وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی

رشد برهان ریاضی

۸

www.roshdmag.ir

ماهنامهٔ آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
۴۰ صفحه / اردیبهشت ماه ۱۴۰۵ / دورهٔ سی و یکم / شمارهٔ پی درپی ۱۶۲
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN: 1735-4943

همیشه در کنار ما ۲
سرشماری با سوت! ۲۰
کارت‌ها با ماشین حرف می‌زنند ۸



صالح بعد صالح

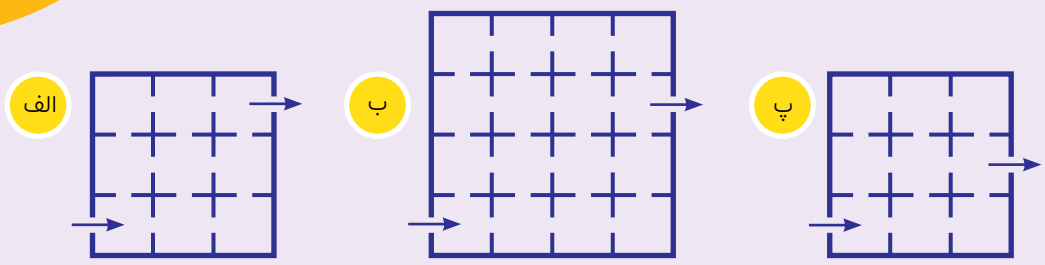
معمای تصویری

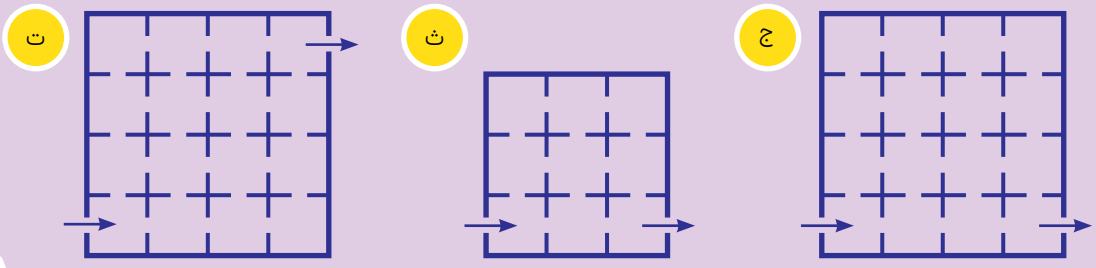
خسرو داودی

برای دیدن پاسخ رمزینه را پویش کنید.



در شکل زیر شش خانه دیده می‌شود. می‌خواهیم از محل مشخص‌شده در هر خانه وارد و از عمل مشخص‌شده خارج شویم؛ به‌طوری‌که از تمام مربع‌ها عبور کنیم، ولی فقط یک بار.
در کدام یک از خانه‌ها این امکان وجود ندارد؟
مسیری را که پیدا کرده‌اید رسم کنید.





بسم الله الرحمن الرحیم

اللّهم صل علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی

رشد برهان ریاضی ۸

www.roshdmag.ir

ماهنامهٔ آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
۴۰ صفحه / اردیبهشت ماه ۱۴۰۵ / دورهٔ سی و یکم / شمارهٔ پی درپی ۱۶۲
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲

خانوادهٔ مجلات رشد همهٔ تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس دانش‌آموزان قرار گیرد و همهٔ کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی‌مان امکان تهیهٔ آن را داشته باشند.

قیمت: ۳۰۰/۰۰۰ ریال

مدیر مسئول: **سید سعید بدیعی**
سردبیر: **حسین نامی‌ساعی** / مدیر داخلی: **پری حاجی‌خانی**
هیئت تحریریه: **جعفر اسدی گرمارودی** / **محرم ایردموسی** / **روح‌الله خلیلی بروجنی** / **خسرو داودی** / **محمدرضا سیدصالحی** / **آزاده فرزان** / **رضا فلاح مقدم** / **محمود نصیری**
ویراستار: **بهروز راستانی**
مدیر هنری: **کوروش پارسانژاد** / طراح گرافیک: **مجتبی زند**

سخن سردبیر
- **همیشه در کنار ما** / حسین نامی‌ساعی / ۲

هندسه
- **مفهوم‌های هندسی و حل مسئله** / محمود نصیری / ۳
- **تساوی نه، تعادل!** / محمدمهدی نسیمی / ۲۲

بینش
- **چرا ریاضی می‌خوانیم؟** / رضا فلاح‌مقدم / ۶

دانش
- **کارت‌ها با ماشین حرف می‌زنند** / سامان فرحت / ۸
- **الگوی ضرب عددها** / هستی‌سادات فلسفی / ۳۰

کاربرد
- **فوتبال، زندگی و ... آب** / آزاده فرزان / ۱۰
- **ریاضیات، خلبان سجیل‌ها** / رضا فلاح‌مقدم / ۳۱

علوم
- **نجوم ریاضیاتی** / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۴

اقتصاد
- **تجارت با معادله‌های ریاضی** / ژما جواهری‌پور / ۱۶

اولین‌ها
- **سرشماری با سوت!** / حبیب یوسف‌زاده / ۲۰

گفت‌وگو
- **ریاضی زبان مشترک جهان هستی** / گفت‌وگو با محمدرضا بحرالعلومی / محمددشتی / ۲۶

مسئله
- **بازی با عبارت‌های جبری** / جعفر اسدی‌گرمارودی / ۲۹

مدرسه
- **کلاس آقای رهنما** / محمدتقی طاهری‌تنجانی / ۳۲
- **اشتباه‌های محاسباتی** / افشین خاصه‌خان / ۴۰

تاریخ
- **حکایت‌های علمی و خواندنی** / جعفر ربانی / ۳۶

سواد دیجیتال
- **بازی‌های برخط و شبکه‌های اجتماعی** / آریان خلیلی / ۳۸

نشانی کانال مجلهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول در پیام‌رسان شاد
@roshd_borhan1

با پویش رمزینه نظرات خود را با ما به اشتراک بگذارید.
nazar.roshdmag.ir

برای مشاهدهٔ شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول، رمزینه را پویش کنید.

فروش و اشتراک مجلات رشد

در این ماه؛ اردیبهشت ۱۴۰۵:

اول: بزرگداشت سعدی ◀ **سوم:** بزرگداشت شیخ‌بهایی ◀ **نهم:** ولادت امام رضا (ع) ◀ **دهم:** روز ملی خلیج‌فارس ◀ **یازدهم:** روز جهانی کار و کارگر ◀ **دوازدهم:** شهادت استاد مرتضی مطهری و روز معلم ◀ **بیست‌وپنجم:** بزرگداشت حکیم ابوالقاسم فردوسی و روز پاسداشت زبان فارسی ◀ **بیست‌وهفتم:** شهادت امام محمد تقی (ع) ◀ **بیست‌وهشتم:** بزرگداشت حکیم عمر خیام

سخن سردبیر

همیشه در کنار ما

حسین نامی ساعی



دوستان و همراهان عزیز، سلام. قلب تپندهٔ این سرزمین بار دیگر در سوگ عزیزانش نشست. تجاوز وحشیانهٔ آمریکا و رژیم صهیونیستی، نه تنها به خاک ما، بلکه به قلب هر ایرانی، زخم عمیقی وارد کرده است. شهادت **آیت‌الله خامنه‌ای**، و فرماندهان و همراهانشان، اتفاقی فراموش نشدنی و جبران‌ناپذیر است.

ولی شهادت رهبر و فرماندهان عزیزمان پایان ماجرا نیست. این جنایتکاران با هدف قراردادن مردم بی‌گناه، به‌ویژه دختران دانش‌آموز در میناب و کارکنان دلاور ناودنا، نشان دادند که هیچ حد و مرزی برای ظلم و ستم خود نمی‌شناسند. این‌ها همان کسانی هستند که با حمایت از وحشت‌افکن‌ها و ایجاد ناآرامی، به دنبال بی‌ثبات کردن کشور عزیزمان ایران و منطقه هستند.

و اما در پی رویدادهای تلخ اخیر، توصیه‌های رهبری چراغ راه برای عبور از این مسیر پرچالش هستند.

توصیه‌های رهبر شهید به شما معماران فردا

رهبر شهیدمان همواره بر حفظ استقلال کشور، مقاومت در برابر زورگویی و ادامهٔ راه پیشرفت علمی و دفاعی تأکید داشتند. با امید به نسل نوجوان و جوان سخن می‌گفتند و توصیه‌های ماندگاری به شما داشتند؛ از جمله:

۱. تقویت ایمان و معنویت

یکی از مهم‌ترین توصیه‌های رهبری، تقویت بنیان‌های ایمانی و معنوی است:

«ارتباط با خداوند را در اولویت زندگی قرار دهید. نماز را به‌عنوان نور زندگی ترک نکنید. قرآن کریم را مطالعه و به آن عمل کنید. در مسائل اعتقادی تحقیق و تفکر کنید. از تفرقهٔ مذهبی بپرهیزید و وحدت را حفظ کنید.»

۲. علم‌آموزی و تحصیل

رهبری بر اهمیت علم و دانش‌اندوزی تأکید فراوان داشتند:

«جوانان باید درس بخوانند؛ نه تنها برای موفقیت شخصی، بلکه برای پیشرفت کشور. با جدیت و تلاش درس بخوانید. رشته‌های متناسب با نیاز کشور را انتخاب کنید. در تحقیق و پژوهش فعال باشید، و علم را با ایمان ترکیب کنید.»

۳. حفظ هویت ایرانی-اسلامی

یکی از دغدغه‌های اصلی رهبری حفظ هویت فرهنگی جوانان است:

«زبان فارسی را گرامی بدارید. در برابر تهاجم فرهنگی غرب مقاومت کنید. فرهنگ و هنر ایرانی-اسلامی را بشناسید و ترویج دهید. از آداب و رسوم اسلامی پیروی کنید.»

۴. امیدواری و نشاط

رهبری همواره به جوانان امید می‌بخشند:

«نگاه شما به آینده باید امیدوارانه باشد. ایران آینده در دست شماست. به توانمندی‌های خود ایمان داشته باشید. از ناامیدی دوری کنید و با انرژی و نشاط به استقبال چالش‌ها بروید.»

۵. اخلاق و رفتار نیک

توصیه‌های اخلاقی رهبری از این قرارند:

«صداقت و امانت‌داری را سرلوحهٔ زندگی قرار دهید. به والدین احترام بگذارید. در برابر سختی‌ها صبر و استقامت پیشه کنید. در جامعه حضور سازنده داشته باشید.»

۶. حضور اجتماعی و مسئولیت‌پذیری

رهبری جوانان را به مشارکت فعال در امور اجتماعی تشویق می‌کنند:

«در فعالیت‌های فرهنگی و اجتماعی شرکت کنید. به مسائل سیاسی و اجتماعی کشور علاقه‌مند باشید و برای خدمت به مردم تلاش کنید.»

همراهان خوبم، توصیه‌های رهبر معظم انقلاب به شما، ترکیبی از تعالیم دینی، توصیه‌های علمی و راهنمایی‌های عملی است. ایشان نوجوانان و جوانان را مأمور به تلاش، تحصیل، تقویت ایمان و امیدواری می‌دانند و بر این باورند که نوجوانان و جوانان ایران اسلامی توانایی ساختن آینده‌ای درخشان را دارند.

سخن آخر

غم از دست‌دادن بزرگان طبیعی است، اما تبدیل این غم به نیروی حرکت، هنر نوجوان ایرانی است. بهترین یادبود برای شهدا و رهبر، ادامهٔ راه آن‌ها با ایمان و عزمی قوی‌تر از گذشته است. شما وارثان این راه هستید و آینده‌سازان این کشور.

یادمان باشد: قوی بودن هم در علم، هم در اخلاق و هم در روحیه، بهترین پاسخ به هر دشمنی و بهترین تضمین برای فردایی درخشان است. بیایید با هم قول بدهیم که چراغ‌های راهی را که برایمان روشن کرده‌اند، خاموش نکنیم، این توصیه‌ها را سرلوحهٔ زندگی خود قرار دهیم و در مسیر تعالی و پیشرفت گام برداریم.

پیروز سربلند باشید.

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

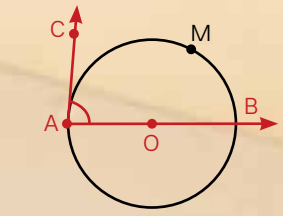
زاویه‌ها و دایره

محمود نصیری

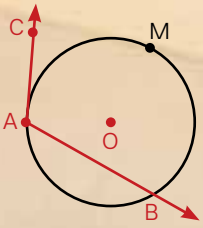
در بخش قبلی با دو زاویهٔ محاطی و درونی در دایره آشنا شدیم. در این قسمت دو نوع زاویهٔ دیگر در دایره را که به زاویه‌های «ظلی» و «بیرونی» شناخته می‌شوند، تعریف می‌کنیم و رابطهٔ بین اندازهٔ آن‌ها را با اندازهٔ کمان‌های دربرگیرندهٔ آن‌ها می‌یابیم.

زاویهٔ مماس و قاطع در دایره (زاویهٔ ظلی)

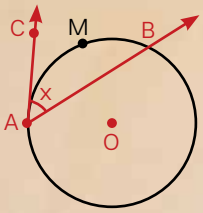
تعریف: هرگاه رأس یک زاویه روی دایره باشد و یک ضلع آن مماس بر دایره در رأس و ضلع دیگر شامل یک وتر دایره باشد، یعنی یک خط قاطع با دایره باشد، زاویه را ظلی یا زاویهٔ مماس و قاطع می‌نامند. مانند $\angle BAC$ در شکل‌های ۱ تا ۳ که $\overrightarrow{AC}$ در A بر دایره مماس و $\overrightarrow{AB}$ خط قاطع دایره یا خط شامل وتر $\overline{AB}$ است.



شکل ۱



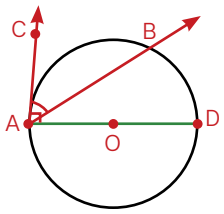
شکل ۲



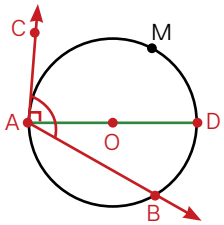
شکل ۳

در اینجا نیز مانند زاویهٔ محاطی، برای ضلع دوم سه حالت ممکن است نسبت به مرکز دایره رخ دهد: O مرکز دایره، بیرون نقطه‌های دورانی زاویه باشد، یا روی خود زاویه باشد، یعنی یک ضلع از مرکز دایره گذشته باشد، و یا مرکز دایره درون زاویه واقع شود. در هر حالت کمان $\overset{\frown}{AMB}$ را کمان مقابل این زاویه می‌نامیم.

فکر می‌کنید در کدام حالت می‌توانید به سرعت ارتباطی بین اندازهٔ زاویه و اندازهٔ کمان مقابل پیدا کنید؟ اگر ویژگی‌های مماس بر دایره را مرور کنیم، به‌سرعت متوجه خواهیم شد که در دایره، شعاع نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است. پس در حالتی که یک ضلع زاویه از مرکز دایره می‌گذرد، ضلع دیگر زاویه که بر دایره مماس است بر آن عمود است. از طرف دیگر اندازهٔ کمان مقابل آن چون یک نیم‌دایره است، برابر ۱۸۰ درجه خواهد بود. اندازهٔ $\angle BAC$ برابر ۹۰ درجه است. در نتیجه اندازهٔ زاویهٔ ظلی نصف اندازهٔ کمان مقابل است. اکنون اثبات در دو حالت دیگر دشوار نیست. کافی است از A، رأس زاویه، به O مرکز دایره وصل کنید. مشابه زاویه‌های محاطی عمل می‌کنیم:



شکل ۴



شکل ۵

اگر O مرکز دایرهٔ بیرون زاویه باشد داریم:

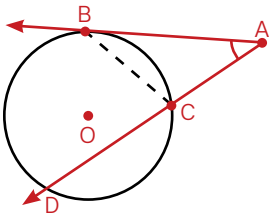
$$m\angle BAC = m\angle DAC - m\angle DAB = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ABC} - \frac{1}{2}m\overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{AB}$$

اگر O مرکز دایرهٔ بیرون زاویه باشد، آنگاه:

$$m\angle BAC = m\angle DAC + m\angle BAD = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{AMD} + -\frac{1}{2}m\overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{AMB}$$

پس در هر حالت اندازهٔ زاویهٔ ظلی برابر نصف اندازهٔ کمان مقابل آن است.

حل مسئله: در شکل ۶، یک ضلع $\angle BAC$ بر دایره مماس و ضلع دیگر شامل یک وتر دایره است. نشان دهید: $m\angle BAC = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DB} - m\overset{\frown}{BC})$.



شکل ۶

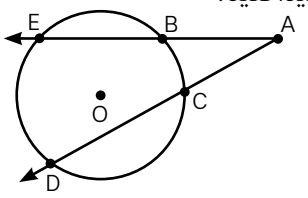
پاسخ: باید سعی کنیم با رسم یک خط اضافی از زاویه‌های محاطی و ظلی استفاده کنیم. اگر از B به C وصل کنیم، کدام زاویه ظلی و کدام زاویه محاطی پدید می‌آیند؟ $\angle BCD$ با $\angle ABC$ و $\angle BAC$ چه رابطه‌ای دارد؟ اگر دقت کرده باشید، در زاویه‌های در رابطه با دایره، مرتباً از ویژگی زاویهٔ خارجی استفاده می‌کنیم.

$$m\angle BCD = m\angle ABC + m\angle BAC$$

بنابراین:

$$m\angle BAC = m\angle BCD - m\angle ABC = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{BD} - \frac{1}{2}m\overset{\frown}{BC}$$
$$= \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BD} - m\overset{\frown}{BC})$$

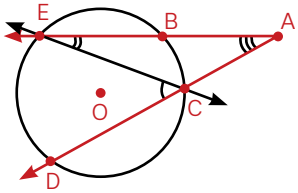
فعالیت: نقطهٔ A رأس $\angle EAD$ بیرون دایره است و دو ضلع آن دو وتر از دایره هستند. چنین زاویه‌ای را زاویهٔ بیرونی دایره می‌نامند. چگونه می‌توانید رابطه‌ای بین اندازهٔ $\angle A$ و کمان‌های $\overset{\frown}{BC}$ و $\overset{\frown}{DE}$، کمان‌های مقابل آن زاویه پیدا کنید؟



شکل ۷

با توجه به چند مثالی که حل کردیم، فکر می‌کنم بتوانید این مسئله را به سادگی حل کنید: رسم خطی مناسب که زاویه یا زاویه‌های محاطی به وجود آید و قضیهٔ معروف اندازهٔ زاویهٔ بیرونی.

وقتی از E به C یا تفاوتی نمی‌کند از B به D وصل کنید، همه چیز مشخص می‌شود. بکوشید قبل از اینکه به آنچه نوشته‌ایم توجه کنید، رابطهٔ بین اندازه‌ها را بنویسید (شکل ۸).



شکل ۸

$$m\angle ECD = m\angle BEC + m\angle BAC$$

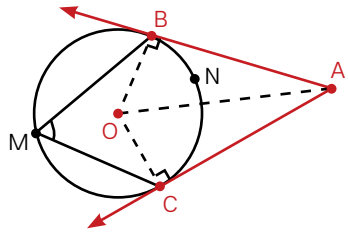
بنابراین:

$$m\angle BAC = m\angle ECD - m\angle BEC = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{DE} - \frac{1}{2}m\overset{\frown}{BC}$$
$$= \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DE} - m\overset{\frown}{BC})$$

اکنون با نوشتن کلمه‌ها آن‌ها را به‌خاطر بسپارید.
اندازهٔ هر زاویهٔ بیرونی در دایره برابر است با نصف تفاضل اندازه‌های دو کمان مقابل آن زاویه. سعی کنید نتیجه‌های زیر را خودتان ثابت کنید.

نتیجهٔ ۱. اگر از نقطهٔ A بیرون دایره، دو مماس $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ را بر دایره رسم کنیم، داریم:

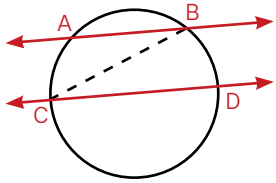
$$m\angle BAC = \frac{۱}{۲}(m\overset{\frown}{BMC} - m\overset{\frown}{BNC})$$



شکل ۹

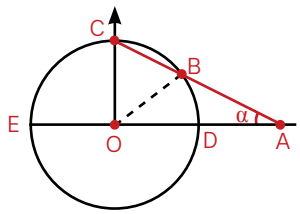
نتیجهٔ ۲. از O مرکز دایره به B و C نقطه‌های تماس و نقطهٔ A وصل کنید. آیا $\overline{OB}$ بر $\overrightarrow{AB}$ و $\overline{OC}$ بر $\overrightarrow{AC}$ عمودند؟ چرا؟ از چه ویژگی استفاده می‌کنید؟ نشان دهید: $\triangle OAB \cong \triangle OAC$. از کدام حالت هم‌نهشتی مثلث‌ها استفاده می‌کنید؟ چگونه نشان می‌دهید: $m\angle BOC = ۱۸۰° - m\angle BAC$؟ از نقطهٔ دلخواه M روی دایره به B و C وصل کنید. چرا: $m\angle BMC = ۹۰° - \frac{۱}{۲}m\angle BAC$؟

فعالیت: دو خط موازی دایره را در A و B و همچنین C و D بریده‌اند. در واقع $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ دو وتر موازی دایره هستند. چگونه با استفاده از ویژگی خط‌های موازی و زاویه‌های محاطی ثابت می‌کنید: $m\overset{\frown}{AC} = m\overset{\frown}{BD}$؟ یعنی اندازهٔ کمان‌های بین دو وتر موازی در دایره هم‌اندازه‌اند.



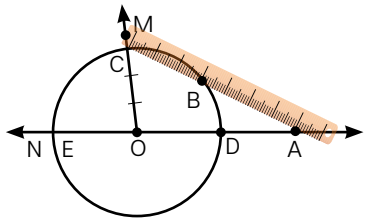
شکل ۱۰

فعالیت: از نقطهٔ A خارج دایره به شعاع R، مطابق شکل ۱۱ به مرکز دایره وصل می‌کنیم تا آن را در D و E قطع کند. همچنین از A خطی چنان رسم می‌کنیم که دایره را در دو نقطهٔ B و C ببرد؛ به‌طوری که: AB=R. یعنی اندازهٔ پاره‌خط $\overline{AB}$ برابر شعاع دایره باشد. از O به B و C وصل می‌کنیم. اگر $m\angle BAE = \alpha$ باشد، اندازهٔ $\angle BOA$ چقدر است؟ چرا: $m\angle OCA = ۲\alpha$؟ چگونه نشان می‌دهید: $m\angle EOC = ۳\alpha$؟



شکل ۱۱

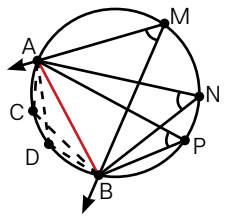
اکنون به مسئلهٔ برعکس برمی‌گردیم. فرض کنید $\angle MON$ را دارید. به مرکز O و شعاع دلخواه، مثلاً R=۳، دایره‌ای رسم کنید تا دو ضلع زاویه را در C و E ببرد. سپس با الهام گرفتن از فعالیت بالا خط‌کشی را بردارید، یک لبهٔ خط‌کش را روی C قرار دهید و خط‌کش را مرتب جابه‌جا کنید تا یک لبهٔ آن که روی دایره و لبهٔ دیگر روی خط OE واقع می‌شود، فاصلهٔ این دو نقطه برابر شعاع دایره شود. دو نقطهٔ A و B را نشانه‌گذاری کنید.
اکنون نشان دهید چرا اندازهٔ $\angle CAO$ برابر $\frac{۱}{۳}$ اندازهٔ $\angle MON$ است.



