توضیحی دربارهٔ مقالهٔ «$\sqrt{2}$ وجود ندارد!»

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: بسط، اعشاری، قضیهٔ فیثاغورس

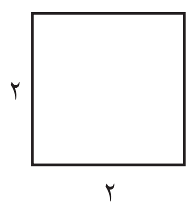
در مقالهٔ « $\sqrt{2}$ وجود ندارد!» اســتدلال کردم که آخرین رقم اعشار $\sqrt{2}$ هیچ‌یک از رقم‌های ۰، ۱، ۲، ...، و ۹ نیســت. یعنی هیچ عدی نیست که مثلاً ۱۰ رقم اعشــار یا ۱۰۰ یا ۱۰۰۰۰ رقم اعشار داشته باشد و وقتی در خودش ضرب شود، برابر ۲ شود.

اگر به یاد داشــته باشــد، در آن مقاله نوشتم که «راستی، می‌خواهم جمعهٔ این هفته که سرم خلوت است، با روشی شبیه به روشی که در بالا گفتم، ثابت کنم $\frac{1}{3}$ وجود ندارد!» اگر $\frac{1}{3}$ وجود داشــته باشــد، وقتی آن را در ۳ ضرب کنیم، حاصل برابر ۱ می‌شود. آیا عددی وجود دارد که ضرب در ۳ برابر ۱ شــود؟ آخرین رقم اعشار این عدد چه رقمی می‌تواند باشد؟ مشــابه مقالهٔ قبل، می‌توانیم استدلال کنیم که آخرین رقم اعشار چنین عددی، نه برابر ۰ اســت، نه ۱ و نه هیچ‌یک از ارقام دیگر. آیا می‌توانیم از ایــن حرف نتیجه بگیریم که $\frac{1}{3}$ وجود ندارد؟ خیر! فقط می‌توانیم بگوییم که وقتی بخواهیم $\frac{1}{3}$ را به صورت اعشــاری بنویســیم، رقم‌های اعشارش هیچ‌وقت تمام نمی‌شوند، یعنی این عدد، آخرین رقم اعشار ندارد! مگر در هر عددی، حتماً رقم‌های اعشار تمام می‌شوند؟ !

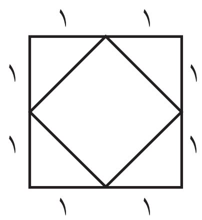
در استدلالی که در مقاله آمد، فرض شده بود که رقم‌های اعشار $\sqrt{2}$ حتماً تمام می‌شوند و مشکل استدلال در همین‌جا بود. اتفاقاً از استدلالی که در مقاله آمده بود، معلوم می‌شــود که در مورد $\sqrt{2}$ هم وضع مانند $\frac{1}{3}$ اســت: اگر بخواهیم $\sqrt{2}$ را به صورت اعشاری بنویسیم، هیچ‌وقت رقم‌های اعشــار آن تمام نمی‌شوند. اما از این حقیقت نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که $\sqrt{2}$ وجود ندارد، همان‌طور که نمی‌توانیم نتیجه بگیریم $\frac{1}{3}$ وجود ندارد.

حالا بــرای این‌که خیالتان راحت شــود $\sqrt{2}$ وجــود دارد، پاره‌خطی برایتان رسم می‌کنم و برایتان دلیل می‌آورم که طولش برابر $\sqrt{2}$ است.

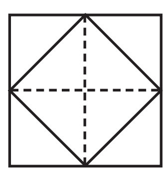
مانند شکل، ابتدا مربعی با طول ضلع ۲ رسم می‌کنم.



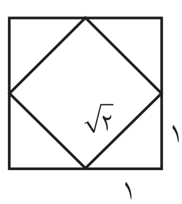
وســط‌های ضلع‌های آن را به هم وصل می‌کنم. با این کار، به مربعی جدید می‌رسم.



مساحت مربع بزرگ برابر ۴ است و مساحت مربع وسط برابر ۲ است (به شکل زیر نگاه کنید).



طول ضلع مربع وســط، عددی است که وقتی در خودش ضرب شود برابر مســاحت مربع می‌شود. یعنی طول ضلع مربع وسط عددی است که وقتی در خودش ضرب شود، حاصل برابر ۲ می‌شود. این عدد، $\sqrt{2}$ است!



در همین شــمارهٔ مجله، در مقالهٔ n بهترین راه کدام اســت؟ نیز در مورد پاره‌خط‌هایی با طول اعدادی مثل $\sqrt{2}$، بحث شده است.