

برای دانش آموزان سال دوم

سید محمدرضا هاشمی موسوی

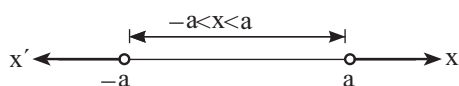
تعیین علامت
عبارت‌های
جبری
و حل نامعادله‌ها
و دستگاه توأم

کلیدواژه‌ها:

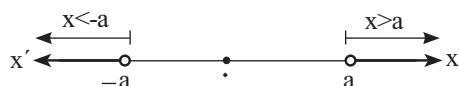
تعیین علامت،
عبارت‌های جبری،
نامعادله‌ها، دستگاه
توأم، علامت
دوجمله‌ای، نمایش
هندسی، علامت
سه‌جمله‌ای.

مثال:

$$7) x^2 < a^2, a > 0 \Rightarrow -a < x < a$$



$$8) x^2 > a^2, a > 0 \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$$



$$9) ab > 0 \Rightarrow (a > 0 \text{ و } b > 0) \text{ یا } (a < 0 \text{ و } b < 0)$$

$$10) ab < 0 \Rightarrow (a > 0 \text{ و } b < 0) \text{ یا } (a < 0 \text{ و } b > 0)$$

$$11) a < b, \begin{cases} a > 0, b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \\ a < 0, b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \end{cases}$$

$$12) ab < 0, a < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

تعیین علامت دوجمله‌ای درجه اول

دوجمله‌ای درجه اول را به حالت عمومی $(ax+b)$ نمایش

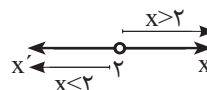
می‌دهیم. منظور از علامت دوجمله‌ای، تعیین مقادیری از x است که به‌ازای این مقادیر مقدار دوجمله‌ای مثبت یا منفی یا صفر باشد.

تعریف.....

هر رابطه با نماد «>» یا «<» در مجموعه عددهای حقیقی را یک نامساوی می‌نامیم. مانند: $b < a$ یا $a > b$.

نامساوی‌ها و محور اعداد

هر یک از نامساوی‌ها $x > a$ یا $x < a$ را روی محور اعداد حقیقی به صورت زیر نمایش می‌دهیم:



قوانین و خواص نامساوی‌ها.....

اگر a و b و c و d اعداد حقیقی دلخواه باشند؛ داریم:

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

داریم:

$$1) a < b, b < c \Rightarrow a < c$$

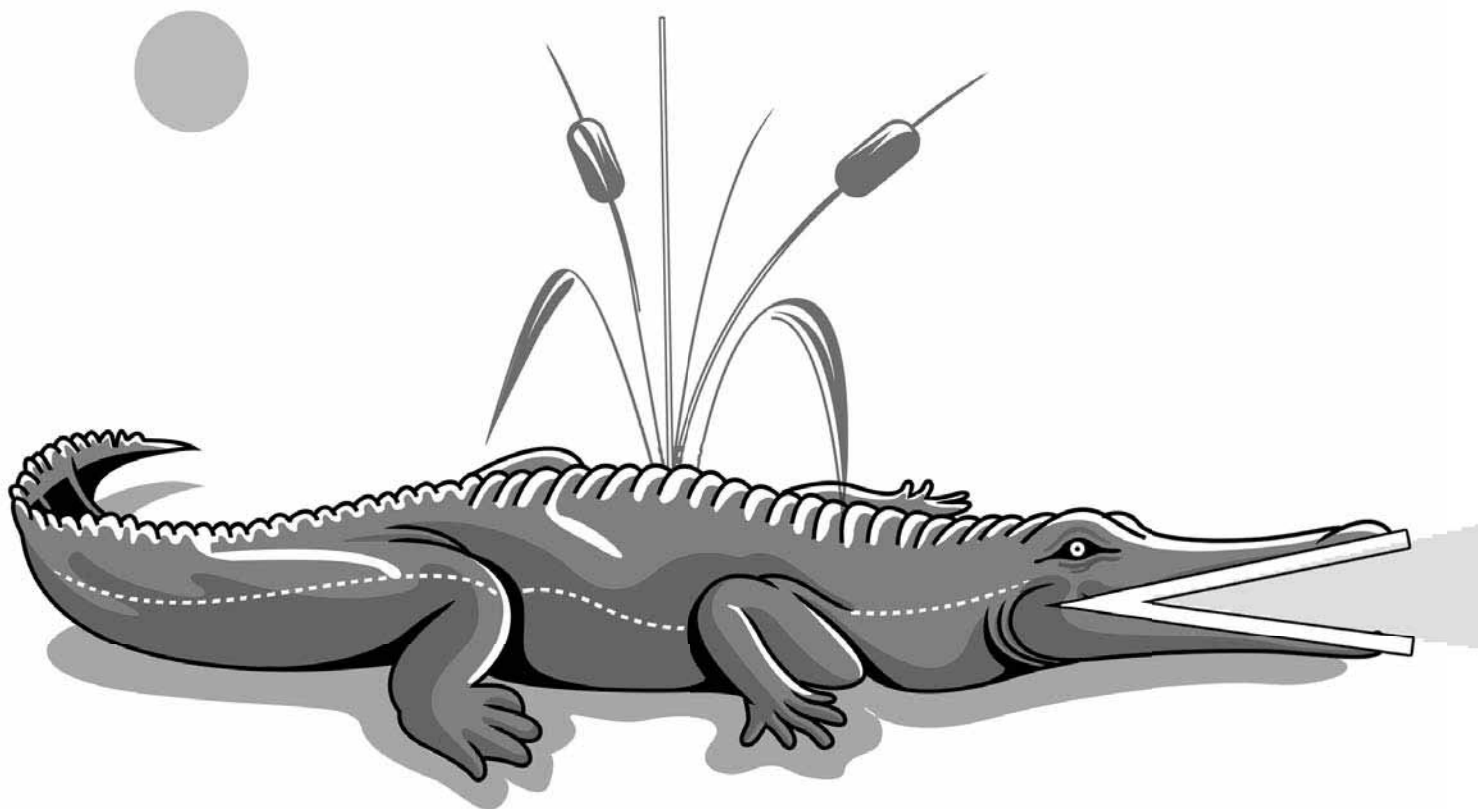
$$2) a < b \Leftrightarrow a \pm c < b \pm c$$

$$3) a < b, \begin{cases} c > 0 \Rightarrow ac < bc \text{ یا } \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \\ c < 0 \Rightarrow ac > bc \text{ یا } \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \end{cases}$$

$$4) a < b, c < d \Rightarrow a + c < b + d$$

$$5) 0 < a < b, 0 < c < d \Rightarrow ac < bd$$

$$6) |a| < |b| \Rightarrow a^2 < b^2$$



به طور کلی اگر دوجمله‌ای $(ax+b)$ را به صورت زیر بنویسیم:

$$ax + b = a\left(x + \frac{b}{a}\right) = a\left[x - \left(-\frac{b}{a}\right)\right]$$

ملاحظه می‌شود که برای $x > -\frac{b}{a}$ مقدار داخل کروشه مثبت و در این صورت، علامت دوجمله‌ای با علامت a یکی خواهد بود و به اصطلاح می‌گوییم علامت دوجمله‌ای موافق علامت a است. برای $x < -\frac{b}{a}$ مقدار داخل کروشه منفی است و در این صورت، علامت دوجمله‌ای مخالف با علامت a است. بنابراین به طور خلاصه داریم:

مقادیر x	کوچک‌تر از $-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	بزرگ‌تر از $-\frac{b}{a}$
علامت $ax+b$	(مخالف علامت a)	$\circ$	(موافق علامت a)

مثال ۱: عبارت $3x+6$ را تعیین علامت کنید.

حل: ابتدا ریشه عبارت را به دست می‌آوریم:

$$3x + 6 = 0 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{3} \Rightarrow x = -2$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	$-\infty$	$\circ$	$+\infty$
	-		+

مثال ۲: عبارت $\frac{5x-10}{3-6x}$ را تعیین علامت کنید.