شکل ۱۲

در واقع به این روش شما به کمک خط‌کش با دو نشانه و پرگار زاویه‌ای ساخته‌اید که اندازه‌اش $\frac{۱}{۳}$ اندازهٔ زاویهٔ مفروض است.

فعالیت: در دایره‌ای وتر $\overline{AB}$ را در نظر بگیرید (شکل ۱۳). فرض کنید اندازهٔ کمان کوچک $\overset{\frown}{AB}$ برابر x باشد. روی کمان بزرگ $\overset{\frown}{AB}$ نقطه‌های دلخواهی مانند M، N و... را در نظر بگیرید و به A و B وصل کنید. اندازه‌های زاویه‌های $\angle AMB$، $\angle ANB$ و... چقدر هستند؟ چه نتیجه‌ای می‌توانید بگیرید؟



شکل ۱۳

سپس روی کمان کوچک $\overset{\frown}{AB}$ نقطه‌هایی مانند C، D و... را در نظر بگیرید و به A و B وصل کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آن‌ها را بنویسید.

چرا ریاضی می‌خوانیم؟

قسمت دوم: از حل مسئله تا خلق مسئله

چگونه ریاضیات را در زندگی، طبیعت و ذهن خود کشف کنیم؟

دکتر رضا فلاح مقدم
استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران



ریاضیات فقط جواب نیست

وقتی کلمهٔ ریاضیات را می‌شنویم، غالباً به عدد، فرمول و جواب درست فکر می‌کنیم، اما ریاضیات بسیار فراتر از این‌هاست. ریاضیات یعنی دیدن جهان با چشمانی پرسشگر؛ یعنی توانایی طرح مسئله، مواجهه با مسئله، بررسی الگوها و فهم روابط پنهان در زندگی. سال‌هاست که در مدرسه به ما یاد داده‌اند چگونه مسئله‌ها را حل کنیم، اما کمتر یاد داده‌اند چگونه مسئله خلق کنیم. در حالی که انسان‌های خلاق، دانشمندان بزرگ و مدیران موفق بیش از حل کردن، ابتدا سؤال درست را مطرح می‌کنند.

پولیا و آموزش حل مسئله

جورج پولیا، ریاضی‌دان برجستهٔ قرن بیستم، در سال ۱۹۵۷ راهبرد معروف حل مسئله را معرفی کرد. او چهار گام اساسی را پیشنهاد داد:

۱. مسئله را خوب بفهمیم؛
۲. برای حل آن نقشه بکشیم؛
۳. نقشه را اجرا کنیم؛
۴. پاسخ را بررسی کنیم؛

این روش کمک بزرگی به آموزش ریاضی کرد و هنوز هم ارزشمند است. اما یک نکتهٔ مهم وجود دارد: «دانش‌آموز فقط باید آن را حل کند، نه اینکه خودش دربارهٔ شکل‌گیری مسئله فکر کند.»

در حالی که اگر آموزش فقط به حل مسئله محدود شود، ممکن است دانش‌آموز:

- به دنبال سریع رسیدن به جواب باشد.
- به الگوهای از پیش آماده وابسته شود.
- در موقعیت‌های جدید و پیچیدهٔ زندگی سردرگم بماند.

اینجاست که مفهوم «خلق مسئله» یا «مواجهه با مسئله»[1] وارد می‌شود.

مواجهه با مسئله یعنی چه؟

مواجهه با مسئله به معنای:

- طرح مسئله؛
- خلق مسئله؛
- مواجهه با مسئله و شکل؛
- و ساختن پرسش از یک موقعیت است.

به زبان ساده‌تر، خلق مسئله یعنی وقتی به یک موقعیت نگاه می‌کنی از خودت می‌پرسی: «اینجا چه سؤالی می‌توان مطرح کرد؟»

در آموزش ریاضی، خلق مسئله و مواجهه با مسئله یعنی دانش‌آموز:

- از یک داستان، تصویر، پدیدهٔ طبیعی یا تجربهٔ روز،
- یک یا چند سؤال ریاضی بسازد
- و دربارهٔ آن‌ها فکر کنند.

چرا خلق مسئله از حل مسئله مهم‌تر است؟

خلق مسئله مغز را درگیر لایه‌های عمیق‌تری از تفکر می‌کند. وقتی دانش‌آموز مسئله می‌سازد:

۱. تفکر تحلیلی او تقویت می‌شود. او باید تشخیص دهد:

- چه چیزهایی مهم هستند؟
- چه داده‌هایی لازم‌اند؟
- چه رابطه‌ای بین عناصر وجود دارد؟

۲. خلاقیت رشد می‌کند.

در مواجهه با مسئله‌ها هیچ جواب ازپیش‌تعیین‌شده‌ای وجود ندارد. هر دانش‌آموز می‌تواند سؤال متفاوتی بسازد.

۳. درک مفهومی عمیق‌تر می‌شود.

دانش‌آموز مجبور است مفهوم ریاضی را بفهمد تا بتواند از آن سؤال بسازد؛ نه اینکه فقط فرمول را حفظ کند.

۴. برای زندگی واقعی آمادگی پیدا می‌کند.

زندگی واقعی مسئله‌های آماده ندارد. ما باید خودمان:

- مسئله را تشخیص دهیم؛
- آن را تعریف کنیم؛
- و بعد به دنبال حل آن بگردیم.

خلق و مواجهه با مسئله‌ها، تمرینی برای همین مهارت است.

۵. خلق مسئله انسان‌را عمیق می‌کند.

افرادی که فقط مسئله حل می‌کنند:

- معمولاً تصمیمات لحظه‌ای می‌گیرند.
- به دستورالعمل‌ها وابسته‌اند.
- در شرایط جدید دچار اضطراب می‌شوند.

اما افرادی که خلق‌کنندهٔ مسئله هستند:

- مسئله‌های پنهان را تشخیص می‌دهند.
- ریشهٔ مشکلات را می‌بینند.
- توانایی مدیریت مسائل کلان اجتماعی و طبیعی را دارند.

به همین دلیل آموزش نوین ریاضی تلاش می‌کند از حل‌کنندهٔ سریع مسئله‌ها به سمت «اندیشمند مسئله‌پرداز» حرکت کند.

۶. مسئله را در طبیعت می‌توان خلق کرد.

طبیعت بزرگ‌ترین کتاب ریاضی جهان است.

گیاهان:

- چرا تعداد گلبرگ‌ها اغلب مضربی از عدد خاصی است؟
- اگر هر روز یک برگ به شاخه اضافه شود، بعد از یک ماه چه الگویی داریم؟

آب و موج:

- فاصلهٔ موج‌ها چه رابطه‌ای با زمان دارد؟
- اگر جهت باد به سرعت تغییر کند، شکل موج‌ها چگونه عوض می‌شود؟

ماه و زمان:

- فاصلهٔ بین دو ماه کامل چقدر است؟
- اگر یک سال قمری را با سال شمسی مقایسه کنیم، اختلاف آن‌ها چگونه محاسبه می‌شود؟

در همهٔ این مثال‌ها، ابتدا سؤال ساخته می‌شود و سپس ریاضی به کمک می‌آید.

۷. چگونه یک مسئله بسازیم؟ (راهنمای عملی)

گام اول: مشاهده

به اطراف خود نگاه کن: خانه، مدرسه، خیابان، طبیعت، زمان، بازی و ورزش.

گام دوم: الگویابی

از خودت بپرس:

- اگر این عدد بیشتر شود، چه می‌شود؟
- اگر این زمان نصف شود، چه تغییری می‌کند؟
- اگر این الگو ادامه پیدا کند، بعد چه می‌شود؟

گام سوم: مدل‌سازی و مسئله‌سازی

سؤال خودت را دقیق بپرس: چند؟ چقدر؟ بعد از چند بار؟ چه الگویی؟

و سرانجام:

- ریاضیات فقط پیداکردن جواب نیست.
- ریاضیات جرئت پرسیدن سؤال است.
- حل مسئله مهم است، اما خلق مسئله نشانهٔ تفکر عمیق است.

اگر یاد بگیریم از طبیعت، زندگی و تجربه‌های خود سؤال ریاضی بسازیم، آنگاه ریاضی دیگر درس سختی نخواهد بود، بلکه زبانی برای فهم جهان است.

پی‌نوشت

1. Problem posing

منابع

1. Cai, J., Hwang, S., (2021), Learning Mathematics Through Problem Posing, Education Didactique.

2. Singer, F. M., Ellerton, N., Problem Solving and Problem Solving in Mathematics Education, Springer.



کارت‌ها با ماشین حرف می‌زنند

ماشین‌های حالت، حافظهٔ کم، هوش زیاد!

سامان فرحت

صحنهٔ آغاز: ورودی مترو و یک سؤال ساده

سوگل و **سوگند** همراه مادرشان از دروازه‌های ورودی (گیت‌های) مترو عبور می‌کردند. کارت را که نزدیک گیرنده می‌بردند، در باز می‌شد. سوگند پرسید: «از کجا می‌فهمد که باید در را باز کند؟ همهٔ اطلاعات ما را حفظ می‌کند؟»

مادر لبخند زد: «نه، این دستگاه لازم نیست گذشتهٔ طولانی را بداند. فقط می‌داند الان در چه حالتی است:

منتظر کارت، کارت معتبر ← باز یا **کارت نامعتبر ← بسته**

با همین چند حالت کم، تصمیم درست می‌گیرد. امروز با همین ایدهٔ کوچک که مطرح کردی، وارد دنیای ماشین‌های حالت متناهی می‌شویم. دستگاه‌هایی که با حافظهٔ اندک، رفتارهای هوشمند انجام می‌دهند.»

۱. حالت یعنی چه؟ (یک ماشین فروشندهٔ ساده و دقیق)

مادر مثال زد: «فروش ماشینی را فرض کنید که با سکه‌های ۵ و ۱۰ واحدی کار می‌کند و به محض رسیدن به ۱۵ واحد خوراکی می‌دهد. لازم نیست که دستگاه جمع فعلی را بشناسد. پس حالت‌ها می‌شوند: ۰، ۵، ۱۰ و ۱۵ (آمادهٔ تحویل):

- از ۰ با سکهٔ ۵ ← حالت ۵
- از ۵ با سکهٔ ۵ ← حالت ۱۰
- از ۱۰ با سکهٔ ۵ یا از ۵ با سکهٔ ۱۰ ← حالت ۱۵ (تحویل)
- بعد از تحویل ← بازگشت به ۰

(اگر پول اضافه بدهیم، چه حالت‌های اضافی‌ای را باید در نظر بگیریم؟) این دقیقاً ذهن یک ماشینِ حالت است. با چند حالت معدود و چند قاعدهٔ گذار، تصمیم می‌گیرد. در واقع «حالت» همان خلاصهٔ لازم برای تعمیم درست است.»

۲. ذهن خودکار (اتومات) و زبان: قبول / رد رشته‌ها

فرض کنید هر بار یک رشته از صفر و یک دریافت می‌کنیم. طول این رشته هر مقداری می‌تواند باشد. می‌خواهیم دستگاهی طراحی کنیم که رشته‌هایی را قبول کند که تعداد ۱ در آن‌ها زوج است و باقی رشته‌ها را رد کند.

فرض کنیم رشته‌های ورودی را از چپ به راست می‌خوانیم. دستگاه ما کافی است فقط زوج بودن تعداد ۱ها را نگه دارد. نگه داشتن این اطلاعات برای تصمیم‌گیری نهایی کافی است. پس دو حالت کفایت می‌کند:

- زوج (تعداد ۱ها تا الان زوج است)
- فرد (تعداد ۱ها تا الان فرد است).

هر بار ۱ دیدیم، بین این دو حالت جابه‌جا می‌شویم. هر بار ۰ دیدیم در همان حالت که بودیم، باقی می‌مانیم. در پایان اگر در حالت زوج بودیم ← قبول، و اگر در حالت فرد بودیم ← رد.

این هم مثال دیگری از ذهن خودکار (اتومات) است؛ کم حافظه اما دقیق.»

۳. معماهای دیگری با ماشین‌های حالت

الف) بخش‌پذیری بر ۳

هدف: رشته‌های ۰ و ۱ای را قبول کنیم که کل عدد را اگر در مبنای ۲ در نظر بگیریم، بر ۳ بخش‌پذیر باشد و باقی عددها را رد کنیم.

کافی است باقی‌ماندهٔ تقسیم بر ۳ را به عنوان حالت نگه داریم: ۰، ۱ و ۲. با خواندن هر بیت جدید، به حالت جدید می‌رویم. اگر صفر بود در حالت قبلی می‌مانیم. اگر ۱ بود از ۰ به ۱، از ۱ به ۲ و از ۲ به ۰ می‌رویم و اگر ۲ بود از حالت ۰ به حالت ۲، از حالت ۱ به حالت ۰ و از حالت ۲ به حالت ۱ می‌رویم. پس در کل فقط از ۳ حالت استفاده می‌کنیم. در انتها اگر در حالت صفر بودیم، رشته را قبول می‌کنیم و در غیر این صورت رشته را رد می‌کنیم.

سؤال: رشتهٔ ۱۰۱۱ نمایندهٔ چه عددی در مبنای ۲ است؟ آیا با الگوریتمی که در بالا اشاره شد قبول یا رد می‌شود؟ آیا الگوریتم درست کار می‌کند؟

ب) ممنوعیت دو تا ۱ پشت سر هم

هدف: رشته‌هایی را قبول کنیم که دو تا ۱ پشت سر



هـم ندارنـد و بقیـهٔ رشـته‌ها را رد می‌کنیم.

حالت‌ها:

- N: هنوز ۱ ندیده‌ایم یا آخرین بیت ۰ بوده است (امن).
- A: همین الان یک ۱ دیدیم (مرزی).
- Dead: کلمهٔ ۱۱ کشف شد (مردود تا ابد).

از N با ۱ ← A

از N با ۰ ← N

از A با ۱ ← Dead

از A با ۰ ← N

از Dead با هر چیز ← Dead

در انتها حالت‌های قبول N و A هستند.

سـؤال: مادر از سـوگل و سـوگند خواست تا بکوشـند و یک ماشینِ حالت طراحی کنند که هر دو شـرط قبلی را با هم در نظر بگیرد. یعنی رشـته‌هایی را قبول کند که با دو ۱ پشـت سـر هم نداشـته باشـند و تعداد ۱های آن‌ها زوج باشـد.

- بچه‌هـا ایـن کار امکان‌پذیر اسـت. اما نیازمند آن اسـت که مدت خوبـی روی آن فکـر کنیـد تا ببینید چـه حالت‌هـا و جابه‌جایی‌هایی بین آن‌ها مسئلهٔ جدید را می‌تواند حل کند.

۴. چرا گاهی مجبوریم حالت‌های بیشتری داشته باشیم؟

مـادر بـه بچه‌هـا گفـت: «در مسـئلهٔ بخش‌پذیـری بر ۳، سـه حالت باقی‌ماندهٔ ۰، ۱ و ۲ لازم اسـت. اگر ماشـین ما فقط دو حالت داشـته باشد، دو تا از باقی‌مانده‌ها با هم قاطی می‌شوند و از یک جایی به بعد تصمیـم غلط گرفته می‌شـود. چون رفتار الگوریتم روی ادامهٔ رشـته بـرای ایـن دو باقی‌مانده فـرق دارد. این ایـده را متخصصان این حوزه با زبان رسـمی‌تری توضیح می‌دهند. (سـرنخ: تمایزپذیری حالت‌ها یا ایدهٔ تقسـیم‌پذیری کلمه‌ها به دسـته‌هایی اسـت که ادامهٔ یکسان رویشـان اثـر متفـاوت دارد). اما برای ما همین شـهود کافی اسـت. وقتـی ادامه‌ها تفاوت ایجاد می‌کنند باید حالت‌ها متفاوت باشـند.»

سـؤال: بـه جـای بخش‌پذیری بـر ۳، بخش‌پذیـری بـر ۵ را با همین ایـده بسـازید. چند حالت لازم اسـت؟

۵. چه چیزهایی با حافظهٔ کم حل نمی‌شوند؟

مادر به بچه‌ها گفت: «مثل خیلی جاهای دیگر در ریاضیات، اینجا هم روش‌ها محدودیت‌هایی دارند. برای مثال اگر بخواهیم رشـته‌هایی مثل aa-ab-- b را که متشـکل از تعدادی b بعد از تعدادی a اسـت و تعـداد a‌ها و b‌ها برابر اسـت، را قبول کنیـم و باقی را رد کنیم، هیچ ماشـینی بـا حافظهٔ محـدود نمی‌توانید طراحی کنیـد. چون هر قدر هم که a زیاد شـود، باید بتوانید همان‌قدر b را بعداً بشـمارید. پس به‌طور شـهودی انگار حافظه‌ای فراتر از چند حالت ثابت لازم اسـت و می‌توان به صورت دقیق نشـان داد که این شـهود درست است، ولی اینجـا به شـهود اکتفا می‌کنیـم. برای حل این مسـئله به مدل‌های محاسـباتی پیشرفته‌تری نیاز داریم.»

سؤال: در مورد چرایی درست‌بودن این ادعا فکر کنید. چرا نمی‌شود بـا تعـداد ثابتی حالـت، دقیقاً n تـا a و بعد n تا b را بـرای هر n ممکن تشخیص داد؟

۶. جمع‌بندی

مـادر گفـت: «امروز یاد گرفتیم رفتار طولانی را می‌شـود با یک سـری حالـت خلاصـه دنبال کـرد. گاهی دو حالـت خلاصه را بـا هم ترکیب می‌کنیـم (مثـل دو تا ۱ پشـت سـر هم نداشـتن و زوج بـودن تعداد ۱ها). گاهی هـم ثابت می‌کنیم بـدون تعداد کافی حالت نمی‌شـود مسـئله را حـل کرد. این مـدل محاسـباتی، از ورودی‌هـای مترو، تا قفل‌هـای رمزی، از خواندن الگوها در متن تا فیلترهای سـادهٔ داده، همـه جا بـه کار می‌آید.»

مادر در راه بازگشـت از مترو، به سـوگل که غـرق مفهوم‌های تازه یاد گرفتـه شـده بـود گفت: «هر وقـت با رشـته‌ای از ۰ و ۱ یـا دنباله‌ای از رویدادها روبه‌رو شـدید، از خودتان بپرسـید: کدام خلاصهٔ کوچک از گذشـته برای تصمیم کافی اسـت؟ اگر پاسـخش را پیدا کنید، شما هم یک ماشـینِ حالتِ هوشـمند سـاخته‌اید، با حافظـه‌ای کم، اما تصمیم‌گیری دقیق!»

زنگ و فوتبال و آب

قسمت دوم

آزاده فرزان



تصویرگر: سیده‌منیژ موسوی

قصهٔ قنات و بچه‌های انار

در شمارهٔ قبل خواندید که بچه‌های روستای انار بعد از بازی فوتبال متوجه مشکل کمبود آب شدند و برای پیدا کردن آب سراغ قنات رفتند. شب وقتی در خانهٔ آقای نامی دور هم جمع شدند؛ آقای نامی گفت: «باید آب به روستا منتقل شود. شما چه پیشنهادی دارید؟»

ادامهٔ داستان

ارشیا: مسئله خیلی ساده است. یه پمپ آب می‌خریم و آب رو به روستا می‌یاریم و بعد هم با خیال راحت فوتبال بازی می‌کنیم!😅

آقای نامی: پس باید فهرست تمام چیزهایی رو که برای این کار لازمه تهیه کنیم.

محمدعلی (با اشتیاق): من همه چیز رو روی کاغذ بزرگی که آوردم می‌نویسم.

هیراد: لولهٔ بتنی بزرگ برای انتقال آب برای ۸ کیلومتر، کندن کانال، بتن‌ریزی و نصب لوله.

نیما: پمپ، الکتروموتور، تابلوی برق و کابل‌کشی یا شبکهٔ برق.

آقای نامی: دیزل / گازوئیل و تعمیرات.

سام: نگهبانی شبانه‌روزی. و بعد پرسید: «خب حالا از کجا شروع کنیم؟»

نیما: از چیزی که طول داره؛ یعنی لوله‌های بتنی.
نیما روی تختهٔ کوچک آقای نامی نوشت: «هر قطعه لوله: ۲/۵ متر» و زیرش: «قیمت هر قطعه».
محمدعلی: اگه ۸۰۰۰ متر باشه، چند قطعه لازم داریم؟
نیما: ۳۲۰۰ = ۲/۵ ÷ ۸۰۰۰ قطعه.
سام: ۳۲۰۰ تا؟! فقط برای خودِ لوله ...
قیمت بازار را از یک فهرست فروش لوله بتنی پیدا کردند و بعد حساب‌وکتاب شروع شد:
نیما: تومان ۲۸,۹۵۸,۷۲۰,۰۰۰ = تومان ۹,۰۴۹,۶۰۰ × قطعه ۳۲۰۰
هیراد: و این فقط «خودِ لوله» ست. نصب و حفاری و اتصالات چی؟
آقای نامی: برای برآورد ساده، یه ضریب می‌گذارید. مثلاً ۱/۲.
نیما: پس می‌شه ۳۴,۷۵۰,۴۶۴,۰۰۰ تومان.
ارشیا: هنوز کابل‌کشی و برق رو حساب نکردیم...
سام گوشی را بالا گرفت و گفت: «قیمت کابل سه فاز رو پیدا کردم! مثلاً کابل ۳×۵۰+۲۵، هر متر ۲,۸۷۳,۵۰۰ تومنه.
نیما: تومان ۲۲,۹۸۸,۰۰۰,۰۰۰ = ۲,۸۷۳,۵۰۰ × متر ۸۰۰۰.
محمدعلی: یعنی کابل تقریباً به اندازهٔ نصف لوله‌ها؟!
چند ثانیه سکوت شد. عددها سنگین بودند. حالا نوبت پمپ و برق بود.
آقای نامی: پمپ قوی یعنی هزینهٔ خرید، نصب و تعمیر. برای نمونه، قیمت یه پمپ حدود ۶۰ اسب را جست‌وجو کنید.
نیما: پمپ + الکتروموتور حدود ۳۲۴,۶۱۳,۰۹۱ تومان.
سام: تابلو برق هم لازم داریم.
نیما: فرض کنیم ۱۵۰ میلیون.
هیراد: اتاقک برای حفاظت؟
محمدعلی: ۲۵۰ میلیون ... با در و پنجره
بچه‌ها در حال نوشتن اطلاعات بودند که پارسا پرسید: «برق اون بالا هست؟ اگه نباشه چی؟»
آقای نامی: اون‌وقت باید از مولد برق (ژنراتور) دیزلی استفاده کنیم.
سام: قیمت یه مولد برق دیزلی برای کار ما حدود ۹۳۰ میلیون تومنه.
ارشیا دستش را روی کاغذ گذاشت:
ارشیا: سوخت مولد برق چی؟ هر شب و روز باید روشن باشه؟
نیما: فرض کنیم پمپ روزی ۱۰ ساعت کار کنه که مصرف تقریبی اون می‌شه ۱۲۱/۵ لیتر در روز. یعنی در یه سال حدود ۴۴/۳۰۰ لیتر!
هیراد: قیمت هر لیتر چقدره نیما؟
آقای نامی: قیمت سوخت دو حالت داره: سهمیه یا آزاد. هر دو حالت رو باید در نظر بگیریم.
مورد بعدی در فهرست هزینه، هزینهٔ نیروی انسانی بود.
محمدعلی: حداقل دستمزد ۱۴۰۴ حدود ۱۰/۳ میلیون تومان برای یه ماهه. اما نگهبان باید شبانه‌روزی باشه.
نیما: بنابراین باید سه نفر در ۲۴ ساعت داشته باشیم. چون یه نوبت یا شیفت کاری هشت ساعته، پس هزینهٔ یه سال می‌شه:
۱۰/۳×۳ = ۳۰/۹ میلیون تومان هزینه در ماه
۳۰/۹×۱۲ = ۳۷۰,۸ میلیون تومان هزینه در یک سال
تقریباً اطلاعات کامل شده بود. بچه‌ها تمام اطلاعات را به خواهش آقای نامی در جدولی قراردادند. نتیجه بسیار عجیب بود و جالب:

