



۸

رشد برهان

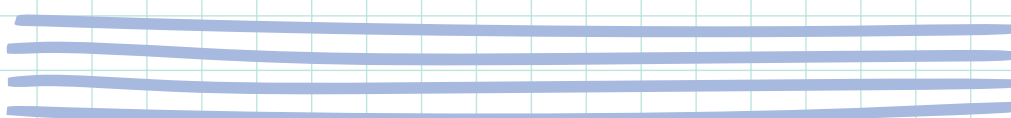
رایجی

وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۵۴ / ۴۰ صفحه / اردیبهشت ۱۴۰۴
پیامک: ۳۰۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN: 1735-4943



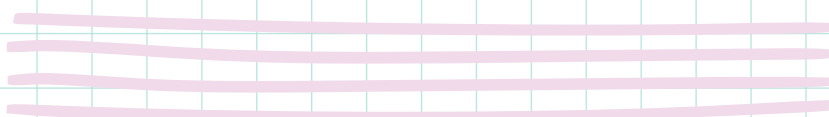
جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبای ما
آرامگاه خیام نیشابوری

سطح، حجم کاغذ و تا



آیا می‌توانید شکل‌های
مسطح را به شکل‌های
سه‌بعدی مربوط کنید؟

۱	۲	۱	آ
۳	۴	۲	پ
۵	۶	۳	ت
۷	۸	۴	ج
۹	۱۰	۵	ث
		۶	ن
		۷	ه
		۸	ی
		۹	
		۱۰	



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه
را پویش کنید.

بسم الله الرحمن الرحيم
الهم صل على محمد وآل محمد وعجل فرجه



وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۰۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / صفحه: ۴۰ / اردیبهشت ماه ۱۴۰۴

مدیر مسئول: سید سعید بدیعی / سردبیر: حسین نامی ساعی / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایزد موسی، مریم جعفر آبادی، مجید حکمت، روح الله خلیلی بروجنی،
خسرو داودی، محمدرضا سید صالحی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / مدیر هنری: کوروش پارسانژاد / طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه: اردیبهشت ۱۴۰۴: اول: روز سعدی / سوم: روز بزرگداشت شیخ بهایی / چهارم:
شهادت امام جعفر صادق (ع) / نهم: ولادت حضرت معصومه (س) و روز دختر / دهم: روز ملی
خلیج فارس / یازدهم: روز جهانی کار و کارگر / دوازدهم: شهادت استاد مرتضی
مطهری و روز معلم / نوزدهم: ولادت امام رضا (ع) / بیست و پنجم: روز بزرگداشت
فردوسی / بیست و هشتم: روز بزرگداشت حکیم عمر خیام و روز ملی ریاضیات
/ سیام: روز ملی جمعیت
شرح مناسبت های ماه را با پوشش رهنما ببینید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان قرار گیرد
و همه کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند. قیمت: ۱۸۰/۰۰۰ ریال

سخن سردبیر

گام اول پیروزی / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳

آموزش ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی و آرش رستگار / ۶

اشتباه های محاسباتی / افشین خاصه خان / ۱۷

مجموعه پروژه های کوچک برای ریاضی دانان کوچک / خسرو داودی و آرش رستگار / ۲۴

در کلاس درس آقای رهنما / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۷

گفت و گو

زندگی زیر چتر ریاضیات / گفت و گو با آیلین میرزائی / محمد دشتی / ۹

درک عمیق تر از جهان با کشف روابط پنهان ریاضی / گفت و گو با آزاده فرزانه / محمد دشتی / ۳۰

ریاضی و کاربرد

بیا بد کمی فکر کنیم! گردشگری - فرار دلارها / خسرو داودی / ۱۲

نگاهی به تغییرات آب و هوا و اثر گلخانه ای / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۴

اقتصاد، آموزش و ریاضی / ژما جواهری پور / ۱۸

چرا رقیب ها مغازه هایشان را نزدیک هم باز می کنند؟ / مترجم: مریم جعفر آبادی / ۳۴

ریاضی و سرگرمی

اندیشه ریاضی / عباس قلعه پور اقدم / ۱۶

جدول عدد ها / جعفر ربانی / ۳۳

کاربرد هندسه در معماری / ندانم تنی / ۳۸

جدول ریاضی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۴۰

باغ خاطرات

پسر خاله فیثاغورس / حبیب یوسف زاده / ۲۰

ریاضی و مسئله

تبدیل یکا به کمک توان / سیمین اکبری زاده / ۲۲

ریاضی و برنامه نویسی

زبان های برنامه نویسی آینده / آریان خلیلی / ۳۶

ایران زیبای ما نیشابور آرامگاه خیام

آرامگاه خیام شامل ده پایه است و از هر پایه دو تیغه مورب به طرف بالا حرکت می کنند. به طوری که با تقاطع این تیغه ها حجم کلی برج در فضا ساخته می شود. برخورد این تیغه ها با یکدیگر فضاهای پر و خالی و به خصوص در بالا ستاره های درهمی را به وجود می آورد که از لابه لای آن ها آسمان فیروزه ای نیشابور پیدامی شود و به تدریج به طرف نوک گنبد ستاره ها کوچکتر می شوند تا در آخر یک ستاره پنج پر ببینیم. این ستاره ها روی آسمانی که از فضای خالی بنا پیداست خدمات هنجم نامی ایران را یادآوری می کنند.

فروش و اشتراک
مجلات رشد



برای مشاهده شرایط ارسال
مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطه
اول، رهنما را پوشش کنید.



nazar.roshdmag.ir



نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطه اول
در پیام رسان شاد:

@roshd_borhan1



حسین نامی ساعی

گام اول پیروزی

روز معلم مبارک.

◀ **تمرین فراوان:** با تکرار و مرور مداوم، بر موضوعات تسلط بیشتری پیدا خواهید کرد. ▶ **استراحت کافی:** مغز خسته نمی‌تواند به‌درستی عمل کند. خواب به‌اندازه ضروری است. ▶ **تغذیه سالم:** رژیم غذایی مناسب انرژی لازم برای تمرکز بهتر را فراهم می‌کند. ▶ **آرامش و اعتماد به نفس:** آرامش روحی می‌تواند عملکرد را بهبود بخشد.

و اگر زمان کمی برای آماده‌شدن دارید، این نکات را مدنظر قرار دهید:

◀◀ بر مباحث مهم‌تر تمرکز کنید. ▶◀ وقت خود را هوشمندانه و به بخش‌های کوچک تقسیم کنید. ▶◀ خلاصه نکات کلیدی را مرور و مطالب مهم را بارها تکرار کنید.

اما در آخر، برای موفقیت در درس ریاضی، چه باید کرد؟ ریاضی یکی از درس‌هایی است که بیشتر دانش‌آموزان با آن مشکل دارند. اما با چند راهکار ساده می‌توانید بر این چالش غلبه کنید:

■ **درک مفاهیم:** ابتدا مطمئن شوید اصول اولیه ریاضی را کاملاً یاد گرفته‌اید، زیرا این مفاهیم زیربنای مسائل پیچیده‌تر هستند.

■ **حل تمرین:** حل تمرین‌های متعدد مهارت‌های شما را تقویت می‌کند و با سؤال‌های متفاوت آشنا می‌شوید.

■ **یادداشت فرمول‌ها و نکته‌های اصلی:** این نکته‌ها هنگام دوره‌های سریع بسیار کارآمد هستند.

■ **حل نمونه سؤال:** بررسی سؤال‌های امتحانی سال‌های گذشته، الگوی طراحی سؤال را برای شما روشن‌تر می‌کند.

■ **مطالعه گروهی و مشورت با معلمان:** شرکت در گروه‌های مطالعاتی، فرایند یادگیری را ساده‌تر و مؤثرتر می‌کند. اگر سؤال یا مشکلی دارید، گاهی اوقات معلمان شما بهترین راهنماها هستند.

■ **حفظ تمرکز و انرژی، با استراحت و خواب کافی.** امیدوارم این پیشنهادها بتوانند از ترس و اضطراب شما کم و زمینه موفقیتتان در امتحان‌ها را فراهم کنند. موفق باشید.

سلام به همه دوستان و همراهان عزیز مجله رشد ریاضی برهان متوسطه اول!

بسیار خوش‌حالیم که در این شماره از مجله هم در کنار شما هستیم. کم‌کم به امتحان‌های پایان خرداد نزدیک می‌شویم و شاید ذهن شما به‌شدت درگیر امتحان‌ها باشد. اگر نگران، دلوایس یا مضطرب هستید، طبیعی است. من هم زمانی که خودم در دوران امتحان‌ها بودم، چنین احساسی داشتم. جالب اینکه همین اضطراب و نگرانی گاهی باعث می‌شد بهتر عمل کنم. واقعیت این است که ترس همیشه چیز بدی نیست؛ به‌ویژه اگر بتوان از آن به‌عنوان نیرویی اثرگذار استفاده کرد.

ترس از امتحان در نگاه اول ناخوشایند به نظر می‌رسد، اما اگر به‌درستی هدایت شود، می‌تواند فایده‌های مثبت داشته باشد، مثل:

● **افزایش انگیزه:** نگرانی از نتیجه امتحان شما را به مطالعه عمیق‌تر و یادگیری دقیق‌تر ترغیب می‌کند.

● **دقت بیشتر:** کمی اضطراب می‌تواند شما را هنگام مطالعه یا امتحان دقیق‌تر کند.

● **آمادگی بهتر:** نگرانی از شکست غالباً ما را وامی‌دارد برای موفقیت بیشتر تلاش کنیم. همین باعث افزایش اعتماد به نفس نیز می‌شود.

● **شناسایی نقاط ضعف:** تمایل به رفع کاستی‌ها باعث می‌شود مطالب را عمیق‌تر و کامل‌تر مطالعه کنید.

البته باید توجه داشت، ترس بیش از حد می‌تواند آثار منفی بر عملکرد داشته باشد. بنابراین، یافتن تعادل میان انگیزه و نگرانی بسیار مهم است. اما چگونه این تعادل را پیدا کنیم؟

ابتدا باید بفهمیم چرا از امتحان می‌ترسیم. ترس از امتحان احساسی طبیعی است که ممکن است به چند دلیل ایجاد شود:

▼ ترس از شکست ▼ احساس آمادگی ناکافی ▼ انتظار بالای خود یا دیگران ▼ تجربه‌های ناخوشایند قبلی ▼ فشار ناشی از محیط امتحان و...

برای کاهش این ترس چه کاری می‌توان انجام داد؟

◀ **برنامه‌ریزی:** زمان مطالعه را به‌طور منظم تنظیم کنید تا دچار کمبود وقت نشوید.



با پوشش رمزینه
مقاله‌های سال‌های
قبل را ببینید.

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

● محمود نصیری

کاربردهای مسئله کوتاه‌ترین مسیر

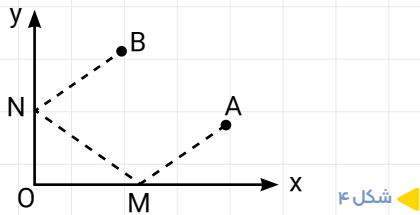
جالب‌تری را حل کنیم، از این مفهوم‌ها استفاده می‌کنیم. بازتاب یا همان عمل قرینه پیدا کردن نقطه‌های نسبت به یک خط است که وقتی A' قرینه A نسبت به یک خط m است، آنگاه خط m عمودمنصف AA' است و این بسیار کاربرد دارد و دارای اهمیت است. همچنین، آنچه را به طور مرتب در رابطه با بازتاب به کار می‌بریم، این است که از M نقطه‌ای روی خط بازتاب و A' قرینه A یا بازتاب A نسبت به خط بازتاب باشد، همواره $MA=MA'$. این را در بخش قبلی هم توضیح دادیم، زیرا یک هم‌نهشتی بین دو مثلث است.

در آخرین مقاله از این مجموعه مقاله‌ها سعی می‌کنیم مسئله‌های متنوعی را از آنچه در شماره‌های قبلی مطرح کردیم، بیان کنیم. مهم‌ترین مطالبی که بحث شد، در رابطه با نامساوی مثلثی و مسئله کوتاه‌ترین مسیر بود. درباره مسئله کوتاه‌ترین مسیر، در حالتی که فقط یک خط و دو نقطه در دو طرف آن یا یک طرف آن وجود داشته باشد، بحث کردیم. چون در مقاله‌های سال‌های قبل در مورد بازتاب و انتقال بحث‌هایی داشته‌ایم پس برای آنکه بتوانیم مسئله‌های

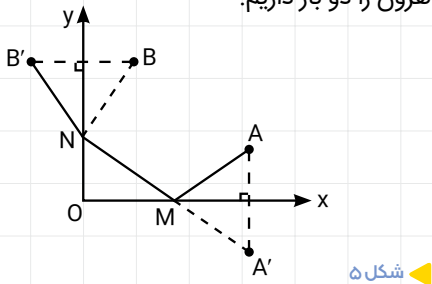
پس قرینه A نسبت به خط ox را A' می‌نامیم. از A' به B وصل می‌کنیم. هر جا ox و oy را قطع کند، به ترتیب M و N می‌نامیم. اکنون مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر است که دارای شرایط مسئله است، زیرا طول این مسیر برابر طول پاره‌خط $A'B$ است که کوتاه‌ترین فاصله بین A و B است و چون $AM=MA'$ پس $AM+MB$ یا همان $AM+MN+NB$ کوتاه‌ترین مسیر بین A و B است که شامل نقطه‌هایی روی ox و oy است.

البته توجه داشته باشید، در اینجا نقطه‌های A و B و $\angle xoy$ چنان داده شده‌اند که خط $A'B$ نیم‌خط‌های ox و oy را قطع می‌کند و می‌تواند حالت‌های مختلفی داشته باشد، اما ما وارد آن بحث نخواهیم شد، زیرا در اینجا هدف یک دید کلی به مسئله است و هیچ یک از مرحله‌های جزئی مسئله مدنظر نیست. اکنون مسئله را کمی مشکل‌تر می‌کنیم. فرض کنیم این بار A و B هر دو درون زاویه $\angle xoy$ باشند.

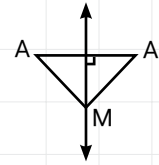
طرح مسئله: $\angle xoy$ و دو نقطه A و B درون آن مفروض‌اند. مسیری با کوتاه‌ترین طول از A به B پیدا کنید، به طوری که شامل یک نقطه از ox و یک نقطه از oy باشد.



چه مسئله قبلی و چه این مسئله بر این مفهوم استوارند که اگر بتوانیم مسیری هم‌اندازه این مسیر، چنان پیدا کنیم که به یک مسیر مستقیم تبدیل شود در این صورت این مسیر کوتاه‌ترین است. در واقع در این مسئله انگاری مسئله هرون را دو بار داریم.



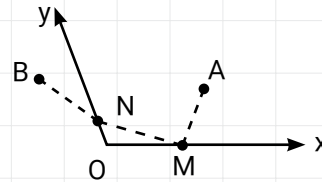
فرض کنید قرینه‌ها یا بازتاب‌های A نسبت به ox و B نسبت به oy به ترتیب نقطه‌های A' و B' باشند. چون $AM=MA'$ و $NB=NB'$ پس مسیر $AM+MN+NB$



شکل ۱

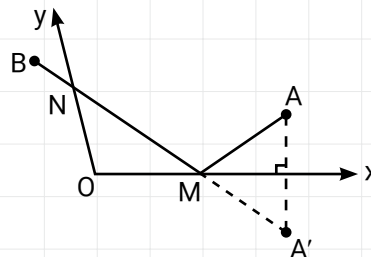
اولین مسئله یک تعمیم ساده‌تر از مسئله هرون است. این بار به جای یک خط، دو خط، یا به عبارت بهتر یک زاویه را در نظر می‌گیریم.

طرح مسئله: $\angle xoy$ و دو نقطه A و B را در صفحه آن طوری در نظر می‌گیریم که A مطابق شکل ۲ درون زاویه B بیرون زاویه باشد. می‌خواهیم مسیری از A به B پیدا کنیم که از A به نقطه‌ای روی نیم‌خط ox رفته و سپس از آنجا به نقطه‌ای روی oy برویم و سپس به نقطه B برسیم. این مسیر را به وسیله مسیر $AMNB$ در شکل به طور فرضی مشاهده می‌کنید.



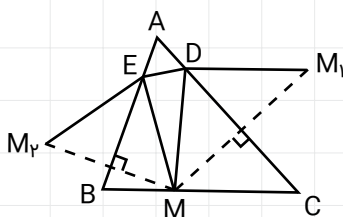
شکل ۲

اکنون M و N به ترتیب روی ox و oy کجا انتخاب شوند تا مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر موردنظر باشد؟ در واقع این مسئله یک قدم از مسئله هرون جلوتر است. اگر هم با دقت بیشتری به مسئله توجه کنید، A با B در یک طرف خط شامل ox است، اما A با B در دو طرف خط شامل oy است. پس چنین به نظر می‌رسد که این شامل هر دو حالت مسئله کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه است که شامل نقطه‌ای روی ox و نقطه‌ای روی oy است. پس به نظر می‌رسد باید از هر دو حالت مسئله کوتاه‌ترین مسیر استفاده کنیم. اگر M روی ox مشخص شود، در این صورت چون M و B در دو طرف خط oy هستند، کافی است از M به B متصل کنیم. نقطه N مشخص می‌شود. پس ابتدا oy را نادیده می‌گیریم. در این صورت A و B در یک طرف خط ox هستند و در نتیجه دقیقاً با مسئله هرون یا کوتاه‌ترین مسیر، وقتی دو نقطه یک طرف یک خط هستند، روبه‌رو هستیم.



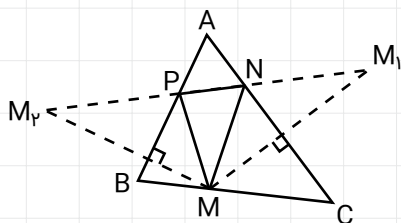
شکل ۳

نسبت به خط‌های AC و AB نقطه‌های M_1 و M_2 می‌نامیم.



شکل ۸

اکنون $MD+DE+EM=M_1D+DE+EM_2$. حال اگر بخواهیم مسیر M_1DEM_2 کوتاه‌ترین باشد، باید M_1, N, M_2 و P روی یک خط راست باشند. پس برای حل مسئله، بازتاب M را نسبت به AC و نسبت به AB پیدا می‌کنیم و M_1 و M_2 می‌نامیم. از M_1 به M_2 متصل می‌کنیم. هر جا ضلع‌های AC و AB را قطع کنند، همان نقطه‌های N و P هستند، زیرا اکنون محیط $\triangle MNP$ برابر مسیر M_1NPM_2 است که روی یک خط راست قرار دارد. پس کمترین مقدار را دارد (شکل ۹).

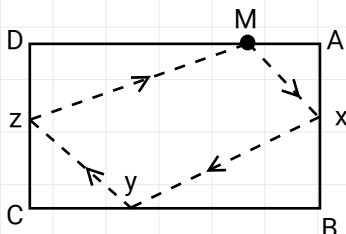


شکل ۹

اکنون این بخش را با طرح یک مسئله که حل آن را به عهده شما می‌گذاریم، به پایان می‌بریم.

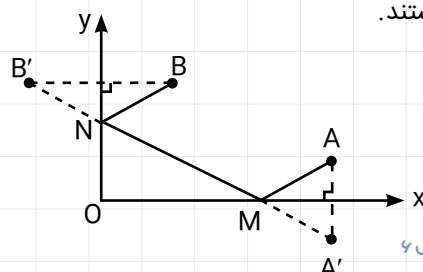
مسئله‌ای برای حل

استخری مطابق شکل به صورت مستطیل ABCD است (شکل ۱۰). شناگری از نقطه M روی یک لبه استخر وارد استخر می‌شود. او باید از M به نقطه‌ای روی ضلع AB و سپس از آن نقطه به نقطه‌ای روی ضلع BC برود و بالاخره از این نقطه به نقطه‌ای روی ضلع CD برود و سپس به نقطه M برگردد. مسیر او را چنان پیدا کنید که کوتاه‌ترین طول را داشته باشد. یعنی اگر نقطه‌های فرضی X, Y, Z را به ترتیب روی AB, BC و CD در نظر بگیریم، محیط چهارضلعی $WXYZ$ کمترین (مینیمم) باشد.