مثال: برای دوجمله‌ای $(2x-4)$ عددهای مختلف را طبق جدول

زیر به x نسبت داده‌ایم و نظیر هریک از آن‌ها را برای عبارت فوق حساب کرده‌ایم:

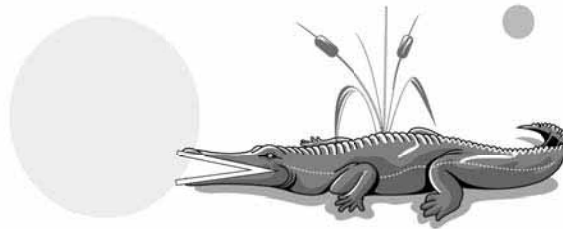
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$2x-4$	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

از این مثال متوجه می‌شویم که برای تعیین علامت یک دوجمله‌ای، کافی است دوجمله‌ای را برابر صفر قرار دهیم. در این صورت با به دست آوردن ریشه دوجمله‌ای (مقداری که عبارت را صفر می‌کند) مرز مقادیر منفی و مثبت دوجمله‌ای مورد نظر به دست خواهد آمد. در نتیجه به ازای مقادیر بزرگ‌تر از ریشه (مرز) دوجمله‌ای علامتش مثبت و به ازای مقادیر کوچک‌تر از ریشه، علامت دوجمله‌ای مفروض منفی خواهد بود. به طور کلی علامت دوجمله‌ای $(ax+b)$ در دو حالت $a > 0$ و $a < 0$ چنین است:

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$a > 0$:	x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	$ax+b$	-	$\circ$	+
		(مخالف علامت a)		(موافق علامت a)

$a < 0$:	x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
	$ax+b$	+	$\circ$	-
		(مخالف علامت a)		(موافق علامت a)



حل: ابتدا ریشه هریک از عبارت‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x - 10 = 0 \Rightarrow \Delta x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{\Delta} = 2 \Rightarrow x = 2$$

$$3 - 6x = 0 \Rightarrow -6x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$\Delta x - 10$	-	-	+	+
$-6x + 3$	+	+	-	-
$\Delta x - 10$	-	-	+	+
$3 - 6x$	+	+	-	-

تعریف نشده

تعیین علامت عبارت‌های متشکل از عامل‌های درجه اول

مثال ۳: عبارت $P = \frac{-x(3-6x)(x+1)}{(x-1)(2x-3)}$ را تعیین علامت کنید.

حل: برای تعیین عباراتی نظیر عبارت P ابتدا هریک از عامل‌های موجود را برابر صفر قرار می‌دهیم و ریشه هر کدام از عامل‌ها را به دست می‌آوریم. سپس جدولی رسم می‌کنیم و در سطر اول آن مقادیر جواب‌های به دست آمده را به ترتیب صعودی از چپ به راست می‌نویسیم و در هریک از سطرها دیگر آن، علامت یکی از عامل‌های عبارت P را تعیین می‌کنیم. در آخر علامت P برای هر فاصله عددی از ضرب علامت‌های واقع در ستون نظیر آن به دست می‌آید.

x	$-\infty - 1$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$x+1$	-	+	+	+	+	+
$-x$	+	+	-	-	-	-
$3-6x$	+	+	+	-	-	-
$x-1$	-	-	-	-	+	+
$2x-3$	-	-	-	-	-	+
P	-	+	-	+	-	+

p=0 p=0 p=0 تعریف نشده

توجه: از آن‌جا که به ازای ریشه‌های مخرج عبارت P بی‌معناست، بنابراین لازم است در جدول، ریشه‌های مخرج را تعریف نشده تلقی کنیم.

* تعیین علامت عبارت‌ها کاربردهای بسیاری دارد که از آن جمله می‌توان حل نامعادلات را نام برد که در این‌جا به حل و بحث نامعادلات می‌پردازیم.

