌خواهد بگو! مخترع شطرنج که آدم خیلی زیرکی بود، گفت: من از شما گندم می‌خواهم، منتهی گندم‌ها باید این‌طوری باشد که:

در خانه‌ی اول صفحه‌ی شـــطرنج یک دانه گندم بگذارید و به من بدهید، در خانه‌ی دوم دو برابر خانه‌ی قبلی، یعنی دو تا دانه گندم بگذارید، در خانه‌ی سوم، دو برابر خانه‌ی دوم، یعنی چهار تا دانه گندم، و به همین ترتیب در هر خانه، به تعداد دو برابر خانه‌ی قبلی گندم به من بدهید.

پادشاه فوراً دستور داد که خواسته‌ی آن مرد عملی شود.

ولی خدمتکاران پادشاه نتوانستند جایزه‌ی آن مرد را تهیه کنند. آیا می‌توانید بگویید چرا؟ فکر می‌کنید پادشاه باید چند کیلو گندم به آن مرد می‌داد؟

برای پاسخ به سؤال این داستان، هم باید چگونگی رشد اعداد با عمل ضرب را بشناسید، هم درکی از بزرگی اعداد داشته باشید و هم بدانید یک کیلوگرم گندم چند دانه گندم است؟



سپیده چمن‌آرا سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول



اندازه‌گیری (بخش نخست)

مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

درکتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی وجود دارند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی‌شان. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از این موضوع‌ها صحبت می‌کنیم. منتها قصد نداریم روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

بسیاری از اشیای اطراف ما با اندازه‌هایشان برای ما قابل استفاده‌اند. در شبانه‌روز کاری نیست که به اندازه‌گیری مرتبط نباشد. در خرید، در آشپزی، در نظافت، در امور شخصی، در رفت‌وآمد، در استفاده از اینترنت، حتی در نوشتن و آماده‌سازی این مطلب برای مجله، همه و همه. خلاصه، همه وقت و همه‌جا با اندازه‌گیری سروکار داریم. بیشتر مواقع زمان را اندازه می‌گیریم؛ گاهی با دمای هوا کار داریم و بسیاری اوقات با اندازه‌ی جرم (وزن) و خیلی اوقات هم با گنجایش و حجم مواد. دانستن طول یا سطح بعضی چیزها هم بعضی مواقع دیگر لازم است. این روزها هم که حجم داده‌های یک فایل یا میزان استفاده از ترافیک اینترنت یا سرعت اینترنت به دیگر اندازه‌های مورد نیاز روزمره‌مان اضافه شده است.

از آنجا که اندازه‌گیری در زندگی روزمره‌ی ما کاربرد عملی فراوانی دارد، از دوره‌ی ابتدایی، در آموزش ریاضیات مطرح شده است. علاوه بر این، اندازه‌گیری بستری است برای یادگرفتن خیلی مباحث دیگر در ریاضیات که با توانایی تخمین زدن نیز به‌صورت تنگاتنگ گره می‌خورد (به مطلبی درباره‌ی تخمین در شماره‌ی پنجم مجله در همین دوره مراجعه کنید). با وجود اینکه اندازه‌گیری به‌عنوان فرایندی روزمره، این همه ساده به‌نظر می‌رسد، تحقیقات آموزشی نشان می‌دهد یادگیری و درک آن برای دانش‌آموزان کار ساده‌ای نیست.

در مطلب پیش‌رو شما را با مفهوم اندازه‌گیری بیشتر آشنا می‌کنیم. برای این منظور، مراحل اندازه‌گیری و مفاهیم مرتبط با آن را دقیق‌تر بررسی خواهیم کرد. در خاتمه نیز، جدول طولی توسعه‌ی مفهوم اندازه‌گیری در شش کتاب ریاضی دوره‌ی ابتدایی را ارائه خواهیم کرد.

در برنامه‌ی درسی ملی ایران، **هندسه و اندازه‌گیری** یکی از مفاهیم قلمرو حوزه‌ی ریاضیات است. در این سند، نام اندازه‌گیری با نام موضوع هندسه آمده است. در برنامه‌ی درسی برخی کشورهای دیگر نیز چنین است. زیرا اولاً اندازه‌گیری طول و سطح و حجم، به‌عنوان سه کمیت مهم، کاملاً به هندسه مرتبط می‌شود. دیگر اینکه بستر هندسه بستر بسیار مناسب برای فرایندی است که برای آموزش اندازه‌گیری باید طی شود.

اندازه‌گیری یعنی چه؟

اندازه‌گیری فرایندی است که در آن عددی را به صفتی از یک شیء یا حالت نسبت می‌دهیم.

فرض کنید یک سطل به شما داده‌ایم. می‌خواهیم ببینیم برای اندازه‌گیری باید چه مراحلی را طی کنیم؟

۱. پیش از هر کاری باید ببینیم «چه چیزی» را می‌خواهیم اندازه بگیریم؟ مثلاً در مورد سطل، می‌توانیم ارتفاع، قطر، عمق، یا دور دهانه‌اش را (که از جنسِ طول هستند) اندازه بگیریم؛ یا سطح روی آن را یا گنجایش یا وزنش را. حتی مدت زمان پُر شدنش توسط یک شیر آب را یا دمای آب داخل آن را. خود این مرحله در واقع آغاز درک مفهوم اندازه‌گیری است، زیرا برای اینکه بتوانیم مراحل بعدی را طی کنیم، باید بفهمیم آن صفت یا ویژگی که می‌خواهیم اندازه بگیریم، دقیقاً چیست؟ مثلاً اگر بخواهیم گنجایش سطل را اندازه بگیریم، باید بدانیم منظور از گنجایش، کدام ویژگی مشترک اشیاست؟

۲. پس از اینکه فهمیدیم چه چیزی را می‌خواهیم اندازه بگیریم، باید واحدی برای اندازه‌گیری آن انتخاب کنیم که همان ویژگی را داشته باشد تا بتوانیم با مقایسه با آن واحد، اندازه‌ی مورد نظرمان را به دست بیاوریم. درک اینکه اولاً برای بیان اندازه به واحد نیاز داریم و ثانیاً اگر واحد یکسان مشخصی وجود نداشته باشد، در عمل آن اندازه چندان به درد نمی‌خورد، خودش از مراحل درک مفهوم اندازه‌گیری است. فرض کنید برای اندازه‌گیری مثلاً گنجایش اشیا، هر کس از یک معیار استفاده کند: مثلاً یک نفر با نخود ظرفش را پُر کند و ببیند چند نخود در آن جا می‌شود؟ یک نفر با یک ظرف کوچک‌تر آن را بسنجد و ببیند چند بار با آن ظرف کوچک‌تر آب در ظرفش بریزد تا کاملاً پر شود. در عمل، این افراد نمی‌توانند اندازه‌هایشان را با هم به اشتراک بگذارند و مقایسه کنند. به این ترتیب، ضرورت وجود یک معیار مشخص و یکسان برای بیان اندازه معلوم می‌شود. به واحدهایی که برای اندازه‌گیری هر صفت بین همه‌ی افراد قرارداد می‌شوند، واحدهای استاندارد می‌گویند.