شکل ۱۰

برابر مسیر $A'M+MN+NB'$ است. اما مسیر $A'MNB'$ وقتی کمترین است که به یک مسیر مستقیم تبدیل شود، یعنی A', M, N, B' روی یک خط راست واقع شوند. بنابراین، روش حل مسئله مشخص می‌شود. ابتدا بازتاب A یا قرینه A' را نسبت به خط OX و بازتاب B یا قرینه B' را نسبت به OY پیدا می‌کنیم و به ترتیب A' و B' می‌نامیم. سپس از A' به B' متصل می‌کنیم. هر جا OY و OX را قطع کنند، همان نقطه‌های M و N هستند.

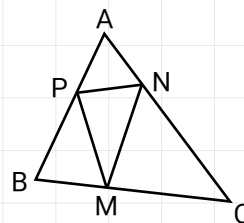


شکل ۶

و چون این مسیر یک مسیر روی یک خط راست است، پس کمترین یا کوتاه‌ترین است. در این صورت مسیر هم‌اندازه آن یعنی $AM+MN+NB$ نیز کوتاه‌ترین مسیر از A به B است که از نقطه M روی OX و نقطه N روی OY می‌گذرد (شکل ۶).

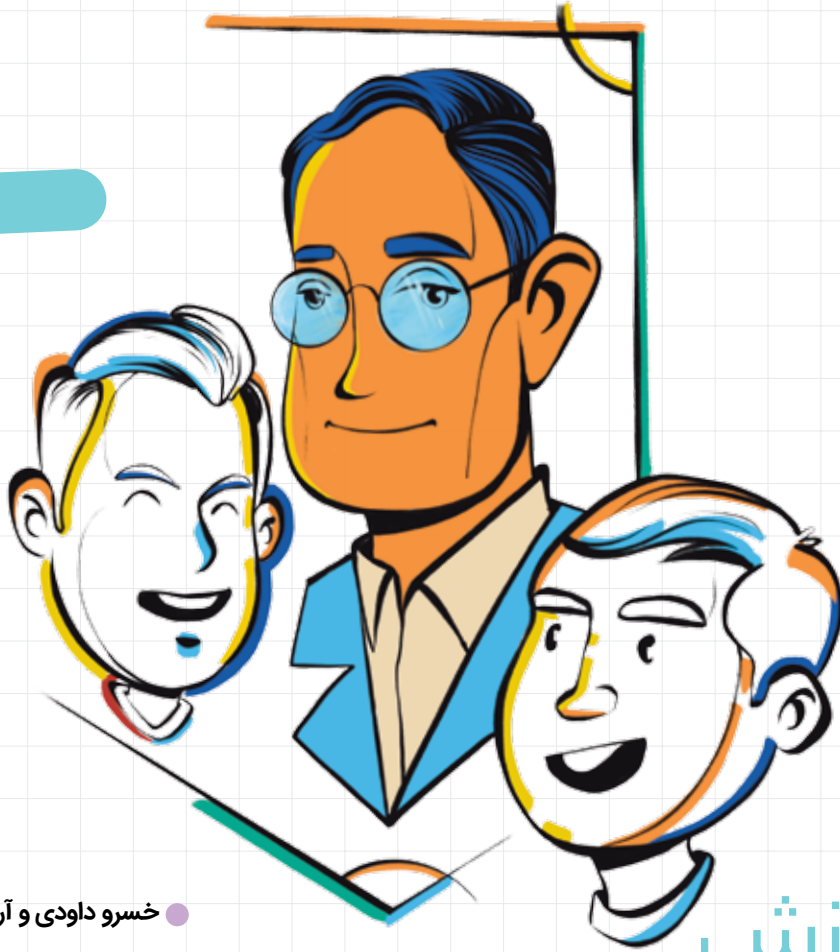
اکنون با همین ایده تبدیل یک مسیر به مسیر مستقیم، برای تعیین کوتاه‌ترین مسیر، مسئله دیگری را مطرح می‌کنیم که ماهیت همین مسئله‌ها را دارد، اما به نوع دیگری مطرح می‌شود. بعداً خواهید دید، این مسئله حالت خاصی از یک مسئله معروف به نام مسئله فاکتانو است.

طرح مسئله. $\triangle ABC$ را که همه زاویه‌های آن حاده هستند در نظر می‌گیریم. فرض کنیم M نقطه معلومی روی ضلع BC باشد. نقطه‌های N و P را روی دو ضلع دیگر چنان پیدا کنید که محیط $\triangle MNP$ کمترین باشد (شکل ۷).



شکل ۷

مثلت فرضی MDE را مطابق شکل ۸ در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم کمترین مقدار $MD+DE+EM$ را داشته باشد. سعی می‌کنیم ابتدا یک مسیر هم‌اندازه اینکه دو انتهای آن دو نقطه ثابت باشند، بسازیم. بازتاب‌های M را به ترتیب

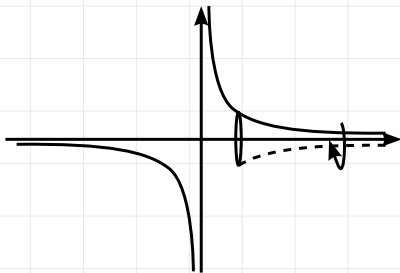


● خسرو داودی و آرش رستگار

آموزش ریاضی به روش گفت و گو

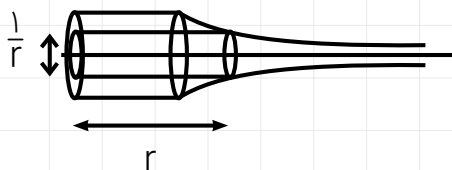
قسمت هشتم: شیپور اسرافیل

به بچه‌ها گفت: «آیا تا به حال شیپور اسرافیل را دیده‌اید؟»
به شوخی ادامه داد: «این شیپوری است که فرشته‌ای به
نام حضرت اسرافیل در آن می‌دمد و فرارسیدن روز قیامت
را اعلام می‌کند! البته این نام یک شوخی بیش نیست.
این شیپور را تورپچی معرفی کرده است. او پیشنهاد کرد،
قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را حول محور x ها دوران دهیم.



آقای الهی روش خاصی در تدریس ریاضی داشت. همه
معلم‌ها تلاش می‌کردند دانش‌آموزانشان را سیراب کنند، اما
آقای الهی سعی می‌کرد آن‌ها را تشنه به بیرون از کلاس
بفرستد تا خودشان برای یادگیری تلاش کنند. یک روز **آقای**
الهی وارد کلاس شد و یک شیپور هذلولوی با خود به کلاس
آورد.





و در آن‌ها شعاع قاعده $\frac{1}{b} \leq r \leq 0$ و $h = \frac{1}{r}$ است. مساحت چنین استوانه‌ای برابر $2\pi r h = 2\pi r \times \frac{1}{r} = 2\pi$ است که برابر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ است که به ما لایه‌ای از استوانه به شعاع $\sqrt{2}$ و ارتفاع $\frac{1}{b}$ را می‌دهد. بنا بر اصل کاوالیری، چون مساحت‌های لایه‌های متناظر برابرند، حجم شیپور به انضمام استوانه هم برابر است با حجم استوانه به شعاع $\sqrt{2}$ و ارتفاع $\frac{1}{b}$:

$$V = \pi R^2 H = \pi (\sqrt{2})^2 \frac{1}{b} = \frac{2\pi}{b}$$

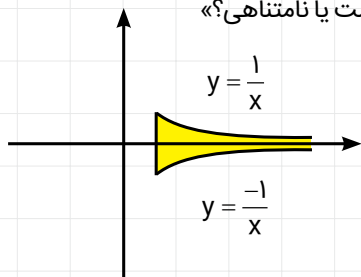
اگر استوانه اضافه شده به ته شیپور را برداریم، حجم خود شیپور به دست خواهد آمد:

$$V - V_0 = \frac{2\pi}{b} - \pi R_0^2 H_0 = \frac{2\pi}{b} - \pi \left(\frac{1}{b}\right)^2 b = \frac{\pi}{b}$$

و در حالت $b=1$ حجم شیپور اسرافیل برابر π خواهد بود. اما در دانشگاه که انتگرال را بخوانید، محاسبه سطح جانبی و حجم شیپور به کمک انتگرال را خواهید آموخت و خواهید دید که سطح جانبی شیپور نامتناهی است. پس شکلی پیدا کرده‌ایم که حجم آن متناهی، اما سطح آن نامتناهی است. حالا نوبت شماست بچه‌های عزیز. تناقضی نمی‌بینید؟

شاهکار و نامدار که برادرهای دوقلو بودند، از همه بیشتر شگفت‌زده شده بودند. این اولین بار بود که مفهوم متناهی را در کنار مفهوم بی‌نهایت کنار هم می‌دیدند. دوست داشتند حول هر یک از مفاهیم متناهی و بی‌نهایت در ذهنشان مرزی بکشند تا این دو از هم جدا بمانند. اما شیپور اسرافیل مزاحم مرز ذهنی آن‌ها می‌شد.

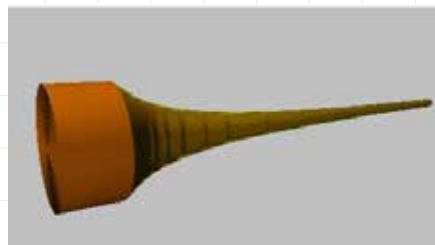
شاهکار پرسید: «آیا وجود چنین شکلی و اتفاق افتادن این پدیده، مخصوص بعد سوم است؟ در صفحه چنین پدیده‌ای ممکن نیست؟ مثلاً بین نمودارهای $y = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{-1}{x}$ مساحت متناهی است یا نامتناهی؟»



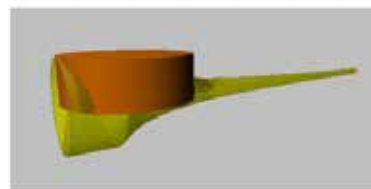
با این کار یک شیپور نامتناهی به دست می‌آوریم. تورپچلی، ریاضی‌دان ایتالیایی، ثابت کرد: اگرچه سطح جانبی این شکل نامتناهی است، اما حجم درون آن عددی متناهی است. البته در سنت مسیحی، چون باور دارند حضرت جبرئیل در سور می‌دمد، تورپچلی نام آن را شیپور جبرئیل گذاشت. اما ما که مسلمان هستیم، می‌توانیم آن را شیپور اسرافیل بنامیم. توجه کنید که نمودار $y = \frac{1}{x}$ شکل یک هذلولی را به دست می‌دهد و قسمتی از هذلولی حول یک «مجانِب» آن دوران داده شده است. مجانب خطی است که یک شاخه هذلولی به آن نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. در اینجا محور x ها مجانب است. تورپچلی برای اثبات متناهی بودن حجم از اصل «کاوالیری» استفاده کرد. او شکلی را ساخت که از دوران نمودار تابع زیر به دست آمده بود.

$$y = \begin{cases} \frac{1}{b} & x \in [0, b] \\ \frac{1}{x} & x \in [b, +\infty) \end{cases}$$

او نشان داد که اگر نمودار این تابع را حول محور x ها دوران بدهیم، شکل زیر به دست خواهد آمد.



که حجم آن برابر استوانه‌ای به ارتفاع $\frac{1}{b}$ و شعاع $\sqrt{2}$ است.



او شکل شیپور به انضمام استوانه خود را اجتماع از لایه‌های استوانه‌ای گرفت که تودرتو هستند.

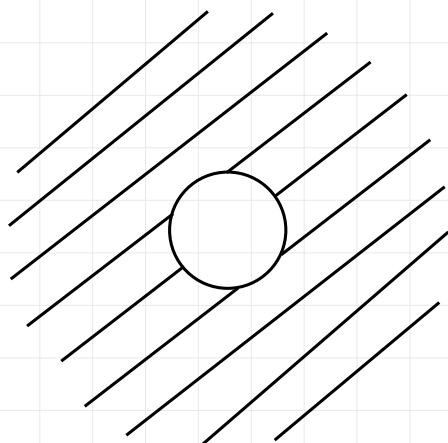
نامدار جواب داد: «اینجا دو تا مشکل می بینم. یکی اینکه برای من این تصور است که شکلی که داخل کره است و به قول شما کران دار است، می تواند آن قدر در خود پیچد که مساحتی نامتناهی داشته باشد. دیگر اینکه، چرا فرض می کنیم حجم مورد نظر ما داخل سطح جانبی است؟ شاید بیرون آن باشد!»

شاهکار پرسید: «یعنی چه که بیرون آن باشد؟»
نامدار پاسخ داد: «یعنی مثلاً حجم بیرون یک کره کوچک را در نظر بگیرید. مساحت مرز آن برابر مساحت کره است، اما حجم آن نامتناهی است.»

شاهکار خندید و گفت: «تو که مسئله خودت را حل کردی؛ شکلی با حجم نامتناهی و با سطح جانبی متناهی به دست آوردی!»

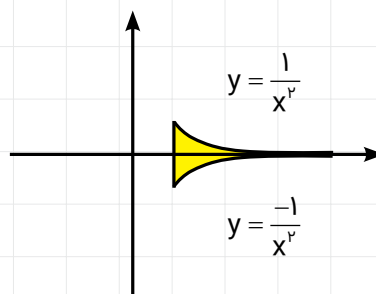
نامدار گفت: «ولی این حل را به کمک کره تو به دست آوردم. بدون ایده کران دار کردن سطح جانبی در کره، این ایده به فکر نمی رسید.»

آقای الهی گفت: «آفرین بر شما. همین کار را می توانید در صفحه هم انجام دهید. بیرون یک دایره کوچک مساحت نامتناهی دارد که لبه آن محیط دایره است که متناهی است.»



این روش درست تعامل است. اگر درست با هم تعامل و هم فکری کنید، می توانید علم تولید کنید. مهم این است که سؤالی را که درباره آن فکر می کنید، به طور دقیق فرمول بندی کرده باشید و بیان کنید تا جواب های شما قابل نقد باشند. این نقد پذیر بودن جواب هاست که باعث می شود علم تولید شود. در ریاضیات باید طوری حرف زد که بتوان آن را نقد کرد.

آقای الهی پاسخ داد، در شکلی که شما رسم کرده اید، مساحت هاشور خورده، نامتناهی است و طول خط های مرزی هم نامتناهی است. اما اگر ناحیه بین نمودارهای $y = \frac{1}{x^2}$ و $y = \frac{-1}{x^2}$ را در نظر می گرفتید، محاسبه به کمک روش انتگرال نشان می دهد که قسمت هاشور خورده متناهی خواهد بود. پس پدیده مورد نظر ما مخصوص بعد سوم نیست و در صفحه هم قابل مشاهده است. یعنی شکلی در صفحه هست که مرزش طول نامتناهی دارد، اما مساحتش متناهی است.»



نامدار گفت: «این شکل نشان می دهد ما مفاهیم متناهی و نامتناهی را درست نفهمیده ایم.»

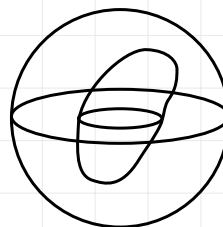
آقای الهی پاسخ داد: «تورپچلی و ریاضی دانان هم عصر او هم به همین نتیجه رسیدند.»

نامدار گفت: «برای من سؤالی پیش می آید. اگر شکلی مرز متناهی داشته باشد، ممکن است حجمش نامتناهی باشد؟ یعنی جای سطح جانبی و حجم را عوض کنیم. یعنی برعکس شیپور اسرافیل که حجم متناهی بود، اینجا حجم نامتناهی شود و برعکس شیپور اسرافیل که سطح جانبی نامتناهی بود، اینجا متناهی بشود؟»

شاهکار پاسخ داد: «در هر حال، اگر سطح جانبی کران دار باشد و به سمت بی نهایت حرکت نکند، حجم هم کران دار خواهد بود و متناهی خواهد شد.»

نامدار پرسید: «نمی فهمم. بیشتر توضیح بده.»

شاهکار توضیح داد: «اگر سطح جانبی ما داخل یک کره بزرگ باشد، حجم داخل آن هم داخل کره خواهد بود.»





● محمد دشتی

زندگی زیر چتر ریاضیات

گفت‌وگو با آیلین میرزائی، دانش‌آموز سال دهم رشته تجربی
وسازنده دستگاهی که معادله درجه اول را حل می‌کند!

دانش‌آموزان ما و به‌خصوص کسانی که در رشته‌هایی مانند ریاضی استعداد و پشتکار دارند، قطعاً از سطحی از هوش منطقی - ریاضی برخوردارند که می‌توانند در این زمینه بدرخشند و موفق شوند. اما واقعیت زندگی به‌خصوص در جهان رسانه‌ای شده امروز این است که فقط چنین هوشی نمی‌تواند تضمین‌کننده موفقیت آنان در زندگی فردی، خانوادگی و اجتماعی باشد. آن‌ها حتماً به هوش میان‌فردی، هوش هیجانی و نوعی از هوش نیازمند هستند که بتوانند برای ارتباط برقرار کردن و درک دیگران از آن بهره ببرند. موضوعی که به نظر می‌رسد آیلین به‌قدر کافی از آن برخوردار است و می‌توان آثار این توانایی و مهارت را در گفت‌وگوی پیش رو با او به عیان دید و به موفقیت آیلین نه تنها در زمینه ریاضی، بلکه در زندگی فردی و اجتماعی او امیدوار بود. این گفت‌وگوی صمیمی را با هم می‌خوانیم.

● با تشکر از شما که در این گفت‌وگو شرکت کردید، خودتان را به مخاطبان مجله رشد ریاضی برهان و خوانندگان این گفت‌وگو معرفی کنید.

○ آیلین میرزائی متولد ۲۳ شهریورماه ۱۳۸۸ در شهر شیروان از توابع استان خراسان شمالی هستم. دوران ابتدایی را در مدرسه هیئت امنایی تحصیل کردم و دوره اول متوسطه را در مدرسه فرزندگان ۱ گذراندم. در حال حاضر نیز دانش آموز سال دهم تجربی در مدرسه فرزندگان متوسطه دوم در شهرستان شیروان هستم.

کمی هم از علاقه خودتان به ریاضی و احیاناً درس‌های دیگری که دوستشان دارید بگویید.

○ از همان دوران ابتدایی علاقه زیادی به جمع و تفریق عددها داشتم و این علاقه با داشتن معلم خوب ریاضی، در من تقویت شد. علاقه و توجهم به ریاضی آن قدر ریشه‌دار بود که ذهنم را به شدت مشغول کرده بود. من می‌دیدم که هم‌کلاسی‌هایم در حل معادله با مشکل مواجه هستند و به همین دلیل به فکر

افتادم دستگای طراحی کنم که بتواند مشکلات بچه‌ها را در این خصوص برطرف کند. ضمن اینکه باید از مادرم بسیار تشکر کنم که حامی و پشتیبان من در یادگیری ریاضی بوده‌اند. در خصوص دیگر درس‌ها که سؤال کردید، باید بگویم علاقه زیادی به درس‌های زیست‌شناسی و شیمی دارم، چرا که از طریق این درس‌ها می‌توانم با وجود انواع مواد و کاربرد آن‌ها در زندگی روزمره آشنا شوم. علاوه بر آن از طریق زیست‌شناسی به نحوه بهتر زیستن انسان‌ها و همچنین ساختار و عملکرد بدن انسان بهتر آشنا می‌شویم که بسیار آموزنده و راهگشاست.

● کمی بیشتر در مورد ریاضی برایمان بگویید و در مورد شیوه و روش خودتان برای مطالعه یا مواجهه و فهم ریاضی صحبت کنید.

○ از نگاه من ریاضی بهترین علم برای حل مسئله‌های ساده و پیچیده است و رابطه انسان را با طبیعت، موسیقی، نقاشی، هنر و... برقرار می‌کند. علاوه بر آن باید بدانیم که ریاضی تنها به یادگیری کتاب درسی محدود نمی‌شود، بلکه تمام وجه‌های زندگی انسان‌ها زیر چتر علم ریاضی قرار دارد و شاید بتوان گفت انسان بدون ریاضی مانند جسمی بی‌روح است که نمی‌تواند رابطه لازم را با دنیای پیرامون خود برقرار کند. این موضوع و نوع نگاه به ریاضی آن‌قدر برایم مهم است که یک روز در مدرسه تصمیم گرفتم به هم‌کلاسی خودم کمک کنم ریاضی را بهتر درک کند؛ زیرا او همیشه در درس ریاضی و حل کردن معادله‌های درجه اول مشکل داشت. من از طریق دستگای که طراحی کرده بودم، مشکل او را رفع کردم و از این طریق او به ریاضی بیشتر علاقه‌مند شد.

