آموزشی

یک ترفند گرانی

رونالد نیوبرگ[1]
ترجمه: احمد توحیدی

چکیده

وقتی مسئله‌ای استاندارد و قدیمی، نکتهٔ ظریفی را که موجب گسترش ارزشِ آموزشی آن شود آشکار کند، نتیجه هم شگفت‌انگیز و هم مفید خواهد بود. اخیراً دریافته‌ام که نقش گرانی در رابطهٔ بُرد یک پرتابه چنان‌که در ابتدا به‌نظر می‌رسد ساده نیست. شاید این موضوع برای دیگران کاملاً بدیهی باشد، اما برای من تاحدودی جدید بود.

کلیدواژه‌ها: گرانی، حرکت پرتابه، سهموی، سطح شیب‌دار، معادلهٔ بُرد.

در سال ۱۶۳۸ گالیله برای اولین بار نشان داد که مسیر حرکت پرتابه سهموی است، او استدلال کرد که چنین حرکتی ناشی از حرکت افقی یکنواخت و حرکتِ پایین سوی شتابدار طبیعی حاصل از شتاب گرانی است. نسل‌هایی از دانش‌آموزانِ مسائل پرتابه‌ها را در درس فیزیک دبیرستان حل کرده‌اند.

یک مسئله استاندارد در شکل (۱) نشان داده شده است.

جسمی به جرم m از ارتفاع H بالاتر از سطح زمین با سرعت اولیه $v_{\cdot}$ پرتاب می‌شود و زاویه پرتاب θ است. فعلاً سطح شیب‌دار را نادیده بگیرید. بُرد R برای این جسم از نقطهٔ پرتاب تا نقطهٔ برخورد چقدر است؟

مسئلهٔ استاندارد دیگری برای دانش‌آموزان، مقایسه بُردهای پرتابه شلیک شده در روی زمین و ماه است. سرعت اولیه $v_{\cdot}$، زاویهٔ پرتاب θ، و برایند جابه‌جایی پرتابه در جهت عمودی صفر است. بُرد R (جابه‌جایی در جهت محور xها) برای چنین مسئله‌ای برابر است با

$$R = v_{\cdot x} T. \qquad (۱)$$

که در آن $v_{\cdot x}$ مؤلفه x سرعت اولیه (که ثابت است)

و T زمان پرداز پرتابه است. T از معادلهٔ درجه دوم برای جابه‌جایی محاسبه می‌شود.

$$H = -v_{.y}T + gT^{۲}/۲ \qquad (۲)$$

نماد g شتاب سقوط آزاد را نشان می‌دهد. با ترکیب جواب معادلهٔ (۱) و معادلهٔ (۲) و حل آن، رابطه کلی برای بُرد به‌دست می‌آید

$$R = (v_{.})^{۲}Sin۲\theta[۱ \pm (۱ + \frac{۲gH}{Voy})^{\frac{۱}{۲}}]/۲g. \qquad (۳)$$

اگر جابه‌جایی در جهت y صفر باشد (معادل صفر بودن H)، رابطهٔ (۳) به رابطهٔ شناخته شده‌تر زیر تبدیل می‌شود.

$$R = (v_{.})^{۲}Sin۲\theta/g. \qquad (۴)$$

چون g آشکارا در هر دو معادلهٔ (۲) و (۴) دیده می‌شود، بدیهی است برای آزمایش‌هایی که در محیط‌های گرانشی مختلف مانند ماه و مریخ انجام شود، باید بُردهای متفاوتی به‌دست آید. این مادامی صادق است که سرعت‌های اولیه و زاویه‌های پرتاب در هر دو مورد یکسان باشد. در طی سال‌ها، چندین مقاله دربارهٔ وسایلی که بررسی حرکت پرتابه را توضیح می‌دهند نوشته شده است.