شرح	مقدار / روش محاسبه	هزینه (تومان)
سرمایه‌گذاری اولیه (یک‌بار)		
لوله بتنی مسلح قطر ۱۰۰۰ (قطعه ۲/۵ متری)	۳,۲۰۰ قطعه × ۹,۰۴۹,۶۰۰ تومان × ۱/۲	۳۴,۷۵۰,۴۶۴,۰۰۰
کانال / ترانشه بتنی ۸ کیلومتر (برآورد میانه)	۸۰۰۰ متر × ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان	۲۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰
کابل‌کشی سه فاز (مثال: ۳×۵۰+۲/۵، هر متر)	۸۰۰۰ متر × ۲,۸۷۳,۵۰۰ تومان	۲۲,۹۸۸,۰۰۰,۰۰۰
پمپ شناور + الکتروموتور (نمونه ۶۰ اسب)		۳۲۴,۶۱۳,۰۹۱
تابلو برق و حفاظت		۱۵۰,۰۰۰,۰۰۰
اتاقک و فونداسیون و حفاظ		۲۵۰,۰۰۰,۰۰۰
دیزل ژنراتور ~ ۱۰۰kVA (در صورت نبود برق)		۹۳۰,۰۰۰,۰۰۰
جمع سرمایه‌گذاری اولیه		۸۳,۳۹۳,۰۷۷,۰۹۱
هزینه‌های سالانه (تقریبی)		
حقوق نگهبانی و اپراتور (۳ نفر نوبتی)	سالانه	۵۲۸,۰۰۰,۰۰۰
سوخت گازوئیل (۱۰ ساعت در روز، ۱۲۱/۵ لیتر / روز) - در حالت آزاد	۲۵۰۰۰ تومان / لیتر	۱,۱۰۸,۶۸۷,۵۰۰
سوخت گازوئیل - در حالت یارانه‌ای	۶۰۰ تومان / لیتر	۲۶,۶۰۸,۵۰۰
تعمیر و نگهداری (لوله / کانال + تجهیزات)	سالانه	۶۵۷,۷۳۵,۲۹۵
جمع ۵ ساله (با سوخت آزاد)		۹۴,۸۶۵,۱۹۱,۰۶۴
جمع ۵ ساله (با سوخت یارانه‌ای)		۸۹,۴۵۴,۷۹۶,۰۶۴

هیراد نگاهی به جدول انداخت و گفت: «۸۰ میلیارد تومن! خیلی زیاده! الان متوجه شدم که چرا در این سال‌ها آب چاه به روستا منتقل نشده!»
همه در سکوت عجیبی یکدیگر را نگاه کردند... نیما و سام هم‌زمان گفتند: «بچه‌ها فعلاً از فوتبال خبری نیست!»
آقای نامی که می‌خواست به همه دلداری بدهد، به آرامی گفت: «حالا یه راهی برای این مسئله پیدا می‌کنیم.»
ناگهان ارشیا تقریباً فریاد زد: «چرا از خود مسیر قنات استفاده نکنیم؟! اون کانال‌کشی‌اش انجام شده، مگه نشده؟»
پدربزرگ می‌گفت سالیان سال آب روستا به جای اینکه از رودخانه

تأمین بشه، از همین قنات تأمین می‌شده!»

پارسا با حالتی ناامید گفت: «آخه این کار به عقل هیچ‌کس نمی‌رسیده؟ مطمئن باش هزار جای کار ایراد داره!»

آقای نامی تأیید کرد: «یادمه چند سال پیش در شورای روستا این بحث بود، اما زمان و هزینهٔ درست‌کردن قنات قدیمی خیلی زیاده!»

محمدعلی: البته که زیاده آقای نامی، اما آیا مثل جدول موتوربرق، هزینهٔ انجام کار محاسبه شده؟ حالا که داستان، داستان مرگ فوتباله، ارزش نداره دوباره بشینیم و حساب کنیم؟

سام و بعد هم نیما و بعد خود آقای نامی، ارشیا و پارسا موافقتشان را اعلام کردند.

برای مقایسه دوباره باید کارهایی را که لازم بود انجام بشوند، در جدولی ثبت می‌کردند: اول باید مجموع طول میلهٔ چاه‌ها و طول قنات را محاسبه می‌کردند: مجموع عمقِ ۲۰۱ چاه!

پارسا شروع به نوشتن کرد و گفت: «من می‌نویسم و تو جمع کن! ۱/۵ به علاوهٔ ۲ به علاوهٔ ۲/۵ ...»

که سام گفت: «یه دیقه صبر کنید بچه‌ها! اگه از دوسر، دوتا دوتا عمق چاه‌ها را جمع کنیم چی؟

سام: اولین چاه ۱/۵ آخرین چاه ۱۰۱/۵. جمعشون می‌شه ۱۰۳.

هیراد: بعدی‌ها؟ ۱۰۱ و ۲ ... باز هم ۱۰۳!

پارسا: جمع ثابت می‌مونه. 😅

نیما لبخند زد و ادامه داد: «پس می‌تونیم چاه‌ها رو **دوتا دوتا** جفت کنیم. هر جفت، ۱۰۳ متر می‌شه.»

محمدعلی: ۲۰۱ تا چاه یعنی ۱۰۰ جفت داریم و یه چاه وسطی تنها می‌مونه.

نیما: درسته. عمقِ چاهِ وسطی هم میانگینِ اول و آخره؛ یعنی ۵۱/۵ متر.

با هم حساب کردند:

نیما: ۱۰۰ تا ۱۰۳ = ۱۰,۳۰۰ متر...

سام: به علاوهٔ چاه وسطی: ۵۱/۵.

ارشیا: پس جمع کل عمق‌ها می‌شه: ۳۵۱,۱۰/۵ متر!

هیراد: بیشتر از ۱۰ کیلومتر! اما از کجا می‌دونیم همهٔ چاه‌ها کاملاً گرفتن؟ اصلاً چرا باید چاه بگیره؟

سؤال منطقی بود، به‌خصوص وقتی بچه‌ها به چشم‌های قرمز آقای نامی نگاه کردند! دیروقت شده بود. قرار شد فردا صبح بچه‌ها بروند و یک‌بار دیگر این‌بار به‌دقت چاه‌ها را نگاه کنند. صبح روز بعد این مرحله انجام شد: دهانهٔ چاه‌ها را نگاه کردند. بعضی‌ها پر از شن و سنگ بودند و بعضی‌ها نیمه باز.

محمدعلی: این یکی کاملاً بسته شده.

سام: اون یکی هم نصفه...

نیما چند تا را علامت زد. وقتی به یک کیلومتر رسیدند، شمارش را جمع بستند.

نیما: تقریباً از هر پنج تا چاه، یکی مشکل داره. یعنی حدود ۲۰ درصد.

ارشیا: پس ۲۰ درصد از کلِ عمق‌ها باید لایروبی بشه...؛ یعنی ۱۰,۳۵۱/۵×۰/۲.

هیراد: می‌شه ۲,۰۷۰/۳ متر عمق.

پارسا با انگشت روی خط نقشه کشید:

پارسا: کفِ قنات هم که توی کل مسیر باید تمیز بشه؛ یعنی ۸ کیلومتر.

حالا مسئله خیلی روشن شده بود و باید فقط قیمت لایروبی قنات را مشخص می‌کردند! شب، خانهٔ آقای نامی که بوی چای و هل می‌داد، روی میزشان پوشه‌ای باز بود؛ پر از جدول و عدد.

نیما: لایروبی کفِ کوره ... بهای هر مترش چنده؟

آقای نامی: لایروبی کورهٔ قنات ... بهای واحد به ریال. شما تبدیلش کنید به تومان و ضرب کنید در طول.

بچه‌ها با ماشین‌حساب‌های گوشی، عددها را تبدیل کردند و کنار هم گذاشتند.

آقای نامی فقط نگاه می‌کرد و گاهی می‌پرسید: «واحدش چیه؟ مترطول یا مترمکعب؟»

شرح	مقدار/ روش محاسبه	هزینه (تومان)
تعداد میله چاه‌ها در طول ۸ کیلومتر (هر ۲۰ متر)	۲۰۱ چاه	
لایروبی کف کورهٔ قنات	۸۰۰۰ متر×۱۱۲۸۰۰ تومان	۹۰۲,۴۰۰,۰۰۰
لایروبی ۲۰٪ میله چاه‌ها (بر پایهٔ مجموع عمق‌ها)	۲۰۷۰ متر-عمق×۱۳۷۴۶۱۰ تومان	۲,۸۴۵,۸۵۵,۳۹۱
جمع مستقیم عملیات		۳,۷۴۸,۲۵۵,۳۹۱
اعمال ضریب بالاسری ۱/۲۱ و ۵٪ احتیاط		۵,۵۴۹,۲۹۲,۱۰۶

ارشیا با هیجان عجیبی زیر لب گفت: «پس حدود پنج و نیم میلیارد می‌شه؟!»

بچه‌ها هیجان‌زده بودند. مقایسهٔ دو جدول حرفی برای گفتن

نداشت. محمدعلی گفت: «تازه بچه‌ها، توی جدول اول خیلی چیزها نوشته نشده بود؛ مثلاً اگه پمپ بسوزه؟»

سام: اگه کابل رو بدزدن چی؟

پارسا: اگه گازوئیل نرسه چی؟

هیراد: اگه تعمیرکار دیر بیاد چی؟

ظاهراً همه بیشتر از آنچه که به نظر می‌آمد فکر کرده بودند و از ترس اضافه شدن هزینه‌ها، صحبتی نکرده بودند. 😂

آقای نامی: بله دقیقاً! در هر پروژه‌ای، یک بخشِ هزینه‌ها روی کاغذه و یک بخش در اتفاقات! و البته بچه‌ها، قنات هم مشکلات خودش رو داره؛ ریزش، گرفتگی، خطر. ولی وقتی درست لایروبی و نگهداری بشه، برای سال‌ها با کمترین هزینه کار می‌کنه.

نیما: و برای قنات، سوخت و نگهبان شبانه‌روزی نداریم! هشت کیلومتر کابل هم نداریم! 😅

ارشیا داشت با خودش فکر می‌کرد... انگار قنات موجودی زنده بود که فقط نفسش بند آمده بود!

ارشیا: پس پیشنهاد ما باید این باشه: «اول لایروبی، بعد نگهداریِ منظم.»

آقای نامی سری تکان داد: «بچه‌ها شما امشب کار بزرگی انجام دادید! به یک نتیجهٔ علمی رسیدید؛ البته نه با شعار، با حساب دقیق ریاضی.»

هفتهٔ بعد بچه‌ها با پدربزرگ ارشیا رفتند سراغ دهیار. نقشه‌ها و جدول‌ها روی میز پهن شدند.

دهیار: شما می‌خواید چی کار کنید؟

ارشیا: سه تا چیز: مسیر رو باز کنیم، چاه‌های مشکل‌دار رو لایروبی کنیم، و کف قنات رو کامل تمیز کنیم.

نیما: طول مسیر هشت کیلومتره که در هر ۴۰ متر یک میله چاه قرارداره و مجموع طول عمق چاه‌ها ۱۰،۳۵۱/۵ متره.

سام: حدود ۲۰ درصد چاه‌ها گرفتگی دارن؛ یعنی حدود ۲،۰۷۰ متر که باید لایروبی بشه.

هیراد: با هرینه‌ها و قیمت‌هایی که به‌دست آوردیم، کل کار حدود ۵/۵ میلیارد تومان در می‌یاد.

دهیار ابرو بالا انداخت. پدربزرگ لبخند زد؛ انگار منتظر همین لحظه بود.

دهیار: آگه بخوایم موتور و لوله بزنیم چی؟

محمدعلی: فقط سرمایه‌گذاری اولیه بالای ۸۳ میلیارد، علاوه بر این:...

همه با هم گفتند: «سوخت، نگهبان، تعمیرات و...»

دهیار چند ثانیه ساکت ماند. بعد گفت: «این جدول‌ها رو چاپ کنید. با امضا می‌برم جلسهٔ شورا.»

وقتی از ساختمان شورا بیرون آمدند، سام و نیما زدند زیر خنده:

نیما: فکر کنم برای اولین بار، قدرت جدول‌ها از قدرت ضربهٔ توپ فوتبال بیشتر بود!

چند هفته بعد، گروهِ مقنی‌ها آمدند. صدای دلو و طناب، دوباره در دشت پیچید. یکی‌یکی میله‌چاه‌ها نفس کشیدند و راهِ آب باز شد... و بالاخره یک عصر، بچه‌ها دوباره فوتبال بازی کردند. این بار وقتی سوت پایان زده شد، همه با هم دویدند سمت روشویی.

هیراد: اگه این دفعه هم آب نباشه! ...

محمدعلی: هیس! صبر کن...

سام شیر را باز کرد. آب با فشارِ آرام اما پیوسته بیرون زد. صورت‌های خسته خندیدند. ارشیا اما، چهرهٔ پدربزرگ جلوی چشم‌هایش بود: «پدربزرگ خیلی‌خیلی دوستتون دارم...» 👍

منابع قیمت‌گذاری و عددها (برای محاسبه‌های این داستان):

۱. سازمان برنامه و بودجه کشور (سامانه SAAD)، «فهرست بهای واحد پایه، رشته، ساخت و ترمیم قنات سال ۱۴۰۴»؛ ردیف‌های فصل دوم (لایروبی کوره و حفر / دیلزنی) و ضریب بالاسری. (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۲. لوله – آنلاین، قیمت: «لوله بتنی مسلح فاضلابی قطر ۱۰۰۰، طول ۲۵۰ سانت» (اطلاعات قیمت قطعه). (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۳. اعتماد کابل (جدول قیمت): قیمت کابل سه فاز ۳×۵۰+۲۵ به ازای هر متر (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۴. لوتوس بتن، بازه قیمت کانال بتنی پیش‌ساخته U به ازای هر متر (برای برآورد میانه). (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۵. گسترش آبی، لیست قیمت پمپ شناور + الکتروموتور (نمونهٔ ۶۰ اسب). (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۶. سپیدار سیستم / محاسبان، حداقل دستمزد ماهانهٔ قانون کار ۱۴۰۴. (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۷. رادوکو، قیمت دیزل‌ژنراتور حدود ۱۰۰kVA (برای سناریوی نبود برق). (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

۸. اخبار و گزارش‌های نرخ سوخت (سناریوهای سهمیه‌ای / آزاد). (دسترسی: ۱۴ دی ۱۴۰۴).

چرا شکل ماه تغییر می‌کند؟

قسمت هشتم

نجوم ریاضیاتی

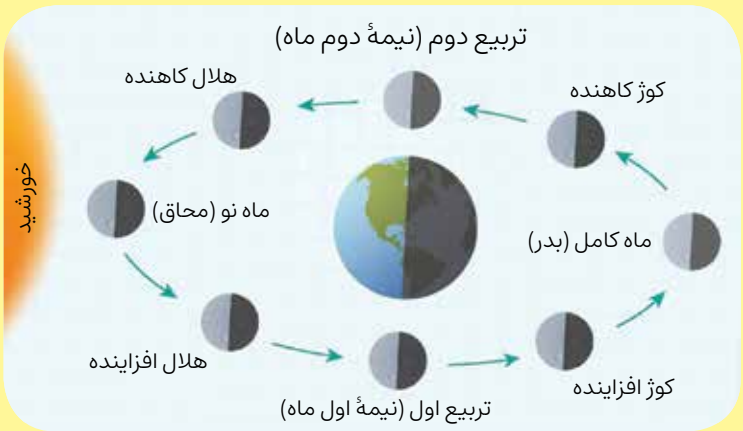
روح‌الله خلیلی بروجنی

می‌توانیم ماه را هم در آسمان روز و هم در آسمان شب ببینیم. گاهی ماه به صورت یک دایرهٔ کامل و روشن دیده می‌شود که به آن **ماه کامل** می‌گوییم و گاهی فقط بخشی از آن به شکل یک **هلال** باریک دیده می‌شود. تغییر شکل‌های ماه ممکن است این تصور را ایجاد کند که خودِ ماه در حال تغییر است، اما در واقع چنین نیست.

ماه خودش نوری تولید نمی‌کند؛ نوری که ما می‌بینیم، بازتاب نور خورشید از سطح ماه است. در هر لحظه، خورشید نیمی از ماه را روشن می‌کند. اما چون ماه به دور زمین می‌چرخد، زاویهٔ دید ما نسبت به بخش روشن ماه تغییر می‌کند. به همین دلیل، از روی زمین گاهی تمام قسمت روشن ماه را می‌بینیم و گاهی فقط بخشی از آن را.

بنابراین، **تغییر شکل ظاهری ماه** به این دلیل اتفاق می‌افتد که ما در زمان‌های مختلف، مقدار متفاوتی از سطح روشن‌شدهٔ ماه را مشاهده می‌کنیم. این پدیده را **اهلّه (هلال‌های) ماه** می‌نامند و شامل مرحله‌هایی مانند هلال، تربیع، ماه کامل و دوباره هلال می‌شود.

به طور خلاصه، ماه تغییر شکل نمی‌دهد؛ این **زاویهٔ دید ما از زمین** و **حرکت ماه به دور زمین** است که باعث می‌شود شکل آن در آسمان متفاوت به نظر برسد.



اهلّهٔ ماه

ماه برای اینکه یک دور کامل به دور زمین بچرخد، کمی کمتر از ۲۸ روز زمان نیاز دارد. در طول این مدت، شکل ظاهری ماه که از روی زمین دیده می‌شود تغییر می‌کند. به این شکل‌های متفاوتی که ماه در آسمان به خود می‌گیرد، اهلّهٔ ماه گفته می‌شود. این هلال‌ها به این دلیل به وجود می‌آیند که با حرکت ماه به دور زمین، بخشی از سطح ماه که نور خورشید به آن می‌تابد و ما از زمین می‌بینیم، تغییر می‌کند. اگر از فضا به این حرکت نگاه کنیم، می‌توانیم ببینیم که ماه در مسیری مشخص به دور زمین می‌چرخد و در هر موقعیت، زاویهٔ تابش نور خورشید و زاویهٔ دید ما متفاوت است. همین تغییر موقعیت‌ها باعث ایجاد هلال‌های متفاوت ماه می‌شود.

۱. ماه نو (محاق)

در این مرحله، ماه بین زمین و خورشید قرار می‌گیرد. بخش روشن ماه رو به خورشید است و از زمین دیده نمی‌شود. بنابراین ماه در آسمان تقریباً نامرئی است.

۲. هلال افزاینده

پس از ماه نو، کم‌کم بخش کوچکی از ماه روشن می‌شود و به شکل یک هلال باریک در آسمان دیده می‌شود. هر شب مقدار روشن ماه بیشتر می‌شود.



۳. تربیع اول (نیمهٔ اول ماه)
در این مرحله نیمی از سطح ماه که رو به زمین است روشن دیده می‌شود. ماه شبیه یک نیم‌دایره به نظر می‌رسد.
۴. کوژ افزاینده
بعد از تربیع اول، بیش از نیمی از ماه روشن است، اما هنوز به ماه کامل نرسیده‌ایم. هر شب ماه بزرگ‌تر و روشن‌تر دیده می‌شود.
۵. ماه کامل (بدر)
در این مرحله، زمین بین خورشید و ماه قرار دارد و تمام سطح رو به زمینِ ماه روشن دیده می‌شود. ماه به شکل یک دایرهٔ کامل و بسیار روشن در آسمان ظاهر می‌شود.
۶. کوژ کاهنده
پس از ماه کامل، مقدار بخش روشن ماه کم‌کم کاهش می‌یابد، اما هنوز بیش از نیمی از آن روشن است.
۷. تربیع دوم (نیمهٔ دوم ماه)
در این مرحله، دوباره فقط نیمی از ماه روشن دیده می‌شود، اما این بار نیمهٔ مقابلِ تربیع اول است.
۸. هلال کاهنده
در آخرین مرحله، فقط یک هلال باریک از ماه باقی می‌ماند تا دوباره به ماه نو برسیم و این چرخه تکرار شود.

خوب است بدانید

دو سوی ماه کدام‌اند؟

ماه تنها قمر طبیعی زمین است و به دلیل حرکت خاص خود، همیشه یک روی آن از زمین دیده می‌شود. به همین علت، ماه دارای دو بخش متفاوت به نام «سمت نزدیک» و «سمت دور» است. شناخت این دو سمت به ما کمک می‌کند تا ساختار و ویژگی‌های ماه را بهتر درک کنیم.


سمت نزدیک

سمت نزدیک ماه همان بخشی است که همیشه رو به زمین قرار دارد. زمین تا حدی مانند سپر عمل می‌کند و از ماه در برابر برخورد سنگ‌های فضایی محافظت می‌کند؛ هرچند بعضی از این سنگ‌ها همچنان به سطح آن برخورد می‌کنند و دهانه‌هایی (کراترها) به وجود می‌آورند.


سمت دور

سمت دور ماه هرگز رو به زمین قرار نمی‌گیرد. تنها انسان‌هایی که تاکنون این سمت را دیده‌اند، فضانوردانی بوده‌اند که از بالای آن پرواز کرده‌اند. در این سمت ماه دهانه‌های برخوردی زیادی دیده می‌شوند.

