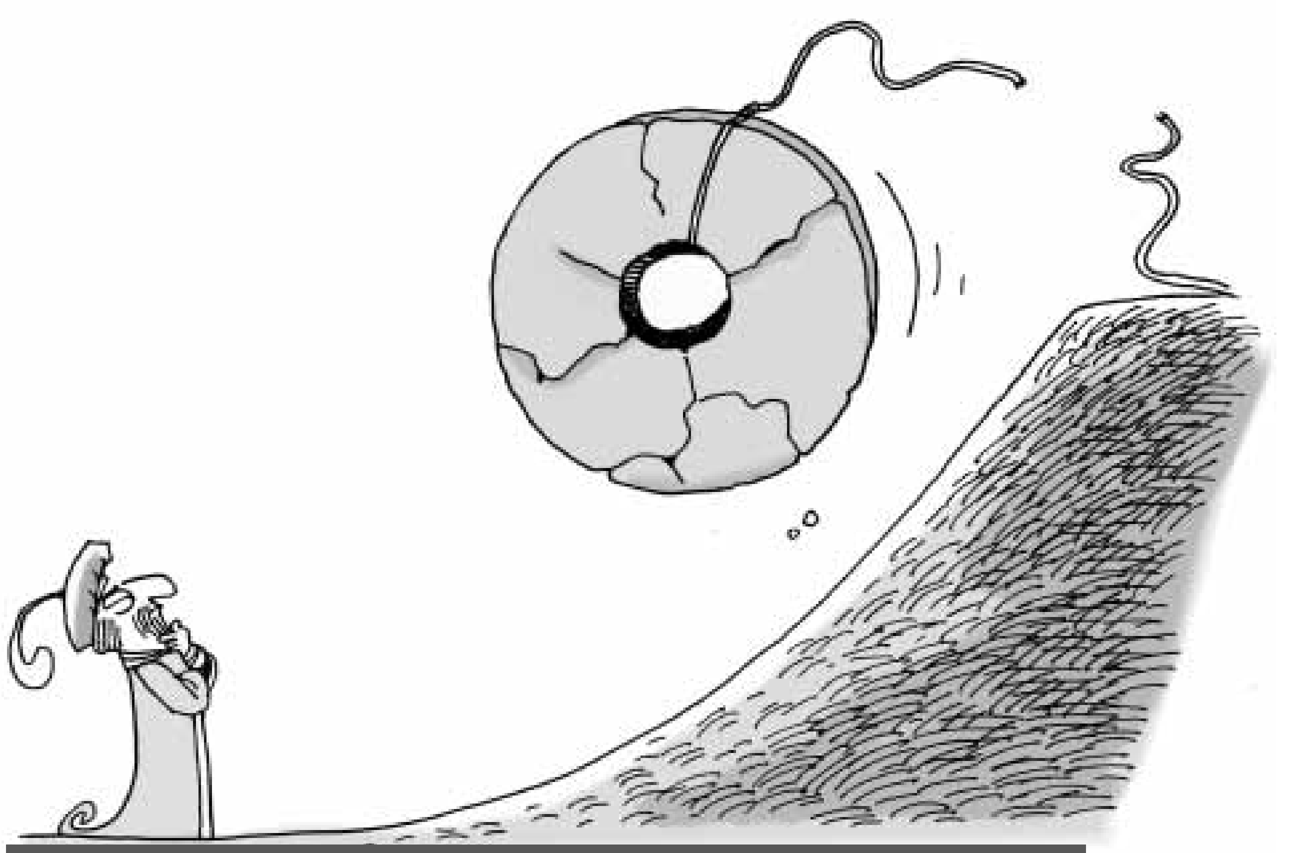


نظریه‌ی هفت فاجعه ۲

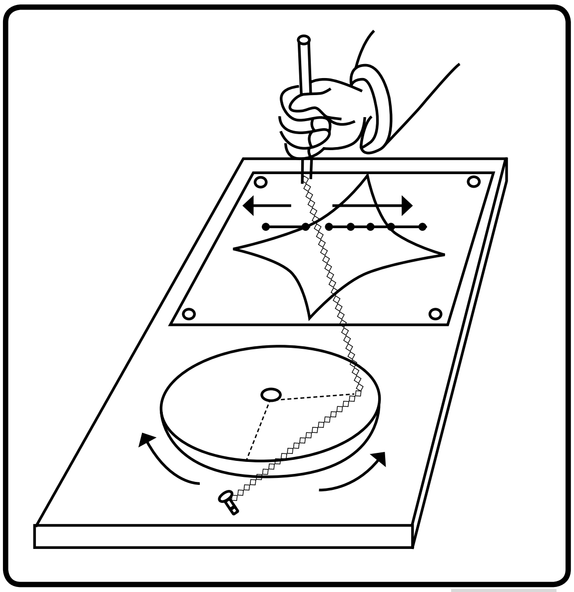
پرویز شهریاری

به کریستوفر زیمان توجه کنیم

آزمایشی را که می‌خواهیم مطرح کنیم به کریستوفر زیمان، شاگرد پروفسور توم، تعلق دارد. ماشین زیمان برای نظریه‌ی فاجعه‌ها، همان نقش کتری را برای روشن کردن روندهـای ترمودینامیکی برعهده دارد.

این ماشین، ساختمان سـاده‌ای دارد. صفحه‌ای قرص‌مانند را در نظـر بگیریـد با میله‌ای کـه در کنار قرص بر آن عمود باشـد. محور قــرص در مرکز میز قرار دارد. از میله، دو فنر به موازات سـطح میز گذشته است. انتهای دیگر فنر اول را به میخی که روی میز کوبیده‌ایم، محکم می‌کنیم. انتهای آزاد فنر دوم را به چیزی شـبیه مداد می‌بندیم که می‌تواند با دست روی میز حرکت داده شود.

میله‌ی مداد مانند را، که نوک آن روی میز قرار دارد، کمی حرکت می‌دهیـم، قرص به اندازه‌ی زاویه‌ی کوچکـی می‌چرخد و در حالت تازه‌ی خـود به حالت تعادل قرار می‌گیرد. تا این‌جا همه‌چیز بر مدار طبیعـی خود جریان دارد. اگر متغیر درونـی را زاویه‌ی دوران قرص و مختصـات نوک مداد را متغیرهای بیرونی بگیریم، هر تغییر کوچک متغیرهای بیرونی به تغییر کوچکی در متغیر درونی می‌انجامد.



ماشین زیمان

