



آقای رهنما (دبیر ریاضی): بچه ها کار

امروزمان را بایک بازی که با آن آشنا هستید شروع می کنیم. حتماً بازی بیست سؤالی را خاطرتان هست. برای یادآوری کسی می تواند این بازی را شرح دهد؟

محمودی: آقا اجازه، کاری که ما می کردیم این بود: یک کلمه یا شیء را در نظر می گرفتیم و افراد با حداکثر ۲۰ سؤال باید جواب را حدس می زدند.

آقای رهنما: آفرین! حالا بگو سؤالی های افراد برای پی بردن به نام آن کلمه یا شیء چه ویژگی مهمی باید داشته باشد؟

محمودی: آقا سؤالی باید بپرسند که با بله یا خیری که جواب آن است، چیزهایی که جزو جواب نیستند حذف شوند.

راهبرد حذف حالت های نامطلوب

آقای رهنما

آقای رهنما: بله همین طور است. حالا ما به شیوه مسابقه بیست سؤالی یک مسابقه پنج سؤالی مطرح می کنیم. من یک عدد طبیعی کمتر از ۲۰ در نظر گرفته ام. حالا سعی کنید عدد را حدس بزنید. از همین جلو شروع می کنیم.

ایمانی: آقا عدد ۱۰ است؟

آقای رهنما: خیر. ولی سؤال خوبی نبود. سؤال خوب آن است که تعداد زیادی از حالت ها را حذف کند.

مصطفوی: آقا عدد کمتر از ۱۰ است؟

آقای رهنما: خیر. این سؤال خوبی بود. تقریباً نیمی از حالت ها را حذف کرد.

حسینی: آقا عدد از ۱۵ بزرگ تر است؟

آقای رهنما: بله. این هم سؤال خوبی است. اسدی: آقا عدد زوج است؟

آقای رهنما: بله. حالا بایک سؤال دیگر به پاسخ صحیح برسید.

علوی: عدد مورد نظر ۱۸ است؟

آقای رهنما: خیر. عدد مورد نظر ۱۶ بود. اگر آقای ایمانی سؤال بهتری می کرد، یقیناً شما

می توانستید به جواب مورد نظر برسید. ما با این کارمان حالت هایی را که نمی توانند

جواب باشند حذف می کنیم که به آن حذف حالت های نامطلوب می گویند. این راهبرد

در یافتن پاسخ بسیاری از مسئله ها کارساز است. حالا یک سؤال دیگر مطرح می کنم:

آقای صالحی که دبیر ریاضی بود و تازه به محله جدید اسباب کشی کرده است

به ملاقات همسایه خود می رود. در حین صحبت هایشان از همسایه

می پرسد: چند بچه دارید؟ همسایه جواب می دهد: سه پسر دارم که در

حیات دارند بازی می کنند و دو تا از آن ها دو قلو هستند. و از آنجا که

می داند آقای صالحی دبیر ریاضی است، بازی کی ادامه می دهد:

حاصل ضرب سن بچه ها ۷۲ است. کمی سکوت می کند و از آنجا که

آقای صالحی مشغول فکر کردن





همین راهبرد و حذف حالت‌های غیر قابل قبول مسئله را حل کنید:

زهر را تعداد سطرهای یک صفحه کتابش را می‌شمرد. وقتی آن‌ها را سه تا سه تا می‌شمرد، دو سطر باقی می‌ماند. وقتی آن‌ها را پنج تا پنج تا می‌شمرد، باز دو سطر باقی می‌ماند، ولی وقتی آن‌ها را هفت تا هفت تا می‌شمرد، پنج سطر باقی می‌ماند. در آن صفحه چند سطر وجود داشته است؟

احمدی: اولین قدم آن است که سطرهای یک صفحه حداقل یک و حداکثر پنجاه تا است. پس ما دنبال عددی در این محدوده هستیم.

حسینی: آقا علاوه بر آنکه آقای احمدی گفت، در حالت‌های اول، دوم و سوم عددهای مورد نظر را می‌نویسیم و عددی که در هر سه حالت مشترک است جواب مسئله ماست.

آقای رهنما: کاملاً درست است. حالا بیا و آن سه حالت را بنویس.

حسینی: (تابلو را کاملاً پاک می‌کند و می‌نویسد)

حالت اول: ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۴، ۱۷، ۲۰، ۲۳، ۲۶، ۲۹، ۳۲، ۳۵، ۳۸، ۴۱، ۴۴، ۴۷، ۵۰

حالت دوم: ۲، ۷، ۱۲، ۱۷، ۲۲، ۲۷، ۳۲، ۳۷، ۴۲، ۴۷

حالت سوم: ۵، ۱۲، ۱۹، ۲۶، ۳۳، ۴۰، ۴۷

عدد مشترک در سه حالت عدد ۴۷ است، پس این صفحه ۴۷ سطر داشته است.

