

ماجرای آقای حسابی

غیر صفر را بر عددی بسیار نزدیک به صفر تقسیم کنیم حاصل این تقسیم چه عددی می‌شود؟» و دیگر اینکه: «اگر یک عدد حقیقی را بر عددی بسیار بسیار بزرگ - مثلاً بی‌نهایت بزرگ - تقسیم کنیم آن وقت حاصل این تقسیم چه عددی می‌شود؟» در پاسخ به سؤال اول یکی از بچه‌ها گفت: «آقا جواب صفر می‌شود!» یکی دیگر گفت: «آقا خود همان عدد می‌شود!» از آخر کلاس یک نفر داد زد: «آقا اصلاً نمی‌شود این تقسیم را انجام داد!»

و خلاصه هر کسی چیزی گفت. معمولاً آقای حسابی بعد از جواب‌های درست و غلط بچه‌ها. گچ را برمی‌داشت و پای تخته می‌رفت. در اولین مرحله، به ترتیب چند جمله روی تخته می‌نوشت و با آن جملات بچه‌ها را راهنمایی می‌کرد که خودشان به پاسخ مسئله برسند. آن روز هم آقای حسابی این جمله‌ها را روی تخته‌سیاه نوشت:

(الف) برای انجام این محاسبات حتماً از ماشین حساب استفاده کنید.

(ب) برای آسانی و فهم بهتر محاسبه به جای اعداد حقیقی اعشاری، از یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک شروع کنید.

(ج) بعد از انتخاب عدد طبیعی مورد نظرتان، اعداد طبیعی کوچک‌تر از آن عدد را از بزرگ به کوچک تا عدد یک بنویسید و عدد مورد نظرتان را بر آن اعداد تقسیم کنید.

(د) به عدد یک که رسیدید، برای ادامه تقسیم از ۰ تا ۱ را نصف کنید یعنی $\frac{1}{2}$ و بعد از ۰ تا $\frac{1}{4}$ را نصف کنید ($\frac{1}{4}$) و بعد از ۰ تا $\frac{1}{8}$ را نصف کنید ($\frac{1}{8}$) و به همین ترتیب این کار نصف کردن را ادامه دهید:

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \dots$$

الان فهمیدم که تمام کارهای آقای حسابی «دبیر ریاضی دبیرستان ابوریحان بیرونی» روی حساب و کتاب بوده است. روش کارش این‌گونه بود که ابتدا یک داستان کوتاه ریاضی تعریف می‌کرد و بعد از آن یک یا دو سؤال مرتبط با داستانش طرح می‌کرد؛ اون هم از آن سؤال‌ها! بعد می‌نشست سر جایش و منتظر پاسخ‌های ما می‌ماند؛ خلاصه حسابی بچه‌ها را سرکار می‌گذاشت!

داستانی که آن روز آقای حسابی تعریف کرد این بود که: «روزی یک لاک‌پشت با یک دوندۀ پرسرعت قرار گذاشت با چند شرط با او مسابقۀ دو بدهد. شرط لاک‌پشت این بود که او در نقطۀ شروع مسابقه (مثلاً A) باشد و دوندۀ ۱۰ متر از لاک‌پشت عقب‌تر و دیگر اینکه وقتی مسابقه شروع می‌شود. لاک‌پشت و دوندۀ شروع به حرکت کنند.»

آقای حسابی توضیح داد که با این شروط واضح است که دوندۀ هیچ‌گاه نمی‌تواند از لاک‌پشت جلو بزند! چرا که لاک‌پشت ۱۰ متر از دوندۀ جلوتر است و وقتی دوندۀ به نقطۀ شروع یعنی نقطۀ A می‌رسد با توجه به اینکه سرعت لاک‌پشت هر چند هم که کم باشد. چون صفر نیست. بنابراین در این لحظه لاک‌پشت در نقطۀ جدیدی مانند B است. اگر دوندۀ بخواهد به نقطۀ B برسد. باز هم لاک‌پشت مقداری به جلو حرکت کرده و به نقطۀ جدید C رسیده و همین‌طور هر وقت دوندۀ بخواهد به مکان جدید لاک‌پشت برسد در طی این مدت لاک‌پشت مقداری به جلو حرکت کرده و این روند تا بی‌نهایت تکرار می‌شود و بنابراین دوندۀ پرسرعت هیچ‌وقت نمی‌تواند به لاک‌پشت برسد. آن روز آقای حسابی کمی بیشتر درباره علت رسیدن و نرسیدن لاک‌پشت و دوندۀ توضیح دهد و همچنین در مورد عددهای بزرگ و کوچک و ...

