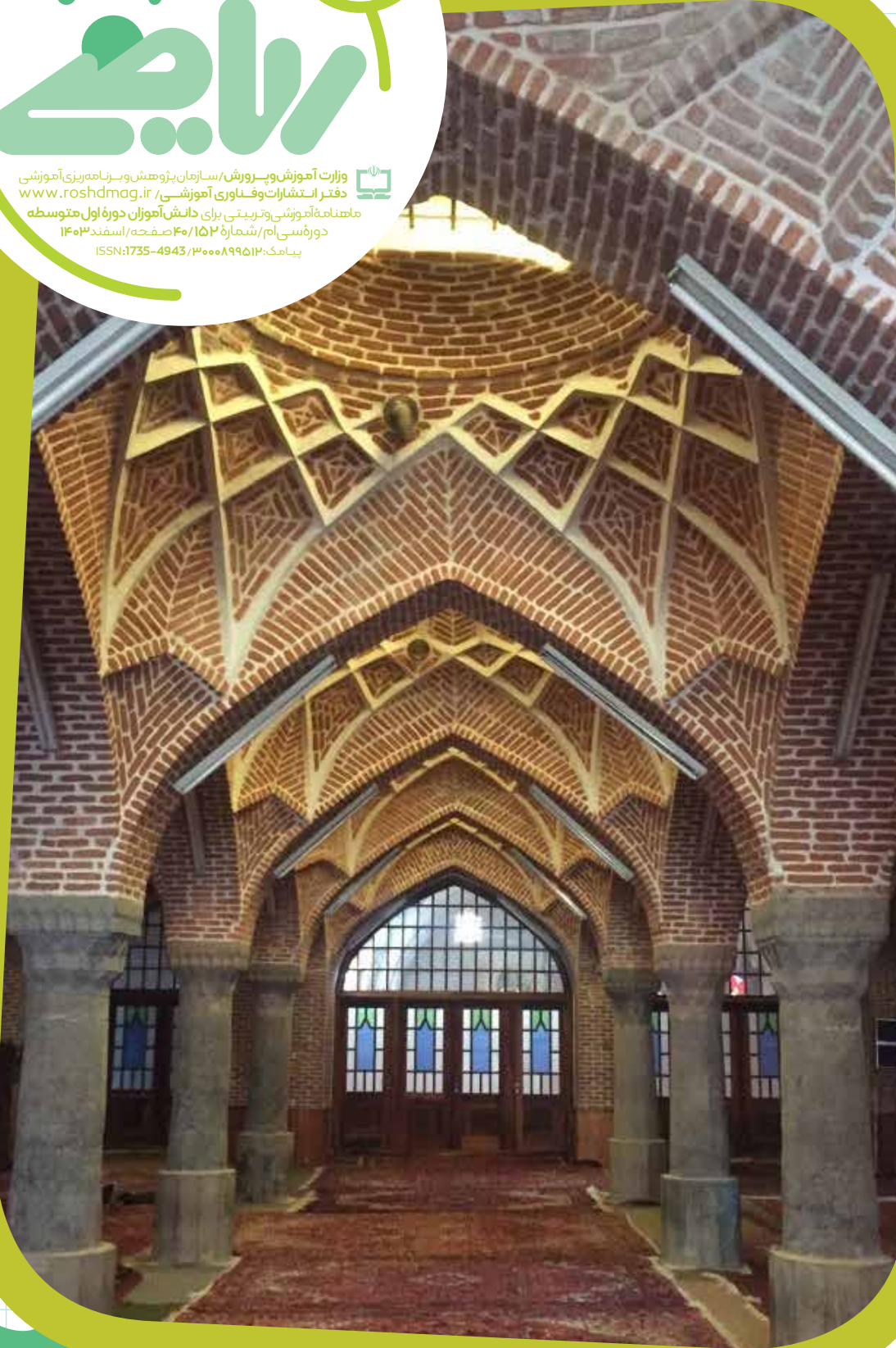


۶

رشد برهان

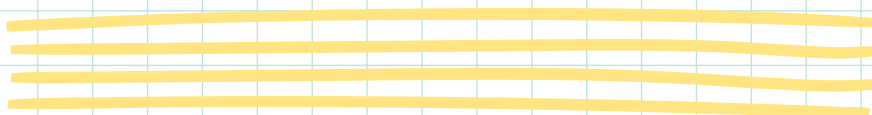
رایجی

وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۵۲ / ۴۰ صفحه / اسفند ۱۴۰۳
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN: 1735-4943



جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبایی‌ها
مسجد جامع تبریز

بازی با اعدادها



۱. در جاهای خالی علامت درست ریاضی (+ - × ÷) قرار دهید تا حاصل عبارت به دست آید:

$$۸ \square ۲ \square ۶ \square ۴ = ۲۸$$

$$۶ \square ۳ \square ۷ \square ۷ = ۲۸$$

$$۷ \square ۶ \square ۳ \square ۱۴ = ۲۸$$

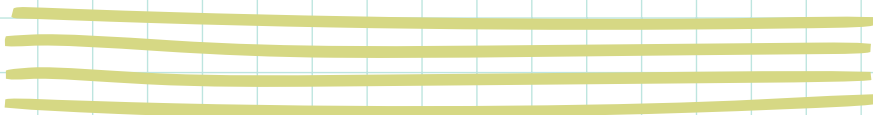
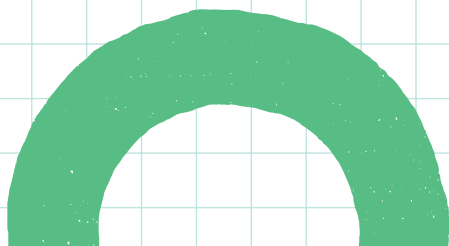
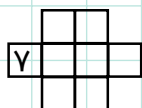
۲. عددهای ۱ تا ۹ را در جاهای خالی طوری قرار دهید که تمام عبارت‌ها درست شوند:

$$\square - \square = \square$$

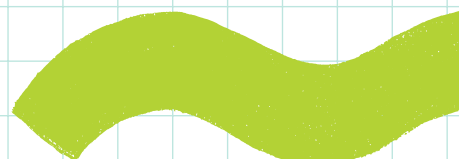
$$\square \div \square = \square$$

$$\square + \square = \square$$

۳. عددهای ۱ تا ۸ را طوری در مربع‌ها بگذارید که هیچ دو عدد متوالی در کنار هم یا در گوشه‌ها نباشد. برای راهنمایی شما، یک عدد در محل درست نوشته شده است.



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه
را پویش کنید.



بسم الله الرحمن الرحيم
انهم صل على محمد وآل محمد وعجل فرجهم



وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۰۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / صفحه: ۴۰ / اسفندماه ۱۴۰۳

مدیر مسئول: سید سعید بدیعی / سردبیر: حسین نامی ساعی / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایرد موسی، مریم جعفر آبادی، مجید حکمت، روح الله خلیلی بروجنی،
خسرو داودی، محمدرضا سید صالحی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / مدیر هنری: کوروش پارسا نژاد / طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه: اسفند ۱۴۰۳: پنجم: روز بزرگداشت خواجه نصیرالدین طوسی و روز
مهندس / دوازدهم: آغاز ماه مبارک رمضان / چهاردهم: روز احسان و نیكوگاری / پانزدهم:
روز درختکاری / بیست و یکم: وفات حضرت خدیجه (س) / بیست و ششم:
ولادت امام حسن مجتبی (ع) / بیست و نهم: شب قدر و روز ملی شدن
صنعت نفت (س) / سی ام: ضربت خوردن حضرت علی (ع)
شرح مناسبت های ماه را با پوشش رزمینه ببینید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان قرار گیرد
و همه کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند. قیمت: ۱۸۰/۰۰۰ ریال

سخن سردبیر

ثانیه های کش دار / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳

آموزش ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی و آرش رستگار / ۶

مجموعه پروژه های کوچک برای ریاضی دانان کوچک / خسرو داودی و آرش رستگار / ۲۲

در کلاس درس آقای رهنما / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۶

اشتباه های محاسباتی / افشین خاصه خان / ۲۹

گفت و گو

درک جهان با ریاضیات / گفت و گو با مبین رضا حیدری / محمد دشتی / ۸

ریاضیات عین زندگی است! / گفت و گو با میترا قلاتی / محمد دشتی / ۳۰

ریاضی و کاربرد

بیابید کمی فکر کنیم! ناترازی انرژی / خسرو داودی / ۱۰

بالاترین دمای ثبت شده در سطح زمین / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۲

مالیات و ریاضی / ژما جواهری پور / ۱۶

تاس های شگفت انگیز / مترجم: مریم جعفر آبادی / ۳۴

ریاضی و سرگرمی

اندیشه ریاضی / عباس قلعه پور اقدم / ۱۴

جدول عددها / جعفر ربانی / ۲۵

کاربرد هندسه در هنر / ندا نعمتی / ۳۸

جدول ریاضی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۴۰

ریاضی و مسئله

تبدیل یکا / سیمین اکبری زاده / ۱۸

باغ خاطرات

خاطرات ریاضی / حبیب یوسف زاده / ۲۰

نامه ها

یک فن جدید! / رستان محمدیان / ۳۲

ریاضی و برنامه نویسی

زبان برنامه نویسی روبی / آریان خلیلی / ۳۶

ایران زیبای ما

مسجد جامع تبریز

مسجد جامع تبریز یکی از بناهای تاریخی شهر تبریز است. قدیمی ترین بخش آن شبستان وسیعی است از طاق و گنبد هایی بر فراز ستون های هشت گوش آجری که زینت بخش آن گچ بری های ظریف و هنرمندانه دوره روادیان (مقارن سلجوقیان) است. در دوره حکومت آق قویونلو ها در آذربایجان گنبدی رفیع مزین به انواع کاشیکاری های معرق به وسیله «سلجوق شاه بیگم» همسر اوزون حسن در بخش شمالی آن احداث شده که هنوز هم پایه ها و گوشه هایی از کاشی کاری های آن باقی مانده است.

فروش و اشتراک
مجلات رشد



برای مشاهده شرایط ارسال
مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطه
اول، رزمینه را پوشش کنید.



nazar.roshdmag.ir



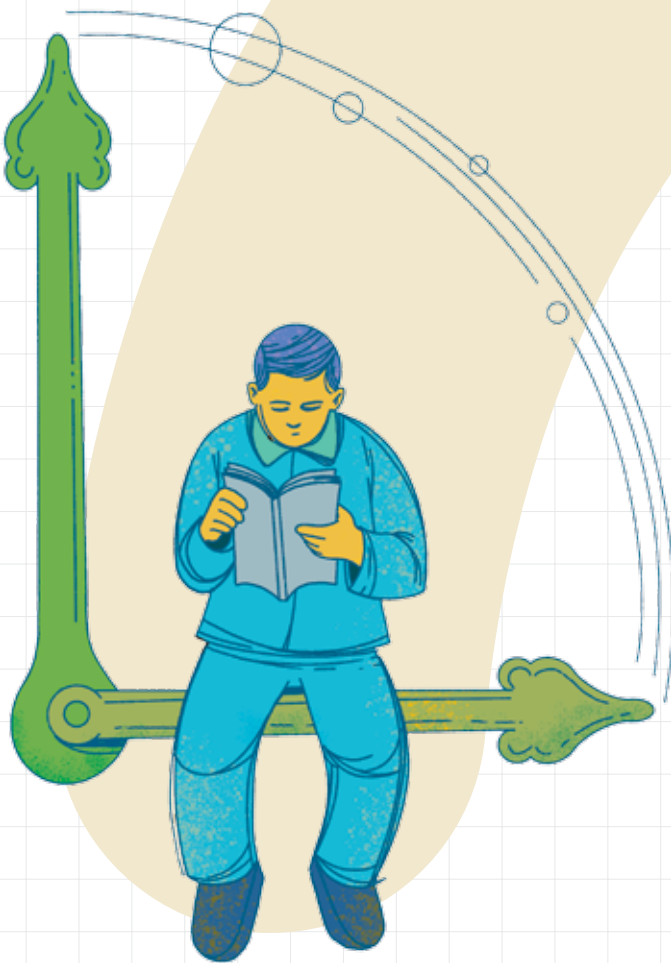
نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطه اول
در پیام رسان شاد:

@roshd_borhan1



ثانیه‌های کش‌دار

حسین نامی‌ساعی



سلام دوستان خوبم. کم‌کم به عید نوروز، بهار زیبا و پرامید طبیعت نزدیک می‌شویم. از طرف دیگر، امسال ۱۲ اسفند مقارن است با شروع ماه مبارک رمضان. بنابراین امسال هم مانند سال گذشته دو بهار داریم: بهار طبیعت و بهار دل‌ها و نیایش و رحمت و بندگی خداوند. این هم‌زمانی اتفاقی پربرکت است که ما می‌توانیم هم از شادی و نشاط نوروز لذت ببریم و هم از فضیلت و برکت ماه مبارک رمضان بهره بگیریم پس از این فرصت نادر حداکثر استفاده را ببریم.

من و برهان هم فرارسیدن سال نو و ماه مبارک رمضان را به شما و خانواده‌های محترمتان تبریک می‌گوییم و سالی پر از موفقیت، سلامتی، شادی، آرامش و عبادت را برایتان آرزو می‌کنیم.

چراغ قرمز شد و پشت آن مجبور به توقف شدم. حدود ۱۲۰ ثانیه زمان خیلی زیادی نبود، اما تحمل همین چند ثانیه هم برایم سخت بود. با خودم فکر کردم چرا وقتی مشغول مطالعه، تدریس یا کاری هستم که دوستش دارم، اصلاً متوجه گذشت زمان نمی‌شوم، اما این زمان‌های کوتاه، مثل انتظار پشت چراغ راهنما، صف پمپ بنزین، بانک، و هر صف دیگری... آن‌قدر برایم دیر می‌گذرند که انگار پایان ندارند! اصلاً چرا زمان در شرایط مختلف، طور متفاوتی حس می‌شود؟

وقتی در حال انجام کاری هستیم که برایمان لذت‌بخش است، زمان سریع‌تر می‌گذرد، اما هنگام انتظار یا انجام کارهایی که مطابق میل ما نیستند، لحظه‌ها طولانی‌تر می‌شوند. این اتفاق از نظر علمی و روان‌شناسی و حتی ریاضی قابل بررسی است و می‌تواند توضیح داشته باشد. یکی از دلایل اصلی این تفاوت، تمرکز و توجه ماست. زمانی که مشغول فعالیتی هستیم که به تمرکز زیادی نیاز دارد، فکر و ذهنمان درگیر جزئیات آن کار می‌شود و دیگر فرصتی برای توجه به زمان باقی نمی‌ماند.