نـوک مـداد را دوباره کمـی حرکت می‌دهیم، قـرص هم دوباره به‌اندازه‌ی زاویه‌ی کوچکی می‌چرخد. همه‌چیز مثل سابق است. مداد بـاز هم به حرکت خود ادامه می‌دهـد... و یکباره قرص از

جا کنده می‌شود و با سرعت، نزدیک به ۱۸۰ درجه می‌چرخد! تغییر کوچکی در متغیرهای بیرونی، به تغییر تند و جهشی در متغیر درونی می‌انجامد!

ایـــن را هم می‌توان فاجعه نامید. نظریه‌ی فاجعه در این مورد چه می‌گوید؟ برای مثال، این پدیده‌ی شـــگفت را چگونه روشن می‌کند: مداد را روی یک منحنی حرکت می‌دهیم تا به نقطه‌ی جهشـــی برای قرص برســیم، این نقطه را روی ســطح میز علامت می‌گذاریم. حالا مداد را روی همان منحنی و در جهت عکس حرکت می‌دهیم، با کمال شگفتی متوجه می‌شـــویم که لحظه‌ی جهش برای قرص، نه در همان نقطه‌ی قبلی، بلکه خیلی بعدتر پیش می‌آید!

به‌طور کلی، همه‌ی مســئله‌های مربوط به نظریـــه‌ی فاجعه‌ها را می‌توان به این صورت تنظیم و روشـــن کرد: طبیعت جهش‌ها چگونه اســت که ضمن گــذار از یک حالت تعادلی بـــه حالت دیگر، جنبه‌ی تدریجی تغییر را از دست می‌دهند؟

با گالیله مشورت کنیم

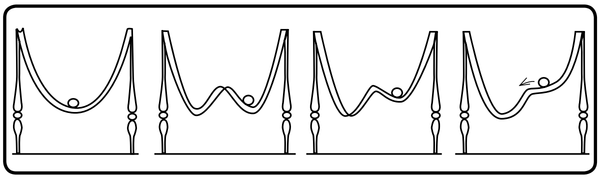
وســیله‌ی آزمایش تازه را از گالیله‌ئو گالیله اقتباس می‌کنیم. این دانشمند، بسیاری از قانون‌های مکانیک را با غلتاندن یک گلوله روی مســیر ناودان‌مانندی پیدا کرد که شکلی نیم‌دایره داشت و تحدب آن به سمت پایین بود.