در ادامه دو سؤال مطرح کرد یکی اینکه: «اگر یک عدد حقیقی

$x^2 + x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz - c = 0$
 $g \cdot \text{cdf} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$
 $\text{tg} x \cdot \text{cotg} x = 1$
 $2x^2yy' + y^2 = 2$
 $x_1 = -11p, x_2 = -p, x_3 = 7p, p \in \mathbb{R}$
 $Y_{i+1} = Y_i + b \cdot k_i$
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
 $\text{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + n}{3\sqrt{n^2+2n}-1}$
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
 $y = \sqrt[3]{x+1}; x = \text{tg} t$
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $A+B+C=8$
 $-3A-7B+2C=-10,3$
 $-18A+6B-3C=-15$
 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2, \frac{\partial z}{\partial y} = 0$
 $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$
 $a^2 + b^2 = c^2$
 $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$
 $e^2 - xy^2z = e; A[0; e; 1]$
 $\lambda_2 = i\sqrt{14}$
 $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$
 $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$
 $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\eta_1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1 + 0$
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$
 $\dots 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
 $\lim_{x \rightarrow 0} e^{2x} - 1 = 2$
 $\frac{2x}{x^2+2x-2} = 2$
 $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\eta_1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1 + 0$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$
 $n = (x; y; z)$
 $a^2 + b^2 = c^2$
 $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$
 $\lambda_2 = i\sqrt{14}$
 $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$
 $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$
 $\dots 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
 $\lim_{x \rightarrow 0} e^{2x} - 1 = 2$
 $\frac{2x}{x^2+2x-2} = 2$
 $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\eta_1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1 + 0$

$Y_{i+1} = Y_i + b \cdot k_2$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

$\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$ $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\lambda x - y + z = 1$
 $x + \lambda y + z = \lambda$
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1+n}}{\sqrt[3]{3n^2+2n-1}} = \frac{a}{b} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

$F_2 = 2x^2z - 1 = 1$

$X_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$

$(1+e^x) y y' = e^x$
 $y(1) = 1$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$A+B+C=8$

$2 \arctan x - x = 0, I = (1, 10)$

$\int \int \int z dx dy dz = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{\frac{1}{2}}^1 r \sin \theta dr d\theta d\phi$

$\Delta(a) = \sqrt{0.16}$

$c = (0, 1)$

$y = \sqrt[3]{x+1}, x = \tan t$

$X_1 = \begin{pmatrix} \alpha + \beta + \gamma \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$

(ه) بعد در ادامه، عدد طبیعی مورد نظران را بر این اعداد نصف شده تقسیم کنید: بعد از نوشتن این جملات، آقای حسابی چند دقیقه فرصت داد تا بچه‌ها این مراحل را یادداشت کنند. پس از این فرصت تخته کلاس را پاک کرد و گفت: «بچه‌ها، من برای مثال عدد ۸ را انتخاب کرده‌ام و روی تخته این مراحل را روی عدد ۸ انجام می‌دهم.» سپس آقای حسابی در حالی که ماشین حساب در دستش داشت مرحله به مرحله محاسباتی را به صورت زیر روی تخته نوشت:

