سایه و نیمسایه با چشمه‌ی نور سطحی

آموزشی

سیدمحمد کلانتریان
عضو گروه فیزیک مجتمع آموزشی مفید

بررسی سایه و نیمسایه جسم خطی و سطحی به ازای چشمه‌های نورانی نقطه‌ای، خطی و سطحی

درآمد

فرایند تدریس دارای سطوح متفاوتی است که به هر میزان عمیق‌تر گردد قوه‌ی درک و فهم و فعالیت فکری مخاطب را استمرار می‌بخشد. امر عمیق شدن و عمق‌بخشی به مطالب، متناسب با مخاطبان و دانش‌آموزان شکل می‌گیرد. لکن باید به نکته‌ای در پیرامون تهیه‌ی غذای مناسب برای دانش‌آموزان علاقه‌مند توجه داشت و آن این‌که:

تدریس دارای دامنه است و عمق؛ دامنه به منزله‌ی وسعت و مقدار مطالب آموزش داده شده است و عمق به معنای دقیق شدن و فرو رفتن در یک معنی و مفهوم. به مثل، تدریس مانند مخروطی است که دامنه‌ی آن قاعده‌ی مخروط و عمق آن ارتفاع مخروط است. باید توجه داشت که عمیق کردن آموزش و فعال کردن قوه‌ی درک و فهم دانش‌آموزان در گرو عمیق کردن این مخروط است و نه وسیع کردن دامنه آن. وسیع کردن دامنه‌ی تدریس نه تنها مفید فایده نیست بلکه انرژی دانش‌آموز را صرف مفاهیم متعدد در سطوح شناختی دانش و فهم می‌کند و وی را از دست‌یابی به سطوح ترکیب و ارزشیابی در حوزه‌ی مفاهیم اصلی باز می‌دارد. به همین دلیل باید از پرداختن به مباحثِ ورای آنچه در حوزه‌ی اصلی فعالیت دانش‌آموزان است پرهیز کرد و سعی در کشف عمق‌های مباحث مورد تدریس داشت.

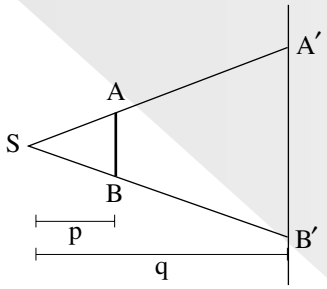
در این راستا سعی داریم در مقاله زیر یک نمونه از مباحث نور هندسی در بحث سایه و نیمسایه را مطرح کنیم که با وجود پیچیدگی‌های خاص خود، از روابط ساده‌ی هندسی و فیزیکی در حل آن استفاده می‌شود. موضوع مقاله، بررسی سایه و نیمسایه جسم خطی و سطحی به ازای چشمه‌های نورانی نقطه‌ای، خطی و سطحی است که قواعد حالت‌های سطحی در قالب شکل خاص تا مقداری شرح و تفصیل می‌یابد.

سایه و نیمسایه

می‌خواهیم بحث سایه و نیمسایه را با توجه به جسم و چشمه‌ی نور از سطوح ساده به پیچیده قدم به قدم پیگیری کنیم

۱. چشمه‌ی نقطه‌ای و جسم خطی (یک‌بعدی):
شکل (۱) بیانگر این حالت است.
طبق قضیه تالس رابطه‌ی (۱) در آن برقرار است.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{p}{q} \qquad (۱)$$



شکل ۱

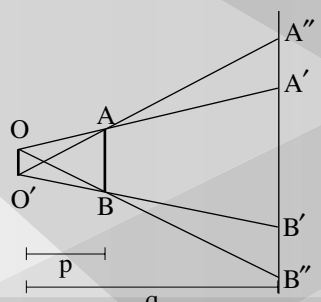
۲. چشـمه‌ی خطی (یک‌بعدی) و جسم خطی (یک بعدی): شکل(۲) بیانگر این حالت است.

$$\Delta O AO' \approx \Delta A'AA'' : \frac{OO'}{A'A''} = \frac{p}{q-p} \qquad (۲)$$

$$\Delta O BO' \approx \Delta B'BB'' : \frac{OO'}{B'B''} = \frac{p}{q-p} \qquad (۳)$$

$$\text{تالس} : \frac{AB}{A''B'} = \frac{p}{q} \qquad (۴)$$

$$A'B' = A''B' - A'A'' \qquad (۵)$$



شکل۲

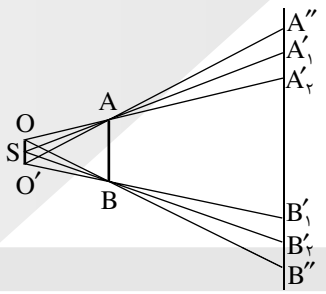
در همین قسمت چند مطلب مهم دیگر نیز به‌دست می‌آید:

الـف) طبق رابطه‌های (۲) و (۳) طول نیمسـایه‌های $A'A''$ و $B'B''$ مستقل از طول جسم هستند.