اما، مورد خاصی، مانند دیسک هاکی، وجود دارد که گرانی کلک سوار می‌کند. در این وضعیت ویژه بُرد پرتابه روی زمین و ماه و دیگر سیاره‌ها کاملاً یکسان است! بار دیگر به شکل (۱) نگاه کنید، اما اکنون سطح شیب‌دارِ بدون اصطکاک در آزمایش را در نظر بگیرید. سرعت اولیه پرتاب را ارتفاع سطح شیب‌دار h تعیین می‌کند،

$$v_{.}^{۲} = ۲gh. \qquad (۵)$$

با استفاده از این نتیجه، می‌توان معادله‌های (۳) و (۴) را به ترتیب به صورتِ زیر نوشت:

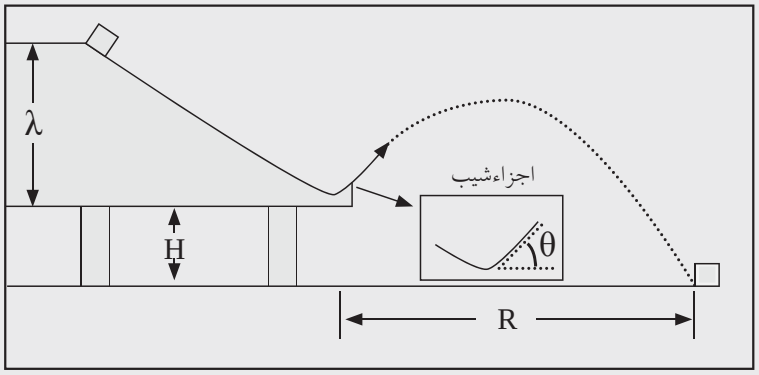
$$R = (hSin۲\theta)[۱ \pm H/hSin۲\theta)^{۲}] \qquad (۶)$$

$$R = hSin۲\theta \qquad (۷)$$

در این آزمایش بُرد آشکارا مستقل از g است و فقط به ارتفاع سطح شیب‌دار، زاویه پرتاب و جابه‌جایی y پرتابه (اگر داشته باشد) بستگی دارد. توجه کنید که سرعت‌های اولیه، به‌هر حال، متفاوتند. در مقاله‌ای که ساتن[۲] تقریباً ۵۰ سال پیش منتشر کرد این آزمایش را توضیح داد و خاطرنشان کرد که این نتایج به g بستگی ندارند. [۱]

اگرچه این نتیجه بدیهی است، اما وقتی مسئله به دقت بررسی شود، دانش‌آموزان را شگفت‌زده می‌کند. بستگی بُرد به گرانی در خونشان (DNA آن‌ها) نهفته است. با اعتقاد کامل (و اطمینان) به معادله‌ها، فکر می‌کنند بُرد **باید** تابع گرانی باشد. ارائه این مسئله باعث می‌شود که دانش‌آموزان با دقت بیشتری به معادله‌ها نگاه کنند و فراتر از معنایِ ظاهری آن‌ها بیندیشند. همچنین این مسئله به دانش‌آموزان امکان می‌دهد که پایستگی انرژی مکانیکی، یک مفهوم دینامیکی، را با حرکت پرتابه (یک مسئله سینماتیکی) ترکیب کنند.

مورد خاصی وجود دارد که در آن گرانی کلک‌سوار می‌کند، در این وضعیت برد پرتابه روی زمین، ماه، و دیگر سیاره‌ها یکسان می‌شود



شکل ۱. آزمایش جسمی را نشان می‌دهد که روی یک سطح شیب‌دار بدون اصطکاک پایین می‌لغزد. ارتفاع سطح شیب‌دار h است. جسم در پایین سطح شیب‌دار با سرعت اولیه $V_{.}$ و زاویه θ از ارتفاع H پرتاب می‌شود.

بستگی برد به گرانی در خون دانش‌آموزان است. آن‌ها با اعتقاد کامل (و اطمینان) به معادله‌ها فکر می‌کنند بُرد *باید* تابع گرانی باشد

پی‌نوشت

1. Ronald Newburgh
2. Sutton

منبع

The physics Teacher, Vol, 48, September 2010

مرجع

1. R. Sttom "experimental self-plotting of trayectories", Am. J. phys. 28, 805-807 (Dec. 1960)