فعالیت ۱

موضوع: اهلّهٔ (هلال‌های) ماه و زاویه‌ها
شرح فعالیت: حرکت ماه به دور زمین را می‌توان به صورت یک دایرهٔ ۳۶۰ درجه در نظر گرفت. دایره‌ای رسم کنید که نمایانگر مدار ماه به دور زمین باشد. این دایره را به هشت قسمت مساوی تقسیم کنید (هر قسمت ۴۵ درجه). هر قسمت نشان‌دهندهٔ یکی از مرحله‌های اصلی اهلّهٔ ماه است (ماه نو، هلال، تربیع اول، ...، ماه کامل).
الف) اگر ماه در موقعیت تربیع اول باشد، چه کسری از سطح روشن ماه دیده می‌شود؟
ب) زاویهٔ بین زمین، ماه و خورشید در ماه کامل تقریباً چند درجه است؟
پ) اگر فقط ۲۵ درصد از سطح روشن ماه دیده شود، ماه تقریباً در کدام موقعیت زاویه‌ای قرار دارد؟

فعالیت ۲

موضوع: زمان، الگو و دنباله‌ها در هلال‌های ماه
شرح فعالیت: یک دور کامل اهلّهٔ ماه حدود ۲۹٫۵ روز طول می‌کشد. فرض کنید ماه نو در روز صفر اتفاق افتاده است.
الف) زمان تقریبی اهلّهٔ تربیع اول، ماه کامل و تربیع دوم را محاسبه کنند.
(**راهنمایی:** اهلّه تقریباً با فاصله‌های زمانی مساوی رخ می‌دهند.)
ب) ماه کامل تقریباً در چه روزی رخ می‌دهد؟
پ) اگر امروز روز ۱۰ چرخه باشد، ماه به کدام هلال نزدیک‌تر است؟
ت) یک دنبالهٔ عددی برای روزهای وقوع ماه کامل در دو ماه پیاپی بنویسید.
چالش اختیاری: اگر هر شب شکل ماه را ثبت کنید، آیا می‌توانید با داده‌های به‌دست‌آمده نمودار تغییرات اهلّهٔ ماه را برحسب زمان رسم کنید؟

فعالیت ۳

موضوع: بررسی بزرگ‌ترین دهانهٔ برخوردی ماه
یکی از بزرگ‌ترین دهانه‌های برخوردی ماه، دهانهٔ آیتکنِ قطب جنوب[1] است که در سمت دور ماه قرار دارد. قطر این دهانه حدود ۲۵۰۰ کیلومتر است و از بزرگ‌ترین ساختارهای برخوردی در کل منظومهٔ شمسی به شمار می‌رود. بررسی ابعاد این دهانه به ما کمک می‌کند با استفاده از ریاضیات، مقیاس‌های بسیار بزرگ فضایی را بهتر درک کنیم.
الف) با استفاده از فرمول مساحت دایره، مساحت دهانه را محاسبه کنید.
ب) مساحت محاسبه‌شده را با مساحت تقریبی یک کشور یا قاره (مثلاً ایران یا استرالیا) مقایسه کنید.
ت) نتیجه را در یک یا دو جمله توضیح دهید.
ث) اگر چنین دهانه‌ای روی زمین ایجاد می‌شد، چه تأثیری بر زندگی انسان‌ها و محیط‌زیست می‌گذاشت؟

پی‌نوشت
1. South Pole-Aitken Basin



تصویرگر: سیده‌میثم موسوی

مسابقهٔ ریاضی و کسب‌وکار

تجارت با معادله‌های ریاضی

ژما جواهری‌بور

مقدمه

آیا فکر می‌کنید که ریاضی فقط برای حل تمرین‌های کتاب درسی است؟ آیا می‌دانید ریاضی در دنیای واقعی، در خرید و فروش، مدیریت پول، برنامه‌ریزی و حتی راه‌اندازی یک کسب‌وکار می‌تواند نقش مهمی داشته باشد؟ در دنیای امروز، عددها زبان تصمیم‌گیری هوشمندانه هستند و هر کسی که بتواند بهتر با آن‌ها کار کند، در حل مسئله‌های زندگی موفق‌تر خواهد بود.

مسابقهٔ «ریاضی و کسب‌وکار» فرصتی جذاب و متفاوت است تا دانش‌آموزان یاد بگیرند چگونه به کمک مفهوم‌های ریاضی، چالش‌های اقتصادی را تحلیل کنند و بر آن‌ها چیره شوند. در این مسابقه، شما با معماها و مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شوید که شبیه موقعیت‌های واقعی کسب‌وکار هستند؛ مثل مدیریت هزینه‌ها، تعیین قیمت و تخفیف، برنامه‌ریزی بودجه یا تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری‌های فرضی.

هدف این فعالیت‌ها تنها رسیدن به پاسخ درست نیست، بلکه یادگیری روش فکرکردن، تحلیل کردن و انتخاب بهترین راه‌حل است. دانش‌آموزان می‌آموزند که چگونه از ریاضی به عنوان ابزاری قدرتمند برای حل مسئله‌های واقعی استفاده کنند، به صورت فردی یا گروهی تصمیم بگیرند و با تفکر انتقادی به نتیجه‌های منطقی برسند. در این مسیر، ریاضی دیگر یک درس خشک و سخت نیست، بلکه ابزاری کاربردی، جذاب و هیجان‌انگیز برای درک بهتر دنیای اقتصاد و کسب‌وکار خواهد بود.

در ادامه چند نمونه مسئلهٔ جذاب ریاضی-اقتصادی متناسب با دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه آورده شده است. مسئله‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که تفکر، محاسبه، تصمیم‌گیری و کار گروهی را تقویت کنند.

۱. مسئلهٔ مدیریت فروش و سود

علی یک غرفهٔ فروش آب‌میوه دارد. او هر لیوان آب‌میوه را به قیمت ۱۵,۰۰۰ تومان می‌فروشد. هزینهٔ تهیه هر لیوان برای او ۹,۰۰۰ تومان است.

سؤال‌ها:

۱. سود علی از فروش هر لیوان آب‌میوه چقدر است؟

۲. اگر علی در یک روز ۴۰ لیوان آب‌میوه بفروشد، سود روزانهٔ او چقدر می‌شود؟

۳. اگر علی بخواهد در یک روز حداقل ۳۰۰,۰۰۰ تومان سود داشته باشد، باید چند لیوان آب‌میوه بفروشد؟

مباحث ریاضی: تفریق، ضرب و حل مسئله

مبحث اقتصادی: محاسبهٔ سود و درآمد

پاسخ تشریحی مسئلهٔ ۱: مدیریت فروش و سود

اطلاعات مسئله:

- قیمت فروش هر لیوان: ۱۵,۰۰۰ تومان
- هزینهٔ تولید هر لیوان: ۹,۰۰۰ تومان

پاسخ:

۱. سود هر لیوان:

سود = هزینه - قیمت فروش

۱۵۰۰۰ - ۹۰۰۰ = ۶۰۰۰ تومان

۲. سود فروش ۴۰ لیوان:

۶۰۰۰ × ۴۰ = ۲۴۰۰۰۰ تومان

۳. تعداد لیوان برای کسب ۳۰۰,۰۰۰ تومان سود:

۳۰۰۰۰۰ ÷ ۶۰۰۰ = ۵۰ لیوان

۲. مسئلهٔ تخفیف‌دهی هوشمند

یک فروشگاه کیف مدرسه، قیمت هر کیف را ۴۰۰,۰۰۰ تومان تعیین کرده است. مدیر فروشگاه تصمیم می‌گیرد برای جذب مشتری، ۱۵ درصد تخفیف بدهد.

سؤال‌ها:

۱. مقدار تخفیف هر کیف چقدر است؟

۲. قیمت نهایی هر کیف بعد از تخفیف چند تومان می‌شود؟

۳. اگر فروشگاه در یک روز ۲۰ کیف بفروشد، مجموع درآمد آن روز چقدر است؟

مباحث ریاضی: درصد و ضرب

مبحث اقتصادی: تخفیف‌دهی و فروش

پاسخ تشریحی مسئلهٔ ۲: تخفیف‌دهی هوشمند

اطلاعات:

- قیمت اولیه: ۴۰۰,۰۰۰ تومان
- تخفیف: ۱۵٪

پاسخ:

۱. مقدار تخفیف هر کیف:

۴۰۰۰۰۰ × ۰/۱۵ = ۶۰۰۰۰ تومان

۲. قیمت نهایی بعد از تخفیف:

۴۰۰۰۰۰ - ۶۰۰۰۰ = ۳۴۰۰۰۰ تومان

۳. درآمد فروش ۲۰ کیف:

۳۴۰۰۰۰ × ۲۰ = ۶۸۰۰۰۰۰ تومان

۳. مسئلهٔ مدیریت بودجهٔ کلاس

دانش‌آموزان یک کلاس برای برگزاری جشن‌های انقلاب اسلامی ایران، ۲,۰۰۰,۰۰۰ تومان بودجه دارند. هزینه‌ها به این صورت‌اند:

- پذیرایی: ۸۵۰,۰۰۰ تومان
- تزئین کلاس: ۴۵۰,۰۰۰ تومان
- جایزه‌ها: ۵۲۰,۰۰۰ تومان

سؤال‌ها:

۱. مجموع هزینه‌ها چقدر است؟

۲. آیا بودجهٔ کلاس کافی است؟

۳. اگر پول کم بیاید، کدام بخش را می‌توان با کمترین آسیب کاهش داد؟

مباحث ریاضی: جمع و تفریق

مبحث اقتصادی: بودجه‌بندی و اولویت‌بندی هزینه‌ها

پاسخ تشریحی مسئلهٔ ۳: مدیریت بودجهٔ کلاس

هزینه‌ها:

- پذیرایی: ۸۵۰,۰۰۰
- تزئین: ۴۵۰,۰۰۰
- جایزه‌ها: ۵۲۰,۰۰۰

پاسخ:

۱. مجموع هزینه‌ها:

۸۵۰۰۰۰ + ۴۵۰۰۰۰ + ۵۲۰۰۰۰ = ۱۸۲۰۰۰۰ تومان

۲. بررسی کفایت بودجه:

بودجه: ۲,۰۰۰,۰۰۰

باقی‌مانده:

تومان ۱۸۰۰۰۰۰ = ۱۸۲۰۰۰۰ - ۲۰۰۰۰۰۰

۳. تحلیل تصمیم‌گیری:

بودجه کافی است. در صورت کمبود، کاهش هزینهٔ تزئین معمولاً کم‌اثرتر از پذیرایی و جایزه‌هاست.

۴. مسئلهٔ مدیریت انبار

یک فروشگاه لوازم‌التحریر در ابتدای هفته ۱۸۰ دفتر در انبار دارد. در طول هفته:

- ۶۵ دفتر فروخته می‌شود.
- ۴۵ دفتر جدید خریداری می‌شود.

سؤال‌ها:

۱. تعداد دفترهای باقی‌مانده در انبار چقدر است؟

۲. اگر فروشگاه بخواهد همیشه حداقل ۲۰۰ دفتر در انبار داشته باشد، چند دفتر دیگر باید سفارش دهد؟

مباحث ریاضی: جمع و تفریق

مبحث اقتصادی: مدیریت موجودی انبار

پاسخ تشریحی مسئلهٔ ۴: مدیریت انبار

اطلاعات:

- موجودی اولیه: ۱۸۰ دفتر
- فروش: ۶۵ دفتر
- خرید جدید: ۴۵ دفتر

پاسخ:

۱. محاسبهٔ موجودی نهایی:

۱۸۰-۶۵=۱۱۵

دفتر ۱۶۰=۴۵+۱۱۵

۲. تعداد مورد نیاز برای رسیدن به ۲۰۰ دفتر:

دفتر ۴۰=۱۶۰-۲۰۰

۵. مسئلهٔ سرمایه‌گذاری فرضی (تفکر پیشرفته)

سارا ۵۰۰,۰۰۰ تومان پول دارد و می‌خواهد آن را سرمایه‌گذاری کند. او دو انتخاب دارد:

- گزینهٔ اول: سود ماهانه ۱۰ درصد
- گزینهٔ دوم: سود ماهانهٔ ۷ درصد ولی بدون ریسک

سؤال‌ها:

۱. سود هر گزینه بعد از یک ماه چقدر است؟

۲. سرمایهٔ سارا در هر گزینه بعد از یک ماه چقدر می‌شود؟

۳. اگر شما جای سارا بودید، کدام گزینه را انتخاب می‌کردید؟ چرا؟

پاسخ تشریحی مسئلهٔ ۵: سرمایه‌گذاری فرضی

اطلاعات:

- سرمایهٔ اولیه: ۵۰۰,۰۰۰ تومان

پاسخ:

الف) گزینهٔ اول (۱۰ درصد سود)

سود: تومان ۵۰,۰۰۰ = ۰/۱۰ × ۵۰۰,۰۰۰

سرمایهٔ نهایی: ۵۵۰,۰۰۰ تومان

ب) گزینهٔ دوم (۷ درصد سود)

سود: تومان ۳۵,۰۰۰ = ۰/۰۷ × ۵۰۰,۰۰۰

سرمایهٔ نهایی: ۵۳۵,۰۰۰ تومان

ج) تحلیل تصمیم‌گیری

- **گزینهٔ اول:** سود بیشتر، ریسک بالاتر
- **گزینهٔ دوم:** سود کمتر، امنیت بیشتر

انتخاب به روحیهٔ فرد و میزان ریسک‌پذیری بستگی دارد.

۶. چالش گروهی (ویژه مسابقه)

هر گروه یک فروشگاه فرضی دارد. با ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان سرمایهٔ اولیه باید تصمیم بگیرند:

- چه کالایی بخرند؟
- با چه قیمتی بفروشند؟
- چگونه سود بیشتری کسب کنند؟

برنده گروهی است که بیشترین سود منطقی را با محاسبه‌های دقیق به دست آورد.

در ادامه سه مسئلهٔ سخت‌تر (سطح چالشی)، متناسب با دانش‌آموزان قوی دورهٔ اول متوسطه اول ارائه شده است. هر مسئله علاوه بر محاسبه، نیازمند تحلیل، مقایسه و تصمیم‌گیری اقتصادی است.

مسئلهٔ ۱ (سخت): مقایسهٔ دو راهبرد قیمت‌گذاری

یک فروشگاه لوازم‌التحریر یک نوع دفتر را به قیمت ۵۰,۰۰۰ تومان می‌فروشد. هزینهٔ خرید هر دفتر برای فروشگاه ۳۵,۰۰۰ تومان است. فروشگاه بین دو روش فروش مردد است:

- **روش اول:** فروش بدون تخفیف و فروش روزانه ۴۰ دفتر
- **روش دوم:** ارائهٔ ۲۰ درصد تخفیف و افزایش فروش روزانه به ۶۰ دفتر

سؤال‌ها:

۱. سود هر دفتر در هر روش چقدر است؟

۲. سود روزانهٔ فروشگاه در هر روش چقدر است؟

۳. کدام روش برای فروشگاه سودآورتر است؟ چرا؟

مرحلهٔ ۱: محاسبهٔ سود هر دفتر

روش اول:

سود هر دفتر:

تومان ۱۵,۰۰۰ = ۳۵,۰۰۰ - ۵۰,۰۰۰

روش دوم:
مقدار تخفیف: تومان ۱۰,۰۰۰=۲۰٪×۵۰,۰۰۰
قیمت فروش جدید: ۴۰,۰۰۰ تومان
سود هر دفتر: تومان ۵,۰۰۰=۳۵,۰۰۰ - ۴۰,۰۰۰
مرحلهٔ ۲. محاسبهٔ سود روزانه
روش اول: تومان ۶۰۰,۰۰۰=۴۰×۱۵,۰۰۰
روش دوم: تومان ۳۰۰,۰۰۰=۶۰×۵,۰۰۰
مرحلهٔ ۳. تحلیل نهایی
روش اول سود بیشتری دارد. اگرچه فروش در روش دوم بیشتر است، اما تخفیف زیاد باعث کاهش سود نهایی شده است.

نکتهٔ آموزشی: فروش بیشتر همیشه به معنای سود بیشتر نیست.

مسئلهٔ ۲ (سخت): برنامه‌ریزی بودجه با محدودیت
یک تیم دانش‌آموزی برای راه‌اندازی یک غرفهٔ فروش، ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان سرمایه دارد.
آن‌ها می‌خواهند سه نوع کالا بخرند:

کالا	قیمت خرید هر واحد	سود هر واحد
A	۱۵۰,۰۰۰	۵۰,۰۰۰
B	۲۵۰,۰۰۰	۹۰,۰۰۰
C	۳۰۰,۰۰۰	۱۲۰,۰۰۰

سؤال‌ها:
۱. اگر فقط یک نوع کالا بخرند، کدام انتخاب سود بیشتری دارد؟
۲. اگر بخواهند سرمایه را کامل خرج کنند، چه ترکیبی از کالاها بیشترین سود را می‌دهد؟
۳. تصمیم شما چیست؟ دلیل بیاورید.

پاسخ تشریحی:
مرحلهٔ ۱: بررسی سود نسبی هر کالا
کالا A: ۳۳٪ ≈ ۵۰,۰۰۰ ÷ ۱۵۰,۰۰۰
کالا B: ۳۶٪ = ۹۰,۰۰۰ ÷ ۲۵۰,۰۰۰
کالا C: ۴۰٪ ≈ ۱۲۰,۰۰۰ ÷ ۳۰۰,۰۰۰ ← بیشترین سود نسبی
مرحلهٔ ۲. بررسی ترکیب‌ها
با ۱,۵۰۰,۰۰۰ تومان می‌توان خرید:
- ۵ واحد C ← سود: ۶۰۰,۰۰۰ = ۵×۱۲۰,۰۰۰
- ۶ واحد B ← سود: ۶۰۰,۰۰۰ = ۵×۱۲۰,۰۰۰
- ۱۰ واحد A ← سود: ۶۰۰,۰۰۰ = ۵×۱۲۰,۰۰۰

مرحلهٔ ۳. تحلیل
بهترین انتخاب از نظر سود، کالای C است. ترکیب‌های متفاوت نیز بررسی می‌شوند، اما به سود بالاتری نمی‌رسند.

مسئلهٔ ۳ (سخت): پیش‌بینی و تصمیم‌گیری اقتصادی
فروشگاهی در ابتدای ماه ۲,۰۰۰,۰۰۰ تومان سرمایه دارد. این فروشگاه دو انتخاب دارد:
- **انتخاب اول:** سرمایه‌گذاری با سود ماهانهٔ ۸ درصد
- **انتخاب دوم:** خرید کالا و فروش آن با سود ۵۰۰,۰۰۰ تومان ثابت در پایان ماه

سؤال‌ها:
۱. سرمایهٔ نهایی در انتخاب اول چقدر می‌شود؟
۲. سود هر انتخاب چقدر است؟
۳. کدام انتخاب منطقی‌تر است؟ در چه شرایطی؟

پاسخ تشریحی:
مرحلهٔ ۱. محاسبهٔ انتخاب اول
سود = ۸٪ × ۲,۰۰۰,۰۰۰
۰/۰۸ × ۲,۰۰۰,۰۰۰ = ۱۶۰,۰۰۰ تومان
سرمایهٔ نهایی = ۲,۱۶۰,۰۰۰ تومان
مرحلهٔ ۲. انتخاب دوم
سود ثابت = ۵۰۰,۰۰۰ تومان
مرحلهٔ ۳. تحلیل تصمیم
- انتخاب دوم سود بیشتری دارد.
- اما اگر فروش انجام نشود، احتمال خطر وجود دارد.
- انتخاب اول سود کمتری دارد، اما مطمئن‌تر است.

نکتهٔ آموزشی: تصمیم اقتصادی فقط عدد نیست، ریسک و اطمینان نیز اهمیت دارند.

پی‌نوشت‌ها
1. Break-even point
2. Optimization

برای مشاهدهٔ سه مسئلهٔ سطح بالاتر رمزینه را پویش کنید.

سرشماری

حبیب یوسف‌زاده



تا حالا فکر کرده‌اید برای شمردن جمعیت یک کشور چه باید کرد؟ آیا امکان دارد عده‌ای راه بیفتند در کوچه‌ها و خیابان‌ها و همهٔ آدم‌ها را یکی‌یکی بشمارند؟! البته این کار شدنی است، ولی امکان دارد سال‌ها طول بکشد و در آخر هم وقتی نتیجه را اعلام می‌کنیم، تعداد جمعیت با آنچه حساب کرده‌ایم، تفاوت خواهد داشت.

این سؤالی بود که ذهن «پی‌یر-سیمون لاپلاس»[1]، ریاضی‌دان فرانسوی را حسابی مشغول کرده بود. چون حتی حاکمان مملکت خبر نداشتند بر چند نفر حکومت می‌کنند! برای همین اموری مانند تنظیم آذوقهٔ ملت و میزان درآمد دولت از مالیات و غیره همیشه با مشکلات بسیاری همراه بود. او در سال ۱۷۸۳ تصمیم گرفت جمعیت کشورش را با استفاده از علم ریاضی حساب کند و بعد از کلی فکر و خیال، سرانجام به ایدهٔ جالبی رسید.

لاپلاس فهمید که اگر نسبت نوزادها به بزرگسالان را بداند، می‌تواند جمعیت کل کشور را حساب کند. اگرچه بیشتر شهرها آمار جمعیتشان را نداشتند، اما تعدادی از مسئولان باانضباط‌تر، آمار نسبتاً دقیقی از اهالی شهرشان داشتند. لاپلاس با تکیه بر آمار همین شهرهای اندک، محاسبه‌های خود را انجام داد و به این نتیجه رسید که در شهرهای فرانسهٔ آن روزگار، به ازای هر ۲۸ نفر بزرگسال، یک نوزاد وجود دارد.

با اینکه اکثر شهرها از تعداد کل جمعیت خود بی‌خبر بودند، اما خوشبختانه تعداد نوزادان را در دفترهای مخصوصی ثبت می‌کردند و معلوم بود که هر سال چه تعدادی متولد می‌شوند. با نمونه‌گیری از چندین شهر متفاوت، لاپلاس متوجه شد که هر سال در کل کشور حدود یک میلیون بچه به دنیا می‌آید. از آنجا که قبلاً حساب کرده بود، به ازای هر بچه، ۲۸ بزرگسال وجود دارد، کافی بود یک میلیون را در ۲۸ ضرب کند تا آمار جمعیت بزرگسالِ کشور به دست آید:

۲۸ میلیون نفر = ۲۸×۱۰۰۰۰۰۰

این روش سرشماری را اصطلاحاً «صید و بازصید» می‌گویند.

با همین روشِ لاپلاس می‌توان تعداد جانوران یک منطقه را نیز تخمین زد. به این ترتیب که برای شمردن

باسوت!



تصویرگر: فرار بزاززادگان

جمعیت یک پرندهٔ خاص، کافی است تعدادی از آن‌ها را صید و علامت‌گذاری کنیم. مثلاً هشت تا از آن‌ها را می‌گیریم و بعد از زدنِ پابند، رها می‌کنیم. آنگاه چند روز فرصت می‌دهیم تا این پرندگانِ نشان‌دار در منطقه پراکنده شوند. در مرحلهٔ بعد، تعدادی (مثلاً ۱۰ تا) از آن‌ها را دوباره صید می‌کنیم تا ببینیم از کل آن‌ها چه تعدادی نشان‌دار هستند. اگر از کل ۱۰ پرنده، چهار تا نشان‌دار باشند، نسبت آن‌ها چهار به ۱۰ یا یک به دو و نیم خواهد بود.

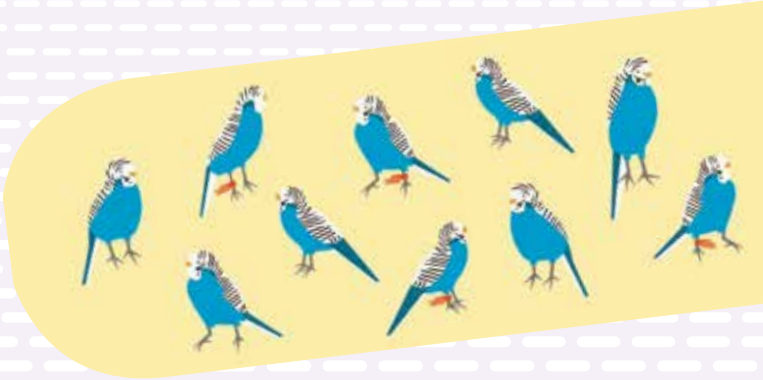
حالا که به ازای هر پرندهٔ نشان‌دار، دو و نیم پرندهٔ بدون نشان داریم، کافی است کل نشان‌دارهای صیدِ اول را در دو و نیم ضرب کنیم تا تعداد تقریبی کل پرنده‌های آن منطقه به دست آید:

۸×۲/۵ = ۲۰ پرنده

می‌توانیم با تکرار این کار و تقسیم تعداد پرنده‌های تخمین‌زده شده به تعداد دفعه‌هایِ «صید و بازصید»، به نتیجهٔ دقیق‌تری برسیم.