مثلاً وقتی یک مسئله ریاضی را حل می‌کنیم یا کتابی جذاب می‌خوانیم، مغزمان تمامی انرژی خود را صرف پردازش اطلاعات می‌کند و توجهی به جریان گذشت زمان نداریم. از طرف دیگر، هنگامی که فعالیت خاصی نمی‌کنیم و فقط منتظر هستیم، ذهنمان آزاد است و بیشتر به گذر زمان توجه می‌کند. در این

حالت، هر ثانیه طولانی‌تر احساس می‌شود. از نظر ریاضی هم، می‌توان این حالت را با استفاده از نسبت و مقیاس توضیح داد: زمانی که کار مشخصی انجام می‌دهیم، گذر زمان نسبت به کل زمانی که در اختیار داریم کوچک‌تر به نظر می‌آید.

علاوه بر این‌ها، احساسات درونی‌مان هم نقش مهمی در ادراک زمان دارند. وقتی خوش‌حال و پرانرژی هستیم، زمان به سرعت می‌گذرد، اما در حالت خستگی یا ناراحتی، ثانیه‌ها کندتر پیش می‌روند. این واقعیت نشان می‌دهد که درک ما از زمان نه تنها به عوامل خارجی مثل محیط و نوع فعالیت بستگی دارد، بلکه به حالت‌های روانی و درونی‌مان هم وابسته است.

دوستان خوبم! خلاصه اینکه درک این تفاوت‌ها در گذشت زمان، می‌تواند به ما کمک کند که مدیریت بهتری بر زمان داشته باشیم. همچنین شناخت عواملی که بر احساس ما از گذر زمان تأثیر می‌گذارند، به ما امکان می‌دهند که برنامه‌ریزی دقیق‌تری برای فعالیت‌هایمان داشته باشیم و از لحظه‌هایمان بهتر بهره‌مند شویم.

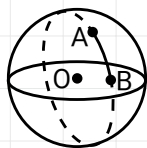
همراهان عزیز! این نکته هم حائز اهمیت است که انتخاب فعالیت‌هایی که هم مفید و هم جذاب‌اند، درک ما از زمان را تغییر و بهره‌وری‌مان را افزایش می‌دهند. بنابراین اگر سعی کنیم اوقاتمان را با کارهایی پر کنیم که برایمان مفید و لذت‌بخش هستند، هم از لحظه‌های زندگی بهتر استفاده می‌کنیم و هم احساس رضایت بیشتری خواهیم داشت. شاد و سرفراز باشید



● محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

نامساوی‌ها در هندسه



شکل ۱

تمام این مسئله‌ها وقتی در هندسه اقلیدسی که ما اکنون آن را مطالعه می‌کنیم مطرح می‌شوند، از این اصل پیروی می‌کنند و کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه را همان فاصله تعریف شده

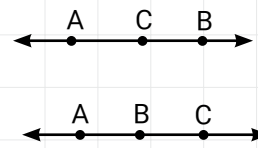
نقطه‌ها از یکدیگر است؛ هر چند که مفهوم فاصله در هندسه‌های مختلف به صورت‌های متفاوت تعریف می‌شود. قبلاً توضیح دادیم که کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه روی کره زمین کمانی بین آن دو نقطه است که روی دایره‌ای از کره واقع می‌باشد که مرکز آن روی کره زمین است. مسئله‌های معروفی در هندسه داریم که به نام کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه شناخته می‌شوند.

در چند مقاله قبلی نامساوی‌های هندسی را بیان و به‌طور مشروح قضیه‌ها و ویژگی‌های مهمی را از آن‌ها بررسی کردیم. از اساسی‌ترین آن‌ها نامساوی مثلثی بود که مسئله‌های متعددی را در مورد آن بیان و ثابت کردیم. در این بخش می‌خواهیم کاربردهای بیشتری را در مورد نامساوی‌ها مطرح کنیم.

از مهم‌ترین کاربردهای نامساوی‌های مثلثی، بیشترین و کمترین فاصله‌های

در هندسه اقلیدسی در نظر می‌گیرند. تصور فیزیکی ما از آن، وقتی بخواهیم مسیر بین دو نقطه را بییماییم، مسیری مستقیم است؛ یعنی روی مسیری واقع است که روی یک خط راست در هندسه اقلیدسی در نظر می‌گیریم. زیرا در هندسه اقلیدسی این اصل را داریم که: «به ازای هر دو نقطه متمایز، دقیقاً یک خط شامل آن دو وجود دارد.» قبلاً فاصله بین دو نقطه را که یک عدد حقیقی یکتای مثبت یا صفر است، تعریف کردیم و شرطهایی را که در آن برقرار هستند بیان کردیم که مهم‌ترینشان همان نامساوی مثلثی است. اگر A ، B و C سه نقطه دلخواه در یک صفحه باشند، آنگاه:

$AB + BC \geq AC$ یا اگر فاصله بین A و B را به $d(A, B)$ نشان دهیم، آنگاه داریم: $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$.
مسئله ۱. در چه صورت در نامساوی مثلثی تساوی برقرار است؟ آیا اگر A ، B و C روی یک خط واقع نباشند، همواره نامساوی اکید است؟ یعنی هیچ‌گاه تساوی برقرار نیست؟ از چه قضیه‌ای می‌توانید چنین نتیجه‌ای را بگیرید؟
 اگر A ، B و C روی یک خط باشند (شکل ۲)، آیا همواره تساوی برقرار است یا می‌تواند نامساوی هم برقرار باشد؟



شکل ۲

شکل‌ها می‌توانند به شما کمک کنند. آیا می‌توانید ادعای زیر را مطرح کنید؟
 اگر M هر نقطه‌ای روی پاره‌خط AB باشد، آنگاه داریم: $MA + MB = AB$. و اگر M هر نقطه دیگری غیر از A و B باشد، همواره داریم: $MA + MB > AB$.



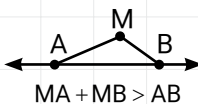
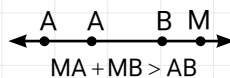
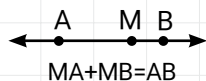
شکل ۳

اگر آنچه را که در سطرهای بالا مطرح کردیم به‌خوبی تحلیل کرده باشید، می‌توانید مسئله‌های مهمی را در هندسه حل کنید که در رابطه با کوتاه‌ترین فاصله بین نقطه‌ها یا بیشترین فاصله بین نقطه‌ها هستند و در ویژگی‌های خاصی صدق می‌کنند.
مسئله ۲. دو نقطه متمایز A و B واقع در صفحه P داریم (شکل ۴). نقطه‌هایی را در این صفحه مشخص کنید که مجموع فاصله‌های آن‌ها از A و B کمترین (مینیمم) باشد. چنین به نظر می‌رسد که مسئله بالا چندان دشوار نیست.



شکل ۴

سعی کنید قبل از آنکه به توضیحات بعدی توجه کنید، خودتان روش حل را پیدا کنید. ابتدا خط راستی را که از A و B می‌گذرد که همان خط در هندسه اقلیدسی است، رسم کنید.
 اگر M هر نقطه‌ای روی پاره‌خط AB باشد، آیا: $MA + MB = AB$ ؟ حال اگر M هر نقطه دیگری به غیر از نقطه‌های پاره‌خط AB باشد، آیا: $MA + MB > AB$ ؟



شکل ۵

شکل ۵ همه حالت‌های ممکن را نشان می‌دهد. بنابراین، اگر A و B دو نقطه متمایز در صفحه P باشند، نقطه‌هایی از این صفحه که مجموع فاصله‌های آن‌ها از A و B ، یعنی $MA + MB$ ، کمترین باشد، نقطه‌های روی پاره‌خط AB هستند؛ که البته بی‌شمار نقطه این ویژگی را دارند.

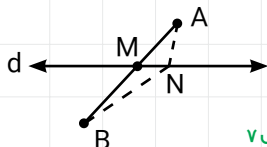
اکنون با استفاده از این مسئله، مسئله بسیار مهمی را مطرح خواهیم کرد که اساس مسیر حرکت نور هندسی است. این مسئله در حالتی به «مسئله هرون» نیز معروف است و حتی در فیزیک هم کاربرد دارد. اما قبل از آن مسئله ساده‌تری را مطرح می‌کنیم. اگر مسئله قبلی را به‌خوبی درک کرده باشید، باید به‌سادگی بتوانید پاسخ این مسئله را هم پیدا کنید.

مسئله ۳. خط d و دو نقطه A و B در دو طرف آن واقع‌اند (شکل ۶). نقطه‌ای روی خط d پیدا کنید به‌طوری که مجموع فاصله‌های آن از A و B کمترین باشد.



شکل ۶

اگر این مسئله را به زبان عامیانه بیان کنیم، شاید مفهوم آن از مفهوم ریاضی آن ساده‌تر باشد. فرض کنید d یک جاده است و A و B دو خانه در دو طرف جاده هستند و می‌خواهیم از A به B برویم. مسلماً می‌خواهیم کوتاه‌ترین مسیر را برویم. در این صورت از چه نقطه‌ای روی d باید عبور کنیم؟ حتماً بلافاصله پاسخ خواهید داد که از A به B وصل می‌کنیم. هر جا خط d را قطع کرد نقطه M می‌نامیم (شکل ۷).



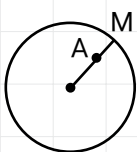
شکل ۷

اگر از شما بپرسند چرا M نقطه‌ای روی خط است که مجموع فاصله‌های آن از A و B کمترین مقدار است، امکان دارد این‌طور استدلال کنید که نقطه دیگری را روی d ، مانند N و به غیر از M ، در نظر می‌گیریم. بنا بر نامساوی مثلثی داریم: $MA + MB = AB < NA + NB$. پس مجموع فاصله‌های هر نقطه دیگری روی خط d به غیر از M ، از مجموع فاصله‌های M از A و B بیشتر است. اما با کمی تفکر متوجه خواهید شد که هیچ نیازی به این کارها نیست. در مسئله قبلی بیان کردیم که هر نقطه روی پاره‌خط AB این ویژگی را دارد که مجموع



بگیرید، داریم: $ON + NA > OA$. یعنی:
 $ON + NA > OM + MA$ اما: $ON = OM$. پس: $ON > MA$.

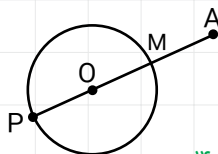
بنابراین برای تعیین نقطه‌ای از دایره که کوتاه‌ترین فاصله را تا نقطه A داشته باشد، از A به مرکز دایره متصل می‌کنیم. هر جا دایره را قطع کند M می‌نامیم که نزدیک‌ترین فاصله نقطه‌های دایره تا A است. اکنون اگر A درون دایره باشد چگونه M را پیدا می‌کنید؟ (شکل ۱۳). سعی کنید به همان روش حالت قبلی آن را ثابت کنیم.



شکل ۱۳

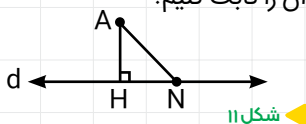
در این مقاله در مورد نزدیک‌ترین نقطه دایره به یک نقطه مفروض A یا کمترین فاصله نقطه‌های دایره تا نقطه A تحقیق کردیم. اکنون حل یک مسئله تحقیقی دیگر را به عهده شما می‌گذاریم.

مسئله ۶. نقطه A و دایره C در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای از دایره C را پیدا کنید، به طوری که فاصله‌اش تا A بیشترین مقدار باشد (شکل ۱۴). از A به مرکز دایره متصل کنید و امتداد دهید تا دایره را علاوه بر M در P نیز قطع کند. اکنون همه مرحله‌های قبلی را اجرا کنید. AP بزرگ‌ترین فاصله نقطه‌های دایره تا A است.



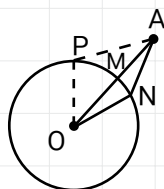
شکل ۱۴

با این مسئله قبلاً آشنا شده‌اید. اگر از A عمود AH را بر خط d رسم کنیم. AH کمترین فاصله A از نقطه‌های خط d است. زیرا اگر N هر نقطه دیگری از خط d به غیر از H باشد، داریم: $AH < AN$. چرا؟ از کدام قضیه نامساوی‌های بین ضلع‌ها و زاویه‌ها در مثلث می‌توانیم آن را ثابت کنیم؟



شکل ۱۱

اما اگر به مسئله ۴ برگردیم، می‌بینیم که در این مسئله به جای خط d با یک دایره روبه‌رو هستیم و مفهوم عمود رسم کردن از نقطه A بر دایره، با مفهوم رسم عمود بر خط، کاملاً متفاوت است؛ که وارد بحث آن نمی‌شویم. پس باید روش حلی برای مسئله پیدا کنیم که با توجه به داشته‌های ما قابل فهم باشد. سعی می‌کنیم مسئله را باز به مسئله قبلی برگردانیم. از نقطه‌های دایره (P و N) به A و O، مرکز دایره، وصل می‌کنیم (شکل ۱۲). چیزی در همه این‌ها مشترک است؛ اینکه مرکز دایره از همه این نقطه‌ها به یک فاصله است؛ یعنی: $ON = OM = OP$ و این برای هر نقطه دایره که به A و O متصل شود درست است.

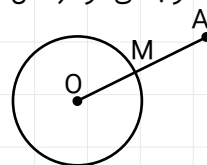


شکل ۱۲

پس کمترین فاصله A به نقطه‌های دایره را باید بین کمترین مقدار بین پارامترهای AN ، AM و AP و مشابه آن‌ها جست‌وجو کرد، و این ساده است که ثابت کنیم AM از همه کوچک‌تر است. چگونه آن را ثابت کنیم؟

چون بین همه این نقطه‌ها فقط نقطه M است که با A و O روی یک خط قرار دارد، پس اگر هر نقطه دیگری به غیر از M مانند N روی دایره در نظر

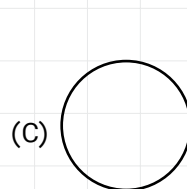
فاصله‌های آن از A و B بین تمام نقطه‌های صفحه پارمخت AB کمترین است. حال می‌خواهیم این نقطه روی خط d هم باشد؛ پس باید در نقطه تلاقی خط d با پارمخت AB باشد. حتی به جای خط d می‌توانیم شکل‌های دیگری داشته باشیم؛ مثلاً دایره، مثلث یا چندضلعی. مثلاً در شکل ۸، نقطه‌ای از دایره که مجموع فاصله‌های آن از نقطه A و مرکز دایره باشد، نقطه M است که نقطه تلاقی پارمخت OA با دایره محسوب می‌شود (شکل ۸).



شکل ۸

اکنون که این مسئله را در دایره مطرح کردیم، مناسب است که مسئله مشابهی را در مورد دایره به نوعی دیگر بررسی کنیم. البته این مسئله نتیجه‌ای از قضیه نامساوی مثلثی است.