۳. اکنون نوبت آن است که ویژگی مدِّنظرمان را در شیء یا موقعیت مورد نظر با همان ویژگی در واحد انتخاب شده مقایسه کنیم؛ یعنی مثلاً ببینیم چند تا از آن واحد، هم اندازه‌ی شیء ماست، یا آن را می‌پوشاند یا پُر می‌کند؟ به این ترتیب، یک ارتباط عددی بین شیء یا موقعیت موردنظر و آن واحد برقرار می‌شود که در واقع به همان عدد، «اندازه» می‌گوییم. پس، «اندازه» عددی است که از مقایسه‌ی یک ویژگی از یک شیء یا موقعیت یا اتفاق با همان ویژگی از یک واحد داده شده به دست می‌آید.



چه چیزهایی را اندازه می‌گیریم؟

ویژگی‌های بسیاری هستند که ما آن‌ها را اندازه می‌گیریم که پیش از این در مقدمه نیز به آن‌ها اشاره کردیم. اما در ریاضیات دوره‌ی ابتدایی، دانش‌آموزان تنها با این‌ها آشنا می‌شوند:

طول؛ سطح؛ حجم؛ گنجایش؛ جرم؛ زمان. هر یک از این ویژگی‌ها، واحد یا واحدهای مختص خود و ابزارهایی دارد.

چرا باید «اندازه‌گیری» را به دانش‌آموزان یاد بدهیم؟

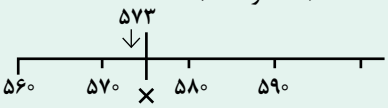
اندازه‌گیری اشـــیای دور و بر باعث می‌شود دانش‌آموز با مفهوم اندازه‌ی اعداد در دنیای واقعی مواجه و بیشـــتر با آن آشنا شود و درک عددی‌اش توســـعه پیدا کند. خود سیســـتم متریک در اندازه‌گیری، براســـاس دستگاه شمارش دهدهی شکل گرفته و توسعه یافته است. بنابراین، کار با واحدهای اندازه‌گیری و تبدیل واحدها نیازمند اســـتفاده از دانش معنادار ارزش مکانی اســـت. درک صحیح مفاهیم محیط و مساحت، نیازمند شناخت شکل‌ها و ارتباط بین آن‌ها در هندسه است. همچنین، استفاده‌ی درست از فرمول‌های محیط و مســـاحت و حجم، نیازمند آن است که دانش‌آموز ارتباط بین سطح با طول و حجم با طول را به خوبی درک کرده باشـــد. آمار و احتمال، دو شاخه‌ی اساسی ریاضیات و از موضوعات ریاضیات مدرســـه‌ای که بـــرای توصیف دنیای اطراف ما به‌کار می‌روند، در بســـیاری مواقع برای این توصیفات از اندازه‌گیری اســـتفاده می‌کنند. بـــه این ترتیب، می‌بینید که اندازه‌گیری با تمام موضوعات ریاضی مدرســـه‌ای، به خصوص با ســـه موضوع اصلی **اعداد و ارزش مکانی، هندسه، و آمار**، به‌صورت تنگاتنگ ارتباط دارد و ضروری است که دانش‌آموزان این درهم تنیدگی را به‌صورت معنادار درک کنند و به کار ببرند. برعکس، از اندازه‌گیری می‌توان بـــرای یادگیری بهتر مباحثی دیگر از ریاضیات کمک گرفت. برای مثال؛

- از شـــمارش و چهار عمل اصلی برای یافتن اندازه‌ی چیزی با شمردن واحدها یا استفاده از فرمول یا تبدیل واحد اندازه‌گیری اســـتفاده می‌شود. در بیان اندازه‌ها با بعضی از واحدها، عددهای صحیح و کسری و اعشاری و حتی منفی بهتر شناخته می‌شوند. مدل «محور» که با آن اعداد را نمایش می‌دهیم، بر اندازه‌گیری **طول** استوار است.
- فرایند اندازه‌گیری به فرایند تقریب اعداد با روش گرد کردن بسیار شباهت دارد.
- ماهیت اندازه‌گیری با مفهوم تخمین سخت گره خورده است.
- می‌توان فعالیت‌هایی واقعی مرتبط با اندازه‌گیری طراحی کرد تا طی آن، دانش‌آموزان فرصت تجربه‌ی حل مسئله در شرایط واقعی را پیدا کنند.
- اندازه‌گیری فرصت مناسبی برای تلفیق ریاضیات با سایر علوم و موضوعات ایجاد می‌کند.

شـــباهت اندازه‌گیری و گرد کردن اعداد

گرد کردن

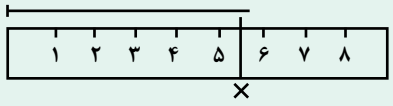
۵۷۳ را به نزدیک‌ترین دهگان گرد کنید. ۵۷۳ بین کدام دو عدد واقع شده است؟ (۵۷۰ و ۵۸۰).



عدد وسط ۵۷۰ و ۵۸۰ چیست؟ (با × مشخص کنید.)
آیا ۵۷۳ به ۵۷۰ نزدیک‌تر است یا به ۵۸۰؟ (۵۷۰).

اندازه‌گیری

مسئله: سوزن را تا نزدیک‌ترین سانتی‌متر اندازه‌گیری کنید.
سؤال۱: ســـوزن بین کدام دو واحد سانتی‌متر قرار دارد؟ (۵ و ۶)



سؤال۲ علامتی که بین ۵ و ۶ است، کدام است؟ (علامت×)
سؤال۳ آیا سوزن به ۵ نزدیک‌تر است یا ۶؟ (۶)

در جدول مقابل، روند طولی موضوع اندازه‌گیری (از شـــکل‌گیری مفهـــوم و مفاهیم مرتبط با آن مانند شـــناخت نقـــش واحد در اندازه‌گیری و مقایســـه‌ی اندازه‌ها؛ اندازه‌گیری طول، زمان، سطح، حجم، گنجایش، جرم، و بها تا محاســـبه‌ی اندازه‌ها با فرمول) در شـــش کتاب ریاضی ابتدایی آورده شده است. می‌بینید که مفهوم اندازه‌گیری، با اندازه‌گیری طول و اندازه‌گیری زمان (با استفاده از ســـاعت) از پایه‌ی اول آغاز می‌شود و ادامه می‌یابد. اگر در جدول چیزی از قلم ما افتاده است، شما کامل کنید. توجه کنید که مفهوم اندازه در بسیاری از موضوعات هندسه مانند تقارن‌ها در شکل‌ها و شناخت انواع چهار ضلعی‌ها یا انواع مثلث‌ها و مانند آن وجود دارد.

منابع

1.Van de Walle, J.A. Karp K. S., Bay- Williams, J.M., Wray, J.(2013). Elementary and middle school mathematics: *Teaching developmentally (eighth edition)*. NJ: Pearson.

۲. ریـــس، رابرت ای. ســـایدام، مرلین، ن. لیندکوئیســـت، مـــری مونتگومری (۱۳۷۷). کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات. ترجمه‌ی مسعود نوروزیان، انتشارات مدرسه، چاپ اول. ۱۳۷۷.