تمرین

از روش لاپلاس می‌توانید برای تخمین تعداد لوبیا در یک ظرف استفاده کنید. برای این کار ۴۰ عدد از لوبیاها را بیرون بیاورید و با ۴۰ تا نخود جایگزین کنید. حالا ظرف را حسابی تکان دهید تا ۴۰ نخود در میان لوبیاها پخش شود. حالا با چشم بسته تعداد ۵۰ عدد از محتوای ظرف بیرون بیاورید و ببینید میان کل آن‌ها چند تا نخود هست. مثلاً اگر از ۵۰ دانه، چهار تا نخود باشد، با روش لاپلاس حساب کنید درون ظرف چه تعداد لوبیا وجود دارد؟



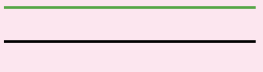
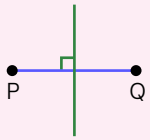
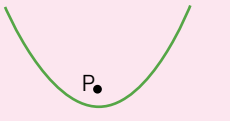
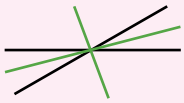
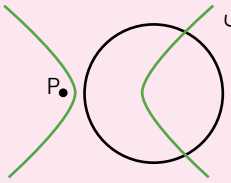
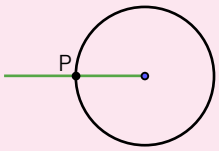
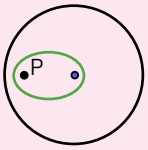
پی‌نوشت

1. Pierre-Simon Laplace

ثابت‌های بی‌نظمی

تساوی نه، تعادل!

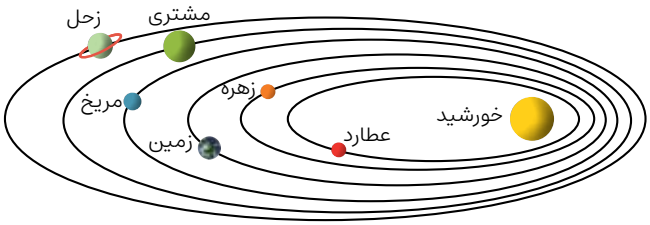
محمدمهدی نسیمی

	شکل مورد مطالعه به رنگ مشکی		شکلی که مساوات را رعایت می‌کند به رنگ سبز
الف)	یک نقطه		دایره  شکل ۱
ب)	یک خط		دوخط موازی  شکل ۲
پ)	دو نقطه		عمودمنصف  شکل ۳
ت)	یک نقطه و یک خط		سهمی  شکل ۴
ث)	دو خط	موازی	یک خط  شکل ۵
		متقاطع	 شکل ۶
ج)	یک نقطه و یک دایره	نقطه بیرون دایره	هذلولی  شکل ۷
		نقطه روی دایره	نیم‌خط  شکل ۸
		نقطه داخل دایره	بیضی  شکل ۹

یادآوری

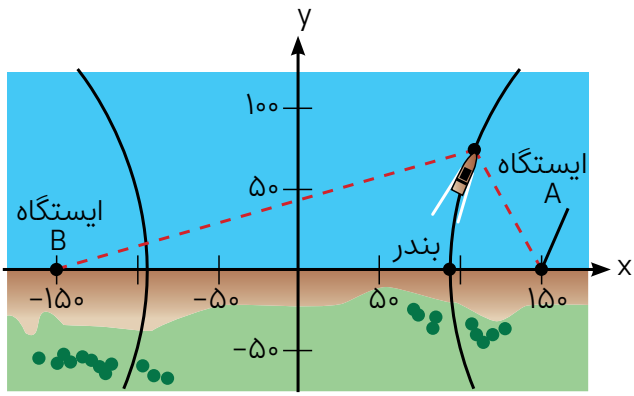
در شمارهٔ قبل مساوی‌بودن یا به‌اصطلاح، مساوات در شکل‌های هندسی را بررسی کردیم. برای مثال یک نقطه و یک خط را در نظر بگیرید (شکل‌های ۱ تا ۹). می‌توان پرسید: «همهٔ نقطه‌هایی که مساوات را میان این خط و نقطه رعایت می‌کنند، کدام‌اند؟» به بیان دیگر: «همهٔ نقطه‌هایی که فاصله‌شان از خط و نقطهٔ داده‌شده برابر است، چه شکلی را می‌سازند؟» پاسخ، سهمی است (شکل ۴ را ببینید).

بسیاری از پدیده‌های طبیعی به چنین شکل‌های هندسی‌ای مربوط‌اند. برای مثال، می‌دانیم که سیاره‌ها روی مدارهای بیضوی حرکت می‌کنند. اما چرا؟ یک سیاره کدام مساوات را رعایت می‌کند؟ اینجا پای قوانین فیزیکی گرانش و پایستگی در میان است. این مسئله تاریخچهٔ بسیار جالبی دارد و توصیه می‌کنم دربارهٔ آن بخوانید.



شکل ۱۰

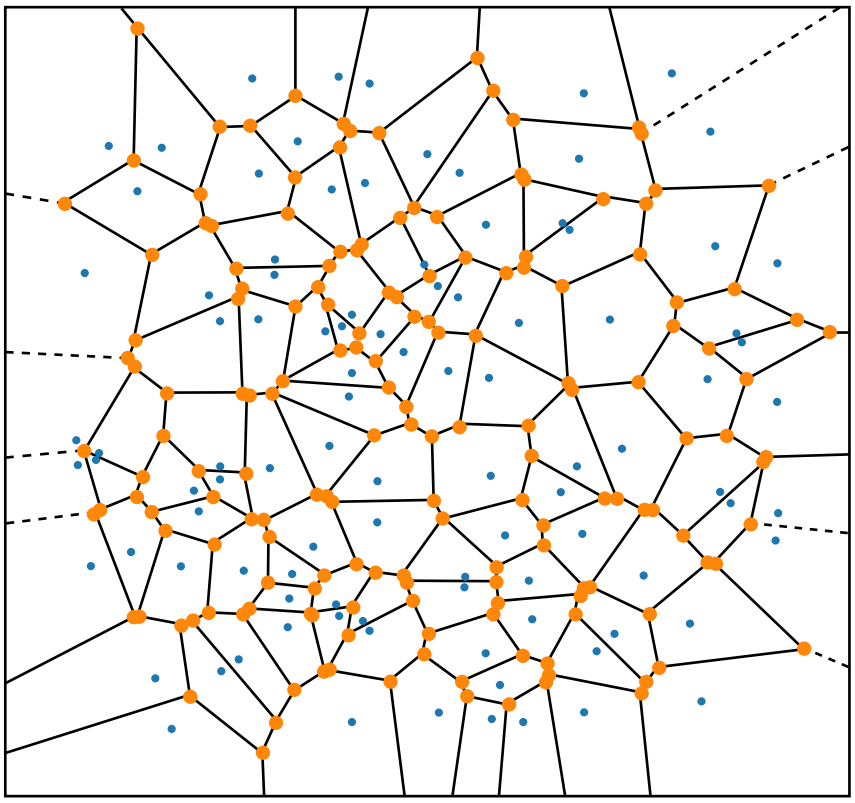
در گذشته کشتی‌ها برای آنکه مسیرشان را مشخص کنند، از دو ایستگاه رادیویی ساحلی علامت (سیگنال) می‌گرفتند. در واقع نقطه‌هایی که «اختلاف زمانی» رسیدن علامت در آن‌ها ثابت باشد، یک هذلولی را تشکیل می‌دهند. بنابراین کشتی می‌تواند با توجه به مبدأ و مقصد خود، یک هذلولی را انتخاب و روی آن حرکت کند تا به مقصد برسد.



شکل ۱۱

وقتی در خودرویی که در یک بزرگراه حرکت می‌کند، با تلفن همراه خود صحبت می‌کنید، تلفن شما مدام به دکل‌های مخابراتی جدیدی وصل می‌شود. در واقع تلفن شما همیشه به دکلی وصل می‌شود که علامت قوی‌تری دارد. بنابراین اگر قدرت دکل‌ها برابر باشد، لحظه‌ای که گوشی تصمیم می‌گیرد از دکل الف قطع و به دکل ب وصل شود، دقیقاً لحظه‌ای است که شما روی **عمودمنصف** پارهٔ خطِ واصل بین دو دکل قرار دارید (جایی که زورِ هر دو برابر است). در نقشه‌های مخابراتی، شهر را با همین خط‌ها تقسیم‌بندی می‌کنند. ما می‌توانیم این نقشه را **نقشهٔ مساوات علامت‌ها** بنامیم!





شکل ۱۲. تقسیم‌بندی نواحی شهری با توجه به دکل‌های مخابراتی. به این نمودار، نمودار ورنوی می‌گویند.

اما مساوات کافی نیست

بسیاری از پدیده‌های طبیعی مساوات را رعایت نمی‌کنند. بگذارید روایت ساده‌ای را در نظر بگیریم. فرض کنید که در فضا تنها دو سیاره وجود دارند: سیارهٔ الف و سیارهٔ ب. هر سیاره جرمی دارد و متناسب با جرمش به جسم‌های متفاوت نیروی گرانش وارد می‌کند. حالا اگر یک توپ را در جایی از فضا رها کنیم، این توپ به سمت کدام‌یک از این دو سیاره جذب می‌شود؟

خب اگر جرم دو سیاره برابر باشد، پاسخِ درست و طبیعی آن چنین است: «به سیارهٔ نزدیک‌تر به توپ». همچنین اگر بتوانیم توپ را دقیقاً در فاصلهٔ برابری از دو سیاره قرار دهیم (یعنی روی عمودمنصف دو سیاره)، هیچ‌کدام از دو سیاره زورشان به یکدیگر نمی‌رسد. پس عمودمنصف دو سیاره **مرز تصمیم** است.

تعادل نسبتی

اما اگر جرم سیاره‌ها متفاوت باشد چه؟ مثلاً فرض کنید جرم سیارهٔ الف چهار برابر جرم سیارهٔ ب باشد. این‌بار زور سیارهٔ اول بیشتر از سیارهٔ دوم است و بنابراین می‌تواند در فاصله‌های برابر، توپ را به سمت خودش جذب کند. اما برای آنکه دقیقاً بفهمیم در کدام نواحی توپ به سمت کدام‌یک از این دو سیاره جذب می‌شود، باید به دنبال نقطه‌هایی بگردیم که نیروی جاذبهٔ سیارهٔ اول و دوم در آن‌ها برابر است. پس پرسش همچنان از جنس مساوات است، اما مساوات میان نیروها، نه میان فاصله‌ها.

دربارهٔ فاصله‌ها، می‌توان با نوشتن قوانین گرانش و حل آن‌ها، دقیقاً نقطه‌های مرز تصمیم را به دست آورد. نتیجه آنکه چون جرم سیارهٔ الف چهار برابر جرم سیارهٔ ب است، مرز تصمیم، نقطه‌هایی است که فاصله‌شان از سیارهٔ الف دو برابر فاصلهٔ آن‌ها از سیاره ب است. بنابراین این بار به دنبال شکلی هستیم که تعادل را میان زور دو سیاره رعایت کند. حدس می‌زنید این نقطه‌ها چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

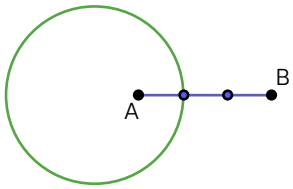
پیش از آنکه شکل را بررسی کنیم، ممکن است این سؤال به ذهنتان برسد که عدد دو از کجا آمده است. این عدد دو در واقع جذر عدد چهار است، مثلاً اگر جرم سیارهٔ الف ۸۱ برابر جرم سیارهٔ ب بود، مرز تصمیم می‌شد نقطه‌هایی که فاصلهٔ آن‌ها از سیارهٔ الف، ۹ برابر فاصله‌شان از سیارهٔ ب است. این محاسبه‌ها را سال‌های بعد می‌آموزید.

مدل‌سازی هندسی

برای سادگی دو نقطهٔ A و B را روی صفحه در نظر بگیرید و سعی کنید نقطه‌هایی را بیابید که فاصله‌شان از A دو برابر فاصله‌شان از B باشد. بهتر است ابتدا سعی کنید به کمک خط‌کش یا نرم‌افزاری مانند جئوجبرا این نقطه‌ها را یکی‌یکی پیدا کنید و شکل را حدس بزنید.

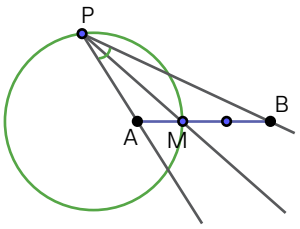
آنچه نوشتیم به صورت جبری یعنی همهٔ نقطه‌هایی مانند P را می‌خواهیم که داشته باشیم: $PA = ۲ \times PB$. یا به صورت معادل داشته باشیم: $\frac{PA}{PB} = ۲$. این نقطه‌ها دایره‌ای را دور نقطهٔ B تشکیل می‌دهند. پاسخ، دایره‌ای است که در شکل ۱۳ می‌بینید. دقت کنید

که مرکز این دایره نقطهٔ A نیست و همچنین پاره‌خط AB را به نسبت یک به دو قطع می‌کند.



شکل ۱۳

به این دایره، **دایرهٔ آپولونیوس** می‌گویند. دایرهٔ آپولونیوس خواص جالبی دارد. مثلاً آنکه برای هر نقطهٔ دلخواه P روی دایره، اگر PAB یک مثلث را تشکیل دهد، نیمساز زاویهٔ P در این مثلث از تقاطع AB و دایره می‌گذرد (شکل ۱۴).

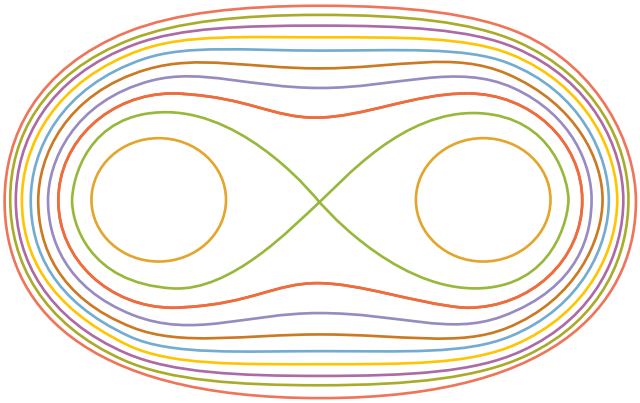


شکل ۱۴

تعادل ضربی (PA×PB=k)

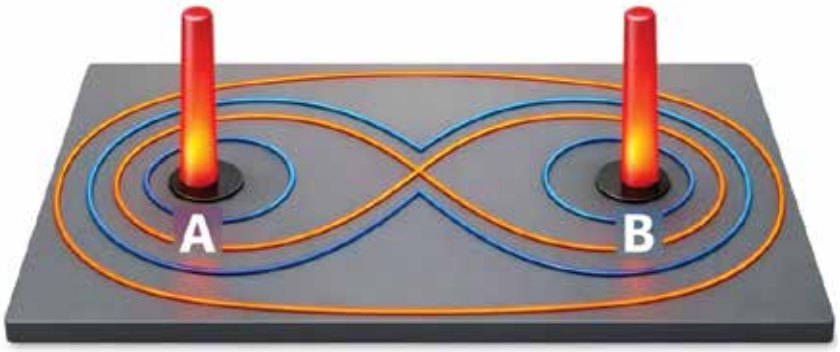
در بخش قبل دیدیم که اگر شرط برابری فاصله را عوض کرده و شرط ثابت بودن نسبتِ فاصله‌ها را قرار دهیم، عمود منصف به دایرهٔ آپولونیوس تبدیل می‌شود. یک تعادل دیگر، تعادل ضربی است؛ به این معنا که ضرب دو فاصله برابر عدد ثابتی باشد. پس A و B را دو نقطهٔ دلخواه و k را یک عدد ثابت فرض کنید. تمام نقطه‌هایی مثل P که داشته باشیم: PA×PB=k چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

این شکل به **بیضی کاسینی** معروف است (شکل ۱۵). اگر k مقدار بزرگی باشد، شکل حاصل شبیه یک بیضی است. اما اگر k را کم کنیم، شکل در وسط کمر باریک می‌شود و در یک مقدار خاصی نیز مانند علامت بی‌نهایت می‌شود! پس از آن، شکل دو پاره می‌شود.



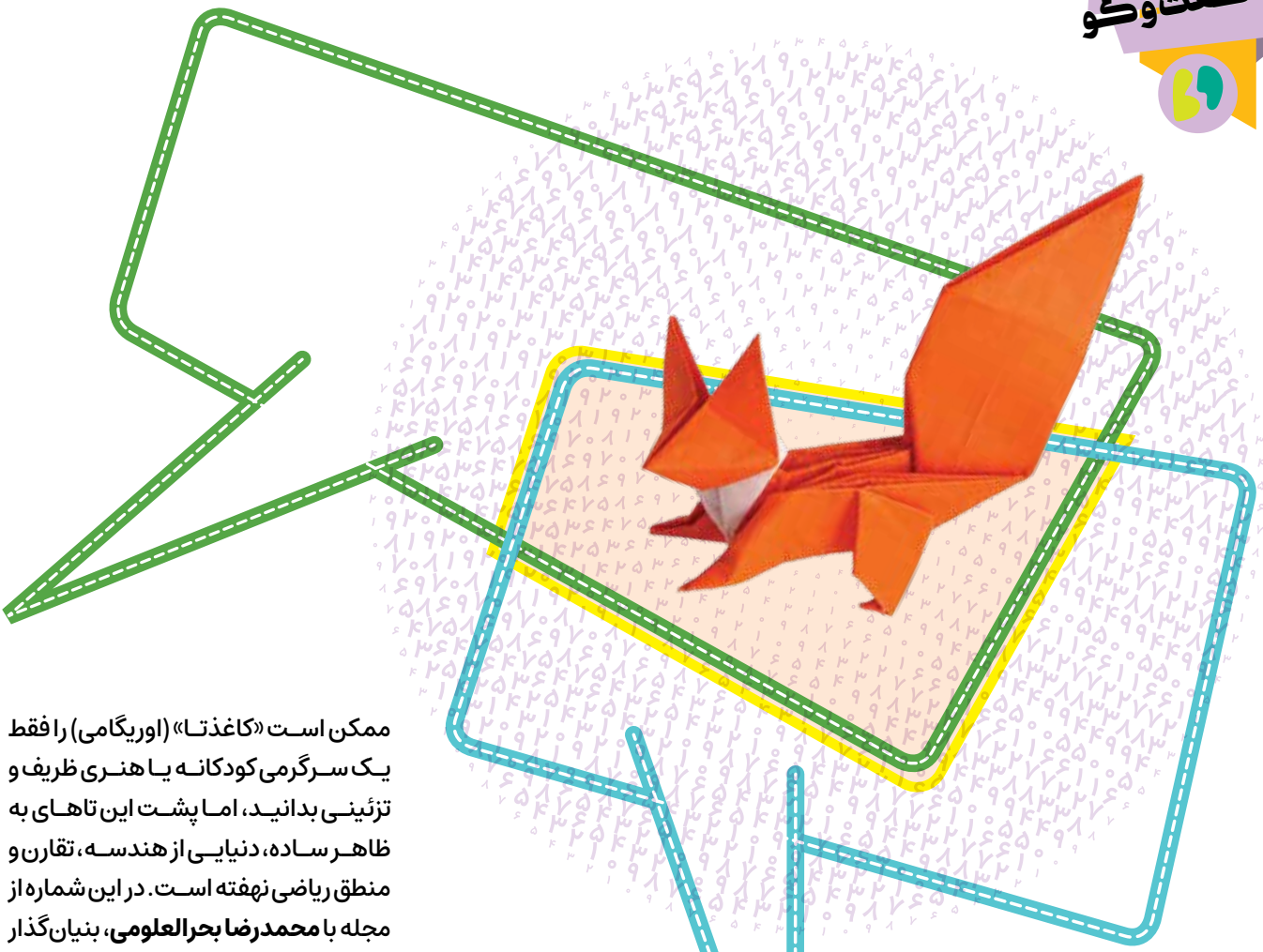
شکل ۱۵

این منحنی‌ها در دنیای فیزیک، رفتار دو منبع گرما (یا دو سیم حامل جریان برق) را توصیف می‌کنند. فرض کنید A و B دو میلهٔ داغ باشند که به‌صورت عمودی در صفحه فرو رفته‌اند. طبیعتاً هرچه به این میله‌ها نزدیک‌تر شوید، دما بالاتر می‌رود. حالا اگر بخواهید روی مسیری قدم بزنید که در تمام طول آن «دما ثابت» باشد (خط‌های هم‌دما)، باید از قانون خاصی پیروی کنید. فیزیک‌دانان دریافته‌اند که در چنین مواردی، «حاصل‌ضرب فاصله‌ها» معیار است. یعنی اگر روی یکی از منحنی‌های بالا (بیضی‌های کاسینی) حرکت کنید، در تمام مسیر دمای ثابتی را تجربه می‌کنید.



جمع‌بندی

دیدیم که دایرهٔ آپولونیوس، سهمی، بیضی، هذلولی و بیضی کاسینی، همگی جواب یک سؤال عمیق‌تر هستند: «چه چیزی باید ثابت بماند؟» در ریاضیات به این «چیز ثابت» **ناوردا** می‌گویند. می‌توان از این شکل‌های هندسی درسی گرفت: شاید پشت یک نظام پیچیده (مثلاً منظومهٔ شمسی)، چیز ثابتی یا ناوردایی وجود داشته باشد. کشف این ناوردای پنهان می‌تواند بسیار هیجان‌انگیز و بسیار روشنگر باشد.



ریاضی زبان مشترک جهان هستی!

محمد دشتی

ممکن است «کاغذتا» (اوریگامی) را فقط یک سرگرمی کودکانه یا هنری ظریف و تزئینی بدانید، اما پشت این تاهای به ظاهر ساده، دنیایی از هندسه، تقارن و منطق ریاضی نهفته است. در این شماره از مجله با **محمدرضا بحرالعلومی**، بنیان‌گذار مرکز تخصصی کاغذتا اوریمان و شرکت فولدکو، به گفت‌وگو نشسته‌ایم؛ کسی که سال‌هاست روی این پیوند جادویی میان هنر و علم کار می‌کند.

مهندس بحرالعلومی متولد دوم اردیبهشت ۱۳۶۳ در تهران است که مدرک کارشناسی ارشد مهندسی عمران خود را از دانشگاه امیرکبیر دریافت کرده و مدرس دانشکدهٔ معماری دانشگاه سوره است. او در این گفت‌وگو به خوبی و با صمیمیت و منطقی روشن به ما نشان می‌دهد که چطور دانش‌آموزان، از جمله مخاطبان مجلهٔ «رشد ریاضی برهان»، می‌توانند با یک برگ کاغذ ساده، نه فقط شکل‌های زیبا خلق کنند، بلکه مفهوم‌های انتزاعی ریاضی را برای خودشان ملموس و شیرین سازند. این گفت‌وگوی جذاب و روشنگر را در ادامه می‌خوانید.

جناب آقای بحرالعلومی، به عنوان کسی که سال‌ها در زمینهٔ آموزش و ارتباط ریاضی با هنر فعالیت دارید، فکر می‌کنید اهمیت درس ریاضی در دورهٔ اول متوسطه چقدر است و چرا این دوره را مهم می‌دانید؟

به نظر من دورهٔ اول متوسطه یکی از حساس‌ترین و مهم‌ترین دوره‌های یادگیری ریاضی برای دانش‌آموزان است. در این سن، جهشی خیلی مهم در ذهن بچه‌ها اتفاق می‌افتد؛ به‌گونه‌ای که ذهن دانش‌آموزان از دنیای کاملاً عددی و عملیات سادهٔ حسابی خارج می‌شود و کم‌کم وارد فضای جدیدی می‌شود؛ دنیای منطق، استدلال، اثبات و رابطه‌های بین مفهوم‌ها. این دوره، دوران گذار از «چیستی» به «چرایی» است. اگر این مرحله به‌خوبی طی شود، به دانش‌آموز کمک می‌کند یاد بگیرد که چطور فکر کند، چطور مسئله‌ای پیچیده را به بخش‌های کوچک‌تر بشکند و گام‌به‌گام برای آن راه‌حل پیدا کند. این مهارت، یعنی تفکر تحلیلی و حل مسئله، چیزی نیست که فقط در کلاس ریاضی به کار بیاید؛ این یک مهارت زندگی است که تا آخر عمر همراه آدم می‌ماند. به همین دلیل هم بسیار کاربردی و ارزشمند است.