ب) طبـق رابطه‌های (۲) و (۳) طول نیمسـایه‌ها در طرفین سایه با یکدیگر برابرند. ($A'A'' = B'B''$)

ج) وقتی در شرایط ثابت، یک چشمه‌ی نور نقطه‌ای، خطی می‌شـود در طرفین سـایه‌ی حاصل از چشـمه‌ی نقطه‌ای، اتفاق زیر روی می‌دهد:

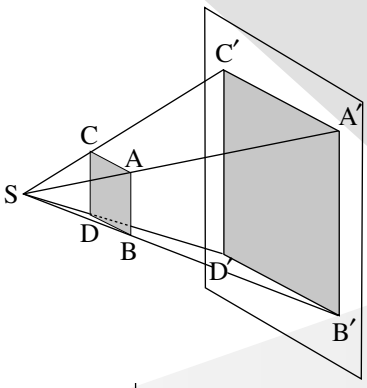
مقداری از نیمسـایه به درون سـایه کاملِ حاصل از چشـمه‌ی نقطه‌ای نفوذ می‌کند و مقداری از نیمسـایه به بیرون از آن گسـترش می‌یابد کـه در صورت تقارن، این دو مقدار برابرند. یعنی طول نیمسـایه تولید شده دو برابر مقدار کاهش سایه اولیه‌ی حاصل از چشمه نقطه‌ای است. (شکل۳)

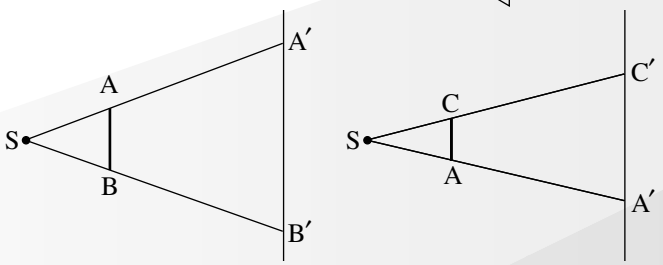


شکل۳

۳. چشمه‌ی نقطه‌ای و جسم مستطیل شکل (دوبعدی): شکل (۴) بیانگر این حالت است.

رابطه‌ی (۱) علاوه بر راستای طولی در راستای عرضی نیز برقرار است.

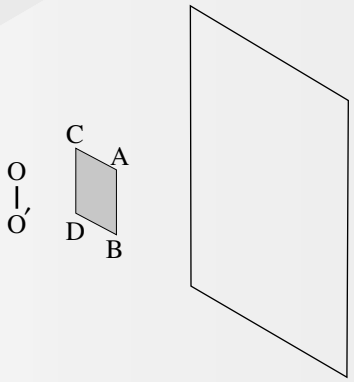




شکل٤

از ایـن مرحله به بعد نکته‌های زیبا و دقایق مهمی در حالت‌های چشمه و جسم و سایه و نیمسایه پیش می‌آید که قدم‌به‌قدم مطرح می‌کنیم.

۴. چشمه‌ی خطی (یک بعدی) و جسم مستطیل‌شکل (دوبعدی): شکل (۵) بیانگر این حالت است.



شکل۵

برای یافتن ســایه و نیمسایه، مستطیل را از بی‌نهایت خط عمودی کنار هم قرار گرفته فرض می‌کنیم که اولین آن‌ها خط AB و آخرین این مجموعه خط CD خواهد بود. حال بر طبق قسمت ۲، چشمه‌ی 'OO را به‌طور جداگانه با هریک از این خطوط در نظر می‌گیریم و حاصل سایه و نیمسایه‌های آن‌ها را بر روی پرده جمع می‌زنیم تا به جواب نهایی دست یابیم.