جدول طولی مفاهیم مرتبط با اندازه‌گیری در کتاب‌های ریاضی ابتدایی

	صفحه	موضوع
اول	۵۵	شمارش تعداد گیره‌ها برای اندازه‌گیری طول مداد یا اشیای دیگر (اولین مواجهه با مفهوم اندازه‌گیری و شمارش تعداد برای بیان اندازه).
	۸۴	شمارش تعداد گیره‌ها یا مکعب‌ها یا تراش‌ها برای بیان اندازه‌ی یک مداد با واحدهای مختلف (موضوع نقش واحد در بیان اندازه).
	۱۱۲	ساعت (زمان)+ مقایسه‌ی اندازه‌ها و تخمین (مفاهیم کمتر و بیشتر).
	۱۱۸ و ۱۴۵	مقایسه‌ی اندازه‌ها و تخمین (مفهوم بین).
	۱۴۶و۱۴۷	ساعت (زمان و تخمین و مفهوم بین).
	۱۶۴	ساعت (زمان و تخمین).
دوم		اندازه‌گیری زمان (ساعت) و نمایش‌های متفاوت آن در لابه‌لای سایر مطالب کتاب آمده است (صفحه‌های۴ و ۲۷ و ۳۲ و ۴۰ و ۴۵ و ۴۶ و ۴۹ و ۵۰ و۵۳ و ۵۸ و ۶۳ و ۷۵ و ۷۶ و ۸۱ و ۱۱۷).
	۵۶ تا ۷۰	معرفی پول و ارتباط بین سکه‌ها با ارزش‌های مختلف به‌عنوان بستری برای معرفی عددهای سه‌رقمی در لابه‌لای مطالب صفحه‌های ۵۶ تا ۷۰ آمده است.
	۹۴ تا ۱۰۳	از پول برای مقایسه‌ی اعداد سه‌رقمی و جمع و تفریق آن‌ها در لابه‌لای مطالب صفحات ۹۴ تا ۱۰۳ استفاده شده است.
	۷۳ تا ۹۰ (فصل۵)	اندازه‌گیری طول: معرفی مفهوم، معرفی واحدی برای اندازه‌گیری و بیان اندازه‌ها با واحدهای متفاوت، تخمین اندازه‌ها با بیان «بیشتر از... » یا «کمتر از ...»، یا «بین... و ...»، درک لزوم واحد مشخص و یکسان در اندازه‌گیری، استفاده از کسرهایی از واحد اصلی برای بیان اندازه‌ی دقیق‌تر، معرفی واحدهای سانتی‌متر و میلی‌متر، آشنایی با ابزار: خط‌کش و متر خیاطی، درک عددی و توانایی حدس زدن اندازه‌ها.
سوم	۱۸	اندازه‌گیری زمان و بیان ساعت در بعد از ظهر.
	۲۵ تا ۳۴ و ۱۰۱ تا ۱۱۰	از پول و سکه‌های با ارزش متفاوت برای آشنایی با اعداد چهاررقمی و مقایسه‌ی آن‌ها و جمع و تفریق اعداد چهار رقمی در لابه‌لای مطالب این صفحات استفاده شده است.
	۳۴ تا ۳۶	مرور اندازه‌گیری طول صفحه‌های ۳۴ و ۳۵ و ۳۶ و معرفی کیلومتر.
	۳۸ و ۳۹ و ۴۱	اندازه‌گیری جرم و واحد گرم و تخمین جرم.
	۴۹-۵۰	کاربرد کسر در اندازه‌گیری: طول و زمان.
	۸۳	طول پاره‌خط و محیط چند ضلعی‌ها و استفاده از خط‌کش.
	۸۸-۹۶	مفهوم اندازه‌ی سطح، واحد اندازه‌گیری سطح، فرمول مساحت مستطیل.
چهارم	۱۶ تا ۱۸	از پول و سکه‌های با ارزش متفاوت برای آشنایی با اعداد چهاررقمی و مقایسه‌ی آن‌ها استفاده شده است.
	۷۳ تا ۹۶ (فصل۴)	اندازه‌گیری زاویه، زمان، طول، و استفاده از کسر در اندازه‌گیری.
	۱۰۰ تا ۱۱۰	استفاده از بستر اندازه‌گیری طول و جرم و گنجایش، برای معرفی اعداد مخلوط و اعشاری.
	۱۳۰ تا ۱۳۷	محیط و مساحت: فرمول مساحت مثلث و مساحت متوازی‌الاضلاع.
پنجم	۱۰تا ۱۲	استفاده از اندازه‌گیری زمان با واحدهای ساعت و دقیقه و ثانیه، و اندازه‌گیری جرم با واحدهای گرم و کیلوگرم برای معرفی و محاسبه با اعداد مرکب.
	۱۰۵ تا ۱۲۴ (فصل۶)	فرمول مساحت لوزی و مساحت ذوزنقه و محیط دایره، مفهوم حجم و اندازه‌گیری حجم، واحدهای اندازه‌گیری حجم، مفهوم گنجایش و اندازه‌ی آن و واحدهای اندازه‌گیری آن، تبدیل واحدها.
ششم	۱۶	استفاده از بستر اندازه‌گیری دما با واحد درجه برای معرفی اعداد منفی و مجموعه اعداد صحیح.
	۴۱	استفاده از تصاویر ابزارهای اندازه‌گیری طول و جرم برای معرفی اعداد اعشاری.
	۸۵ تا ۴۰۸ (فصل۵)	طول و سطح (شناخت واحدها و درک بزرگی واحدها) و تبدیل واحدها، حجم و جرم (گسترده‌ی شکل‌های فضایی و اندازه‌ی اجزای آن‌ها و سطح رویه‌ی آن‌ها، تخمین حجم، واحدهای اندازه‌گیری حجم و درک بزرگی آن‌ها و تبدیل آن‌ها، فرمول مساحت دایره، اندازه‌ی زاویه و ارتباط بین زاویه‌ها.
	۱۳۷	محاسبات تقریبی و تخمین در اندازه‌گیری.

سپیده چمن‌آرا
سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول

اندازه‌گیری

(بخش دوم)

مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

درکتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی وجود دارند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی‌شان. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از این موضوع‌ها صحبت می‌کنیم. منتها قصد نداریم روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به‌عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

اندازه‌گیری در زندگی روزمره‌ی ما کاربرد عملی فراوانی دارد و در شبانه‌روز کاری نیست که به اندازه‌گیری مرتبط نباشد. این موضوع از دوره‌ی ابتدایی در آموزش ریاضیات مطرح شده و خود، یکی از موضوع‌های مهم ریاضیات ابتدایی است. علاوه بر این، اندازه‌گیری بستری برای یادگرفتن مباحث دیگر در ریاضیات است و با توانایی تخمین زدن نیز به صورت تنگاتنگ گره می‌خورد (به مطلبی درباره‌ی تخمین در شماره‌ی پنجم مجله در همین دوره مراجعه کنید. ارتباط اندازه‌گیری با تخمین را در مطلب شماره‌ی گذشته ببینید). در مطلب پیش رو، پس از یادآوری مفهوم اندازه‌گیری و مراحل آن، روی واحدهای اندازه‌گیری تمرکز و آن‌ها را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم. موضوع‌های مهم مرتبط با آن‌ها را هم مطرح خواهیم کرد.