اگر گلوله را به حال خود بگذاریم، چه پیش می‌آید؟ به این‌طرف و آن‌طرف می‌غلتد و ســرآخر، در پایین‌ترین نقطه‌ی مســیر متوقف می‌شود. اگر مسیر را نمایش تغییرات یک تابع بگیریم، این پایین‌ترین نقطـــه، همان نقطه‌ی مینیمم منحنی اســت. یـــادآوری می‌کنیم که اگر ممـــاس بر منحنی تابع را، در نقطه‌ی مینیمم آن رســم کنیم، یک خط راست افقی به دست می‌آید.

مسیر ناودانی را خم می‌کنیم تا در پایین آن، تپه‌ای که دو گودال در دو طرف خود دارد، به‌وجود آید. حالا، اگر گلوله را به حال خود بگذاریم، چـــه پیش می‌آید؟ گلوله در یکی از دو گودال ـ یکی از دو نقطه‌ی مینیممی که مماس بر منحنی مسیر در آن‌جا افقی است ـ تعادل پایدار پیدا می‌کند و متوقف می‌شود.

توجـــه به این نکته جالب اســت کـــه روی این منحنـــی، نقطه‌ی دیگری هم وجود دارد که در آن‌جا، مماس بر منحنی به‌صورت افقی درمی‌آید. این نقطه، همان رأس تپه، یعنی نقطه‌ی ماکزیمم است. بنابر نشـــانه‌ی رســـمی، یعنی افقی بودن مماس، این نقطه با نقطه‌ی تعادل خویشی دارد. جالب‌تر این است که این نقطه هم درواقع، یک نقطه‌ی تعادل است، منتهی تعادلی ناپایدار. وقتی که گلوله به رأس تپه رسید، بعد از یک توقف کوتاه، به طرف یکی از دو گودال فرو می‌غلتد.

تـــه گودال، برعکـــس رأس تپه، نقطه‌ی تعادل پایدار اســـت. اگر گلوله را از جایی که آرمیده است اندکی تکان دهیم، کمی به این‌طرف و آن‌طرف می‌غلتد و دوباره در نقطه‌ی مینیمم آرام می‌گیرد.

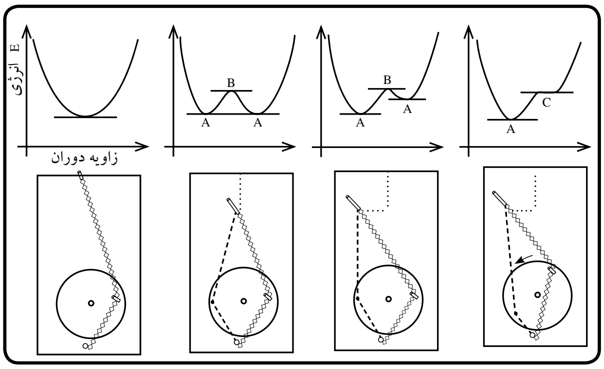


حالا ناودان را کمی دستکاری می‌کنیم و شکل آن را اندکی تغییر می‌دهیم. تـــه یکی از گودال‌ها (همان که گلوله‌ی ما در آن‌جا آرمیده اســـت) را بالا می‌آوریم تا جایی کـــه با رأس تپه در یک ارتفاع قرار گیرد. در این صورت، در یک ناودان خم‌شده، گلوله‌ای قرار می‌دهیم. اگر گلولـــه را به حال خود بگذاریم،در ته یکـــی از گودال‌ها ـ آن‌جا که مماس بر مســـیر خطی افقی اســـت ـ یعنی در نقطه‌ی مینیمم نسبی می‌ایســـتد. ولی در نقطه‌ی عطف، جایی کـــه باز هم مماس بر منحنی افقی است، گلوله به حالت تعادل درنمی‌آید و به طرف پایین می‌غلتد تا وقتی که به نزدیک‌ترین نقطه‌ی مینیمم نسبی برسد.

