

# نمایش اعداد در مبناهای متفاوت

## (قسمت دوم)

### سپیده چمن آرا

**کلیدواژه‌ها:** مبنا، ارزش مکانی، توان‌های اعداد.

در این شماره از مجله نیز به طرح چند پرسش درباره‌ی نمایش اعداد در مبناهای مختلف می‌پردازیم و تلاش می‌کنیم با استفاده از ارزش مکانی ارقام در هر مبنا، با سرعت بیش‌تری به آن پرسش‌ها پاسخ دهیم. پیش از طرح پرسش‌ها بد نیست یادآوری کنیم که ارزش مکانی در مبنا  $۱۰$ ، توان‌های  $۱۰$  است:

...	دهگان هزار= $۱۰^۴$	یکان هزار= $۱۰^۳$	صدگان= $۱۰^۲$	دهگان= $۱۰^۱$	یکان= $۱۰^۰$

(جدول ارزش مکانی در مبنا  $۱۰$ )

و نیز یادآور شویم که در هر مبنا  $n$  عدد طبیعی  $(n>۱)$ ، ارزش مکانی ارقام یک عدد در آن مبنا، از راست به چپ، توان‌های  $n$  است که افزایش می‌یابد:

...	$n^۵$ تایی	$n^۴$ تایی	$n^۳$ تایی	$n^۲$ تایی	$n^۱$ تایی	یکی‌ها= $n^۰$

(جدول ارزش مکانی در مبنا  $n$ )

پرسش بعدی نیز مشابه پرسش ۱ است.

**پرسش ۲:** نمایش  $۱۲۸$  در مبنا  $۲$  چیست؟

پاسخ: بدون این‌که به سراغ تقسیم‌های متوالی بریم، یادمان باشد که  $۱۲۸=۲^۷$ ، پس در جدول ارزش مکانی  $۲$  داریم:

$۲^۷$	$۲^۶$	$۲^۵$	$۲^۴$	$۲^۳$	$۲^۲$	$۲^۱$	$۲^۰$
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

یعنی:

$$۱۲۸=(۱۰۰۰۰۰۰۰)_۲$$

آیا از پاسخ این دو پرسش، رابطه‌ی جدید دیگری کشف نکرده‌اید؟

### اینک پرسش‌ها را مطرح می‌کنیم:

**پرسش ۱:** نمایش عدد  $۸۱$  در مبنا  $۳$  چیست؟ یعنی

$$۸۱=(?)_۳$$

**پاسخ:** طبیعی است که به سراغ تقسیم‌های متوالی برویم تا بفهمیم  $۸۱$  در مبنا  $۳$  چگونه نمایش می‌دهند. ولی اگر توان‌های  $۳$  را حفظ باشیم، یادمان می‌آید که  $۸۱=۳^۴$ ، پس فوری در جدول ارزش مکانی در مبنا  $۳$  می‌نویسیم:

$۳^۴$	$۳^۳$	$۳^۲$	$۳^۱$	$۳^۰$
۱	۰	۰	۰	۰

$$۸۱=(۱۰۰۰۰)_۳$$

است. پس چون  $۸۱=۳^۴$ ، یعنی کوچک‌ترین عدد پنج رقمی در مبنای ۳ است، ۸۰ باید بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی در مبنای ۳ باشد، یعنی:

$$۸۰=(۲۲۲۲)_۳$$

(یادتان باشد بزرگ‌ترین رقم در مبنای ۳، رقم ۲ بود!)

**پرسش ۵:** نمایش ۱۲۷ در مبنای ۲ چیست؟

$$۱۲۷=(۱۱۱۱۱۱۱)_۲ \quad ۱۲۸=۲^۷=(۱۰۰۰۰۰۰۰)_۲$$

**پرسش ۶:** نمایش ۶۳ در مبنای ۴ چیست؟

$$\text{چون } ۶۴=۴^۳ \text{، پس } ۶۴=(۱۰۰۰)_۴ \text{؛ لذا } ۶۳=(۳۳۳)_۴$$

احتمالاً سه پرسش اخیر را در مدت خیلی کوتاهی پاسخ دادید، ولی اگر می‌خواستید با تقسیم‌های متوالی به پاسخ برسید، خیلی خیلی بیشتر طول می‌کشید! فقط باید جدول توان را دم دست یا در ذهن داشته باشید!

