

مسائل ریاضی ۱

مصطفی دیداری

۱. جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.

الف) در مقایسه دو عدد، عدد بزرگتر در سمت ... عدد کوچکتر قرار دارد.

ب) روی محور اعداد نقاطی وجود دارند که نظیر هیچ عدد گویایی نیستند. این اعداد را اعداد ... می نامیم.

ج) عدد π تا دقت دو رقم اعشار برابر است با...

د) $|x|$ برابر است با ... عدد x تا صفر.

۲. عبارت رادیکالی زیر را ساده کنید:

$$\sqrt[3]{40} + 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{5}$$

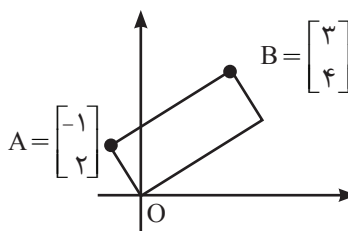
۳. حاصل عبارت زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

$$(a+2b)^2 - a(a-2b)^2$$

۴. تجزیه کنید.

$$27x^2 - 8y^2$$

۵. مساحت مستطیل زیر را بیابید.



۶. اگر نقطه $\begin{bmatrix} -3 \\ m+1 \end{bmatrix}$ روی خط

$$(2m-1)x + \frac{2}{3}y = 7$$

به دست آورید.

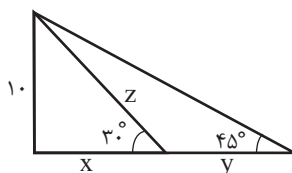
۷. دو خط $3x+2y=5$ و $x-y=5$ را

در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) محل تلاقی دو خط را به دست آورید.

ب) معادله خطی را بنویسید که از محل تلاقی دو خط بگذرد و بر خط $y+3x=2$ عمود باشد.

۸. مقدار x ، y و z را به کمک نسبت های مثلثاتی به دست آورید.



۹. اگر $\theta = 30^\circ$ باشد، حاصل عبارت $\sin^2 \theta - \cos 2\theta + 2 \tan \theta$ را به دست آورید.

۱۰. درستی تساوی زیر را ثابت کنید

$$\frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{(\sin \theta + \cos \theta)} = 1 - \sin \theta \cos \theta$$

$$(\sin \theta + \cos \theta \neq 0)$$

۱۱. حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\frac{x-1}{2x-3} - \frac{x^2+4}{4x^2-9} \quad \text{الف)}$$

$$\frac{4x^2-25y^2}{(x+4)} \div \frac{2x^2y+5xy^2}{x^2+8x+16} \quad \text{ب)}$$

۱۲. تقسیم زیر را انجام دهید و خارج قسمت و باقی مانده را به دست آورید:

$$12x^2 + 36x - 1 \div x + 1$$

۱۳. مخرج عبارت رادیکالی زیر را گویا کنید.

$$\frac{1}{2\sqrt{a} + a\sqrt{2}}$$

۱۴. معادلات درجه دوم زیر را با روش های خواسته شده حل کنید.

الف) (روش مربع کامل)

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

ب) (روش کلی)

$$2x^2 - 2x - 5 = 0$$

ج) (روش هندسی)

$$x^2 - x - 2 = 0$$

۱۵. اگر معادله درجه دوم $(m-1)x^2 - 2x + 3 = 0$ دارای جواب حقیقی نباشد، حدود m را به دست آورید.

۱۶. نامعادله زیر را حل کنید و جواب را روی محور نمایش دهید.

$$2(1-x) - 3(1+x) \leq 6$$

۱۷. هزینه رفت و برگشت سفر به اصفهان ۷۰/۰۰۰ تومان، هزینه خوراک ۱۳۰/۰۰۰ تومان و هزینه هر شب اقامت در هتل ۵۰/۰۰۰ تومان است. با ۴۷۰/۰۰۰ تومان حداکثر چند روز می توان در اصفهان اقامت کرد؟ (نامعادله موردنظر را بنویسید.)

مسائل ریاضی ۲

مصطفی دیداری

۱. در یک دنباله حسابی مجموع جملات نهم و دهم برابر با ۵۶ و جمله پنجم برابر با ۱۰ است. دنباله را مشخص کنید و جمله بیستم دنباله را به دست آورید.

۲. اگر رابطه

$$f = \{(-1, a-b), (a-b, 5), (-1, 3), (3, a+b)\}$$

تابع باشد:

الف) a و b را به دست آورید.

ب) حاصل $f(-1) + f^{-1}(5)$ را به دست آورید.

۳. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -|x+1| - 2$ را به کمک انتقال به دست آورید (با رسم مراحل).

۴. دامنه توابع زیر را به دست آورید:

$$f(x) = \frac{1}{x(x^2-4)} \quad \text{الف)}$$



۱۵. دستگاه زیر را به روش ماتریس

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

۱۶. به چند طریق می‌توان با حروف

کلمه FLOWER کلمه چهار حرفی

ساخت که (تکرار مجاز نیست):

الف) دارای حرف L باشد و دارای

حرف O نباشد.

ب) دو حرف O و L در کلمه موجود

و در کنار هم باشند.

۱۷. مقدار n را از تساوی زیر به دست

آورید.

$$P(n, 2) = C(n, 3)$$

۱۸. از بین ۴ دانش‌آموز تجربی، ۵

دانش‌آموز ریاضی و ۳ دانش‌آموز

انسانی می‌خواهیم شورایی سه نفره

تشکیل دهیم. به چند روش می‌توان

اعضا را انتخاب کرد، در صورتی که:

الف) رشته دانش‌آموزان مهم نباشد.

ب) از هر رشته به تعداد مساوی در

شورا انتخاب شود.

۳. ثابت کنید هر مثلثی که در آن میانه

وارد بر یک ضلع، نصف آن ضلع باشد،

مثلث قائم‌الزاویه است.

۴. در مثلث ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 2$ و

$AC = 6$ است. طول ارتفاع AH را

به دست آورید.

۵. در دوزنقه ABCD، AB و CD به

ترتیب قاعده‌های بزرگ و کوچک و AD

و BC ساق‌ها هستند. می‌دانیم که:

$AD = AB = 6\text{cm}$. مساحت دوزنقه

را به دست آورید، اگر $\hat{ADC} = 30^\circ$ و

$\hat{DCB} = 60^\circ$ باشد.

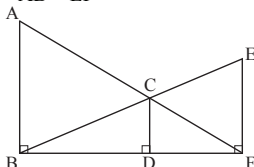
۶. ثابت کنید در دو مثلث متشابه، نسبت

مساحت‌ها توان دوم نسبت تشابه است.

۷. در شکل زیر AB، EF و CD بر BF

عمود شده‌اند. ثابت کنید:

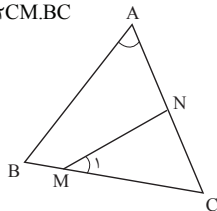
$$\frac{1}{CD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{EF}$$



۸. در شکل زیر $\hat{M}_1 = \hat{A}$ است. اگر N

وسط AC باشد، ثابت کنید:

$$AC^2 = 4CM \cdot BC$$



مسائل هندسه ۱

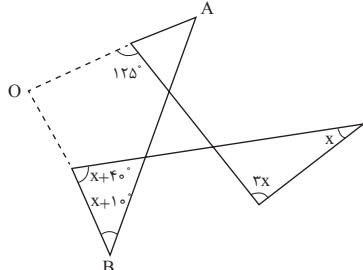
هوشنگ شرقی

۱. ثابت کنید هر دوزنقه‌ای که دو قطر آن با

هم برابر باشند، متساوی‌الساقین است.

۲. در شکل زیر $OA = OB$ است. اندازه x

را به دست آورید.

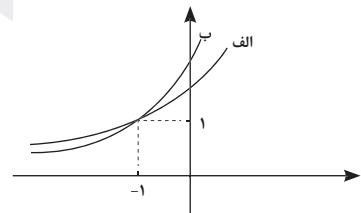


$$g(x) = \sqrt{\frac{x-4}{1-x}} \quad (\text{ب})$$

۵. مشخص کنید دو نمودار (الف) و (ب)

مربوط به کدام یک از توابع $y = 2^{x+1}$ و

$y = 3^{x+1}$ هستند؟



۶. معادله زیر را حل کنید:

$$\log_{\frac{1}{x}} \frac{1}{x} = -\frac{1}{3}$$

۷. حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$A = \log_4 2\sqrt{7} - 2 \log_5 \frac{1}{5}$$

۸. معادله زیر را حل کنید:

$$\log(x+1) - \log(x-1) = 2 \log 2 - 1$$

۹. $\frac{11\pi}{6}$ رادیان را به درجه تبدیل و آن

را در موقعیت استاندارد رسم کنید.