یادآوری: اندازه‌گیری چیست و مراحل آن کدام‌اند؟

اندازه‌گیری فرایندی است که در آن عددی را به صفتی از یک شیء یا حالت نسبت می‌دهیم. مراحل آن عبارت‌اند از:

۱. تشخیص صفتی که باید اندازه‌گیری شود با استفاده ازمقایسه‌ی اشیا:

- به‌طور محسوس؛
- به‌طور غیرمستقیم؛
- به‌طور غیرمستقیم و از طریق یک نشانه.

۲. انتخاب یک واحد اندازه‌گیری برای آن صفت:

- به دلخواه؛
- به‌طور استاندارد.

۳. مقایسه‌ی صفت در شیء موردنظر با همان صفت در واحد اندازه‌گیری.

۴. یافتن تعداد دفعات تکرار واحد اندازه‌گیری (یعنی اندازه‌ی شیء):

- با شمارش؛
- با استفاده از ابزار اندازه‌گیری؛
- با استفاده از فرمول و محاسبه.

۵. گزارش تعداد دفعات تکرار واحد اندازه‌گیری (یعنی بیان اندازه‌ی موردنظر).

واحدهای اندازه‌گیری در عمل

برای تعیین اندازه‌ی یک ویژگی در یک شـــیء یا موقعیت یا حالت، با استفاده از واحد مشخص، چند کار می‌توان انجام داد. فرض کنید می‌خواهیم سطح یک جعبه‌ی مکعبی شکل را با واحد سانتی‌متر مربع اندازه بگیریم:

۱. تعداد خیلی زیاد مربع‌های کوچک ۱ سانتی‌متر مربعی(مربعی با اضلاع ۱ سانتی‌متر) داشته باشـــیم و آن‌ها را کنار هم روی سطح جعبه بچینیم تا کاملاً سطح آن را بپوشانند. بعد تعداد آن‌ها را بشماریم.

۲. یـــک مربع ۱ ســـانتی‌متر مربعی را روی ســـطح موردنظر بغلتانیم و بشماریم تا سطح را کاملاً طی کند.

۳. از فرمول‌های محاســـبه‌ی سطح اســـتفاده کنیم (در واقع، انـــدازه‌ی طول و عرض و ارتفاع جعبه را با اســـتفاده از ابزاری مانند خط‌کش یا به روش دیگری به دست می‌آوریم. این اعداد را در فرمول ســـطح مکعب قرار می‌دهیم و سطح را محاسبه می‌کنیم).

(ارتفاع×عرض)×۲+(ارتفاع×طول)×۲+(عرض×طول)×۲=سطح مکعب

واحدهای استاندارد اندازه‌گیری

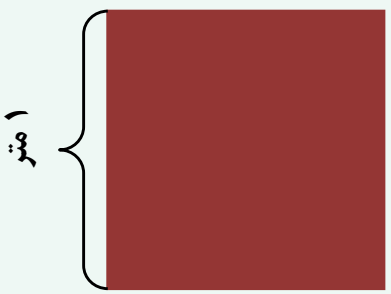
برای اندازه‌گیری، سه ویژگی بسیار اساسی اشیا یعنی طول، جرم و زمان، به ترتیب واحدهای اســـتانداردِ متر، گرم و ثانیه قرار داده شده است و به آن‌ها دستگاه «متریک» می‌گویند. سطح و حجم، که ویژگی‌های دو بعدی و ســـه بعدی هستند، به‌طول وابسته‌اند (که یک بُعدی اســـت) و واحدهای استاندارد آن‌ها به ترتیب متر مربع (یعنی مربعی به اضلاع ۱ متر) و متر مکعب (مکعبی به اضلاع ۱متر) است. واحد اندازه‌گیری گنجایش، لیتر است. یک لیتر در واقع گنجایش مکعبی به اضلاع ده سانتی‌متر است. برای اینکه دقت اندازه‌گیری بیشتر شود، هر واحد استاندارد را به واحدهای کوچک‌تری تقسیم می‌کنیم. در این تقسیم‌بندی باید واحد را به قسمت‌های برابر هم تقسیم کرد. تعداد این قسمت‌ها توانی از ده اســـت (درست مانند ارزش‌های مکانی در عددنویسی با سیستم دهدهی). برای نمونه، واحد اصلی استاندارد طول (متر) را در نظر بگیرید. این واحد پاره‌خطی است به اندازه‌ی یک متر. اگر آن را به ۱۰ قسمت برابر تقسیم کنیم، هر قسمت را یک دسی‌متر می‌نامند. اگر واحد را به ۱۰۰ قسمت برابر تقسیم کنیم، آن را یک سانتی‌متر می‌نامند. و بالاخره اگر واحد را به ۱۰۰۰ قسمت برابر تقسیم کنند، هر قسمت را یک میلی‌متر می‌نامند. به همین ترتیب، واحدهای دسی‌گرم، سانتی‌گرم و میلی‌گرم را برای جرم داریم که با تقسیم واحد استاندارد گرم به ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ قسمت برابر به وجود می‌آیند و البته، تنها استفاده از میلی‌گرم متداول است. همچنین، میلی‌لیتـــر واحد متداول کوچک‌تر بـــرای اندازه‌گیری گنجایش اســـت. علاوه بر قسمت‌بندی واحد به واحدهای کوچک‌تر برای افزایش دقت اندازه‌گیری، برای اندازه‌گیری اشیایی که اندازه‌ی آن ویژگی‌شان عدد بزرگی است، واحد اصلی را به تعدادی کنار هم قرار می‌دهیم تا واحد بزرگ‌تری به دست آید. این تعداد نیز باید توانی از ده باشد. باز هم واحد اصلی طول (متر) را در نظر بگیرید. اگر ۱۰ تا متر را به هم بچسبانیم، یک دکامتر می‌شود. اگر ۱۰۰ تا متر را به هم بچسبانیم، یک هکتومتر تشکیل می‌شود و بالاخره، ۱۰۰۰ تا متر می‌شود یک کیلومتر. در اندازه‌گیری جرم، تنها واحد کیلوگرم متداول است و در اندازه‌گیری گنجایش، واحد بزرگ‌تر از لیتر که به این واحد وابسته باشد رایج نیست و از واحدهای وابسته به متر مکعب استفاده می‌شود که درباره‌ی آن‌ها صحبت خواهیم کرد. به این واحدهای کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از واحد اصلی استاندارد که از آن به دست آمده‌اند، واحدهای فرعی می‌گوییم. توجه کنید که واحدهای اندازه‌گیری زمان از این شیوه تبعیت نمی‌کنند. واحدهای بزرگ‌تر از ثانیه، دقیقه و ساعت هستند که هر دقیقه ۶۰ برابر ثانیه و هر ساعت ۶۰ برابر دقیقه (یعنی $۶۰^۲=۳۶۰۰$) برابر ثانیه) است[۱].