در مورد شیوه مطالعه یا به قول شما مواجهه با ریاضی باید بگویم، قبل از رفتن به کلاس مطالبی را که دبیر می‌خواهد تدریس کند برای خودم مطالعه و مرور می‌کنم و برای ارتباط برقرار کردن و فهم مطالب جدید معلم آماده می‌شوم. ضمناً آنچه را معلم سر کلاس تدریس می‌کند خوب گوش می‌دهم و در منزل نیز تمرین‌های متفاوتی در مورد آن موضوع حل می‌کنم. از آنجا که اکثر بچه‌ها در درس ریاضی مشکل دارند، به عنوان یک دوست و هم‌کلاسی توصیه می‌کنم با دقت به توضیح‌های دبیر گوش دهند و مطالب جدید را چندین بار تمرین و مرور کنند تا بتوانند آن را به خوبی متوجه شوند و برای خودشان درونی و ماندگار کنند.

● نظرتان در مورد خواندن کتاب‌های کمک‌درسی یا کمک‌آموزشی که این روزها خیلی زیاد شده‌اند، چیست؟

○ به نظر من ابتدا باید کتاب‌های درسی را با دقت مطالعه کرد و سپس به سراغ کتاب‌های کمک‌درسی رفت و آن‌ها را با دقت مرور کرد. چرا که کتاب‌های غیردرسی باعث می‌شوند علم و یادگیری ما بیشتر شود و مطالب کتاب‌های درسی را بهتر درک کنیم. به همین دلیل هم از دوره اول متوسطه کتاب‌های کمک‌درسی را بیشتر مورد مطالعه و کنکاش قرار دادم و این امر موجب پیشرفت چشمگیری در رشد تحصیلی من شد.

● از چه زمانی با مجله‌های رشد آشنا شدید و نظر کلی شما در مورد این مجله‌ها چیست؟

○ خاطرم هست که در دوران ابتدایی در مدرسه مجله‌های رشد کودک و نوآموز را همه ماهه در اختیار بچه‌ها قرار می‌دادند که به نظرم مطالب مفیدی داشتند. ولی متأسفانه



خودتان و حمایت‌های خانواده نیز برایمان بیشتر بگویید.

○ با اینکه مجله برهان مجله‌ای کامل است، ولی به نظر من اگر مسئله‌هایی در مورد هوش مصنوعی و کاربرد آن در ریاضی نیز در آن گنجانده شود، خیلی بهتر خواهد بود؛ موضوعی که باعث جذاب‌تر شدن این مجله خواهد شد. ضمناً پیشنهاد می‌کنم مجله برهان در دوره‌های اول و دوم متوسطه نیز توزیع شود. در مورد کتاب که پرسیدید، کتاب‌هایی مانند زبان طبیعت، حساب دیفرانسیل، و هندسه تحلیلی و همچنین کتاب آچار ریاضی را مطالعه کرده‌ام و خواندن این کتاب‌ها را به همه دانش‌آموزان توصیه می‌کنم.

باید بگویم که خانواده من در تمام مسیر یادگیری ریاضی در کنار من بودند و همیشه حمایت و تشویق کرده‌اند. در واقع این راه را با همراهی آن‌ها طی کرده‌ام. ضمن اینکه باید بگویم ریاضی موجب شده است که من زندگی را دقیق‌تر و عمیق‌تر بنگرم. چرا که بدون ریاضی زندگی امکان‌پذیر نخواهد بود. مفهوم‌های ریاضی می‌توانند به انسان‌ها کمک کنند بر اساس منطق، تصمیم‌های بهتری بگیرند. به نظر من به این دانش نیاز داریم و در یک کلام می‌توان گفت برای مدیریت بهتر زندگی به ریاضی نیاز داریم.

● از ریاضی‌دانان معاصر چه کسانی را می‌شناسید؟ لطفاً در مورد دستگاہی هم که از آن نام بردید و گفتید برای حل برخی معادله‌های ریاضی به دانش‌آموزان کمک می‌کند، بیشتر برایمان بگویید.

○ از ریاضی‌دانان معاصر ایرانی با آقای دکتر محسن هشتروندی و زنده‌یاد خانم مریم میرزاخانی و دکتر محمود حسابی تا حدودی آشنا هستم و از طریق مطالعه زندگی‌نامه آن‌ها با این بزرگان اندیشمند بیشتر آشنا شدم. در مورد دستگاہی که در ابتدای صحبت به آن اشاره کردم باید بگویم، از آنجا که مشکل بسیاری از دانش‌آموزان پایه هفتم در ریاضی و در زمینه حل معادله درجه اول بود، خواستم از طریق این دستگاہ به‌طور ملموس مشکل آن‌ها را حل کنم. در حقیقت ساختار این دستگاہ به‌گونه‌ای است که تمامی اجزای آن قابل چرخش هستند و با استفاده از کارتهای مدنظر می‌توان هر گونه معادله درجه اول را نوشت و آن را به راحتی حل کرد.

● و حرف آخر؟

○ ریاضی باعث می‌شود درک عمیق‌تری از جهان هستی داشته باشیم. پس آن را صرفاً یک موضوع و تکلیف درسی نبینیم و برای موفقیت بیشتر در زندگی از وجود چنین دانشی بیشتر بهره ببریم.

این روند در مدرسه‌ها قطع شد. خوشبختانه در دوره اول متوسطه با مجله رشد ریاضی برهان آشنا شدم که خیلی برایم مفید و آموزنده بود.

● آیا در دوران تحصیل در جشنواره‌های مرتبط با ریاضی شرکت کرده‌اید؟ و اگر پاسخ مثبت است، آیا موفق به کسب جایزه یا رتبه‌ای در این جشنواره‌ها شده‌اید؟

○ در دوره ابتدایی و در کلاس ششم در جشنواره جابر ابن حیان شرکت کردم و موفق به کسب رتبه سوم شدم. همچنین در پایه هشتم و در جشنواره نوجوان خوارزمی رتبه اول کشوری را در محور تولیدات ریاضی پایه کسب کردم. اتفاقی که باعث شد احساس بسیار خوشایندی داشته باشم و با بهره‌مندی از چنین احساس خوبی، با عشق و علاقه بیشتری به دنبال هدف‌های درسی و تحصیلی خودم باشم.

● نظرتان در مورد دانش ریاضی چیست و معلمان شما تا چه حد در علاقه‌مندی و توسعه توجه شما به ریاضی مؤثر بوده‌اند؟

○ به نظر من دانش ریاضی در همه علوم، حتی در علوم دینی هم جایگاه دارد و مباحث بسیار گسترده‌ای را شامل می‌شود. تمام بررسی‌ها و تحقیقات پیشرفته در زمینه‌های فناوری به علم ریاضی وابسته‌اند. به نظر من ریاضی علم فناوری و صنعت است. همان‌طور که اول گفت‌وگو اشاره کردم، ردپای ریاضی را در همه صنایع کاربردی و در زندگی روزمره، مانند پزشکی، رایانه، خودروسازی، هواپیماسازی، هوش مصنوعی و... می‌توان دید. لذا برای یادگیری همه دانش‌ها ناگزیر و ناچاریم که از علم ریاضی استفاده کنیم. به نظر من تأثیر یادگیری ریاضی بر علوم دیگر موجب شده است به ریاضی «مادر علوم» بگویند. برای همین هر علمی که رابطه‌اش را با ریاضی نزدیک‌تر کند، نسبت به سایر علوم قطعی‌تر و مهم است.

در مورد معلمان تأثیرگذارم باید اشاره کنم که در دوره ابتدایی با توجه و همراهی معلم خوبم، به درس ریاضی علاقه‌مند شدم. خوب به خاطر هست که در پایه چهارم ابتدایی معلم از من برای کمک در تدریس ریاضی در کلاس استفاده می‌کرد و بارها مورد تشویق معلم و بچه‌های کلاس قرار می‌گرفتم که همین تشویق‌های آن معلم عزیز باعث علاقه بیشتر من به ریاضی شد.

● گفتید که مجله رشد ریاضی برهان را می‌خوانید. در مورد این مجله چه پیشنهادی دارید؟ ضمناً در مورد کتاب‌های مورد علاقه

● خسرو داودی

بیایید کمی فکر کنیم!

گردشگری-فرار دلارها



● کمی فکر کنیم

طبق معمول مطالب بیایید کمی فکر کنیم. من نسبت به خبرهایی که می‌شنوم، حساسیت نشان می‌دهم؛ به‌خصوص وقتی در متن خبرها از عددها و رقم‌ها یاد می‌شود، حسگرهای ذهن من فعال‌تر می‌شوند. در این مجموعه مطالب هدف همین بوده است که شما هم نسبت به آمار و رقم‌ها و خبرهایی که می‌شنوید، حساس شوید و دانش ریاضی‌تان را به کار ببرید تا فهم بهتری از موضوع پیدا کنید. با این مقدمه برویم سراغ خبر جدیدی که شنیده‌ام:

«ترکیه در ماه ژانویه سال جدید ۲۰۲۵ میزبان ۲/۲ میلیون گردشگر خارجی بوده است که نشان‌دهنده افزایش بیش از شش درصدی نسبت به مدت مشابه سال گذشته است. بر اساس این گزارش، ایرانی‌ها با بیش از ۲۴۰ هزار نفر، بزرگ‌ترین گروه از گردشگران خارجی ترکیه در ماه ژانویه بودند.» در این خبر دو نکته وجود دارد: اول اینکه ۲/۲ میلیون نفر، در یک ماه چقدر برای یک کشور درآمد خواهند داشت؟ دوم اینکه جمله ۲۴۰ هزار نفر ایرانی به این کشور سفر کرده‌اند، چه معنایی دارد؟ برای درک بهتر این موضوع، چند محاسبه کوچک انجام می‌دهیم.





● محاسبه کنیم

هر گردشگر به ازای هر روز اقامت در ترکیه، بابت هتل، رفت و آمد، غذا و بازدید، خرید سوغات و تفریح، به طور متوسط حداقل ۲۰۰ دلار هزینه می‌کند. به طور معمول، سفرهای گردشگری بین ۵ تا ۱۰ روز هستند و ما آن‌ها را به طور متوسط هفت روز در نظر می‌گیریم. بنابراین، حداقل هزینه برای یک نفر می‌شود: $200 \times 7 = 1400$ دلار
پس در هر ماه برابر ۲/۲ میلیون نفر گردشگر خواهیم داشت: $1400 \times 2200000 = 308000000$ دلار
اگر در ۱۲ ماه همین تعداد گردشگر در این کشور حضور داشته باشند، خواهیم داشت:
دلار $308000000 \times 12 = 3696000000$

پس حدود ۳۷ میلیارد دلار، حداقل ارزی است که بابت گردشگری وارد ترکیه شده است. همان‌طور که مشاهده کردید، من به طور تقریبی و با گزارش یک خبر در یک ماه سال جاری به این عدد رسیدم. حالا یک خبر از روزنامه اقتصادی برایتان نقل می‌کنم تا درستی این عدد تقریبی برایتان آشکار شود:
«ترکیه با پذیرش ۵۶/۵ میلیون گردشگر طی یک سال، در میان ۱۰ کشور برتر جهان در زمینه گردشگری قرار گرفته است و ۵۴/۳ میلیارد دلار از این صنعت درآمد کسب کرده است.»
حالا به بخش دوم خبر برسیم. ۲۴۰ هزار ایرانی که در یک ماه از این کشور بازدید کرده‌اند. $240000 \times 1400 = 336000000$ دلار
با همان فرض‌هایی که داشتیم، اگر هر نفر ۷ روز و روزی حداقل ۲۰۰ دلار خرج کند، این افراد در یک ماه ۳۳۶ میلیون دلار ارز از کشور خارج کرده‌اند. اگر این روند در طول یک سال ادامه داشته باشد، خواهیم داشت: $336000000 \times 12 = 4032000000$
بله. درست دیدید. یعنی هم‌وطنان ما فقط در یک سال حدود چهار میلیارد دلار ارز را برای گردشگری در ترکیه از کشور خارج می‌کنند.

● بیشتر فکر کنیم

سفرکردن و گردشگری بسیار خوب است و توصیه شده است. اما در این اوضاع کمبود و گرانی دلار و ارز با وجود تحریم‌ها، آیا خارج کردن ارز برای رفتن به یک کشور همسایه، اولویت دارد؟ با این ارزها کارهای مهم‌تری نمی‌توان انجام داد؟ چگونه می‌توان این موضوع را مدیریت کرد؟ آیا عده‌ای که ثروتمند هستند و این هزینه‌ها را به راحتی انجام می‌دهند باعث افزایش فشار اقتصادی به قشر کم‌درآمد نمی‌شوند؟
روی دیگر سکه هم این است که چرا ما نمی‌توانیم این مقدار درآمد بابت ورود گردشگران به کشورمان داشته باشیم؟ آن هم کشوری که در این خصوص به طور حتم ظرفیت‌ها و زمینه‌هایش بسیار بیشتر و متنوع‌تر از کشوری مثل ترکیه است. در این خصوص هم در سال‌های پس از انقلاب اسلامی مدیریت خوبی نشده است. مشکلات و موانع زیادی وجود دارند. امیدواریم بتوانیم با مدیریت بهتر و تلاش برای رفع موانع و با در نظر گرفتن اصول و اعتقاداتمان، راه مناسبی برای کسب درآمد از این صنعت داشته باشیم.



نگاهی به تغییرات آب و هوا و اثر گلخانه‌ای

روح‌الله خلیلی بروجنی

تغییرات آب و هوا و اثر گلخانه‌ای دو پدیده مهم و مرتبط به یکدیگر هستند که تأثیرات عمیقی بر زندگی انسان و محیط زیست، بوم‌سازگان (اکوسیستم) و زندگی انسان و حیات دیگر جانداران داشته است. در حالی که اثر گلخانه‌ای یک فرایند طبیعی و ضروری است، فعالیت‌های انسانی باعث تشدید آن و در نتیجه گرمایش جهانی و تغییرات آب و هوایی شده‌اند. برای مقابله با این چالش‌ها، به اقدامات فوری و هماهنگ در سطح جهانی نیاز است.

● تغییرات آب و هوا

تغییرات آب و هوا^۱ به تغییرات بلندمدت در الگوهای آب و هوایی یک منطقه یا کل زمین اشاره دارد. این تغییرات می‌توانند شامل افزایش یا کاهش دما، تغییر در میزان بارش، افزایش فراوانی وقایع شدید آب و هوایی (مانند طوفان‌ها، سیل‌ها و خشکسالی‌ها) و تغییر در الگوهای باد و رطوبت باشند.

● عوامل مؤثر بر تغییرات آب و هوا

● **عوامل طبیعی:** مانند فعالیت‌های آتشفشانی، تغییرات در مدار زمین، و تغییرات در تابش خورشید.
● **عوامل انسانی:** مانند افزایش انتشار گازهای گلخانه‌ای (ناشی از سوزاندن سوخت‌های فسیلی، جنگل‌زدایی، و فعالیت‌های صنعتی)، تغییرات در کاربری زمین، و آلودگی هوا.

● پیامدهای تغییرات آب و هوا

● افزایش دمای جهانی (گرمایش جهانی)
● ذوب یخ‌های قطبی و افزایش سطح آب دریاها
● تغییر در بوم‌سازگان و از بین رفتن تنوع زیستی
● تأثیرات منفی بر کشاورزی و امنیت غذایی
● افزایش وقایع شدید آب و هوایی

● اثر گلخانه‌ای

اثر گلخانه‌ای^۲ یک فرایند طبیعی است که به حفظ دمای مناسب برای زندگی روی زمین کمک می‌کند. بدون این اثر، دمای زمین به شدت کاهش می‌یافت و حیات به شکلی که می‌شناسیم غیرممکن می‌شد. علت اصلی تغییر اقلیم آلودگی جو با گازهای گلخانه‌ای مانند CO₂ ناشی از سوخت‌های فسیلی و متان حاصل از کشاورزی است. همان‌طور که شیشه گرما را در گلخانه به دام می‌اندازد این گازها گرمای تابش شده از سطح زمین را جذب می‌کنند و دوباره آن را به هوا می‌تابانند و جو را گرم‌تر می‌کنند (شکل ۱). بدون هیچ گونه اثر گلخانه‌ای، زمین برای حیات بسیاری از جانداران بسیار سرد خواهد بود. با این حال، فعالیت‌های انسانی، تعادل گازهای موجود در جو زمین را به هم زده است و اثر گلخانه‌ای را بیش از حد تقویت کرده است (شکل ۲).

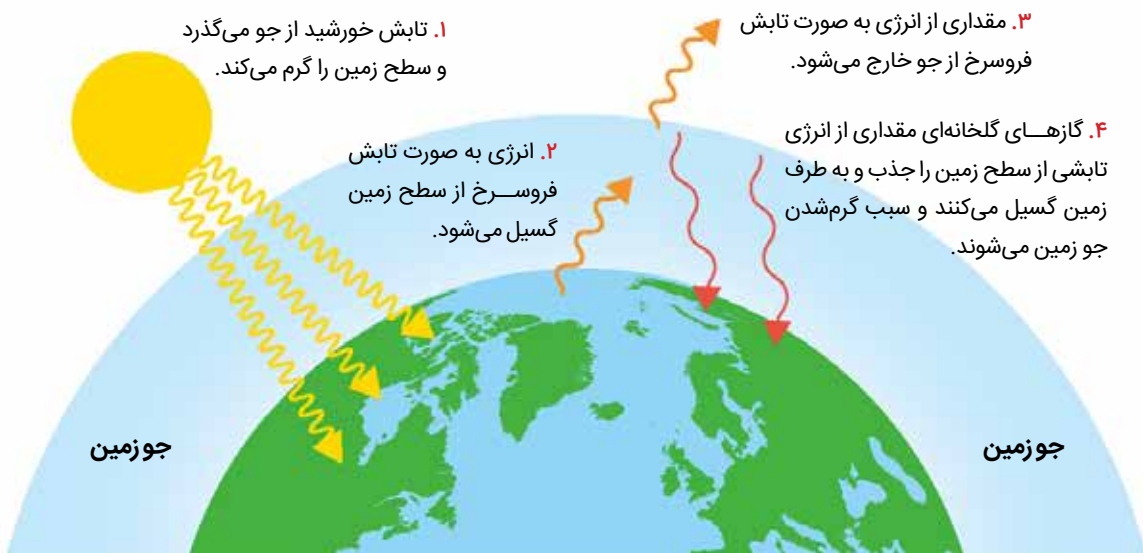
● گازهای اصلی گلخانه‌ای

● **کربن دی‌اکسید:** ناشی از سوزاندن سوخت‌های فسیلی (نفت، گاز، زغال سنگ) و جنگل‌زدایی.
● **متان:** ناشی از فعالیت‌های کشاورزی، دامداری، و دفن زباله.
● **نیتروژن اکسید:** ناشی از استفاده از کودهای شیمیایی و فرایندهای صنعتی.
● **بخار آب:** به‌طور طبیعی در جو وجود دارد، اما افزایش دما می‌تواند غلظت آن را افزایش دهد.

● ارتباط بین اثر گلخانه‌ای و تغییرات آب و هوا

اثر گلخانه‌ای یک فرایند طبیعی و ضروری برای زندگی روی زمین است، اما فعالیت‌های انسانی باعث افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای در جو شده‌اند. افزایش غلظت گازهای گلخانه‌ای باعث تشدید اثر گلخانه‌ای و در نتیجه گرمایش جهانی می‌شود. گرمایش جهانی به نوبه خود باعث تغییرات آب و هوایی می‌شود، که شامل افزایش دما، تغییر الگوهای بارش، ذوب یخ‌ها، و افزایش وقایع شدید آب و هوایی است.

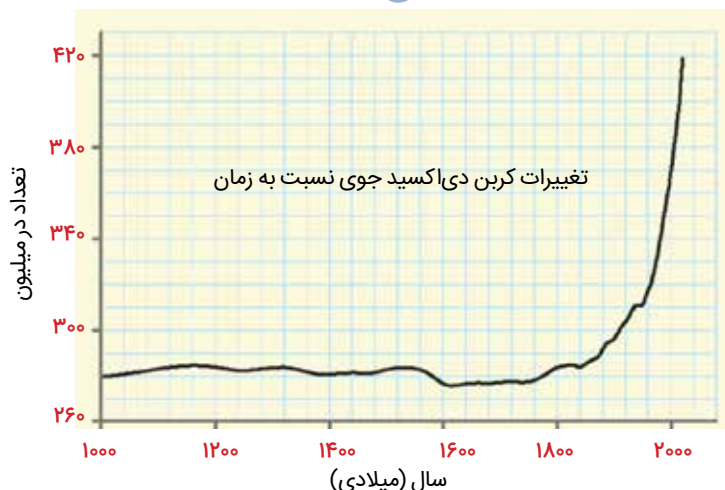
- راههای کاهش اثرات تغییرات آب و هوا
- کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای: استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر (مانند خورشید، باد، و آب)، بهبود بهره‌وری انرژی، و کاهش مصرف سوخت‌های فسیلی.
- جذب و ذخیره کربن: حفاظت از جنگل‌ها، احیای جنگل‌ها، و توسعه فناوری‌های جذب کربن.
- تغییر در الگوهای مصرف: کاهش مصرف گوشت، استفاده از حمل و نقل عمومی، و کاهش تولید زباله.
- سیاست‌های بین‌المللی: توافق‌های جهانی مانند توافق پاریس برای همکاری کشورها در کاهش انتشار گازهای گلخانه‌ای.