**پرسش ۷:** حاصل جمع  $۶۴+۱۲۸$  در مبنای ۲ چگونه نمایش

داده می‌شود؟

بله درست است. در پرسش ۱ که  $۸۱=۳^۴$  بود، نمایش آن شد کوچک‌ترین عدد پنج رقمی در مبنای ۳، یعنی زاویه ۱ با ۴ تا صفر جلوی آن:  $۱۰۰۰۰$ ، چون ارزش مکانی از  $۳^۰$  شروع می‌شود، لذا  $۳^۴$  در مکان پنجم جدول قرار می‌گیرد. به دلیل مشابه، نمایش  $۲^۷=۱۲۸$  شد یک ۱ با ۷ تا صفر جلو آن، یعنی کوچک‌ترین عدد ۸ رقمی در مبنای ۲:

$$۱۲۸=(۱۰۰۰۰۰۰۰)_۲$$

حال که این رابطه را متوجه شدید، سریع بگویید.

**پرسش ۳:**  $۶۲۵=(?)_۵$

$$\text{پاسخ: } ۶۲۵=۵^۴ \text{، پس } ۶۲۵=(۱۰۰۰۰)_۵$$

پس بد نیست قبل از ادامه‌ی این مقاله، یک جدول توان برای اعداد ۱ تا ۱۰ برای خودتان درست کنید تا با کمک آن، سریع‌تر بتوانید به این پرسش‌ها پاسخ دهید. اگر قسمتی از آن را حفظ کنید که خیلی بهتر است!

**پرسش ۴:** نمایش عدد ۸۰ در مبنای ۳ چیست؟

پاسخ: گرچه ۸۰، هیچ توانی از ۳ نیست، ولی از ۸۱، یکی کم‌تر

جدول توان‌های اعداد ۱ تا ۱۰ (تا توان دهم) (خودتان این جدول را با کمک ماشین حساب، کامل کنید!)

توان پایه	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	$۲^۲=۴$	$۲^۳=۸$	$۲^۴=۱۶$	$۲^۵=۳۲$	$۲^۶=۶۴$	$۲^۷=۱۲۸$	$۲^۸=...$	.....	.....
۳	$۳^۲=۹$	$۳^۳=۲۷$	$۳^۴=۸۱$	.....	.....				
۴	$۴^۲=۱۶$	$۴^۳=۶۴$	$۴^۴=۲۵۶$	.....					
۵									
۶									
۷									
۸									
۹									
۱۰									

$$۱۲۸=(۱۰۰۰۰۰۰)$$



پاسخ: احتمالاً متوجه شده‌اید که هر دو عدد ۶۴ و ۱۲۸، توان‌هایی از ۲ هستند. پس بدون این‌که به سراغ جمع زدن آن‌ها و سپس تقسیم کردن‌های متوالی برویم، از جدول ارزش مکانی ۲ استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 64=2^6 \\ 128=2^7 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲	۲۱	۲۰
+	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
		۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	(۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰)

${}_2(11000000)_2 = 128+64$

جمع انجام شد!

حال شما یک پرسش مشابه مطرح کنید که با استفاده از ارزش مکانی، توان‌های اعداد و ارتباط آن‌ها با هم، بتوان به سرعت به آن پاسخ داد:

**پرسش ۱۲:** .....

موفق باشید.

**پرسش ۸:** عدد ۶۶ در مبنای ۴ چگونه نوشته می‌شود؟  
پاسخ: باز هم یاد توان‌های ۴ می‌افتیم. ۶۶ توانی از ۴ نیست ولی از  $4^3=64$ ، ۲ واحد بیش‌تر است. پس

۴۳	۴۲	۴۱	۴۰
۱	۰	۰	۰
			۲
+			
(۱	۰	۰	۲)

${}_4(1002)_4 = 66$

(توجه کنید که ۲، رقمی مجاز در مبنای ۴ است و  ${}_4(2)=2$ ).

**پرسش ۹:** عدد بعد از  ${}_4(333)$  در مبنای ۲ چگونه نوشته می‌شود؟

پاسخ: توجه کنید که  ${}_4(333)$ ، بزرگ‌ترین عدد سه رقمی در این مبناست. پس عدد بعدی آن، کوچک‌ترین عدد چهار رقمی، یعنی  ${}_4(1000)$  است. این هم یعنی  $4^3$ ، یا به عبارتی  $2^6$  (زیرا  $4^3=(2^2)^3=2^6$ ). پس نمایش آن در مبنای ۲، چنین است:  ${}_4(10000000)_4$ . یعنی به طور خلاصه:

$${}_4(333)_4 + 1 = (10000000)_4$$

**پرسش ۱۰:** اختلاف ۱۵۰ و ۱۲۵ در مبنای ۵ چگونه نوشته می‌شود؟

$$150 - 125 = 25$$

$$25 = 5^2$$

$$150 - 125 = (100)_5$$

**پرسش ۱۱:** اختلاف ۱۲۷ و ۱۲۹ در مبنای ۵ است، پس

$$129 - 127 = 2$$

و چون ۲، رقمی مجاز در مبنای ۵ است، پس

$$129 - 127 = (2)_5$$

