

چشم‌اندازهای فلسفی در آموزش ریاضی و تأثیر آن بر یادگیری ریاضی

محسن یزدان‌فر، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و مدرس تاریخ و فلسفه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی شیراز
محمد رضا فدائی، استادیار آموزش ریاضی بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان

چکیده

در این مقاله، دو چشم‌انداز فلسفی عمده در آموزش ریاضی یعنی چشم‌اندازهای مطلق‌گرایی و جایز‌الخطاگرایی را معرفی کرده و به بیان دیدگاه‌های هر یک در مورد ماهیت دانش ریاضیات می‌پردازیم. در ادامه، نشان می‌دهیم که هر یک از فلسفه‌های ریاضی می‌تواند در درون یکی از این چشم‌اندازها قرار گیرد. همچنین به برداشت‌های این دو دیدگاه از آموزش ریاضیات مدرسه‌ای اشاره‌ای خواهیم داشت.

کلیدواژه‌ها: فلسفه، مطلق‌گرایی^۱، جایز‌الخطاگرایی^۲

را دشوار و مطلق تلقی می‌کنند و درست به همین دلیل به آن علاقه دارند و برخی هم به‌همین دلایل، از آن روی گردانند. به گفته‌ی غلام آزاد (۱۳۸۶)، مطالعات تاریخی نشان داده است که چگونگی در نظر گرفتن ریاضی توسط جامعه‌ی ریاضی، تأثیر عمیقی بر برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای داشته است و در نتیجه، بررسی چستی ریاضی و تجزیه و تحلیل فلسفی آن را می‌توان به‌عنوان پیش‌نیاز طراحی یا توسعه‌ی برنامه‌ی درسی ریاضی در نظر گرفت. به‌همین دلیل، غلام آزاد (۱۳۸۶) «بررسی نقش/ تأثیر دیدگاه‌های فلسفی در تحقیقات آموزش ریاضی و برنامه درسی ریاضی» را یکی از موضوعات مطالعاتی در آموزش ریاضی ایران می‌داند (ص ۲۹). از نظر زیبا کلام (۱۳۷۹) هم «برای یک معلم، دانستن فلسفه‌ی آموزش و پرورش و شناخت مکاتب مختلف فلسفی، اصلی‌ترین کار است و تحقق آن در دوره‌ی تربیت معلم در کنار کسب دانش مربوط به تاریخ علم، عملی است» (ص ۳۲). همچنین، فدائی (۱۳۷۷) در بحثی پیرامون تألیف کتب درسی ریاضی، با بر شمردن ۱۳ نکته‌ی اساسی، بی‌آن‌که بر جامع و مانع بودن آن‌ها اصرار بورزد، بر این امر تأکید می‌کند که دیدگاه فلسفی یاددهی و یادگیری ریاضی، بر تمام عوامل مؤثر بر تألیف کتب درسی نیز تأثیرگذار است. هیگنسون (۱۹۸۰: نقل شده از گویا، ۱۳۷۶) در معرفی مدلی

همواره در کلاس‌های ریاضی، با طرز تلقی‌های متفاوتی از ریاضی مواجه شده‌ایم که کم و بیش، به جامعه سرایت کرده است. بعضی‌ها از ریاضیات خاطره‌ی چندان خوشی ندارند و خود را در آن ناتوان می‌یابند. گروهی خود را از ریاضیات گریزان نشان می‌دهند و سعی می‌کنند سراغ رشته‌هایی بروند که کمتر با ریاضیات سر و کار داشته باشد. بسیاری از والدین برای موفقیت فرزندان خود در ریاضیات، اهمیت بیش‌تری نسبت به سایر دروس قائل می‌شوند و این را در صحبت‌ها و تشویق‌های خود نشان می‌دهند. بعضی، ریاضیات

برای تعیین آموزش ریاضی به نام MAPS، عنصر فلسفه را که با حرف A نمایش داده شده است، یکی از حوزه‌هایی می‌داند که در نظر گرفتن معرفت موجود در آن، یکی از شرایط لازم در به دست آوردن تصویری مناسب از آموزش ریاضی است. وجوه دیگر این مدل شامل ریاضی، روان‌شناسی و جامعه‌شناسی است. زیبا کلام (۱۳۷۹) هم در بحث خود از «دانش و برنامه‌ی درسی»، این سؤال را مطرح می‌کند که «ماهیت دانش چیست و براساس چه معیاری برنامه‌ریزان از خرمن دانش خوشه‌چینی می‌کنند؟» (ص ۳۰). وی در ادامه‌ی بحث خود، مشکل اساسی و عمیق گروه برنامه‌ریزان درسی