شکل ۱. نحوه کار اثر گلخانه‌ای



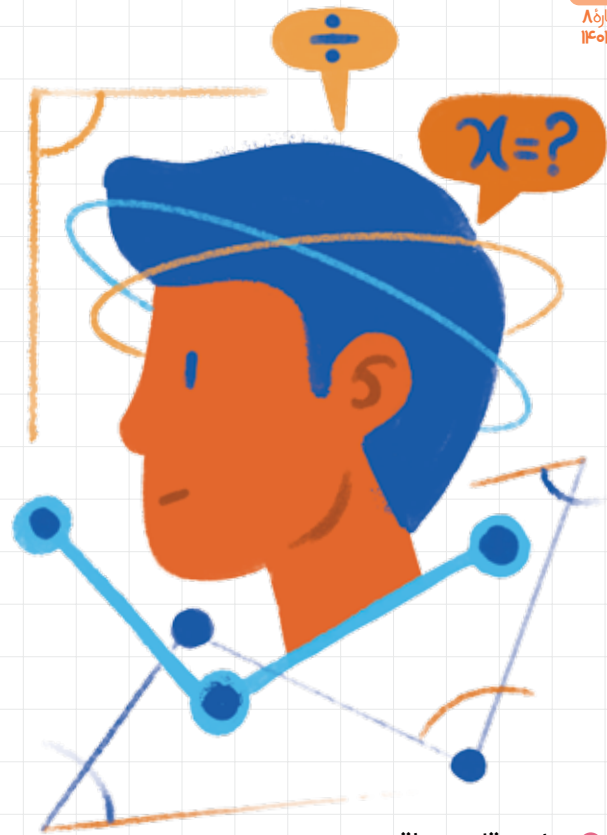
برای آشنایی بیشتر با اثر گلخانه‌ای با پویش رمزینه فیلم را مشاهده کنید.



شکل ۲. تغییرات کربن دی‌اکسید جوی نسبت به زمان. اندازه‌گیری مقدار CO_2 در جو نشان می‌دهد که تعداد آن در هر یک میلیون ذره موجود در جو زمین، به شدت در حال افزایش است. مقدار CO_2 در گذشته‌های دور را می‌توان با نمونه‌برداری از حباب‌های هوا که در لایه‌های یخی باستانی به دام افتاده‌اند اندازه‌گیری کرد. این مطالعات نشان می‌دهد که مقدار CO_2 تا حدود ۲۰۰ سال پیش، زمانی که استفاده از سوخت‌های فسیلی به سرعت در حال افزایش بود، تقریباً ثابت بود.

پی‌نوشت‌ها

1. Climate Change
2. Greenhouse Effect



عباس قلعه پور اقدم

اندیشه ریاضی

در قسمت قبل چهار مسئله را از کتاب اندیشه ریاضی بیان کردیم و به جز مسئله چهارم که عنوان آن «دو موتورسوار» است، برای سه تای اول، راه حل نیز ارائه دادیم. حال در این قسمت، راه حل این مسئله را می آوریم تا علاقه مندانی که در این فرصت به حل آن فکر کرده اند، راه حل های خود را بسنجند و با راه حل ما مقایسه کنند.

مسئله: دو موتورسوار از یک نقطه و در یک زمان برای گردش حرکت می کنند. هر دو یک فاصله را می پیمایند و در یک زمان به منزل برمی گردند. موتورسوارها در راه استراحت کرده اند و می دانیم مدتی که اولی می رانده، دو برابر مدت استراحت دومی، و مدتی که دومی می رانده، سه برابر مدت استراحت اولی است. سرعت حرکت کدام یک بیشتر بوده است؟

حل: سرعت یک متحرک به صورت مقدار مسافت طی شده توسط آن در واحد زمان تعریف می شود.

رابطه بین سرعت (V)، مسافت (x) و زمان (t) به این صورت است: $v = \frac{x}{t}$ یا $x = v \cdot t$. از این رابطه استفاده خواهیم کرد. مسافت پیموده شده توسط موتورسوارها را d می گیریم. مدت زمان سفر را که برای هر دو موتورسوار یکسان است، t فرض می کنیم. همچنین مدت زمانی را که موتورسوار اول می رانده است، t_1 و مدت زمان استراحت او را t'_1 در نظر می گیریم. مدت زمانی را که موتورسوار دوم می رانده است، t_2 و مدت زمان استراحتش را t'_2 در نظر می گیریم. سرعت موتورسوار اول را V_1 و سرعت دومی را V_2 می نامیم. بنا به داده های مسئله داریم:

$$t_1 = 2t'_1 \quad (1)$$

$$t_2 = 3t'_2 \quad (2)$$

$$t = t_1 + t'_1 \quad (3) \quad \text{از طرف دیگر می توانیم بنویسیم:}$$

$$t = t_2 + t'_2 \quad (4)$$

از رابطه های (۳) و (۴) نتیجه می شود:

$$t_1 + t'_1 = t_2 + t'_2 \quad (5)$$

اگر در رابطه (۵)، به جای t'_1 و t'_2 ، مقدارهایشان را از رابطه های (۱) و (۲)، به ترتیب برحسب t_1 و t_2 قرار دهیم، رابطه (۵) به صورت زیر درمی آید:

$$t_1 + \frac{t_1}{2} = t_2 + \frac{t_2}{3}$$

در نتیجه:

$$t_1 - \frac{t_1}{2} = t_2 - \frac{t_2}{3}$$

یعنی:

$$\frac{t_1}{2} = \frac{2}{3}t_2$$

یا:

$$t_1 = \frac{4}{3}t_2 \quad (6)$$

از طرف دیگر می توانیم بنویسیم:

$$d = V_1 \cdot t_1$$

$$d = V_2 \cdot t_2$$

پس:

$$V_1 \cdot t_1 = V_2 \cdot t_2$$

حال در تساوی اخیر، به جای t_1 از رابطه (۶)، $\frac{4}{3}t_2$ را قرار می دهیم:

$$V_1 \left(\frac{4}{3}t_2 \right) = V_2 \cdot t_2$$

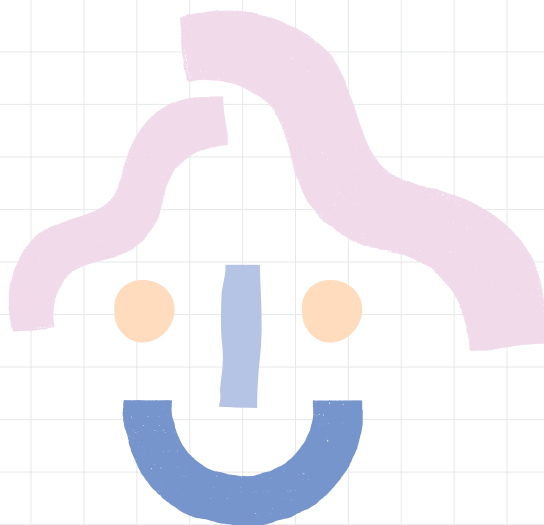
در نتیجه:

$$\frac{4}{3}V_1 = V_2$$

یا:

$$V_1 = \frac{3}{4}V_2$$

بنابراین سرعت موتورسوار دوم بیشتر بوده است.



اشتباه‌های محاسباتی

افشین خاصه‌خان

اخیر، او متوجه می‌شود که علامت طرف چپ تساوی مثبت و علامت سمت راست آن منفی است و نمی‌توانند با هم برابر باشند. از او بپرسید با چه تغییری طرفین تساوی برابر می‌شوند؟ چون متوجه علامت‌ها شده است می‌تواند پاسخ شما را بدهد $\sqrt{(-5)^2} = -5$. این اشتباه در عبارت‌هایی مانند $\sqrt{(1-x)^2} = 1-x$ بیشتر اتفاق می‌افتد، چون تعیین علامت آن سخت‌تر است و دانش‌آموز پیش‌زمینه‌ای ندارد. اینجا حتماً باید مفهوم متغیر برای دانش‌آموز روشن شود و از او درخواست شود که به جای x مقدارهای کمتر و بیشتر از ۱ قرار دهد و برقراری تساوی را بررسی کند.

$$\begin{cases} x = 3 \rightarrow \sqrt{(1-3)^2} = 1-3 \rightarrow \sqrt{(-2)^2} = -2 \\ x = -2 \rightarrow \sqrt{(1-(-2))^2} = 1-(-2) \rightarrow \sqrt{(3)^2} = 3 \end{cases}$$

اکنون با تبیین مفهوم قدر مطلق (فاصله از مبدأ) می‌توان مشکل تساوی اول را برطرف کرد. از دانش‌آموز می‌خواهیم $\sqrt{(-2)^2}$ را بدون ساده‌کردن محاسبه کند: $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$ و آن را با تساوی اول مقایسه نماید. او متوجه می‌شود که خروجی نهایی نمی‌تواند منفی باشد. زمانی که علامت عبارت توان‌دار زیر رادیکال معلوم نباشد، از نماد قدر مطلق باید استفاده کرد، زیرا عبارت سمت چپ نامنفی است:

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5, \quad \sqrt{(1-x)^2} = |1-x|$$

نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش‌آموزان فصل هفتم از کتاب ریاضی هفتم (توان و جذر) و فصل چهارم از کتاب ریاضی نهم (توان و ریشه) را عمیق یاد بگیرند. یعنی متن کتاب‌ها را با تأمل بخوانند، فعالیت‌های آن‌ها را انجام دهند و مطالبی را که یاد گرفته‌اند، با مثال‌ها تطبیق دهند. سپس کار در کلاس‌ها را انجام دهند و در پایان مسئله‌های آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند درک درستی از توان، جذر و ریشه داشته باشند و نارسایی‌هایشان در حل مسئله‌های مربوط به ریشه‌گیری و رادیکال برطرف می‌شود.

درود و احترام خدمت علاقه‌مندان اشتباه‌های محاسباتی. از اینکه به ما توجه می‌کنید و مطالب ما را ارج می‌نهدید بسیار سپاسگزاریم. در هشتمین شماره سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ به معرفی یک اشتباه متداول دیگر می‌پردازم. امیدوارم مفید واقع شود.

اشتباه متداول ۸: ساده‌کردن رادیکال‌ها

یکی دیگر از اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان در ساده‌کردن رادیکال‌ها اتفاق می‌افتد. معمولاً دانش‌آموزان در محاسبه ریشه دوم عبارت‌های توان‌دار اشتباه متداولی را انجام می‌دهند. این اشتباه در ساده‌کردن رادیکال‌های با فرجه زوج روی می‌دهد:

$$\sqrt{(-5)^2} = -5, \quad \sqrt{(1-x)^2} = 1-x$$

تشخیص علت

عامل اصلی این خطا ممکن است درک ناقص دانش‌آموزان از مفهوم رادیکال (ریشه دوم مثبت) و همچنین نداشتن درک صحیح از نامنفی بودن عبارت داخل رادیکال با فرجه دو باشد. در واقع تمام حواس این دانش‌آموزان به ساده‌کردن توان‌ها معطوف است و به علامت عبارت‌ها توجهی ندارند.

تجویز و درمان

برای درمان این نارسایی بهتر است از دانش‌آموز بخواهیم نماد $\sqrt{\quad}$ را توصیف و علامت آن را مشخص کند. به احتمال زیاد او خواهد گفت رادیکال با علامت مثبت. حال معنی رادیکال را به زبان ساده‌تر بپرسید. به احتمال زیاد پاسخ او ریشه دوم است، اما هیچ اشاره‌ای به مثبت بودن آن نخواهد داشت. وقت آن است که یادآوری کنید نماد رادیکال به معنی ریشه دوم مثبت است و کلمه «مثبت» معمولاً در بیان ذکر نمی‌شود. همین موضوع عامل اصلی ارتکاب این اشتباه متداول است. زیرا تمام تمرکز او در ساده‌کردن توان ۲ با ریشه ۲ است و هیچ توجهی به علامت دو طرف تساوی ندارد. از او بپرسید در تساوی $\sqrt{(-5)^2} = -5$ علامت دو طرف را تعیین کند. با توضیحات



اقتصاد، و ریاضی آموزش

• ژما جواهری پور

«اقتصاد آموزش» شاخه‌ای از علم اقتصاد است که به تحلیل تخصیص منابع در آموزش، بازده سرمایه‌گذاری در تحصیلات و تأثیر آن بر رشد اقتصادی می‌پردازد. اقتصاد آموزش به ما کمک می‌کند بفهمیم تحصیل چطور مثل یک سرمایه‌گذاری است.

با درس خواندن، هم خودمان رشد می‌کنیم و هم می‌توانیم در آینده پول بیشتری به دست بیاوریم. با چند عدد و فرمول ساده می‌فهمیم که آموزش چقدر ارزش دارد. آماده‌اید این راز را با هم کشف کنیم؟

آیا تابه‌حال فکر کرده‌اید چرا به مدرسه می‌روید؟ شاید فکر کنید درس خواندن فقط نوشتن تکلیف‌ها و امتحان دادن است. اما یک راز جالب دارد! چگونه می‌توان ارزش اقتصادی یک سال تحصیلی یا مثلاً دوره اول متوسطه را محاسبه کرد؟ آیا می‌دانید درس خواندن برای شما چه ارزش اقتصادی دارد؟ آیا در مورد «اقتصاد آموزش» اطلاعی دارید؟ اقتصاد آموزش به ما نشان می‌دهد که درس خواندن مثل بازی جورچین است. هر سال که درس می‌خوانید، یه تکه از آینده‌تان را می‌سازید.



۱. تحصیل مثل پس انداز پول است

فرض کنید هر سال درس خواندن مثل گذاشتن ۱۰۰ هزار تومان در قلم است. اگر ۵ سال درس بخوانید، چقدر جمع می‌شود؟

$$100000 \times 5 = 500000 \text{ تومان}$$

حالا فکر کنید این پول بعداً به شما شغلی می‌دهد که هر سال ۲۰۰ هزار تومان بیشتر از قبل درآمد دارید. آیا ارزشش را داشت؟ بله، چون ۵۰۰ هزار تومان خرج کردید، ولی ظرف سه سال ۶۰۰ هزار تومان به دست می‌آورد!

۲. هزینه‌ها و فایده‌ها

تصور کنید برای خرید یک کتاب درسی ۵۰ هزار تومان خرج می‌کنید. اگر این کتاب به شما کمک کند نمرهٔ بهتری بگیرید و بعداً در مسابقه‌ای ۸۰ هزار تومان برنده شوید، چقدر سود کردید؟

$$80000 - 50000 = 30000 \text{ تومان}$$

این یعنی آموزش گاهی هزینه دارد، ولی فایده‌اش بیشتر است.

۳. مثال با مداد رنگی!

اگر با درس هنر یاد بگیرید نقاشی بکشید و هر نقاشی را ۲۰ هزار تومان بفروشید، با ۵ تا نقاشی چقدر درمی‌آورید؟ بدون درس، شاید این پول را نداشتید!

۴. زمان درس خواندن چقدر می‌ارزد؟

اگر روزی ۲ ساعت درس بخوانید و ۵ روز در هفته این کار را بکنید، چقدر می‌شود؟

$$2 \times 5 = 10 \text{ ساعت}$$

این ۱۰ ساعت می‌تواند به شما مهارتی یاد بدهد که بعداً هفته‌ای ۵۰ هزار تومان در بیاورید. ارزشش را دارد، نه؟

مثالی ساده برای مدل بازده سرمایه‌گذاری در آموزش

فرض کنید می‌خواهید یاد بگیرید چطور کیک بپزید. برای این کار، یک کتاب آشپزی می‌خرید که قیمت آن ۴۰ هزار تومان است. با این کتاب یاد می‌گیرید کیک‌های خوشمزه درست کنید و هر کیک را به دوستانتان ۲۰ هزار تومان می‌فروشید.

حالا حساب کنیم:

هزینهٔ آموزش: ۴۰ هزار تومان (قیمت کتاب).

درآمد اضافی: اگر ۵ تا کیک بفروشید، چقدر درمی‌آورید؟

$$20000 \times 5 = 100000 \text{ تومان}$$

سود خالص: درآمد منهای هزینه چقدر است؟

$$100000 - 40000 = 60000 \text{ تومان}$$

حالا از فرمول بازده سرمایه‌گذاری در آموزش (ROI) استفاده می‌کنیم:

$$ROI = \frac{\text{درآمد اضافی ناشی از آموزش} - \text{هزینهٔ آموزش}}{\text{هزینهٔ آموزش}} \times 100$$

$$ROI = \frac{\text{سود خالص}}{\text{هزینهٔ آموزش}} \times 100$$

$$ROI = \frac{60000}{40000} \times 100 = 150\%$$

این یعنی با ۴۰ هزار تومان خرج کردن برای آموزش، ۱۵۰ درصد سود کردید! به زبان ساده، شما نه تنها پول کتاب را برگرداندید، بلکه بیشتر از آن هم به دست آوردید. پس آموزش کیک‌پزی یک سرمایه‌گذاری عالی بود!

با ریاضی دیدیم که آموزش مثل کاشتن دانه است؛ اول زحمت دارد، ولی بعد میوه می‌دهد. هر سالی که درس می‌خوانید، برای آینده‌تان سرمایه می‌گذارید. نظر شما چیست؟ آیا درس خواندن ارزش این همه تلاش را دارد؟

معلم خوب من پسر خاله فیثاغورس

● حبیب یوسفزاده

جعفر اسدی گرمارودی، متولد ۲۴ مرداد ۱۳۶۰ در کرج، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و از مهر ۱۳۸۳ معلم ریاضی پایه‌های ششم تا نهم. در هفت شماره گذشته، معلم‌ها از شاگردان خود گفتند. از مزه‌پرانی‌ها، غافلگیری‌ها و موقعیت‌های خنده‌داری که در کلاس‌ها رخ داده بود. اما این بار آقای اسدی گرمارودی پیشنهاد کرد: «خوب است بچه‌ها هم خاطراتی از معلمان خود بگویند. همیشه شعبان، یک‌بار هم رمضان!» به این ترتیب از شاگردان یکی از کلاس‌هایش خواستیم، هر چه می‌خواهد دل‌تنگشان، درباره معلم خودشان بگویند. برگه‌ها نوشته شدند یکی از شاگردان ایشان- **صالح کتابی**- زحمت جمع‌بندی آن نوشته‌ها را کشید که در ادامه می‌خوانید:

اوایل مهر ماه، زنگ حساب بود و هنوز از معلم جدید رونمایی نشده بود. هر کسی حرفی می‌زد:

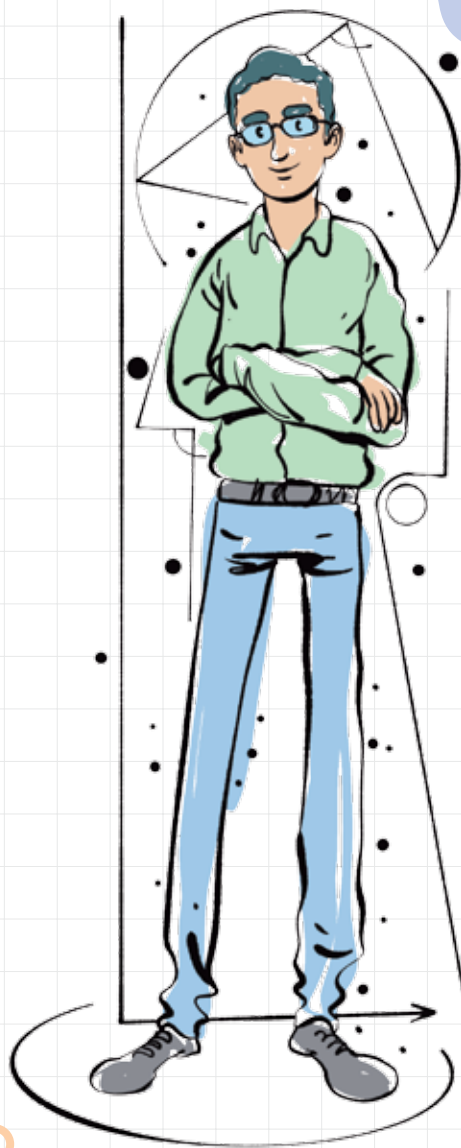
- خدا کند زیاد سخت نگیرد، هی ما را نکشد پای تخته!
- کاش اهل مدارا باشد و تا آخر سال کچلمان نکند!
- از شانس ما یک‌وقت دیدی طرف پسر خاله فیثاغورس از آب درآمد!