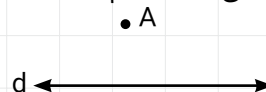
مسئله ۴. نقطه A بیرون دایره C واقع است (شکل ۹). بین نقطه‌های دایره نقطه‌ای را تعیین کنید که به A نزدیک‌ترین نقطه باشد. یعنی فاصله آن نقطه روی دایره از A از فاصله‌های تمام نقطه‌های دیگر دایره از A کمتر باشد. به بیان نمادهای ریاضی، باید نقطه M را روی دایره چنان پیدا کنیم که MA کمترین مقدار را داشته باشد.



شکل ۹

این مسئله با مسئله قبلی کمی متفاوت است، زیرا دو نقطه A و B نداریم. اگر بخواهیم این مسئله را با مسئله مشابه ساده‌تری مقایسه کنیم، باید مسئله ۵ را در نظر بگیریم.

مسئله ۵. نقطه A و خط d را در یک صفحه داریم (شکل ۱۰). کوتاه‌ترین فاصله نقطه A از نقطه‌های خط d کدام است؟



شکل ۱۰



خسرو داودی و آرش رستگار

آموزش ریاضی به روش گفت‌وگو

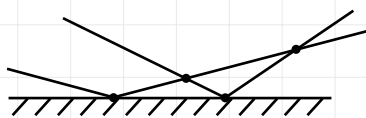
قسمت ششم: خط و معادله‌های خطی

ندارند! حالا من مسئله‌ای دیگر به شما معرفی می‌کنم. مدلی از هندسه را معرفی می‌کنم که از هر نقطه خارج یک خط داده شده، دو خط موازی با آن می‌توان رسم کرد. ایده من این است که پرتوهای نوری را که به یک آینه برخورد می‌کنند، خط بگیریم. شما نگاهی به مدل من بیندازید (شکل ۳). چه می‌بینید؟ خط‌های موازی را چگونه تعریف می‌کنید؟



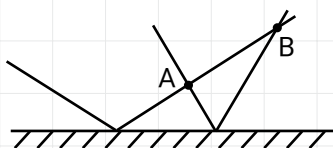
شکل ۳

هر دو خط در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟ (شکل ۴).



شکل ۴

از دو نقطه داده شده چند خط می‌گذرد؟ (شکل ۵).



شکل ۵

دانا و پویا همیشه با هم به مسئله‌ها فکر می‌کنند. دانا فکری بسیار دقیق و حساس به خطا دارد و پویا فکری بسیار واگرا و خلاق و این دو یکدیگر را کامل می‌کنند.

دانا: عجب مفهوم خط عجیب و غریبی مطرح کردید. منظور شما این است که دو پرتو نور که موازی هستند، می‌توانند در یک نقطه هم را قطع کنند؟ این چه مفهوم توازی ناجوری می‌شود!

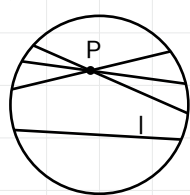
پویا: خب اگر منبع نورها موازی بتابند، می‌توانیم بگوییم پرتوها موازی هستند.

آقای خوش‌فکر معلم هندسه بود، اما وقتی هندسه درس می‌داد، بیشتر از تکیه بر انتقال مفهوم‌های ریاضی، به تأثیری که بر شناخت دانش‌آموزانش می‌گذاشت، توجه می‌کرد.

آقای خوش‌فکر درس را این‌طور آغاز کرد:

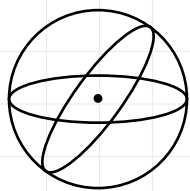
از زمان **ارسطو** بحث در این مورد است که: «از یک نقطه خارج از یک خط تنها یک خط موازی با آن می‌گذرد». این را می‌توان اثبات کرد یا باید پذیرفت. ریاضی‌دانان بزرگی می‌توانستند تخیل کنند که هندسه‌ای بتواند وجود داشته باشد که از یک نقطه خارج خط چندین خط بتوان موازی با خط داده شده گذراند.

گائوس، **لباچفسکی** و **بولیایی** به‌طور مستقل چنین هندسه‌ای ساختند و نام آن را «هندسه هذلولوی» گذاشتند. تا اینکه اولین بار **کلاین** یک مدل ریاضی برای چنین هندسه‌ای ارائه داد و هندسه هذلولوی را از یک نظام منطقی بدون تناقض خیالی به دنیای واقعی ریاضیات وارد کرد. مدل کلاین چنین بود: او فرض کرد که دنیای ما در صفحه‌ای درون یک دایره بزرگ قرار دارد. بنابراین هر خطی به دایره مرزی محدود می‌شود. حال اگر دو خط غیرممتقاطع داخل دنیای دایره



شکل ۱

شکل ما را موازی بگیریم، با این مفهوم توازی، از یک نقطه خارج خط می‌توان چندین خط موازی با خط داده شده رسم کرد (شکل ۱).



شکل ۲

بعد که کلاین چنین هندسه‌ای را ساخت و به ریاضی‌دانان مفهوم مدل ریاضی را معرفی کرد، ریاضی‌دانان فهمیدند که هندسه کروی نیز به نوعی هندسه‌ای از خط‌هاست.

اگر در یک کره، دایره‌های عظیمه را «خط» بگیریم، آنگاه خواهیم دید هر «خط» گذرنده از یک نقطه خارج از خط داده شده، حتماً آن را قطع می‌کند. پس خط‌های «موازی» وجود

دیگر اینکه دو خط موازی آینه هیچ نقطه مشترکی ندارند. پس بهتر است «خط» را همان پرتوهایی تعریف کنیم که آینه را قطع می‌کنند. در این صورت هندسه‌ای با چنین شرایطی داریم:

- نقاط نیم‌صفحه همراه بدون نقاط آینه را که در مرز نیم‌صفحه قرار گرفته‌اند در نظر می‌گیریم.

- خط‌ها را پرتوهایی می‌گیریم که با آینه برخورد می‌کنند. پویا وسط حرف دانا پرید و گفت: «صبر کن! اگر خواهی نقاط مرزی را در نظر نگیری که نمی‌توانی بگویی هر دو خط غیرموازی در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.



شکل II

شما ناچاری نقاط مرزی را در نظر بگیری و آن هم دوتایی تا هر دو خط در دو نقطه تقاطع داشته باشند. در این صورت خود خط مرزی هم یک خط است و خوشبختانه با دوتایی گرفتن نقاط مرزی، هر پرتو دیگر آن را در دو نقطه قطع می‌کند. دانا پاسخ داد: «در این صورت اگر آینه هم یک خط باشد، ناچاریم همه پرتوهای موازی را هم خط دوتایی بگیریم تا از هر نقطه خارج از آینه بتوان دو خط موازی آینه رسم کرد که در این صورت هم مشکلات خط‌های موازی آینه که تقاطعی ندارند پیش می‌آید. پیشنهاد من این است که هم خط روی مرز و هم خط‌های موازی با آینه را، یک خط معمولی و نه یک خط دوتایی در نظر بگیریم.

در این صورت هندسه‌ای با اصل‌های موضوعه زیر خواهیم داشت:

۱. دو خط را موازی می‌گوییم اگر در حداکثر یک نقطه یکدیگر را قطع کنند. مسلماً باید فرض کنیم پرتوهای عمود بر آینه خطوط موازی با آینه را در یک نقطه دوتایی قطع می‌کنند تا موازی با آن‌ها نباشند. برای این کار شاید مجبور باشیم تنها خط روی مرز را که بر آینه منطبق است دوتایی بگیریم.

۲. از هر دو نقطه خطی می‌گذرد. البته ممکن است دو خط هم بگذرد، اما نه بیشتر. مثلاً از دو نقطه که روی پرتوی عمود بر آینه قرار دارند، یک خط گذشته است.

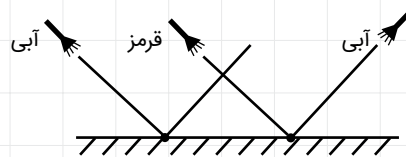
۳. از هر نقطه خارج یک خط، خطی موازی با آن قابل رسم است. اما ممکن است دو خط هم بتوان موازی با خط اول اخراج کرد؛ اما نه بیشتر از دو خط.

۴. هر دو خط حداکثر در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند، اما اگر در کمتر از دو نقطه قطع کنند، آن‌ها را موازی فرض می‌کنیم. ۵. مفهوم عمودبودن در این هندسه قابل تعریف است؛ درست مانند قبل، اما دو خط با هم چند زاویه می‌سازند.

۶. اگر دو نقطه با دو خط به هم متصل شوند، دو مفهوم فاصله از روی دو مسیر متفاوت بین دو نقطه قابل تعریف است.»

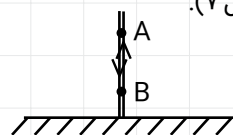
دانا: اما لزوماً دو خط موازی آقای خوش فکر منبع نور موازی ندارند که!

پویا: چرا می‌توان فرض کرد دارند. چون منبع یک مسیر نور را در هر دو طرف آن می‌توان قرار داد. فرقی که نمی‌کند (شکل ۶).



شکل ۶

دانا: اگر نوری بر آینه عمود تابید و روی خودش برگشت چطور؟ اگر نوری موازی آینه تابید و اصلاً به آینه برخورد نکرد چطور؟ اگر از دو نقطه قرار است دو خط بگذرد، اگر دو نقطه زیر هم باشند چطور؟ (شکل ۷).

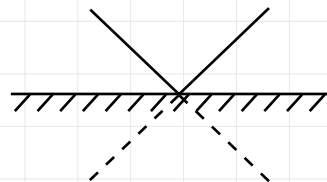


شکل ۷

پویا: خطی را که از روی خودش برمی‌گردد باید دوتایی (دوبل) گرفت. یعنی دو تا نیم‌خط که بر هم منطبق شده‌اند. یک مسیر از A به B مستقیم وصل شده است و مسیر دیگر از A به آینه برخورد می‌کند و برمی‌گردد و به B می‌رسد. پس مانند همان پرتوهای دیگر است.

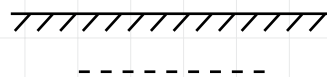
دانا: خب مشکل پرتوهای عمود بر آینه را حل کردی. پرتوهای موازی آینه چطور؟

پویا: در واقع ما تصویر آینه‌ای خط‌ها را در نظر می‌گیریم و با دو خط متقاطع که نسبت به آینه متقارن هستند سروکار داریم (شکل ۸).



شکل ۸

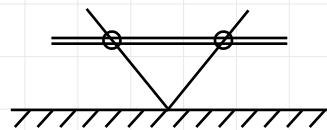
اما خط موازی با آینه، تصویر آینه‌ای‌اش در طرف دیگر آینه است و این طرف آینه ظهوراتی ندارد (شکل ۹).



شکل ۹

بگذار ببینم اگر پرتو موازی با آینه را هم دوتایی (دوبل) بگیریم مشکلی پیش می‌آید یا خیر.

دانا: اشتراک یک پرتو که با آینه برخورد کرده است، با خط دوتایی (دوبل) چهار نقطه می‌شود (شکل ۱۰).



شکل ۱۰



درک جهان باریاضیات

گفت‌وگو با مبین‌رضا حیدری،
دانش‌آموز پایه دهم دبیرستان
استعدادهای درخشان خورموج

وقتی قرار شد با مبین‌رضا گفت‌وگو کنیم، تماس‌های اولیه را پاسخ نداد که بعداً مشخص شد به دلیل امتحانات، مشغول درس و مشق بوده است. اما بعد از اولین تماس چنان با دقت و حوصله و نظم، ارتباط برقرار کرد که حالا این ما بودیم که باید تماس‌هایش با مجله را پاسخ می‌دادیم. بعد هم که در مورد محورهای گفت‌وگو با هم صحبت کردیم، نه تنها خیلی زود با ما همراه شد که پیشنهادهایی هم برای نحوه گفت‌وگو و تدوین متن نهایی داشت. آنچه می‌خوانید حاصل گفت‌وگوی ما با مبین‌رضاست که به نظر خیلی جالب و خواندنی می‌آید.

● در آغاز گفت‌وگو کمی از خودتان برای مخاطبان مجله رشد ریاضی برهان بگویید.

○ به نام خدا. من مبین‌رضا حیدری متولد استان بوشهر، شهرستان تنگستان، بخش دلوار، روستای رستمی شمالی هستم. خانواده‌ای که من در آن متولد شدم، خانواده‌ای مذهبی و فرهنگی است و پدر و مادرم معلم هستند. در دوره راهنمایی در پایه‌های هفتم و هشتم در «مدرسه ابوذرغفاری گرگور» و در پایه نهم در «مدرسه علامه طباطبایی پهلوان‌کشی» تحصیل کردم و هم اکنون در دبیرستان استعدادهای درخشان خورموج پایه دهم رشته ریاضی تحصیل می‌کنم.

● از چه زمانی به موضوع و درس ریاضی علاقه‌مند شدید؟ چه کسانی شما را در این مسیر تشویق و ترغیب کردند؟

○ من از سال هفتم به ریاضیات علاقه‌مند شدم و آن را به‌طور جدی دنبال کرده‌ام. این علاقه من در پایه هشتم شدت گرفت و باعث شد در مسابقه‌های ریاضی، از جمله «جشنواره خوارزمی» شرکت کنم که این علاقه و دنبال کردن ریاضی با جدیت را به آقای عبیدی، دبیر پایه‌های هشتم و نهم مدیونم.

● آیا به‌جز ریاضی به درسی دیگری هم به‌صورت خاص علاقه‌مند هستید؟ چرا؟

○ من به تمامی درس‌ها به‌جز زیست‌شناسی علاقه دارم که اگر بخواهم به یکی از آن‌ها اشاره کنم درس فیزیک است؛ چراکه بیشترین مطابقت را با دنیای ما دارد و کاربردهای آن بی‌شمارند.

● روش شما برای یادگیری ریاضی چه بوده است؟ آیا این

روش را به دیگران هم توصیه می‌کنید؟

○ برای یادگیری ریاضی و دوره کردن از تکه فیلم‌های (کلیپ‌های) آموزشی و برنامه‌های متداول استفاده کرده‌ام. این روش از نظر بنده برای تمامی دانش‌آموزان با سطح‌های متفاوت جواب می‌دهد؛ چرا که با سه بار دوره کردن یک مبحث در یک هفته، آن هم به‌طور منظم، بهترین یادگیری حاصل می‌شود.

● به‌جز کتاب درسی کتاب‌هایی دیگری هم مطالعه می‌کنید؟

○ بعد از درک این مطلب که کتاب‌خوانی چقدر مفید است و باعث افزایش دانش و آگاهی انسان می‌شود، شروع به مطالعه کتاب‌هایی کردم که به موضوع‌های مورد علاقه من ربط داشتند. برای مثال زندگی‌نامه شهدا، تاریخ و کتاب‌های شعر از شاعران بزرگ و نامی کشورمان، نظیر سعدی و حافظ را، زیاد می‌خوانم.

● کمی هم از موفقیت‌هایتان در زمینه ریاضی برایمان بگویید.