اهداف آموزش ریاضی، نقش معلم و دانش‌آموز و ریاضی در اجتماع و ارزش‌های مربوط به گروه‌های اجتماعی درگیر فعالیت‌های آموزش ریاضی، در فلسفه‌ی آموزش ریاضی مورد بررسی قرار می‌گیرد

را فقدان فیلسوف آموزش و پرورش در این گروه‌ها می‌داند. او هدف از بحث خود را این نمی‌داند که طرح برنامه‌ی درسی فقط باید به فیلسوفان و اگادار شود، بلکه از نظر وی، جامعه‌شناسان، روان‌شناسان و مورخان و متخصصان موضوعی نیز باید در طراحی برنامه‌های درسی موضوعی شرکت کنند.

مورتون، فلسفه را «همانا اندیشیدن درباره‌ی اندیشیدن» می‌داند. (ص ۲۴). این تعبیر، به درک ویتگنشتاین^۲ از فلسفه بسیار نزدیک است، چه از نظر او «هدف فلسفه، روشن‌سازی منطقی اندیشه‌هاست و گویی بدون فلسفه، اندیشه‌ها تار و نامتمیزند؛ و این فلسفه است که باید آن‌ها را روشن و متمایز سازد» ([۷]، ص ۴۹).

وظیفه‌ی اصلی فلسفه‌ی ریاضی نیز که یکی از شاخه‌های ریاضی است، روشن کردن ماهیت ریاضیات است. دیویس و هرش (۱۹۸۰) بیان می‌کنند «هرگاه کار روزانه‌ی شما ریاضی باشد، به نظر تان طبیعی‌ترین کار در دنیا را تجربه می‌کنید. اما اگر لحظه‌ای کارتان را متوقف کنید و ببینید که مشغول چه کاری بودید و این کارها چه معنایی داشت، ریاضیات را یکی از اسرارآمیزترین کارها خواهید یافت.» تجربه‌ی دیویس و هرش در تلفیق با تعبیر مورتون از فلسفه می‌تواند در روشن‌گری فلسفه‌ی ریاضیات مفید واقع شود. فلسفه‌های ریاضی از قبیل افلاطون‌گرایی^۴، منطقی‌گرایی^۵، شهودگرایی^۶، صورت‌گرایی^۷، و غیره و به‌طور کلی، بحث درباره‌ی

ماهیت اشیای ریاضی، از موضوعات مطرح در فلسفه‌ی ریاضیات است که تأثیر جدی بر آموزش آن می‌گذارد.

در واقع، آموزش ریاضی نیز مبانی فلسفی دارد که متوجه اهداف و عقلانیت نهفته در فعالیت‌های آموزش ریاضی است. به اعتقاد ارنست (۲۰۰۴)، با در نظر گرفتن این معنا، اهداف آموزش ریاضی، نقش معلم و دانش‌آموز و ریاضی در اجتماع و ارزش‌های مربوط به گروه‌های اجتماعی درگیر فعالیت‌های آموزش ریاضی، در فلسفه‌ی آموزش ریاضی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

آنچه که اخیراً در ایالات متحده آن را «جنگ‌های علمی»^۸ می‌خوانند درباره دیدگاه‌های فلسفی علم و ریاضیات به‌وجود آمده است. در حالی که درگیری‌های اولیه بین واقع‌گرایان^۹ و ساخت و سازگرایان اجتماعی^{۱۰} به‌منظور توجیه ماهیت علم ایجاد شده بود و بعد، بحث‌هایشان به دامنه‌ی ریاضیات نیز کشیده شد. از یک طرف بنیادگرایان^{۱۱} و مطلق‌گرایان ادعا می‌کنند که ریاضیات قطعی و فزاینده است و به‌وسیله‌ی مطلوبیت‌های اجتماعی و الگوهای معمولی رشد تاریخی لمس نمی‌شود و از طرف دیگر، جایز‌الخطاگراها، انسان‌گراها^{۱۲}، نسبی‌گراها^{۱۳} و ساخت و سازگرایان اجتماعی ادعا می‌کنند که ریاضیات از هر حیث اجتماعی و تاریخی است و محدودیت‌های فرهنگی در مورد ادعاهای قطعیت، جهان شمول بودن و مطلق بودن آن وجود دارد (ارنست، ۱۹۸۹). به‌طور کلی طرز تلقی‌ها از ریاضیات در دو چشم‌انداز عمده قرار می‌گیرند که هر یک را به‌طور مختصر توضیح می‌دهیم.