همین‌طور که مشغول خیال‌بافی و پیشگویی بودیم، با صدای چند ضربه آرام به در کلاس، ساکت شدیم. مردی با موهایی که تن به سفیدی داده بودند، وارد کلاس شد. قدی نسبتاً بلند داشت و ته ریشی بر چهره. کم‌کم یخ‌ها آب شد و با همدیگر آشنا شدیم. نام فامیلی‌اش اسدی گرمارودی بود. ولی چون گفتن آن به درازا می‌کشید، آقای گرمارودی صدایش می‌زدیم.

از قیافه‌های بچه‌ها و حرف‌هایی که درباره معلم حساب جدید می‌زدند، معلوم بود حسابی شگفت‌زده شده‌اند. یکی از جالب‌ترین چیزهایی که کنجکاوی بچه‌ها را تحریک می‌کرد، میزان استفاده او از فناوری در تدریس بود. معمولاً موقع درس‌دادن دوتا رایانه کیفی (لپ‌تاپ) روی میزش روشن بود و سعی می‌کرد از جدیدترین روش‌ها و تصویرهای جذاب برای جانداختن مفاهیم درسی استفاده کند. در لحن و رفتارش نشانی از خودنمایی و به رخ کشیدن وسایل و تجهیزات دیده نمی‌شد. استفاده از فناوری در نظر او علاوه بر عمیق‌تر کردن یادگیری، راهی برای صرفه‌جویی در وقت بود.

گاهی به راحتی اعتراف می‌کرد که جواب فلان مسئله را بلد نیست. شاید هم وانمود می‌کرد نمی‌داند و از بچه‌ها می‌خواست تا جلسه بعد فکر کنند و اگر به نتیجه‌ای رسیدند، به او هم بگویند! اگر درباره یک نرم‌افزار یا برنامه رایانه‌ای اطلاع کافی نداشت، مثل یک هم‌کلاسی شروع می‌کرد به پرسیدن از بچه‌ها. از کتاب‌های صوتی که هر هفته معرفی می‌کرد و اشاره‌اش به کتاب‌های جدیدی که خوانده یا نوشته بود، می‌شد فهمید چقدر شیفته یاد دادن است.

کلاس‌های او فقط صرف یادگیری حساب نمی‌شد. گاهی مسئله‌ای واقعی از جنس مسائل اجتماعی را مطرح می‌کرد و از ما نظر می‌خواست. آن وقت بود که خودمان را می‌گذاشتیم جای شهردار و معمار و مهندس و پلیس و کلی طرح و ایده می‌دادیم. سیگارهایی را که طی یک سال دود



می‌شد و به هوا می‌رفت، پشت‌سر هم می‌چیدیم و در ذهن خود دایره‌ای بزرگتر از محیط کره زمین درست می‌کردیم. مقدار وقتی را که آدم‌ها در شلوغی شد آمد خیابان (ترافیک) از دست می‌دادند، جمع می‌کردیم و حساب می‌کردیم این مقدار وقت، به اندازه عمر چند آدم هفتاد ساله می‌شود! البته می‌توانست مثل بعضی معلم‌ها حرفی جز درس نزنند و کلاس را رأس ساعت تعطیل کنند و آخر هر ماه حقوقش را بگیرد. ولی برایش یادگیری تک‌تک ما مهم بود. اگر کسی درسی را نمی‌فهمید، بی‌تفاوت نمی‌ماند و سعی می‌کرد تا جای ممکن به او کمک کند.

گاهی هم از بی‌نظمی‌های بچه‌ها عصبانی می‌شد. می‌دانست هر ثانیه‌ای که به خاطر بی‌نظمی کلاس از دست می‌رود، دیگر جبران نمی‌شود. به خاطر همین بود که هیچ وقت دیر نمی‌کرد، یا به بهانه‌های گوناگون کلاسی را لغو نمی‌کرد. همیشه سر ساعت وارد کلاس می‌شد و دقایقی بعد از به صدا در آمدن زنگ، کلاس را ترک می‌کرد. این بارزترین بی‌نظمی او در زندگی بود. آقای گرمارودی فقط معلم یک حساب نیست. معلم زندگی است. در کنار او بودن فرصتی است برای رسیدگی به حساب و کتاب خودت و فکرکردن به محاسبات شگفت‌انگیز طراح بزرگ هستی.

و اما خاطره‌ای از آقای گرمارودی

وقتی دانش‌آموز بودم، معلم ورزش اعلام کرد که قرار است یک دوره مسابقات فوتبال گل‌کوچک در مدرسه برگزار شود. یازده تیم ثبت‌نام کرده بودند. من هم زنگ تفریح رفتن پیش او تا خودم و چند نفر از دوستان را به عنوان تیم دوازدهم معرفی کنم. دیدم بدجوری توی فکر رفته و زل زده بود به کاغذهایی که روی میزش پخش و پلا بودند. گفتم: «آقا چی شده؟ ناراحتید!» گفت: «نمی‌دانم چطور گروه‌بندی کنم تا دوازده تیم، در مرحله بعد بشود هشت‌تا، بعد چهارتا، بعد دوتا. البته می‌خواهم تیم‌های قوی همه در یک گروه نباشند...»

من با شناختی که از بچه‌های مدرسه و مهارت آن‌ها در فوتبال داشتم، اجازه خواستم نظرم را بگویم. خلاصه دوتایی نشستیم و تیم‌ها و جدول زمانی بازی‌ها را مشخص کردیم. معلم ورزش که خیلی ذوق کرده بود، با نگاهی تحسین‌آمیز دستی بر شانه‌ام زد و گفت: «اسدی! این حرف‌ها بین خودمان باشد! می‌خواهم اگر مشکلی پیش آمد، از چشم تو نبینند!»

من فقط لبخند زدم و در را بستم. طوری خوشحال بودم که گویا جدول جام‌جهانی را بسته بودم.



سیمین اکبری زاده

تبدیل یکا به کمک توان

اکنون که با مفهوم توان آشنا شده‌اید، به کمک آن روش دوم تبدیل یکای طول را بررسی می‌کنیم. واحدهای طول را از بزرگ به کوچک می‌نویسیم: میلی‌متر، سانتی‌متر، دسی‌متر، متر، دکامتر، هکتومتر، کیلومتر.

$$\begin{aligned} 1000 &\leftrightarrow \text{کیلو} \Rightarrow 1000 \text{ متر} = 1 \text{ کیلومتر} \\ 100 &\leftrightarrow \text{هکتو} \Rightarrow 100 \text{ متر} = 1 \text{ هکتومتر} \\ 10 &\leftrightarrow \text{دکا} \Rightarrow 10 \text{ متر} = 1 \text{ دکامتر} \\ \frac{1}{1000} &\leftrightarrow \text{میلی} \Rightarrow \text{میلی‌متر} = \frac{1}{1000} \text{ متر} \Rightarrow 1000 \text{ میلی‌متر} = 1 \text{ متر} \\ \frac{1}{100} &\leftrightarrow \text{سانتی} \Rightarrow \text{سانتی‌متر} = \frac{1}{100} \text{ متر} \Rightarrow 100 \text{ سانتی‌متر} = 1 \text{ متر} \\ \frac{1}{10} &\leftrightarrow \text{دسی} \Rightarrow \text{دسی‌متر} = \frac{1}{10} \text{ متر} \Rightarrow 10 \text{ دسی‌متر} = 1 \text{ متر} \end{aligned}$$

در عبارت‌های بالا مثل این است که متر را از طرفین تساوی حذف کرده باشیم و $\leftrightarrow$ را می‌خوانیم: «نظیر است.» با توجه به توان به جای 1000 و $\frac{1}{1000}$ و ... به ترتیب 10^3 و 10^{-3} و ... قرار می‌دهیم و تناظرهای بالا را در جدول ۱ خلاصه می‌کنیم.

نام	کیلو	هکتو	دکا
عدد نظیر	10^3	10^2	10^1

میلی	سانتی	دسی
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}

جدول ۱

کیلو، هکتو، دکا، دسی، سانتی و میلی پیشوندهایی هستند که نه تنها کنار متر قرار می‌گیرند، بلکه کنار واحدهای دیگر هم ممکن است بیایند؛ برای مثال: کیلوگرم، میلی‌لیتر، کیلوپایت. اگر کمیت مورد نظر طول باشد، جدول ۱ به شکل جدول ۲ خواهد شد.

میلی‌متر	سانتی‌متر	دسی‌متر	متر	دکامتر	هکتومتر	کیلومتر	نام
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	۱	10^1	10^2	10^3	ضریب

جدول ۲. جدول تبدیل یکای طول (میان‌بر)

در واقع عدد زیر هر واحد، ضریب تبدیل آن واحد به متر است (بالاخره مهمان دوم واحدهای طول را هم پذیرفتیم و وارد جدول کردیم، گرچه کاربرد ندارد و وجودش بدون استفاده است). اما چگونه از روش میان‌بر و جدول ۲ استفاده کنیم.

روش دوم تبدیل یکای طول (به کمک جدول میان بر ۲)

اول اینکه برای مثال $\frac{\text{میلی متر}}{10^3}$ ، یعنی ضرب تبدیل میلی متر به متر 10^3 است. به عبارت دیگر برای تبدیل میلی متر به متر باید عدد مورد نظر را در 10^3 ضرب کرد و برعکس، یعنی ضرب تبدیل متر به میلی متر $(10)^3 = \frac{1}{10^3}$ است و توان قرینه می شود (توجه داریم به اینکه اگر عدد توان دار از صورت به مخرج جابه جا شود و برعکس، توانش قرینه می شود).

دو دیگر: الف) اگر بخواهیم هر یک از واحدهای جدول میان بر را به متر تبدیل کنیم، ضرب تبدیل، همان عدد نوشته شده زیر واحد است. برای مثال $\frac{\text{کیلو متر}}{10^3}$ بخشی از جدول است. پس برای تبدیل کیلو متر به متر عدد مورد نظر را در 10^3 ضرب می کنیم.

ب) اگر برعکس، بخواهیم متر را به هر یک از واحدهای جدول میان بر تبدیل کنیم، ضرب تبدیل، همان عدد نوشته شده زیر واحد است؛ ولی با توان قرینه. برای مثال $\frac{\text{سانتی متر}}{10^{-2}}$ بخشی از جدول میان بر است. پس برای تبدیل متر به سانتی متر عدد مورد نظر را در 10^2 ضرب می کنیم. برای دو حالت الف و ب جدول میان بر واقعاً نسبت به جدول های طول میان بر است.

ج) در صورتی که هیچ یک از دو واحدی که قرار است به هم تبدیل شوند متر نباشد ضرب تبدیل، ضرب دو عدد است که عدد اول همان عدد نوشته شده زیر واحد مبدأ (واحدی که قرار است تبدیل کنیم) است و عدد دوم همان عدد نوشته شده زیر واحد مقصد (واحدی که قرار است به آن تبدیل کنیم) است، اما با توان قرینه. به ویژه به مثال ۲ که گویای هر سه حالت نوشته شده است توجه کنید.

● مثال ۱. ۲/۸ سانتی متر چند متر است؟ طبق جدول میان بر $\frac{\text{سانتی متر}}{10^{-2}}$ ، پس حاصل چنین است:

$$2/8 \times (10)^{-2} = \frac{28}{10} \times \frac{1}{(10)^2} = 0/028 \text{ متر}$$

● مثال ۲. ۲۰۰ کیلو متر (مبدأ) چند سانتی متر (مقصد) است؟ پس:

کیلو متر	سانتی متر
10^3	10^{-2}

$(10)^5 = (10)^3 \times (10)^2 = (10)^5$
 عدد درج شده عدد درج شده
 زیر مبدأ زیر مقصد ولی
 با توان قرینه

مثل این است که ابتدا کیلو متر را به متر و سپس متر را به سانتی متر تبدیل کنیم. طبق این توضیح داریم:
 سانتی متر $(10)^5 = 1$ کیلو متر
 سانتی متر $200 = 200 \times (10)^5 = 2 \times (10)^2 \times (10)^5 = 2 \times (10)^{2+5} = 2 \times (10)^7 = 2 \times 10000000 = 20000000$

● مثال ۳. ۲۰۰ دسی متر (مبدأ) چند سانتی متر (مقصد) است؟

پس:

دسی متر	سانتی متر
10^{-1}	10^{-2}

$(10)^1 = (10)^{-1} \times (10)^2 = (10)^1 = 10$

پاسخ $200 \times 10 = 2000$ سانتی متر است. البته چون این دو واحد بین واحدهای طول پشت سر هم هستند، با استفاده از جدول پلکانی طول (سانتی متر $\times 10$ دسی متر) سریع تر ضرب تبدیل به دست می آمد.

مجموعه پروژه‌های بزرگ برای ریاضی‌دانان کوچک

قسمت هشتم:
تقابل‌متناهی
و نامتناهی

● خسرو داودی و آرش رستگار



بی‌نهایت کوچک‌های خود را به کار برد تا مساحت قطعه‌ای از سهمی را حساب کند، برای اطمینان دو اثبات از محاسبه خود ارائه کرد. اینکه دوران یک خم نامتناهی حول یک محور دارای حجم متناهی باشد، توسط فیلسوفان قرن هفدهم به‌عنوان یک تناقض‌نما (پارادوکس) شناخته شد؛ به‌خصوص که اگرچه مقطع صفحه xy از این شکل مساحت نامتناهی دارد، اما همهٔ مقطع‌های دیگر این شیپور با صفحه‌های موازی با صفحه xy

ساختن یک مجموعهٔ هندسی و کنار هم قراردادن قطعه‌ها به روشی دیگر، یک دنبالهٔ نامتناهی از مستطیل‌های کوچک‌تر و کوچک‌تر ساخته بود که مساحت آن‌ها متناهی است. در مورد صحت اثبات تورپچلی اختلاف نظر وجود داشت. برای همین تورپچلی در کتاب «اوپرا جئومتریکا»^۱ دو اثبات از آن مطرح کرد. تورپچلی با اثباتی دقیق‌تر کران بالا و پایینی برای حجم شیپور جبرئیل ارائه کرد. جالب است ارشمیدس هم که اولین بار روش

شیپور جبرئیل یا ترومپت **تورپچلی**، شکلی با سطح جانبی نامتناهی اما حجم متناهی است. تورپچلی، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان ایتالیایی، در قرن هفدهم می‌زیست. این رویه در مقالهٔ خود تورپچلی با عنوان یک رویهٔ هذلولی تیز که با صفحه بریده شده، آمده است. البته پیش از او هم در قرن چهاردهم ریاضی‌دان دیگری، شکلی نامتناهی با حجم متناهی به‌دست داده بود. **نیکول اورسme** با تقسیم دو مربع واحد به ناحیه‌های کوچک و

اصل کاوالیری را نادقیق می‌دانست، هماهنگی داشت. هابز اعتقاد داشت، جسمی که تا بی‌نهایت ادامه دارد، ناچار است حجم بی‌نهایت داشته باشد. فیلسوفان به این سؤال هم پرداختند که آیا سطح دوران یافته می‌تواند مساحت متناهی اما حجم نامتناهی داشته باشد؟ برای مثال، ریاضی‌دانی به نام **رنه-فرانسوا سلوس** خمی ارائه کرد که دوران یافته آن درون یک نیم‌استوانه نامتناهی جای می‌گیرد. با این کار لیوانی درست می‌شود که حجم شیشه آن متناهی است، اما حجم مایعی که درون آن جای می‌گیرد نامتناهی خواهد بود. البته او ادعا نکرد که مساحت داخلی لیوان متناهی باشد (تصویر ۱). یعنی فکر نمی‌کرد مسئله معکوس تورپچلی را پاسخ گفته باشد.



تصویر ۱

حجم. نمی‌توان اصل ارسطو را برای دو مقدار عددی سطح و حجم در کنار هم به کار برد. دیگران محاسبات تورپچلی را برای برجسته کردن نظریات فلسفی خودشان به کار بردند. مثلاً **ایکناس-گاستون پاردیس** در سال ۱۶۷۱ این‌طور استدلال کرد که انسان متناهی می‌تواند نامتناهی را ادراک کند. لذا اثباتی ارائه کرد که هم خداوند و هم روح غیرمادی وجود دارند. از آنجا که ماده متناهی نمی‌تواند نامتناهی را ادراک کند، پس انسان باید بیش از ماده باشد و لازم است روح غیرمادی داشته باشد. از طرف دیگر، **آنتوان آرنولد** استدلال کرد، انسان‌ها در این مسئله به یک تناقض‌نا رسیده‌اند. تفکر انسان در آنچه می‌تواند اینجا بفهمد، محدود است، پس نمی‌تواند ماوراءالطبیعه، دین یا حقیقت را با استدلال رد کند. **هابز و والیس** در داخل دنیای ریاضی بحث کردند. والیس از کنارهم آمدن بی‌نهایت و تقسیم‌ناپذیرهای هندسی مشغوف شد و سعی کرد این ایده‌های هندسی را وارد حساب کند. هابز نیز استدلال کرد، چون ریاضیات از تجربه روزمره متناهی آمده است، پس نباید گفت نامتناهی، بلکه باید از لفظ «تعریف‌نشده» استفاده کرد. این موضوع با دیدگاه‌های دیگر هابز که

دارای مساحت متناهی هستند. پس بنا بر اصل کاوالیری، کل حجم هم باید متناهی باشد.

یک نگاه دیگر، در نظر گرفتن استوانه‌هایی به ارتفاع یک و شعاع‌های $r = \frac{1}{x}$ است. مساحت دایره به شعاع $r = \frac{1}{x}$ برابر است با $\pi r^2 = \frac{\pi}{x^2}$. اگر چه مجموع $\sum \frac{1}{x^2}$ واگراست، اما مجموع $\sum \frac{1}{x^3}$ عددی متناهی است. بنا بر محاسبات اوایلر:

$$\sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{x^3} = \frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^3} + \dots = \frac{\pi^3}{6}$$

حتی می‌دانیم مجموع زیر متناهی است.

$$\sum_{x=1}^{\infty} \frac{1}{x^{1+\varepsilon}} = \frac{1}{1^{1+\varepsilon}} + \frac{1}{2^{1+\varepsilon}} + \frac{1}{3^{1+\varepsilon}} + \dots + \frac{1}{n^{1+\varepsilon}} + \dots < \infty$$

نماد Σ (خوانده می‌شود سیگما) همان s یونانی است و اول کلمه sum به معنی مجموع است. البته برای هر عدد بسیار کوچک، اما مثبت ε .

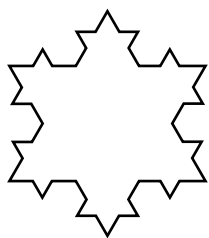
این تناقض‌نا باعث شد درباره طبیعت مفهوم بی‌نهایت بین فیلسوفان آن زمان بحثی در بگیرد. از جمله **توماس هابز، جان والیس و گالیلئو گالیله**. مثلاً **ایزاک بارو** که استاد **نیوتن** بود، به این نکته توجه کرد که به نظر می‌رسد، محاسبات تورپچلی، با این اصل **ارسطو** که بین متناهی و نامتناهی عددی قرار ندارد، تناقض دارد.

البته ارسطو وجود شیء فیزیکی نامتناهی را هم تناقض‌آمیز می‌دانست. ایزاک بارو مطابق باورهای فیلسوفان قرن هفدهم اعتقاد داشت، اصول ارسطو از یک دنیای متعالی و یک علم مجرد و جهانی بالاتری آمده‌اند که هم ریاضیات و هم فیزیک را در بر می‌گیرند. بنابراین شیء ریاضی تورپچلی واقعاً با اصول ارسطو متناقض می‌نمود.

دیدگاه ایزاک بارو این بود که اصل ارسطو هنوز صحیح است، اما باید طول را تنها با طول مقایسه کرد و مساحت را با مساحت و حجم را با

هر ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع بنا کنید:

در مرحله اول، یک ستاره شش پر به دست می‌آید که دوازده ضلع دارد. همین کار را با هر ضلع این ستاره تکرار کنید.