○ در پایه هشتم به همراه دوستانم آقای مهدی مجیدی در مسابقه خوارزمی و در محور ریاضیات شرکت کردم که برای من خاطرات فوق‌العاده‌ای را رقم زد. برای مثال در گروه ریاضیات کشوری با افرادی آشنا و هم‌کلام شدم که برای خودشان و وقتشان احترام زیادی قائل هستند. البته عقاید من با این افراد تفاوت داشت و گاهی با هم بحث می‌کردیم و از این بحث‌ها لذت می‌بردیم. حضور در آن جمع برای من واقعاً ارزشمند بود، چون هم دوستان خوب و با مهر و محبتی پیدا کردم و هم با استادان بزرگی مثل دکتر مسعود خسروتاش آشنا شدم که به گردن من و بچه‌های خوارزمی حق پدری دارند. خوب است اشاره کنم، من و دوستانم به سبب کسب مقام سوم در جشنواره خوارزمی محور ریاضیات، تندیس از این مسابقه دریافت کردیم که به

درباره موضوع‌های متفاوت، ویژگی‌هایی نظیر تفکر انتقادی را در انسان به‌وجود می‌آورد. البته ویژگی‌هایی که در انسان توسط خواندن کتاب به‌وجود می‌آید، به موضوع کتاب بستگی دارد و باید در انتخاب کتاب مناسب دقت کرد.

● نظر خانواده شما در مورد ریاضی چیست؟ آیا در این زمینه مشوق شما بوده‌اند؟

○ خانواده من به‌طور کلی نظر مثبتی درباره ریاضی دارند و همواره مرا برای ادامه دادن این راه تشویق کرده‌اند. ضمن اینکه در خانواده ما همه رابطه خوبی با ریاضیات دارند و به‌نوعی به این علم علاقه‌مند هستند. مثلاً خواهر بزرگ‌ترم که امسال به لطف خدا در رشته پزشکی پذیرفته شد، به درس ریاضی علاقه خاصی داشت و در آزمون سراسری دانشگاه درصد خوبی از این درس را به خودش اختصاص داد.

● در زندگی شخصی خودتان از ریاضی چه بهره‌ای برده‌اید؟

○ من از علم ریاضیات تا به امروز در امور گوناگونی استفاده کرده‌ام که یکی از آن‌ها بررسی داده‌های به‌دست‌آمده از چیزهای متفاوت بوده است. برای مثال، دخل و خرج یک شرکت را در طول یک سال برای خودم بررسی و میزان سود و زیان آن را ثبت می‌کنم که کار بسیار جذابی است. به نظر من ریاضیات در زندگی مردم نقش آچار فرانسه را دارد؛ چرا که در هر کاری به ما یاری می‌رساند و باعث می‌شود که آن کار به نحو احسن انجام شود.

● از اندیشمندان و صاحب‌نظران معاصر ریاضی چه کسانی را می‌شناسید و چگونه با آن‌ها آشنا شده‌اید؟

○ خانم مریم میرزاخانی، آقای دکتر محمود حسابی و آقای کوچر بیرکار (اصالتاً ایرانی و استاد دانشگاه کمبریج در انگلستان) را به عنوان ریاضی‌دانان برجسته معاصر می‌شناسم. در واقع به علت علاقه‌ای که به این علم داشته‌ام خودم را موظف دانسته‌ام درباره ریاضی‌دانان نیز اطلاعاتی کسب کنم و با این بزرگان آشنا شوم.

● و حرف آخر؟

○ ابتدا باید از شما و مجله خوب رشد ریاضی برهان، بابت فرصتی که در اختیارم قرار دادید، تشکر و اشاره کنم، موضوع‌هایی که درباره ریاضی مطرح کردم، فقط دغدغه من نیستند، بلکه دغدغه تمامی ریاضی‌دوستان است. با تأسف باید گفت در کشور ما به علم ریاضیات و زیرشاخه‌های آن کمتر اهمیت داده می‌شود، درحالی که در دنیا این علم و افراد عالم به آن را روی سر گذاشته و حلواحلوا می‌کنند. طبیعی است که به سبب این امر، مغزها به سمت کشورهای غربی گرایش پیدا می‌کنند و در نتیجه کشور از داشتن نیروهای کارآمد محروم و پیشرفت امور کند می‌شود. این را هم اضافه کنم که ما هرگز دوست نداریم کشورمان را ترک کنیم، امیدوارم با مساعدت مسئولان این مشکلات از سر راه ما دانش‌آموزان برداشته شود.

اسفند ماه ۱۴۰۲ و نهمین دوره از این جشنواره برمی‌گردد. این جایزه طی مراسمی که در یکی پالایشگاه‌های عسلویه برای منتخبان بوشهری این جشنواره برگزار شده بود، به ما داده شد.

● در مورد جذابیت‌های ریاضی برای مخاطبان و خوانندگان نشریه بگویید.

○ پیشرفت بشریت از گذشته تا امروز، در ساخت و خلق ابزارهای متفاوت، نتیجه پیشرفت در علم ریاضیات بوده است. از این نکته هم نباید غافل شد که علوم زیست‌شناسی، فیزیک، شیمی و سایر علوم، از طریق علم ریاضیات پا به عرصه وجود گذاشتند. برای شناخت و درک این چیزها کافی است که شناخت و درک خود را از منشأ آن‌ها افزایش دهیم. همان‌طور که ذکر کردم، این دنیا بر پایه ریاضیات شکل گرفته و همه چیز آن بر همین معیار استوار است. پس می‌توان نتیجه گرفت که با درک این علم در واقع جهان پیرامون خود را درک کرده‌ایم.

● چه خاطره‌های خوبی در دوره تحصیلی خود در ارتباط با درس و معلمان ریاضی دارید؟ یک مورد را که بیشتر در ذهنتان مانده است، بیان کنید.

○ بهترین خاطره من با معلم و استاد عزیزم آقای عبیدی در پایه هشتم رقم خورد. آن روزها انرژی و اشتیاق خاصی برای شرکت در جشنواره خوارزمی داشتم که توسط همین استاد در من ایجاد شده بود. طوری که در پایان مدرسه و در روزهایی که درس ریاضی داشتیم، با آقای عبیدی در حیات مدرسه می‌نشستیم و حسابی در مورد طرح و نقشه خودم و دوستم برای مسابقه صحبت می‌کردیم. ایشان هم به بهترین نحو ممکن ما را راهنمایی می‌کردند. فضایی که آن روزها بین من و معلم به وجود می‌آمد، آن‌قدر برایم فوق‌العاده بود که آنچه از آن روزها به یادم مانده، به بهترین خاطره من از مدرسه تبدیل شده است.

● با توجه به آشنایی‌ای که با مجله رشد ریاضی برهان پیدا کرده‌اید، دوست دارید در مجله رشد ریاضی برهان، علاوه بر مطالب فعلی، چه مطالبی چاپ شوند؟

○ به نظر من می‌باید مطالبی از تاریخ ریاضیات و دانشمندان این علم و خدماتشان به جامعه بزرگ ریاضی نوشته شود تا علم و آگاهی افراد به‌ویژه ریاضی‌دوستان، نسبت به سابقه این علم و ریاضی‌دانان افزایش پیدا کند.

● نظرتان در مورد مطالعه کتاب‌های غیردرسی چیست؟

○ همان‌طور که گفتیم، من به مطالعه کتاب‌های غیردرسی بسیار علاقه دارم و همواره پیشنهاد می‌کنم که دوستان نیز کتاب‌های غیردرسی را حتماً مطالعه کنند که ضمن افزایش آگاهی انسان

● خسرو داودی

بیایید کمی فکر کنیم!

ناترازی انرژی



کمی فکر کنیم

من این خبر را از زیرنویس شبکه خبر روز ۱۴ آذر ۱۴۰۳ برداشتم:
«در این روز، مصرف گاز در کل کشور ۸۵۴ میلیون مترمکعب بود که ۷۲ درصد آن به مصرف خانگی مربوط است. این مقدار نسبت به سال گذشته در همین روز ۳۱ درصد افزایش داشته است.»

این روزها در زمینه ناترازی خبرهای مشابه زیادی می‌شنوید. ناترازی یعنی وقتی میزان مصرف بیشتر از تولید است. برای مثال، وقتی میزان مصرف برق در کشور بالا می‌رود، مصرف از توان تولید نیروگاه‌ها بیشتر می‌شود و می‌گویند در تولید و مصرف برق ناترازی به وجود آمده است و در نتیجه مجبور به قطع برق بعضی از مناطق می‌شوند. این موضوع در تولید و مصرف بنزین، گاز و سایر انرژی‌ها و مسائل اقتصادی نیز مطرح است. دولت مردم را به مصرف کمتر و رعایت صرفه‌جویی تشویق می‌کند تا بتواند این ناترازی‌ها را مهار و مدیریت کند.

در این زمینه خوب است در مورد مصرف گاز در خانه‌ها کمی فکر کنیم. البته بهتر است از ریاضیات کمک بگیریم تا درک بهتری از این عددها و رقم‌ها به دست آوریم.





محاسبه کنیم

مصرف گاز در یک روز ۸۵۴ میلیون مترمکعب بوده است. ۷۲ درصد به مصرف خانگی مربوط است. بنابراین:

$$۸۵۴۰۰۰۰۰۰ \times \frac{۷۲}{۱۰۰} = ۶۱۴۸۸۰۰۰۰$$

یعنی میزان مصرف خانگی گاز در یک روز تقریباً ۶/۵ میلیون مترمکعب است. اگر به طور متوسط جمعیت یک خانواده را ۴ نفر در نظر بگیریم و جمعیت کشور را حدود ۸۰ میلیون فرض کنیم، خواهیم داشت:

تعداد تقریبی خانواده‌ها $۸۰۰۰۰۰۰۰ \div ۴ = ۲۰۰۰۰۰۰۰$

با یک جست‌وجوی ساده در اینترنت، طبق بیان رئیس مرکز آمار ایران، برآورد جمعیت ایران بیشتر از ۸۵ میلیون نفر است و تعداد خانواده‌ها به ۲۷ میلیون رسیده است. متوسط تعداد نفرات خانواده در سال ۱۳۹۵ به صورت تقریبی ۳/۳ نفر بوده و در حال حاضر به ۳/۱ کاهش پیدا کرده است. با این اطلاعات می‌توانیم تعداد خانواده‌ها را ۲۷ میلیون در نظر بگیریم.

پس هر خانواده در آن روز به طور متوسط در حدود ۲۳ مترمکعب گاز مصرف کرده است. به گزارش بنگاه (آژانس) رویدادهای مهم نفت و انرژی «نفت ما»، آقای کوشکی گفت: «به طور کلی مصرف استاندارد گاز برای یک خانوار روزانه ۱۰ مترمکعب است. هر خانواده تهرانی به طور متوسط دو برابر استاندارد، یعنی ۲۰ مترمکعب، مصرف می‌کند.»

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، عدد مصرف استاندارد در این خبر، به عددی که ما به طور تقریبی به دست آوردیم، نزدیک است. و این یعنی مصرف خانواده‌های ما در ایران بسیار بیشتر از حد استاندارد است. علت اینکه مسئولان دائم مردم را به صرفه‌جویی و مصرف درست انرژی تشویق می‌کنند، همین است.

بیشتر فکر کنیم

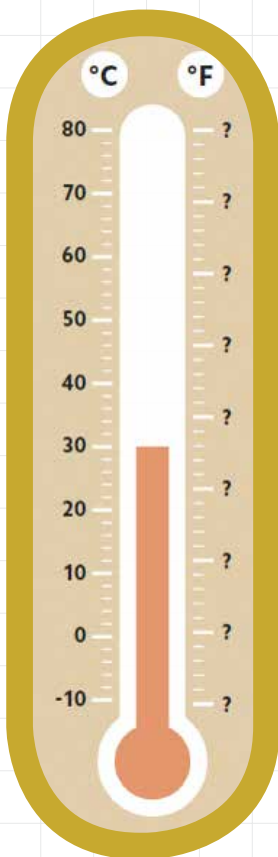
این‌طور که مسئولان بیان می‌کنند، با کاهش ۲ درجه‌ای هوای منزل، ۵۰ میلیون مترمکعب از مصرف گاز کم می‌شود. آیا به نظر شما اجرای این کار سخت است؟ یعنی نمی‌توان دمای گرمایش منزل را ۲ درجه کم کرد؟ چرا در کشور ما این مقدار در مصرف انرژی بی‌توجهی صورت می‌گیرد؟ دلیل آن واضح است. قیمت نفت، گاز، گازوئیل و بنزین بسیار پایین است و اکثر مردم مراعات مصرف را نمی‌کنند. در کشورهای واردکننده نفت و گاز، هزینه انرژی بسیار بالاست و مردم نیز مجبور به کاهش مصرف هستند تا بتوانند از پس هزینه‌های آن ب‌آیند. ما مدتی که با خانواده در یکی از کشورهای غربی اقامت داشتیم، در زمستان رادیاتورها را روشن می‌گذاشتیم. یک روز صاحب‌خانه ما به من گفت: چرا شما شب‌ها موقع خواب شوفاژها را خاموش نمی‌کنید؟ من با تعجب پرسیدم: شما از کجا می‌دانید؟ گفت از اینکه پنجره‌ها عرق کرده‌اند، مشخص است دمای خانه شما بالاست. من گفتم: ما بچه کوچک داریم و اگر رادیاتورها را خاموش کنیم، بچه‌ها سرما می‌خورند. با کمال تعجب گفت: لباس بیشتر بپوشند. من و همسرم که پیرمرد و پیرزن هستیم، شب‌ها رادیاتور را خاموش می‌کنیم و با دو پتو می‌خوابیم. با مصرف شما، هزینه انرژی‌تان خیلی زیاد می‌شود.

من آن موقع تازه متوجه شدم اینکه گاهی در اخبار می‌شنیدیم در کشورهای اروپایی چند نفر از شدت سرما جان باختند، یعنی چه! اغلب آن‌ها افراد مسنی هستند که به علت نداشتن توان پرداخت هزینه‌های گاز و برق، وسایل گرمایشی را خاموش می‌کنند و از شدت سرما جان می‌دهند. به همین راحتی! حالا ما در کشوری که از نعمت و برکت نفت و گاز فراوان بهره‌مند است، به راحتی و با هزینه پایین و شاید بدون مراعات، فقط مصرف می‌کنیم. لطفاً بیشتر فکر کنید.



