



صحیح و ساده؛ جامع و مانع

داود معصومی مهوار

چیزی را تعریف کنند، یکی از خاصیت‌های آن را به‌عنوان تعریف انتخاب می‌کنند و بقیه خاصیت‌ها را اثبات می‌کنند. به همین دلیل فرق زیادی نمی‌کند که کدام را به‌عنوان تعریف انتخاب کنند.

● **من:** فریبا چیز خوبی گفت. تعریف باید چه باشد؟ احتمالاً بیشتر درباره آن گفت‌وگو می‌کنیم. اما نفیسه حواست باشد که موافقت همه دلیل درستی نیست. شاید همه اشتباه می‌کنند. از همه جالب‌تر نظر زهرا بود که دنبال مثال نقض می‌گشت. ولی از مسیر فریبا پیش می‌رویم و شاید جواب نفیسه را هم دادیم. خوب کسی می‌داند که چگونه باید تعریف کرد؟ روشی که فریبا گفت خوب است؟

● **آزاده:** من یک بار شنیدم که «تعریف باید جامع و مانع باشد»، اما نمی‌دانم یعنی چه؟ خصوصاً از مانع سر در نمی‌آورم. حدسم این است که جامع باشد، یعنی کامل باشد و ناقص نباشد.

● **من:** آزاده درست شنیده است و چند نفر هم با اشاره تأیید کردند، ولی جامع در اینجا به معنی کامل نیست، معنی دقیق‌تری دارد؛ یعنی جمع‌کننده. مانع هم یعنی منع‌کننده. فکر کنید و ببینید چه چیزی را باید جمع کند و چه چیزی را باید منع کند.

● **پریسا:** دو خطی موازی هستند که همیشه از هم به یک فاصله باشند (۱۹ موافق).

● **نرگس:** دو خطی موازی هستند که متقاطع نباشند (۱۴ موافق).

● **اعظم:** دو خطی موازی هستند که هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند (۱۶ موافق).

● **لیلا:** دو خطی موازی هستند که هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند یا همه نقطه‌هایشان مشترک باشد (۴ موافق).

● **من:** خوب بچه‌ها، هر کس برای خودش تعریفی داشت و بالاخره توانستیم تعریف‌ها را در چهار دسته بالا جمع‌وجور کنیم. می‌بینید که تعریف پریسا از همه بیشتر طرف‌دار دارد، ولی درست نیست. کسی درباره آن نظری دارد؟

● **زهرا:** خانم مگر می‌شود درست نباشد؟ واقعاً همه خط‌های موازی این‌جوری هستند و فکر نمی‌کنم بتوانید خلاف آن را نشان بدهید. منظورم این است که مثال نقضی برای آن ندارید.

● **نفیسه:** خانم همه تعریف پریسا را درست می‌دانند؛ حتی کسانی که با تعریف‌های دیگر موافق بوده‌اند. عجیب است که شما آن را درست نمی‌دانید.

● **فریبا:** تا جایی که من می‌دانم در ریاضیات، وقتی می‌خواهند

در صورتی که اعظم و لیلا در تعریف خود به جای کمک گرفتن از این واژه، آن را توضیح داده‌اند. اگر این حرف را درست می‌دانید، ادامه بدهیم.

● **مه‌ری:** این حرف‌ها درست‌اند، ولی فکر می‌کنم، همان‌طور که از تعداد موافقان پیداست، بیشتر بچه‌ها تعریف پریسا را می‌پسندند. این تعریف خیلی سراسر است و ساده است.

● **من:** اتفاقاً به موقع پرسیدی. مه‌ری و موافقانش به توضیحات الهام فکر کنند. آیا واقعاً با الهام موافقید؟ تا متقاطع را تعریف نکرده‌ایم، نباید از آن در تعریف موازی کمک بگیریم؟ این موضوع چه قدر جدی است؟

● **سمیه:** خب خانم چه ایرادی دارد؟ اگر کسی نمی‌دانت، می‌پرسد و برایش می‌گوییم!

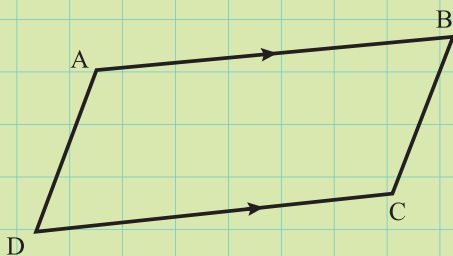
● **من:** روش سمیه در ریاضیات مرسوم نیست. قرار است با تعریف چیزی را که نمی‌شناسند، بشناسانیم. تعریف باید این کار را انجام بدهد، نه اینکه کلی نقص و لنگی و ابهام داشته باشد.