۱۰. حاصل $\sin(\frac{7\pi}{4}) + \cos 210^\circ$ را به دست

آورید (ساده کردن لازم نیست).

۱۱. اگر $0 \leq \theta \leq 2\pi$ باشد، زوایای θ را

به گونه‌ای بیابید که $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد

(با رسم شکل).

۱۲. الف) نمودار تابع با ضابطه $y = 4 \cos 2x$

را در یک دوره تناوب رسم و حداقل و

حداکثر آن را تعیین کنید.

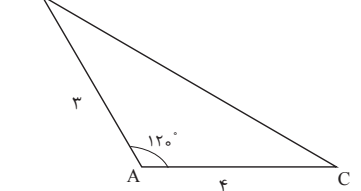
ب) محل برخورد تابع با محور xها را

در نمودار مشخص کنید.

۱۳. با توجه به شکل زیر طول ضلع BC

و مساحت مثلث و $\hat{C}$ sin را به دست

آورید.



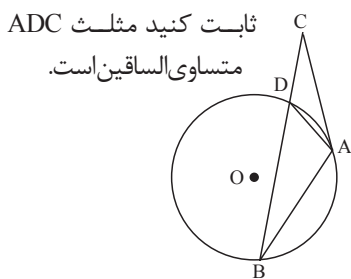
۱۴. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل

$(2A^2 + I)^{-1}$ را به دست آورید.

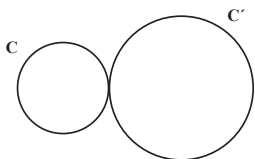
دایره پدید می‌آید، برابر قدرمطلق نصف تفاضل اندازه کمان‌هایی از آن دایره است که به ضلع‌های آن زاویه محدودند.

۹. در دایره O، مماس AC و وتر AB با یکدیگر مساوی‌اند.

خط BC دایره را در نقطه D قطع کرده است.



۱۰. شکل زیر نشان‌دهنده دو دایره مماس بیرون است.



الف) این دو دایره دارای چند مماس مشترک خارجی و چند مماس مشترک داخلی هستند؟

ب) اگر $R = 4$ و $R' = 9$ آن‌گاه اندازه مماس مشترک خارجی آن‌ها را به‌دست آورید.

۱۱. نقاط $A(6,1)$ ، $B(8,3)$ ، $C(6,5)$ و

$D(4,3)$ رأس‌های یک مربع هستند. الف) مربع و تصویرش را تحت انتقال $T(x, y) = (x-5, y-2)$ رسم کنید.

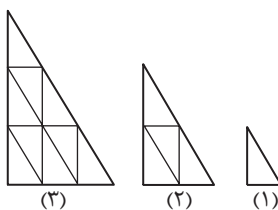
ب) طول و شیب خط AB و تصویرش را به‌دست آورید و با هم مقایسه کنید. پ) آیا تبدیل ایزومتري است؟ چرا؟

۱۲. خط به معادله $L: 3x - 2y - 12 = 0$ و تصویرش را تحت تبدیل تجانس $D(x, y) = (\frac{1}{4}x, \frac{1}{4}y)$ رسم کنید. سپس معادله خط تصویر را به‌دست آورید.

۱۳. مثلث ABC و مثلث ECD

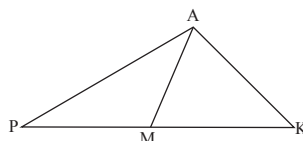
شکل‌های زیر و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n
تعداد مثلث‌های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	...	?



۲. قضیه: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است.

۳. در مثلث PAK، نقطه M روی ضلع PK قرار دارد. ثابت کنید اگر $AM > MK$ ، آن‌گاه $PM = AK$.



۴. قضیه: ثابت کنید عمودمنصف‌های ضلع‌های هر مثلث هم‌رس‌اند.

۵. خط d و نقطه A غیرواقع بر آن، داده شده‌اند. نقطه‌ای روی خط d تعیین کنید که از نقطه A به فاصله معلوم R باشد. با توجه به اندازه R روی تعداد جواب‌های مسئله بحث کنید.

۶. قضیه: ثابت کنید طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن با هم برابرند.

۷. پاره خط AB به طول ۴ سانتی‌متر داده شده است. کمان در خور زاویه 30° روبه‌رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره‌ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.

۸. قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه‌ای که از برخورد امتداد دو وتر از یک

۹. در مثلث ABC، ارتفاع‌های BM و CN بر اضلاع AC و AB رسم شده‌اند. اگر $AM = 2\text{cm}$ ، $AB = 5\text{cm}$ و $MN = \frac{1}{5}AC$ باشد، طول BC را به‌دست آورید.

۱۰. طول یال‌های مکعب مستطیلی ۱، $\sqrt{3}$ و ۲ واحد است. زاویه قطر اصلی مکعب مستطیل را با یال بزرگ‌تر به‌دست آورید.

۱۱. مساحت کل یک منشور قائم با قاعده مربع برابر ۱۸۲ واحد سطح است. اگر مجموع طول‌های ارتفاع و ضلع قاعده آن ۱۰ واحد باشد، حجم منشور را به‌دست آورید.

۱۲. حجم هرمی را به‌دست آورید که قاعده آن مربعی به ضلع a و هر یک از وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الساقین به ضلع b باشد.

۱۳. حجم مخروطی را به‌دست آورید که شعاع قاعده آن با شعاع کره‌ای به حجم 288π ، و ارتفاع آن، با ارتفاع منشوری به حجم $10\sqrt{3}$ که قاعده آن مثلثی متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ واحد است، برابر باشد.

۱۴. طول قطر یک مکعب مستطیل مساوی $2\sqrt{3}$ و مساحت کل آن مساوی ۲۴ واحد است. حجم این مکعب مستطیل را به‌دست آورید.

سوالات هندسه ۲

هماهنگ کشوری - خرداد ۹۱

۱. مثلث‌های شکل‌های ۱، ۲ و ۳ با هم متشابه و مثلث‌های کوچک همه با یکدیگر هم‌نهشت هستند. با توجه به

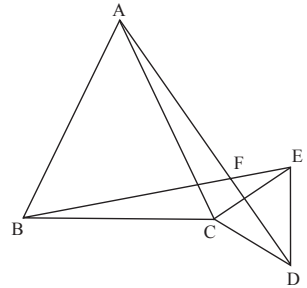
سؤالات حسابان

مسائل امتحان نهایی

هماهنگ کشوری - خرداد ۹۱

متساوی الاضلاع هستند. با استفاده از تبدیل دوران ثابت کنید:

$$AD = BE \text{ و } \angle AFB = 60^\circ.$$



۱۴. درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید:

(الف) هر زاویه خارجی یک چندضلعی، از هر زاویه داخلی آن بزرگتر است.
(ب) تبدیل بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند.

(پ) اگر دو خط متقاطع باشند، تحت یک بازتاب نیمساز زاویه تشکیل شده بین خط و تصویرش محور تقارن است.

(ت) اگر دو صفحه P و P' برهم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه P بر صفحه P' نیز عمود است.

۱۵. قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحه P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، P را در یک خط موازی L قطع می کند.

۱۶. اگر سه خط L_1, L_2, L_3 دوجه دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا همسایه اند.

۱۷. ثابت کنید دو صفحه P و P' موازی هستند، اگر و تنها اگر هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها با صفحه دیگر موازی است.

۱۸. (الف) دو خط متناظر را تعریف کنید.
(ب) نشان دهید اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز عمود است.

۱. ۱۴۴ لیتر آب میوه، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته بندی شده اند. حداقل تعداد شیشه ها را بیابید. (گنجایش شیشه ها را بر حسب لیتر، عدد طبیعی فرض کنید).