روح‌الله خلیلی بروجنی

بالاترین دمای ثبت‌شده در سطح زمین



در علوم به هر چیزی که بتوان آن را اندازه گرفت، مانند طول، جرم، تندی، نیرو، زمان و دمای جسم، کمیت فیزیکی گفته می‌شود. هر فرمول فیزیکی در واقع نوعی معادله ریاضی است که رابطه بین دو یا چند کمیت فیزیکی را توصیف می‌کند. معمولاً برای محاسبه یک کمیت فیزیکی مجهول، مقادیر معلوم را داخل معادله قرار می‌دهیم. با حل معادله، مقدار مجهول به دست می‌آید. برای مثال، با استفاده از فرمول فیزیکی $^{\circ}\text{F} = \left(\frac{9}{5}\right)^{\circ}\text{C} + 32$ می‌توان دمای یک جسم را که برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$) است، به درجه فارنهایت ($^{\circ}\text{F}$) تبدیل کرد. فرمول‌ها نه تنها در فیزیک، بلکه در حوزه‌های گوناگون ریاضی نیز ظاهر می‌شوند و برای محاسبه بسیاری از مقادیر مجهول، مانند مساحت دوزنقه یا حجم مخروط، از آن‌ها استفاده می‌شود.

تمرین

در مطالعه گرم‌ترین نقطه‌های کره زمین، با استفاده از تصاویرهای ماهواره‌ای متعلق به «ناسا»، منطقه «گندم بریان» در بیابان لوت، گرم‌ترین نقطه کره زمین شناخته شده است. دمای این منطقه در یکی از روزهای تابستان سال ۱۳۸۳ حدود ۷۱ درجه سلسیوس ثبت شد که بالاترین رکورد دما در سطح زمین است. با توجه به رابطه بالا، دمای این منطقه برحسب درجه فارنهایت چقدر بوده است؟



منطقه گندم بریان فلاتی پوشیده از گدازه‌های بازالتی سیاه‌رنگ آتش‌فشانی است. همین پوشش سیاه‌رنگ آتش‌فشانی سبب بالا رفتن شدید دما در این منطقه می‌شود. مساحت تقریبی این منطقه حدود ۴۸۰ کیلومتر مربع است.



گندم بریان یا «ریگ سوخته» نزدیک «بند کهنوج» قرار دارد. این منطقه از تجمع تپه‌هایی از گدازه‌های آتش‌فشانی پوشیده شده است. فصل زمستان و اوایل بهار زمان مناسبی برای بازدید گردشگران از منطقه گندم بریان است. برای رفتن به منطقه گندم بریان، ابتدا باید خودتان را به کرمان برسانید. پس از آن با پیمودن حدود ۱۵۰ کیلومتر و عبور از شهر «شهداد»، به محلی به نام بند کهنوج خواهید رسید. از بند کهنوج تا منطقه گندم بریان باید حدود ۲۵ کیلومتر پیاده‌روی کنید تا به یکی از گرم‌ترین منطقه‌های جهان برسید.



برای آشنایی بیشتر با این موضوع، رمزینه را پویش کنید.

خوب است بدانید

گالیلئو گالیله، دانشمند مشهور ایتالیایی، برای نخستین بار در اوایل قرن هفدهم میلادی وسیله‌ای برای سنجش دما ابداع کرد. او این وسیله ساده و ابتدایی را «دمانما» نامید. هوای موجود در حباب، با خنک شدن متراکم می‌شد و آب در ساقه بالا می‌رفت. به این ترتیب، این وسیله می‌توانست برای نشان‌دادن تغییرات دما به کار رود. دمانمای گالیله سه عیب بزرگ داشت. مقیاسی نداشت و در نتیجه تنها می‌توانست نشان دهد که دما بالا می‌رود یا پایین می‌آید. نسبت به تغییر فشار هوا، به دلیل ارتفاع از سطح دریا، حساس بود و همچنین اندازه آن خیلی بزرگ بود.



گالیلئو گالیله (۱۵۶۴-۱۶۴۲ م)، اخترشناس و فیزیک‌دان اهل ایتالیا. شهرت گالیله بیشتر به خاطر دفاع وی از مدل خورشید مرکزی **کوپرنیک** است. پیش از آن مدل زمین مرکزی **بطلمیوس** مورد تأیید کلیسا بود.



برای آشنایی بیشتر با این موضوع، رمزینه را پویش کنید.



بی‌نوشت

1. Thermo scope



اندیشه ریاضی

عباس قلعه پور اقدم

برویم سراغ عددهای سه رقمی. عدد ۵۴۷ را در نظر می‌گیریم. با جابه‌جا کردن رقم‌های ۵۴۷، به عددهای ۵۷۴، ۴۵۷، ۴۷۵ و ۷۴۵ می‌رسیم. حال اختلاف این عددها را با ۵۴۷ به دست می‌آوریم و بخش‌پذیری آن را بر ۹ می‌آزماییم:

$$\begin{array}{lll} ۵۴۷-۴۷۵=۷۲ & ۵۴۷-۴۵۷=۹۰ & ۵۷۴-۵۴۷=۲۷ \\ ۷۴۵-۵۴۷=۱۹۸ & ۷۴۵-۴۵۷=۲۸۸ & \end{array}$$

به راحتی می‌توانید بررسی کنید که عددهای ۷۲، ۹۰، ۱۹۸ و ۲۸۸ بر ۹ بخش‌پذیرند. این هم یادتان باشد که برای آزمودن بخش‌پذیری هر عددی بر ۹، می‌توانید بخش‌پذیری مجموع رقم‌های آن را بر ۹ بیازمایید.

اجازه دهید یک عدد با تعداد ارقام بیشتر مثلاً هفت رقمی را آزمایش کنیم. به عنوان نمونه، عدد ۳۵۸۴۹۲۱ را در نظر می‌گیریم. از جابه‌جا کردن رقم‌های این عدد، تعداد زیادی عدد درست می‌شوند که ما ویژگی عدد ۹ را در مورد سه تا از آن‌ها امتحان می‌کنیم. این سه عدد عبارتند از: ۱۹۸۳۵۴۲ و ۴۹۸۵۱۳۲، ۸۵۳۱۲۴۹

در قسمت دوم اندیشه ریاضی، در شماره پیشین مجله، حل مسئله زیر را به عنوان تمرین به شما عزیزان واگذار کردیم و قول دادیم راه حل آن را در این شماره بیاوریم.

مسئله: با جابه‌جا کردن رقم‌های سن A، سن B به دست می‌آید. اختلاف سن A و B مساوی دو برابر سن C است. ولی B درست ۱۰ برابر C سن دارد. سن هر کدام را پیدا کنید.

کلید حل این مسئله یکی از ویژگی‌های عدد ۹ است که در ادامه آن را بیان و اثبات می‌کنیم.

«تفاضل هر دو عددی که رقم‌های یکی از جابه‌جا کردن رقم‌های دیگری به دست آمده، یا برابر ۹ است یا بر ۹ بخش‌پذیر است (مضرب از ۹ است).»

خب! ابتدا چند عدد را امتحان می‌کنیم. با عددهای دو رقمی شروع می‌کنیم؛ مثلاً عدد ۵۳. اگر رقم‌های ۵۳ را جابه‌جا کنیم، عدد ۳۵ به دست می‌آید. تفاضل ۵۳ و ۳۵ می‌شود ۱۸. ۱۸ بر ۹ بخش‌پذیر است.

به عنوان مثالی دیگر، عدد ۷۴ را در نظر می‌گیریم. با جابه‌جا کردن رقم‌های ۷۴ به عدد ۴۷ می‌رسیم که اختلاف این دو برابر ۲۷ می‌شود و ۲۷ بر ۹ بخش‌پذیر است.

مشخص شود:

$$X + Y = (10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b)$$

به همین ترتیب می‌توان نشان داد که $Y - X$ نیز مضربی از ۹ است.

حال نوبت عددهای سه رقمی است. فرض کنیم: $A = abc$ یک عدد سه رقمی دلخواه باشد. از جابه‌جا کردن رقم‌های A ، پنج عدد دیگر به صورت acb, bac, bca, cba و cab به دست می‌آیند که ما حکم را در مورد یکی از آن‌ها، مثلاً bca اثبات می‌کنیم و چهار تای دیگر را بر عهده شما می‌گذاریم. عدد bca را B می‌نامیم و دو عدد A و B را به صورت گسترده می‌نویسیم و تفاضل آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$A = 100a + 10b + c$$

$$B = 100b + 10c + a$$

$$A - B = (100a + 10b + c) - (100b + 10c + a) \\ = 99a - 90b - 9c = 9(11a - 10b - c)$$

بله! نشان داده شد که تفاضل $A - B$ مضربی از ۹ است. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که $B - A$ نیز مضربی از ۹ است.

حال به سراغ حل مسئله می‌رویم. در صورت مسئله، به جمله «سن B از جابه‌جا کردن رقم‌های سن A به دست می‌آید»، توجه کنید. با توجه به حکمی که ثابت کردیم، نتیجه می‌شود که تفاضل سن A و سن B بر ۹ بخش‌پذیر است؛ یعنی یا ۹ است یا ۱۸ یا ۲۷ یا ...

اگر اختلاف A و B عدد ۹ باشد، دو حالت پیش می‌آید: یا: $A - B = 9$ و یا: $B - A = 9$.

اگر $A - B = 9$ ، چون بنا به صورت مسئله، سن C نصف این اختلاف است، پس سن C می‌شود $4/5$. و چون B برابر ۱۰ سن C دارد، پس سن B برابر ۴۵ می‌شود. بنابراین A می‌شود ۵۴ ساله. اگر $B - A = 9$ ، سن C می‌شود $4/5$. سن B هم می‌شود ۴۵. بنابراین سن A می‌شود ۳۶. این درست نیست، چون ۳۶ از ۴۵ از جابه‌جا شدن رقم‌های یکدیگر به دست نمی‌آیند.

اگر اختلاف برابر ۱۸ باشد، باز دو حالت در نظر می‌گیریم: یا: $A - B = 18$ ، یا: $B - A = 18$.

اگر $A - B = 18$ ، سن C می‌شود ۹، و سن B می‌شود ۹۰ و در نهایت سن A می‌شود ۱۰۸ که با داده‌های مسئله همخوانی ندارد؛ چون ۹۰ و ۱۰۸ از جابه‌جا شدن رقم‌های یکدیگر ساخته نمی‌شوند.

اگر $B - A = 18$ ، سن C می‌شود ۹، سن B می‌شود ۹۰ و سن A می‌شود ۷۲ که باز نمی‌تواند درست باشد.

به همین ترتیب می‌توانید تحقیق کنید که اختلاف مورد نظر ۲۷ یا مضارب دیگر ۹ نمی‌تواند باشد و تنها می‌تواند ۹ باشد. این یعنی جواب‌های مسئله تنها می‌توانند بدین صورت باشند که A ۵۴ ساله، B ۴۵ ساله و C ۴/۵ ساله هستند.

$$۸۵۳۱۲۴۹ - ۳۵۸۴۹۲۱ = ۴۹۴۶۳۲۸ \text{ و } ۸ + ۲ + ۳ + ۶ + ۴ + ۹ + ۴ = ۳۶$$

$$۴۹۸۵۱۳۲ - ۳۵۸۴۹۲۱ = ۱۴۰۰۲۱۱ \text{ و } ۱ + ۱ + ۲ + ۰ + ۰ + ۴ + ۱ = ۹$$

$$۱۹۸۳۵۴۲ - ۳۵۸۴۹۲۱ = ۱۶۰۱۳۷۹ \text{ و } ۹ + ۷ + ۳ + ۱ + ۰ + ۶ + ۱ = ۲۷$$

همان‌گونه که مشاهده کردید، در مورد عدد هفت رقمی ۳۵۸۴۹۲۱ نیز این ویژگی عدد ۹، یعنی بخش‌پذیر بودن اختلاف هر عدد با عددی که از جابه‌جا کردن رقم‌های آن درست شده است، بر ۹ صحت دارد.

حتماً می‌دانید که هر قدر هم عدد انتخاب و ویژگی مورد نظر را آزمایش کنیم و صحت این ویژگی در مورد این عددها تأیید شود، باز هم نمی‌توان درستی این ویژگی را در مورد تمامی عددها نتیجه گرفت، بلکه باید به دنبال برهانی برای اثبات حکم مورد نظر در حالت کلی باشیم. با توجه به اینکه هدف ما از طرح و اثبات این ویژگی عدد ۹، استفاده از آن برای حل مسئله‌ای است که در ابتدای مقاله آورده شد، و نیز به دلیل اینکه اثبات ویژگی در حالت کلی در سطح دانش‌آموزان دوره اول متوسطه نیست، برای حالت کلی برهانی ارائه نمی‌دهیم و به دلیل زیر، حکم را برای عددهای دو و سه رقمی محدود می‌کنیم.

چون در مسئله ابتدای مقاله، عددهای مطرح شده مربوط به سن افراد هستند، بنابراین سه عدد مطرح شده در مسئله (سن A ، سن B و سن C) دو رقم یا در خوش‌بینانه‌ترین حالت سه رقم دارند (چرا که سن انسان که نمی‌تواند چهار رقمی باشد). پس حکم را به صورت زیر تغییر می‌دهیم و آن را موقتاً در مورد عددهای دو رقمی و سه رقمی ثابت می‌کنیم و سپس به سراغ حل مسئله می‌رویم.

نکته: محدود کردن حکم به عددهای دو رقمی و سه رقمی، به منظور رعایت حال شما عزیزان است، چون اگر یک‌بار به سراغ حالت کلی برویم، ممکن است فهم آن برای شما دشوار باشد. این هم یادتان نرود که حل مسئله‌های ساده‌تر یکی از راهبردهای حل مسئله در ریاضی است که به عنوان یکی از روش‌ها، در آغاز کتاب ریاضی هفتم، به آن پرداخته شده است.

«اگر رقم‌های هر عدد دو رقمی یا سه رقمی را جابه‌جا کنیم تا عدد جدیدی به دست آید، اختلاف عدد جدید با عدد اولیه، همواره بر ۹ بخش‌پذیر است.»

برهان: فرض کنیم $X = ab$ یک عدد دو رقمی باشد که a رقم دهگان و b رقم یکان آن است. از جابه‌جا کردن رقم‌های این عدد تنها یک عدد جدید به صورت $Y = ba$ به دست می‌آید. حال این دو عدد را به صورت گسترده می‌نویسیم:

$$10a = 10b + a \quad b + X = Y$$

حال $X - Y$ را حساب می‌کنیم تا بخش‌پذیر بودن آن بر ۹



مالیات و ریاضی

• ژما جواهری پور

انواع مالیات

مالیات مستقیم: مالیاتی که به طور مستقیم از درآمد یا دارایی افراد و شرکت‌ها دریافت می‌شود؛ مثل مالیات بر درآمد، مالیات بر املاک و مالیات بر ارث. **مالیات غیرمستقیم:** مالیاتی که به صورت غیرمستقیم هنگام خرید کالاها یا خدمات پرداخت می‌شود؛ مثل مالیات بر ارزش افزوده.

حال این سؤال پیش می‌آید که «چرا باید مالیات پرداخت شود؟» مالیات برای این موارد پرداخت می‌شود: **تأمین هزینه‌های عمومی:** دولت‌ها از مالیات برای ارائه خدمات عمومی استفاده می‌کنند.