در واقع طبق این اصل عمل می‌کنیم که:

«اثر مجموع اجزا برابر است با مجموع اثر اجزا»

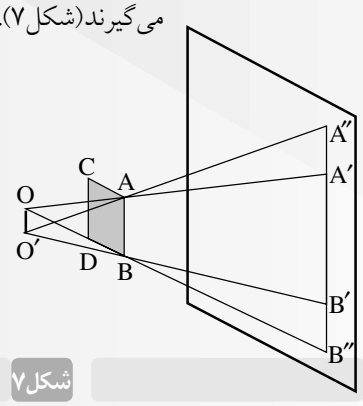
منظور از اثر، ســایه اســت و منظور از مجموع اجزا مستطیل است که مجموع خطوط عمودی است. و منظور از مجموع اثر اجزا، سایه‌ی تشکیل شده از جمع سایه‌های هر خط است. بنابراین اصل بالا در مورد مسئله ما به این شکل می‌شود:

«سایه و نیمسایه‌ی مستطیل برابر است با مجموع سایه و نیسمایه‌ی خطوط تشکیل دهنده‌ی مستطیل»

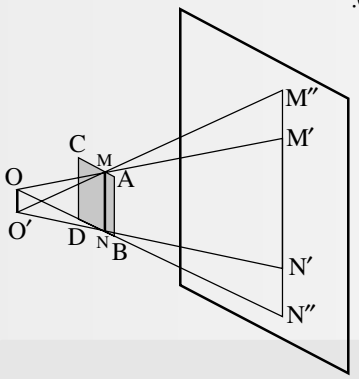
با توجه به این نکته ابتدا سایه و نیمسایه‌ی خط AB را با چشمه‌ی 'OO می‌یابیم. (شکل۶)

حال باید خط AB را در راســتای افقی حرکت دهیم تا مســتطیل مورد نظر را جارو کند و سایه و نیمسایه‌های حاصل را کنار هم قرار دهیم تا سایه و نیمسایه‌ی مستطیل به‌دست آید.

هنگامی‌که چشمه‌ی 'OO با هر یک از خط‌های میانی مانند MN در نظر گرفته می‌شود، مجدداً سایه و نیمسایه خواهیم داشــت. لذا با حرکت خط AB به ســمت خط CD ســایه‌ها و نیمسایه‌ها نیز بر روی پرده کنار هم شکل می‌گیرند(شکل۷).



شکل۶



شکل۷

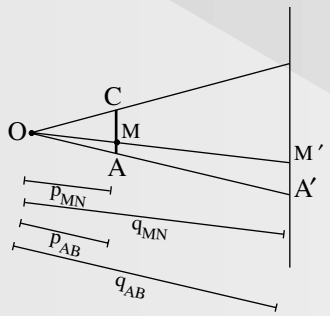
در این‌جا لازم است بررسی شود که سایه و نیمسایه‌ی حاصل از هر خط چه رابطه‌ای با سایه و نیمسایه‌ی حاصل از خط مجاورش دارد. آیا رو به کاهش است یا افزایش، و یا ثابت می‌ماند. شاید در این مسئله پاسخ این مطلب سهل و ســاده و به‌راحتی قابل تصور باشد، لکن می‌خواهیم به روش هندسی جواب بیان شود تا در مسائل پیچیده‌تر نیز بتوانیم به آن استناد کرده، به شیوه استدلالی پاسخ را بیابیم.

طبق نتایج قبل طول نیمســایه مستقل از طول جسم است و طبق رابطه‌ی (۲) برابر است با:

$$A'A'' = OO' \times \frac{q_{AB} - p_{AB}}{p_{AB}} \qquad (۶)$$

$$M'M'' = OO' \times \frac{q_{MN} - p_{MN}}{p_{MN}} \qquad (۷)$$

برای بررسی رابطه‌ی میان سایه و نیمسایه هر خط با خطوط دیگر طبق نگاه از بالا به چشمه، مستطیل و پرده، با توجه به شکل‌های (۶) و (۷) و (۸) خواهیم داشت:



شکل۸

$$p_{AB} = OA, q_{AB} = OA', p_{MN} = OM, q_{MN} = OM'$$

$$\text{تالس}: \frac{q_{AB}}{p_{AB}} = \frac{q_{MN}}{p_{MN}} \Rightarrow \frac{q_{AB} - p_{AB}}{p_{AB}} = \frac{q_{MN} - p_{MN}}{p_{MN}} \qquad (۸)$$

$$(۶) \text{ و } (۷) \text{ و } (۸) : A'A'' = M'M'' \qquad (۹)$$

رابطه‌ی (۸) بیان می‌دارد که:

طول نیمسایه‌های حاصل از خط‌های تشکیل دهنده مستطیل با هم برابرند.