کدام واحد؟

همان‌طور که پیش از این نیز گفتیم، برای اندازه‌گیری یک ویژگی مشخص از یک شیء یا یک موقعیت یا حالت، باید واحدی را انتخاب کنیم که همان ویژگی را داشته باشد. در واقع، برای اندازه‌گیری همان ویژگی مشخص قرارداد شده باشد. مثلاً برای اندازه گرفتن فاصله‌ی دو مکان باید از واحد «طول» استفاده کرد، زیرا فاصله‌ی دو مکان از جنس «طول» است. اما واحدهای متعددی برای طول داریم: واحد اصلی متر و واحدهای فرعی وابسته به آن. این فاصله را می‌توان هم با واحد متر بیان کرد و هم با هر یک از واحدهای کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از متر. هر چه واحد کوچک‌تر باشد، تعداد بیشتری از آن در شیء موردنظر جا می‌شود. بنابراین، عدد اندازه‌ی بزرگ‌تر بیان می‌شود. برعکس، هر چه واحد بزرگ‌تر باشد، تعداد کمتری از آن در شیء موردنظر جا می‌شود. بنابراین، عدد اندازه‌ی کوچک‌تر بیان می‌شود. به همین دلیل است که برای اندازه‌گیری موردنظر، پس از تشخیص ویژگی و تعیین واحد استاندارد برای آن، باید براساس درکی که از بزرگی اندازه‌ی موردنظرمان داریم، واحد فرعی مناسب را انتخاب کنیم.

«سطح» و «حجم» به طول وابسته‌اند

سطح و حجم دو ویژگی بسیار مهم‌اند که ما در مواقع بسیاری به اندازه‌ی آن‌ها نیاز داریم. برای این دو ویژگی واحد مستقلی قرارداد نشده است و واحدهای آن‌ها به واحد طول یعنی «متر» وابسته‌اند. **واحد اصلی استاندارد سطح، مربعی است که اضلاع آن یک متر است. به آن متر مربع می‌گوییم.**



برای به دست آوردن واحدهای فرعی سطح، از واحدهای فرعی طول استفاده می‌کنیم:

- ۱ دسی‌متر مربع، مربعی است به ضلع یک دسی‌متر؛
- یک سانتی‌متر مربع، مربعی است به ضلع یک سانتی‌متر؛
- یک میلی‌متر مربع، مربعی است به ضلع یک میلی‌متر؛
- یک هکتار، مربعی است به ضلع یک هکتومتر مربع (تنها واحد متداول برای سطح‌های خیلی بزرگ هکتار است).

چون واحدهای فرعی سطح، مستقیم از روی خود واحد اصلی یعنی متر مربع به دست نیامده‌اند، ارتباط آن‌ها با متر مربع نیز باید از روی ارتباط واحدهای طول با هم پیدا شود. برای نمونه، برای پیدا کردن اینکه یک متر مربع در خود چند سانتی‌متر مربع دارد، به شکل زیر نگاه کنید:

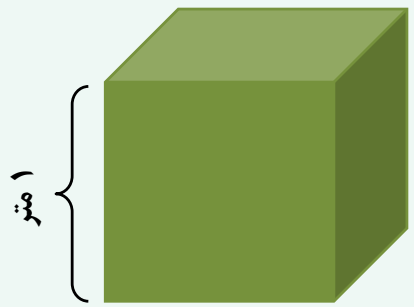
مربعی به ضلع یک متر داریم، که هر ضلع آن ۱۰۰ سانتی‌متر است؛ یعنی هر ضلع آن به ۱۰۰ پاره‌خط هم‌اندازه‌ی یک سانتی‌متری تقسیم شده است. پس کل مربع از ۱۰۰×۱۰۰ مربع کوچک ۱ سانتی‌متر مربعی تشکیل شده است. این یعنی: هر متر مربع ۱۰۰۰۰ سانتی‌متر مربع است[۲].

به همین ترتیب، ارتباط بین واحدهای اندازه‌گیری سطح به‌دست می‌آید. آن را در جدول‌های زیر خلاصه کرده‌ایم[۳]:

یک... چند...؟	متر مربع	سانتی‌متر مربع	میلی‌متر مربع
متر مربع	۱	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰
سانتی‌متر مربع	یک ده‌هزارم	۱	۱۰۰
میلی‌متر مربع	یک میلیونیوم	یک صدم	۱

در جدول بالا چه نظم‌ها و الگوهایی می‌بینید؟

اکنون شما بگویید یک متر مربع چه کسری از یک هکتار است (یعنی هکتار چند برابر متر مربع است)؟ به طریق مشابه برای حجم داریم: واحد اصلی استاندارد حجم، مکعبی است که اضلاع آن یک متر است. به آن متر مکعب می‌گوییم.



جدول مشابهی برای واحدهای حجم بسازید. بد نیست بدانید که یک لیتر همان یک دسی‌متر مکعب است. با این تعریف، یک متر مکعب چند لیتر است؟ آیا حالا می‌توانید بگویید چرا میلی‌متر همان سانتی‌متر مکعب است؟ (به جدولتان مراجعه کنید.)

درباره‌ی تبدیل واحدهای سطح و حجم، خواندن مطلب زیر را توصیه می‌کنیم:
مقاله‌ی «آخرش چند تا؟»؛ نوشته‌ی محدثه کشاورز اصلانی؛ مجله‌ی رشد برهان متوسطه‌ی اول، دوره بیست و سوم، شماره ۵، بهمن ۱۳۹۶، صص ۱۰-۱۱.
برای دریافت مقاله به لینک مقابل مراجعه کنید: yon.ir/ebtedayi۱

اندازه‌گیری و مفهوم کسر

شما هر واحدی برای اندازه‌گیری یک ویژگی، مثلاً طول، انتخاب کنید، اندازه‌ی بیشتر اشیا را نمی‌توانید با یک عدد صحیح بیان کنید و ناچار خواهید بود اندازه‌ها را به‌صورت تقریبی بگویید: کمی بیشتر از فلان مقدار، نزدیک بهمان مقدار، بین فلان و بهمان مقدار، و ...

دیدیم که برای شناخت و بیان اندازه‌ی دقیق‌تری از اشیا، واحدها را خُردتر و به قسمت‌های برابر تقسیم می‌کنیم و با استفاده از آن‌ها که کسرهایی از واحد اصلی اندازه‌گیری هستند، می‌توانیم اندازه‌ی شیء موردنظرمان را با دقت بیشتری بیان کنیم. در واقع، از نظر تاریخی نیز پیدایش کسر به دلیل همین نیاز بوده است. قرن‌ها پیش، بشر برای اندازه‌گیری از واحدهای طبیعی و دم‌دستی استفاده می‌کرد. مثلاً برای اندازه‌گیری طول از وجب استفاده می‌کرد. برای اندازه‌گیری‌های دقیق‌ترِ گاهی لازم بود از بخشی از این واحدها- مثلاً نیم وجب- استفاده شود.