نامعادله

نامعادله، گزاره‌ای به صورت نامساوی بین دو عبارت جبری شامل یک یا چند متغیر است. مجموعه جواب نامعادله، مجموعه مقادیری است که در ازای آن‌ها نامعادله به گزاره درست تبدیل می‌شود. ممکن است که در دامنه معینی از متغیر یا متغیرها، مجموعه جواب نامعادله تهی باشد. اگر برای نامعادله‌ای دامنه متغیر مشخص نشده باشد، دامنه آن را مجموعه عددهای حقیقی (R) اختیار می‌کنیم. نامعادله را یک مجهولی یا یک متغیری درجه اول می‌گوییم

هرگاه پس از اختصار لازم به یکی از صورت‌های زیر برسیم:

$$ax + b > 0 \quad \text{یا} \quad ax + b < 0 \quad \text{یا} \quad ax + b \geq 0 \quad \text{یا} \quad ax + b \leq 0$$

(در نامعادلات اخیر x متغیر و a و b ضرایب حقیقی هستند)

حل نامعادله یک مجهولی درجه اول

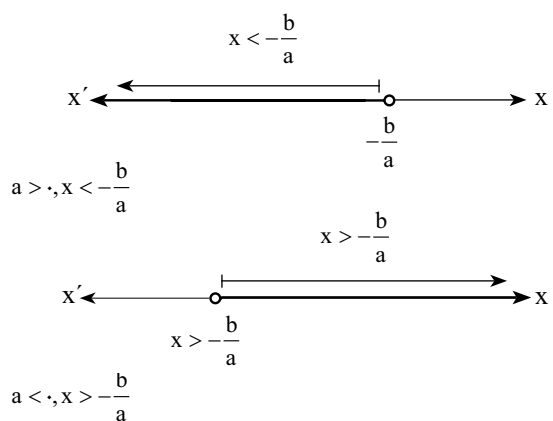
در حالت کلی نامعادله درجه اول را به شکل $ax + b > 0$ یا $ax + b < 0$ در نظر می‌گیریم. حل یک نامعادله در واقع به دست آوردن مجموعه جواب آن نامعادله است که ممکن است مجموعه جواب آن دارای هیچ یا بی‌شمار عضو باشد. به طور کلی، حل نامعادلات فوق چنین است:

$$ax + b > 0 \Rightarrow ax + b - b > -b \Rightarrow ax > -b$$

$$ax + b < 0 \Rightarrow ax < -b, \begin{cases} a > 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a}; \left\{ x \mid x < -\frac{b}{a} \right\} \\ a < 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a}; \left\{ x \mid x > -\frac{b}{a} \right\} \end{cases}$$

(مجموعه جواب) (مجموعه جواب)

نمایش مجموعه جواب روی محور اعداد:



تبصره: اگر نامعادله دارای مساوی باشد، خود ریشه نیز جزو مجموعه جواب است و در این صورت نقطه را روی محور توپر نمایش می‌دهیم.

مثال ۴: نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را روی محور اعداد نمایش دهید.

$$5(2x+3)^2 > 4(\sqrt{5}x-2)^2$$

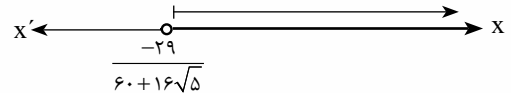
$$5(4x^2 + 12x + 9) > 4(5x^2 - 4\sqrt{5}x + 4)$$

$$\Rightarrow 60x + 45 > -16\sqrt{5}x + 16$$

$$\Rightarrow (60 + 16\sqrt{5})x > 16 - 45 \Rightarrow x > \frac{-29}{60 + 16\sqrt{5}}$$

$$\text{مجموعه جواب} = \left\{ x \mid x > \frac{-29}{60 + 16\sqrt{5}} \right\}$$

نمایش هندسی:



مثال ۵: نامعادله زیر را حل کنید و نمودار هندسی مجموعه جواب آن را رسم کنید.

$$\frac{-5+2x}{3} \leq \frac{-3x+1}{2}$$

حل: برای حل نامعادله، ابتدا طرفین نامعادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب می‌کنیم و سپس مجهولات را به یک‌طرف و معلومات را به طرف دیگر (با تعویض علامت آنان) می‌بریم و از آن‌جا x را محاسبه می‌کنیم:

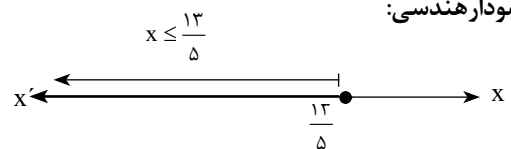
$$-2(5+2x) \leq 3(-3x+1)$$

$$\Rightarrow -10 - 4x \leq -9x + 3 \Rightarrow -4x + 9x \leq 3 + 10$$

$$\Rightarrow 5x \leq 13 \Rightarrow x \leq \frac{13}{5}$$

$$\text{مجموعه جواب} = \left\{ x \mid x \leq \frac{13}{5} \right\}$$

نمودار هندسی:



مثال ۶: نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{-x(x+2)}{(x+1)(3x-6)} \geq 0$$

حل: طرف اول نامعادله را با p نمایش می‌دهیم:

$$p = \frac{-x(x+2)}{(x+1)(3x-6)}$$

اینک برای حل نامعادله، کافی است عبارت p را تعیین علامت کنیم:

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	$+\infty$
$x+2=0 \Rightarrow x=-2$						
$x+2$	-	o	+	+	+	+
$x+1=0 \Rightarrow x=-1$						
$x+1$	-	-	o	+	+	+
$-x=0 \Rightarrow x=0$						
$-x$	+	+	+	o	-	-
$3x-6=0 \Rightarrow x=2$						
$3-6x$	-	-	-	-	o	+
$p \geq 0$	-	o	+	-	o	-

تعریف نشده تعریف نشده

با توجه به جدول و نامعادله $p \geq 0$ مجموعه جواب را تعیین می‌کنیم:

$$p \geq 0 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \{x \mid -2 \leq x < -1 \text{ یا } 0 \leq x < 2\}$$

مثال ۷: نامعادله زیر را حل کنید.

$$\frac{2(x-3)}{x} < \frac{-3}{x}$$

حل: ابتدا عبارت سمت راست نامعادله را به سمت چپ آن (با

تغییر علامت) می‌آوریم و پس از اختصار لازم، طرف چپ را با P نمایش می‌دهیم. برای حل نامعادله، کافی است عبارت P را تعیین علامت کنیم:

$$P = \frac{2(x-3)}{x} + \frac{3}{x} < 0 \Rightarrow \frac{2x-6+3}{x} < 0 \Rightarrow \frac{2x-3}{x} < 0$$

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x-3$	-	-	o	+
x	-	o	+	+
$p < 0$	+	-	o	+

تعریف نشده

$$p < 0 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \left\{ x \mid 0 < x < \frac{3}{2} \right\}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$-x^2$	$-$	$-$	0	$-$	$-$
$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0, x = \pm 1$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$p \geq 0$	$-$	0	$+$	$+$	$-$

$$P \geq 0 = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$$

حل دستگاه نامعادلات.....

نامعادلات توأم عبارت است از دو یا چند نامعادله که باید به ازای مقادیر مشترکی از مجهول برقرار باشند.
برای حل نامعادلات توأم، کافی است هریک را جداگانه حل کنیم و جواب‌های مشترک را بین همگی آن‌ها به دست آوریم.
مجموعه جواب دو یا چند نامعادله توأم عبارت است از اشتراک مجموعه‌های جواب هریک از آن‌ها. به عبارت دیگر، مجموعه جواب مجموعه‌ای است که برای تمام نامعادلات دستگاه صادق باشد.