این کار را تا بی‌نهایت مرحله ادامه دهید. شکلی که به دست می‌آید، «برخال کخ» نام دارد که به عنوان یک خم طول آن نامتناهی است. اما مساحت محدود در آن، چون در یک منطقه کران دار قرار گرفته است، متناهی است.

پروژه‌های حل شده خود را در قالب ورد برای ما بفرستید. پروژه‌های منتخب در رمزینه همین مجموعه از مقاله‌ها به چاپ خواهند رسید.

پی‌نوشت

1. Opera Geometrica

این نمودار را حول محور x ها دوران می‌دهیم تا رویه‌ای به دست بیاوریم.

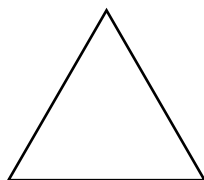


نشان دهید، اگر سطح جانبی این رویه متناهی باشد، حتماً حجم آن هم متناهی است.

توجه کنید خیلی مهم است که در حکم بالا یک تیزی به سمت بی‌نهایت رفته باشد. اگر رویه‌ای کران دار باشد و مانند کره گرد باشد، مانند یک توپ له شده یا کشیده شده که مساحت آن A است، با روش‌های پیشرفته حساب انتگرال می‌توان نشان داد حجم محصور داخل این رویه وقتی بیشینه است که این سطح به شکل کره باشد. در حالت کلی می‌توان یک کران بالا برای حجم محصور بر حسب سطح جانبی به دست آورد:

$$V \leq \frac{A^{\frac{3}{2}}}{6\sqrt{\pi}}$$

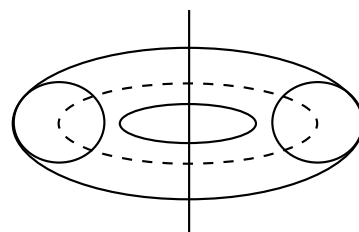
در دنیای برخال‌ها (فراکتال‌ها) هم می‌توان خم‌هایی ساخت که طول آن‌ها نامتناهی است، اما مساحتی متناهی درون آن‌ها محدود شده است. برای مثال، برخال کخ را این‌گونه می‌سازند. با یک مثلث متساوی الاضلاع شروع کنید:



در هر مرحله، هر ضلع را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید و روی

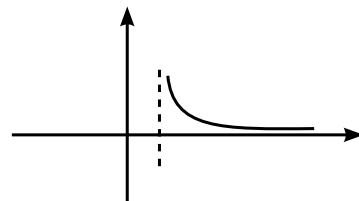
مارین مرسن و کریستین هویگنس و رنه-فرانسوا سلوس طی نامه‌هایی که به یکدیگر نوشتند، گمان خود را با یکدیگر در میان گذاشتند که مسئله معکوس تورپجلی را حل کرده‌اند. اما بعدها دیگران نشان دادند، این کار ناممکن است. هویگنس از روش دیگری ثابت کرد که رویه سلوس، لیوانی با حجم متناهی به دست می‌دهد. او مقطع مسطح عمود بر قاعده لیوان را در نظر گرفت و ثابت کرد مساحت آن عددی متناهی است. بعد با کمک «قضیه مرکز ثقل پاپوس» نشان داد حجم شکل دوران یافته هم متناهی است.

قضیه پاپوس: اگر مساحتی متناهی حول یک محور دوران کند، حجم حاصل ضربی از مسیری است که مرکز ثقل شکل پیموده است.



به عبارت دقیق‌تر، $V = Ad$ که در آن A مساحت ناحیه و d طول مسیر طی شده توسط مرکز ثقل است.

مسئله پروژه: فرض کنید نمودار تابعی داشته باشیم که پیوسته است و در هر نقطه خط مماس دارد و محور x ها مجانب آن است.



$$f: [1, \infty) \rightarrow [0, \infty)$$

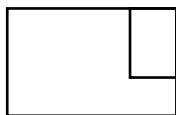


● محمدتقی طاهری تنجانی

در کلاس درس آقای رهنما

خلاقیت در حل مسئله

سپس مستطیلی را که کنار آن مستطیل دیگری بود رسم کرد (شکل ۱) و گفت: «بچه‌ها با یک خط راست چگونه می‌توان دو مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرد؟»



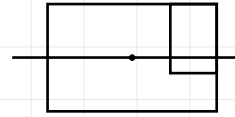
شکل ۱

احمدی: آقا اجازه! یعنی یک خط بکشیم که هر دو مستطیل

آقای رهنما (دبیر ریاضی) در حالی که با نگاهش تکتک دانش‌آموزان را زیر نظر داشت لبخندی زد و گفت: «ما در جلسه‌های گذشته با روش‌های حل مسئله‌ها آشنا شدیم، اما دانستن روش کافی نیست. در برخی از مسئله‌ها باید خلاقیتی هم از خودمان بروز بدهیم. غالباً کشیدن شکل می‌تواند به فهم بیشتر مسئله کمک کند. گاهی یک خط کمکی می‌تواند کارگشا باشد. امروز به چند مسئله و استفاده از خلاقیت در حل مسئله‌ها می‌پردازیم.»

به دو تکه مساوی تقسیم شوند؟

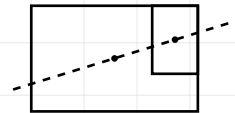
آقای رهنما: بله و سپس چند حالت را که جواب مسئله نبود، رسم کرد و گفت: «این‌ها نمی‌توانند مورد قبول باشند. در شکل ۲ خط مستطیل بزرگ را نصف می‌کند، ولی مستطیل کوچک نصف نمی‌شود.»



شکل ۲

مصطفوی: هر خطی که رسم کنیم باید از مرکز مستطیل بزرگ‌تر رسم شود. این‌طور نیست؟
آقای رهنما: آفرین این کار همان خلاقیتی است که به خرج دادید. این خط باید از مرکز هر دو مستطیل بگذرد. حالا جواب مسئله روشن شد.

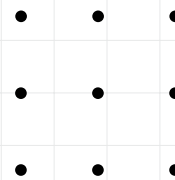
مصطفوی: آقا از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد، پس این خط همان خطی است که مرکز دو مستطیل را به هم وصل می‌کند.
آقای رهنما: در حالی که روی تخته خط گذرنده از مرکز دو مستطیل را رسم می‌کرد، گفت: «آفرین! همین‌طور که آقای مصطفوی اشاره کردند، فقط یک خط می‌شود رسم کرد.»



شکل ۳

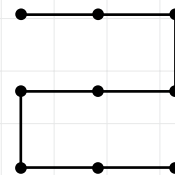
بچه‌ها: چه جالب!

آقای رهنما: حالا شما با کم‌ترین خط راست این ۹ نقطه را به هم وصل کنید.
سپس ۹ نقطه را روی تخته کلاس کشید و اضافه کرد: «البته موقع کشیدن قلم را نباید از روی صفحه برداریم.»

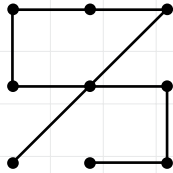


شکل ۴

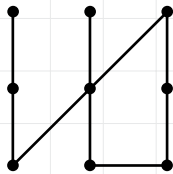
بچه‌ها مشغول کار شدند و شکل‌های ۵، ۶ و ۷ را به آقای رهنما نشان دادند.



شکل ۵



شکل ۶

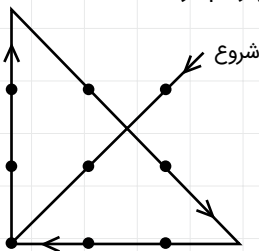


شکل ۷

آقای رهنما: ما می‌خواهیم با کمترین تعداد خط مستقیم، نقطه‌ها را به هم وصل کنیم. شکل‌های رسم‌شده شما بیش از چهار خط است. آیا با چهار خط نمی‌شود؟
احمدی: آقا اصلاً ممکن نیست. من هرچه رسم می‌کنم پنج خط یا بیشتر می‌شود. آقا سر کارمان گذاشته‌اید؟
آقای رهنما: نه جانم! می‌شود این کار را انجام داد، فقط باید با کمی تغییر زاویه دید و خروج از قالب‌های ذهنی رایج یا پیش‌فرض‌های ذهنی، با موضوع و مسئله برخورد کنید. باید از محدودیت‌هایی که ذهن فراهم می‌سازد خارج شوید.

حسینی: آقا راهنمایی بیشتری بکنید.

آقای رهنما: از محدوده خارج شوید. نگاهتان را وسیع‌تر کنید.
احمدی: آقا می‌شود خط‌ها از محدوده خارج شوند؟
آقای رهنما: چرا که نه! کلید حل مسئله همین است.
مصطفوی: آقا با این راهنمایی مسئله حل شد. من با چهار خط نقطه‌ها را به هم وصل کردم!
آقای رهنما: بیا پای تخته و شکل را رسم کن تا بچه‌ها ببینند. مصطفوی پای تخته آمد و شکل‌های اضافی را کاملاً پاک کرد و شکل ۸ را رسم کرد.



شکل ۸

آقای رهنما: آفرین! کاملاً درست است. این همان خلاقیتی است که لازم داشتیم. حالا به این سؤال جواب دهید: در شکلی که روی تخته کشیده‌ام، اگر $BC=6$ ، $CD=3$ و $AB=5$ (شکل ۹)، طول AD چقدر است؟

آقای رهنما: خب اگر طول و عرض مستطیل کوچک را x و y بگیریم، چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

احمدی: جمع x و y می‌شود نصف محیط؛ یعنی: $x+y=10$.

آقای رهنما: حالا محیط شکل اصلی را برحسب x و y تعیین کنید.

مصطفوی: آقا $6x$ و $6y$ دارد. یعنی محیط می‌شود: $6x+6y$.

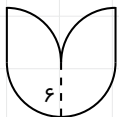
آقای رهنما: توضیح دهید چگونه؟

آقای مصطفوی: آقا مجموع پاره‌های عمودی که شکل را ساخته‌اند، شش برابر عرض مستطیل کوچک و مجموع پاره‌های افقی که شکل را ساخته‌اند، شش برابر طول مستطیل کوچک است. پس محیط شکل می‌شود $6x+6y$ ، و چون: $x+y=10$ پس محیط شکل بزرگ 60 سانتی‌متر است.

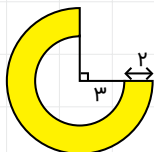
آقای رهنما: آفرین! من پیشنهاد می‌کنم نمونه‌های بیشتری را بررسی کنید. فرصت ما کم است. تعدادی مسئله را که خلاقانه حل می‌شوند، برایتان تهیه کرده‌ام. روی آن‌ها فکر کنید و بکوشید با یک خلاقیت مسئله را حل کنید. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های سؤال‌ها را توزیع کنید.

تمرین

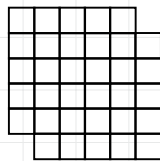
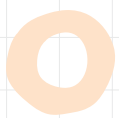
۱. مساحت شکل روبه‌رو چند واحد مربع است؟



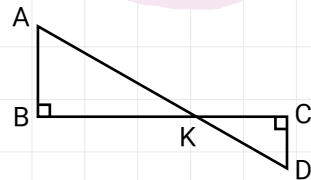
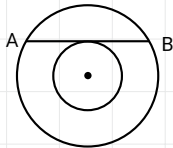
۲. مساحت ناحیه سایه‌خورده در شکل روبه‌رو چند واحد مربع است؟



۳. می‌خواهیم یک جدول 6×6 را که دو گوشه آن برداشته شده است، با شکل‌های  (مستطیل 2×1) بپوشانیم. چرا چنین کاری ممکن نیست؟

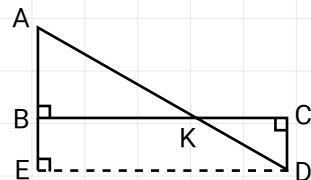


۴. در شکل زیر وتر AB به طول 12 سانتی‌متر بر دایره کوچک مماس است. مساحت بین دو دایره (ناحیه سایه‌خورده) چند سانتی‌متر مربع است؟



شکل ۹

برای حل این سؤال کمکتان می‌کنم. AB را امتداد دهید و از D به موازات BC خطی رسم کنید تا امتداد AB را قطع کند (شکل ۱۰).



شکل ۱۰

احمدی: آقا کار مشکل‌تر شد.

آقای رهنما: نه جانم حالا شما طول AE را دارید که می‌شود $5+3$. طول ED را هم دارید که همان طول BC است؛ یعنی 6 . حالا طول AD را حساب کنید.

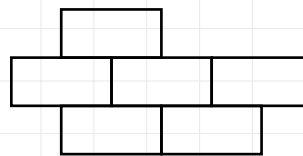
مصطفوی: آقا مثلث AED قائم‌الزاویه است. پس می‌شود از رابطه فیثاغورس استفاده کرد.

آقای رهنما: آفرین! همان‌طور که اشاره شد AD^2 می‌شود $6^2 + 8^2$ و یا همان 100 . پس AD برابر 10 است. آقای رهنما ادامه داد: «من شما را راهنمایی کردم. همان خط اضافی کلید حل مسئله بود.»

حسینی: آقا ما از کجا بفهمیم که چه باید بکنیم؟

آقای رهنما: البته این نوع کارها از تجربه به دست می‌آیند. هر چه شما بیشتر مسئله حل کنید با روش‌های متفاوت آشنا می‌شوید. فرق آدم‌ها هم همین تجربه و استفاده از موردهای مشابه است.

حالا با یک مسئله دیگر ذهنتان را درگیر کنید. در شکل ۱۰ شش مستطیل یکسان داریم که از اجتماع آن‌ها یک شکل بزرگ درست شده است. اگر محیط هر مستطیل 20 سانتی‌متر باشد، محیط شکل بزرگ چند سانتی‌متر است؟



شکل ۱۰

احمدی: آقا محیط یک مستطیل که 20 باشد، محیط شش ضلعی 120 می‌شود!

آقای رهنما: نه جانم منظور از محیط پیرامون شکل است. شکل از چند مستطیل مثل هم تشکیل شده است؟ بچه‌ها: شش مستطیل.



• محمد دشتی

درک عمیق ترجمه‌ها با کشف روابط بین‌هانی ریاضی

گفت‌وگو با آزادبه فرزان مؤلف کتاب درسی و مدرس ریاضی

هر معلم زمانی که در کنار حرفه معلمی در تألیف کتاب‌های درسی حوزه مربوط به خودش نیز مشارکت داشته باشد، می‌تواند راجع به آن رشته و حوزه‌های مربوط به آن بهتر و مؤثرتر قضاوت کند. در این شماره از نشریه برهان ریاضی به سراغ آقای «آزادبه فرزان» مؤلف کتاب‌های درسی و مدرس ریاضی رفته‌ایم و نظر او را در مورد ریاضی و موضوع‌های مرتبط با این حوزه جویا شده ایم. آنچه در ادامه می‌خوانید، حاصل این گفت‌وگوی صمیمی است.

برگشتم. از ابتدای ورود به دانشگاه، یعنی مهرماه سال ۱۳۷۳ در کنار تحصیل، به تدریس ریاضی در مدرسه‌ها و آموزشگاه‌ها مشغول شدم. از جمله فعالیت‌های دیگر در حوزه آموزش می‌توانم به تألیف کتاب‌های درسی ریاضی رشته انسانی در پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم در دفتر تألیف آموزش و پرورش و در کنار دیگر دوستان و استادان گروه، اشاره کنم که با رویکردی جدید انجام گرفت.

● لطفاً خودتان را به‌طور کامل معرفی کنید. سال تولد، محل تولد، مدرسه‌های محل تحصیل و ... و بگویید در حال حاضر به چه شغلی اشتغال دارید؟

○ آزادبه فرزان متولد شهریور ۱۳۵۳ و ساکن شهر تهران. فارغ‌التحصیل رشته ریاضی از دانشگاه صنعتی شریف هستم. بعد از پایان دوره کارشناسی در رشته آموزش ریاضی در دانشگاه پیتزبورگ به ادامه تحصیل مشغول شدم که به دلایلی قبل از پایان تحصیل و گرفتن مدرک دکترا به ایران

الف- برای پخت غذا برای هشت نفر مهمان در منزلتان چقدر ماده اولیه نیاز دارید؟ چه حجم و چه وزنی باید از هر کدام تهیه کنید؟

ب- اگر می‌خواهید چند نفر از دوستانتان را به یک ورزش دعوت کنید، چه پیشنهادی می‌کنید که همه آن‌ها از دعوتتان استقبال کنند؟ قطعاً باید به «اشتراک» نظراتشان توجه کنید. اگر اشتراک علاقه به یک ورزش وجود نداشته باشد، باید چکار کنیم؟ یک راه، پیشنهاد یک نوع جدید از بازی‌هاست. مثلاً بازی‌های رومیزی (بورد گیم). با تهیه یک فرم ساده و یک کار آماری ساده، می‌توانید با دقت «اشتراک» میان نظرات دوستانتان را مشخص کنید و دوره‌ی جذابی با یکدیگر داشته باشید.

نگاه علمی به حل یک مسئله حتی ساده می‌تواند به حل مسئله‌های پیچیده‌تر و عمیق‌تر کمک کند.

• درس ریاضی تا چه حد برای خودتان جذاب بوده است؟ چرا؟

○ به تمامی دلایل بالا، می‌توانم بگویم که مطالعه درس ریاضی همواره برای من جذاب بوده است. علاوه بر دلایل بالا، خواندن ریاضی و نظم شگفت‌انگیزی که در شاخه‌های ریاضی وجود دارد، همواره راهی بوده است که بتوانم از مسائل و اتفاقات روزمره دور شوم. شاید مطالعه ریاضی برای من نوعی تمرین یوگا باشد.

• در دوره متوسطه دوم در چه رشته‌ای تحصیل کرده‌اید، بفرمایید ارتباط شما با یادگیری ریاضی چه بوده است؟

○ شاید گفتن این مطلب کمی عجیب باشد که در دو سال آخر متوسطه، افت بسیار زیادی در درس ریاضی برای من به وجود آمد. به گونه‌ای که معلمان ریاضی مدرسه به من پیشنهاد دادند رشته تحصیلی‌ام را عوض کنم، زیرا استعداد چندانی در این درس ندارم! البته دلیل اصلی این اتفاق، مرگ ناگهانی پدرم، آقای دکتر مسعود فرزاد، بر اثر سکته قلبی بود. ایشان که از معلمان و استادان درس ریاضی در دانشگاه و از مؤلفان کتاب‌های ریاضی کتاب‌های درسی بودند، در سن ۴۶ سالگی، ما و جامعه علمی ریاضی را تنها گذاشتند. مرگ ایشان خواندن درس ریاضی را برای من بسیار دشوار کرد و باعث افت شدید نمره‌های من در این درس شد. خلاصه که ارتباط من و ریاضی بسیار تیره و تار شد. به یکدیگر هیچ علاقه‌ای نداشتیم و ترجیح دادیم از هم دور باشیم. اما، به مرور زمان، و نه مانند فیلم‌های سینمایی، به اهمیت این درس در تحصیل آینده‌ام پی بردم و با وجود سابقه نمره‌های بسیار پایین در این درس، با مطالعه و کار زیاد توانستم نه تنها این کمبودها را جبران

• با توجه به اینکه محور و موضوع مجله رشد ریاضی برهان که برای دانش‌آموزان متوسطه اول منتشر می‌شود، درس ریاضی است، لطفاً درخصوص اهمیت درس ریاضی به‌خصوص در دوره متوسطه برایمان بگویید؟

○ اگر برای دوستان جوانم در پایه‌های هفتم، هشتم و نهم بخواهم از اهمیت درس ریاضی بگویم، مایلم از چهار جنبه به این درس نگاه کنم:

۱. مطالعه ریاضی می‌تواند راهکار ایجاد «نظم فکری» باشد! بگذارید با بیان مرحله‌های زیر، مثالی از این نظم فکری بزنم. حل صحیح و اصولی مسئله‌های واقعی در دنیای امروز عموماً به متغیرهای زیادی وابسته است. این مسئله‌ها را در ریاضی با نام «متغیر» می‌شناسیم. از طرف دیگر، برای حل یک مسئله واقعی باید امکانات و ظرفیت‌هایمان را بشناسیم؛ همان که ما در مسئله ریاضی «فرض» می‌نامیم. نکته بعدی در حل مشکل و مسئله واقعی، مشخص کردن دقیق آن مشکل و مسئله است؛ همان که در ریاضی «حکم» نامیده می‌شود. بعد از مشخص شدن نکته‌های بالا، به دنبال مسیری هستیم که مشکل را حل کنیم. یعنی همان «حل مسئله».