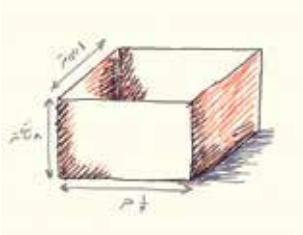
این‌گونه بود که مفهوم کسر برای رفع نیازهای روزمره‌ی بشر پدیدار شد. این واحدهای کوچک‌تر که در واقع بخش‌هایی از واحد اصلی بودند، نام‌گذاری هم شدند. رفته‌رفته از همین نام‌ها برای اندازه‌گیری بخش‌های کوچک‌تر واحدهای اندازه‌گیریِ حجم و مساحت و پول نیز استفاده شد.

مسئله حل کنیم

درباره‌ی جعبه‌ی مکعب مستطیلی شکل زیر که در هم ندارد، به این سؤال‌ها پاسخ دهید:

الف) درون آن را از آب کاملاً پر کردیم. چند سی‌سی آب داخل آن هست؟

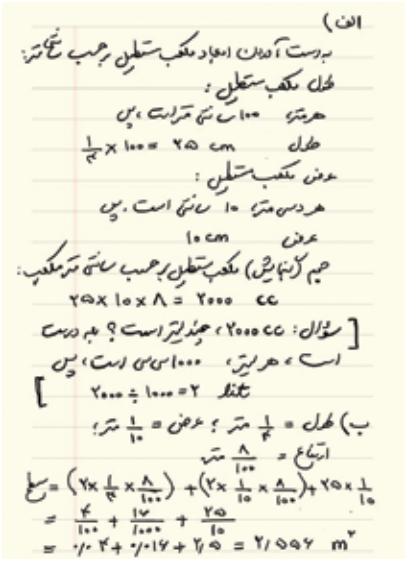
ب) روی آن را با کاغذ رنگی پوشانده‌ایم. چند مترمربع کاغذ مصرف کرده‌ایم؟



پاسخ

الف) از آنجا که می‌خواهیم گنجایش جعبه را برحسب واحد سی‌سی (یعنی سانتی‌مترمربع) به دست بیاوریم، پس تمام ابعاد جعبه (یعنی طول و عرض و ارتفاع آن) را نیز برحسب سانتی‌متر به دست می‌آوریم.

ب) برای یافتن کاغذ مصرف شده، باید سطح‌های چهار وجه دورتادور جعبه و وجه زیرین آن را روی هم به دست بیاوریم. از آنجا که این سطح را برحسب واحد مترمربع لازم داریم، این بار تمام ابعاد جعبه را به متر تبدیل می‌کنیم. سپس مساحت وجوه را (که مستطیل شکل هستند) حساب و با هم جمع می‌کنیم. راه‌حل کامل مسئله را در تصویر زیر ببینید.



پی‌نوشت‌ها

۱. این شیوه‌ی تقسیم‌بندی به زمان خیلی قبل برمی‌گردد که دستگاه شمارش انسان در مبنای شصت بود.

۲. اغلب دانش‌آموزان به اشتباه فکر می‌کنند که یک متر مربع هم ۱۰۰ سانتی‌متر مربع است. در حالی که علاوه بر دانستن ارتباط بین دو واحد متر و سانتی‌متر، باید به ارتباط بین تعداد مربع‌های ایجاد شده درون یک شبکه‌ی مستطیلی و تعداد تقسیم‌بندی‌های اضلاع آن مستطیل نیز توجه کنند. این موضوع همان درک مفهوم ضرب دو عدد است.

۳. برای خواندن جدول، اول سطر را بخوانید بعد ستون را.

منابع

1. Van de Walle, J.A. Karp K. S., Bay- Williams, J.M., Wray, J.(2013). Elementary and middle school mathematics: *Teaching developmentally (eighth edition)*. NJ: Pearson.

۲. ریس، رابرت ای. سایدام، مرلین، ن. لیندکوئیست، مری مونتگومری (۱۳۷۷). کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات. ترجمه‌ی مسعود نوروزیان، انتشارات مدرسه، چاپ اول. ۱۳۷۷.

سپیده چمن‌آرا سردبیر مجله‌ی رشد برهان ریاضی متوسطه‌ی اول

چندضلعی‌ها

مطالبی برای افزایش دانش موضوعی ریاضی معلمان

در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی موضوع‌هایی وجود دارند که یا دانش‌آموزان در یادگیری آن‌ها مشکل دارند یا معلمان در یاددهی‌شان. در این دوره از مجله‌ی رشد آموزش ابتدایی، در هر شماره درباره‌ی یکی از این موضوع‌ها صحبت می‌کنیم. منتها قصد نداریم روش تدریس بیان کنیم، بلکه آن را به عنوان یک موضوع یا مفهوم ریاضی بررسی خواهیم کرد تا دانش موضوعی خود را برای تدریس بهتر آن افزایش دهیم.

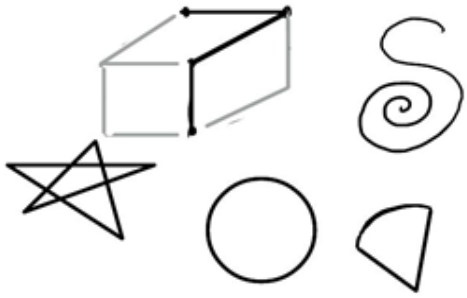
به هر طرف که سر می‌گردانیم، شکلی را می‌بینیم. اشیای دور و بر ما شکل‌های بسیار متنوعی دارند. حتی خود دنیا و در واقع فضایی که کره‌ی زمین در آن قرار دارد نیز شکل مشخصی دارد. شناخت و بررسی این شکل‌ها در علم «هندسه»، که یکی از شاخه‌های مهم و اصلی ریاضیات است، صورت می‌گیرد. شناخت شکل‌ها از آن‌جا اهمیت دارد که در بسیاری از کارها به آن نیاز داریم؛ از کارهای بسیار ضروری، مانند ساختن ساختمان‌ها و پل‌ها گرفته تا آنچه شاید خیلی ضروری به‌نظر نرسد، ولی به هر حال بخشی از زندگی آدمی است؛ یعنی هنر. در مطلب پیش رو، با چندضلعی‌ها بیشتر آشنا می‌شوید که رده‌ی بزرگی از شکل‌های هندسی هستند. به این منظور، نخست باید بدانیم به چه شکلی چندضلعی می‌گویند و چه شکل‌هایی چندضلعی نیستند. سپس دو گروه اصلی چندضلعی، یعنی محدب و مقعر، را معرفی خواهیم کرد. انواع مثلث‌ها (سه‌ضلعی‌ها) و انواع چهارضلعی‌ها را هم با توضیحات بیشتر و مفصل‌تری معرفی و بررسی خواهیم کرد. درباره‌ی متوازی‌الاضلاع‌ها هم بیشتر صحبت می‌کنیم تا در بستر موضوع آن‌ها با ساختار منطقی هندسه‌ی اقلیدسی بیشتر آشنا شویم. هندسه جزو جدانشدنی برنامه‌ی درسی ریاضی در همه‌ی کشورهاست. منتها آموزش هندسه رویکردهای متفاوتی دارد که موضوع بحث این مطلب نیست.

