

پینوکیو در دهکده عجایب

مقداد قاری، شماره تقی دستجردی

حالت‌های متفاوت را در جدول ۱ نوشت:

پینوکیو توانست دو حالت اول را بررسی کند، اما نمی‌دانست حالت‌های سوم و چهارم چه می‌شوند. در واقع نمی‌دانست زمانی که قسمت اول جمله دروغ باشد، یعنی خانم عینک پوش دروغ گو باشد، چه اتفاقی می‌افتد. هر چه بیشتر فکر می‌کرد، بیشتر گیج می‌شد که ناگهان فرشته مهربان روبه‌رویش ظاهر شد.

پینوکیو: اوه. خدای من! فرشته مهربان، چقدر خوب که به کمکم آمدی!

فرشته مهربان: پینوکیو جان، خیلی خوشحالم که توانستی سه معمای قبلی را حل کنی. مطمئن هستم از پس این یکی هم بر می‌آیی. به من خوب گوش کن!

پینوکیو: بله. حتما.

فرشته مهربان: پینوکیو جان، فرض کن که من به تو این جمله را بگویم: «اگر تو بتوانی معماهای منطقی این دهکده را حل کنی، من تو را انسان خواهم کرد.» حالا بیا همه حالت‌های مختلف را بررسی کنیم و ببینیم چه زمانی جمله من درست است!

پینوکیو: خوب اگر من معماها را حل کنم و شما هم مرا به انسان تبدیل کنید، شما به قول خودتان عمل کرده‌اید و راست گفته‌اید. اما اگر من معماها را حل کنم و شما من را به انسان تبدیل نکنید، شما دروغ گفته‌اید. این مانند دو حالتی است که برای خانم‌های جوان هم‌سان در دفترچه‌ام بررسی کردم.

فرشته مهربان: بسیار خوب. حالا فرض کن که تو نتوانی معماهای منطقی این دهکده را حل کنی، ولی من از سر لطف، تو را به انسان تبدیل کنم. در این صورت آیا دروغ گفته‌ام؟

پینوکیو: نه! شما در مورد اینکه اگر من از پس معماها برنیایم چیزی نگفته‌اید، پس هر کاری می‌توانید بکنید.

فرشته مهربان: آفرین. درست است. اگر تو نتوانی معماهای این دهکده را حل کنی، من، چه تو را به انسان تبدیل کنم، چه نکنم، به تو دروغ نگفته‌ام. خوب حالا در مورد دو حالت دیگری که برای خانم عینک‌پوش باقی‌مانده است، چه می‌گویی؟

این آخرین جمله‌ای بود که فرشته مهربان گفت. او دوباره ناپدید شده بود. اما پینوکیو دیگر به فرشته مهربان نیاز نداشت. او توانست جدولش را کامل کند و با کمی فکر تشخیص دهد، هر کدام از خواهرهای هم‌سان، از چه نوعی هستند.

در سه قسمت قبل خواندیم که **پینوکیو** در دهکده عجایب توانست سه معمای منطقی را حل کند. این معماها از آنجا پیش آمدند که اهالی دهکده یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. در نتیجه پینوکیو هر بار باید تشخیص می‌داد که هر یک از افرادی که می‌بیند از چه نوعی هستند: راست‌گو یا دروغ‌گو.

پینوکیو که از حل معماهای ایجاد شده، خوشش آمده بود، فکر کرد به گشت و گذار در این دهکده ادامه دهد تا با چالش‌های جدیدی روبه‌رو شود. در همین هنگام، دو خانم کوتوله جوان هم‌سان نظرش را جلب کردند که یکی از آن‌ها عینک داشت و دیگری نه. پینوکیو دوست داشت بداند: آیا دوقلوهای این دهکده از یک نوع هستند؟ به همین دلیل، به طرف آن‌ها رفت تا در مورد راست‌گو یا دروغ‌گو بودنشان از آن‌ها بپرسد.

پینوکیو: سلام خانم‌های جوان. روزتان بخیر. عذرخواهی می‌کنم که وقت شما را می‌گیرم. می‌خواهم بدانم کدام‌یک از شما راست‌گو و کدام‌یک دروغ‌گو هستید؟

خانم عینک‌پوش: اگر من راست‌گو باشم، آن‌گاه خواهر من نیز راست‌گوست.

پس از آنکه خانم عینک‌پوش این جمله را گفت، به همراه خواهرش به راهشان ادامه دادند. پینوکیو فوری دفترچه یادداشتش را باز کرد و جمله خانم عینک‌پوش را در آن نوشت. پس از کمی تأمل فکر کرد باید هر دو راست‌گو باشند. اما به یاد معمای کوتوله‌های چکمه‌پوش افتاد. در برخوردش با آن کوتوله‌ها، نتوانسته بود نوع کوتوله چکمه‌زرد را مشخص کند. برای همین با خودش فکر کرد بهتر است بقیه حالت‌ها را هم به‌دقت بررسی کند. شاید این بار نیز حالت‌های دیگری امکان‌پذیر باشند و نتوان به‌طور قطع مشخص کرد که این خواهرها از چه نوعی هستند. بنابراین باز هم پیشنهادی را که فرشته مهربان به او داده بود، به کار گرفت و

خانم عینک‌پوش	خواهر خانم عینک‌پوش	اگر خانم عینک‌پوش راست‌گو باشد، آن‌گاه خواهرش هم راست‌گوست.
راست‌گو	راست‌گو	راست
راست‌گو	دروغ‌گو	دروغ
دروغ‌گو	راست‌گو	
دروغ‌گو	دروغ‌گو	

ادامه دارد ...

● دو حالت دیگر جدول ۱ را خودتان پر کنید.