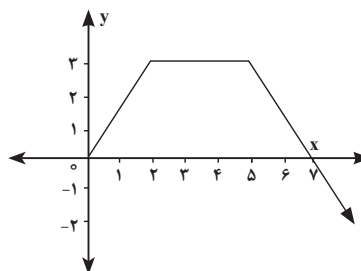
۲. در دنباله هندسی نامتناهی زیر، مجموع تمام جملات را بیابید.
 $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

۳. معادله $\sqrt{1-x} - 1 = x^2 - 2x$ را با روش هندسی حل کنید.

۴. جاهای خالی را با عبارات ریاضی مناسب پر کنید:

(الف) مجموعه جواب معادله $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$ برابر است با...
(ب) اگر $x \leq 1$ باشد، ضابطه تابع $y = |x-3| + |x-1|$ بدون استفاده از قدر مطلق برابر است با...

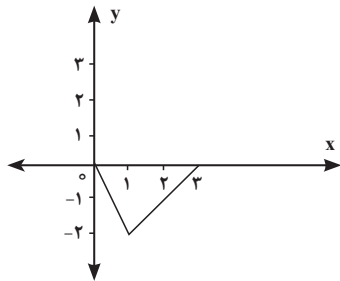
(ج) تابع زیر در بازه... صعودی اکید و در بازه... نزولی اکید و در بازه... ثابت است.



(د) اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، ریشه های معادله درجه دوم $cx^2 + bx + a = 0$

برابرند با ... و ... ($c \neq 0$)

۵. در شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال ابتدا نمودار تابع $y = f(x-3)$ و سپس نمودار تابع $y = -2f(x-3)$ را رسم کنید



۶. اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و

$g = \{(0,4), (3,2), (5,6)\}$ دو تابع باشند: (الف) تابع $f \circ g$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.

(ب) دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.

۷. ثابت کنید تابع $f(x) = (x-2)^2$ و $x \geq 2$ وارون پذیر است. سپس ضابطه وارون آن را بنویسید.

۸. سینوس زاویه $22/5^\circ$ را حساب کنید.

۹. تمامی جواب های معادله $2 \cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.

۱۰. مقدار $\cos(\tan^{-1} \frac{3}{4})$ را حساب کنید.

۱۱. حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید:

(الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - [x])$

(ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$

۱۲. مقدار a را طوری بیابید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته شود.

$$f(x) = \begin{cases} a - |x-1| & x \geq 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & x < 1 \end{cases}$$

۱۳. نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی راست 2 تعریف شده

باشد، ولی در هیچ همسایگی چپ $\frac{1}{2}$ تعریف نشده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.

۱۴. معادله خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - x$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی به دست آورید.

۱۵. مشتق بگیرید (ساده کردن الزامی نیست):

(الف) $y = (x^2 + \frac{1}{x})$

(ب) $y = 2(2x - 5)^4 + \sqrt[3]{x}$

(ج) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{1 + x^2}$

۱۶. آیا تابع $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در صفر مشتق پذیر است؟ (دلیل خود را توضیح دهید.)

سوالات جبر و احتمال

مسائل امتحان نهایی

هماهنگ کشوری - خرداد ۹۱

۱. با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید:

$$(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$$

۲. کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (با ذکر دلیل)

(الف) اگر a و b دو عدد صحیح و فرد و هر دو مضربی از ۵ باشند آن گاه مجموع آن ها مضرب ۱۰ است.

(ب) اگر a یک عدد حقیقی و $a^2 > 0$ باشد، آن گاه $a > 0$ است.

(پ) اگر a, b و c اعداد طبیعی باشند، آن گاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است.

۳. ۵۰ عدد طبیعی متمایز را در نظر

گرفته و هر یک از این اعداد را بر عدد ۲۴ تقسیم کرده‌ایم. حداقل چند تا از آن ها باقی مانده یکسانی را بر ۲۴ خواهند داشت و چرا؟

۴. اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$$

۵. با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر n یک عدد طبیعی و $(\Delta n + 3)$ زوج باشد، آن گاه n یک عدد فرد است.

۶. مجموعه‌های $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$ مفروض اند:

(الف) A و B را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

(ب) $A \Delta B$ را مشخص کنید.

(ج) $(A \Delta B) \times A$ را مشخص و نمودار آن را رسم کنید.

۷. با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

$$(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = A$$

(ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

۸. رابطه R روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ab = cd$$

(الف) نشان دهید که این رابطه هم‌ارزی است.

(ب) کلاس هم‌ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.

۹. یک طرف سکه سالمی عدد ۱ و در طرف دیگر آن عدد ۲ را نوشته‌ایم. این سکه را ۳ بار پرتاب می‌کنیم:

(الف) فضای نمونه‌ای این تجربه تصادفی را بنویسید.

(ب) پیشامد A را که در آن، مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب اول و دوم برابر ۳ باشد، مشخص کنید.

(پ) پیشامد B را که در آن، عدد ظاهر شده در پرتاب دوم برابر ۱ باشد، بنویسید.

(ت) پیشامد آن که B رخ دهد، ولی

A رخ ندهد را تعیین کنید.

۱۰. درون کیسه‌ای ۵ مهره سفید، ۶ مهره سیاه و ۴ مهره قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است:

(الف) احتمال آن که دقیقاً ۲ تا از مهره‌های خارج شده سفید باشند.

(ب) احتمال آن که مهره‌های خارج شده از ۳ رنگ متفاوت باشند.

۱۱. تاس سالمی را ۱۲ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که ۴ بار عدد فرد روی تاس ظاهر شده باشد، چه قدر است؟

۱۲. سه نفر دوندۀ a, b و c در یک مسابقه شرکت می‌کنند. احتمال برد a نصف احتمال برد b و احتمال برد b $\frac{1}{3}$ احتمال برد c است:

(الف) احتمال برد هر یک از دونده‌ها را بیابید.

(ب) احتمال آن که b یا c برنده شوند را تعیین کنید.

۱۳. تیری را به سمت هدفی مربع شکل به ضلع ۴ پرتاب می‌کنیم. احتمال آن را بیابید که نقطه اصابت تیر درون دایره‌ای به شعاع $\frac{5}{8}$ قرار بگیرد که مرکز آن منطبق بر مرکز مربع است.

۱۴. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به‌طوری که داشته باشیم: $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$

مطلوب است محاسبه $P(A - B)$.



$$\frac{1}{2\sqrt{a}+a\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{a}-a\sqrt{2}}{2\sqrt{a}-a\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{a}-a\sqrt{2}}{4a-2a^2}$$

۱۴. $(\frac{b}{r})^2$ یعنی $(\frac{r}{b})^2$ را اضافه و کم می‌کنیم:

$$\text{الف)} \quad x^2 - 6x - 7 = x^2 - 6x + 9 - 9 - 7 = 0$$

$$(x-3)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} x-3=4 \Rightarrow x=7 \\ x-3=-4 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

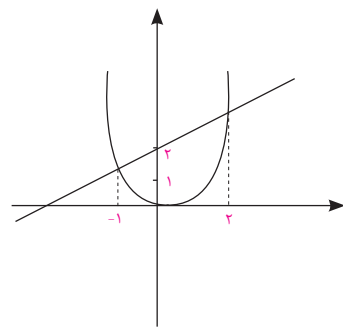
$$\text{ب)} \quad \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(2)(-5) = 49$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-7}{4} = -1 \end{cases}$$

$$\text{ج)} \quad x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = x + 2$$

معادله دو جواب دارد.