خودتان در دوران مدرسه و دانشگاه چه رابطه‌ای با ریاضی داشتید؟ این درس برای شما جذاب بود یا خیر؟

راستش ریاضی برای من هیچ‌وقت شبیه یک درس خشک و سخت نبود. من همیشه آن را مثل یک بازی فکری یا یک معمای چالش‌برانگیز می‌دیدم. همان حس و حالی که آدم وقتی دارد یک جورچین را حل می‌کند یا به جواب یک چیستان می‌رسد، برای من در حل مسئله‌های ریاضی هم تکرار می‌شد. آن لحظه که بعد از کلی فکرکردن، راه‌حل یک مسئله را پیدا می‌کنی، حس رضایت عمیق و شیرینی به آدم دست می‌دهد.

بین بخش‌های متفاوت ریاضی، همیشه به هندسه علاقهٔ بیشتری داشتم. شاید به این خاطر که در هندسه، برخلاف جبر که با نمادها و مجهول‌ها سروکار داریم، می‌توانستم مفهوم‌ها را ببینم، و رسم و حتی لمسشان کنم. این حسِ شهودی و قابل مشاهده‌بودن برایم خیلی هیجان‌انگیز بود. امری که امیدوارم برای همهٔ بچه‌ها اتفاق بیفتد و از این رهگذر شیرینی‌های درس ریاضی را بیشتر و بهتر درک و دریافت کنند.

از نظر شما، راز جذابیت علم ریاضی چیست؟ چه چیزی باعث می‌شود برخی افراد این‌قدر شیفتهٔ ریاضی شوند؟

به اعتقاد من، زیبایی ریاضی در نظم، هماهنگی و ساختار منحصربه‌فرد آن است. اینکه شما می‌توانید با چند اصل و قانون ساده و پایه، به نتایج بی‌نهایت پیچیده و شگفت‌انگیزی برسید، واقعاً حیرت‌آور است. ریاضی را می‌توان زبان مشترک جهان هستی دانست؛ زبانی که همهٔ قوانین طبیعت با آن نوشته شده‌اند. از حرکت سیاره‌ها و طراحی پل‌ها و ساختمان‌های بلند گرفته تا ساخت بازی‌های رایانه‌ای، پویانمایی‌های سه‌بعدی و حتی خلق آثار هنری، همه و همه در قلب خود، از قاعده‌های ریاضی پیروی می‌کنند. شاید خیلی‌ها فکر کنند ریاضی علمی خشک و بی‌روح است، اما اگر با دقت بیشتری به دنیای اطرافمان نگاه کنیم، می‌بینیم که سرشار از الگوهای منظم، تقارن‌های شگفت‌انگیز و تناسبات زیبایی است که همان ریاضی هستند.

شما هم هنرمندید و هم مهندس. لطفاً برای دانش‌آموزان توضیح دهید که این فن و هنر اوریگامی دقیقاً چیست و چه وجهی از آن جنبهٔ علمی و ریاضی پیدا کرده است؟

کاغذتا در نگاه اول، هنر تاکردن کاغذ است که ریشه در فرهنگ کهن کشور ژاپن دارد. اما امروزه این هنر بسیار فراتر رفته و به یک شاخهٔ میان‌رشته‌ای پویا و جدی تبدیل شده است. در کاغذتا کلاسیک، ما با یک صفحه کاغذ ساده و مربع‌شکل شروع می‌کنیم و بدون آنکه از قیچی یا چسب استفاده کنیم. تنها با خم‌کردن و تازدن کاغذ، به شکل‌های بسیار پیچیده‌ای مثل یک پرنده، یک گل، یک حشره یا حتی شخصیت‌های پویانمایی می‌رسیم.

نکتهٔ مهم اینجاست که پشت هر تا، یک منطق ریاضی و یک قانون هندسی نهفته است. شما برای اینکه شکلی را دقیق و زیبا دربیاورید، ناچارید مفهوم‌هایی مثل نیمساز زاویه، خط تقارن، تبدیلات هندسی و تقسیمات مساوی را به صورت عملی و عینی به کار ببندید. به همین دلیل امروزه در بسیاری از دانشگاه‌های دنیا، از کاغذتا برای حل مسئله‌های پیچیدهٔ ریاضی و حتی مهندسی، مثل طراحی آینه‌های تلسکوپ‌های فضایی یا کیسه‌های هوای خودرو، استفاده می‌کنند.

با این حساب، دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه چطور می‌توانند از این هنر برای یادگیری بهتر درس ریاضی استفاده کنند؟

خیلی ساده و کاربردی. فرض کنید دانش‌آموزی می‌خواهد بداند «نیمساز زاویه» یعنی چه. اگر فقط تعریف کتاب را بخواند، شاید به این راحتی در ذهنش نماند. اما اگر یک کاغذ مربعی بردارد و با تازدن، یک زاویهٔ ۹۰ درجه را به دو زاویهٔ ۴۵ درجه تبدیل کند، خودش با دستان خودش نیمساز را ساخته است. یا برای درک مفهوم کسرها، وقتی او یک مربع را تا می‌زند تا به دو مستطیل مساوی تبدیل شود، می‌بیند که نصف یعنی چه. با یک تای دیگر، یک‌چهارم را لمس می‌کند و با یک تای دیگر، یک‌هشتم را. امری که باعث می‌شود مفهوم‌هایی مثل

تقـارن، چندضلعی‌های منتظم، مسـاحت و حتـی قضیهٔ **فیثاغورس** در ذهنش ناآشـنا و انتزاعـی باقـی نماند. کاغذتا بـه فرد اجازه می‌دهـد ایـن مفهوم‌هـا را بـا دسـتان خود بسـازد، ببیند و لمس کند. این نوع یادگیری عمیق و تجربی، خیلی ماندگارتر از حفظ کردن فرمول اسـت. این نکتهٔ مهمی اسـت که به نظر می‌رسـد دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه و به‌خصوص مخاطبان ما، یعنی دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسـطه، باید توجه بیشـتری به آن داشـته باشند.





پـس می‌توانیـم بگوییـم کـه کاغذتـا ابـزاری برای بـازی با ریاضیات اسـت. چطور می‌شـود از آن برای حل مسئله به شکل یک بازی جذاب استفاده کرد؟

دقیقـاً همین‌طـور اسـت. می‌توانیـم فضایـی چالشـی و بازی‌گونـه ایجـاد کنیم. بـه جای اینکه از دانش‌آمـوز بخواهیم صرفاً یـک مسـئله را حـل کنـد، می‌توانیـم بـه او بگوییم: «بیا بـا کمترین تعداد تا، یک مثلث متساوی‌الاضلاع با یک کاغذ مربع بساز!» یا: «حالا می‌خواهیم بدون استفاده از خط‌کش و نقاله، زاویه‌ای ۶۰ درجه درست کنیم!» این چالش‌هـا دانش‌آموز را به فکـر وامی‌دارند. او بایـد راهی پیدا کنـد و روش‌های متفاوت را امتحان کند. شـاید چند بار اشـتباه کند و در نهایـت خودش به کشـف برسـد. همین کـه خودش یک مسـئله را کشـف کند، لذت یادگیری چند برابر می‌شود و ترس و وحشتی کـه خیلـی از بچه‌ها از ریاضـی دارند، به مرور از بیـن مـی‌رود. شـرایطی جذاب کـه باعث مـی‌شـود ریاضـی دیگر یـک تکلیف سـخت به نظـر نیاید، بلکـه به بـازی مهیجی تبدیل شـود و لحظه‌هـای خاطره‌انگیـزی برای این عزیزان بسـازد.





مجلهٔ رشد ریاضی برهان سال‌هاست که بـرای دانش‌آمـوزان علاقه‌مند به ریاضی منتشـر می‌شـود. نظر شما به عنوان فعال این حوزه دربارهٔ این نشـریه چیسـت و چـه پیشـنهادی برای مطالـب مرتبط بـا کاغذتا دارید؟



مـن فکر می‌کنم نشـریاتی مثل رشـد ریاضی برهان، پل ارتباطی بسـیار ارزشـمندی بیـن کتاب درسـی و دنیای بیرون هسـتند. آن‌ها به دانش‌آموزان نشان می‌دهند کـه ریاضی فقـط به کلاس درس و کتاب محدود نیسـت و در جاهـای شـگفت‌انگیز دیگـری هـم حضـور دارد. به نظـر من در مجلـه می‌توان بخش‌های جذابـی با عنوان «چالـش کاغذتـا و هندسـه» طراحـی کـرد. همچنیـن می‌شـود در بخشـی دیگر بـه «ریاضی در هنـر» پرداخت و نشـان داد کـه چطـور هنرمندان از تقارن و تناسـب در کارهایشـان اسـتفاده می‌کنند. حتی یک آموزش سـاده و مرحله‌به‌مرحلـه بـرای سـاخت یـک مـدل اوریگامی، می‌تواند همراه با توضیح مفهوم‌های ریاضی پشـت آن، مثل زاویه‌ها یا چندضلعی‌هایی که در حین ساخت با آن مواجه می‌شـویم، ارائه شـود. این ترکیب، هم خلاقیت دانش‌آموز را شـکوفا می‌سـازد و هم قدرت اسـتدلال و تجسـم فضایـی او را تقویت می‌کند.

اگـر صحبت پایانی یـا نکتهٔ دیگری هسـت که فکر می‌کنیـد در ایـن گفت‌وگو به آن پرداخته نشـده و برای دانش‌آموزان مفید است، بفرمایید.

بلـه، یـک نکتـهٔ خیلـی مهـم را می‌خواهـم بـه همـهٔ دانش‌آموزان عزیز بگویم. اگر در درس ریاضی احسـاس می‌کنیـد ضعیف هسـتید یا به آن علاقـه ندارید، لطفاً زود قضـاوت نکنید و به خودتان برچسـب «کم هوش» یـا «بی‌اسـتعداد» نزنید. شـاید اصلاً مشـکل از شـما نیسـت. شاید فقط روش یادگیری شـما با روشی که در مدرسـه استفاده می‌شـود، متفاوت است. بعضی از ما بـا دیـدن و تماشـا کردن بهتر یـاد می‌گیریـم، بعضی با شنیدن توضیح‌ها و بعضی دیگر با ساختن و انجام دادن کارهـا. اوریگامی دقیقاً به ما نشـان می‌دهد که ریاضی را می‌تـوان لمـس کـرد. اگر تا بـه حـال از خواندن کتاب درسـی یا حـل تمریـن لـذت نبرده‌ایـد، شـاید وقتش رسـیده اسـت که از زاویهٔ دیگـری به قضیه نـگاه کنید. شـاید با یک تکه کاغذ و چند تای سـاده، دریچهٔ جدیدی از دنیـای زیبـای ریاضـی به رویتـان باز شـود. مهم این اسـت که دست از تلاش برندارید و به دنبال راه خودتان برای فهمیدن باشید.

مسئله



بازی با عبارت‌های جبری

جعفر اسدی گرمارودی

در پایه‌های هفتم، هشتم و نهم با ساده‌کردن عبارت‌های جبری، تجزیهٔ عبارت‌های جبری و اتحادهای جبری آشنا شدیم. مسئله‌ای ارائه خواهد شد که با موارد اشاره‌شده و بازی کردن با عبارت‌های جبری می‌توان آن را به شیوه‌های متفاوت حل کرد.

مسئله: حاصل $a^2+ab+(a+b)(b+1)$ را به ازای $a+b=3$ به دست آورید.

همان‌طور که می‌بینیم، در عبارت $a^2+ab+(a+b)(b+1)$، همه جا $(a+b)$ وجود ندارد که بتوانیم به جای آن ۳ را جاگذاری کنیم. بنابراین به روش‌های متفاوت $a+b$ را در عبارت داده‌شده ایجاد می‌کنیم.

راه‌حل اول: تجزیه

ابتدا از دو جملهٔ اول، a را فاکتور می‌گیریم. سپس همان‌طور که مشاهده می‌کنید می‌توان از عبارت $(a+b)$ فاکتور گرفت:

$$a^2+ab+(a+b)(b+1)=a(a+b)+(a+b)(b+1)$$
$$=(a+b)\big[a+b+1\big]=(a+b)\big[(a+b)+1\big]$$

اکنون می‌توان به جای $(a+b)$ عدد ۳ را جایگزین کرد:

$$=(a+b)\big[(a+b)+1\big]=3\times\big[3+1\big]=3\times4=12$$

راه‌حل دوم: تجزیه به روشی دیگر

مانند راه‌حل اول از دو جملهٔ اول، a را فاکتور می‌گیریم، اما بعد از این مرحله، به‌جای $(a+b)$ عدد ۳ را جایگزین و سپس عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$a^2+ab+(a+b)(b+1)=a(a+b)+(a+b)(b+1)$$
$$=a\times3+3(b+1)=3a+3b+3$$

اکنون می‌توان باردیگر از دو جملهٔ اول عدد ۳ را فاکتور گرفت و به جای $a+b$، ۳ را قرار داد:

$$3a+3b+3=3(a+b)+3=3\times3+3=12$$

راه‌حل سوم: ساده‌کردن عبارت جبری به کمک اتحاد

این بار دو طرف تساوی $a+b=3$ را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای به توان ۲ می‌رسانیم:

$$a+b=3\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}}(a+b)^2=3^2\longrightarrow a^2+2ab+b^2=9$$

اکنون با بازی و ساده‌کردن عبارت اصلی به دنبال $a^2+2ab+b^2$ خواهیم بود. به این منظور دو عبارت $(a+b)$ و $(b+1)$ را در هم ضرب می‌کنیم. سپس عبارت را به شکل ساده‌تری می‌نویسیم:

$$a^2+ab+(a+b)(b+1)=a^2+ab+ab+a+b^2+b$$
$$=a^2+2ab+b^2+a+b$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، هم $a+b$ و هم $a^2+2ab+b^2$ در ساده‌شدهٔ عبارتمان خود را نشان دادند و کافی است جاگذاری لازم را انجام دهیم:

$$\underbrace{a^2+2ab+b^2}_{9}+\underbrace{a+b}_{3}=9+3=12$$

الگوی ضرب عددها در ۳۶ با رقم‌های رمزی ۳، ۶، ۹ و ۱۰



هستی سادات فلسفی
دانش‌آموز پایهٔ دهم دبیرستان استعدادهای درخشان

مقدمه

ضرب یکی از مهم‌ترین اصل‌ها در ریاضی است. مثلاً به جای اینکه چندبار یک عدد تکراری را جمع کنیم، می‌توانیم از عمل ضرب استفاده کنیم. با عمل ضرب و الگوهای عددها که دانشمندان کشف کرده‌اند، بسیاری از عملیات‌ها و جمع‌های رقم‌های تکراری، آسان شده‌اند و حتی در چرتکه هم از این الگوها استفاده می‌کنند.

هدف مقاله این بود که بتواند با چند رقم رمزی عمل ضرب در ریاضی را راحت‌تر کند. آقای نیکولا تسلا رقم‌های ۳، ۶ و ۹ را رقم‌های رمزی نامید که در این مقاله می‌توانیم بگوییم این رقم‌ها و عدد ۱۰، در عمل ضرب رقم‌هایی شگفت‌انگیز هستند و می‌توانیم با عمل جمع رمزی که در آن رقم ۳ پایهٔ اصلی است، به جواب برسیم. برای ضرب عددهای دورقمی از ۲۱ تا ۲۹، ۵۱ تا ۵۹ و ۸۱ تا ۸۹ و تمام عددهای سه رقمی، چهار رقمی و... در ۳۶، می‌توان از این الگوی رمزی (۳، ۶، ۹، ۱۰) استفاده کرد. در این الگو عمل ضرب و جمع مخلوط می‌شوند و رقم رمزی اصلی در آن رقم ۳ است.

این مقاله نشان داد که می‌توانیم با بیان چند رقم شگفت‌انگیز، عمل ضرب را به جمع با رقم‌های رمزی تبدیل و سخن آقای نیکولا تسلا را با الگویی دیگر تأیید کنیم. در این الگو می‌توانیم تمام ۹ رقم جهان را بر پایهٔ این سه رقم و عدد ۱۰ بنویسیم و عمل ضرب را راحت‌تر کنیم.

با پویش رمزینهٔ مقابل حاصل ضرب عددهای ۱ تا ۹ را در ۳، ۶، ۹ و ۱۰ ببینید.

همان‌طور که در مثال‌های رمزینهٔ ۱ می‌بینید، در ضرب رقم‌های ۱ تا ۹ در رقم‌های ۳ و ۶ (جمع رقم‌های عددهای دو رقمی)، رقم‌های ۳، ۶ و ۹ تکرار شده‌اند. همچنین در ضرب رقم‌های ۱ تا ۹ در رقم ۹ (جمع رقم‌های عددهای دو رقمی) نیز رقم ۹ تکرار شده است. سرانجام در ضرب رقم‌های ۱ تا ۹ در رقم ۱۰ (جمع رقم‌های عددهای دو رقمی)، خود عدد اولی که در ۱۰ ضرب کردیم، تکرار شده است.

کاربرد این رقم‌ها چنین است که هر کدام برای خود الگوی خاصی دارند و در کنار هم الگوی دیگری می‌دهند که در ضرب عدد ۳۶ می‌توان ضرب و جمع را مخلوط کرد و جواب را به دست آورد.

مرحله‌های ضرب عدد ۲۱ در عدد ۳۶

نکته: برای ضرب عددهای دورقمی در ۳۶، این روش فقط در عددهای ۲۱ تا ۲۹، ۵۱ تا ۵۹ و ۸۱ تا ۸۹ صدق می‌کند که ۲۱ - اولین عدد الگو - جمع رقم‌هایش ۳ و ۵۱ جمع رقم‌هایش ۶ و ۸۱ جمع رقم‌هایش ۹ می‌شود و باز رقم‌های رمزی ۳، ۶ و ۹ تکرار شده‌اند. چون جمع رقم‌های عددهای ۵۱ و ۸۱ بیشتر از ۳ می‌شود، تمام کارها را با منهای سه انجام می‌دهیم، ولی چون الگوهای رقم یکان عددها از ۱ تا ۹ است، برای این‌ها هم صدق می‌کند و دیگر نیازی به نوشتن نیست و با یک الگو جواب را به دست می‌آوریم. اولین عدد سه رقمی، چهار رقمی و... بر ۱۰ بخش‌پذیر است و جمع رقم‌هایش هم یک که جمع رقم‌ها ۱۰ هم هست و برای کل عددها سه رقمی، چهار رقمی، پنج رقمی و... صدق می‌کند.

۱. رقم یکان عدد را در رقم یکان ۳۶ یعنی ۶ ضرب می‌کنیم کرده و اگر دو رقمی شد فقط رقم یکان را می‌نویسیم.

۲. رقم دهگان عدد را در ۳۶ ضرب کرده و هر عددی که در الگوی عدد بدست می‌آوریم در آخر با این عدد جمع می‌کنیم.

۳. رقم‌های عدد را جمع می‌کنیم چون اولین عدد ۲۱ را در ۳۶ ضرب کردیم، جمع رقم‌های ۲۱، سه شده چون سه را هم رمزی گفتیم و الگو بر اساس سه نوشته شده، سه را می‌نویسیم و از سه کم می‌کنیم و چون صفر می‌شود تأثیری در جمع با رقم سه ندارد، بعد ۳ را به اضافهٔ عدد به دست آمده در مرحلهٔ دو کرده و می‌نویسیم. رقم یکان را هم که در مرحلهٔ اول به دست آوردیم.

مثال: **۳۶×۲۱=۷۵۶**

۱) ۱×۶=۶

۲) ۲×۳۶=۷۲

۳) ۲+۱=۳ و ۷۲+۳=۷۵ ⇒ ۳۶×۲۱=۷۵۶

برای مشاهدهٔ مرحله‌های ضرب عددهای دورقمی نام‌برده شده با یکان‌های ۲ تا ۹ در عدد ۳۶ رمزینهٔ ۲ را پویش کنید.

ریاضیات، خلبان سجیل‌ها



دکتر رضا فلاح مقدم
استادیار دانشگاه فرهنگیان هَران

با ظهور باروت و توپخانه راهبردهای میدان نبرد تغییر کردند. اکنون می‌توانستند از فاصلهٔ دورتری به نیروهای دشمن حمله کنند. علم نوپای پرتابه‌شناسی (بالستیک) که مبتنی بر ریاضیات بود، به پیش‌بینی‌پذیر شدن پرتاب گلوله از توپ کمک می‌کرد. این یک پیشرفت قابل توجه بود.

در دریا نیز ریاضیات کاربرد فزاینده‌ای یافت. با دورشدن ناوگان‌های دریایی و تجاری از ساحل و تبدیل شدن آن‌ها به ناوگان‌های واقعی، وابستگی آن‌ها به ناوبری دقیق افزایش یافت. انجام جنگ دریایی بین قاره‌ای تأکید زیادی بر آماد (لجستیک) داشت تا اطمینان حاصل شود که یک کشتی می‌تواند با غذا، آب، باروت، گلوله و سایر ملزومات به اندازهٔ کافی، در سراسر جهان سفر کند و همچنان مؤثر بجنگد. این امر نیز از افزایش استفاده از ریاضیات به جای صرفاً عمل کردن بر اساس قاعدهٔ سرانگشتی سود می‌برد.

در جنگ تحمیلی اخیر نیروی هوافضای جمهوری اسلامی ایران از انواع موشک پرتابشی (بالستیک) برای دفاع از کیان ایران اسلامی بهره برد.

موشک پرتابشی به موشکی گفته می‌شود که همانند منجنیق‌های قدیمی مسیر حرکتش را جاذبهٔ زمین و شتاب اولیه تعیین می‌کند. بدین ترتیب که نخست ارتفاع می‌گیرد و سپس در مسیری خمیده سقوط می‌کند. برای افزایش هرچه بیشتر سرعت موشک پرتابشی، ارتفاع بیشینهٔ آن را باید افزایش داد و بدین منظور موشک باید از جو خارج شود. به همین دلیل است که موشک‌های پرتابشی سوخت و اکسیژن مورد نیاز خود را حمل می‌کنند.

در سال‌های اخیر، مهندسان ایرانی توانسته‌اند انواع موشک‌های پرتابشی را برای دفاع از کیان ایران اسلامی تولید کنند.

مثلاً **موشک سجیل** یکی از پیشرفته‌ترین دستاوردهای موشکی ایران است که بین ۲۰۰۰ تا ۲۵۰۰ کیلومتر برد دارد. یا **موشک خرمشهر** که نسل چهارم آن **خیبر** نام دارد، یکی از قدرتمندترین موشک‌های پرتابشی سوخت مایع ایران با برد ۲۰۰۰ کیلومتر است. این موشک قابلیت حمل سرجنگی ۱۵۰۰ کیلوگرمی را دارد.