آقای رهنما: آفرین! حالا سؤال دیگری دارم. آیا «غربال اراتستن» در تعیین عددهای اول کمتر از صد را به یاد دارید؟ کسی می‌تواند آن را بازگو کند؟

احمدی: آقا تا جایی که یادم هست، عددهای طبیعی ۱ تا ۱۰۰ را در یک جدول ضرب 10×10 می‌نوشتیم. عددی که نه اول بود و نه مرکب خط می‌زدیم. اولین عدد اول ۲ بود. آن را نگه می‌داشتیم و تمام مضرب‌های ۲ را حذف می‌کردیم. عدد اول بعدی ۳ بود. آن را نگه می‌داشتیم و همه مضرب‌های ۳ را حذف می‌کردیم. این کار را تا یافتن آخرین عدد اول ادامه می‌دادیم.

آقای رهنما: کاملاً درست گفتید. ما در غربال اراتستن هم از همین راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب کمک می‌گرفتیم. حالا یک سؤال جالب مطرح می‌کنم. کمی طولانی است خوب گوش کنید:

خانم جمع و آقای ضرب در یک اتاق نشسته‌اند. استاد وارد اتاق می‌شود و به آن‌ها می‌گوید من دو عدد از بین عددهای ۱ تا ۷ انتخاب کرده‌ام. آن‌ها را با هم جمع کرده‌ام و روی این کاغذ نوشته‌ام و

است می‌گوید: البته مجموع سن بچه‌ها با شماره پلاک خانه‌مان برابر است.

آقای صالحی لبخندی می‌زند و به سرعت به بیرون خانه می‌رود، عدد پلاک را به خاطر می‌سپرد و باز می‌گردد. همسایه می‌پرسد توانستید سن بچه‌ها را حدس بزنید؟ آقای صالحی می‌گوید: هنوز مبهم است. همسایه می‌گوید: حق با شماست. بزرگ‌ترین پسر من به دو چرخه سواری خیلی علاقه دارد!

آیا آقای صالحی می‌تواند سن بچه‌ها را درست حدس بزند؟ اگر شما جای آقای صالحی باشید چگونه مسئله را حل می‌کنید؟

مصطفوی: آقا تعداد زیادی حالت هست که ضرب سه عدد طبیعی ۷۲ بشود، ولی چون سه بچه دارند در حیاط بازی می‌کنند، پس عددهای سن باید بین ۲ تا ۲۰ باشد. **آقای رهنما:** آفرین! این قدم خوبی برای حل مسئله است. حالا بیا پای تابلو و تمام حالت‌هایی را که ضرب سه عدد در این محدوده برابر ۷۲ می‌شود بنویس.

مصطفوی: (پای تابلو می‌رود و می‌نویسد)

سن بچه‌ها	مجموع سن‌ها
۱۸، ۲، ۲	۲۲
۱۲، ۳، ۲	۱۷
۹، ۴، ۲	۱۵
۶، ۶، ۲	۱۴
۸، ۳، ۳	۱۴
۶، ۴، ۳	۱۳

آقای رهنما: حالا فهمیدید که چرا آقای صالحی در ابتدای کار نتوانست سن‌ها را حدس بزند؟ وقتی شماره پلاک را دید باز تردید داشت؛ چرا؟

مصطفوی: علت تردید آقای صالحی این بود که شماره پلاک ۱۴ بوده است و گزینه در هر حالت دیگری به سرعت جواب مشخص بود و با راهنمایی که همسایه کرد که پسر بزرگم به دو چرخه سواری علاقه دارد، پس حالت ۶، ۶، ۲ می‌شود. چون دو پسر دوقلو دارد، پس سن بچه‌ها ۳ و ۳ و ۸ است.

آقای رهنما: آفرین! کاری که برای حل این مسئله انجام شد حذف حالت‌های نامطلوب با توجه به اطلاعات مسئله بود. حالا یک مسئله دیگر مطرح می‌کنم تا با

آن‌ها را ضرب کرده‌ام و روی کاغذ دیگری نوشته‌ام. کاغذ اول را به خانم جمع و کاغذ دوم را به آقای ضرب می‌دهم. هیچ کدامتان نباید کاغذتان را به دیگری نشان دهید. استاد از اتاق خارج می‌شود و مکالمه زیر بین آقای ضرب و خانم جمع صورت می‌گیرد:

آقای ضرب: من نمی‌دانم عدد نوشته شده روی کاغذ شما چیست.

خانم جمع: من هم نمی‌دانم عدد نوشته شده روی کاغذ شما چیست. **آقای ضرب:** خوب شد گفتید، با این حال باز هم من نمی‌دانم عدد شما چیست.

خانم جمع: آهان! حالا که این را گفتید من فهمیدم عدد شما چیست؛ نه تنها عدد شما بلکه دو عدد انتخاب شده توسط استاد را هم فهمیدم.