$$x_1 = 2, x_2 = -1$$



$$\Delta < 0 \Rightarrow 4 - 4(m-1)(2) < 0$$

$$4 - 12m + 12 < 0$$

$$\frac{16}{12} < \frac{12}{12}m \Rightarrow \frac{16}{12} < m$$

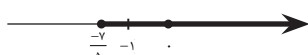
$$\Rightarrow m > \frac{4}{3}$$

$$2(1-x) - 3(1+x) \leq 6$$

$$2 - 2x - 3 - 3x \leq 6$$

$$-5x \leq 7$$

$$x \geq \frac{-7}{5}$$



تعداد روزهای ماندن = x

$$70/000 + 130/000 + 50/000 \leq 470/000$$

$$50/000 \leq 270/000$$

$$x \leq \frac{270/000}{50/000} = 5/000 \quad \text{حداکثر پنج روز}$$

$$\text{ب)} \quad y + 3x = 2 \Rightarrow y = -3x + 2$$

$$m = -3 \Rightarrow \text{شیب خط خواسته شده} = \frac{1}{3}$$

$$y - (-2) = \frac{1}{3}(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x - 2$$

$$\sin 45^\circ = \frac{10}{z} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10}{z}$$

$$\sqrt{2}z = 20 \Rightarrow z = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{x}{z} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{10\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10 \times 2}{2} = 10$$

$$\tan 30^\circ = \frac{10}{x+y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$$

$$y = 10\sqrt{3} - x = 10\sqrt{3} - 10$$

$$\sin^2 30^\circ - \cos 60^\circ + 2 \tan 30^\circ$$

$$= (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 2(\frac{\sqrt{3}}{3}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$= -\frac{1}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{(\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)}{(\sin \theta + \cos \theta)}$$

$$= 1 - \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{x-1}{2x-3} - \frac{x^2+4}{4x^2-9}$$

$$= \frac{x-1}{2x-3} - \frac{x^2+4}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{(x-1)(2x+3) - (x^2+4)}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{2x^2 + x - 3 - x^2 - 4}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{x^2 + x - 7}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$\frac{(2x-5y)(2x+5y)}{x+4} \div \frac{xy(2x+5y)}{(x+4)^2}$$

$$= \frac{(2x-5y)(2x+5y)}{(x+4)} \times \frac{(x+4)^2}{xy(2x+5y)}$$

$$= \frac{(2x-5y)(x+4)}{xy}$$

$$\frac{12x^2 + 36x - 1}{12x^2 + 12x^2} \mid \frac{x+1}{12x^2 - 12x + 48}$$

$$-12x^2 + 36x - 1$$

$$-12x^2 - 12x$$

$$48x - 1$$

$$48x + 48$$

$$-49$$

حل مسائل ریاضی ۱



۱. الف) راست

ب) گنگ

ج) ۳/۱۴

د) فاصله

$$\sqrt{40} + 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{2^3 \times 5} + 2\sqrt{2^3} - \sqrt{2^2 \times 5^2} + 3\sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$$

$$= 5\sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$(a+2b)^2 - a(a-2b)^2$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 - a(a^2 - 4ab + 4b^2)$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 - a^3 + 4a^2b - 4ab^2$$

$$= 10a^2b + 4ab^2 + 4b^2$$

$$(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$$

$$OA = \sqrt{(-1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$AB = \sqrt{(2-(-1))^2 + (2-2)^2} = \sqrt{9}$$

$$S = OA \times AB = \sqrt{5} \times 3 = 3\sqrt{5}$$

$$(2m-1)(-3) + \frac{2}{3}(m+1) = 7$$

$$\frac{-6m+3}{3} + \frac{2m+2}{3} = 7$$

$$-18m+9+2m+2=21$$

$$-16m=10 \Rightarrow m = -\frac{10}{16} = -\frac{5}{8}$$

۷. الف) محل تلاقی دو خط همان

جواب دستگاه زیر است:

$$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 2x-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=5 \\ 2x-2y=10 \end{cases}$$

$$5x=15$$

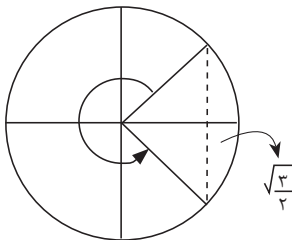
$$x=3$$

$$\Rightarrow y=-2 \Rightarrow A \mid_{-2}$$

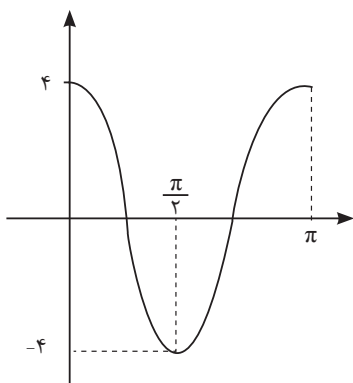
حل مسائل ریاضی ۲

$$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \cos 210^\circ \\ &= \sin\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + \cos(180^\circ + 30^\circ) \\ &= \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \cos 30^\circ \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= 30^\circ = \frac{\pi}{6} \\ \theta &= 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ = \frac{11\pi}{6} \end{aligned}$$



$$T = \frac{7\pi}{2} = \pi$$



$$\begin{aligned} \text{حداکثر} &= 4 \\ \text{حدادقل} &= -4 \\ \text{محل برخورد با محور } x &= \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

$$BC^T = AC^T + AB^T - 2(AC)(AB) \cos \hat{A}$$

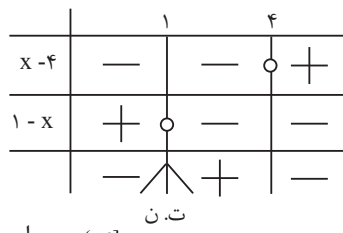
$$\Rightarrow BC^T = 16 + 9 - 2(4)(3)\left(-\frac{1}{2}\right) = 37$$

$$BC = \sqrt{37}$$

$$S = \frac{1}{2}(AC)(AB) \sin \hat{A} = \frac{1}{2}(4)(3)\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right) = 3\sqrt{7}$$

$$\frac{\sin \hat{C}}{c} = \frac{\sin \hat{A}}{a} \Rightarrow \frac{\sin \hat{C}}{3} = \frac{\sin \hat{A}}{\sqrt{37}}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{3}{\sqrt{37}} \sqrt{\frac{3}{37}}$$



ت. ن. جواب = (1, 4]

۵. الف نمودار $y = 3^{x+1}$ و ب نمودار $y = 3^{x+1}$ است (نقطه یابی کنید؛ مثلاً $x = 0$).

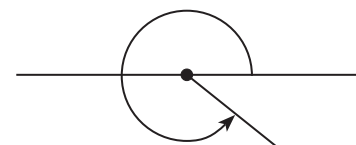
$$\begin{aligned} (x^7)^{\frac{1}{7}} &= \frac{1}{4} \\ \Rightarrow x^{\frac{7}{7}} &= \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{به توان } \frac{7}{7}} \\ \Rightarrow (x^{\frac{7}{7}})^{\frac{7}{7}} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{7}{7}} = (3^{-2})^{\frac{7}{7}} \\ x &= 3^2 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_9 \sqrt{7} - 2 \log_9 \frac{1}{5} \\ &= \log_9 \sqrt{7} + \log_9 \sqrt{7} - 2 \log_9 5^{-1} \\ &= \log_9 \sqrt{7} + \log_9 \sqrt{7} + 4 \log_9 5 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 4 = \frac{19}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log(x+1) - \log(x-1) &= 2 \log 2 - 1 \\ \Rightarrow \log \frac{x+1}{x-1} &= \log 2^2 - \log 10 \\ \Rightarrow \log \frac{x+1}{x-1} &= \log \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{10} \\ \Rightarrow 10(x+1) &= 4(x-1) \Rightarrow 6x = -14 \\ x &= -\frac{14}{6} = -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

و با توجه به دامنه لگاریتم نیز این جواب غیر قابل قبول است و معادله ریشه حقیقی ندارد.

$$\begin{aligned} \frac{D}{180} &= \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{\frac{11\pi}{\pi}}{\pi} \\ D &= \frac{180 \times 11}{\pi} = 330^\circ \end{aligned}$$