حال سایه‌ی حاصل از خط‌ها را با هم بررسی می‌کنیم.

$$(۳): A''B' = AB \times \frac{q_{AB}}{p_{AB}} \qquad (۱۰)$$

و $M''N' = MN \times \frac{q_{MN}}{p_{MN}}$

$$AB=MN \text{ و } (۸) \text{ و } (۱۰): A''B' = M''N' \qquad (۱۱)$$

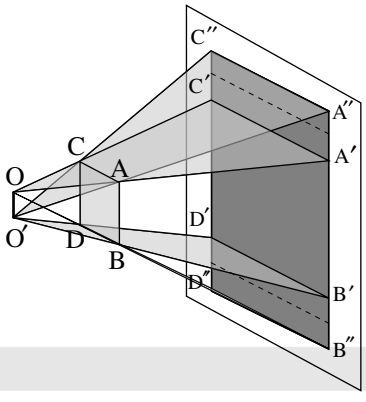
$$(۵) \text{ و } (۹) \text{ و } (۱۱): A'B'=M'N' \qquad (۱۲)$$

لذا می‌توان گفت که:

طول سایه‌های حاصل از خطوط تشکیل‌دهنده مستطیل با هم برابر است.

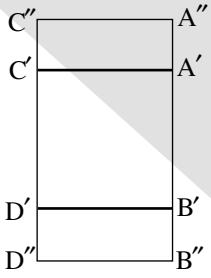
بنابراین با کنار هم قرارگرفتن خط‌ها، سایه‌های برابر و نیمسایه‌های برابر در کنار هم بر روی پرده تشکیل می‌شود که سایه‌ی کامل مستطیل‌شکل که در بالا و پایین آن نیمسایه‌های مستطیل شکل قرار گرفته است را شکل خواهد داد.

وقتی چشمه‌ی نقطه‌ای به چشمه‌ی خطی تبدیل می‌گشت، از طول سایه‌ی حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای کاسته شده، آن منطقه نیمسایه می‌شد و علاوه بر این به همان مقدار نیز نیمسایه در بیرون از سایه‌ی حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای پدید می‌آمد. لذا می‌توان گفت که مستطیل A'B'C'D' که سایه کامل حاصل از چشمه‌ی خطی است از لحاظ طولی کوچک‌تر از مستطیل سایه A'B'C'D' حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای است، ولی از لحاظ عرضی با آن فرقی ندارد زیرا چشمه‌ی OO' طولی است و در راستای عرضی پهنایی ندارد. یعنی برای جسم ما در راستای عرضی هنوز هم یک چشمه‌ی نقطه‌ای است (شکل۹).



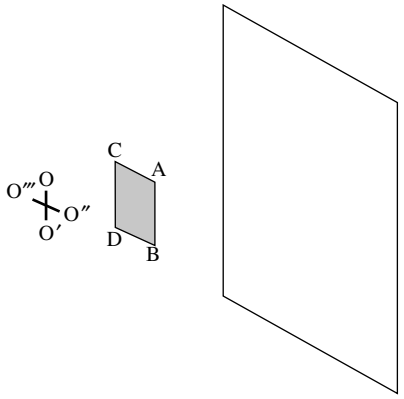
شکل۹

لذا جواب نهایی بر روی پرده مطابق شکل (۱۰) است.



شکل۱۰

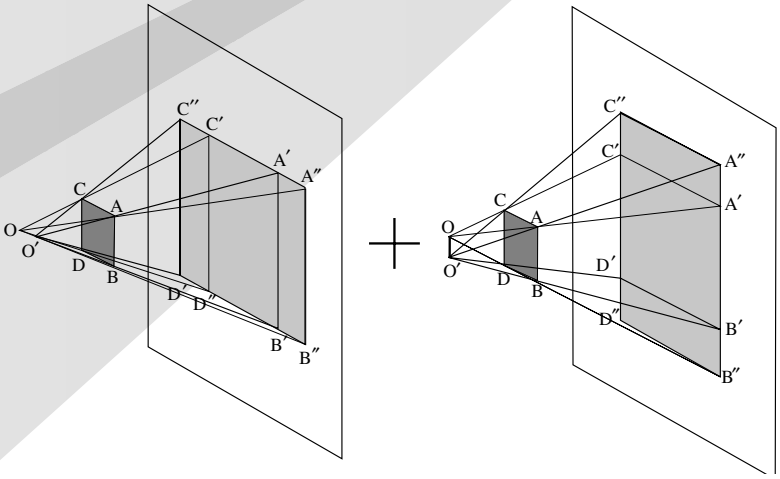
۴. دو چشمه‌ی خطی (یک بعدی) عمود بر هم و جسم مستطیل‌شکل (دوبعدی): شکل (۱۱) بیانگر این حالت است.



شکل۱۱

همان‌طور که در قسمت قبل مشخص شد چشمه‌ی خطی نور اگر موازی با راستای طولی مستطیل باشد، در راستای طولی، از طول سایه کامل حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای، کاسته شده، نیمسایه به درون آن نفوذ می‌کند و به همان مقدار نیز نیمسایه به بیرون از آن کشیده می‌شود.