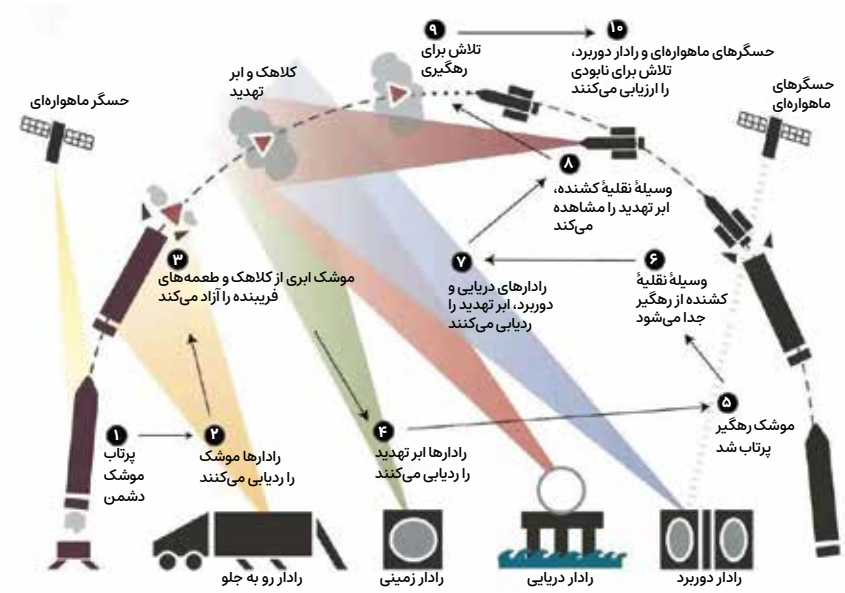
در جنگ تحمیلی اخیر، دشمنان ایران از انواع سامانه‌های رهگیر موشک استفاده کردند. این سامانه‌ها دارای فناوری پیشرفته‌ای هستند و از ریاضیات به طور مؤثری بهره می‌گیرند. با این حال سامانه‌های مزبور نتوانستند در برابر قدرت موشکی ایران اقدام مؤثری انجام دهند.



تصویر ۱. موشک سجیل



تصویر ۲. موشک خیبر



تصویر ۳. نحوهٔ عملکرد یک سامانهٔ رهگیر موشک

کلاس آقای رهنما

راهبرد جبری

محمدتقی طاهری تنجانی

آقای رهنما (دبیر ریاضی): خُب بچه‌ها امروز با آخرین راهبرد حل مسئله‌های ریاضی آشنا می‌شویم و آن **راهبرد جبری در فرایند حل مسئله** است. بسیاری از مسئله‌هایی که با راهبردهای دیگر آن‌ها را بررسی و حل کردیم، با راهبرد جبری هم قابل حل هستند. اندیشهٔ به‌کارگیری روش‌های جبری در حل مسئله‌ها به ریاضی‌دانان ایران خودمان نظیر **خیام** و **خوارزمی** برمی‌گردد که علم جبر را به وجود آوردند.

خب در روش جبری چه باید کرد؟ قبل از حل هر مسئله‌ای باید با رویکرد و روش حل این گونه مسئله‌ها آشنا شد. فرایند حل این گونه مسئله‌ها در پنج مرحله خلاصه می‌شود:

۱. خواندن مسئله؛

۲. انتخاب نماد برای متغیر مسئله؛

۳. نوشتن ارتباط بین عنصرهای مسئله توسط معادله؛

۴. حل معادله؛

۵. آزمایش جواب مسئله.

حالا بیایید این مرحله‌ها را در حل یک مسئلهٔ جالب بررسی کنیم:

قاطر و الاغ باری به وزن چند صد و چند کیلوگرم حمل می‌کردند. الاغ به قاطر گفت: «اگر فقط ۱۰۰ کیلوگرم از بار تو به بار من اضافه شود، سنگینی بار من دو برابر سنگینی بار تو خواهد شد.» قاطر پاسخ داد: «ولی اگر تو ۱۰۰ کیلوگرم از بار خود را به من بدهی، سنگینی بار من سه برابر سنگینی بار تو خواهد شد.» وزن بار الاغ و وزن بار قاطر چند کیلوگرم است؟



حالا بیایید مرحله‌های کار را بررسی کنیم. مرحلهٔ اول «خوب متوجه‌شدن مسئله» است. خوش‌بختانه مسئله واضح است. حالا در مرحلهٔ دوم باید متغیرهای مسئله را شناسایی و نام‌گذاری کنیم. چند متغیر در مسئله داریم؟

احمدی: متغیر همان وزن است که می‌شود یک متغیر.

آقای رهنما: ولی وزن بار قاطر و الاغ یکسان نیست. پس ما با دو متغیر روبه‌رو هستیم. فرض کنید وزن بار الاغ x کیلوگرم و وزن بار قاطر y کیلوگرم باشد. حالا می‌رسیم به مرحلهٔ مهم و آن ارتباط بین این دو متغیر است. چه ارتباطی بین آن‌ها وجود دارد؟

محمودی: باید $x+100=2y$ و $y+100=3x$ باشد.

آقای رهنما: فکر نمی‌کنی اشکالی وجود دارد؟ وقتی ۱۰۰ واحد از بار یکی کم می‌شود، بار جدید دو برابر یا سه برابر دیگری است. پس باید طرف دوم رابطه‌های شما هم تغییر کند.

مصطفوی: آقا اجازه ارتباط را فهمیدم. باید داشته باشیم: $x+100=2(y-100)$ و $y+100=3(x-100)$؛ چون از بار هر کدام ۱۰۰ واحد کم می‌شود؛ این‌طور نیست؟

آقای رهنما: آفرین! درست حدس زدی. بعد از آنکه ۱۰۰ واحد به بار الاغ افزوده می‌شود، ۱۰۰ واحد از بار قاطر کم می‌شود، و همین‌طور در مورد قاطر... حالا این رابطه‌ها را ساده کنیم و مقدار x و y را بیابیم.

مصطفوی: من این کار را انجام داده‌ام. اجازه بدهید پای تابلو بیایم و آن را برای همه بنویسم.

آقای رهنما: بفرما جانم!

مصطفوی پای تابلو می‌رود و می‌نویسد:

x: وزن بار الاغ

y: وزن بار قاطر

$$\begin{cases} x+100=2(y-100) \\ y+100=3(x-100) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+100=2y-200 \\ y+100=3x-300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2y-300 \\ \boxed{y=3x-400} \end{cases}$$

$$x=2(3x-400)-300$$
$$x=6x-800-300$$
$$5x=1100 \Rightarrow x=220$$
$$y=3x-400 \Rightarrow y=3(220)-400$$
$$\Rightarrow y=660-400 \Rightarrow y=260$$

آقای رهنما: آفرین! یعنی وزن بار الاغ ۲۲۰ کیلوگرم و وزن بار قاطر ۲۶۰ کیلوگرم است. این مرحلهٔ چهارم فرایند حل مسئله‌های جبری بود. حالا باید جواب مسئله را آزمایش کنیم.

مصطفوی: آقا اگر ۱۰۰ کیلوگرم از وزن بار قاطر برداریم، وزن بار الاغ می‌شود ۳۲۰ و وزن بار قاطر می‌شود ۱۶۰ کیلوگرم. پس وزن بار الاغ دو برابر وزن بار قاطر می‌شود. و اگر از وزن بار الاغ ۱۰۰ کیلوگرم برداریم، وزن بار الاغ می‌شود ۱۲۰ کیلوگرم و وزن بار قاطر می‌شود ۳۶۰ کیلوگرم که سه برابر وزن بار الاغ می‌شود.

آقای رهنما: آفرین. آزمایش حل مسئله هم به درستی انجام پذیرفت. پس هم روش کار ما و هم جواب مسئله درست است.

حالا بیایید یک مسئلهٔ دیگر را بررسی کنیم:

در یک مزرعه تعدادی گوسفند و مرغ نگهداری می‌شود. اگر روی هم ۲۰ گوسفند و مرغ باشند و تعداد پاهای آن‌ها ۵۲ تا باشد و هیچ حیوانی نقص عضو نداشته باشد، در این مزرعه چند مرغ و چند گوسفند وجود دارد؟

حسینی: آقا اجازه! ما با راهبرد رسم شکل این مسئله را حل کرده بودیم. حتی یادمان هست که جواب ۶ گوسفند و ۱۴ مرغ بود.

آقای رهنما: آفرین درست می‌گویی! یک مسئله را می‌شود با راهبردهای متفاوتی حل کرد. حالا همین مسئله را با راهبرد جبری حل می‌کنیم تا ببینید چقدر راحت‌تر مسئله حل می‌شود. خب متغیرهای مسئله کدام‌اند؟

احمدی: تعداد پاهای مرغ‌ها و تعداد پاهای گوسفندان.

آقای رهنما: هر چند می‌شود تعداد پاها را هم به‌عنوان متغیر در نظر گرفت، ولی مسئله از ما تعداد مرغ و گوسفند را می‌خواهد و کمی کارمان سخت‌تر می‌شود. بهتر است تعداد گوسفندان را x و تعداد مرغ‌ها را y در نظر بگیریم. حالا چه ارتباطی بین این متغیرها و معلومات مسئله وجود دارد.

مصطفوی: آقا از یک طرف باید داشته باشیم: $x+y=20$ که همان مجموع تعداد گوسفندان و مرغ‌هاست و از طرف دیگر باید داشته باشیم: $4x+2y=52$.

آقای رهنما: در مورد ضریب‌های ۴ و ۲ در رابطهٔ $4x+2y=52$ توضیح بده.

مصطفوی: چون x گوسفند داریم، پس تعداد پاهای آن‌ها ۴x می‌شود. برای هر گوسفند چهار پا در نظر گرفتیم. و چون y تعداد مرغ‌هاست و هر مرغ دو پا دارد، پس تعداد پاهای مرغ‌ها می‌شود ۲y و در مجموع ۵۲ پا وجود دارد؛ پس: $۴x+۲y=۵۲$.

آقای رهنما: آفرین! حالا با این رابطه‌ها باید مقدار x و y را به‌دست بیاوریم. بیا پای تابلو و ادامه بده.

مصطفوی پای تابلو می‌رود و می‌نویسد:

$$\begin{cases} x+y=۲۰ \rightarrow \boxed{x=۲۰-y} \\ ۴x+۲y=۵۲ \end{cases}$$
$$۴(۲۰-y)+۲y=۵۲$$
$$۸۰-۴y+۲y=۵۲$$
$$۲۸=۲y \Rightarrow y=۱۴$$
$$x=۲۰-y$$
$$x=۲۰-۱۴=۶$$

آقای رهنما: آفرین. همان‌طور که اشاره شد با راهبرد رسم شکل هم به همین عددها رسیدیم.

همان‌طور که در ابتدای صحبت‌های امروز اشاره کردم، شروع جبر با ریاضی‌دانان ایرانی بود. سالیان بعد **رنه دکارت**، ریاضی‌دان و فیلسوف قرن هفدهم، برای بررسی مسئله‌ها طرحی ارائه کرد. طرح او دارای سه گام اساسی است:

۱. هر مسئله‌ای از هر گونه‌ای باشد، به یک مسئلهٔ ریاضی منجر می‌شود.

۲. هر مسئله‌ای را از هر گونه‌ای که باشد، می‌توان به یک مسئلهٔ جبری تبدیل کرد.

۳. هر مسئلهٔ جبری را می‌توان به یک معادله تبدیل کرد.

علوی: آقا واقعاً همهٔ مسئله‌ها را می‌توان با راهبرد جبری حل کرد؟

آقای رهنما: نه همه را. گرچه طرح دکارت در همهٔ موارد به کار نمی‌آید، ولی مجموعهٔ بزرگی از مسئله‌ها را می‌توان با این روش بررسی کرد.

خب برای تمرین بیشتر این مسئله را به روش جبری حل کنید:

ریحانه دوکتاب بیشتر از سه برابر کتاب‌های مائده دارد. اگر ریحانه ۱۲ جلد از کتاب‌هایش را به مائده بدهد، آنگاه هر دوی آن‌ها به تعداد مساوی کتاب خواهند داشت. ریحانه در ابتدا چند کتاب داشته است؟

احمدی: اینجا با دو متغیر کار داریم: تعداد کتاب‌های ریحانه و تعداد کتاب‌های مائده.

آقای رهنما: بله درست می‌گویید. حالا فرض کنید تعداد کتاب‌های ریحانه در ابتدا x تا و تعداد کتاب‌های مائده در ابتدا y تا بوده است. چه رابطه‌ای بین این متغیرها و معلومات مسئله وجود دارد؟

احمدی: باید داشته باشیم: $x+۲=۳(y-۲)$ و: $x-۱۲=y$ ؛ این‌طور نیست ؟

آقای رهنما: نه جانم! باید از تعداد کتاب ریحانه دو واحد کم کنیم تا تعداد کتاب‌هایش با سه برابر تعداد کتاب‌های مانده برابر باشد. یعنی باید بنویسیم: $x-۲=۳(y-۲)$. از طرف دیگر اگر از تعداد کتاب‌های ریحانه ۱۲ تا کم کنیم، تعداد کتاب‌هایش $x-۱۲$ می‌شود. حالا تعداد کتاب‌های مانده چند تاست؟

احمدی: $y+۱۲$. بله متوجه شدم باید داشته باشیم: $x-۱۲=y+۱۲$. حالا اگر این دو رابطه، یعنی $x+۲=۳(y-۲)$ و $x=y+۲۴$ را با هم در نظر بگیریم، نتیجه می‌گیریم: $x=۳۵$ و $y=۱۱$.

آقای رهنما: حالا برای بررسی درستی جواب‌ها، آن‌ها را با اطلاعات مسئله بررسی می‌کنیم.

احمدی: اگر از تعداد کتاب‌های ریحانه ۲ تا کم کنیم می‌شود ۳۳ تا که سه برابر تعداد کتاب‌های مائده است. و اگر ۱۲ تا از آن کم کنیم می‌شود ۲۳ تا و ۱۲ تا را به تعداد کتاب مائده که ۱۱ تاست اضافه کنیم، او هم ۲۳ کتاب خواهد داشت. پس مسئله را درست حل کرده‌ایم.

آقای رهنما: آفرین. البته این مسئله را قبلاً با راهبرد آزمایش و خطا هم بررسی کرده بودیم. حالا این مسئله را بررسی کنید:

۱۵۰ کیلو آب نمک ۴ درصدی داریم. اگر بخواهیم آب نمک ۷ درصدی باشد، چند کیلوگرم نمک به محلول باید بیفزاییم؟

حسینی: آقا اینجا ما فقط یک متغیر داریم و آن هم مقدار نمکی است که باید به محلول اضافه کنیم.

آقای رهنما: بله همین‌طور است. حالا رابطهٔ بین متغیر و معلومات مسئله را به دست آورید.

احمدی: آقا ما باید x کیلوگرم نمک به محلول اضافه کنیم.. البته اول باید وزن نمک محلول اولیه را بدانیم که چون محلول ۴ درصد نمک است، پس میزان نمک می‌شود $\frac{۴}{۱۰۰}\times ۱۵۰=۶$ کیلوگرم. حالا به این مقدار نمک x کیلوگرم اضافه می‌کنیم تا نسبت جدید برابر ۷ درصد شود؛ یعنی: $\frac{x+۶}{۱۵۰}=\frac{۷}{۱۰۰}$. این‌طور نیست؟!

آقای رهنما: یک اشتباه کرده‌ای! وقتی شما به محلول x کیلوگرم نمک اضافه کنی، به وزن کل محلول هم این عدد افزوده می‌شود. پس باید داشته باشیم: $\frac{x+۶}{۱۵۰+x}=\frac{۷}{۱۰۰}$. حالا با حل این معادله به جواب مسئله می‌رسیم. یک نفر بیاید و معادله را حل کند.

محمودی: اجازه آقا! من این کار را انجام می‌دهم.

آقای رهنما: بفرمایید.

محمودی پای تابلو می‌رود و تابلو را پاک می‌کند و می‌نویسد:

$$\frac{x+6}{150+x}=\frac{7}{100}$$

$$100(x+6)=7(150+x)$$
$$100x+600=1050+7x$$
$$93x=450$$
$$x=\frac{450}{93}$$

آقای رهنما: آفرین! البته این مقدار تقریباً برابر ۴/۸۲ کیلوگرم نمک است.

حسینی: آقا در مسئله‌ای که حل کردیم نمی‌توانستیم آب محلول را با گرم کردن تبخیر کنیم تا به محلول ۷ درصد نمک برسیم؟!

آقای رهنما: آفرین این کار هم ممکن بود. حالا برای آنکه بدانید چند کیلوگرم از وزن آب باید تبخیر شود، به روش جبری مسئله را حل کنید.

مصطفوی: آقا اجازه! من مسئله را پای تابلو حل کنم؟

آقای رهنما: بفرما جانم!

مصطفوی (پای تابلو می‌آید): آقا اجازه اگر x کیلوگرم از آب محلول کاهش یابد، باید عدد x را به دست آوریم. برای این کار باید معادلهٔ $\frac{6}{150-x}=\frac{7}{100}$ را حل کنیم.

آقای رهنما: آفرین! البته بچه‌ها خودشان قادر به ادامهٔ حل مسئله هستند. جواب معادله هم تقریباً ۶۴/۲۹ کیلوگرم است که انجام این کار سخت است. حالا آخرین مسئله‌ای که امروز حل می‌کنیم:

یک عدد طبیعی طوری بیابید که اگر ۱۰۰ واحد یا ۱۶۸ واحد به آن بیفزاییم، حاصل مجذور کامل شود.

مصطفوی: آقا مسئله دشوار است. ما عدد را x در نظر گرفتیم. پس اگر داشته باشیم: $x+100$ و $x+168$، حاصل باید مربع کامل شود.

آقای رهنما: خب شما هر کدام را برابر یک مربع کامل مثلاً K^2 یا m^2 بنویس.

مصطفوی: یعنی باید داشته باشیم $x+100=k^2$ یا $x+168=m^2$. حالا دو معادله و سه متغیر داریم. مسئلهٔ دشواری شد.

آقای رهنما: البته برای حل مسئله کمی خلاقیت و دانش جبری لازم است. حالا اگر طرفین دو رابطه را از هم کم کنیم داریم: $m^2-k^2=68$. به این رابطه که در جبر به نام «اتحاد مزدوج» می‌شناسیم توجه کنید:

$$m^2-k^2=(m-K)(m+K)$$

یعنی طرف دوم رابطه به دو عبارت تجزیه می‌شود. اگر ۶۸ را به صورت حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی بنویسیم، داریم: 68×1 یا 34×2 و یا 17×4. حالا هر کدام را بررسی می‌کنیم.

اگر $(m-K)(m+K)=68\times1$ باشد باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}m-k=1\\ m+k=68\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}2m=69\Rightarrow m=\frac{69}{2}$$

اما امکان ندارد، چون m عددی طبیعی است. برای حالت بعدی هم باید داشته باشیم:

$$\begin{cases}m-k=4\\ m+k=17\end{cases}\longrightarrow 2m=21\Rightarrow m=\frac{21}{2}$$

که امکان ندارد. پس تنها یک حالت می‌ماند:

$$2\times34=(m-k)(m+k)$$

و یا: $m-k=2$ و $m+k=34$. از آنجا $m=18$ و $k=16$، در هر صورت $x=156$ می‌شود.

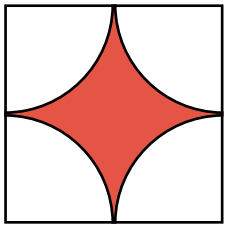
حالا خودتان جواب را آزمایش کنید و ببینید که درست حل شده است یا نه. برای تمرین استفاده از راهبرد روش جبری چند مسئله برای منزل در نظر گرفته‌ام. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های سؤال‌ها را بین بچه‌ها توزیع کنید.

تمرین

۱. آقای **محمدی** اگر با سرعت ۶۰ کیلومتر بر ساعت رانندگی کند، ۳ ساعت طول می‌کشد تا به ملاقات پدر و مادرش برود. اگر او با سرعت ۵۰ کیلومتر بر ساعت حرکت کند، سفرش چند دقیقه بیشتر طول می‌کشد؟

۲. **مینا** به مدت ۵۵ روز، هر روز از پدرش یک چک پول ۵۰ هزار تومانی یا صد هزار تومانی دریافت کرد. وقتی مجموع پول‌ها را شمرد، دریافت چهار میلیون تومان پس‌انداز کرده است. تعداد چک پول‌های ۵۰ هزار تومانی و تعداد چک پول‌های ۱۰۰ هزار تومانی او چند تا بوده است؟

۳. از چهار رأس مربع کمان‌هایی می‌زنیم تا شکل زیر حاصل شود. اگر مساحت ناحیهٔ سایه‌خورده ۳۶ مترمربع باشد، ضلع مربع چند متر است؟ (در اینجا π را برابر ۳ در نظر بگیرید.)



۴. **علی** به سکه‌های قدیمی علاقه‌مند است. او ۳۲۵ تومان سکهٔ پنج تومانی و ده تومانی دارد. سکه‌های پنج تومانی هشت تا بیشتر از سکه‌های ده تومانی اوست. او از هر نوع سکه چند تا دارد؟

جعفر ربانی

حکایت‌های علمی و خواندنی

انرژی خورشیدی



اشاره

دوستان عزیز دانش‌آموز، به شمارهٔ پایانی مجله در دورهٔ ۰۵-۱۴۰۴ رسیده‌ایم و این آخرین مطلبی است که در زمینهٔ حکایت‌ها و نوشته‌های علمی می‌خوانید و موضوع آن «انرژی خورشیدی» است.

در شمارهٔ اول- مهر ماه- سخنی از **گالیله** نقل کردیم که گفته بود: «ریاضیات زبان علم است». این سخن را به گونه‌ای دیگر هم نقل کرده‌اند؛ این‌گونه که گالیله گفت: «خداوند قوانین طبیعت را به زبان ریاضی برای ما بیان نموده است.» لذا نوشته‌هایی که شما پیش از این خواندید، اگرچه به ظاهر به رشته‌های فیزیک، شیمی و مهندسی مربوط می‌شد، ولی همهٔ آن‌ها مستقیم یا غیرمستقیم به ریاضیات متکی هستند؛ منظورمان مطالبی است مثل اتوفون گریکه و خلأ، پراونهٔ کشتی‌ها، کشتی سادکو در اعماق زمین، یک مسئلهٔ ساده و اکنون «انرژی خورشیدی».

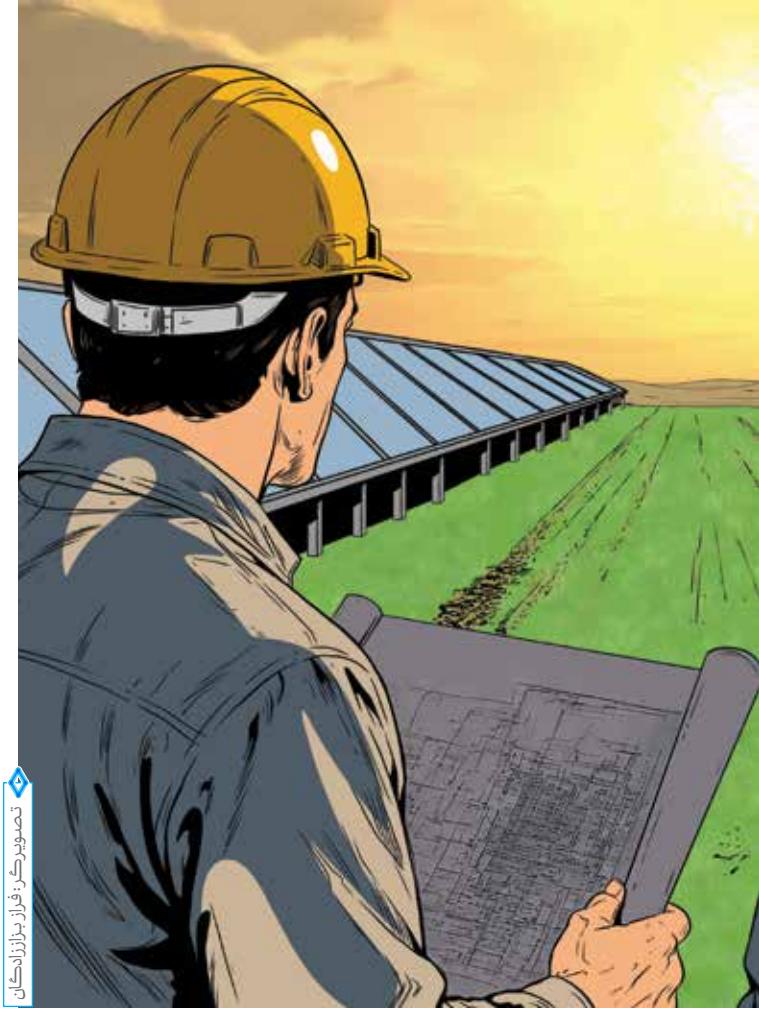
استفاده از نور و گرمای خورشید

می‌دانیم که خورشید اساساً منبع هر گونه انرژی در طبیعت است. اگر نور و گرمای خورشید نبود، حیات و زندگی هم وجود نداشت. اکنون که وجود دارد، نه تنها حیات وجود دارد، بلکه این کرهٔ آتشین منشأ تولید گرما، باد، طوفان، رویش و زایش، و هر حرکت و جنبشی است که در زمین و آسمان ما روی می‌دهد. بشر از آغاز تا امروز از نور و گرمای طبیعی خورشید استفاده می‌کرده، ولی بیش از ۱۰۰ سال نیست که این انرژی عظیم را در صنعت نیز به کار گرفته است. برای مثال در اوایل قرن بیستم، در بعضی از نقطه‌های اتحاد جماهیر شوروی، مثل تاشکند در ازبکستان، یک حمام خورشیدی ساخته بودند که روزانه تا هفتاد نفر در آن استحمام می‌کردند. و یا در ترکمنستان دستگاهی ساخته بودند که با نور خورشید کار می‌کرد و نمک آب دریا را می‌گرفت و آب شیرین تحویل می‌داد. اما تولید برق از نور خورشید پدیدهٔ نسبتاً جدیدی است که می‌رود به‌تدریج بشر را از اسارت سوخت‌های فسیلی، همچون نفت و زغال سنگ، تا حد زیادی آزاد کند.