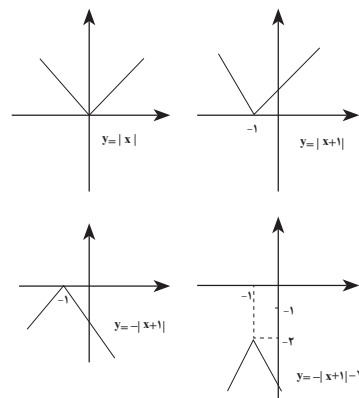
$$\begin{aligned} \begin{cases} a_1 + a_1 = 56 \Rightarrow a_1 + 8d + a_1 + 9d = 56 \\ a_5 = 10 \Rightarrow a_1 + 4d = 10 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 17d = 56 \\ a_1 + 4d = 10 \end{cases} \\ \times (-2) \quad \begin{cases} 2a_1 + 17d = 56 \\ -2a_1 - 8d = -20 \end{cases} \\ 9d = 36 \Rightarrow d = 4 \\ \Rightarrow a_1 = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= -6 + (n-1)(4) \\ a_{17} &= -6 + 16(4) = 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الف. ۲} \\ a - b = 3 \Rightarrow a + b = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب} \\ f(-1) + f^{-1}(5) &= (4-1) + (4-1) = 6 \end{aligned}$$

$$\text{۳.}$$



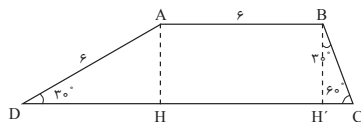
$$\begin{aligned} \text{الف. ۴} \\ x(x^2 - 4) &= 0 \\ x &= 0, x = \pm 2 \\ D &= R - \{0, -2, 2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب} \\ \frac{x-4}{1-x} &\geq 0 \\ x-4 &= 0 \Rightarrow x = 4 \\ 1-x &= 0 \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{2 \times 6}{2\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

۵.



$$AD = 6, \hat{D} = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{2} AD = 3$$

$$\Rightarrow DH^2 = AD^2 - AH^2 = 36 - 9 = 27$$

$$\Rightarrow DH = 3\sqrt{3}, BH' = AH = 3, CH' = \frac{BC}{2}$$

$$BC = 2CH'$$

$$BC^2 = BH'^2 + CH'^2 \Rightarrow 4CH'^2 = 9 + CH'^2$$

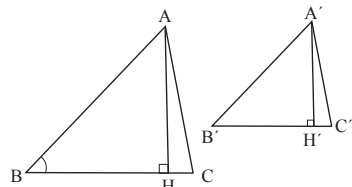
$$\Rightarrow 3CH'^2 = 9, CH' = \sqrt{3}$$

$$HH' = AB = 6 \Rightarrow CD = DH + HH' + CH' = 3\sqrt{3} + 6 + \sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \times AH$$

$$= \frac{6 + 4\sqrt{3} + 6}{2} \times 3 = 6(3 + \sqrt{3})$$

۶.



$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Rightarrow \hat{B} = \hat{B}',$$

$$\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta A'B'H'$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = K$$

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'} = K$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \cdot AH}{\frac{1}{2} B'C' \cdot A'H'} = \left(\frac{BC}{B'C'}\right) \left(\frac{AH}{A'H'}\right)$$

$$= K \times K = K^2$$

۷. از قضیه تالس در مثلث‌های ABF و EBF کمک می‌گیریم:

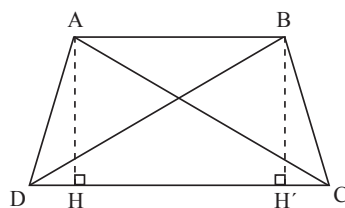
$$CD \parallel AB \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{DF}{BF}$$

$$CD \parallel EF \Rightarrow \frac{CD}{EF} = \frac{BD}{BF}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{AB} + \frac{CD}{EF} = \frac{DF + BD}{BF} = \frac{BF}{BF} = 1$$

$$\Rightarrow CD \left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{EF} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{CD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{EF}$$



چون: $AB \parallel HH'$ پس $\Delta BH'H$ مستطیل است. در نتیجه: $AH = BH'$ بنابراین:

$$AH = BH', AC = DB \text{ (فرض)},$$

$$\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \Rightarrow \Delta ACH \cong \Delta BDH'$$

$$\Rightarrow DH' = CH \Rightarrow DH' - HH' = CH - HH'$$

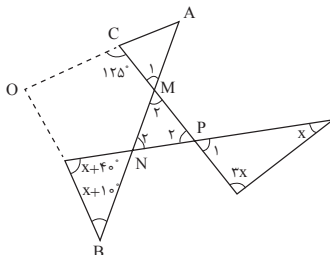
$$\Rightarrow DH = CH'$$

$$(DH = CH', BH' = AH, \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ)$$

$$\text{(ضریض)}$$

$$\Rightarrow \Delta ADH \cong \Delta BCH' \Rightarrow AD = BC$$

۲.



$$\hat{P}_1 = \hat{P}_2 = 180^\circ - 4x$$

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = x + 10^\circ$$

$$O\hat{C}M = \hat{A} + \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 125^\circ - \hat{A}$$

$$= 125^\circ - (x + 10^\circ) = 115^\circ - x$$

$$\hat{N}_1 = \hat{N}_2 = 180^\circ - (x + 40^\circ + x + 10^\circ) = 130^\circ - 2x$$

$$\hat{M}_2 + \hat{N}_2 + \hat{P}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 115^\circ - x + 130^\circ - 2x + 180^\circ - 4x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7x = 245^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

۳.

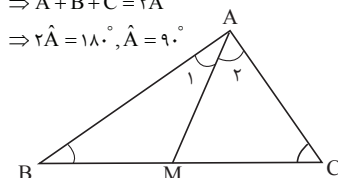
$$AM = \frac{BC}{2} \Rightarrow AM = MB = MC$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}, \hat{A}_2 = \hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B} + \hat{C} = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2)$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2\hat{A}$$

$$\Rightarrow 2\hat{A} = 180^\circ, \hat{A} = 90^\circ$$



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot AH$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4 + 36 = 40$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}, 2A^2 + I = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$(2A^2 + I)^{-1} = \frac{1}{27} \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۴.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B =$$

$$\frac{1}{-2 - (-3)} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

۱۵.

$$\text{الف) حرف O را کنار می‌گذاریم.}$$

$$\text{حال:}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \underbrace{4 \times 3 \times 2}_{= 24} = 96$$

سایر خانه‌ها انتخاب یک خانه برای L (ب) O و L را در یک دسته قرار می‌دهیم. بنابراین دو خانه باقی می‌ماند.

$$\text{پس:}$$

$$\underbrace{2!}_{\text{جایگشت‌های O و L}} \times 4 \times 3 = 24$$

$$p(n, r) = c(n, r) \quad (n \geq r)$$

۱۷.

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)! 3!}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-r)! 6}$$

$$\Rightarrow n - 2 = 6 \Rightarrow n = 8$$

۱۸.

$$\text{الف) } \binom{12}{3} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 220$$

$$\text{ب) } \binom{4}{1} \binom{5}{1} \binom{3}{1} = 4 \times 5 \times 3 = 60$$

حل مسائل هندسه

۱

هوشنگ شرقی

۱. ارتفاع‌های AH و BH' را رسم می‌کنیم. AH و BH' بر BC عمود و در نتیجه با هم موازی‌اند.

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 12, 2(ab + ac + bc) = 24$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc = 12$$

$$\Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\Rightarrow (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2ac + c^2) + (b^2 - 2bc + c^2) = 0$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 = 0$$

$$(a-b)^2 \geq 0$$

$$(a-c)^2 \geq 0, (b-c)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow a-b = a-c = b-c = 0$$

$$\Rightarrow a = b = c \Rightarrow 3a^2 = 12 \Rightarrow a^2 = 4$$

$$\Rightarrow a = b = c = 2 \Rightarrow V = abc = 8$$

در نتیجه، مثلث AEH قائم الزاویه

هم هست و بنابراین زوایای حاده آن

$$\angle AEH = \angle HAE = 45^\circ \text{ هستند}$$

۱۱. اگر ضلع قاعده را a و ارتفاع منشور

را h در نظر بگیریم، طبق فرض داریم:

$$\text{مساحت کل } S = 4ah + 2a^2 = 182$$

$$\Rightarrow a^2 + 2ah = 91, a + h = 10$$

$$\Rightarrow h = 10 - a \Rightarrow a^2 + 2a(10 - a) = 91$$

$$\Rightarrow a^2 - 20a + 91 = 0 \Rightarrow (a-7)(a-13) = 0$$

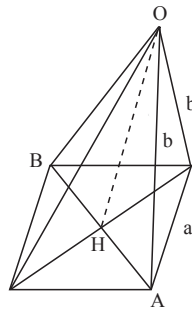
$$\Rightarrow a = 13 \text{ (غرض)}, a = 7 \Rightarrow h = 3$$

$$V = a^2 h = 49 \times 3 = 147$$

۱۲. پای ارتفاع هرم، وسط قاعده (محل

برخورد قطرهای) است. بنابراین می توان

نوشت:



$$HA = \frac{1}{2} AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Delta OHA : OH^2 + HA^2 = OA^2$$

$$\Rightarrow OH^2 + \frac{a^2}{2} = b^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = b^2 - \frac{a^2}{2} \Rightarrow OH = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S h = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}$$