● **مه‌ری:** من حرف الهام را قبول دارم، ولی مگر در تعریف پریسا از چیز دیگری کمک گرفته شده است؟ اتفاقاً آن قدر واضح و روشن بود که آن همه موافق پیدا کرد.

● **من:** می‌بینم که بعضی‌ها نگاهشان به تخته دوخته شده است و فکر می‌کنند. مه‌ری، از من بشنو که حدست درست است. تعریف به‌ظاهر واضح پریسا مشکل بزرگی دارد. حواستان را جمع کنید و پیدایش کنید.

بعد از حدود دو دقیقه

● **من:** خب، مثل اینکه موضوع پیچیده است و کسی به جایی نرسید. من کمی کمک می‌کنم. ببینید یک تعریف هم من اضافه می‌کنم و به آن فکر کنید: «دو خطی موازی هستند که دو ضلع روبه‌روی یک متوازی‌الاضلاع باشند.»



مریم: من عبارت دیگری را شنیده بودم. «تعریف باید جامع افراد و مانع اغیار باشد.» الان متوجه شدم که تعریف باید جوری باشد که تمام افرادی را که می‌خواهیم در تعریف بگنجد، شامل شود و جمع کند. مثلاً برای تعریف کتاب اگر بگوییم: «کتاب چند کاغذ چاپ شده است که یکجا گرد هم آمده باشند»، شامل کتاب‌های خطی و دست‌نویس قدیمی نمی‌شود و تعریف خوبی برای کتاب نیست.

● **من:** مریم درست می‌گوید. کسی می‌تواند مانع را توضیح بدهد؟

● **آزاده (با کمی تردید):** نکند منظورشان این است که تعریف نباید شامل افراد متفرقه باشد؟

● **من:** درست می‌گویی. تعریف نباید افرادی را بپذیرد که منظور ما نیستند. کسی می‌تواند یک مثال از ریاضیات بیاورد؟

● **سایه:** مثلاً شاید ما بخواهیم مربع را این‌طور تعریف کنیم: «مربع یک چهارضلعی است که هر چهار زاویه درونی آن قائمه باشند.» این تعریف جامع است و واقعاً همهٔ مربع‌ها را شامل می‌شود، اما هر مستطیل هم چهار زاویه درونی قائمه دارد و با این تعریف سازگار است و مربع به حساب می‌آید، در صورتی که نیست.

● **سوده:** ولی من شنیده‌ام که هر مربعی مستطیل هم به حساب می‌آید. یعنی اگر چیزی در تعریف چیز دیگری صدق کند، نباید ایراد داشته باشد.

● **من:** سوده درست شنیده است. واقعاً هر مربعی یک مستطیل هم هست، ولی این جور نیست که هر مستطیل هم یک مربع باشد. به عبارت دیگر، ریاضی‌دانان خواسته‌اند که این جوری تعریف کنند. از دستشان در نرفته است. خب بیشتر به این جامع و مانع نمی‌پردازیم. چیز مهم‌تری هست. پس پیشنهاد می‌کنم که نظرتان را دربارهٔ تعریف نرگس بگویید. «دو خطی موازی هستند که متقاطع نباشند.»

● **الهام:** فکر می‌کنم تعریف خوبی نیست. درواقع این تعریف شبیه تعریف اعظم یا لیلا است که می‌گوید: «دو خطی موازی هستند که هیچ نقطهٔ مشترکی نداشته باشند.» اما نرگس به جای اینکه نقطهٔ برخورد داشتن یا نداشتن دو خط را بررسی کند، به نام آن دو خط، یعنی «متقاطع»، بسنده کرده است.

● **من:** الهام خوب توضیح داد. اضافه می‌کنم که اگر بخواهیم تعریف نرگس را بفهمیم، باید از قبل مفهوم متقاطع را بدانیم.

دیگری نیز هستند که بعداً خواهید دید؛ مانند «فاصله دو صفحه موازی».

● **مهري:** لابد بعد از اینکه تعریف دو صفحه موازی را یادمان دادند؟

● **من:** بله. قبل از آن شدنی نیست.

● **سما:** من در کتابی دیدم که تعریف دو خط موازی را شبیه به تعریف اعظم گفته بود، ولی یک عبارت عجیب و غریب هم آورده بود: «اگر و تنها اگر».

● **من:** بله. عبارت دقیقی است، ولی معنای ساده‌ای دارد. در ریاضیات این‌طور تعریف می‌کنند که: «دو خط با هم موازی هستند، اگر و تنها اگر هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند» و منظورشان این است که اگر دو خط هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند، آن‌گاه با هم موازی هستند. همچنین اگر دو خط با هم موازی باشند، آنگاه هیچ نقطه مشترکی ندارند.