چشم‌انداز مطلق‌گرایی: به گفته‌ی ارنست (۲۰۰۴)، در فلسفه‌ی آموزش ریاضی، چشم‌اندازی وجود دارد که مطلق‌گرایی نامیده می‌شود. مطلق‌گراها، ریاضیات را به صورت یک بدنه‌ی خارجی مطلق، یقینی و اصلاح‌ناپذیر یا غیر قابل تغییر از دانش می‌بینند که بر پایه‌ی استوار منطق استنتاجی^{۱۴} قرار گرفته است. وی در ادامه، توضیح می‌دهد که در بین نظریه‌های قرن بیستمی فلسفه‌ی ریاضیات، فلسفه‌های منطقی‌گرایی، صورت‌گرایی و تا حدودی شهودگرایی در زمره‌ی مطلق‌گرایی قرار می‌گیرند. فلسفه‌های مطلق‌گرایی ریاضیات، فلسفه‌ها توصیفی نیستند و با یک معرفت‌شناسی نظام‌های سخت‌گیر در ارتباطند تا به‌طور مطلق، دانش ریاضی را تجویز کنند. براساس مطلق‌گرایی، دانش ریاضی بدون زمان است، هر چند ممکن است که نظریه‌ها و حقایق جدیدی پیدا شوند و ریاضیات را توسعه دهند. در این چشم‌انداز، ریاضی یک دانش منحصر به فرد است که به دلیل اعتبار جهانی‌اش، مفید است

معرفت‌شناسی‌ها، روش‌شناسی‌ها و فلسفه‌های ریاضی، به‌طور غیرصریح دربردارنده‌ی ایده‌ها، اصول و نظریه‌های مربوط به آموزش و یادگیری ریاضی است. وی بیان می‌کند که روش‌های تدریس ریاضی با فرضیات

● چشم‌انداز جایز الخطاگرایی منکر نقش منطقی و ساختار در ریاضیات نیست، بلکه منکر وجود سلسله مراتب محکم، دائمی، ثابت و منحصر به فرد در ریاضیات است. و در عوض، فلسفه‌ی جایز الخطاگرایی این دیدگاه را می‌پذیرد که ریاضیات از ساختارهای هم‌پوشان بسیاری ساخته شده است که مانند درختان یک جنگل رشد نموده‌اند، در هم تنیده‌اند و دوباره از نو رویده‌اند

● فلسفه‌های مطلق‌گرایی ریاضیات، فلسفه‌ها توصیفی نیستند و با یک معرفت‌شناسی نظام‌های سخت‌گیر در ارتباط‌اند تا به‌طور مطلق، دانش ریاضی را تجویز کنند. براساس مطلق‌گرایی، دانش ریاضی بدون زمان است، هر چند ممکن است که نظریه‌ها و حقایق جدیدی پیدا شوند و ریاضیات را توسعه دهند

درباره‌ی ماهیت ریاضیات همراه است. بدین‌سبب، بین دیدگاه فلسفی یک معلم در مورد ریاضیات و روش تدریس ریاضی او در کلاس درس، ارتباط معناداری وجود دارد. ارنست (۱۹۸۹) در بحث خود در این زمینه، برنامه‌های درس ریاضی را - چه از لحاظ روش تدریس و چه از لحاظ محتوای ریاضی - تحت تأثیر برداشت معلم یا برنامه‌ریز درسی از ماهیت ریاضیات می‌داند.