۱۳. اگر شعاع قاعده مخروط و شعاع کره

را R بنامیم، طبق فرض داریم:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = 288\pi \Rightarrow R^3 = 216 \Rightarrow R = 6$$

و اگر ارتفاع مخروط و منشور را با h

نمایش دهیم، داریم:

$$S h = 10\sqrt{3}, S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2^2) = \sqrt{3}$$

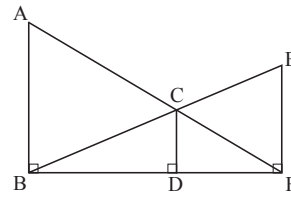
$$\Rightarrow \sqrt{3} h = 10\sqrt{3}, h = 10$$

و از آنجا حجم مخروط برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (6)^2 \times 10 = 120\pi$$

۱۴. اگر ابعاد مکعب مستطیل را a، b و c

بنامیم، طبق فرض داریم:



$$\hat{M}_1 = \hat{A}, \hat{C} = \hat{C} \Rightarrow \Delta MCN \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{CN}{BC} = \frac{MC}{AC} \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{MC}{BC} \Rightarrow \frac{AC^2}{2} = MC \cdot BC$$

$$\Rightarrow AC^2 = 2MC \cdot BC$$

$$\Rightarrow AC^2 = 2MC \cdot BC$$

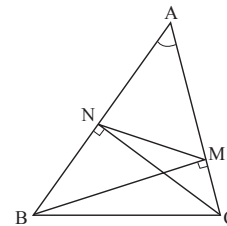
$$\hat{A} = \hat{A}, \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \Rightarrow \Delta AMB \sim \Delta ANC$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$(\hat{A} = \hat{A}, \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}) \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{1/\sqrt{5}}{BC} \Rightarrow BC = 5/\sqrt{5} \text{ cm}$$



۱۰. مطابق شکل زاویه AEH

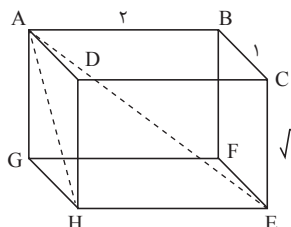
موردنظر است. مثلث AEH را در نظر

می گیریم:

$$AH = \sqrt{AG^2 + GH^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

$$AE = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{1+4+3} = 2\sqrt{2}$$

$$HE = 2$$



بنابراین، در این مثلث متساوی الساقین،

مربع ضلع بزرگ برابر با مجموع

مربع های دو ضلع دیگر است:

$$AE^2 = AH^2 + HE^2$$

حل مسائل هندسه ۲

هوشنگ شرقی

۱.

n	...	4	3	2	1	شماره شکل
n ²	...	16	9	4	1	تعداد مثلث های کوچک

۲. فرض: ABC یک مثلث است.

حکم: AB + BC > AC

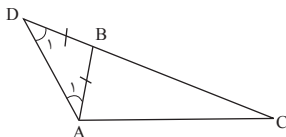
برهان: ضلع BC را از رأس B

امتداد می دهیم و به اندازه AB روی آن

جدا می کنیم تا نقطه D به دست آید.

سپس D را به A وصل می کنیم. در

مثلث ABD داریم:



$$BD = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1$$

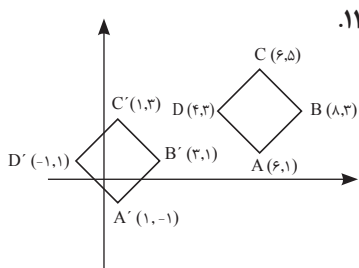
همچنین در مثلث ADC داریم:

$$DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC$$

با توجه به شکل $\hat{D}_1 < \hat{A}_1$

بنابراین $\hat{D}_1 < \hat{A}_1$ در نتیجه: DC > AC

. بنابراین: AB + BC > AC



الف) $T(x, y) = (x - 2, y - 2)$

$$\left. \begin{aligned} A(1, 1) &\rightarrow A'(-1, -1) \\ B(3, 1) &\rightarrow B'(1, 1) \\ C(3, 5) &\rightarrow C'(1, 3) \\ D(1, 3) &\rightarrow D'(-1, 1) \end{aligned} \right\}$$

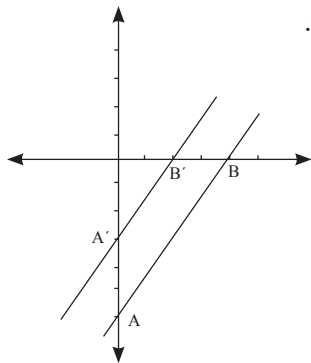
ب)

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{(1-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ A'B' &= \sqrt{(-1-1)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB = A'B'$$

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{3-1}{1-1} = 1 \\ m_{A'B'} &= \frac{1-(-1)}{-1-(-1)} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{AB} = m_{A'B'}$$

ج) بله، چون تبدیل انتقال ایزومتري

است.



$$L: 3x - 2y - 12 = 0$$

$$D(x, y) = \left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{2}y\right)$$

$$A(1, -6) \xrightarrow{D} A'(\frac{1}{3}, -3)$$

$$B(3, 0) \xrightarrow{D} B'(1, 0)$$

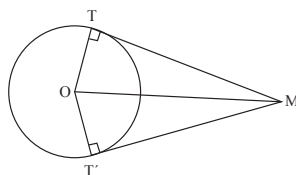
$$m' = \frac{0-(-3)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{2} \Rightarrow L': y - 0 = \frac{9}{2}(x - 1)$$

$$\Rightarrow y = \frac{9}{2}x - \frac{9}{2}$$

۱۳. دوران حول C و به اندازه ۶۰° را

تبدیل T می‌نامیم. با این تعریف روشن

است که: $T(A) = B, T(D) = E, T(C) = C$
 $\Rightarrow T(\triangle ADC) = \triangle BEC$



$$R = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow R = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 8$$

$$OH = R |\cos \alpha| \Rightarrow OH = 4 |\cos 30^\circ| = 2\sqrt{3}$$

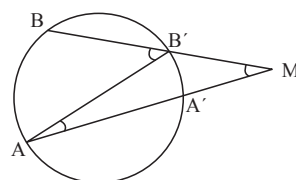
۸. امتداد وترهای AA' و BB' از دایره در نقطه M یکدیگر را قطع کرده‌اند. پاره خط AB' را رسم می‌کنیم.

$$\widehat{AB'B} = \widehat{B'AM} + \widehat{AMB'}$$

(زاویه خارجی مثلث AMB')

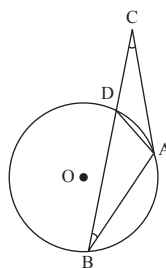
$$\Rightarrow \widehat{AMB'} = \widehat{AB'B} - \widehat{B'AM} = \frac{\widehat{AB}}{2} - \frac{\widehat{A'B'}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMB'} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{A'B'}}{2}$$



$$\left. \begin{aligned} AC = AB &\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \\ \triangle ABC: \widehat{B} &= \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ محاطی} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{DAC} &= \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ ظلی} \\ \Rightarrow \widehat{DAC} &= \widehat{C} \Rightarrow DC = DA \end{aligned} \right\}$$



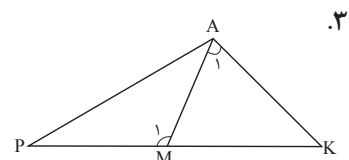
۱۰. یک مماس مشترک داخلی و دو مماس مشترک خارجی دارند.

$$\left\{ \begin{aligned} R &= 4 \\ R' &= 9 \end{aligned} \right.$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

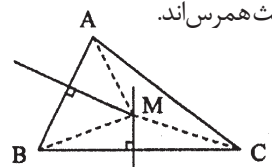
$$TT' = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2}$$

$$TT' = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$



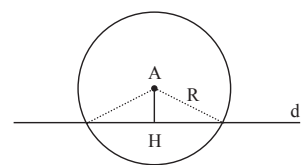
$$\left. \begin{aligned} PM &= AK \\ \triangle AMP, \triangle MK &: AM = AM \end{aligned} \right\} \Rightarrow AP > MK$$

۴. عمودمنصف‌های دو ضلع AB و BC از مثلث ABC را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند چون M روی عمودمنصف AB است پس: $MA = MB$ (۱) و چون M روی عمودمنصف BC است پس: $MA = MC$ (۲) از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود: $MA = MB = MC$. بنابراین نقطه M از دو سر پاره خط AC به یک فاصله است. یعنی نقطه M روی عمودمنصف AC است. پس عمودمنصف‌های ضلع‌های هر مثلث هم‌مس اند.