۲. مطالعه ریاضی یکی از روش‌های مناسب برای یادگیری یک مهارت بسیار بسیار مهم است! مهارتی که برای موفقیت در هر زمینه‌ای که مایل هستید در آینده به آن مشغول باشید حیاتی است، «صبوری» یا با نگاهی دیگر «پشتکار» است. بدون داشتن پشتکار و صبوری نمی‌توانیم موفقیت مورد انتظارمان را به‌دست آوریم. موفقیت در درس ریاضی نیز همانند هر پروژه واقعی، به ممارست، پشتکار و تلاش زیاد نیاز دارد. در یک کلام، نیاز به صبوری دارد. از آنجا که درس ریاضی در نگاه اول از فرمول‌ها و جواب‌های کوتاه استفاده نمی‌کند، مطالعه این درس می‌تواند راه مناسب و مطمئنی برای به‌دست آوردن صبوری و تاب‌آوری شما در آینده کاری و زندگی باشد.

۳. مطالعه ریاضی مطالعه یک زبان است. اگر یادگیری زبان‌های انگلیسی، عربی، ترکی و اسپانیولی به شما کمک می‌کند با مردم دو یا پنج یا بیست کشور ارتباط برقرار کنید، یادگیری زبان ریاضی باعث می‌شود با صدها گرایش در رشته‌هایی مانند داروسازی، میکروبیولوژی، باستان‌شناسی، اقتصاد، رباتیک، هنر و معماری ارتباط برقرار کنید و دنیای خود را زیباتر بسازید.

۴. یادگیری حتی مفاهیم ابتدایی مانند مفهوم ضرب و تقسیم و فهم و درک آن‌ها می‌تواند در حل مسائل به نظر ساده، نقش مهمی بازی کند. بگذارید با هم چند مثال را بررسی کنیم؛

کنم، بلکه آن‌قدر به این رشته علاقه‌مند شدم که همان‌طور که قبلاً گفتم، در دانشگاه رشته ریاضی را انتخاب کردم.

● کدام بخش از مجله رشد ریاضی برهان برایتان جذاب‌تر بوده و مورد توجه شما قرار گرفته است؟

○ خواندن مجلات رشد ریاضی برای من همواره یک سرگرمی و تفریح خوب بوده است. بخش‌های ریاضی و کاربرد و ریاضی و مسئله از بخش‌های مورد علاقه من بوده‌اند.

● می‌گویند ریاضی پرکاربردترین دانش و مادر تمام علوم است. نظر شما چیست و اگر این گفته را قبول دارید، دلالتان چیست؟

○ واقعاً به دلیل آنکه مطالعه من در بخش‌های دیگر دانش و علم زیاد نبوده است و باید دقیق و صحیح صحبت کنم، نمی‌دانم پر کاربردترین رشته هست یا خیر! اما می‌توانم بگویم کمتر رشته‌ای در دنیای امروز وجود دارد که مستقیم یا غیرمستقیم با ریاضی مرتبط نباشد. پیشگویی دمای هوا در هفته آینده، میزان مصرف آب، برق و گاز در شهر و روستا در ماه آینده، قیمت بیت‌کوین در روزهای آینده، تأمین فولاد و آهن‌آلات برای ساخت خانه، و تعیین وضعیت سلامت بیمار بعد از خوردن سه روز قرص آنتی‌بیوتیک، تنها مثال‌های محدودی از کاربرد ریاضی در رشته‌های گوناگون هستند که به روشی برای پیشگویی اتفاقات آینده نیاز دارند.

● عده‌ای دیگر ریاضیات را ابزار قدرتمند درک جهان می‌دانند. آیا شما این ایده را قبول دارید؟ دلایل خود را توضیح دهید.

○ کشف روابط پنهان ریاضی در جهان پیرامونمان، قطعاً به درک عمیق‌تر و شناخت بیشترمان از جهان می‌انجامد.

● با عنایت به اینکه مجله‌های رشد ریاضی برهان را ملاحظه کرده‌اید، نظر شما در مجله رشد ریاضی برهان چیست و علاوه بر مطالب فعلی، چه مطالبی باید در آن چاپ شوند؟

○ خدا را شکر که مجله رشد ریاضی همچنان به همت دوستان عزیز، مدیر مسئول محترم و هیئت تحریریه دانشمند آن پابرجا هست. در مورد مطالب یا سرفصل‌های جدید می‌توانم به این سرفصل‌ها اشاره کنم: طراحی و معرفی بازی‌های رومیزی توسط بچه‌ها، ایجاد بخش‌های ثابت در هر قسمت مجله مانند ریاضی و هنر، ریاضی و اقتصاد از پیشنهاد‌های من برای ادامه کار مجله هستند. تعداد بیشتر مسابقه در هر قسمت می‌تواند راه دیگری برای جذاب‌تر شدن مجله باشد. فرستادن عکس‌هایی که مفاهیمی از ریاضی را نشان می‌دهد

در بخش «عکاسی ریاضی»، کمک به بچه‌های خوب هفتم تا نهم برای طرح سؤال‌های ریاضی برای بخش‌های مختلف کتاب، مثال‌هایی است که می‌تواند مورد توجه دوستان هیئت تحریریه قرار بگیرد.

● در زندگی شخصی خودتان از ریاضی چه بهره‌ای برده‌اید؟ توضیح دهید و در ضمن بگویید تصور می‌کنید ریاضی در زندگی شخصی و جامعه چه تأثیری دارد.

○ در زندگی شخصی خودم همواره در مواجهه با هر بحران و مسئله، تلاش می‌کنم تعریف‌های موضوع مورد بحث را با طرف مقابل هم‌هنگ کنم. به نظر من «تعریف» در ریاضی ساختار و استخوان‌بندی بسیار نیرومندی است که باعث می‌شود تنش‌ها و اختلاف‌ها در زندگی واقعی به حداقل برسند.

به اعتقاد من، یکی از دلایل مهم اختلاف‌ها، یکسان نکردن تعریف‌هایی است که به نظر بدیهی می‌رسند. دقیقاً همان کاری که ما در ریاضی انجام می‌دهیم و برای هر مفهومی یک تعریف دقیق داریم که همگان آن را پذیرفته‌اند.

با یک مثال سعی می‌کنم مطلب فوق را بهتر توضیح دهم؛ آیا تا به حال به این فکر کرده‌ایم که تعریف هر کدام از ما از دوست خوب چیست؟ و آیا تعریفمان را با اطرافیانمان به اشتراک گذاشته‌ایم؛ قبل از اینکه رابطه ما عمیق‌تر شود؟ فرض کنیم از نظر من دوست خوب دوستی باشد که حتماً در مسابقه فوتبال من را در تیم خودش انتخاب کند. اگر هیچ‌گاه در درس به من کمک نکرده باشد و همواره تمام خوراکی‌هایش را تنها خورده باشد، تا زمانی که هر هفته مرا در تیم خودش انتخاب کند، بسیار دوست خوبی است. از این شوخی که بگذریم، اگر همه ما بتوانیم ابتدا برای خودمان و سپس برای اطرافیانمان تعریف‌هایمان را دقیق مشخص کنیم، می‌توانیم انتظار روابطی پویاتر و موفق‌تر را داشته باشیم.

● اگر موضوعی وجود دارد که در سؤال‌ها به آن پرداخته نشده است و تمایل دارید درباره آن صحبت کنید، بیان فرمایید.

○ از دوستان دانشمند و عزیز مجله رشد ریاضی برهان، به دلیل فرصتی که در اختیار من قرار دادند، بسیار سپاسگزار هستم. امیدوارم شماره به شماره شاهد رشد و موفقیت بیشتر مجله‌های خوب «رشد» باشیم و زحمت و تلاش شما دوستان برای بالابردن علاقه بچه‌های خوب کشورمان در درس ریاضی، بهتر و گسترده‌تر شود.

جدول عددی

جعفر ربانی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۱	■				■						■
۲				■				■			
۳		■							■		
۴			■			■				■	
۵				■			■				
۶	■				■			■			■
۷				■					■		
۸		■				■				■	
۹			■					■			
۱۰				■			■				
۱۱	■					■					■

عمودی

۱. تکرار اولین عدد اول بزرگتر از ۳۰ - عددی بدون صفر، مضرب ۵، بزرگتر از ۵۰۰۰ و با جمع ارقام ۱۲.
۲. «وجه علی» به عدد ابجدی - عددی با رقم‌های نزولی و مضرب ۳ - سه عدد راست قامت.
۳. مربع بزرگترین عدد یک رقمی - عددی با این مشخصات: دو رقم اول، اولین عدد اول کوچکتر از ۲۰، دو رقم آخر کوچکترین عدد اول بزرگتر از ۶۰، رقم سوم ثلث رقم دوم - مدت رسالت پیامبر اسلام در مکه و مدینه.
۴. نصف به علاوه یک عدد ۳۰۰ - اولین عدد زوج و قرینه‌اش نسبت به عدد صفر.
۵. عددی است زوج شامل چهار رقم متوالی، رقم آخر مربع و دو برابر رقم اول است، مجموع رقم‌هایش نیز ۱۰ است.
$$(n=10) s = n^3 + 5n^2 + 8n - 7$$
۶. پدربزرگ که متولد ۱۳۴۳ است، چند سال دارد؟ - ■ - سال بعد از واقعه عاشورا.
۷. عددی بزرگتر از هزار که رقم دوم آن سه برابر رقم سوم و دو برابر رقم چهارم است. - حاصل $1029x^3$ ($x=2$).
۸. باز هم آن سه راست قامت - از انواع پژو.
۹. روز خاصی در بهمن ماه - دو به توان ۱۵ - یک دو جین.
۱۰. ۶ و سپس مربع آن - نیمه قرن نهم - تعداد سوره‌های قرآن.
۱۱. سال احداث باغ دولت‌آباد یزد (این عدد را در صفحه اول برهان شماره ۳ بجویید). - از ده هزار رقم اول گریخت؛ چه باقی ماند؟ ■ این مربع نشانه ۵ رقم وسط مجله است. این ۵ رقم را طوری قرار دهید که از هر طرف بخوانیم جمع سه رقم ۲۰ شود.

افقی

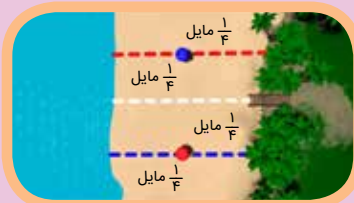
۱. برتراند راسل، ریاضی‌دان بزرگ، در سال ۱۹۷۰ میلادی در سن ۹۸ سالگی درگذشت. چه سالی به دنیا آمده بود؟ - دو سوم کتابی را خوانده‌ام و به صفحه ۶۸۴ رسیده‌ام. کل کتاب چند صفحه است؟
۲. سه رقم نزولی متوالی منتهی به عدد یک - تعداد روزهای سال کبیسه - عددی که رقم میانی جمع دو رقم دیگر و جمع رقم‌ها ۶ است.
۳. عدد معصومین - عدد ۱۱ و مربع آن - واقعه عاشورا در این سال هجری اتفاق افتاد.
۴. شماره مسلسل مجله‌ای که در دست داری - در این سال میلادی دین مسیحیت در امپراتوری روم مجاز اعلام شد.
۵. سال سقوط و فروپاشی اتحاد جماهیر شوروی - پنج سال مانده به پیروزی انقلاب مشروطه.
۶. عددی بزرگتر از ۶۰ و مضرب ۷ - ■ - سه چهارم چند درصد است؟
۷. عددی زوج و بزرگتر از ۵۰۰۰، دو رقم میانی آن مربع است، دو رقم اول عدد اول است، و رقم آخر ثلث رقم سوم است. - حاصل 200×23 .
۸. دومین عدد سه رقمی - هشت برابر عدد قبلی.
۹. تعداد برادران حضرت یوسف^(ع) - مربع ۵ و مربع همین مربع - عدد انگشتان دست.
۱۰. دو به توان ۹ - $16n + 19 + (n^2 - 1)(n^2 + 1)$ ، $n = 5$ - شماره مرکز فوریت‌های پلیس.
۱۱. سال تأسیس دانشگاه تهران - سال میلادی گذشته.



برای دیدن پاسخ
رمزینه را پویش کنید.

چرا رقیب‌ها مغازه‌هایشان را نزدیک هم باز می‌کنند؟

● مترجم: مریم جعفرآبادی



پس ۵۰ درصد آدم‌های ساحل مشتری شما خواهند بود و ۵۰ درصد دیگر مشتری پسرعموی شما. مثل اینکه شما دو نفر به یک راه‌حل بهینه رسیده‌اید و توافق خوبی بوده است! روز بعد، وقتی به محل کار می‌رسید، یکدفعه می‌بینید پسرعمو گاری خود را وسط ساحل گذاشته است.



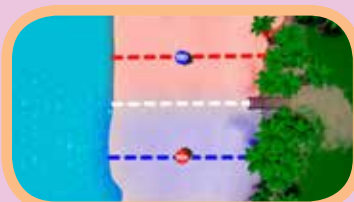
شما به محل کار خود در یک چهارم مایلی ساحل که دیروز آنجا ایستاده بودید می‌روید، اما امروز فقط ۲۵ درصد افرادی که در ساحل هستند به سراغ شما می‌آیند و پسرعمویتان ۵۰ درصد آدم‌هایی را که در یک سمت چرخ‌دستی‌اش هستند و ۲۵ درصد افرادی را که بین خودش و شما هستند پوشش می‌دهد.



مایل پیاده‌روی به بستنی‌فروشی شما می‌رسند. تعداد زیادی از افرادی که در ساحل هستند، وقتی شما درست وسط ساحل مستقر باشید، فاصله زیادی با شما ندارند.



یک روز صبح که مثل همیشه دارید برای شروع کار روزانه به وسط ساحل می‌آید، می‌بینید که پسرعمویتان هم با یک چرخ‌دستی پر از بستنی‌هایی دقیقاً مثل آنچه شما می‌فروشید به ساحل آمده است. کاری که شما می‌کنید این است که ساحل را بین خودتان دو نفر نصف می‌کنید و هر کدامتان در نقطه وسط قلمرو خودش می‌ایستد تا مشتریانی که در محدوده شما هستند، کمترین میزان پیاده‌روی را داشته باشند تا به چرخ‌دستی شما برسند.



با توافقی که با پسرعمویتان کرده‌اید، هر کسی که در این ساحل هست، با پیاده‌روی به اندازه یک چهارم مایل، به یکی از شما دو نفر می‌رسد.

چرا در یک محله هیچ پمپ بنزینی نیست و یکدفعه چند تا پمپ بنزین نزدیک به هم ساخته می‌شوند؟



یا چرا قهوه‌سراها (کافی‌شاپ‌ها)، خواربارفروشی‌ها، تعمیرگاه‌های خودرو و رستوران‌ها به‌جای اینکه به‌طور مساوی در منطقه‌های متفاوت شهر پخش شوند، اکثراً به‌صورت گروهی و متمرکز در یک محله وجود دارند؟



عوامل زیادی می‌تواند در تصمیم‌گیری برای محل کسب‌وکار نقش داشته باشد، اما می‌توان با یک داستان ساده عامل «رقابت» بین کسب‌وکارهای مشابه را توضیح داد.

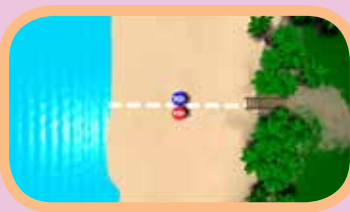
فکر کنید که شما در یک ساحل بستنی می‌فروشید. طول ساحل یک مایل است و هیچ بستنی‌فروش دیگری آنجا به‌جز شما نیست. چرخ‌دستی پر از بستنی خود را کجای ساحل قرار می‌دهید تا بیشترین فروش را داشته باشید؟ درست وسط ساحل. دورترین افراد به شما در این حالت با نیم

مغازه‌های وسایل الکترونیکی فکر کنید. ممکن است با توزیع یکنواخت خدمات در سراسر جامعه به مشتریان خدمات بهتری ارائه شود، اما این مدل باعث می‌شود کسب‌وکارها در رقابت آسیب‌پذیر باشند.



در دنیای واقعی، مشتریان هم از جاهای متفاوتی به سمت شما می‌آیند و مثال‌ها کمی پیچیده‌تر از مثال ساحل و بستنی‌فروشی‌هاست. کسب و کارها هم آزادند تا با راهبردهای بازاریابی، مثل تبلیغ‌های متنوع و کاهش قیمت‌های رقابتی، و... سعی کنند مشتریان بیشتری را جذب کنند. اما باز هم شرکت‌ها دوست دارند نزدیک به رقبای خود باشند و همین عامل روی میزان فروششان مؤثر است.

جنوب، به سمت اکثر خریداران بستنی حرکت می‌کنید، تا اینکه در نهایت هر دوی شما در مرکز ساحل، پشت سر هم قرار می‌گیرید و دوباره هر کدام به ۵۰ درصد خریداران بستنی جنس می‌فروشید.



در این مرحله، شما و پسر عموی رقابتی‌تان به چیزی رسیده‌اید که نظریه‌پردازان بازی به آن «تعادل نش» می‌گویند. نقطه‌ای که هیچ‌کدام از شما نمی‌توانید با تغییر موقعیت یا راهبرد خود، وضعیت بهتری را ایجاد کنید.

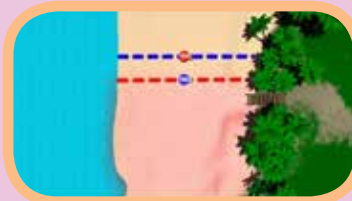
تعادل نش



راهبرد اصلی شما، جایی که هر کدام یک چهارم مایل از وسط ساحل فاصله داشتید، دوام نیاورد، زیرا تعادل نش نبود. هر کدام از شما می‌توانید سبد خرید خود را به سمت دیگری حرکت دهید تا بستنی بیشتری بفروشید. وقتی هر دوی شما در مرکز ساحل هستید، اگر موقعیت خود را به سمت مشتریان دورتر تغییر دهید، وضعیت مشتریان فعلی را که نزدیک‌تر هستند، بدتر کرده‌اید.

حالا با داستانی که گفتیم، به تمام غذاخوری‌های فوری (فست‌فود) و زنجیره‌ای، مغازه‌های لباس یا

روز سوم جنگ بستنی، شما زودتر به ساحل می‌رسید و درست در مرکز قلمرو قرار می‌گیرید؛ به امید اینکه شما به ۷۵ درصد از ساحل‌نشینان خدمات دهید و پسرعمویتان مجبور شود فقط ۲۵ درصد از مشتری‌های ساحل را داشته باشد.



وقتی او به ساحل می‌رسد، مثل دیروز شما عمل نمی‌کند، بلکه می‌آید نزدیک شما مستقر می‌شود و با این کارش ۵۰ درصد از مشتریان را مال خودش می‌کند و ۵۰ درصد دیگر مال شما خواهد بود. برای اینکه شانس خود را برای جذب مشتری کمی بیشتر کنید، چند قدمی به سمت پسرعمویتان حرکت می‌کنید تا تعدادی از مشتریان از دست رفته خود را دوباره به دست آورید. انگار که یک بار شما به سمت شمال ساحل ایستاده بودید و حالا جایتان عوض می‌شود.



وقتی وسط روز شما مشغول یک چرت کوتاه نیم‌روزی هستید، حالا نوبت اوست که چند قدم به سمت شما حرکت کند و دوباره مشتریان را به سمت خودش بکشد. در طول روز، هر دوی شما به صورت متناوب به سمت

منبع

ترجمه‌ای آزاد از ویدئوی تد که می‌توانید در پیوند زیر آن را ببینید:
https://www.ted.com/talks/jac_de_haan_why_do_competitors_open_their_stores_next_to_one_another/transcript?autoplay=true

آریان خلیلی

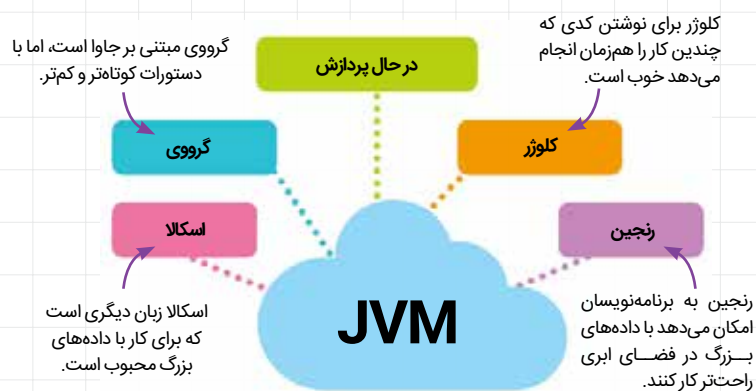
زبان‌های برنامه‌نویسی آینده

زبان‌های برنامه‌نویسی رایانه‌ای در مدت‌زمان نسبتاً کوتاهی راهی طولانی را پیموده‌اند. آیا تا سال ۱۴۱۰ هجری شمسی برنامه‌نویسان همچنان از زبان‌های امروزی استفاده خواهند کرد یا زبان‌های جدیدی برای کدنویسی معرفی خواهند شد؟

ستاره‌های در حال ظهور

تعداد زبان‌های برنامه‌نویسی محبوب به سرعت در حال افزایش است. برای مثال زبان برنامه‌نویسی «آر» برای برنامه‌نویسی آماری طراحی شده است و برای برنامه‌هایی که داده‌های زیادی را پردازش می‌کنند مفید است. همچنین زبان «گو»^۱ بسیار خوانا و برای شبکه مناسب است که بسیاری از سازمان‌های بزرگ از آن استفاده می‌کنند. «هسکل»^۲ یک زبان کاربردی است که شیوه‌های برنامه‌نویسی بهتر را تشویق می‌کند. زبان «راست»^۳ بر اساس زبان «سی» است، اما شامل عناصر هسکل نیز می‌شود. «تایپ اسکریپت»^۴ نسخه‌ای از جاوااسکریپت با قوانین سخت‌گیرانه‌تر است که به کد ایمن‌تری منجر می‌شود.

