



تصویر بزرگ: نسیم میثم موسوی

درست یا غلط؟ گزاره؟

عبارت	آیا گزاره است؟	ارزش درستی
$4=2+2$	بله	درست
علی از رضا بلندتر است.	بله	بستگی دارد.
در را ببند!	خیر	دستور است.
این جمله غلط است.	خیر	تناقض است!

منطق به ما کمک می‌کند بتوانیم چیزی را پیدا کنیم که بتوانیم به آن اتکا کنیم و به ما می‌آموزد که وقتی چیزی نمی‌دانیم، بتوانیم استدلال کنیم. بیایید کمی خودمان را گرم کنیم.

فرض کنید کسی به شما می‌گوید «آسمان سبز است». شما به آسمان نگاه می‌کنید و می‌بینید که آبی است. شما می‌دانید آبی است. در مورد جمله‌ای که شنیده‌اید چه می‌توان گفت؟ **خب غلط است.** در منطق به جمله‌ای مانند جمله فوق **گزاره** می‌گوییم. گزاره عبارتی است که می‌تواند درست یا غلط باشد. به تعدادی مثال توجه کنید:

❖ خوب فکر کنید

فرض کنید علی و رضا پیشانی گلی داشته باشند و پیشانی احمد تمیز باشد. احمد از ابتدا می بیند که پیشانی علی و رضا گلی است. برای همین فکر می کند که: «شاید پیشانی من گلی نیست و فقط این دو نفر پیشانی گلی دارند.»

برای همین نمی تواند مطمئن بگوید که خودش پیشانی گلی دارد. به دلیل اینکه **اطمینان** ندارد، در جواب بار اول سؤال فریاد می زند: «نه!»

علی از ابتدا می بیند که پیشانی رضا گلی است و پیشانی احمد تمیز است. برای همین فکر می کند که: «اگر من پیشانی گلی نداشته باشم، در آن صورت رضا می بیند که من و احمد پیشانی تمیز داریم. بنابراین از آنجا که اعلام شده است که حداقل یک نفر پیشانی گلی دارد، تشخیص می دهد که خودش پیشانی گلی دارد و در نتیجه او باید فریاد بزند: «بله!»

ولی رضا فریاد می زند: «نه!»

برای همین است که علی بعد از شنیدن جواب بار اول سؤال، از طرف رضا با خود فکر می کند که: «فهمیدم... اگر رضانتوانسته این را بفهمد، حتماً روی پیشانی من گل دیده است.»

پس به فرض بالا (علی و رضا پیشانی گلی داشته باشند و پیشانی احمد تمیز باشد)، باید در جواب بار دوم سؤال، از علی و رضا جواب بله بشنویم. ولی گفته شده است که در جواب سؤال دوم همه می گویند «نه!» پس فرض بالا غلط است.

با استدلال مشابه می توان فرض علی و احمد گلی، رضا تمیز و همچنین فرض رضا و احمد گلی و علی تمیز را نیز رد کرد. فرض کنیم فقط یک نفر پیشانی گلی داشته باشد. چون آن شخص پیشانی دو نفر دیگر را می بیند که تمیز است و مادرش اعلام کرده است که حداقل یک نفر پیشانی گلی دارد، می فهمد که خودش پیشانی گلی دارد و در پاسخ به همان بار اول سؤال باید بگوید: «بله!» ولی این چیزی نیست که در داستان شرح داده شده است. در نتیجه فرض وجود یک پیشانی گلی هم از میان می رود.

تنها داستان قابل تصور این است که هر سه پیشانی گلی داشته باشند. تمرین خوبی است که در این حالت فکر کنید چه در ذهن هر کدام پیش می آید که در پاسخ به دو بار تکرار سؤال، هر سه فریاد می زنند: «نه!» و در پاسخ به بار سوم سؤال همه می گویند: «بله!» آیا این مسئله را به تعداد بیشتری بچه می توانید تعمیم دهید؟ اگر تعداد چهار بچه در حال بازی باشند، همه پیشانی گلی داشته باشند و مادرشان اعلام کند که حداقل یک پیشانی گلی وجود دارد، و سپس سؤال قبل را به صورت متوالی بپرسد که: «هر کدامتان بگوید ببینم آیا مطمئن است که خودش پیشانی گلی دارد؟» چند بار مادر باید سؤال را تکرار کند تا از همه «بله!» بشنود؟

❖ معما

فرض کنید در وضعیت زیر قرار گرفته اید و به شما گفته اند بین **سامان**، **سینا** و **سپهر** فقط یک نفر دروغ می گوید. آن یک نفر کیست؟

سامان می گوید: «سینا دروغ می گوید.»

سینا می گوید: «سپهر کیک را دزدیده است.»

سپهر می گوید: «من کیک را ندزیده ام.»

برای جواب دادن به معمای بالا باید حالت های متفاوت را امتحان کنیم. بگذارید سه حالت متفاوت را امتحان کنیم. می دانیم فقط یک نفر دروغ گفته است. ابتدا فرض کنیم سامان آدم دروغ گویی است، سپس سینا و بعد سپهر. کدام یک از فرض ها به تناقض می انجامند؟ منطق به طور کلی به امتحان این موضوع می پردازد که چه چیزی می تواند درست باشد، و همواره در پی آن است که هر چه را که نمی تواند درست باشد، حذف کند. مثالی که در ادامه می آید، بین منطق دانان بسیار محبوب است. در عین حال که به نظر ساده می آید، اما مسئله عمیقی است:

مثال: فرض کنید سه بچه به نام های **علی**، **رضا** و **احمد**، در حیاط مشغول بازی هستند. بدون آنکه به هم توجه کنند و یکدیگر را ببینند، پیشانی تعدادی از آن ها گلی می شود.

هر بچه ای می تواند پیشانی بقیه را ببیند، ولی به هیچ طریقی نمی تواند پیشانی خود را ببیند.

مادر آن ها به طور ناگهانی و در حالی که حواس بچه ها فقط به بازی شان است و به پیشانی هم هیچ نگاهی نکرده اند، به همه و بلند اعلام می کند: «حداقل یک نفر از شما پیشانی گلی دارد.»

سپس بلند می پرسد: «هر کدامتان بگوید ببینم آیا مطمئن است که خودش پیشانی گلی دارد؟»

هر سه هم زمان می گویند: «نه!»

سپس مادر همان پرسش را تکرار می کند: «هر کدامتان بگوید ببینم آیا مطمئن است که خودش پیشانی گلی دارد؟»

دوباره هر سه هم زمان می گویند: «نه!»

بعد از این مادر برای بار سوم همان پرسش را تکرار می کند، هر سه بچه فریاد می زنند: «بله!»

چه اتفاقی افتاده است؟!