

# پینوکیو در دهکده عجایب

مقداد قاری، شراره تقی دستجردی

موارد، کافی است که نشان دهد، این آدم از نوع دروغ‌گوست.  
 ● **خانم جوان:** بسیار خب. حالا اگر بخواهی خودت، به عنوان یک آدم راست‌گو، این جمله را درست بگویی، آن را چگونه بیان می‌کنی؟

● **پینوکیو:** همه ساکنان این دهکده راست‌گو نیستند.  
 ● **خانم جوان:** یعنی کافی است که برای «درست‌کردن» آن جمله دروغ، یا به عبارت دیگر برای نقیض‌کردنش فعل مثبت هستند را به نیستند تبدیل کنی؟

پینوکیو کمی فکر کرد. کلمه «همه» در جمله برایش دردسرساز شده بود. اگر می‌گفتند نقیض جمله «کوئوله چکمه‌سبز، راست‌گوست» را بگو، خیلی راحت می‌توانست بگوید: «کوئوله چکمه‌سبز راست‌گو نیست.» بالاخره بعد از کمی تأمل گفت: «خب من نمی‌توانم بگویم همه ساکنان این دهکده راست‌گو نیستند.»

● **خانم جوان:** چرا؟

● **پینوکیو:** خب این جمله در مورد «همه» ساکنان است. نمی‌توانم صرفاً با تبدیل کردن «راست‌گو هستند» به «راست‌گو نیستند»، آن را درست کنم.

● **خانم جوان:** بله، درست می‌گویی. خب پس چه کنیم؟

● **پینوکیو:** می‌توانم بگویم در این دهکده یک ساکن وجود دارد که راست‌گو نیست.

● **خانم جوان:** بله، درست است. لطفاً اگر ممکن است هر دو جمله را در دفترچه‌ات بنویس:

● همه ساکنان این دهکده راست‌گو هستند.

● در این دهکده یک ساکن وجود دارد که راست‌گو نیست.

پینوکیو دفترچه‌اش را باز کرد و جمله‌های اول و دوم را نوشت. سپس خانم جوان برای اینکه پینوکیو بهتر به ارتباط این دو جمله پی ببرد، از او خواست زیر کلمه‌های «همه» و «یک ... وجود دارد» و همین‌طور «راست‌گو هستند» و «راست‌گو نیست» خط بکشد.

● **خانم جوان:** بسیار خب. حالا بگو آیا یکی از ساکنان این دهکده می‌تواند بگوید یک فیل وجود دارد که پرواز می‌کند؟

● **پینوکیو:** بله. یک آدم دروغ‌گو می‌تواند چنین حرفی بزند.

● خانم جوان: و فرض کن تو به عنوان یک آدم راست‌گو، بخواهی جمله غلطش را درست کنی. در این صورت چه می‌گویی؟

● **پینوکیو:** هیچ فیلی پرواز نمی‌کند.

● خانم جوان: بسیار عالی. لطفاً این دو جمله را هم در دفترچه‌ات بنویس و زیر کلمه‌های «یک»، «هیچ»، «پرواز می‌کند» و «پرواز نمی‌کند» خط بکش.

به این ترتیب پینوکیو به کمک خانم جوان متوجه شد که چگونه جمله‌هایی که در مورد «همه» یا «تعدادی» از موارد یک ویژگی را بیان می‌کنند، نقض کنند.

او خوش‌حال از آموخته جدیدش به طرف گربه نره و روباه مکار دوید. ادامه دارد ...

در شش قسمت قبل پینوکیو با حل معماهای منطقی در دهکده عجایب، چیزهای زیادی یاد گرفت. این معماها از آنجا به وجود آمدند که اهالی این دهکده یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. پینوکیو کاملاً در معماهای دهکده عجایب غرق شده بود که با شنیدن صدای زنگ ساعت بزرگی که در دهکده بود، متوجه شد که ساعت ۱۲ شده و به کلی حساب زمان از دستش در رفته بوده است. برای همین تصمیم گرفت که از دهکده خارج شود. اما در راه پیرمرد و خانم جوانی را دید که به سمت او می‌آیند. پینوکیو با دیدن پیرمرد فکر کرد پدر ژپتو حتماً تا حالا خیلی نگرانش شده است. پس می‌خواست شروع به دویدن کند، اما این بار پیرمرد با پرسیدن سؤالی مانع از رفتن پینوکیو شد.

● **پیرمرد:** سلام آقای جوان. من فقط یک‌بار از این دهکده خارج شده‌ام. آن هم زمانی که هم سن و سال شما بودم. از مردمی که بیرون از این دهکده زندگی می‌کردند، تصویر روشنی در ذهنم نیست. اما یادم نمی‌آید که کسی مثل شما دیده باشم. منظورم این است که یک آدم چوبی ...

● **پینوکیو:** آه بله. من را پدر ژپتو با چوب درست کرده است. به لطف فرشته مهربان می‌توانم راه بروم و حرف بزنم. اما ظاهر من مثل یک عروسک حفظ شده.

● **پیرمرد:** یعنی به غیر از شما هیچ آدم چوبی دیگری وجود ندارد؟  
 ● **پینوکیو:** خب، راستش را بخواهید من نمی‌توانم با اطمینان بگویم که در دنیا هیچ آدم چوبی دیگری نیست. چون من هم مثل شما، همه مردم را که ندیده‌ام! فقط می‌توانم بگویم هیچ یک از مردمانی که من تا به حال دیده‌ام، چوبی نبوده‌اند.