مثال ۱۰: دستگاه دوناامعادله توأم زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 5x - 3 > 2x + 3 \\ 3 - 4x < 1 \end{cases}$$

حل:

$$\begin{cases} 5x - 3 > 2x + 3 \\ 3 - 4x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 2x > 3 + 3 \\ -4x < 1 - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x > 6 \\ -4x < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{3} \\ x > \frac{-2}{-4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

مجموعه جواب نامعادله (۱) عبارت است از:

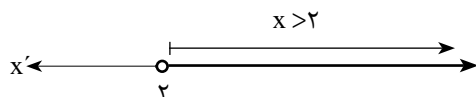
$$\{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$$

مجموعه جواب نامعادله (۲) عبارت است از:

$$\{x \in \mathbb{R} | x > \frac{1}{2}\}$$

مجموعه جواب دستگاه مفروض اشتراک دو مجموعه فوق است:

$$\text{مجموعه جواب دستگاه} = \{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$$



تعیین علامت سه جمله‌ای درجه دوم $(P=ax^2+bx+c)$

ابتدا عبارت درجه دوم را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$P = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right]$$

$$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$$

در این جا اگر عبارت $\Delta = b^2 - 4ac$ منفی یا برابر صفر باشد،

بدیهی است که علامت p هم علامت a خواهد بود، زیرا داخل کروشه در حالت $\Delta < 0$ همواره مثبت و در حالت $\Delta = 0$ $(x = -\frac{b}{2a})$ صفر می‌شود. بنابراین p در حالت $\Delta < 0$ هم علامت a و در حالت $\Delta = 0$ برابر صفر است. درحالتی که $\Delta > 0$ باشد سه جمله‌ای دو ریشه حقیقی متمایز دارد که در این حالت می‌توان نوشت:

$$P = a \left[\left(x + \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \left(x + \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right) \right]$$

در این صورت با تشکیل جدول نتیجه می‌شود که علامت P

همواره بین دو ریشه، مخالف علامت a و به ازای مقادیر حقیقی x خارج دو ریشه، موافق علامت a است.

مثال ۸: عبارت درجه دوم $B=x^2-3x+2$ را تعیین علامت کنید.

حل: ابتدا ریشه‌های معادله $B=0$ را تعیین می‌کنیم:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

اینک جدول تعیین علامت را تشکیل می‌دهیم:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$B=x^2-3x+2$	$+$	0	$-$	$+$

بنابراین علامت B بین دو ریشه (مخالف علامت $a=1$) منفی

است.

مثال ۹: نامعادله $\frac{-x^2(x^2-1)}{x^2+x+1} \geq 0$ را حل کنید.

حل: ابتدا ریشه تمام عامل‌های صورت و عبارت مخرج را در

صورت وجود به دست می‌آوریم و سپس جدول تعیین علامت عبارت

P را رسم می‌کنیم:

در حالت کلی

نامعادله درجه

اول را به شکل

$ax+b > 0$ یا

$ax+b < 0$ در نظر

می‌گیریم. حل

یک نامعادله

در واقع به دست

آوردن مجموعه

جواب آن

نامعادله است

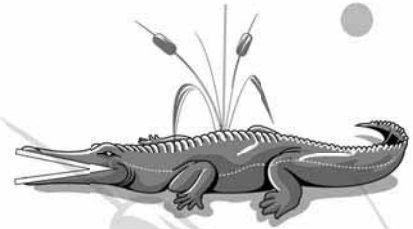
که ممکن است

مجموعه جواب

آن دارای هیچ

یا بی‌شمار عضو

باشد



مثال ۱۱: دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} + \frac{x-3}{2} < \frac{3x-2}{6} & (۱) \\ \frac{x+1}{2} - \frac{3x+2}{3} < \frac{x-1}{4} & (۲) \end{cases}$$

حل: ابتدا طرفین نامعادله (۱) را در ۶ و طرفین نامعادله (۲) را

در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2(2x-1) + 3(x-3) < 3x-2 \\ 6(x+1) - 4(3x+2) < 3(x-1) \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} 4x-2+3x-9-3x+2 < 0 \\ 6x+6-12x-8-3x+3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x < 9 \\ -9x < -1 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{9}{4} \\ x > \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموعه جواب دستگاه} = \left\{ x \mid \frac{1}{9} < x < \frac{9}{4} \right\} \end{aligned}$$

نامعادلات و قدر مطلق.....