$8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$

$\frac{8}{8} = 1, \frac{8}{4} = 2, \frac{8}{2} = 4, \frac{8}{1} = 8$

$\frac{7}{7} = 1, \frac{7}{1} = 7$

$\frac{6}{6} = 1, \frac{6}{3} = 2, \frac{6}{2} = 3, \frac{6}{1} = 6$

$\frac{5}{5} = 1, \frac{5}{1} = 5$

$\frac{4}{4} = 1, \frac{4}{2} = 2, \frac{4}{1} = 4$

$\frac{3}{3} = 1, \frac{3}{1} = 3$

$\frac{2}{2} = 1, \frac{2}{1} = 2$

$\frac{1}{1} = 1, \frac{1}{1} = 1$

$\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$ $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\lambda x - y + z = 1$
 $x + \lambda y + z = \lambda$
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1+n}}{\sqrt[3]{3n^2+2n-1}} = \frac{a}{b} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

$F_2 = 2x^2z - 1 = 1$

$X_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$

$(1+e^x) y y' = e^x$
 $y(1) = 1$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$A+B+C=8$

$2 \arctan x - x = 0, I = (1, 10)$

$\int \int \int z dx dy dz = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{\frac{1}{2}}^1 r \sin \theta dr d\theta d\phi$

$\Delta(a) = \sqrt{0.16}$

$c = (0, 1)$

$y = \sqrt[3]{x+1}, x = \tan t$

$X_1 = \begin{pmatrix} \alpha + \beta + \gamma \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$

و به همین ترتیب حالا عدد ۸ را بر این نصف‌ها تقسیم می‌کنیم:

$\frac{8}{8} = 1, \frac{8}{4} = 2, \frac{8}{2} = 4, \frac{8}{1} = 8$

$\frac{7}{7} = 1, \frac{7}{1} = 7$

$\frac{6}{6} = 1, \frac{6}{3} = 2, \frac{6}{2} = 3, \frac{6}{1} = 6$

$\frac{5}{5} = 1, \frac{5}{1} = 5$

$\frac{4}{4} = 1, \frac{4}{2} = 2, \frac{4}{1} = 4$

$\frac{3}{3} = 1, \frac{3}{1} = 3$

$\frac{2}{2} = 1, \frac{2}{1} = 2$

$\frac{1}{1} = 1, \frac{1}{1} = 1$

بعد از انجام این محاسبات، آقای حسابی چند سؤال پای تخته نوشت و از بچه‌ها خواست در منزل به این سؤال‌ها فکر کنند و جلسه بعد پاسخ آن‌ها را بیاورند. سؤال‌های این‌ها بودند:

۱. اعداد بین صفر تا ۸ را به ترتیبی که گفته شد تا چند مرحله می‌توان نصف کرد؟ آیا این عمل نصف کردن پایانی دارد یا نه؟
۲. آیا با نصف کردن اعداد بین ۰ تا ۱ می‌توانیم به عدد صفر برسیم. اگر نمی‌شود به عدد صفر رسید تا چه مقدار می‌توانیم به عدد صفر نزدیک شویم؟
۳. با نزدیک شدن به عدد صفر و تقسیم عدد انتخابی‌تان به آن عدد چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ به عبارت دیگر، هر قدر عدد مقسوم‌علیه کوچک‌تر می‌شود، حاصل تقسیم عدد انتخابی شما

$Y_{i+1} = Y_i + b \cdot k_2$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

$\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$ $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\lambda x - y + z = 1$
 $x + \lambda y + z = \lambda$
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1+n}}{\sqrt[3]{3n^2+2n-1}} = \frac{a}{b} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

$F_2 = 2x^2z - 1 = 1$

$X_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$

$(1+e^x) y y' = e^x$
 $y(1) = 1$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$A+B+C=8$

$2 \arctan x - x = 0, I = (1, 10)$

$\int \int \int z dx dy dz = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{\frac{1}{2}}^1 r \sin \theta dr d\theta d\phi$

$\Delta(a) = \sqrt{0.16}$

$c = (0, 1)$

$y = \sqrt[3]{x+1}, x = \tan t$

$X_1 = \begin{pmatrix} \alpha + \beta + \gamma \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$