منحنی ما پیچیده‌تر می‌شـــود. روی ایـــن منحنی، نقطه‌ای وجود دارد که مماس در آن افقی اســـت، ولی ایـــن نقطه نه نقطه‌ی ماکزیمم است و نه نقطه‌ی مینیمم، بلکه نقطه‌ی عطف است. در چنین نقطه‌ای، گلولـــه‌ی مـــا تعادل خود را به دســـت نمی‌آورد؛ از جـــای خود کنده می‌شود و به طرف گودال دیگر می‌غلتد.

به فنر خود برگردیم

تـــه، پایین‌ترین نقطه، مینیمـــم... همه‌ی این‌هـــا در بخش قبل به ارتفاع گلوله مربوط می‌شـــد. ولی ارتفاع گلولـــه، یعنی میزان انرژی پتانســـیلی. خوب اســـت یادآوری کنیم که همین گلوله‌ای که در قعر



گودال افتاده اســـت، ماشین زیمان، بســـته به محل قرار گرفتن مداد، می‌تواند در یک تا دو حالت به تعادل پایدار برســـد (برای حالتی که دو تعادل پایدار داریم، روی تصویر ماشین، یکی از حالت‌ها را رسم

کرده‌ایـم و حالـت دیگر را با خط‌چین نشـان داده‌ایم). روی منحنی انرژی پتانسیلی فنرهای کشیده شده، زاویه‌های متناظر دوران قرص را با حرف A نشـان داده‌ایم. اگـر دو زاویه برای تعادل پایدار وجود داشـته باشد، بین آن‌ها، زاویه‌ی تعادل ناپایدار وجود دارد(B). ممکن است موقعیتی از مداد وجود داشته باشد که بـه‌ازای آن، نقطه‌ی عطفی بـا مماس افقی، روی منحنـی پیدا شـود (C). در همین موارد اسـت که قرص به حالت جهشی می‌رسد.

به نمونه‌ای از یک قانون مهم فیزیکی تبدیل می‌شود. حالت تعادل پایدار یک دسـتگاه فیزیکی، مشـخص‌کننده‌ی این وضع است که انرژی دستگاه در این حالت، مینیمم است.

با آگاهی از این موقعیت نظری، دوباره به قرص و فنرهای خود برمی‌گردیـم. مـداد را از محور قرص و در جهـت مخالف میخ دور می‌کنیم و فعلاً آن را در همان‌جا محکم می‌کنیم.

حالا قـرص را می‌چرخانیم و زاویه‌ی دوران را از طرف میخ به حسـاب می‌آوریم. بـه ازای هر زاویه‌ی دوران، انرژی پتانسـیل فنر کشیده شده را معین می‌کنیم.

اگر منحنـی نمایش تغییرات انرژی را نسـبت به زاویه‌ی دوران رسـم کنیم، شبیه همان نیم‌دایره‌ای که تحدبی به طرف پایین دارد، به دست می‌آید.

قعر منحنی رسـم شـده، معرف مینیمم انرژی پتانسیل است. اگر قـرص را به اندازه‌ی همین زاویه دوران دهیم، به حالت تعادل پایدار می‌رسد.

با جابه‌جا کردن محل مداد، می‌توان حالتی را پیدا کرد که در آن، منحنی انرژی پتانسـیل تغییر شـکل دهد و در پایین آن تپه‌ای ظاهر شـود که در هر طرف آن یک گودال باشـد. در ایـن صورت، برای قرص، دو حالت تعادل پایدار وجود دارد.

سـرانجام می‌توان اسـتحاله‌ای را انجام داد که با آن از آزمایش آخر با ناودان گالیله آشنا هستیم. جای مداد را آن‌قدر تغییر می‌دهیم تا قعر یکی از گودال‌ها با رأس تپه در یک سطح قرار گیرد...

... خطر! قرص با حرکتی تند و ناگهانی، خود را به حالت تعادل پایدار تازه‌ای می‌رساند.