اگر به‌جای چشمه‌ی خطی طولی از چشمه‌ی خطی موازی با عرض مستطیل استفاده کنیم تمام مطالب گفته شده در راستای طولی عیناً در راستای عرضی رخ خواهد داد.

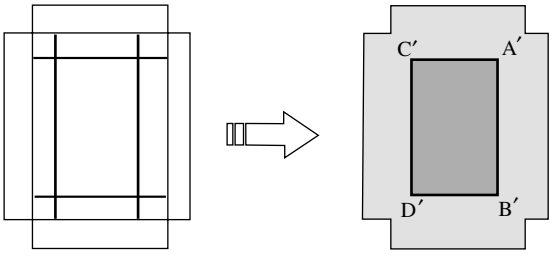


شکل۱۲

سایه و نیمسایه‌ی کل برابر است با مجموع سایه‌ها و نیمسایه‌های دو چشمه‌ی عمودی و افقی. البته وقتی چند سایه و نیمسایه را با یکدیگر جمع می‌زنیم طبق تعریف سایه و نیمسایه، باید از قاعده زیر پیروی کنیم:

سایه‌ی کامل کل برابر اشتراک سایه‌های کامل و نیمسایه کل برابر اجتماع نیمسایه‌ها است.

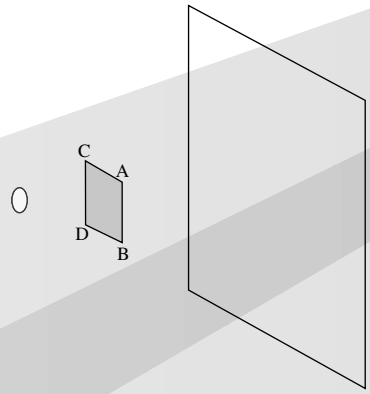
بر این اساس جواب نهایی بر روی پرده مطابق شکل (۱۳) است.



شکل۱۳

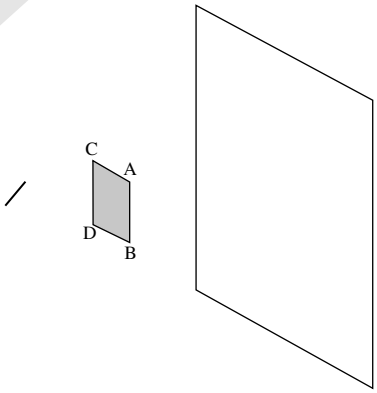
۵. چشمه‌ی دایره‌ای شکل (دوبعدی) و جسم مستطیل‌شکل (دوبعدی): شکل (۱۴) بیانگر این حالت است.

برای کشف سایه و نیمسایه باید دایره را به‌صورت یک خط در نظر بگیریم که دوران می‌کند و از حالت عمودی به وضعیت افقی می‌رسد.



شکل۱۴

همان‌طور که در قسمت قبل دیدیم هنگامی‌که چشمه‌ی خطیِ عمودی داریم سایه‌ی کاملِ در راستای طولی نسبت به سایه‌ی کاملِ حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای، کاهش می یابد و در عوض در طرفین بالا و پایین آن (یعنی در امتداد طولی) نیمسایه پیدا می‌شود. و همین‌طور این اتفاق در امتداد عرضی به ازای چشمه‌ی خطی افقی پیش می‌آید. حال باید بررسی کرد که اگر یک چشمه‌ی خطی مایل در برابر مستطیل قرار گیرد چه سایه و نیمسایه‌ای تولید خواهد شد. (شکل۱۵)

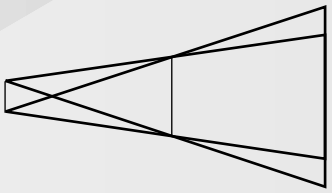


شکل۱۵

برای بررسی این حالت، مشابه قسمت‌های گذشته باید مستطیل را به مجموعه‌ای از خط های کنار هم در نظر بگیریم که موازی با چشمه‌ی خطی مایل هستند و تأثیر چشمه را با هر خط بررسی کنیم و سپس تأثیرها را کنار هم جمع بزنیم.