۵. دایره‌ای به شعاع R و به مرکز A رسم می‌کنیم. محل برخورد این دایره با خط d جواب مسئله است.

اگر: $AH > R$ ، مسئله جواب ندارد.
 اگر: $AH = R$ ، مسئله یک جواب دارد.
 اگر: $AH < R$ ، مسئله دو جواب دارد.



۶. چون شعاع در نقطه تماس برخط مماس عمود است، نتیجه می‌گیریم:
 $\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ$

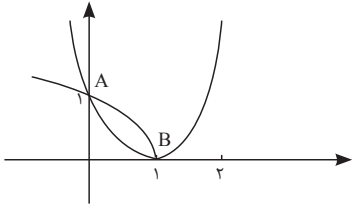
$$\left\{ \begin{aligned} \hat{T} &= \hat{T}' = 90^\circ \\ OT &= OT' \Rightarrow \triangle OMT \cong \triangle OMT' \\ OM &= OM \end{aligned} \right. \Rightarrow MT = MT'$$

$$f(x) = \sqrt{1-x}, \quad ۳.$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$\Rightarrow A(0,1), B(1,0)$$

$$\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$$



(الف. ۴)

$$x(x-1) + 3(x-3) = 5(x-1)(x-3)$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 22x + 24 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-8)(2x-3) = 0 \Rightarrow$$

$$x = 4, \frac{3}{2}$$

مجموعه جواب $\left\{ \frac{3}{2}, 4 \right\}$

ب) $x-1 \leq 0 \Rightarrow |x-1| = 1-x, x-3 < 0 \Rightarrow$
 $|x-3| = 3-x \Rightarrow y = 4-2x$

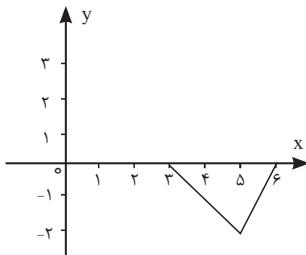
ج) $[-2, 5]$: صعود اکید

$[5, +\infty)$: نزولی اکید

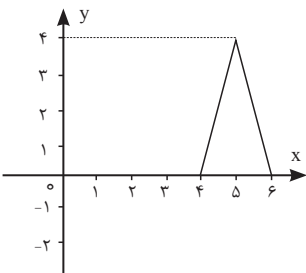
$[2, 5]$: ثابت

د) $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$

۵.



$$y = f(x-3)$$



$$y = -2f(x-3)$$

۶. $fog(0) = f(g(0)) = f(4) = \sqrt{4-3} = 1,$

وجود ندارد $fog(3) = f(g(3)) = f(2)$

$$fog(5) = f(g(5)) = f(6) = \sqrt{6-3} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow fog = \{(0,1), (5, \sqrt{3})\}$$

$$D_f = \{3, 5\}$$

۱۷. فرض کنیم: $P \parallel P'$ و $d \subset P$. اگر خط d با صفحه P' متقاطع باشد، پس صفحه P با صفحه P' متقاطع خواهد بود که این خلاف فرض است. پس: $d \parallel P'$. برعکس، فرض کنیم هر خط مانند d از صفحه P با صفحه P' موازی باشد. اگر صفحه P با صفحه P' متقاطع باشد، آن گاه در یک خط مانند L مشترک خواهند بود. اگر خط d در صفحه P متقاطع با L در نقطه A رسم شود، خط d صفحه P' را در نقطه A قطع کرده که این خلاف فرض است. پس: $P \parallel P'$.

۱۸. الف) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متناظر می گوئیم.

ب) فرض کنید خط L بر صفحه P عمود است و آن را در نقطه A قطع کرده است. فرض کنید L' خط دلخواهی در صفحه P باشد. از نقطه A در صفحه P خط L'' را به موازات L' رسم می کنیم. از آنجا که L بر L'' عمود و L' با L'' موازی است. L بر L' هم عمود است.

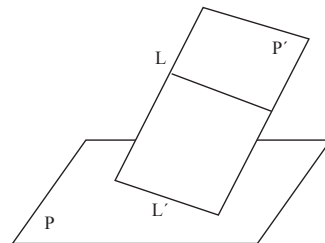
و چون دوران ایزومتري است، پس: $BE = AD$ و نیز طبق ویژگی دوران AD و BE زاویه های مساوی دوران با هم می سازند: $\angle AFB = 60^\circ$.

۱۴. الف) نادرست (ب) درست
پ) درست (ت) نادرست

۱۵. برای اثبات این قضیه دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می گیریم.

الف) خط L در صفحه P قرار ندارد. فرض کنیم P' صفحه گذرنده از L باشد که P را در خط P' قطع می کند. L و L' هر دو در صفحه L' هستند و یکدیگر را قطع نمی کنند. زیرا از متقاطع بودن L و L' نتیجه می شود که خط L صفحه P را قطع می کند که این خلاف فرض است. پس با هم موازی اند.

ب) خط L در صفحه P قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه P' متمایز از P که از L می گذرد، صفحه P را در همان خط L قطع می کند و درستی قضیه روشن است.



۱۶. از دو خط L_1 و L_2 صفحه P را می گذرانیم. اگر L_3 در صفحه P باشد، حکم برقرار است. در صورتی که L_3 در صفحه P نباشد. چون L_3 با L_1 و L_2 متقاطع است، پس صفحه P را در نقطه مشترک L_1 و L_2 قطع می کند. زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه متمایز قطع کند. یعنی L_3 به تمامی در صفحه P قرار می گیرد که این خلاف فرض است.

حل سؤالات حسابان

مسائل امتحان نهایی

هماهنگ کشوری - خرداد ۹۱

$$\left. \begin{aligned} 144 &= 3^2 \times 2^4 \\ 45 &= 3^2 \times 5 \\ 63 &= 3^2 \times 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3^2 \text{ ب. م. م. و}$$

$$28 = 2^3 + 5 + 7 = \text{تعداد شیشه ها}$$

$$\frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

مجموع تمام جملات



نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۴۰۰۰ بانک تجارت شعبه سدره ازمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱- مراجعه به وبگاه مجلات رشد: نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات قبض واریزی.

۲- ارسال اصل قبض بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (قبض قبض را نیز خود نگه دارید).

نام مجلات در خواستی:

نام و نام خانوادگی:

تاریخ تولد:

تلفن:

نشانی کامل پستی:

شهرستان:

استان:

شماره قبض:

پلاک:

در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

امضا:

.....

نشانی: تهران، تهران، صندوق پستی: افورمیتور کین: ۱۶۵۹۵۱۱۱

www.roshdmag.ir

وبگاه مجلات رشد: ۰۲۱-۷۷۲۳۶۶۵۶ / ۷۷۲۳۵۱۱۰ / ۷۷۲۳۹۱۷۳-۱۴

اشتراک مجله:

• هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال
• هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

سؤالات جبر واحد

هماهنگ کشوری - خرداد ۹۱

$$P(1): 1 + \sqrt{3} \geq 1 + \sqrt{3} \quad ۱.$$

$$P(k): (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3}$$

$$P(k+1): (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3}$$

دو طرف فرض را در $1 + \sqrt{3}$ ضرب

می‌کنیم

$$(1 + \sqrt{3})^k (1 + \sqrt{3}) \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$$

$$(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$$

برای اثبات حکم کافی است ثابت

کنیم:

$$(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sqrt{3} + k\sqrt{3} + 3k \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 3k \geq 0. \quad (\text{بدیهی است}).$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x - \pi)}{(x - \pi)(x + \pi)(\sqrt{x} + \pi)} = \frac{1}{\lambda \times \pi} = \frac{1}{3\pi}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pi^+} (x - [x]) = \pi - \pi = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} \\ = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} \\ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۲.