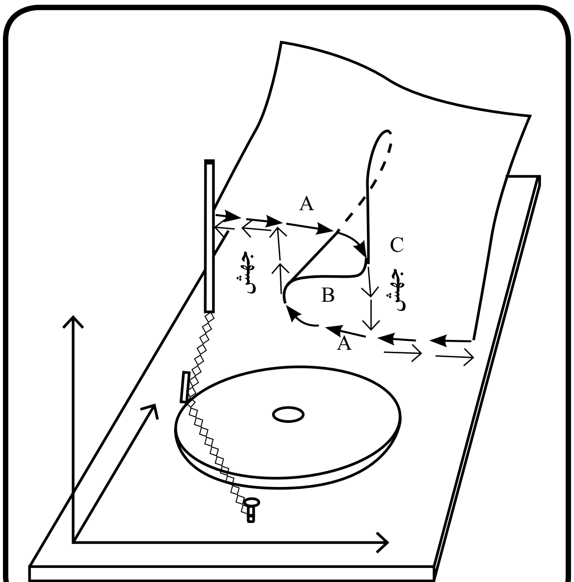
و این چیزی اسـت که باید همیشه به خاطر داشت: حالت تعادل پایدار و ناپایدار قرص و همچنین، موقعیت‌هایی که قرص با رسـیدن به آن‌ها به حرکتی تند و ناگهانی می‌افتد، همه یک نشـانه دارند؛ اگر ایـن نقطه‌هـا را روی منحنـی متناظر انرژی آن در نظـر بگیریم، در همه‌ی این موارد، مماس بر منحنی، خطی افقی است.

بسته به شـکل منحنی‌ها (به منحنی انرژی دقیق‌تر توجه کنید!)، تعداد این گونه نقطه‌ها ممکن اسـت یک، دو یا سـه باشد. زاویه‌های دوران متناظر این نقطه‌ها را در قرص، زاویه‌های بحرانی گویند.

دوباره مقداری رسم می‌کنیم

حالا دیگر می‌توانیم کمی به ریاضیات بپردازیم.

روی سـطح میز، دو محور مختصات را رسم می‌کنیم تا روی آن موضع نوک مداد را نشـان دهیم. محور سـوم را عمود بر سـطح میز می‌گیریم. چند سطر بعد، هدف این کار را خواهیم فهمید.



مداد را در جایی محکم می‌کنیم و زاویه‌های بحرانی دوران قرص را اگـر برای هر وضع مداد، روی محوری که از نوک آن گذشـته و بر صفحه‌ی میز عمود اسـت، مقادیـر زاویه‌های بحرانی را جدا کنیم (همان مقادیری که در شـکل قبل با حرف‌های A،B و C مشـخص شده بودند)، سطح عجیب و غریبی به دست می‌آید. مقطع این سطح، که روی شـکل با علامت پیکان نشـان داده شده اسـت، به روشنی نشان می‌دهد که وقتی به لبه‌ی چین‌ها در سطح برسیم، حالت جهش ناگهانـی پیـش می‌آیـد.

در این وضع معین می‌کنیم. می‌دانیم که بسته به جای مداد، تعداد این زاویه‌ها ممکن اسـت یک، دو یا سه باشد. همه‌ی این مقادیر را، هر چند تا که باشـد، روی محور عمودی در دستگاه سه بعدی خود، که از نوک مداد گذشـته باشـد، جدا می‌کنیم.

مداد را در جاهای تازه‌ای قرار می‌دهیم و این روند را پشت سرهم تکرار می‌کنیم و همه‌ی نقطه‌های جدید را در دستگاه مختصات خود قرار می‌دهیم. سـرانجام، این نقطه‌ها به هم متصل می‌شوند و سطحی را تشـکیل می‌دهند.

به شـکل نگاه کنید. آیا عجیب و غریب نیست؟ چنین سطحی را سـطح چین‌دار می‌گویند.

به کمک این تصویر، می‌توان به سادگی همه‌ی آن‌چه را که مربوط بـه قرص ـ ضمن جابه‌جا شـدن مداد ـ بـود و از جمله جهش‌های ناگهانی آن را پیش خود تصور کرد. این جهش‌ها وقتی پیش می‌آید که به لبه‌های سـطح چین‌دار برسـیم.

ایـن مطلـب را هم می‌توان فهمید که چـرا وقتی مداد را در یک مسـیر ولی در دو جهت مختلف جابه‌جا می‌کنیم، حالت جهشـی در نقطه‌ی یگانه‌ای از این مسـیر پیش نمی‌آید. به‌خصوص، این پیشامد را با علامت پیکان روی شـکل مشـخص کرده‌ایم.