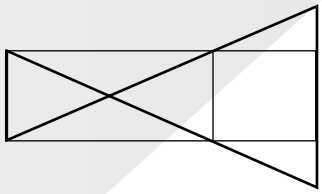
در این حالت مستطیل از خطهای موازی کنار هم تشکیل شده است. اما این خطها دارای طول‌های متفاوتی هستند. هنگامی‌که از رأس C مستطیل شروع به حرکت می‌کنیم تا به رأس B برسیم، خطوط مورد نظر از طول صفر (در نقطه‌ی C) آغاز می‌شوند تا به حداکثر طول در نزدیکی قطر می‌رسند و مجدداً طول خطها روبه کاهش می‌رود تا در رأس B مجدداً به نقطه تبدیل می‌گردند. با این توضیح‌ها به بررسی سایه و نیمسایه‌ی حاصل از این خطها می‌پردازیم. در قسمت ۲ مطرح شد که طول نیمسایه‌ها مستقل از طول جسم است و به نسبت q وp و طول 'oo بستگی دارد و در قسمت ۴ اثبات شد که در مستطیل مورد نظر، طول این نیمسایه‌ها با هم برابرند. اما در مورد سایه باید توجه کنیم که طول جسم که همان طول خطهای تشکیل دهنده‌ی مستطیل است در حال تغییر است، لذا با تغییر طول آن‌ها برای طول سایه وضعیت‌های متفاوتی پیش می‌آید که عبارتند از:

الف) اگر طول جسم بزرگ‌تر از طول چشمه باشد، طول سایه بزرگ‌تر از طول جسم است و نیمسایه در اطراف سایه قرار می‌گیرند. (شکل۱۶)



شکل۱۶

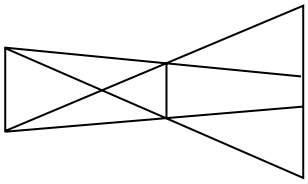
ب) اگر طول جسم مساوی طول باشد، طول سایه برابر طول جسم است و نیمسایه‌ها اطراف سایه قرار می‌گیرند. (شکل ۱۷)



شکل۱۷

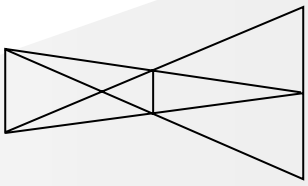
ج) اگر طول جسم کوچک‌تر از طول چشمه باشد:

ج-۱) طول جسم کوچک‌تر از طول چشمه است و طول سایه کوچک‌تر از طول جسم است و نیمسایه‌ها اطراف سایه قرار می‌گیرند. (شکل۱۸)



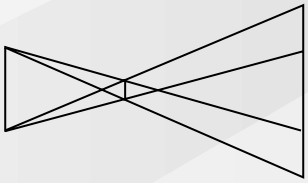
شکل۱۸

ج-۲) طول جسم کوچک‌تر از طول چشمه است و سایه از بین می‌رود و نیمسایه‌ها به یکدیگر مماس می‌شوند. (شکل ۱۹)



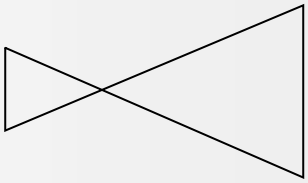
شکل۱۹

ج-۳) طول جسم کوچک‌تر از طول چشمه است و سایه از بین رفته است و نیمسایه‌ها در یکدیگر تداخل پیدا کرده‌اند. (شکل ۲۰)



شکل۲۰

ج-۴) طول جسم صفر می‌شود (نقطه) و نیمسایه برهم منطبق می‌گردند. (شکل ۲۱)



شکل۲۱

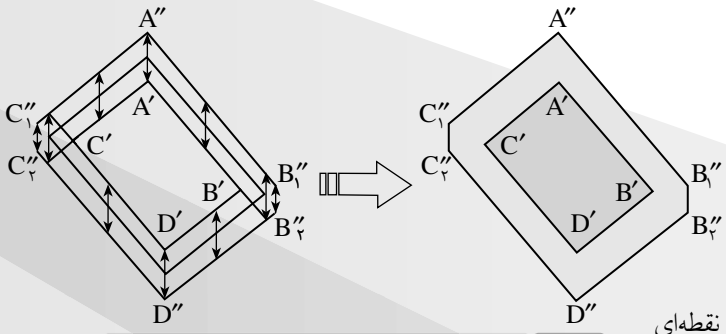
با فـرض بزرگ‌تر بودن جسـم از چشـمه، تمامی حالت‌های ذکر شده در حالت مورد بررسی ما رخ می‌دهند؛ زیرا همان‌طور که بیان شد طول خط‌های تشکیل‌دهنده‌ی مسـتطیل از طول صفـر در رأس C آغاز می‌شـود و به طول‌های بزرگ‌تر از چشـمه در نزدیکی قطر مسـتطیل می‌رسد و سپس در حرکت به سمت رأس B روبه‌کاهش گذارد تا در رأس B مجدداً به نقطه تبدیل شود.

