



بچرخ تا بچرخیم

■ **کلیدواژه‌ها:** دوران، دوران نقطه، دوران خط، دوران سطح، سطح مقطع، حجم، مخروط، مخروط ناقص

شکل حاصل از چرخاندن یک دور کامل یا دوران 360° درجه‌ای گلوله شیشه‌ای چیست؟ اگر طول نخ را کوچک‌تر یا بزرگ‌تر کنیم، شکل چگونه تغییر می‌کند؟ همان‌گونه که در کتاب درسی خوانده‌اید به آن نقطه ثابت، مرکز دوران و به فاصله دو نقطه (طول نخ کاموا) شعاع دوران می‌گوییم. در ریاضیات به این حلقه ایجادشده دایره می‌گوییم.

گام دوم: دوران یک خط

وسایل مورد نیاز: مقوا، قیچی، چسب مایع یا حرارتی، مداد چوبی. ابتدا با قیچی از لبه مقوا یک مستطیل باریک (شبهه یک خط) ببرید. یک سر آن را با چسب به مداد بچسبانید. وقتی چسب خشک شد، مداد را به آرامی بچرخانید.

همان‌گونه که می‌بینید، شکل حاصل از دوران، بستگی به زاویه چرخش (دوران) دارد. شکل حاصل از دوران 360° چیست؟ در این‌جا مرکز دوران همان محل اتصال خط (نوار باریک مقوا) با مداد است. آیا می‌توان یک خط را غیر از دو سرش از نقطه دیگری دوران داد؟ این موضوع را به کمک یک نوار باریک مقوا و یک سوزن ته‌گرد بررسی کنید.

محاسبه حجم یا فضای که یک جسم اشغال می‌کند، همیشه مورد توجه بوده است. این موضوع فقط یک مطلب ریاضی نیست، بلکه اغلب دانشمندان در رشته‌های مختلف علمی بدان توجه داشته‌اند و در شاخه‌های پزشکی، دندان‌پزشکی، هوا و فضا و صنعت، کاربردهای ویژه دارد.

به تازگی مطلبی خواندم با عنوان «تعیین حجم تومور مغزی، راهی به سوی سلامت» که توضیح می‌داد پیدا کردن حجم دقیق یک تومور در تصمیم‌گیری پزشکان برای چگونگی برخورد با آن تا چه اندازه مهم است. شاید مناسب باشد کمی دقیق‌تر به دور و بر خود نگاه کنیم و به بررسی کاربردهای علمی فراوان حجم و محاسبه آن بپردازیم.

گام اول: دوران یک نقطه

وسایل مورد نیاز: یک مداد پاک‌کن‌دار، سوزن ته‌گرد، مقداری نخ کاموا، یک گلوله شیشه‌ای، چسب مایع یا چسب حرارتی ابتدا یک تکه نخ کاموا 20 سانتی‌متری را جدا می‌کنیم و یک سر آن را با چسب به گلوله شیشه‌ای می‌چسبانیم. بعد از محکم شدن آن، سوزن ته‌گرد را در پاک‌کن ته مداد فرو می‌بریم و سر آزاد نخ را به آن گره می‌زنیم. اکنون مداد را طوری تکان می‌دهیم تا گلوله شروع به چرخیدن کند. به هر دور کامل گلوله یک دوران کامل یا 360° می‌گوییم.



مرحله اول

شعاع قاعده = ۱۰ cm

ارتفاع = ۲۰ cm

ارتفاع × مساحت قاعده = حجم استوانه شماره ۱

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi (10)^2 \times 20 = 6280 \text{ cm}$$

و در استوانه مرحله دوم

شعاع قاعده = ۲۰ cm

ارتفاع = ۱۰ cm

ارتفاع × مساحت قاعده = حجم استوانه شماره ۲

$$= \pi r^2 \times h$$

$$= \pi (20)^2 \times 10 = 12560 \text{ cm}$$

گام‌های بعدی

اکنون موضوع را با چند نمونه دیگر ادامه می‌دهیم.

یک لیوان یک بار مصرف انتخاب و به شکل آن توجه کنید. چه

روشی برای محاسبه حجم آن پیشنهاد می‌کنید؟



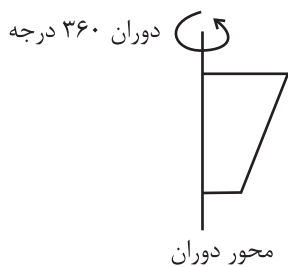
آیا قطر دهانه باز لیوان با قطر دهانه بسته لیوان برابر است؟

بنابراین، لیوان مورد نظر یک استوانه نیست.

لیوان مورد نظر از دوران چه شکلی پدید آمده است؟

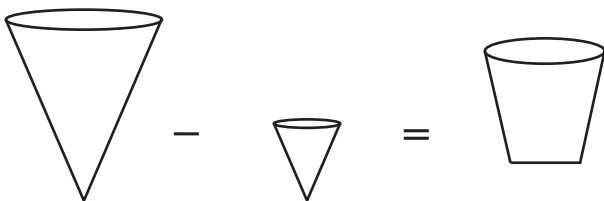
پاسخ شما درست است؛ یک دوزنقه قائم‌الزاویه که پیرامون ضلع

قائم، دوران یافته است.



با نگاه به لیوان درمی‌یابیم که یک مخروط ناقص است.

به شکل زیر توجه کنید:



در ریاضیات به این سطح گرد (دوار) ایجادشده دایره می‌گوییم. می‌توانید

تفاوت این دو دایره در گام اول و گام دوم را توضیح دهید. آیا محاسبه محیط

حلقه (محیط دایره) و محاسبه سطح گرد (مساحت دایره) فقط به شعاع

دوران بستگی دارد؟ چه عامل دیگری در محاسبه مؤثر است؟

گام سوم: دوران یک سطح

وسایل مورد نیاز: یک قطعه مقوا، قیچی، دو عدد مداد، چسب مایع

حرارتی، خط‌کش.