● **خانم جوان:** آه خدایا! چه پسر باهوشی. آفرین! اینکه می‌دانی مشاهدات محدود است و نمی‌توانی این مشاهدات را به همه آدم‌های کره زمین تعمیم بدهی، نشان می‌دهد که چقدر پسر فهمیده‌ای هستی و بنابراین در نتیجه‌گیری شتاب‌زده عمل نمی‌کنی. بسیاری از مردم با دیدن چند مورد، دوست دارند حکمی کلی بدهند.

● **پینوکیو:** راستش را بخواهید من هم با آمدنم به این دهکده دارم بیشتر به جمله‌ها دقت می‌کنم و این موضوع برایم جالب شده است.

● **خانم جوان:** بله. مردم دهکده عجایب، آدم‌ها را به فکر فرو می‌برند. خب حالا که به جمله‌ها توجه می‌کنی، بگو ببینم، آیا امکان دارد یکی از ساکنان این دهکده به تو بگوید: «همه ساکنان این دهکده» راست‌گو هستند؟

● **پینوکیو:** بله. حتماً آن آدم خودش دروغ‌گو بوده است. چون من خودم چندین مورد از ساکنان دروغ‌گو را دیده‌ام و فقط یکی از این

همان طور که قبلاً دیدیم، گزاره‌های سوری که در مورد «همه» یا «برخی» از اعضای یک مجموعه خبری می‌دهند، در زندگی روزمره و در ریاضیات بسیار پر کاربرد هستند. همچنین یاد گرفتیم که چگونه درستی یا نادرستی این گزاره‌ها را بسنجیم. در این قسمت از داستان پینوکیو در دهکده عجایب به مثال‌های زیر برخورد کردیم (جدول ۱):

گزاره با سور وجودی	گزاره با سور عمومی	
-	✓	A: همه ساکنان این دهکده راستگو هستند.
✓	-	$\sim A$ : در این دهکده یک ساکن وجود دارد که راستگو نیست.
✓	-	B: یک فیل وجود دارد که پرواز می‌کند.
-	✓	$\sim B$ : هیچ فیلی پرواز نمی‌کند.

جدول ۱

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

با توجه به نتیجه خود جدول ۲ را کامل کنید:

گزاره با سور عمومی	گزاره با سور وجودی	
		A: همه اعداد اول فرد هستند.
		$\sim A$ :
		B: مثلثی وجود دارد که مجموع زاویه‌های داخلی‌اش ۱۸۰ درجه نیست.
		$\sim B$ :
		C: همه چند ضلعی‌های منتظم خط تقارن دارند.
		$\sim C$ :

جدول ۲

در منطق ریاضی سور عمومی را با نماد  $\forall$  و سور وجودی را با نماد  $\exists$  نشان می‌دهیم. همچنین، از متغیرهای  $X, Y, Z, \dots$  برای نشان دادن موجودات مختلف و نامعین استفاده می‌کنند. به علاوه می‌توان ویژگی‌های موجودات مختلف یا رابطه بین آن‌ها را نیز به صورت نمادین نشان داد. مثلاً  $P(x)$  یعنی  $x$  دارای خاصیت  $P$  است.  $P(x, y)$  یعنی  $x$  و  $y$  با یکدیگر رابطه  $P$  را دارند. فرمول  $(\forall x)P(x)$  یعنی هر چیزی (که در اینجا  $x$  نشان داده شده) دارای خاصیت  $P$  است، و فرمول  $(\exists x)P(x)$  یعنی چیزی (که در اینجا دوباره  $x$  نشان داده شده) وجود دارد که دارای خاصیت  $P$  است.

مثلاً اگر بخواهیم بیان کنیم که: «هر کسی یک پدر دارد»، می‌توانیم فرض کنیم  $P(x, y)$  به این معناست که  $y$  پدر  $x$  است. حالا جمله «هر کسی یک پدر دارد» را می‌توانیم به این صورت بازنویسی کنیم که: «برای هر کسی یک شخص وجود دارد که پدر اوست.» این جمله در زبان منطق به صورت زیر بیان می‌شود (البته در اینجا فرض کرده‌ایم که متغیرهای  $x$  و  $y$  نشان‌دهنده انسان‌ها هستند):

$$(\forall x)(\exists y)P(x, y)$$

جمله «هر کسی یک نفر را دوست دارد» را در زبان منطق بیان کنید.

جمله «کسی هست که همه را دوست دارد» را در زبان منطق بیان کنید.

آیا به نظر شما دو جمله بالا با یکدیگر معادل هستند؟

حالا فرض کنید می‌خواهیم جمله‌های «همه ساکنان این دهکده راستگو هستند» و «برخی از ساکنان این دهکده راستگو هستند» را بیان کنیم. اگر فرض کنیم  $P(x)$  نشان‌دهنده این ویژگی باشد که  $x$  ساکنی راستگو از این دهکده است، آنگاه جمله «همه ساکنان این دهکده راستگو هستند» به صورت زیر قابل نمایش است:

$$(\forall x)P(x)$$

همچنین جمله «برخی از ساکنان این دهکده راستگو هستند» به صورت زیر قابل نمایش است:

$$(\exists x)P(x)$$

آیا می‌توانید معادلهایی برای عبارت‌های زیر بیابید؟

$$\square (\forall x)P(x)$$

$$\square (\exists x)P(x)$$