همهٔ ما ماشین‌حساب‌های نوری را دیده‌ایم که باطری ندارند و مادام‌العمر با نور خورشید و حتی با نور لامپ، الکتریسیته تولید می‌کنند. همچنین امروزه در خیابان‌ها و پارک‌ها بسیاری از چراغ‌ها، و از جمله چراغ‌های راهنمایی سر چهارراه‌ها، با انرژی خورشیدی روشن می‌شوند. اساس کار این وسایل روشنایی با کار نیروگاه‌های خورشیدی یکی است و آن استفاده از «سلول فتوولتائیک» است؛ یعنی سلولی که نور را می‌گیرد و آن را به برق یا ولتاژ تبدیل می‌کند. در این باره بیشتر توضیح می‌دهیم.

مزرعهٔ خورشیدی

شاید کمتر کسی از شما دست‌کم تصویرها و عکس‌هایی از نیروگاه خورشیدی را ندیده باشد. نیروگاه خورشیدی که به آن مزرعهٔ خورشیدی هم می‌گویند، زمین بزرگی



تصویرگر: فراز برازادگان

است پوشیده از صدها و بلکه هزاران صفحهٔ شیشه‌های شفاف که به‌طور منظم و با هندسه‌ای زیبا، کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. این صفحه‌ها که به آن‌ها «پنل» هم می‌گویند، هر یک به هنگام روز نور خورشید را می‌گیرند و با سلول‌های فتوولتائیک خود آن را به الکتریسیته تبدیل می‌کنند. سپس این الکتریسیته را از طریق سیم‌هایی که به آن‌ها متصل‌اند ذخیره می‌کنند و یا تحویل مراکز مصرف می‌دهند. و اما سؤال این است که انرژی نور خورشید چگونه به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود؟ اینجا باید با ماده‌ای به نام سیلیکون آشنا شویم.

سیلیکون ماده‌ای است که از سیلیسیم (Si) که از شبه‌فلزهاست و عنصرهای دیگری مثل کربن و اکسیژن ساخته شده است. این ماده را دانشمندی انگلیسی به نام **فردریک کیپینگ** کشف کرد. این کشف او به کشف خانوادهٔ سیلیکون‌ها منجر شد. سیلیکون‌ها امروزه در تولید و ساخت هزاران نوع محصول، به‌ویژه تراشه‌ها و ترانزیستورها، کاربرد دارند.

سلول فتوولتائیک هم نوعی سیلیکون است که وقتی نور ببیند، الکترون‌های موجود در آن دچار فعل و انفعالاتی می‌شوند و در نتیجه الکتریسیته تولید می‌کنند. مهندسان از همین خاصیت استفاده کرده و صفحه‌های خورشیدی بزرگی ساخته‌اند که با مجموعه‌ای عظیم از آن‌ها می‌توانند نیروگاه برق بسازند.

باید دانست که برق خورشیدی از نوع برق مستقیم است. یعنی مثل برق باتری است که ناشی از حرکت الکترون‌ها میان کاتد و آند یا قطب مثبت و منفی پدید می‌آید. این برق با برق متناوب که در نیروگاه‌ها و سدها تولید می‌شود، متفاوت است. برق نیروگاه‌ها و سدها در اثر چرخش مغناطیسی تولید می‌شود. البته مشکلی نیست، چون می‌توان برق مستقیم را با دستگاهی به نام **اینورتور** به برق متناوب تبدیل کرد و این کاری است که در نیروگاه‌های خورشیدی انجام می‌شود.

فایده‌ها و مزیت‌های نیروگاه‌های خورشیدی

مهم‌ترین این فایده‌ها عبارت‌اند از: ۱. منبع انرژی پاک و تجدیدپذیر؛ ۲. درآمدزایی پایدار؛ ۳. هزینهٔ نگهداری پایین؛ ۴. طول عمر بالا و پایدار؛ ۵. ارزان برای کشورهایی که دارای زمین بسیار و آفتاب تابان در بیشتر روزهای سال هستند که خوش‌بختانه ایران ما از این دو مزیت برخوردار است.

نیروگاه خورشیدی متمرکز

نوعی نیروگاه خورشیدی هم داریم که در آن از سیلیکون و سلول فتوولتائیک استفاده نمی‌شود، بلکه از آینه‌های بزرگ استفاده می‌شود. به این ترتیب که با تاباندن نور خورشید به وسیلهٔ آینه‌ها بر یک نقطه، آن‌قدر حرارت را بالا می‌برند که آب را به جوش می‌آورد و به بخار تبدیل می‌کند. این بخار می‌تواند توربینی را به حرکت درآورد و مثل دیگر نیروگاه‌های حرارتی برق متناوب تولید کند. پس می‌بینیم بین نیروگاه خوشیدی سیلیکونی و نیروگاه خورشیدی متمرکز تفاوت بسیار است.

از «سیلیکون ولی» هم بگوییم

درهٔ سیلیکون یا سیلیکون ولی نام مکانی است در آمریکا. در اواسط قرن بیستم، این مکان که در جنوب سانفرانسیسکو واقع است، به مرکز اصلی شرکت‌های تولیدکنندهٔ نیمه‌هادی‌ها و تراشه‌های سیلیکونی تبدیل شد. همان‌طور که گفتیم سیلیکون ماده‌ای کلیدی در ساخت ترانزیستورها و مجتمع‌ها یا «آی‌سی»هاست که اساس صنعت الکترونیک را تشکیل می‌دهند. این تراشه‌ها مغز رایانه‌ها، تلفن‌های هوشمند و سایر دستگاه‌های الکترونیکی هستند.

دانشمندان و مهندسانی که در دانشگاه استنفورد و شرکت‌های مرتبط با صنایع الکترونیکی در این منطقه فعالیت داشتند، پیشگامان انقلاب نیمه‌هادی‌ها بودند. به همین دلیل این منطقه به «درهٔ سیلیکون» شهرت یافت و این نام‌گذاری به تدریج یک اصطلاح جهانی شد؛ طوری که در ایران هم به یکی از شهرک‌های تولیدات الکترونیکی در تهران، گاهی «درهٔ سیلیکون ایران» می‌گویند.

آریان خلیلی

بازی‌های برخط و شبکه‌های اجتماعی

دغدغه‌های دنیای دیجیتال برای نوجوانان

(قسمت هشتم)

امروزه بازی‌های دیجیتال فقط وسیله‌ای برای سرگرمی نیستند، بلکه به نوعی شبکهٔ اجتماعی تبدیل شده‌اند. بسیاری از بازی‌ها به بازیکنان اجازه می‌دهند با دوستان یا افراد ناشناس از سراسر جهان بازی کنند، گفت‌وگو داشته باشند، گروه بسازند و تجربه‌های خود را به اشتراک بگذارند.

بازی به‌عنوان یک شبکهٔ اجتماعی

امروزه بازی‌های برخط (آنلاین) به محیط‌هایی تعاملی تبدیل شده‌اند. به همین دلیل شباهت زیادی به شبکه‌های اجتماعی دارند. در بسیاری از بازی‌های برخط:

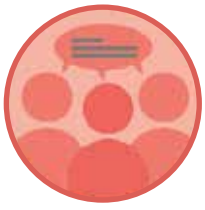
- بازیکنان آواتار (شخصیت مجازی) دارند.
- می‌توانند پیام متنی یا صوتی ارسال کنند.
- در تیم‌ها یا کلن‌ها عضو شوند.
- پیشرفت‌ها و دستاوردهای خود را به دیگران نشان دهند.

خوب است بدانید که برخی بازی‌ها برای محافظت از کودکان و نوجوانان، ارتباطات را محدود می‌کنند یا امکان کنترل والدین را فراهم می‌سازند تا استفاده از این فضاها ایمن‌تر و مناسب‌تر باشد.

بازی‌های برخط؛ فراتر از بازی‌کردن

امروزه دنیای بازی‌های دیجیتال تنها به بازی‌کردن محدود نمی‌شود. بسیاری از نوجوانان علاوه بر بازی، تماشاگر بازی دیگران نیز هستند و از طریق پخش زنده (استریم)، ویدئوهای آموزشی یا سرگرم‌کننده، با بازی‌ها ارتباط برقرار می‌کنند. آن‌ها دربارهٔ بازی‌ها نظر می‌دهند، تجربه‌های خود را به اشتراک می‌گذارند و از یکدیگر یاد می‌گیرند. به همین دلیل، بازی‌های برخط به بخشی از فرهنگ دیجیتال امروزی تبدیل شده‌اند و نقش مهمی در شیوهٔ ارتباط و یادگیری نوجوانان دارند.



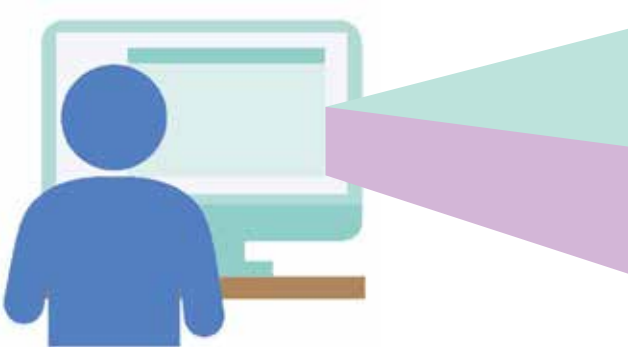




در صورت استفادهٔ درست و متعادل، بازی‌های برخط می‌توانند مزیت‌های زیادی داشته باشند. این بازی‌ها به حفظ ارتباط با دوستان کمک می‌کنند و فرصتی برای آشنایی با افراد و فرهنگ‌های متفاوت فراهم می‌آورند. همچنین انجام بازی‌های گروهی و چالش‌برانگیز می‌تواند مهارت‌هایی مانند حل مسئله، تصمیم‌گیری و کار گروهی را تقویت کند. افزون بر این، بازی‌کردن در حد تعادل می‌تواند سرگرم‌کننده باشد و به کاهش فشار روانی کمک کند.

چالش‌ها، ایمنی و دنیای سکوهای بازی برخط

در کنار جذابیت‌ها و سرگرمی‌های بازی‌های برخط، این فضا می‌تواند چالش‌هایی نیز به همراه داشته باشد. برخی بازیکنان ممکن است با رفتارهای توهین‌آمیز یا آزاردهنده روبه‌رو شوند، یا زمان زیادی را صرف بازی کنند که بر درس و زندگی روزمرهٔ آن‌ها تأثیر بگذارد. همچنین به اشتراک‌گذاشتن اطلاعات شخصی در محیط‌های برخط می‌تواند خطراتی به دنبال داشته باشد. به همین دلیل لازم است بازیکنان از تنظیمات حریم خصوصی استفاده کنند، کاربران آزاردهنده را گزارش دهند و میان بازی، درس و دیگر فعالیت‌های روزانه تعادل برقرار کنند تا تجربه‌ای سالم و ایمن داشته باشند.



بازی‌های برخط امروزه روی سکو(پلتفرم)های متفاوتی انجام می‌شوند. شبکه‌های پیشانه‌ای (کنسولی) مانند پلی‌استیشن و ایکس‌باکس، فروشگاه‌ها و شبکه‌های بازی روی رایانه، و همچنین بازی‌های برخط تلفن همراه از رایج‌ترین این سکوها هستند. بسیاری از این سکوها امکان بازی مشترک بین دستگاه‌های گوناگون را فراهم کرده‌اند و به بازیکنان اجازه می‌دهند بدون توجه به نوع وسیلهٔ خود، با دیگران بازی کنند.

فعالیت ۱. مدیریت زمان بازی (میانگین و درصد)

هدف: محاسبهٔ میانگین، محاسبهٔ درصد و تفسیر داده‌های واقعی

دانش‌آموزی زمان بازی خود را در طول یک هفته این‌گونه ثبت کرده است:

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
زمان بازی (برحسب دقیقه)	۴۵	۴۰	۳۰	۵۰	۶۰	۱۰۰	۱۲۰

پرسش‌ها:

الف) میانگین زمان بازی روزانه چقدر است؟

ب) کل زمان بازی هفتگی چند ساعت است؟

پ) اگر توصیه شود حداکثر **یک ساعت در روز** بازی شود، این دانش‌آموز چند درصد بیشتر یا کمتر از حد مجاز بازی کرده است؟

ت) پیشنهاد دهید این دانش‌آموز چگونه می‌تواند زمان بازی خود را متعادل‌تر کند.

فعالیت ۲. نمودار محبوبیت سکو(پلتفرم)های بازی برخط (آمار و نمودار)

هدف ریاضی: جمع‌آوری داده، رسم نمودار ستونی یا دایره‌ای و مقایسهٔ داده‌ها

در یک کلاس ۳۰ نفره، دانش‌آموزان دربارهٔ سکوی بازی مورد علاقه‌شان نظر داده‌اند:

سکو (پلتفرم)	تلفن‌همراه	پیشانه (کنسول)	رایانه
تعداد	۱۲	۱۰	۸

پرسش‌ها:

الف) نمودار ستونی یا دایره‌ای رسم کنید. هر سکو چند درصد از کل را تشکیل می‌دهد؟

ب) اختلاف محبوب‌ترین و کم‌محبوب‌ترین سکو چند نفر است؟

پ) اگر پنج دانش‌آموز جدید اضافه شوند و همگی تلفن همراه را انتخاب کنند، نمودار چگونه تغییر می‌کند؟

فعالیت ۳. زاویهٔ دید و میدان دید در بازی‌ها (هندسه)

هدف: زاویه، نسبت‌ها و مقایسهٔ هندسی

در یک بازی در حالت عادی زاویهٔ دید بازیکن ۹۰ درجه است. وقتی همین بازی را در حالت پیشرفته انجام دهید، زاویهٔ دید می‌تواند تا ۱۲۰ درجه افزایش یابد.

پرسش‌ها:

الف) زاویهٔ دید چند درجه افزایش یافته است؟

ب) این افزایش چند درصد از زاویهٔ اولیه است؟

پ) اگر میدان دید ۱۸۰ درجه باشد، حالت پیشرفته چه کسری از کل میدان دید انسان را پوشش می‌دهد؟

ت) چرا افزایش زاویهٔ دید می‌تواند روی عملکرد بازیکن تأثیر بگذارد؟

فعالیت ۴. پیشرفت در بازی و دنباله‌های عددی (الگوها)

هدف ریاضی: دنبالهٔ عددی، الگوها و پیش‌بینی

امتیاز یک بازیکن در پایان هر روز مطابق جدول زیر افزایش می‌یابد:

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
امتیاز	۱۰۰	۱۵۰	۲۲۵	۳۳۷	؟	؟	؟

پرسش‌ها:

الف) الگوی افزایش امتیاز را پیدا کنید.

ب) امتیاز روز پنجم را محاسبه کنید.

پ) آیا این یک دنباله حسابی است یا هندسی؟ چرا؟

ت) اگر این الگو ادامه پیدا کند، امتیاز روز هفتم تقریباً چقدر خواهد بود؟



اشتباه‌های محاسباتی

افشین خاصه‌خان

علاقه‌مندان ریاضی درود و آرامش بر شما. بسیار سپاسگزاریم که با تعقیب مقاله‌ها به ما انرژی می‌دهید و در ادامهٔ این مسیر به ما انگیزه می‌بخشید. در شمارهٔ آخر نیز اشتباه متداول دیگری را معرفی می‌کنیم. امیدواریم برای دوست‌داران آموزش ریاضی مفید واقع شود.

اشتباه متداول: تشخیص نادرست در رسم میانهٔ مثلث

یکی دیگر از اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان تشخیص نادرست میانه‌ها در مثلث است. معمولاً دانش‌آموزان نمی‌توانند میانهٔ خواسته‌شده را رسم کنند و در سؤال‌های ترسیمی مرتکب اشتباه‌های متداول می‌شوند. دانش‌آموزان زیادی وجود دارند که در سؤال‌ها مربوط به میانه تشخیص نمی‌دهند که کدام میانه مد نظر سؤال است یا بدتر از آن اصلاً میانه چیست؟ یک نقطه است؟ پاره‌خط است؟ ... که او باید آن را رسم کند.

تشخیص علت

می‌توان گفت علت اصلی این خطای پرتکرار، نارسایی این دانش‌آموزان در درک عمیق مفهوم میانه است. آن‌ها به علت برقرارنکردن رابطهٔ صحیح میان معنی کلمهٔ میانه و ترسیم هندسی متناظر با آن، هنگام اجرا دچار اشتباه در فراخوانی می‌شوند و این خطای متداول را انجام می‌دهند.

تجویز و درمان

برای درمان این نارسایی بهتر است ابتدا روی معنی میانهٔ مثلث تمرکز کنیم. از دانش‌آموز می‌خواهیم مثلث دل‌خواهی رسم و رأس‌های آن را نام‌گذاری کند (مثلاً ABC). حال از او می‌خواهیم میانهٔ AM را رسم کند و منتظر می‌مانیم تا رسم را انجام دهد. او برای رسم میانه به دنبال نقطهٔ M می‌گردد. احتمالاً از نقطهٔ A عمودی بر ضلع BC رسم می‌کند یا وسط یکی از ضلع‌های AC یا AB را به عنوان میانه نشان می‌دهد. در مورد اول او می‌داند میانه یک پاره‌خط است، اما در حالت دوم معلوم می‌شود از ماهیت میانه بی‌اطلاع است (یعنی نمی‌داند میانه پاره‌خط است؟ نقطه است؟ یا...).

در حالت اول از او می‌پرسیم نقطهٔ M کجاست؟ با توجه به ترسیم خودش او پاسخ می‌دهد پای عمود روی ضلع BC. حال بهترین زمان برای این پرسش است که: «معنی میانه چیست؟» با توجه به ترسیم خودش، پاسخ او احتمالاً بین دو نقطه است (نقطه‌های B و C)؛ بدون اشاره به کلمهٔ وسط. در این لحظه بهتر است مداخله انجام شود تا او بداند منظور از لغت «میان» همان وسط دو نقطه است (که منحصر به فرد است)؛ نه هر نقطه بین آن‌ها. اکنون از او می‌خواهیم رسم خودش را اصلاح کند. او مطمئناً نقطهٔ وسط ضلع BC را انتخاب و از A به آن وصل می‌کند. این یعنی آموزش انجام یافته و دانش‌آموز تفهیم شده است.

در حالت دوم که دانش‌آموز ماهیت میانه را نمی‌داند، کار کمی متفاوت می‌شود. بهتر است مداخله زودتر صورت پذیرد، چون او فکر می‌کند میانه یک نقطه است. به همین خاطر دنبال نقطه‌ای (یا وسط یا هر نقطه) روی ضلع AB یا AC می‌گردد. بنابراین از او می‌پرسیم: «ماهیت میانه چیست؟» و برایش گزینه مطرح می‌کنیم: نقطه؟ خط؟ یا پاره‌خط؟ با توجه به رسمی که انجام داده، او بین نقطه و پاره‌خط مردد است و با مکث روی عبارت «میانهٔ AM» شک نمایان می‌شود.

برای حل این نارسایی کافی است بپرسیم: «در ریاضیات نقطه و پاره‌خط را با چه نمادهایی نشان می‌دهند؟» با یادآوری مطالب گذشته به احتمال زیاد او متوجه خواهد شد AM پاره‌خط است حال او دنبال نقطهٔ M می‌گردد. به او یادآوری می‌کنیم که میانه روی هیچ ضلعی منطبق نیست، اما M وسط یکی از ضلع‌های مثلث است و به او فرصت تحلیل می‌دهیم. به این ترتیب او به دنبال نقطهٔ وسط روی ضلعی است که AM روی آن منطبق نشود و تنها نقطهٔ منحصربه‌فرد، وسط ضلع BC است. حال او متوجه می‌شود که میانه یک پاره‌خط است و از یک رأس به وسط ضلع مقابل به آن رسم می‌شود. مدت انجام فعالیت هر قدر طولانی‌تر و پرسش و پاسخ هر قدر بیشتر باشد، همانند یک داستان میزان ماندگاری موضوع بیشتر خواهد شد.

نسخهٔ تکمیلی

بهتر است این دانش‌آموزان درس سوم فصل ششم از کتاب ریاضی هشتم را به طور عمیق یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند، فعالیت‌های آن را انجام دهند و مطالب یاد گرفتهٔ خود را با مثال‌ها تطبیق دهند. سپس کار در کلاس‌ها و در پایان مسئله‌های آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند درک درستی از میانه، ماهیت آن و چگونگی رسم آن داشته باشند.



در شماره‌های گذشته آموختیم که می‌توان با استفاده از شیشه‌های دورریختنی؛ مانند شیشه‌های مربا و سس، وسایلی کاربردی و زیبا ساخت. این کار نه‌تنها به کاهش تولید زباله کمک می‌کند، بلکه فرصتی است برای اینکه با کمترین امکانات، وسایلی تازه و شخصی‌سازی‌شده بسازیم و به این ترتیب با محیط زیست هم مهربان‌تر باشیم.

در این شماره نیز می‌خواهیم با همین شیشه‌ها وسایل جدیدی تولید کنیم. از انتخاب رنگ‌ها و ترکیب آن‌ها گرفته تا اجرای طرح دلخواه‌تان روی شیشه و تعیین کاربرد نهایی محصول، همه‌چیز به خلاقیت شما بستگی دارد. می‌توانید از رنگ ویترای یا اکرلیک استفاده کنید و با طرح‌های سادهٔ هندسی، شخصیت‌های پویانمایی یا حتی ایده‌های الهام‌گرفته از طبیعت، یک شیشهٔ معمولی را به اثری هنری و کاربردی تبدیل کنید.





ندانعمتی

زباله‌ها همیشه دورریختنی نیستند!

برای دیدن مراحل ساخت رمزینه را پویش کنید.

قهرمان میدان فرمانده شهید



سرلشکر شهید عزیز نصیرزاده



سپهبد شهید محمد پاکپور



دریاسالار شهید علی شمخانی



سپهد شهید سیدعبدالرحیم موسوی