ابتدا به کمک خط‌کش و مداد، دو مستطیل به طول ۱۵ سانتی‌متر

و عرض ۱۰ سانتی‌متر روی مقوا رسم کنید. سپس به کمک قیچی دور

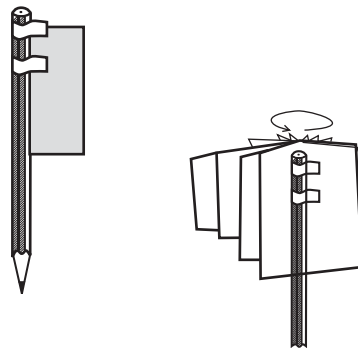
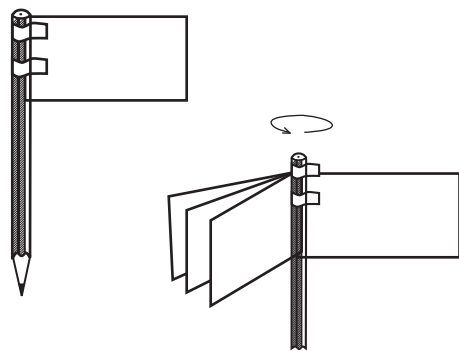
تا دور آن را ببرید.

در مرحله اول، یکی از مستطیل‌ها را از عرض به مداد بچسبانید و

منتظر شوید تا خشک شود. مداد مرحله اول را بچرخانید. حجم حاصل

از این دوران یک استوانه است. شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را مشخص

کنید و حجم آن را از روشی که در کتاب یاد گرفته‌اید، به دست آورید.



اکنون مداد مرحله دوم را بچرخانید و شعاع قاعده و ارتفاع حجم

پدیدآمده را به دست آورید و سپس حجم آن را محاسبه کنید.

با توجه به محاسبه‌های انجام‌داده در مورد حجم دو استوانه حاصل از

مرحله اول و مرحله دوم به چه نتیجه‌ای می‌رسید؟

محاسبه‌های خود را با محاسبه‌هایی که در زیر آمده‌اند، مقایسه کنید.

اگر مستطیلی که استفاده کرده‌اید، ۲۰ در ۱۰ باشد، در استوانه

اکنون می‌توانیم بگوییم:

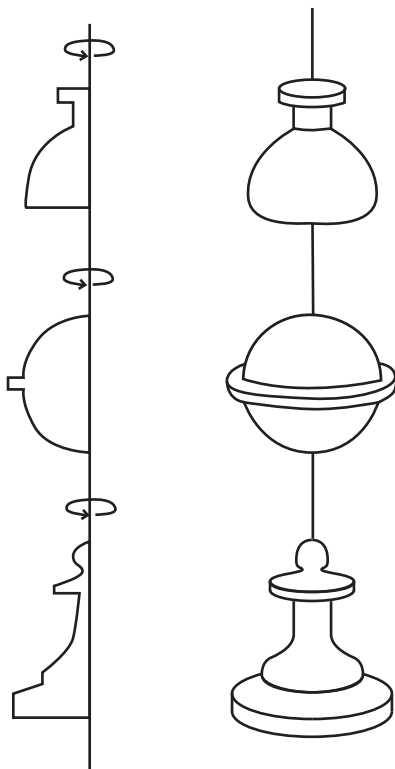
حجم مخروط حذف‌شده - حجم مخروط اولیه = حجم لیوان
 دوزنقه‌ای را رسم کنید که از دوران آن لیوانی درست شده است. قطر دهانه باز لیوان ۷ سانتی‌متر، قطر دهانه بسته آن ۵ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۸ سانتی‌متر است. اکنون دو ساق دوزنقه را ادامه دهید تا یکدیگر را قطع کنند.

به کمک قضیه تالس اندازه مجهول را به دست می‌آوریم.

حجم مخروط کوچک - حجم مخروط بزرگ = حجم لیوان

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \times \pi (3/5)^2 \times 28 - \frac{1}{3} \times \pi (7/5)^2 \times 20 \\ &= \frac{1}{3} \times 3 \times 12/25 \times 28 - \frac{1}{3} \times 3 \times 49/25 \times 20 \\ &= 343 - 125 \\ &= 218 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

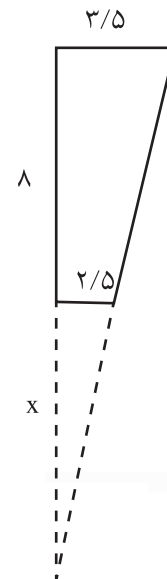
در محاسبه حجم یک چیز، فهمیدن سطح مقطع شکل که حجم با دوران آن ایجاد می‌شود، اهمیت دارد.
 در زیر، چند نمونه از حجم‌ها و سطح مقطع آن‌ها رسم شده‌اند.



در پایان، حجم یک شیشه آب معدنی کوچک، حجم یک نوشابه خانوادگی و حجم یک حلقه چسب برق نواری را با یافتن سطح مقطع دوران آن‌ها بیابید.
 آیا شکلی در پیرامون شما هست که نتوانید با آن روش حجم آن را بیابید؟ مثال بزنید.

پی‌نوشت:

* در رسم اشکال از مجله رشد برهان راهنمایی شماره ۱۹، استفاده شده است.



$$\begin{aligned} \frac{x}{x+8} &= \frac{2/5}{3/5} = \frac{2}{3} \\ 3x &= 2x + 16 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