انواع چندضلعی

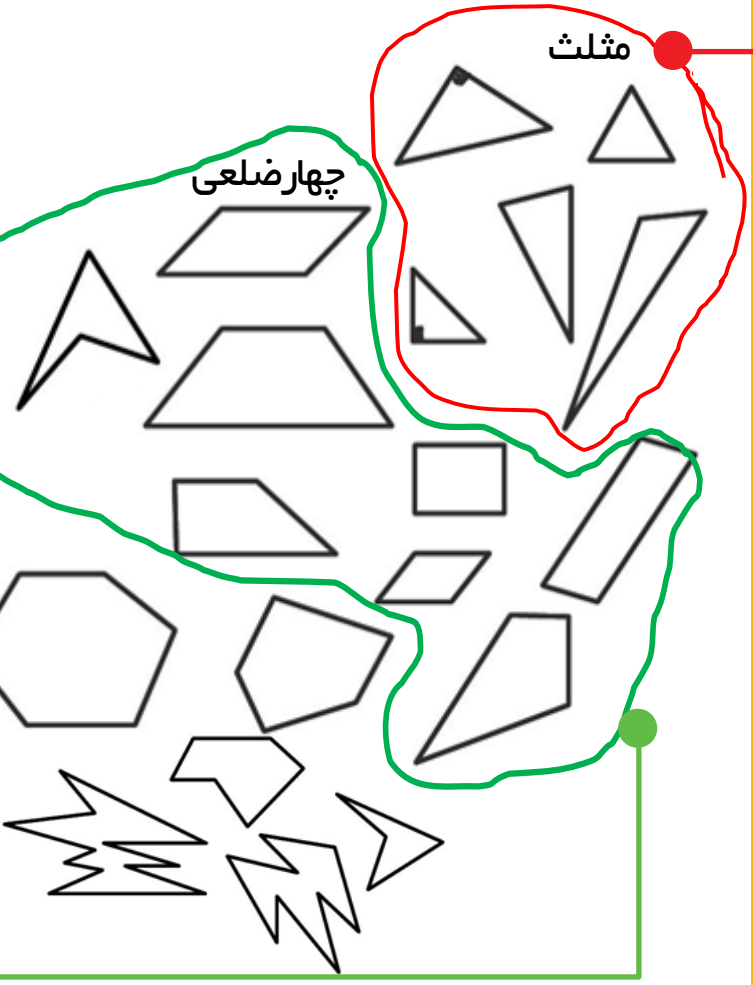
در برنامه‌ی درسی ملی ایران نیز هندسه و اندازه‌گیری از مفاهیم قلمرو حوزه‌ی ریاضیات محسوب می‌شود. در هندسه، علاوه بر آشنایی با شکل‌های مهم و شناخت ویژگی‌های آن‌ها، با ارتباط بین این شکل‌ها و موضوع‌هایی که به اندازه و اندازه‌گیری ارتباط دارند نیز آشنا می‌شویم. از همه مهم‌تر، هندسه بستر بسیار خوبی برای آشنایی با استدلال و تمرین روی آن است. منتها رویکرد آموزشی جدید به استدلال، با رویکردهای سنتی کاملاً متفاوت است و تمرکز آن، به جای تعدد قضیه‌ها و نتایج، بر فرایند تفکر استدلالی است.

چندضلعی چیست؟

چندضلعی یک خط شکسته‌ی بسته است که خودش را قطع نمی‌کند. اولاً شکلی مسطح است، یعنی روی یک صفحه کشیده می‌شود. و دیگر اینکه از تعدادی پاره‌خط تشکیل شده و بسته است و پاره‌خط‌ها هم یکدیگر را قطع نمی‌کنند. این شکل‌ها هر یک به دلیلی چندضلعی نیستند.



چندضلعی‌ها



سه‌ضلعی‌ها یا مثلث‌ها

همان‌طور که از نامشان پیداست، سه‌ضلعی (مثلث)ها سه تا ضلع دارند. بنابراین، سه زاویه هم دارند. مثلث‌ها نمی‌توانند مقعر باشند، زیرا می‌توان ثابت کرد که «مجموع زاویه‌های درون مثلث ۱۸۰ درجه است.» پس هر زاویه‌ی آن از ۱۸۰ درجه کمتر است.

مثلث‌ها را چگونه دسته‌بندی کنیم؟

متداول‌ترین روش، استفاده از طول ضلع‌هاست:

- مثلثی که هر سه ضلع آن با هم برابر باشند؛
- مثلثی که دو ضلع از سه ضلعش با هم برابر باشند؛
- مثلثی که هیچ‌یک از اضلاعش با هم برابر نباشند.

این سه نوع را به ترتیب «متساوی‌الاضلاع»، «متساوی‌الساقین» و «مختلف‌الاضلاع» می‌نامیم.

مثلثی را که یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد، مثلث «قائم‌الزاویه» می‌نامیم. توجه کنید که مثلث نمی‌تواند دو یا سه زاویه‌ی قائمه داشته باشد، چون مجموع هر سه زاویه‌اش ۱۸۰ درجه است.

مثلث قائم‌الزاویه ممکن است مختلف‌الاضلاع یا متساوی‌الساقین باشد، ولی هرگز متساوی‌الاضلاع نیست، زیرا می‌توان ثابت کرد که هر سه زاویه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع برابر با ۶۰ درجه هستند و در این صورت، مثلث زاویه‌ی ۹۰ درجه ندارد.

انواع چندضلعی

چندضلعی‌هـا دو جزء اصلی دارند: ضلع‌های چندضلعی که پاره‌خط هســتند؛ و زاویه‌هــای درونی چندضلعی که در محل برخورد دو ضلع تشــکیل می‌شوند. بنابراین، به دو صورت می‌توان چندضلعی‌ها را دسته‌بندی کرد: از روی اندازه‌ی زاویه‌ها یا از روی تعداد ضلع‌ها.

انواع چندضلعی

براســاس نوع زاویه، چندضلعی‌ها دو نوع هستند: محدب و مقعر. در چندضلعی محدب، همه‌ی زاویه‌های درونی از ۱۸۰ درجه کمتر هستند، ولی چندضلعی مقعر لااقل یک زاویه‌ی بزرگ‌تر از ۱۸۰درجه دارد.

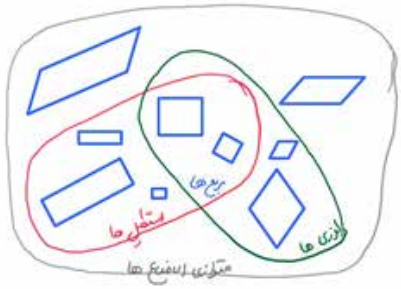
انواع چندضلعی

براســاس تعداد اضلاع، چندضلعی‌ها انواع بســیار دارند؛ سه‌ضلعی (یا همان مثلث)، چهار ضلعی، پنج‌ضلعی، شش ضلعی، هفت‌ضلعی،... بیست و سه ضلعی، ...، صد و شصت و دو ضلعی،...

انواع متوازی‌الاضلاع

متوازی‌الاضلاع‌ها را به دو صورت می‌توانیم دسته‌بندی کنیم: براساس اندازه‌ی زاویه‌ها؛ براساس اندازه‌ی اضلاع.