بازتوزیع ثروت: با دریافت مالیات بیشتر از افراد پردرآمد، می‌توان به افراد کم‌درآمد کمک کرد.

از افراد و شرکت‌ها جمع‌آوری می‌کند تا بتواند هزینه‌های عمومی، خدمات اجتماعی و پروژه‌های زیرساختی را تأمین کنند. به عبارت دیگر، مالیات ابزاری است که دولت از آن برای تأمین درآمد خود استفاده می‌کند تا بتواند کارهایی مثل ساخت جاده، بیمارستان و مدرسه، و خدماتی مثل امنیت، بهداشت و آموزش را ارائه دهد.

آیا مردم بخشی از پولی را که به دست می‌آورند به دولت می‌دهند؟ اگر فروشگاه‌های کالایی را به قیمت ۲۰۰۰۰ تومان به فروش برساند، آیا فکر می‌کنید دولت هم از آن مبلغ سهمی دارد؟ پاسخ هر دو سؤال مثبت است. عنوان این مبلغ‌ها که مردم می‌پردازند «مالیات» است. مالیات در اقتصاد به زبان ساده، مبلغی است که دولت

مدیریت (کنترل) اقتصاد: دولت‌ها

با تغییر نرخ مالیات می‌توانند بر اقتصاد تأثیر بگذارند، مثلاً تشویق به سرمایه‌گذاری یا کاهش مصرف کالاهای مضر. اگر مالیات به درستی مدیریت شود، می‌تواند به رشد اقتصادی و بهبود کیفیت زندگی افراد کمک کند.

در ادامه چند سؤال ریاضی ساده با موضوع مالیات آورده شده است:

• اگر یک کالا ۲۰۰ تومان قیمت داشته باشد و مالیات آن ۱۰ درصد باشد، مالیات این کالا چقدر می‌شود؟

• یک فروشگاه ۵۰۰ تومان درآمد دارد. اگر ۱۵ درصد از درآمدش به عنوان مالیات به دولت بدهد، چقدر مالیات پرداخته است؟

• شما ۳۰۰ تومان پول دارید. اگر ۲۰ درصد از آن را برای مالیات بپردازید، چقدر از پولتان باقی می‌ماند؟

در ریاضیات، مالیات را می‌توان به صورت یک تابع تعریف کرد که بر اساس متغیرهای متفاوت (مثل درآمد، دارایی یا مصرف) مقدار مشخصی را محاسبه می‌کند. در ادامه چند روش ریاضی برای محاسبه مالیات را یاد می‌گیرید.

مالیات بر درآمد:

اگر I نماد «درآمد» و $T(I)$ «مالیات بر درآمد»^۱ باشد، مالیات را می‌توان به صورت تابع خطی یا غیرخطی تعریف کرد:

مالیات ثابت یا تناسبی^۲:

از طریق این فرمول محاسبه می‌شود:

$$T(I) = I \cdot R$$

که در آن R «نرخ مالیات ثابت»^۳ است (مثلاً ۱۰٪)

مالیات بر درآمد ارزش افزوده^۴:

برای خرید کالایی به قیمت P با نرخ مالیات R ، مالیات به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T(P) = P \cdot R$$

و قیمت نهایی کالا:

$$P_{\text{final}} = T(P) + P = P \cdot (R + 1)$$

نرخ مالیات به درصدی از درآمد یا قیمت کالاها و خدمات گفته می‌شود که افراد یا کسب‌وکارها باید به دولت بپردازند. این درصد معمولاً بر اساس قوانین و سیاست‌های مالی هر کشور تعیین می‌شود و به دو صورت اصلی وجود دارد:

نرخ مالیات بر درآمد:

درصدی از درآمد فرد یا شرکت که باید به دولت پرداخت شود. برای مثال، اگر کسی ۱۰۰,۰۰۰ تومان درآمد داشته باشد و نرخ مالیات ۲۰ درصد باشد، باید ۲۰,۰۰۰ تومان به عنوان مالیات به دولت بپردازد.

نرخ مالیات بر ارزش افزوده:

درصدی از قیمت کالا یا خدمات که هنگام خرید یا فروش باید پرداخت شود. برای مثال، اگر قیمت یک کالا ۲۰۰ تومان باشد و نرخ مالیات بر ارزش افزوده ۱۰ درصد باشد، قیمت نهایی کالا ۲۲۰ تومان خواهد بود.

مثال محاسبه مالیات:

فرض کنید نرخ مالیات بر درآمد ثابت باشد و برابر ۲۰٪ (۰/۲) باشد. اگر شخصی درآمد ماهیانه ۵,۰۰۰,۰۰۰ تومان داشته باشد، مالیات او به این شکل محاسبه می‌شود:

$$T(I) = I \cdot R$$

که در آن:

$$R = 0.2 \text{ (نرخ مالیات ۲۰٪)}$$

$$I = 5,000,000 \text{ (درآمد ماهیانه)}$$

$$T(I) = 0.2 \times 5,000,000 = 1,000,000$$

بنابراین، این فرد باید ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان مالیات پرداخت کند، و درآمد خالص او پس از کسر مالیات برابر است با:

$$5,000,000 - 1,000,000$$

$$= 4,000,000 \text{ تومان}$$

حال به این سؤال‌ها پاسخ دهید:

۱. اگر یک کالا ۸۰۰ تومان قیمت داشته باشد و نرخ مالیات ۱۲ درصد باشد، سپس نرخ مالیات تغییر کند و به ۱۵ درصد برسد. قیمت نهایی کالا پس از تغییر نرخ مالیات چقدر خواهد شد؟

۲. در کشوری مالیات بر درآمد ۲۰ درصد است. فردی ۱۵۰۰۰۰۰ تومان درآمد ماهیانه دارد. اگر درآمد او از طرف یک کسب‌وکار دیگری ۲۵ درصد بیشتر شود، مالیات او چقدر خواهد بود؟

۳. شما ۱۲۰۰ تومان پول دارید و می‌خواهید یک دستگاه الکترونیکی به قیمت ۱۵۰۰ تومان بخرید. اگر مالیات بر این کالا ۱۸ درصد باشد، شما برای خرید این دستگاه چقدر پول نیاز دارید؟

۴. فروشگاه‌های ۴۰۰۰۰۰۰ تومان فروش دارد. ۱۰ درصد از این مبلغ به عنوان مالیات به دولت پرداخت می‌شود. اگر فروش فروشگاه در ماه آینده ۲۵ درصد افزایش یابد، مالیات ماه آینده چقدر خواهد شد؟

۵. یک دولت تصمیم می‌گیرد مالیات بر ارزش افزوده را از ۸ درصد به ۱۰ درصد افزایش دهد. اگر قیمت اولیه کالایی ۵۰۰ تومان داشته باشد، پس از افزایش مالیات، قیمت نهایی کالا چقدر خواهد شد؟

پی‌نوشت‌ها

1. Income
2. Income Tax
3. Flat Tax
4. Fixed Tax Rate
5. Value-added income tax

تبدیل یک

سیمین اکبری زاده

مکعب عدد a می‌نامیم. برای مثال، 3^3 (یک کیلومتر) همان یک کیلومتر مکعب است.

از طرف دیگر می‌دانیم: متر $1000 = 1$ یک کیلومتر. با علم به اینکه اگر یک تساوی برقرار باشد، می‌توان طرفین تساوی را به هر توانی رساند، طرفین این تساوی را به توان ۳ می‌رسانیم. خواهیم داشت:

$$3^3 = (1000 \text{ متر})^3 \text{ (یک کیلومتر)}$$

طبق تعریف توان داریم:

$$\xrightarrow{\text{بداسته‌بندی}} (1000 \text{ متر})^3 = (1000 \text{ متر})^3 = (1000 \times 1000 \times 1000) \text{ متر}^3 \text{ (یک کیلومتر)}$$

یعنی (متر مکعب $1000 \times 1000 \times 1000 = 1$ کیلومتر مکعب) و در نهایت به همان مطلب نهایی روش قبل می‌رسیم و این صرفاً نمادگذاری جدید است. در این مثال برای تفهیم بهتر، خودمان را درگیر توضیح کامل کردیم، ولی از این به بعد از نتیجه مثال استفاده می‌کنیم. و اما نتیجه مثال:

روش‌های تبدیل واحد حجم

در مثال بالا از متر $1000 = 1$ کیلومتر، به کمک حجم مکعب، به (متر مکعب $1000 \times 1000 \times 1000 = 1$ کیلومتر مکعب)، و به کمک توان به (متر مکعب $3^3 = 1000$) (یک کیلومتر مکعب) رسیدیم. با توجه به مفهوم توان هر دو تساوی یکی است و هر دو روش در واقع به یک داستان می‌پردازند؛ اینکه برای تبدیل واحد حجم (به تعبیر دیگر تبدیل واحدهایی که در آن‌ها کلمه مکعب به کار رفته است) ابتدا به کمک جدول جدول پلکانی طول، رابطه بین دو واحد مورد نظر را که قرار است به هم تبدیل شوند (البته با صرف نظر از واژه مکعب) می‌نویسیم، سپس با یکی از دو روش زیر ادامه می‌دهیم:

۱. با توجه به حجم مکعب، برای یافتن ضریب تبدیل حجم، عدد به دست آمده، یعنی همان ضریب تبدیل واحد طول را سه بار در خودش ضرب می‌کنیم.

۲. با توجه به مفهوم توان، برای یافتن ضریب تبدیل

حجم و روش‌های تبدیل آن

حجم مقدار فضایی است که جسم اشغال می‌کند. به عبارت دیگر گنجایش یک ظرف حجم آن ظرف است و واحدهای متداول آن از بزرگ به کوچک عبارت‌اند از:

میلی‌متر مکعب، سانتی‌متر مکعب، دسی‌متر مکعب، متر مکعب، ؟، ؟ و کیلومتر مکعب.

نکته ۱. نام دیگر دسی‌متر مکعب لیتر است و نام دیگر سانتی‌متر مکعب و نیز سی‌سی، میلی‌لیتر است.

هم فال و هم تماشا

می‌خواهیم ببینیم چگونه تبدیل واحد حجم را انجام دهیم. با یک مثال روند کار را مشخص می‌کنیم. مثلاً ببینیم یک کیلومتر مکعب چند متر مکعب است.

روش اول) به کمک حجم مکعب: می‌دانیم یک کیلومتر مکعب، حجم مکعبی است که هر یک از ۳ ضلع آن یک کیلومتر است و با توجه به اینکه حجم مکعب به ضلع a برابر است با $a \times a \times a$ ، پس: 1 کیلومتر $\times 1$ کیلومتر $\times 1$ کیلومتر $= 1$ کیلومتر مکعب اگر به جای 1 کیلومتر 1000 متر قرار دهیم داریم:

$(1000 \text{ متر}) \times (1000 \text{ متر}) \times (1000 \text{ متر}) = 1$ یک کیلومتر مکعب عددها را با هم در یک دسته می‌نویسیم و واحدها را نیز با هم. پاسخ (متر $\times$ متر $\times$ متر) $\times (1000 \times 1000 \times 1000)$ خواهد شد.

اگر به جای متر $\times$ متر، متر مکعب قرار دهیم، داریم: متر مکعب $(1000 \times 1000 \times 1000) = 1$ کیلومتر مکعب یعنی برای تبدیل کیلومتر مکعب به متر مکعب باید عدد را سه بار و هر بار در 1000 ضرب کنیم.

1000 که ناگفته دلیش پیداست، ولی چرا سه بار؟ بله درست حدس زدید، به دلیل لفظ مکعب. چرا تقسیم نکنیم و ضرب کنیم؟ به دلیل اینکه قرار است به کوچک‌تر تبدیل شود.

روش دوم) به کمک توان: قبل از اینکه یک گام جلوتر برداریم، به توضیحات مختصری در مورد توان می‌پردازیم. $a \times a \times a$ را به شکل a^3 می‌نویسیم و به شکل a به توان ۳ می‌خوانیم. در عدد a^3 ، a را پایه و ۳ را توان می‌گوییم. a^3 را

این بخش (میلی متر سانتی متر دسی متر) است؛ یعنی:

$$\begin{array}{c} \text{سانتی متر} \\ \times \frac{1}{10} \\ \hline \text{دسی متر} \end{array}$$

$\Rightarrow$ دسی متر $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ میلی متر (شروع پیکان ها)

$\Rightarrow$ دسی متر $\frac{1}{100}$ میلی متر

دسی متر مکعب $\frac{1}{100} \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{1000000}$ میلی متر مکعب

پس ۲۵۰۰ میلی متر مکعب برابر است با:

$$\text{دسی متر مکعب } 2500 \times \frac{1}{1000000} = \frac{25}{100000} = 0.00025$$

چگالی و واحد آن

چگالی جسم مقدار جرمی است که در حجم معینی از

آن جسم وجود دارد و برای به دست آوردن آن از فرمول

$\text{چگالی جسم} = \frac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}}$ استفاده می کنیم. معمولاً یکای

چگالی با توجه به این کسر گرم یا: کیلوگرم

سانتی متر مکعب متر مکعب

بیان می شود.

توجه: در بحث چگالی اگر صورت کسر یعنی جرم جسم بر

حساب گرم بود باید مخرج یعنی حجم بر حسب سانتی متر

مکعب باشد و برعکس و نیز اگر صورت کسر یعنی جرم

جسم بر حسب کیلوگرم بود باید مخرج یعنی حجم بر

حساب متر مکعب باشد و برعکس جهت به خاطر سپردن

این موضوع توجه ۴ را ملاحظه کنید.

مثال ۴. جرم یک کلید با ترازو، ۱۲ گرم به دست آمده

است آن را درون استوانه مدرجی که ۵۰ میلی لیتر آب

دارد می اندازند. سطح آن روی ۵۳ میلی لیتر قرار می گیرد.

چگالی کلید چقدر است؟

ابتدا کنترل واحدها و رعایت هشدار بالا که برقرار است،

چون جرم بر حسب گرم و حجم بر حسب میلی لیتر است

که همان سانتی متر مکعب محسوب می شود. در ادامه با

انداختن کلید در استوانه، حجم استوانه از ۵۰ به ۵۳ میلی لیتر

تبدیل می شود؛ یعنی حجم کلید ۳ میلی لیتر است. اکنون

کافی است در فرمول $\left(\text{چگالی} = \frac{\text{جرم کلید}}{\text{حجم کلید}} \right)$ چگالی کلید) جاگذاری

کنیم. پس چگالی کلید برابر $\frac{12}{3} = 4$ گرم بر سانتی متر مکعب

است.

نکته ۲. اگر چگالی جسمی کمتر از ۱ باشد، آن جسم روی

آب شناور می ماند.

حجم، عدد به دست آمده، یعنی همان ضریب تبدیل واحد طول را به توان ۳ می رسانیم.