هدف پردازش این است که هنرمندان بتوانند گرافیک‌های تعاملی را کدنویسی کنند.



ماشین مجازی جاوا

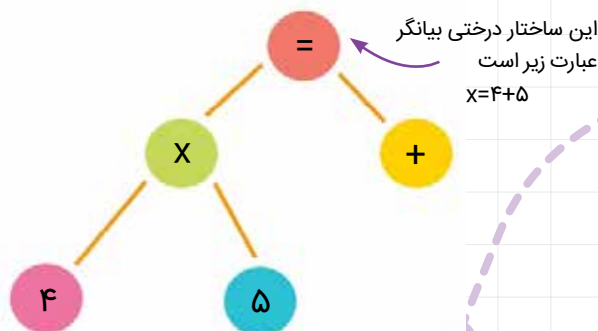
چندین زبان در حال ظهور را می‌توان روی هر رایانه‌ای که دارای «ماشین مجازی جاوا» (جی‌وی‌ام) است، اجرا کرد. این یک مزیت برای اینترنت اشیا است، زیرا ماشین مجازی جاوا می‌تواند ورودی‌هایی را از دستگاه‌های دیجیتال دریافت کند که زبان‌های برنامه‌نویسی متفاوت را اجرا می‌کنند.

ابداع زبان برنامه‌نویسی جدید

هنگام ابداع هر زبان برنامه‌نویسی جدید چند موضوع را باید در نظر گرفت؛ مانند سبک برنامه‌نویسی و اینکه آیا زبان ترجمه (کامپایل) یا تفسیر می‌شود؟ مرحله بعدی ایجاد دستور زبان (گرامر) برای زبان است. یعنی مجموعه‌ای از قوانین که نحوه ساخت برنامه‌ها را تعریف می‌کند. هنگامی که دستور زبان تعریف شد، می‌توان از آن به منظور نوشتن یک مفسر برای زبان استفاده کرد.

ساختار درختی

مفسرها از قوانین هر زبان برنامه‌نویسی برای ایجاد ساختارهای داده‌ای به نام «ساختار درختی» استفاده می‌کنند. ساختار درختی نشان می‌دهد چگونه بخش‌هایی از یک دستور به هم متصل می‌شوند.



خوب است بدانید

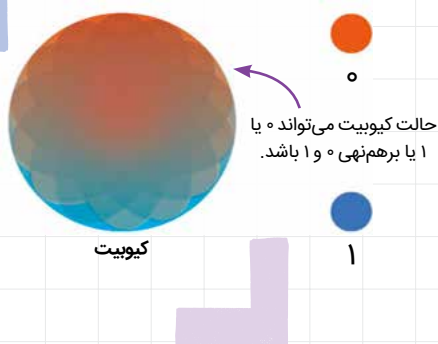
برنامه‌نویسان گاهی زبان‌های مخصوص دامنه را به منظور نوشتن برنامه‌هایی برای حل مشکلات در یک حوزه تخصصی طراحی می‌کنند. نمونه‌ای از این زبان‌ها عبارت‌اند از: «وریلوگ»^۵ که طراحان سخت‌افزار و تراشه‌های رایانه‌ای از آن استفاده می‌کنند؛ «لوگو»^۶ که یک زبان آموزشی اولیه است و به کودکان اجازه می‌دهد ربات لاک‌پشت شکل را در اطراف صفحه‌نمایش حرکت دهند؛ «اسکیوال»^۷ که برای کار با پایگاه‌های داده از آن استفاده می‌شود.

زبان‌های برنامه‌نویسی آینده

چه نوع زبانی برای برنامه‌نویسی انواع جدید رایانه لازم است؟ رایانه‌های کوانتومی از اصول فیزیک کوانتومی برای انجام محاسبات استفاده می‌کنند؛ محاسباتی که با استفاده از رایانه‌های معمولی زمان بسیار زیادی طول می‌کشند. آن‌ها در حال حاضر در مرحله توسعه هستند، اما زبان محاسبات کوانتومی (QCL)، بر اساس زبان سی قبلاً برای آن‌ها ایجاد شده است.

کیوبیت

هر بیت در رایانه کوانتومی به عنوان بیت کوانتومی یا کیوبیت شناخته می‌شود. کیوبیت می‌تواند در یکی از این سه حالت ممکن باشد: ۰، ۱ یا حالتی که هم‌زمان ۰ و ۱ باشد. این حالت آخر به عنوان «برهم‌نهی کوانتومی» شناخته می‌شود.



خوب است بدانید

مهندسان زیست‌فناوری در موسسه فناوری ماساچوست اخیراً یک زبان برنامه‌نویسی ایجاد کرده‌اند که آن‌ها را قادر می‌سازد، مدارهای بیوشیمیایی ساخته شده از «دی‌ان‌ای» DNA را بسازند. این مدارها در سلول‌های زیستی قرار می‌گیرند و سلول‌ها را قادر می‌سازند به روش‌های خاصی به محیط خود واکنش نشان دهند.

زبان جهانی؟!

بعید است که زبان‌های برنامه‌نویسی به سمتی حرکت کنند که در آن از یک زبان برای همه چیز استفاده شود. درست مانند ابزارهای فیزیکی، هر زبان به طور خاص برای انجام کارهای معینی طراحی شده است. «یادگیری ماشینی» - توانایی رایانه‌ها برای یادگیری چیزهای جدید بدون برنامه‌ریزی خاص - احتمالاً در آینده بر برنامه‌نویسی تأثیر می‌گذارد؛ زیرا برنامه‌نویسان از ابزارهایی استفاده خواهند کرد که این توانایی را دارند.

مهارت‌های قابل انتقال

برنامه‌نویسی شامل گرفتن یک الگوریتم و بیان آن با استفاده از دستورالعمل‌هایی است که رایانه می‌تواند بفهمد. این یک مهارت است که از یک زبان برنامه‌نویسی به زبان دیگر قابل انتقال است. عبارت مرسوم «Hello World!» را می‌توان به زبان‌های برنامه‌نویسی گوناگونی نوشت، اما همه آن‌ها نتیجه یکسانی دارند.



خوب است بدانید

در حالی که یادگیری ماشین ممکن است نیاز به مهارت‌های برنامه‌نویسی سنتی را کاهش دهد، خود سامانه‌های یادگیری ماشین را برنامه‌نویسان باید بنویسند. محبوب‌ترین زبان‌های مورد استفاده برای ایجاد سامانه‌های یادگیری عبارت‌اند از: پایتون، زبان برنامه‌نویسی آر، و جاوا. همان‌طور که می‌دانید دانش‌آموزان پایه‌های هفتم تا نهم در سه سال متوالی در درس کار و فناوری با زبان برنامه‌نویسی پایتون آشنا می‌شوند.

پی‌نوشت‌ها

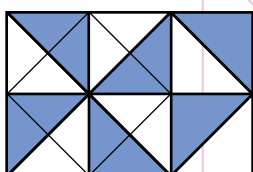
1. Go
2. Haskell
3. Rust
4. TypeScript
5. Verilog
6. Logo
7. SQL

ندا نعمتی

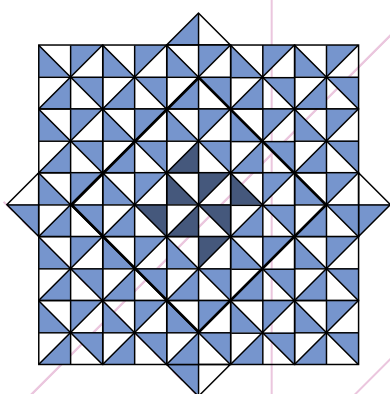
کاربرد هندسه در معماری

(قسمت دوم)

از تکثیر و کنار هم قرار گرفتن بخشی از این هشت ضلعی (شکل ۲-ب) طرحی ایجاد می شود که در شکل ۳ مشاهده می کنید.



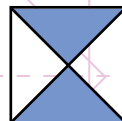
شکل ۲-ب



شکل ۳

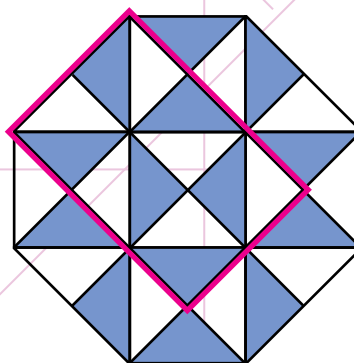
با توجه به آنچه تاکنون دیده ایم، با کنار هم قراردادن این شکل های هندسی و انجام محاسبه های دقیق و ایجاد بعضی تغییرات، می توان به الگوهای پیچیده ای دست یافت که در هنر اسلامی و معماری کاربرد دارند. صفحه بعد نمونه هایی از این گونه طرح ها است که امکان دارد در کاشی کاری های مسجدها و مکان های تاریخی دیده باشید (شکل ۴).

در شماره های گذشته آموختید که چگونه از یک دایره شکل هایی مانند مربع، مثلث، شش ضلعی، ستاره هشت پر، گل شش پر و... رسم کنید. در این شماره مانند شماره قبل کاربرد شکل های هندسی در کاشی کاری و معماری را شرح می دهیم و می خواهیم ببینیم چطور از نقش های ساده می توان به طرح های پیچیده تر رسید.



شکل ۱

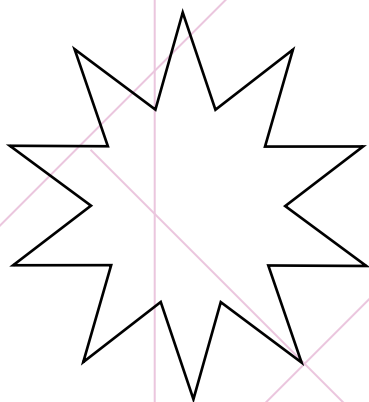
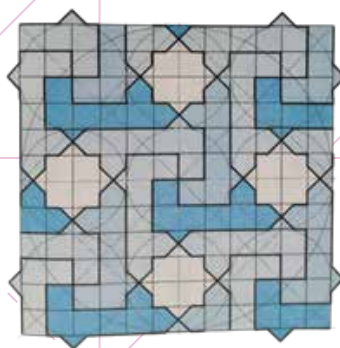
شکل ۱ مربعی ساده را نشان می دهد که با رسم قطرهای آن چهار مثلث درونش تشکیل می شود. این مثلث ها با دو رنگ متفاوت مشخص شده اند. حال اگر این مربع و مربع های مشابه آن، طوری کنار هم قرار بگیرند که هیچ دو رنگ یکسانی مجاور هم نباشند، و دو برش قطری نیز از دو مربع دیگر از همان نوع داشته باشیم، یک هشت ضلعی غیرمنتظم خواهیم داشت. (شکل ۲-الف)



شکل ۲-الف

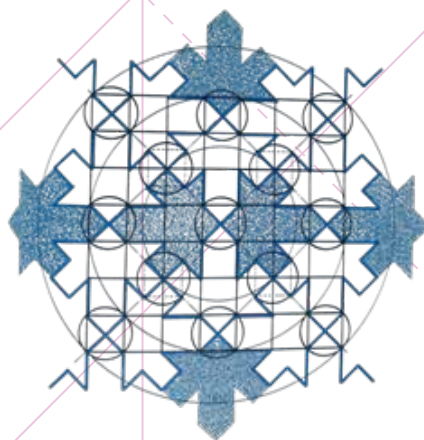
با استفاده از پرگار و ایجاد کمان و یا دایره‌های مماس که پیش‌تر گفتیم، گل‌های پنج پر و یا ده پر نیز می‌توان از این دایره استخراج کرد. با این توضیح آیا فکر می‌کنید بتوانید از طرح به‌دست‌آمده در شکل ۵ به یک ستاره ده پر دست پیدا کنید؟

البته که می‌توانید. یک بار دیگر دایره را به پنج کمان مساوی تقسیم کنید؛ نیم‌ساز یکی از کمان‌های تقسیمات پیشین را پیدا کنید و این بار تقسیم‌بندی را از اینجا شروع کنید. با یک چرخش ۳۶ درجه‌ای ستاره پنج‌پر بعدی رسم می‌شود. با پاک‌کردن خط‌های اضافی ستاره ده‌پر نمایان می‌شود.



شکل ۶

در طرح‌های کاشی، آجرکاری و... ممکن است نقشی مشابه شکل ۷ مشاهده کنید که از بسط همین پنج‌ضلعی‌ها ایجاد شده است.

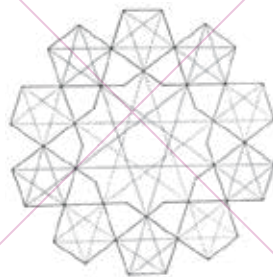


شکل ۴

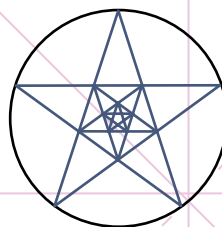
حال برگردیم به دایره و ببینیم دیگر چه شکل‌هایی به کمک آن می‌توان رسم کرد. دایره‌ای به شعاع ۲ رسم کنید و آن را با نقاله به پنج قسمت مساوی تقسیم کنید؛ پنج کمان روی دایره تفکیک می‌شود که از اتصال این نقطه‌ها یک پنج‌ضلعی شکل می‌گیرد. اگر نقطه ۰ را به ۲ و ۳ و ۴ به ۱ به ۳ و ۴، و همچنین نقطه ۲ را به ۴ و ۰ وصل کنید، یک ستاره پنج‌پر رسم کرده‌اید. در این ستاره، پنج‌ضلعی کوچک‌تری تشکیل می‌شود که آن هم ستاره‌ها و پنج‌ضلعی‌های دیگری درونش دارد.



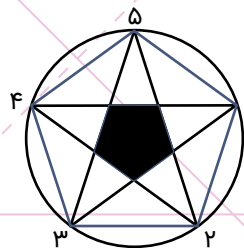
ب



الف
شکل ۷



ب



الف
شکل ۵

منبع
کریچلو، کیت (۱۳۹۰). تحلیل مضامین جهان‌شناختی نقوش اسلامی. ترجمه حسن آذرکار. انتشارات حکمت. چاپ دوم.



برای دیدن پاسخ
رمزینہ را پویش کنید.

محمدتقی طاهری تنجانی

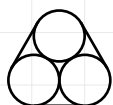
جدول ریاضی

جدول زیر شامل ۳ عدد چهار رقمی و ۴ عدد دورقمی است.
شرح جدول در زیر آمده است. عددهای سطرهای افقی از
چپ به راست و در ستون‌ها از بالا به پایین نوشته می‌شوند.

	۵	۶	۷
۱			
۲			
۳			
۴			

شرح جدول

۱. حاصل جمع عددهای طبیعی کوچکتر از ۹۹.
۲. تعداد عددهای سه رقمی مربع کامل که از ۹۵۰ کوچکترند.
۳. سن پدر احمد سه برابر سن احمد است. پس از ۱۲ سال سن احمد نصف سن پدرش خواهد شد. سن احمد چند سال است؟
۴. اگر نسبت سه برابر عددی منهای ۱۰ بر ربع آن عدد برابر ۱۰ باشد، آن عدد کدام است؟
۵. مطابق شکل، سه لوله یکسان هر یک به قطر ۸۰ سانتی‌متر را با تسمه‌ای به هم بسته‌ایم. طول تسمه چند میلی‌متر است؟
($\pi = 3/14$)



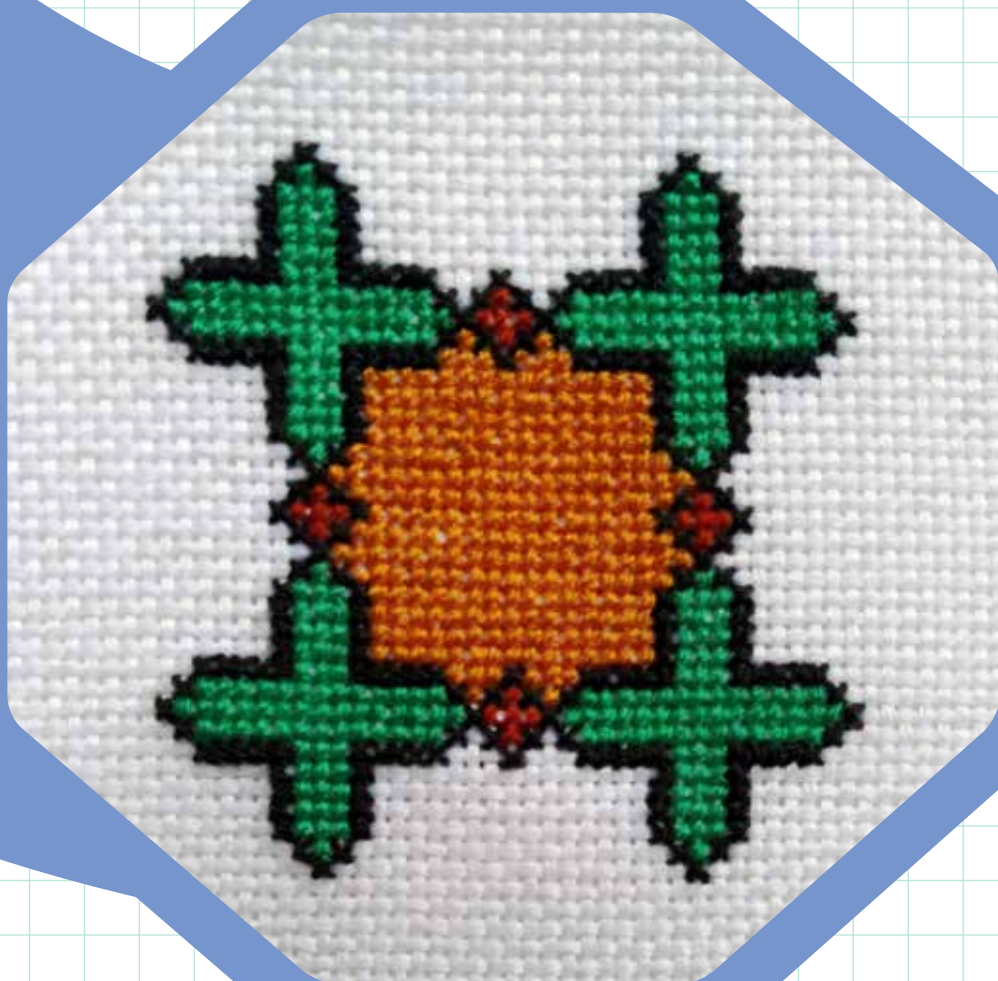
۶. مجموع سه عدد اول a ، b و c برابر ۱۰۸ است. اگر $a < b < c$ حاصل عبارت $\frac{b+c-a}{a}$ کدام است؟
۷. آقای امیدوار کالایی به قیمت ۱۰۰۰۰ تومان را به آقای توکلی با ۱۰ درصد سود می‌فروشد. آقای توکلی همین کالا را با ۱۰ درصد زیان به آقای امیدوار پس می‌دهد. آقای امیدوار در این داد و ستد چقدر سود کرده است؟

ندا نعمتی

شماره دوزی طرح کاشی



برای مشاهده
مراحل ساخت،
رمزینه را پویش
کنید.



● خسرو داودی
● تصویرگر: حسین یوزباشی



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه
را بپوش کنید.



به نظر شما استاد محمود چگونه این کار را انجام می‌دهد؟
از دانش ریاضی‌تان کمک بگیرید و این تردستی استاد محمود را حل کنید.