متوازی‌الاضلاعی که چهار زاویه‌اش برابر و قائمه هستند، «مستطیل» نــام دارد. متوازی‌الاضلاعی که چهار ضلعــش برابرند، «لوزی» نامیده می‌شود. اگر متوازی‌الاضلاعی هم مستطیل باشد و هم لوزی، «مربع» نامیده می‌شود.



چهارضلعی‌ها

همان‌طـور که از نامشـان پیداسـت، چهـار ضلع دارنـد. از این رو، چهـار زاویـه هـم درونشـان هسـت. مجمـوع زاویه‌هـای درون هـر چهـار ضلعـی ۳۶۰ درجـه اسـت. بنابرایـن، ممکن اسـت یکـی از زاویه‌هـای آن بزرگ‌تـر از ۱۸۰ درجه باشـد (و فقـط هـم یکـی از آن‌هـا می‌توانـد چنین باشـد. چـرا؟) پس چهارضلعی‌هـا هـم محـدب دارنـد و هـم مقعر.

امـا چهارضلعی‌هـای محـدب انـواع متنوعـی دارنـد. آیـا می‌دانیـد آن‌هـا را بـر چـه اساسـی دسـته‌بندی می‌کننـد؟ بلـه! متداول‌ترین روش دسـته‌بندی چهارضلعی‌هـای محدب، براسـاس مـوازی بـودن اضـلاع آن‌هاسـت. از آن‌جـا کـه چهارضلعـی، چهـار تـا ضلـع و در واقع دو جفـت ضلع مقابل هـم دارد، انـواع آن می‌توانـد چنیـن باشـد:

- اضلاع دو به دو موازی باشند؛
- فقط یک جفت از اضلاع موازی باشند؛
- هیچ دو ضلعی موازی نباشند.

اولیـن و دومیـن نـوع را بـه ترتیـب «متوازی‌الاضـلاع» و «ذوزنقـه» می‌نامیم. سـومین نوع نام خاصی نـدارد و خودش بسـیار متنوع اسـت. در تصویـر این نوع چهارضلعی‌هـا را پیدا کنید.

ذوزنقه‌هـا هـم انواعـی دارنـد. در ایـن مطلـب، تنهـا انـواع متوازی‌الاضـلاع را بـه دلیـل اهمیـت و کاربردهای فـراوان آن مشـخص می‌سـازیم.

با متوازی‌الاضلاع‌ها بیشتر آشنا شویم

دیدیم که متوازی‌الاضلاع یک چهارضلعی است که دو جفت ضلع موازی دارد. از نام‌گذاری آن هم معلوم است که موازی بودن اضلاع در آن تعیین‌کننده است. بنابراین، برای اینکه مطمئن شوید یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع هست یا نه، باید موازی بودن ضلع‌های آن را بررسی کنید. همین موازی بودن موجب می‌شود متوازی‌الاضلاع ویژگی‌هایی داشته باشد. با استفاده از ویژگی موازی بودن ضلع‌ها و خاصیت‌هایی که خط‌های موازی دارند، این ویژگی‌ها را می‌توانیم اثبات کنیم:

- در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم برابرند.
- در متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند.
- در متوازی‌الاضلاع، مجموع هر دو زاویه‌ی مجاور برابر ۱۸۰ درجه است.
- در متوازی‌الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

به همین دلیل است که اگر در متوازی‌الاضلاعی، یک زاویه قائمه باشد، زاویه‌ی مقابلش هم قائمه می‌شود و دو زاویه‌ی مجاور هم ۹۰=۹۰-۱۸۰؛ یعنی قائمه خواهند شد. پس می‌توانیم مستطیل را این‌گونه تعریف کنیم:

مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد.

علاوه بر این، اگر در یک متوازی‌الاضلاع، تنها دو ضلع کنار هم با هم برابر باشند، دو ضلع دیگر نیز با آن‌ها برابرند، زیرا طبق اولین خاصیت، ضلع‌های روبه‌رو با یکدیگر برابرند. یعنی هر کدام با ضلع روبه‌رویی برابر است. در نتیجه هر چهار تا با هم برابرند. پس در تعریف لوزی نیز می‌توان شرایط را کمتر کرد و گفت:

لوزی متوازی‌الاضلاعی است که در آن دو ضلع کنار هم برابر باشند.

این کار، یعنی ساده کردن تعریف یک شکل تا حدی که برای تشخیص آن شکل به کمترین شرایط نیاز داشته باشیم، در هندسه و ساختار منطقی آن اهمیت دارد. به چنین «تعریف»ی، تعریف جامع و مانع می‌گوییم. جامع است، زیرا تمام شکل‌های موردنظر را در بر می‌گیرد، و مانع است، چون شرایط اضافی را که بررسی آن‌ها در تشخیص آن شکل زائد باشد، ندارد.

اکنون شما تعریفی جامع و مانع برای مربع ارائه کنید. دقت کنید، به دلیل اینکه مربع هم یک نوع مستطیل است و هم یک نوع لوزی، تعریف جامع و مانع واحد ندارد و می‌توان چند تعریف برای آن ارائه داد.

ویژگی‌های مستطیل و لوزی

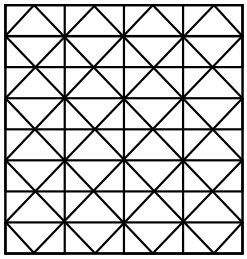




با استفاده از ویژگی موازی بودن ضلع‌ها و قائمه بودن زاویه‌ها، می‌توان نشان داد که در مستطیل قطرها با یکدیگر برابرند. اما این نادرست است که بگوییم «مستطیل یک چهار ضلعی است که قطرهایش با هم برابرند.» در تصویر چهارضلعی مقابل می‌بینید که قطرها برابرند، ولی شکل مستطیل نیست. پس ویژگی‌های یک شکل از شرایط موجود برای آن شکل ناشی می‌شوند، ولی خود آن ویژگی‌ها را نمی‌توان جایگزین تعریف آن شکل کرد.

همین موضوع را برای لوزی نیز داریم. یکی از ویژگی‌های لوزی این است که قطرهایش بر هم عمودند. ولی این ویژگی را نباید به‌عنوان تعریف لوزی به کار برد و گفت: «لوزی یک چهارضلعی است که قطرهایش بر هم عمود هستند». در تصویر چهارضلعی مقابل قطرها بر هم عمودند، ولی شکل لوزی نیست.

سرگرمی



در تصویر مقابل

- چند مربع می‌بینید؟
- چند مستطیل می‌بینید؟

شکل‌های زیر را در تصویر پیدا کنید:

- مثلث متساوی‌الساقین
- مثلث مختلف‌الاضلاع
- چهارضلعی نامتقارن
- چهار ضلعی با چهار خط تقارن
- پنج‌ضلعی مقعر
- پنج‌ضلعی محدب
- یک شش‌ضلعی که فقط دو جفت ضلع موازی دارد
- هفت‌ضلعی متقارن
- هشت‌ضلعی نامتقارن
- نُه ضلعی