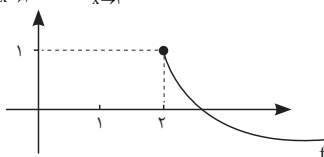
$$\text{شرط پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 1^+} (a - |x - 1|) = a$$

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x - 1)} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \quad ۱۳.$$



۱۴.

$$f(1) = 2(1)^2 - 1 = 1 \quad y' = 4x - 1$$

$$m = -\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\text{الف) } y' = 3x^2 - \frac{1}{x^2} \quad ۱۵.$$

$$\text{ب) } y' = 3 \times 4 \times 2 \times (2x - 5)^2 + \frac{1}{3\sqrt{x^2}}$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1 - 2)^2 = (x_2 - 2)^2, \quad ۷.$$

$$x_1 - 2 \geq 0, x_2 - 2 \geq 0.$$

$$\Rightarrow x_1 - 2 = x_2 - 2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

$$y = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = (x - 2) \Rightarrow \sqrt{y} + 2 = x$$

$$x = \sqrt{y} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad ۸.$$

$$\Rightarrow \cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 22.5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2 22.5^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

۹.

$$\cos x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2 \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۱۰.

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos(\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{4}) = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{3}{16}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{19}{16}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{19}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{19}}$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x - \pi)(x + \pi)} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} \quad ۱۱.$$

۲. الف) درست است:

راحل اول:

$$\begin{aligned} a &= \Delta q \\ b &= \Delta t \end{aligned} \Rightarrow a + b = \Delta q + \Delta t = \Delta(q + t) \\ = \Delta(\tau k) = 1 \cdot k$$

(q + t) زوج است $\Rightarrow q, t$ فرد هستند

راحل دوم:

$$\begin{aligned} a &= \Delta(\tau t + 1) \\ b &= \Delta(\tau t' + 1) \end{aligned} \Rightarrow a + b = \Delta(\tau t + 1) + \Delta(\tau t' + 1) \\ = 1 \cdot (t + t' + 1) = 1 \cdot k$$

ب) نادرست است:

$$\text{مثال نقض: } a = -2 < 0 \rightarrow a^2 = 4 > 0$$

پ) نادرست است:

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= \Delta \\ c &= 2 \end{aligned} \Rightarrow b\sqrt{ac} = \Delta\sqrt{4} = 1 \cdot 1 = 1$$

۳. باقی مانده‌های تقسیم اعداد طبیعی بر

۲۴، یکی از ۲۴ عدد ۰ و ۱ و ۲ و ... و ۲۳

هستند. بنابراین $m = 50$ کبوتر و $n = 24$

لانه کبوتر داریم. طبق تعمیم یافته اصل

لانه کبوتر، به اندازه $1 + \left[\frac{m-1}{n}\right]$ کبوتر

وارد یک لانه می‌شوند:

(لاقل سه عدد باقی مانده یکسانی

خواهند داشت.) $1 + \left[\frac{m-1}{n}\right] = \left[\frac{49}{24}\right] + 1 = 3$

$$4. \quad a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2a + 2b + 2c$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 1 + 1 + 1 - 2a - 2b - 2c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \geq 0$$

و چون همه مراحل برگشت پذیر

هستند، پس اثبات کامل است.

$$5. \quad \text{فرض خلف: } n \neq 2k + 1 \Rightarrow n = 2k$$

$$\Delta n + 3 = \Delta(2k) + 3 = 1 \cdot k + 3$$

$$= 2(\Delta k + 1) + 1 = 2q + 1$$

پس $\Delta n + 3$ عددی فرد است و این

تناقض نشان می‌دهد که فرض خلف

نادرست است.

۶.

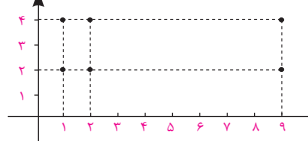
$$A = \{2, 4\}, B = \{1, 4, 9\}$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$= \{2, 4, 1, 9\} - \{4\} = \{2, 1, 9\}$$

$$(A \Delta B) \times A = \{2, 1, 9\} \times \{2, 4\}$$

$$= \{(2, 2), (2, 4), (1, 2), (1, 4), (9, 2), (9, 4)\}$$



$$7. \quad \text{الف) } (C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B)$$

$$= (C \cap A \cap B) \cup (A \cap C') \cup (A \cap B')$$

$$= A \cap [(C \cap B) \cup (C' \cup B')]$$

$$= A \cap [(C \cap B) \cup (C \cap B)'] = A \cap U = A$$

$$\text{ب) } A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B$$

$$\Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

$$\Rightarrow B' \subseteq A'$$

$$8. \quad \text{الف) } \forall (a, b) \in R^2, (a, b)R(a, b)$$

رابطه بازتابی $\Rightarrow ab = ab$

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)$$

$$(a, b)R(c, d) \Rightarrow ab = cd \Rightarrow cd = ab$$

$$\Rightarrow (c, d)R(a, b) \quad \text{رابطه تقارنی}$$

$$(a, b)R(c, d) \Rightarrow (a, b)R(c, f)$$

$$(c, d)R(e, f) \Rightarrow (a, b)R(e, f)$$

$$ab = cd \Rightarrow ab = ef \Rightarrow (a, b)R(e, f)$$

$$cd = ef \Rightarrow (a, b)R(e, f) \quad \text{رابطه متعدی}$$

R هر سه خاصیت را دارد، پس

هم‌ارزی است.

$$\text{ب) } [(-1, 2)] = \{(x, y) | (x, y)R(-1, 2)\}$$

$$= \{(x, y) | xy = -2\}$$

۹.

$$\text{الف) } S = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1),$$

$$(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 2, 2)\}$$

$$\text{ب) } A = \{(1, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2)\}$$

$$\text{پ) } B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2)\}$$

$$\text{ت) } B - A = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2)\}$$

۱۰.

$$\text{الف) } P(A) = \frac{C(2, 2) \times C(1, 1)}{C(1, 2)} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } P(B) = \frac{C(2, 1) \times C(2, 1) \times C(2, 1)}{C(1, 2, 2)}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{4} = 1$$

$$= \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$$

۱۱.

$$P(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{12}{4}}{2^{12}}$$

۱۲.

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

$$P(a) = \frac{1}{2} P(b)$$

$$P(b) = \frac{1}{3} P(c)$$

$$P(c) = x$$

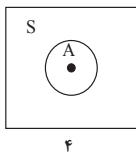
$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{6}{9}$$

$$\text{الف) } P(a) = \frac{1}{9}, P(b) = \frac{2}{9}, P(c) = \frac{6}{9}$$

$$\text{ب) } P\{b, c\} = P(b) + P(c) = \frac{2}{9} + \frac{6}{9} = \frac{8}{9}$$

۱۳.

$$P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{\frac{1}{4}\pi}{\frac{1}{16}\pi} = \frac{\pi}{\pi} = 1$$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{2}{3} = P(A) - P(A \cap B) + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} = P(A - B) + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P(A - B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند.

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهانه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند)

لشدرک

(برای دانش‌آموزان ابتدایی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی)

لشدرک

(برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی)

لشدرک

(برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی)

لشدرک

(برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه اول)

لشدرک

(برای دانش‌آموزان دوره آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهانه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

لشدرک آموزش ابتدایی • رشد آموزش متوسطه • رشد تکنولوژی آموزشی

لشدرک مدرسه فردا • رشد مدیریت مدرسه • رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

لشدرک آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول) • رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم) • رشد آموزش قرآن • رشد آموزش معارف اسلامی • رشد آموزش زبان و ادب فارسی • رشد آموزش هنر • رشد آموزش مشاوره مدرسه • رشد آموزش تربیت بدنی • رشد آموزش علوم اجتماعی • رشد آموزش تاریخ • رشد آموزش جغرافیا • رشد آموزش زبان • رشد آموزش ریاضی • رشد آموزش فیزیک • رشد آموزش شیمی • رشد آموزش زیست‌شناسی • رشد آموزش زمین‌شناسی • رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار و دانش • رشد آموزش پهن دیستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

تلفن و فاکس: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