اما نکته قابل توجه این است که در شروع کار باید در

نام واحد مورد نظر، کلمه «مکعب» به کار رفته باشد. پس

اگر این طور نبود، ابتدا با استفاده از نکته ۱ معادل نام واحد

را می گذاریم و سپس ادامه می دهیم. در ضمن در این

قسمت از مقاله، از روش ۱، یعنی سه بار ضرب عدد در

خودش استفاده می کنیم و در بخش دوم مقاله از روش ۲

استفاده می کنیم.

مثال ۱. ببینیم ۲/۵ سی سی چند لیتر است. می دانیم

سی سی همان سانتی متر مکعب و لیتر همان دسی متر

مکعب است. پس قسمتی از جدول پلکانی طول که از

سانتی متر به سمت واحد بزرگتر، یعنی دسی متر است،

برایمان اهمیت دارد که قطعاً باید ضریب تبدیل کسری با

صورت یک باشد.

این قسمت جدول به صورت مقابل است:

سانتی متر دسی متر

$$\times \frac{1}{10}$$

ضریب تبدیل طول

یعنی: (دسی متر $\frac{1}{10}$ = سانتی متر)

(دسی متر مکعب $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 1$ سانتی متر مکعب) $\Rightarrow$

ضریب تبدیل حجم

(دسی متر مکعب $\frac{1}{1000} = 1$ سانتی متر مکعب) $\Rightarrow$

برای یافتن پاسخ ۲/۵ را در $\frac{1}{1000}$ ضرب می کنیم و ممیز

۲/۵ را سه رقم عقب می بریم. پس حاصل ۰/۰۰۲۵ لیتر

خواهد شد.

مثال ۲. ببینیم ۵۳/۵۸ دسی متر مکعب چند سانتی متر

مکعب است. بخشی از جدول پلکانی طول که از دسی متر

به واحد کوچکتر، یعنی سانتی متر است، برایمان اهمیت

$$\times 10$$

دارد؛ یعنی: سانتی متر دسی متر . به عبارت دیگر:

سانتی متر $10 = 1$ دسی متر

(سانتی متر مکعب $10 \times 10 \times 10 = 1$ دسی متر مکعب) $\Rightarrow$

(سانتی متر مکعب $1000 = 1$ دسی متر مکعب) $\Rightarrow$

پاسخ:

سانتی متر مکعب $53/58 = 53/58 \times 1000 = 53580$

(ممیز را سه رقم جلو آوردیم) $= 53580$

مثال ۳. ببینیم ۲۵۰۰ میلی متر مکعب چند لیتر است.

می دانیم لیتر همان دسی متر مکعب است. پس بخشی از

جدول پلکانی طول که از میلی متر به سمت واحد بزرگتر،

یعنی دسی متر است، برای ما اهمیت دارد و ضریب تبدیل،

کسری با صورت یک است.

معلم خوب من **خاطرات ریاضی** • حبیب یوسفزاده

شمسی رحمت‌زهی سال ۱۳۶۱ در شهر زاهدان، مرکز استان سیستان و بلوچستان، متولد شد. او در سال ۱۳۸۵ با مدرک لیسانس ریاضی کاربردی به استخدام آموزش و پرورش درآمد. سال‌های ابتدایی معلمی خود را در روستای «چگردک» واقع در منطقه جلگه چاه‌هاشم، از توابع شهرستان دلگان، گذراند. وی در ادامه موفق به اخذ مدرک «فوق لیسانس آنالیز عددی» شد و عنوان «معلم نمونه شهرستان ایران‌شهر» را نیز در کارنامه خود دارد. خانم رحمت‌زهی اکنون به عنوان سرگروه درس ریاضی ایران‌شهر فعالیت دارد و در مدرسه‌های این شهرستان تدریس می‌کند. در ادامه خاطراتی از ایشان را با هم می‌خوانیم.

استوانه مغزدار!

روزی برای تمرین محاسبه حجم به حیاط مدرسه رفتیم تا دانش‌آموزان حجم سکوهای مکعب مستطیل شکل و استوانه‌های سیمانی را که در اندازه‌های متفاوت گوشه حیاط قرار داشتند، اندازه‌گیری کنند. هنوز مترها را از کیف در نیاورده بودم که یکی از بچه‌ها گفت: «خانم اجازه، من حجم گلدان را با حدس‌زدن حساب کردم. تقریباً به اندازه دیگ آش مدرسه جا دارد.»

دانش‌آموز دیگری با کنج‌کاوی تمام به استوانه‌ها نزدیک شد و پرسید: «خانم، این استوانه‌ها را چطور سیمان کرده‌اند؟ باید حجم سیمان‌شان را حساب کنیم یا فقط خود استوانه را؟»

گفتم: «حالا که این قدر دقیق هستی، زحمت بکش حجم مغز استوانه، بدون سیمان را حساب کن!»

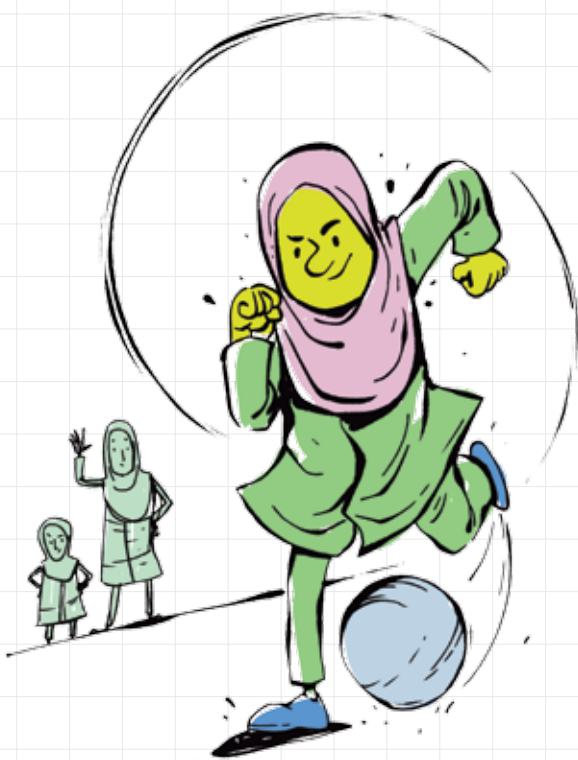
یکی از بچه‌ها گفت: «خانم، اگر مغز داشت، وسط سیمان چه کار می‌کرد؟!»

بعد از چند دقیقه، یکی از بچه‌ها با شلوغ‌بازی از روی سکو پرید پایین و گفت: «خانم، من با استفاده از این استوانه مغزدار، حجم خودم را حساب کردم. دقیقاً یک متر مکعب خالص!»

در آخر هم وقتی همه مشغول اندازه‌گیری بودند، یکی از دانش‌آموزان رفت روی سکو و اعلام کرد: «خانم، من هم خودم را متر کردم! حجم این سکو ده برابر من است.»

دوستش گفت: «اگر خودت را با مغز حساب کرده‌ای، حتماً محاسبات ایراد دارد!» خلاصه آن روز هم ریاضی تمرین کردیم و هم خوش گذشت.





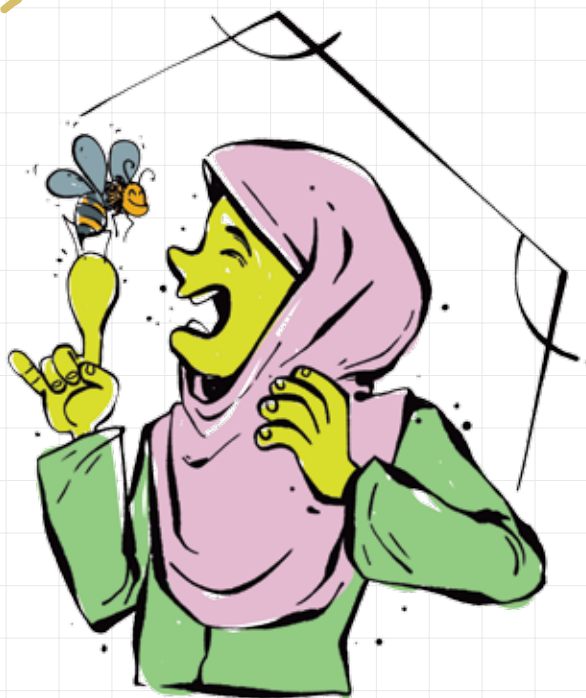
شلیک به عددهای اول!

تصمیم گرفته بودیم بحث عددهای اول و مرکب را با یک بازی مهیج و پر از خنده و هیجان یاد بگیریم. عددهای اول و مرکب را روی تکه‌های کاغذ نوشتیم و سنجاق کردیم روی مقنعه‌های دانش‌آموزان؛ حالا هر کدام یک عدد متحرک شده بودند! بعد از اینکه بچه‌ها وسط حیاط مدرسه دور هم ایستادند، چهار نفر به‌عنوان قهرمانان توپ‌زن آماده شدند تا توپ را مثل یک موشک به هدف‌ها (عددهای متحرک) بزنند. زنده توپ که جدیت یک پرتابگر موشک را داشت، سه بار می‌توانست توپ را به دانش‌آموزی بزند که عدد اول روی مقنعه‌اش سنجاق شده بود. اگر موفق نمی‌شد یا توپ را اشتباهی به یک عدد مرکب شلیک می‌کرد، بلافاصله داور میدان (خودم) وارد می‌شد و مثلاً می‌گفت: «کوثر جان! معادله حل کن!»

آن وقت توپ‌زن کاغذی از بین چند کاغذ تا زده انتخاب می‌کرد و معادله‌ای را که روی آن نوشته شده بود، حل می‌کرد. اگر درست حل می‌کرد، با افتخار دوباره برمی‌گشت توی گروه «پرتابگرها». اگر هم معادله را اشتباه حل می‌کرد! می‌رفت توی گروه «هدف‌ها» و بچه‌ها یک‌صدا تشویقش می‌کردند: «تو می‌توانی بهتر از این باشی! دفعه بعد یادت باشد توپ را درست به هدف بزنی!» در حین بازی، یکی از توپ‌زن‌ها که سه بار توپ را به همه جا جز عددهای درست زده بود، آمد وسط و با قیافه‌ای حق‌به‌جانب گفت: «خانم، این عددهای روی مقنعه‌هی حرکت می‌کنند، نمی‌تونم بزنم!» با این حرف او بچه‌ها زدند زیر خنده. آن روز نه‌تنها فرق عددهای اول و مرکب را یاد گرفتند، بلکه فهمیدند ریاضی گاهی می‌تواند بهانه‌ای باشد برای یک بازی هیجان‌انگیز مثل فوتبال!

عسل‌گچی

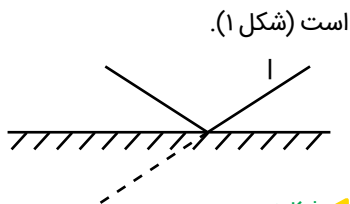
در سال‌های اول خدمتم در روستا، یک روز درس هندسه داشتیم و برای بچه‌ها درباره شکل‌های منتظم صحبت می‌کردم. گفتم: «بچه‌ها، ببینید زنبور عسل چقدر باهوش است که خانه‌اش را به شکل شش‌ضلعی‌های منتظم می‌سازد. می‌دانید چرا؟ چون آن‌ها به‌طور غریزی استاد هندسه‌اند و می‌دانند که این شکل بهترین نحوه استفاده از فضا را برای آن‌ها مهیا می‌کند.» همین‌طور که دستم روی تخته بود و از کمالات زنبورها تعریف می‌کردم، ناگهان حس کردم کف دستم داغ شد! سرم را آوردم پایین، دیدم زنبوری همان‌جا نشسته بود. گویا می‌گفت: «حالا که ما را استاد هندسه معرفی کردی، بگذار دستت را ببوسم!» یکی از بچه‌ها وقتی فهمید زنبور دستم را نیش زده، با خنده گفت: «خانم، حالا ثابت شد دستتان نمک ندارد!» دانش‌آموز بغل دستی‌اش گفت: «شاید هم آمده بود گرده جمع‌آوری کند و عسل‌گچی بسازد!» گفتم: «تا من باشم به هر حشره‌ای استاد نگویم!» از اون روز هر وقت درس هندسه داشتیم، بچه‌ها با خنده می‌گفتند: «خانم حواستان به استاد باشد!»



● خسرو داودی و آرش رستگار

مجموعه پروژه‌های کوچک برای ریاضی‌دانان کوچک

قضیه فیثاغورس برای خط‌های شکسته



است (شکل ۱).

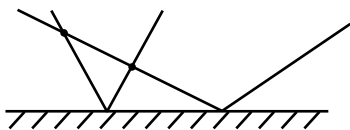
شکل ۱

اما از کجا بفهمیم کدام یک از دو خط
امتداد یافته این پرتو، این خط را
به وجود آورده‌اند؟

راست‌گویی تمام‌نما نیست. یعنی همه
چیز را به ما نمی‌گوید. برای مثال، به ما
نمی‌گوید یک نقطه در نیم‌صفحه بالا،
در اصل همان‌جا بوده یا از نیم‌صفحه
پایین در بالا تصویر شده است. در
مورد خط‌ها وضع پیچیده‌تر است.
برای مثال، خطی که محور x ها را قطع
می‌کند، شبیه پرتوی می‌شود که به
محور x ها برخورد کرده و بازتاب یافته

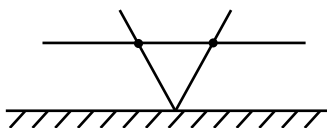
فرض کنید محور x ها یک محور تقارن
باشد که هر چه زیر آن قرار می‌گیرد را
پنهان می‌کند، اما متقارن آن نسبت
به محور x ها را در نیم‌صفحه بالا به
نمایش می‌گذارد. ممکن است فکر
کنید محور x ها بسیار راست‌گوست و
چون همه چیز را به ما می‌گوید، چیزی
را پنهان نمی‌کند. اما نشان خواهیم
داد که راست‌گویی این محور یک

می‌گذرد. اگر دو نقطه زیر هم باشند، تنها یک پرتوی رفت و برگشتی و اگر هم زیر هم نباشند، دو پرتوی رفت و برگشتی می‌گذرد (شکل ۸).



شکل ۸

یکی پرتویی که مستقیماً آن‌ها را به هم وصل می‌کند و دیگری پرتویی که ابتدا به محور x ها برخورد می‌کند و باز می‌گردد و بعد از نقطه دوم می‌گذرد. ممکن است پرتوی مستقیم موازی محور x ها هم باشد (شکل ۹).



شکل ۹

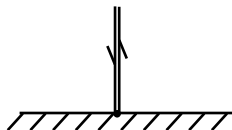
آنچه گفتیم به زبان جبری نیز، قابل ترجمه است. معادله یک خط در دنیای جدید به شکل $ax+by=c$ نیست، بلکه باید تغییری در این معادله به وجود آورد که تنها (x,y) هایی که در آن‌ها $y > 0$ است را به دست بدهد. معادله کلی $y=|ax+b|$ جواب‌گو خواهد بود.