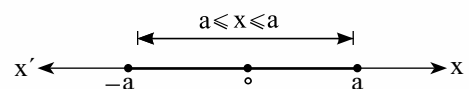
می‌دانیم که قدر مطلق عدد حقیقی a عبارت است از $|a|$ به قسمی که:

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

برای مثال:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}, \quad |-\pi| = \pi, \quad |\pm 3| = 3, \quad |5| = 5 \\ & \dots \quad |-\sqrt{2}| = \sqrt{2} \end{aligned}$$

نمایش $|x| \leq a$ چنین است:



به‌طور کلی حل هر معادله یا نامعادله شامل قدر مطلق مجهول به حل دو یا چند دستگاه از معادله‌ها و نامعادله‌ها تبدیل می‌شود.

مثال ۱۲: معادله $3x - |x - 4| = 1$ را حل کنید.

حل: برای حل معادله فوق دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$(۱): \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 3x-(x-4)=1 \end{cases} \quad \text{یا} \quad (۲): \begin{cases} x-4 < 0 \\ 3x+(x-4)=1 \end{cases}$$

پس از اختصار لازم داریم:

$$(۱): \begin{cases} x \geq 4 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{یا} \quad (۲): \begin{cases} x < 4 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$(۱) \text{ مجموعه جواب} = \left\{ x \mid x \geq 4, x = -\frac{3}{2} \right\} = \emptyset$$

$$(۲) \text{ مجموعه جواب} = \left\{ x \mid x < 4, x = \frac{5}{4} \right\} = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

$$\text{مجموعه جواب معادله} = \left\{ \frac{5}{4} \right\} \cup \emptyset = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

بنابراین، تنها جواب معادله $x = \frac{5}{4}$ است.

مثال ۱۳: نامعادله $|x-2| \leq 1$ را حل کنید.

حل: مانند مثال ۱۱ برای حل نامعادله مفروض، کافی است دو حالت در نظر بگیریم:

$$(۱): \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-2 \leq 1 \end{cases} \quad \text{یا} \quad (۲): \begin{cases} x-2 < 0 \\ -(x-2) \leq 1 \end{cases}$$

پس از اختصار لازم داریم:

$$(۱): \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases} \quad \text{یا} \quad (۲): \begin{cases} x < 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$(۱) \text{ مجموعه جواب} = \{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$$

$$(۲) \text{ مجموعه جواب} = \{x \mid 1 \leq x < 2\}$$

$$\begin{aligned} \text{مجموعه جواب نامعادله} &= \{x \mid 1 \leq x < 2 \text{ یا } 2 \leq x \leq 3\} \\ &= \{x \mid 1 \leq x \leq 3\} \end{aligned}$$

مثال ۱۴: عبارت $p(x) = \sqrt{4-x^2} + \sqrt{x^2-4}$ به‌ازای چه

مقادیری از x تعریف شده است.

حل: می‌دانیم زیر رادیکال با فرجه زوج همواره باید مثبت یا صفر

باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 4-x^2 \geq 0 \\ x^2-4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq 4 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases} \end{aligned}$$

از اشتراک مجموعه جواب‌ها داریم:

$$\text{مجموعه جواب} = \{-2, 2\}$$

بنابراین عبارت $p(x)$ فقط به‌ازای $x=2$ و $x=-2$ تعریف شده است.

مثال ۱۵: عبارت $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^3-8}} + \sqrt[6]{32-2x^2}$ به‌ازای چه

مقادیری از x معین است.

حل: عبارت مفروض را می‌توان چنین نوشت:

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^3-8}} + \sqrt[6]{32-2x^2}$$

بنابراین، عبارت فوق وقتی تعریف شده و معین است که زیر

رادیکال‌های با فرجه زوج مثبت یا صفر باشد:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x^3-8 \geq 0 \\ 32-2x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 \geq 8 \\ 2x^2 \leq 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 \leq 16 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \end{aligned}$$

بنابراین از اشتراک مجموعه جواب‌های نامعادلات دستگاه داریم:

$$\text{مجموعه جواب} = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$$

نامعادلات توأم
عبارت است
از دو یا چند
نامعادله که باید
در عین حال
به‌ازای مقادیر
مشترکی از
مجهول برقرار
باشند