همان‌طور که قبلاً دیده‌ایم هرگاه چشـمه نقطه‌ای به خطی تبدیل می‌شود نیمسایه به درون سایه حاصل از چشمه نقطه ای نفوذ کرده، به همان میزان نیز (در صورت تقارن) به بیرون از آن گسترش می‌یابد. یعنی طول نیمسایه دو برابر مقدار کاهش سایه حاصل از چشمه ی نقطه‌ای است. با توجه به این یادآوری می‌توان گفت:

اگر مطابق شکل ۲۲ سایه حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای (A'B'C'D') را در نظر بگیریم، با خطی شدن چشمه باید از طول سایه حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای کم شده، به همان مقدار نیم‌سایه به بیرون از آن کشیده شود.

جسم مستطیل‌شکل ما ABCD است که آن را متشکل از کنار هم قرار گرفتن خطوط بسـیار زیادی که موازی با چشمه‌ی نور خطی هسـتند در نظر می‌گیریم. در ارتباط با وضعیت این خطوط نسـبت به چشـمه‌ی نور خطی، در حدود قطر مسـتطیل وضعیت الف که در بالا ذکر شد پیش می‌آید. اگر از قطر مسـتطیل به سمت گوشه‌های C یا B نزدیک شویم، خطوطی که مستطیل از آن‌ها تشکیل می‌شود، کوتاه‌تر می‌شـوند تا جایی که به خطی به طول برابر با طول چشمه‌ی خطی خواهیم رسید و وضعیت ب که در بالا ذکر شـد پیش می‌آیـد. در ادامه کار طول این خطوط کوچک‌تر از طول چشـمه می‌شود و به وضعیت ج-۱ می‌رسیم. پس از آن نیز شاهد وضعیت ج-۲ خواهیم بود که سـایه‌ی کامل از بین می‌رود و فقط دو نیم‌سایه‌ی مماس خواهیم داشـت که در شـکل ۲۲ مشخص شده است. همچنان طول خط‌های تشکیل‌دهنده‌ی مستطیل رو به کاهش می‌رود و لذا طبق وضعیت (ج-۳) شاهد تداخل نیمسـایه‌ها در یکدیگریم تا وقتی‌که به نقطه‌ی B یا C از جسم رسیده‌ایم ـ جایی که خط به نقطه تبدیل شده است ـ بر طبق وضعیت ج-۴ دو نیمسـایه بر روی یکدیگر قرار می‌گیرند که این دو نیمسایه‌ی روی هم قرار گرفته، مطابق شکل ۲۲، خط $C''_1C''_2$ است.

مستطیل A'B'C'D' سایه‌ی کامل می‌شود و مساحت اطراف آن تا محیط $A''B''_1B''_2D''C''_2C''_1$ نیمسایه خواهد بود.



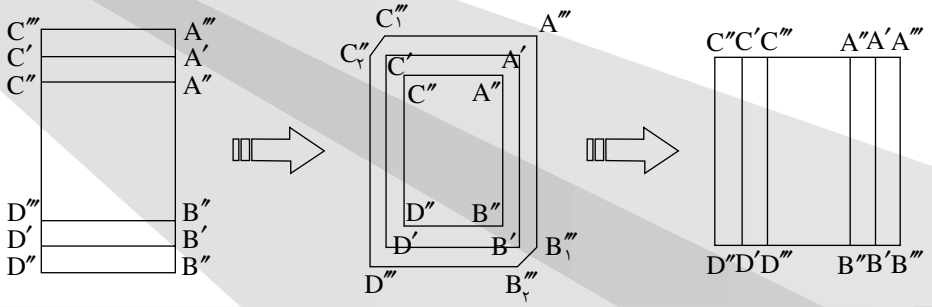
شکل ۲۲

تا بدینجا سـایه و نیمسایه‌ی حاصل از یک چشمه‌ی خطی مایل در برابر مستطیل ABCD پیدا شد. حال برای یافتن سـایه و نیمسـایه‌ی یک دایره‌ی نورانی روبه‌روی مستطیل، باید چشـمه‌ی خطی را یک دور دوران دهیم و سایه و نیمسایه‌ی حاصل از چشمه‌ها را با یکدیگر جمع کنیم تا سـایه و نیمسایه‌ی کلّ چشـمه‌ی دایره‌ای شکل به‌دست آید.

برای این منظور یک قطر دایره‌ی نورانی را از وضعیت عمودی تا وضعیت افقی به میـزان ۹۰° دوران می‌دهیم و وضعیت سایه‌ها و نیمسایه را روی پرده بررسی می‌نماییم. زیرا به علت تقارن، در بقیه‌ی دوران، مشابه همین اوضاع تکرار خواهد شد.