جمع‌بندی

دو چشم‌انداز فلسفی در مورد ریاضیات مدرسه شرح داده شدند، که هر یک از آن‌ها، تصویری از ریاضی مدرسه‌ای را منعکس می‌کند. تجربه‌های بعضی از دانش‌آموزان از سال‌های درس خواندن، تصویر مطلق‌گرایان را درباره‌ی ریاضی که در آن ریاضی سرد، مطلق و غیرعاطفی است تصدیق می‌کند و چنین تصویری می‌تواند با ترس یا اضطراب از ریاضی همراه باشد. اما اگر تاریخ و فلسفه‌ی ریاضی به محتوای ریاضی افزوده شود، می‌تواند به درک بهتر و کامل‌تری

و وابسته به ارزش‌ها و فرهنگ نیست. ارنست (۲۰۰۴) معتقد است که مطلق‌گرایی تصویری سخت، ثابت، منطقی، سرد، بی‌عاطفه، هدفمند، خالص، انتزاعی و فرآندیشه‌ای از ریاضیات پیشنهاد می‌کند. در نتیجه، جای شگفتی نیست که این تصویر به اجتماع و مدرسه هم راه یابد که اگر چنین باشد، فلسفه‌ی ریاضی حداقل به دلیل این تصویر منفی از ریاضی، شایسته‌ی سرزنش است. مثلاً، یک دیدگاه مطلق‌گرایانه در مدرسه ممکن است به این صورت شکل گیرد که مسئله‌های نامربوطی که شامل کاربرد روش‌های آموزش داده شده هستند به دانش‌آموز داده و به او تحمیل کنند که هر مسئله دارای یک پاسخ منحصر به فرد، ثابت و کاملاً درست است و در این فرآیند چنانچه دانش‌آموز به آن پاسخ منحصر به فرد نرسد، سرزنش شود. این همان برداشت مطلق‌گرایانه از ریاضیات می‌باشد (۱۵).

● چشم‌انداز جایز الخطاگرایی: از نظر مورتون، جایز الخطاگرایی به‌طور کلی دیدگاهی است که در آن، تعبیرهای مختلف فلسفی ممکن است و حتی اگر بهترین دلایل را برای درستی دیدگاهی ابراز کنیم، امکان دارد که بعدها، به نادرست بودن یا ناقص بودن آن پی ببریم (ص ۵۸۰). چشم‌انداز جایز الخطاگرایی، ریاضیات را به‌صورت برآیندی از فرآیندهای اجتماعی می‌بیند و اصلاحات درون ریاضی را چه در مفاهیم و چه در اثبات، بدون پایان می‌داند. این دیدگاه، تاریخ ریاضی و کاربردها و موقعیتهای ریاضی را در فرهنگ انسانی که شامل موارد ارزشی و آموزشی نیز هست، دربرمی‌گیرد. از دیدگاه ارنست (۲۰۰۴)، چشم‌انداز جایز الخطاگرایی منکر نقش منطقی و ساختار در ریاضیات نیست، بلکه منکر وجود سلسله مراتب محکم، دائمی، ثابت و منحصر به فرد در ریاضیات است. و در عوض، فلسفه‌ی جایز الخطاگرایی این دیدگاه را می‌پذیرد که ریاضیات از ساختارهای هم‌پوشان بسیاری ساخته شده است که مانند درختان یک جنگل رشد نموده‌اند، در هم تنیده‌اند و دوباره از نو رویده‌اند. جایز الخطاگرایی، ریاضیات را مطلق، انتزاعی و فرآندیشه‌ای ندانسته و آن‌را زائیده‌ی فعالیت‌های اجتماع، وقایع تاریخی و کاربردهای ریاضیات متقدم در مسائل متأخر می‌داند.

مطلق‌گرایی، جایز الخطاگرایی و تجربه‌ی ریاضی

یکی از بحث‌های مهم در فلسفه‌ی آموزش ریاضی، ارتباط بین فلسفه‌های ریاضی و تجربیات ریاضی است، یعنی رابطه‌ای قوی و گاهی پیچیده بین فلسفه و پداگوژی وجود دارد. اشتاینر (۱۹۸۷) بیان می‌کند که

5. Logicism
6. Intuitionism
7. Formalism
8. Science Wars
9. Realist
10. Social Constructivist
11. Foundationalists
12. Humanists
13. Relativists
14. Deductive Logic
15. Robitaille & Dirks