آقای رهنما نگاه معنی‌داری به بچه‌ها کرد و گفت حالا با توجه به این مکالمه شما بگویید عدد آقای ضرب و عدد خانم جمع و به طور کلی دو عدد انتخاب شده توسط استاد کدام‌اند؟

احمدی: آقا معما طرح می‌کنید؟! اینکه هیچ اطلاعاتی به جز نمی‌دانم ندارد! **آقای رهنما:** همین نمی‌دانم‌ها می‌تواند کمک زیادی به حل مسئله بکند. خوب ما دو عدد از ۱ تا ۷ داریم. ترتیبشان هم مهم نیست. ۲۸ حالت وجود دارد. حالا این ۲۸ حالت را فهرست کنید. یک سری از حالت‌ها پس از آنکه آقای ضرب می‌گوید من دو عدد را نمی‌توانم بگویم حذف می‌شود. مثلاً دو عدد ۱ و ۲ نیستند؛ چرا؟

احمدی: چون عدد روی کارت آقای ضرب اگر حاصل ضرب ۱ و ۲ باشد، یعنی، ۲ به راحتی آقای ضرب می‌فهمد حاصل ضرب دو عدد ۱ و ۲ می‌شود ۲ و وقتی می‌گوید نمی‌دانم پس ۱ و ۲ نیست.

آقای رهنما: همین‌طور است. مثلاً عدد روی کارت آقای ضرب ۲۵ و ۴۹ و ۲۱ نیست؛ به همان دلیلی که آقای احمدی می‌گوید. پس حالت‌هایی که می‌ماند چه حالت‌هایی هستند؟

مصطفوی: آقا فقط شش حالت می‌ماند که عبارت‌اند از:

۱ و ۶، ۲ و ۳، ۲ و ۲، ۲ و ۶، ۲ و ۴ و ۳

آقای رهنما: توجه دارید که فقط بایک نمی‌دانم آقای ضرب، خانم جمع متوجه می‌شود که یکی از این شش حالت اتفاق افتاده است که جمع آن‌ها در دو حالت ۵ و در دو حالت ۷ و یکی ۴ و یکی ۸ می‌شود. حالا خانم جمع با دانستن این مطلب و عددی که روی کارتش نوشته شده است می‌گوید من آن دو عدد را نمی‌دانم. کدام حالت‌ها رد می‌شوند؟

مصطفوی: حالت‌هایی که جمع ۴ یا ۸ است حذف می‌شوند.

آقای رهنما: آفرین! حالا از این ۴ حالت باقی‌مانده و اینکه آقای ضرب می‌گوید من هنوز دو عدد را نتوانسته‌ام حدس بزنم، خانم جمع می‌فهمد که دو حالت باقی مانده است: ۲ و ۳ که جمعشان ۵ است و ۶ و ۱ که جمعشان ۷ است. از آنجا که عدد روی کارتش را که جمع دو عدد است را می‌بیند، پس دو عدد اولیه را می‌فهمد. حالا شما بگویید عدد روی کارت آقای ضرب چه عددی بوده است.

احمدی: آقا در هر دو حالت که ۲ و ۳ باشد یا ۱ و ۶، ضرب هر دو عدد می‌شود ۶. پس عدد روی کارت آقای ضرب ۶ بوده است.

آقای رهنما: آفرین! خوب بچه‌ها دیدید که در این مسئله از چند نمی‌دانم کلی اطلاعات به دست آمد که به حل مسئله منجر شد.

فرصت ما برای این جلسه به پایان می‌رسد. تعدادی مسئله به شما می‌دهم که به روش حذف حالت‌های نامطلوب آن‌ها را حل کنید. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های سؤال‌ها را توزیع کنید.

تمرین

۱. **سودابه** روزهای چهارشنبه، پنجشنبه و جمعه دروغ و در سایر روزهای هفته راست می‌گوید. **تهمینه** روزهای یکشنبه، دوشنبه و سه‌شنبه دروغ‌گوست و دیگر روزهای هفته راست می‌گوید. اگر امروز هر دو نفر بگویند «من دیروز دروغ گفته‌ام»، تعیین کنید امروز کدام روز هفته است؟

۲. عددهای صحیح از ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب دور دایره‌ای می‌نویسیم. از عدد ۱ شروع می‌کنیم و پانزده عدد در میان عددها را علامت می‌زنیم. (یعنی در مرحله اول ۱، ۱۶، ۳۱ و ...) این فرایند را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا به عددی که قبلاً علامت خورده برسیم. چند عدد علامت نخورده باقی خواهد ماند؟

۳. **یار علی** سبیدی تخم مرغ را برای فروش به شهر می‌برد. او مشاهده می‌کند که اگر هر بار از تخم مرغ‌های داخل سبد دو تا دو تا بردارد چهار تخم مرغ باقی خواهد ماند و اگر سه تا سه تا بردارد دو تخم مرغ باقی می‌ماند. اگر چهار تا چهار تا بردارد سه تا و اگر پنج تا پنج تا بردارد چهار تخم مرغ و اگر شش تا شش تا بردارد پنج تخم مرغ باقی می‌ماند. ولی اگر هفت تا هفت تا بردارد هیچ تخم مرغی در سبد باقی نمی‌ماند. کم‌ترین تعداد تخم مرغ‌هایی را که می‌توانسته در سبد باشد چند تا است؟

۴. اگر هر حرف الفبای لاتین نمایشگر یک رقم از صفر تا ۹ و هیچ دو حرفی نمایشگر یک رقم نباشد و تساوی زیر برقرار باشد، تعیین کنید هر یک از حرف‌ها نمایشگر کدام رقم است؟

TOM+NAG=GOAT