همان‌طور که بارها گفته شد هنگامی که چشمه نقطه‌ای به چشمه خطی تبدیل می‌شود مقداری از سایه کامل کاسته شده به نیم‌سایه تبدیل می‌شود به‌همان مقدار نیز نیمسایه به سـمت بیرون از آن ادامه پیدا می‌کند. این مطلب در مورد چشمه‌ی خطی طولی و سپس مایل و سپس عرضی مطابق شکل ۲۲ پیاده می شود.

در دوران چشـمه خطی، وقتی چشمه خطی عمودی



شکل ۲۳

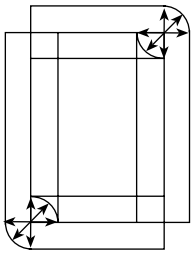
است نیمسایه A″A‴C″C‴ در بالای سایه‌ی کامل A″B″C″D″ تشکیل می‌شود که فقط در طول سایه A′B′C′D′ ـ که حاصل از چشمه‌ی نقطه‌ای است ـ نفوذ کرده و گسترش یافته است و این حداکثر نفوذ و گسترش در راستای طولی در طول سایه کامل A′B′C′D′ می‌باشد.

وقتی چشمه کمی دوران می‌کند و مایل می‌گردد این نیمسایه مستطیل‌شکل نیز به نیمسایه‌ی متوازی‌الاضلاع تبدیل می‌شود که در طول سایه A′B′C′D′ کمتر نفوذ و گسترش نموده، ولی در عرض آن نیز نفوذ و گسترش پیدا کرده است. و اگر دوران چشمه‌ی خطی از وضعیت طولی به سمت وضعیت عرضی ادامه یابد از نفوذ و گسترش طولی نیمسایه، در طول سایه‌ی A′B′C′D′ کاسته می‌شود و به نفوذ و گسترش عرضی آن در عرض سایه‌ی A′B′C′D′ افزوده می گردد تا جائیکه چشمه‌ی خطی کاملاً افقی می‌شود و نفوذ و گسترش طولی از بین رفته، نفوذ و گسترش عرضی به حداکثر مقدار خود می‌رسد (شکل۲۳).

با این توضیحات می‌توان در یک ربع دوران چشمه‌ی خطی جمع سایه‌ها و نیمسایه‌های حاصل را مشاهده و بررسی کرد.

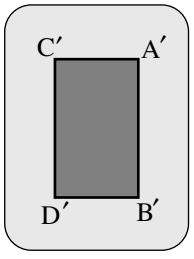
برای جمع سایه‌ها و نیمسایه‌ها از این نکته که سایه‌ی مطلق نهایی، اشتراک سایه‌های تشکیل شده است و نیمسایه‌ی نهایی، اجتماع نیمسایه‌های حاصل شده می‌باشد استفاده‌می‌کنیم.

حداکثر نفوذ و گسترش به درون سایه‌ی A′B′C′D′ در امتداد طولی، حاصل از چشمه‌ی طولی است و در امتداد عرضی حاصل از چشمه‌ی عرضی. لذا سایه‌ی کامل نهایی را اشتراک سایه‌ی کامل حاصل از چشمه‌ی عمودی و افقی خواهد ساخت ولی نیمسایه‌ی نهایی را نیمسایه آن‌ها به‌علاوه نیمسایه‌های حاصل از چشمه‌های خطی مایل که در فضای ما بین نیمسایه‌های طولی و عرضی وارد می‌شوند تشکیل می‌دهند. با توجه به نحوه شکل‌گیری نیمسایه‌های حاصل از چشمه‌های خطی مایل که در بالا ذکر شد، گوشه‌های مابین نیمسایه‌های طولی و عرضی به‌صورت ربع دایره پر خواهد شد (شکل۲۴).



شکل ۲۴

به‌دلیل این‌که دوران کامل نبوده است دو گوشه‌ی دیگر هنوز به ربع دایره نرسیده و اگر دوران کامل شود آن‌دو گوشه نیز به‌صورت ربع دایره پر خواهد گشت. لذا شکل نهایی سایه و نیمسایه حاصل از چشمه‌ی دایره‌ای شکل از مستطیل مدنظرمان، بر روی پرده به‌صورت شکل ۲۵ خواهد بود.



شکل ۲۵

پی‌نوشت

* ویراستار. به‌دلیل طولانی بودن مقاله، بخش نهایی آن که به نحوه‌ی تشکیل سایه توسط چشمه‌ی نور مستطیلی می‌پرداخت، حذف شد. خوانندگان علاقه‌مند می‌توانند با پست الکترونیکی تماس با نویسنده، به کلّ کار دست یابند.

m.kalantarian@mecp.ir