هفت فاجعه

شـانس آوردیم. در شـرح آزمایش با قرص، تنها سـه متغیر شرکت داشـت: دو متغیر بیرونی (مختصات نـوک مداد) و یک متغیر درونی (زاویـه‌ی دوران قـرص).

به همین دلیل بود که برای شـرح پیشامدها به کمک شکل، یک دسـتگاه سـه بعدی مختصات بـرای ما کفایت می‌کـرد. روی همین دسـتگاه بود که ما توانسـتیم سـطح پر راز و رمز خود را بسـازیم.

البته وقتی که متغیرهای درونی چهار تا باشـد، با حالت بسـیار جالب‌تری روبه‌رو هسـتیم. مگر نه این است که جهان ما چهار بعدی است (سه بعد فضایی به اضافه‌ی زمان). پروفسور رنه توم ثابت کرده اسـت که در چنین مواردی، بدون ارتباط با تعداد متغیرهای بیرونی، تنهـا هفت نوع جهش (و یا به بیان خود پروفسـور، هفت «فاجعه‌ی مقدماتی») می‌تواند وجود داشـته باشـد.

هفت سـطحی کـه به کمک آن‌ها می‌توان ایـن «فاجعه‌ها» را به صورت عینی شـرح داد، نام‌های ظریف و شـاعرانه‌ای دارند: سطح پرچین، سـطح شـکن‌دار، سطح پرسـتویی، سـطح دنباله‌دار، سطح پروانه‌ای، سـطح بیضوی و سـطح هذلولوی و سـهموی.

اگر تعـداد متغیرهای درونی پنج باشـد، یـازده فاجعه می‌تواند وجود داشـته باشد و اگر شـش متغیر درونی یا بیشتر داشته باشیم، تعداد فاجعه‌ها بی‌نهایت می‌شـود.

هم گردباد، هم موج و هم تقسیم یاخته‌ها

به کمـک نظریه‌ی فاجعه‌هـا، می‌توان به خوبـی از عهده‌ی توضیح پدیده‌های فیزیکی مربوط به گذارهای مرحله‌ای و جهشـی (گذار از حالت جامد به مایع، از مایع به گاز و غیره) برآمد. مکانیک مایعات و پدیده‌هـای طوفانی آن را هم، می‌توان مثالی برای فاجعه دانسـت. موج‌های پرتلاطمی هـم که نیروی خود را در صخره‌ها گم می‌کنند، مثالی از همین نوع اسـت. زیست‌شناسـی هم، که سرچشمه‌ی الهام نیرومندی برای پروفسـور توم است، نمایشگر مواردی از پدیده‌های فاجعه‌ای اسـت. از این قبیل است تقسـیم یاخته‌ها، تحریک عصبی، توزیع شـکل و غیره.

ذکر همین چند نمونه نشـان می‌دهد کـه دامنه‌ی کاربرد نظریه‌ی فاجعه‌ها، تا چه اندازه گسـترده است. در ضمن این موضوع را نباید از یـاد برد که در طبیعت کمتر به صورت خالص خود، با فاجعه‌های مقدماتی برخورد می‌کنیم، همان‌طور که خط راسـت واقعی هم، تنها در هندسـه وجود دارد. این نظریـه، مدل‌هایی را ارائه می‌دهد که در تقریب اول، می‌توانند معرف پدیده‌های موردنظر باشـند، درسـت به همان ترتیب که دایره می‌تواند مدل خوبی برای خورشـید ـ آن‌طور که ما می‌بینیم ـ باشد؛ ولی روشن است که خورشید واقعی با تصوری که ما در ظاهر از آن داریم، متفاوت اسـت. مدلی برای ساده‌تر کردن کار اسـت و کاربرد آن در محدوده‌ای است که به هدف آن، لطمه‌ای وارد نیـاورد. مثـلاً، برای ایـن که وکیلی به فکر نجـات موکل خود باشـد ـ که به مفهـوم عام خود، یک مورد فاجعه‌ای اسـت ـ بعضی ملاحظه‌های کوچک روانی، خیلی بیشتر نتیجه‌بخش است تا استفاده از عامل‌های فوق العاده زیاد موضوع در کامپیوتر و به‌دسـت آوردن ترسـیم پرپیچ و خم گیج‌کننده.