● هر یک از خواهرهای هم‌سان از چه نوعی هستند؟

در شماره‌های قبل با سه نوع از گزاره‌های مرکب آشنا شدیم: گزاره‌های نقیض، گزاره‌های حاصل از ترکیب عطفی و گزاره‌های حاصل از ترکیب فصلی دو گزاره. در این داستان، نوع مهم دیگری از گزاره‌های مرکب، یعنی **گزاره‌های شرطی** را شناختیم. گزاره‌های شرطی اغلب به صورت «اگر... آن‌گاه...» هستند. در منطق، گزاره «اگر A آن‌گاه B» را با نماد $A \rightarrow B$ نشان می‌دهیم و به گزاره A، **مقدم شرط** و به گزاره B، **تالی شرط** می‌گوییم. می‌خواهیم بررسی کنیم: ارزش هر یک از گزاره‌های A و B چه ارتباطی با ارزش گزاره $A \rightarrow B$ دارد؟ سعی کنید به کمک مثال فرشته مهربان، خودتان جدول ۲ را کامل کنید. برای این کار فرض کنید گزاره A و B نشان‌دهنده جمله‌های زیر باشند:

$V(A)$	$V(B)$	$V(A \rightarrow B)$
۱	۱	?
۱	۰	?
۰	۱	?
۰	۰	?

گزاره A: پینوکیو معماهای دهکده را حل می‌کند.

گزاره B: فرشته مهربان، پینوکیو را انسان می‌کند.

جدول ۲

همان‌طور که حدس زده‌اید، ارزش گزاره‌های شرطی تنها زمانی ۰ است که ارزش گزاره مقدم ۱ و ارزش گزاره تالی ۰ باشد.

در منطق می‌گوییم در حالت‌های سوم و چهارم گزاره شرطی به **انتفای مقدم** درست است. کلمه انتفا به معنی نفی شدن است و همان‌طور که می‌بینید، در حالت‌های سوم و چهارم جدول، ارزش گزاره مقدم، صفر است. همچنین می‌توان رابطه $V(p)$ و $V(q)$ با $V(p \rightarrow q)$ را به صورت ریاضی بیان کرد.

$$V(p \rightarrow q) = 1 - V(p) - (V(p) \times V(q))$$

● تلاش کنید عبارت ریاضی دیگری برای بیان ارتباط $V(p)$ و $V(q)$ با $V(p \rightarrow q)$ پیدا کنید.

اکنون آماده‌اید که به معمای چهارم پینوکیو برگردیم. فرض کنید: «p: خانم عینک پوش راست‌گو است» و «q: خواهر خانم عینک پوش راست‌گو است». در این صورت، جمله «اگر خانم عینک پوش راست‌گو باشد، آن‌گاه خواهرش راست‌گو است» تنها زمانی دروغ است که ارزش p برابر با صفر و ارزش q برابر با یک باشد.

حالا اگر فکر می‌کنید با این اطلاعات نمی‌توان به‌طور قطع مشخص کرد هر کدام از این دو خواهر از چه نوعی هستند، نشان می‌دهد شما اصل مهم اهالی این دهکده را فراموش کرده‌اید: **اهالی دهکده یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو.**

پس باید آن حالتی را از جدول انتخاب کنید که نوع گزاره شرطی که در ستون سوم آمده (از نظر راست یا دروغ بودن) با نوع گزاره خانم عینک پوش (از نظر راست‌گو یا دروغ‌گو بودن) مطابقت داشته باشد؛ یعنی هر دو خواهر حتماً از یک نوع هستند و آن هم از نوع راست‌گو. حالا که با چهار نوع مهم از گزاره‌های مرکب، یعنی نقیض و ترکیبات عطفی و فصلی و شرطی آشنا شده‌اید، خوب است به ذکر دو مفهوم مهم بپردازیم. به مثال ستون مقابل دقت کنید:

جذر عدد ۸۱ عددی اول

است: p

جذر عدد ۸۱ عددی اول

نیست: $\sim p$

جذر عدد ۸۱ عددی اول است و

جذر عدد ۸۱ عددی اول نیست:

$p \wedge \sim p$

جذر عدد ۸۱ عددی اول است یا جذر

عدد ۸۱ عددی اول نیست: $p \vee \sim p$

همان‌طور که می‌بینید، ارزش ترکیب

عطفی دو گزاره p و $\sim p$ برابر ۰ و ارزش

ترکیب فصلی این دو گزاره برابر ۱ می‌شود.

● به جای گزاره اول گزاره «امروز چهارشنبه است» را امتحان کنید.

● در حالت کلی، در مورد ترکیب عطفی و ترکیب

فصلی یک گزاره و نقیضش چه می‌توان گفت؟

مشاهده کردید که گزاره p هر چه باشد، داریم:

$$V(p \vee \sim p) = 1 \text{ و } V(p \wedge \sim p) = 0$$

به گزاره‌هایی مانند $p \wedge \sim p$. گزاره‌های دروغ‌نما و به گزاره‌هایی مانند $p \vee \sim p$. گزاره‌های راست‌نما می‌گوییم.

به‌عنوان مثال‌هایی دیگر، گزاره‌های $p \rightarrow p$ و $p \wedge q \rightarrow p$ و $p \rightarrow p \vee q$ راست‌نما هستند و گزاره‌های $(p \rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \rightarrow p)$ و $\sim p \rightarrow p$ (چرا؟).

● آیا می‌توانید گزاره‌های راست‌نما و دروغ‌نمای دیگری مثال بزنید؟

● گزاره‌های دروغ‌نما را گزاره‌های دروغ‌گو و گزاره‌های راست‌نما را گزاره‌های راست‌گو نیز می‌نامند. آیا می‌توانید ارتباطی میان این نام‌گذاری با اهالی دهکده داستان ما بیابید؟