● **سمانه:** اینکه خیلی واضح و روشن است. برای چه تأکید بیخودی می‌کنند؟

● **من:** در ریاضیات هر چه را که منظور داشته باشند، می‌گویند. از شنونده توقع ندارند که چیزهای واضح و روشن را خود بفهمد و به تعریف اضافه کند. بگذریم. حالا، نه من این‌قدر دقیق حرف زده‌ام و نه کتاب درسی شما. خواستم موضوع برای سمانه و دیگرانی که کتاب می‌خوانند، روشن شود. فعلاً اصرار ندارم همه این‌قدر دقیق باشند.

● **سحر:** خوب بالاخره چرا همان تعریف پریسا را اصلاح نمی‌کنیم؟ ظاهراً همه آن را روشن‌تر و بهتر می‌دانستیم.

● **من:** در ریاضیات تعریفی را انتخاب می‌کنند که کار با آن ساده‌تر باشد. یعنی اثبات دیگر ویژگی‌های دو خط موازی ساده‌تر پیش برود. بررسی این موضوع فعلاً برای ما ساده نیست. الان هم وقتمان تمام شده است.

● **زنگ تفریح پریسا آمد و تعریفش را این‌گونه اصلاح کرد:** «دو خط a و b موازی می‌گوییم، اگر فاصله هر دو نقطه دلخواه خط a از خط b برابر باشد».

به او گفتم که تعریفش درست است، ولی برای ادامه کار و اثبات دیگر ویژگی‌های دو خط موازی کار را بسیار سخت می‌کند. مثلاً از او خواستم به این فکر کند که آیا دقیقاً «دو خط موازی» را تعریف کرده است؟

● **مهري و چند نفر دیگر:** این تعریف داد می‌زند که خیلی کج و کوله است. خود متوازی‌الاضلاع را به کمک خط‌های موازی تعریف می‌کنند. در واقع همان‌طور که در اسم متوازی‌الاضلاع آمده، چهارضلعی‌ای که هر دو ضلع روبه‌روی آن با هم موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است. نباید با موازی متوازی‌الاضلاع را تعریف کنیم و با متوازی‌الاضلاع موازی را. این روشن است، ولی به نظر نمی‌رسد که تعریف پریسا چنین مشکلی داشته باشد.

● **من:** تعریف پریسا مشکل بزرگ‌تری دارد. بیشتر دقت کنید. به تک‌تک واژه‌ها توجه کنید.

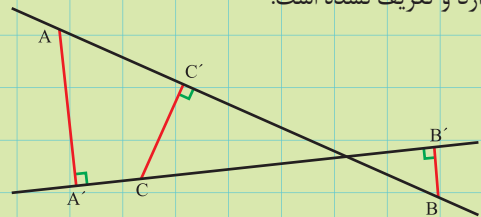
● **اعظم:** مشکل «فاصله» است؟

● **من:** عالی است. بچه‌ها اعظم مشکل را دید. به واژه فاصله توجه کنید.

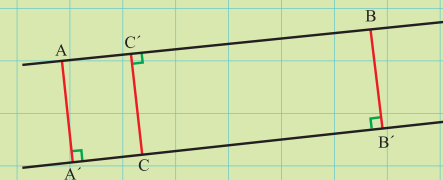
سه دقیقه نگذشته بود که خیلی‌ها دستشان بالا رفت.

● **زهرة:** فکر می‌کنم موضوع تعریف «فاصله دو خط موازی» باشد. این مفهوم همان‌طور که در عبارتش پیداست، بعد از تعریف دو خط موازی تعریف می‌شود، ولی ما و پریسا داشتیم در تعریف خود خط‌های موازی، از آن استفاده می‌کردیم.

● **من:** زهرة درست می‌گوید. در هندسه فاصله دو خط معنی ندارد و تعریف نشده است.



می‌بینید؟ فاصله نقطه‌های A و B از خط دوم یکی نیست، ولی اگر دو خط با هم موازی باشند، فاصله آن دو معنی دارد و تعریف می‌شود. و صد البته، وقتی که دو خط موازی تعریف شدند و معنایش معلوم شد، آن‌گاه سراغ تعریف فاصله‌شان می‌روند و تعریف می‌کنند.



● **سما:** ولی خود شما الان قبل از تعریف موازی از فاصله حرف زدید. چه ایرادی دارد؟

● **من:** صحبت من درباره «فاصله نقطه از خط» بود، نه «فاصله دو خط» یا «فاصله دو خط موازی». اتفاقاً در هندسه فاصله‌های