منابع

۱. برگرن، جی. ال. گوشه‌هایی از ریاضیات دوره اسلامی. ترجمه‌ی محمدقاسم وحیدی و علی‌رضا جمالی (۴۷۳۱). موسسه‌ی انتشارات فاطمی. چاپ دوم.
۲. زیبا کلام مفرد، ف. (۹۷۳۱). مبانی فلسفی آموزش و پرورش در ایران. انتشارات حقیقت، چاپ اول.
۳. غلام آزاد، س (۶۸۳۱). موضوعات مطالعاتی در آموزش ریاضی ایران. مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره ۹۸. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۸۲ تا ۳۳.
۴. فدائی، م. (۷۷۳۱). نکاتی آشنا ولی قابل ذکر پیرامون کتب درسی ریاضی. گزارش کنفرانس آموزش ریاضی ایران. کرمان، اداره کل آموزش و پرورش استان کرمان. صص ۲۴۱-۵۳۱.
۵. فن، ک. ت، مفهوم فلسفه نزد ویتگنشتاین، ترجمه‌ی کامران قره‌گزلی، نشر مرکز، چاپ اول، ۱۸۳۱.
۶. گویا، ز (۵۷۳۱). آموزش ریاضی چیست؟، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی. شماره ۷۴. صص ۷-۴، دفتر برنامه‌ریزی و تالیف کتب درسی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۷. مورتون، آ. (؟) فلسفه در عمل. ترجمه‌ی فریبرز مجیدی (۳۸۳۱). انتشارات مازیار، چاپ دوم.
8. Davis, P. J. and Hersh, R. (1980). **The Mathematical Experience**. Boston, Birikhauer.
9. Ernest, P. (1989). The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. In Ernest, paul (Ed). **Mathematics Teaching: The State of the Art**, London, Falmer Press 249-254.
10. Ernest, P. (2004). What is the Philosophy of Mathematics Education? **Philosophy of Mathematics Education Journal**. 18. 1-15.
11. Steiner, H. G., Philosophical and Epistemological Aspect of Mathematics and Their Interaction with theory and Practice in Mathematics Education: **For The Learning of Mathematics**. Vol. 7, No. 1 (1987), 7-13.

از آن کمک کند و به بسیاری از چراهای فلسفی و تاریخی شکل گرفته در ذهن دانش‌آموزان پاسخ دهد. مثلاً، دانش‌آموز امروزی ممکن است با مطالعه‌ی مبحث اعداد صحیح، به این برداشت نادرست از اعداد منفی برسد که اعداد مزبور، همیشه و هم‌زمان با اعداد مثبت وجود داشته‌اند؛ در حالی‌که تاریخ خلاف آن‌را نشان می‌دهد. برگرن بیان می‌کند که «شاید دانش‌آموزانی که با قانون علامت‌ها دست و پنجه نرم می‌کنند، وقتی بدانند که در دورانی از گذشته کشف این قوانین به بهای نوبغ بهترین ریاضی‌دانان تمام شده است، آرامش پیدا کنند» (ص ۱۲۹). این مثال مانند آن است که از دانش‌آموز خواسته شود تا معادله‌ای مانند $11 = 2x - 1$ را حل کند و او به دلیل منفی بودن جواب، تصور می‌کند آن را اشتباه

● هرگاه کار روزانه‌ی شما ریاضی باشد، به نظرتان طبیعی‌ترین کار در دنیا را تجربه می‌کنید. اما اگر لحظه‌ای کارتان را متوقف کنید و ببیندیشید که مشغول چه کاری بودید و این کارها چه معنایی داشت، ریاضیات را یکی از اسرارآمیزترین کارها خواهید یافت

حل کرده است؛ بدون این‌که به او این آگاهی تاریخی داده شود که ریاضی‌دانان، قرن‌های متمادی جواب معادله‌ها را در اعداد مثبت جستجو می‌کردند و اعداد منفی از نظر آنان پنهان بودند. در نتیجه، حضور فیلسوف و تاریخ‌شناس ریاضی در تدوین برنامه‌های درسی ریاضی توجیه‌پذیر است. علاوه بر این، ریاضی‌دان سلسله مراتب معرفی مباحث ریاضی را می‌داند، روان‌شناس آموزش ریاضی نظر می‌دهد که آیا دانش‌آموز ظرفیت ادراکی برای فهم آن مباحث را دارد یا خیر و بالاخره آموزشگر ریاضی بحث می‌کند که با چه دیدگاهی و با چه هدفی برنامه‌ی درسی طراحی شود.

پی‌نوشت

1. Absolutism
2. Fallibilism
3. Wittgenstein
4. Platonism