چالش‌های فیزیک

بوریس کورسان اسکای
ترجمه: سیدمهدی میرفتحی
کارشناس ارشد فیزیک، دبیر دبیرستان شهید میرباقری رامسر

میلهٔ پرجنب و جوش

میله‌ای به جرم m از دو فنر عمودی با ثابت‌های k و ۳k به صورت افقی آویزان است. میله هنگام بالا و پایین رفتن همچنان افقی می‌ماند. دورهٔ نوسان‌های این قطعه را به‌دست آورید. جرم نخ متصل‌کنندهٔ فنرها و اصطکاک آن با قرقره را نادیده بگیرید.

پاسخ: چون میله همواره افقی باقی می‌ماند، نیروی وارد از هر فنر به میله با فنر دیگر برابر خواهد بود (اگرچه هر دو نیرو برحسب زمان تغییر می‌کنند.). فرض کنید میله دارای جابه‌جایی لحظه‌ای x از وضعیت تعادل خود به سمت پایین باشد. افزایش طول دو فنر برابر با ۲x است. با این فرض که تغییر طول فنرها به ترتیب x_1 و x_2 باشد: $x_1 + x_2 = x$ است. (شکل ۲) چون نیروهای وارد از فنرها یکسان است، می‌توان رابطه‌ای بین تغییر طول فنرها و ثابت‌هایشان برقرار کرد:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{F}{3K} \\ x_2 &= \frac{F}{K} \end{aligned}\right\} \rightarrow x_2 = 3x_1$$

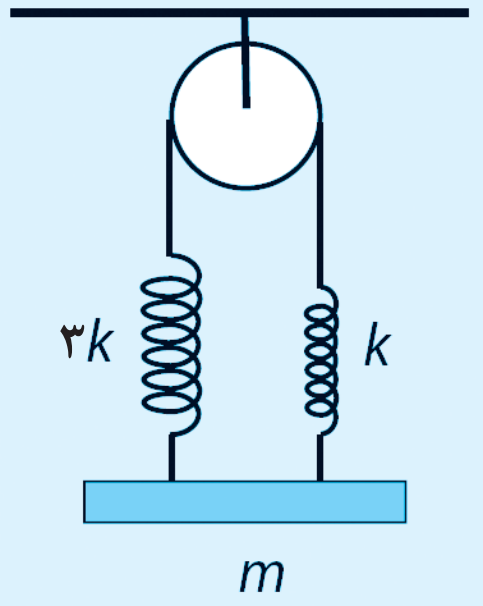
$$\left.\begin{aligned} x_2 &= 3x \\ x_1 + x_2 &= x \end{aligned}\right\} \rightarrow x_1 = \frac{x}{2}, x_2 = \frac{3x}{2}$$

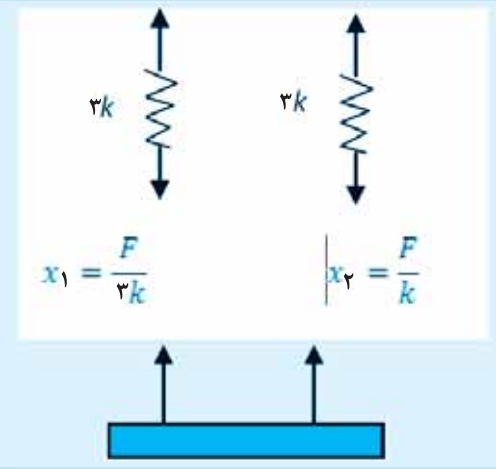
نیروی خالص وارده بر قطعه هنگامی که به میزان x جابه‌جا می‌شود برابر با ۲F است. لذا ثابت فنر معادل برابر خواهد بود با:

$$k_{eq} = \frac{2F}{x} = \frac{2kx_2}{x} = 3k$$

لذا دوره نوسان این قطعه برابر است با:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$$





منبع

The Physics Teacher, Vol. 49, 78-79, 2011