پرتوهایی که زاویه آن‌ها با محور x ها کمتر و کمتر و به صفر نزدیک می‌شود، در حالت حدی به محور x ها میل می‌کنند. پس ناچاریم محور x ها را هم یک خط فرض کنیم (شکل ۶).



شکل ۶

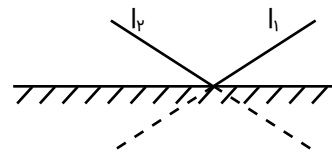
حالت حدی دیگری هم مطرح هست. پرتوهایی که زاویه آن‌ها به 90° درجه میل می‌کند (نزدیک می‌شود) در حالت حدی به جایی می‌رسند که بر محور x ها عمود می‌گردند و به یک پرتو رفت و برگشتی تبدیل می‌شوند (شکل ۷).



شکل ۷

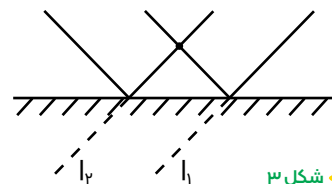
چنین پرتوهایی را باید پرتو دوتایی (دوبل) در نظر گرفت، چون آن‌ها هم باید هر خط موازی با محور x ها را یا هر پرتوی منعکس شده را در دو نقطه قطع کنند که البته طبیعی است؛ چون دو ساق پرتو در این حالت بر هم منطبق شده‌اند.

یک نکته مهم دیگر این است که از هر دو نقطه در نیم صفحه بالا دو خط



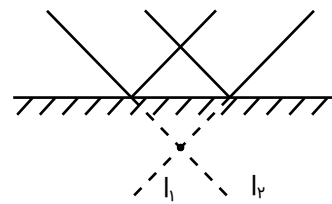
شکل ۲

در مورد خط‌های موازی وضع درست مانند نقاط است. یک خط موازی با محور x ها معلوم نیست که مال عالم بالاست یا از عالم پایین در بالا تصویر شده است. دو خط موازی هم ما را دچار تناقض می‌کنند. اگر l_1 و l_2 موازی باشند، دو ساق پرتوهای منعکس آن‌ها موازی خواهد بود (شکل ۳).



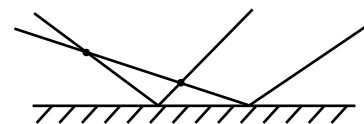
شکل ۳

با اینکه l_1 و l_2 متقاطع نیستند، پرتوهای وابسته به آن‌ها در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند. اما اگر پرتوها دارای این خاصیت باشند که دو ساق آن‌ها به نوبت با هم موازی باشند، لزوماً از دو خط موازی نیامده‌اند (شکل ۴).

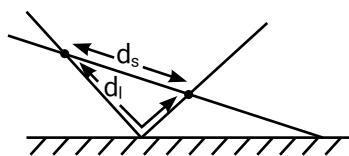


شکل ۴

برای خط‌های موازی با محور x ها مفهوم توازی مشکلی پیدا نمی‌کند. اما دو پرتو که ساق‌های آن‌ها موازی نیستند، در چند نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟ (شکل ۵).

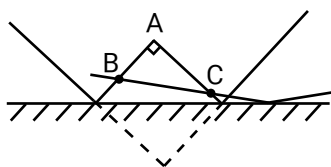


شکل ۵



شکل ۱۲

نوبت به مفهوم مثلث می‌رسد. با داشتن سه نقطه A، B و C در نیم‌صفحه بالا بین هر دو نقطه دو پرتو عبور می‌کند. اگر دو تا از این پرتوها بر هم عمود باشند، می‌گوییم یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل شده است (شکل ۱۵).



شکل ۱۵

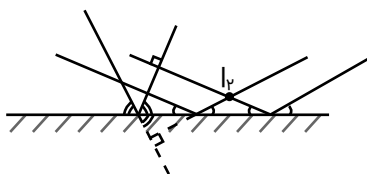
در شکل ۱۵ تنها سه ضلع از ضلع‌های مثلث رسم شده‌اند. به خاطر داشته باشید که مثلث در این هندسه شش ضلع دارد.

سؤال پروژه: در هر مثلث قائم‌الزاویه ثابت کنید:

$d_s(A, C)^2 + d_s(A, B)^2 = d_s(B, C)^2$
که در آن به جای هر * باید s یا l مناسب گذاشته شود. فراموش نکنید که همه حالت‌ها باید بررسی شوند.

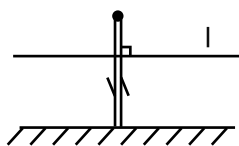
پروژه‌های انجام‌شده خود را در قالب فایل متنی (word) (حروف‌نگاری) (تایپ) کنید و برای ما بفرستید. بهترین پروژه‌ها از طریق رمزینا پاسخ‌سریع (کیوآر کد) در شماره‌های آینده چاپ خواهند شد.

لزوماً محل تقاطع دو پرتو، یعنی پای عمودها، در نیم‌صفحه بالا نیست (شکل ۱۲).



شکل ۱۳

اما به راحتی می‌توان دید که پرتوهای عمود، با هم موازی خواهند بود. در حالت عمود بر خط‌های موازی با محور x ها باید دقت به عمل آورد (شکل ۱۳).

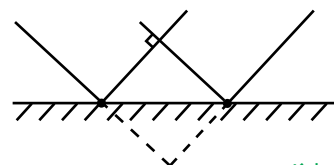


شکل ۱۳

یک پرتو مستقیماً به خط l می‌رسد و یک پرتو پس از برخورد به محور x برمی‌گردد و در همان نقطه بر خط l عمود می‌شود.

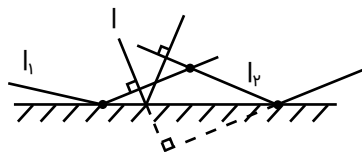
مفهوم فاصله بین دو نقطه نیز بحث‌برانگیز است. بین دو نقطه دقیقاً دو مسیر مستقیم وجود دارد که با پرتوها ساخته شده‌اند: یکی طولانی‌تر و دیگری کوتاه‌تر. یکی مسیر مستقیم و دیگری مسیری که پس از برخورد با محور x ها به نقطه دیگر می‌رسد. این دو فاصله را d_s و d_l می‌نامیم. s آغاز کلمه small به معنی کوچک و l آغاز کلمه large به معنی بزرگ است (شکل ۱۴).

البته در حالت خط عمود بر محور x ها که معادله دکارتی آن $x=a$ است، باید معادله‌های $\begin{cases} x=a \\ y \geq 0 \end{cases}$ را جایگزین کنیم که دیگر با یک معادله با یک علامت تساوی بیان نشده است. محور x ها هم با معادله $y=0$ و خطوط موازی با آن شکل $y=|b|$ خواهند بود. مفهوم دو خط عمود بر هم نیز در اینجا وجود دارد. هر پرتوی عمود، بر محور x ها عمود خواهد بود. دو پرتو را عمود می‌گوییم اگر یکی از ساق‌های آن‌ها بر هم عمود باشند (شکل ۱۰).



شکل ۱۰

که در این صورت دو ساق دیگر هم بر هم دیگر عمود می‌شوند. پس همیشه مفهوم عمودبودن قابل تعریف است. از یک نقطه خارج یک پرتو می‌توان دو پرتو بر آن عمود کرد (شکل ۱۱).



شکل ۱۱

جدول عددی

جعفر ربانی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۱											
۲											
۳											
۴											
۵											
۶											
۷											
۸											
۹											
۱۰											
۱۱											

عمودی

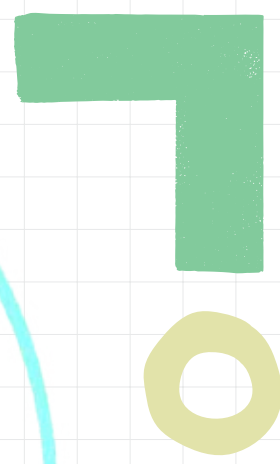
۱. سال استقلال هند از استعمار انگلستان - ۱۵ ماه دیگر در چه سالی خواهیم بود؟
۲. بزرگترین عدد سه رقمی کمتر از ۲۰۰ - تعداد سوره‌های قرآن.
۳. این سه رقم را از بالا به پایین و از پایین به بالا بخوانیم می‌شود ۲۰ - بزرگترین عدد سه رقمی - محیط مثلثی متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۱۴۰.
۴. مضروب ۵ و ۹ - تسع عشر - همان عدد بینوا که می‌گویند نحس است. - عددی که هم‌زمان مضرب ۹ و ۵ است.
۵. عددی با رقم‌های زوج متوالی - عددی با رقم‌های متوالی منتهی به ۸.
۷. بزرگترین عدد فرد چهار رقمی با عددی فرد متوالی - سال تولد **پاستور**، دانشمند فرانسوی و کسی که پاستوریزه کردن شیر را اختراع کرد.
۸. عالی‌ترین نمره - یک سوم بزرگترین عدد دو رقمی - با این سن، اگر این مرد ۹ سال دیگر زنده بماند، یک قرن عمر کرده است - این مادر بزرگ در سال ۱۳۲۵ متولد شده است. اکنون چند سال دارد؟
۹. عدد جیمز باند - تعداد یاران امام زمان (عج) - برهان به عددهای ابجد.
۱۰. تعداد خانه‌های همین جدول - علی به عددهای ابجد.
۱۱. عددی است بدون صفر، مضرب ۵، رقم اول و آخر آن مشابه و دو رقم وسط بهترین درجه دمای بدن شما - تکرار نخستین عدد زوج.

افقی

۱. به‌زودی این سال آغاز می‌شود. - چندی پیش این سال آغاز شد.
۲. $7m^2n^3 = ?$ و $m=2$ و $n=3$ - معادل کلمه منبر به ابجد.
۳. ۴۵ روز بیش از روزهای یک سال - $x^2 + x + 5 = ?$ - $(x=20)$ - تیغه‌ای میان دو عدد ۷.
۴. حاصل ضرب این دو رقم ۶۳ است. - کوچک‌ترین عدد دو رقمی مربع - دومین عدد اول بعد از ۷۰ - مربع عدد ۵.
۵. بزرگترین عدد چهار رقمی و زوج - ۹۳ آنگاه ثلث آن.
۷. چه عددی است: صفر ندارد، مضرب ۵ است، دو رقم اول آن عدد اولی را می‌سازند که کمتر از ۲۰ است، رقم‌های اول و سوم یکسان‌اند، جمع همه رقم‌ها ۱۶ است. - یکی از سال‌های میلادی که امروز ۹۴ سال از آن می‌گذرد.
۸. خطی که آدم پیاده سوار می‌شود. - شش جین مداد - مربع بزرگ‌ترین عدد یک رقمی - تعداد حواریون حضرت عیسی (ع).
۹. تکرار اولین عدد یک رقمی مربع - تعداد روزهای دو سال کبیسه - دو برابر دومین عدد سه رقمی.
۱۰. سه رقم که تصاعد هندسی تشکیل می‌دهند و عدد میانی ۴ است. - برای خرید ۱۸ مداد، هر یک ۱۵ تومان، و ۵ تومان هم بسته‌بندی آن‌ها، چقدر باید پرداخت؟
۱۱. عددی است متقارن و مضرب ۵ که حاصل جمع چهار رقم آن ۱۰ است. - عددی است که حاصل ضرب دو رقم اول آن برابر دو رقم آخر می‌شود و عدد آخر بر ۳۶ تقسیم می‌شود.



برای دیدن پاسخ
رمزیننه را پویش کنید.



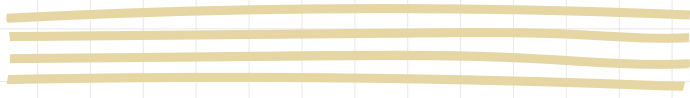
● محمد تقی طاهری تنجانی

در کلاس درس آقای رهنما

اثبات بازگشتی

بتوانیم به گزاره A برسیم، دو گزاره A و B را معادل یا هم‌ارز هم می‌گویند و با نماد $A \Leftrightarrow B$ نشان می‌دهند.
این‌ها جمله‌هایی بودند که آقای رهنما (دبیر ریاضی) در ابتدای درس امروز بیان داشت. سپس رو به دانش‌آموزان کرد و گفت: «بچه‌ها! درس امروز را با یک مثال بیشتر توضیح می‌دهم. به نظر شما از دو عدد ۳ و $4\sqrt{3} - 10$ کدام یک بزرگ‌ترند؟ بعضی‌ها گفتند ۳ و بعضی‌ها عدد $4\sqrt{3} - 10$.

«نوعی از اثبات‌های ریاضی استدلالی هستند که در آن‌ها حکم را به حکم‌های معادل و یا حکم‌های جزئی‌تر تجزیه می‌کنیم تا اینکه به یک گزاره همواره درست برسیم. اگر از این گزاره همواره درست بتوانیم به حکم اولیه برسیم، در این صورت مسئله را به روش اثبات بازگشتی حل کرده‌ایم. به عبارت دیگر در این روش باید توجه داشت که روابط همگی برگشت‌پذیر باشند؛ یعنی اگر از گزاره A به گزاره B برسیم و از گزاره B هم



پس به جای عبارت $a^2 - 2a + 1$ مقدار مساوی اش را قرار می دهیم. داریم: $(a-1)^2 \geq 0$. چه جالب! این گزاره هم که همواره درست است. کلاً مربع هر عدد حقیقی مثبت یا صفر (نامنفی) است. پس می توانیم بنویسیم:

$$(a-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a$$

$$\Leftrightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$$

البته در آخرین مرحله مجاز بودیم طرفین را به a که مقداری مثبت است تقسیم کنیم. حالا نشان دادیم که گزاره اولی و آخری معادل هم اند و چون گزاره $(a-1)^2 \geq 0$ همواره درست است، پس گزاره $a + \frac{1}{a} \geq 2$ هم، همواره درست است.

آقای رهنما: خوب حالا شما این مسئله را حل کنید.

اگر x, y و z عددهای حقیقی و مثبت و $x < y$ باشد ثابت کنید: $\frac{x}{y} < \frac{x+z}{y+z}$.

مصطفوی: آقا اجازه! چون x, y و z مثبت اند، پس $y+z > 0$ و می توانیم طرفین حکم را در عبارت $y(y+z)$ ضرب کنیم و داریم: $x(y+z) < y(x+z)$

حالا اگر عبارت را ساده کنیم داریم: $xy+xz < yx+yz$ و از آنجا $xz < yz$ و چون $z > 0$ طرفین را بر z تقسیم می کنیم و داریم $x < y$ و این همان فرض اولیه است که می دانیم درست است. پس می توانیم روابط را از آخر به اول بنویسیم.

$$x < y \Leftrightarrow xz < yz$$

$$\Leftrightarrow xy+xz < xy+yz$$

$$\Leftrightarrow x(y+z) < y(x+z)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(y+z)}{y(y+z)} < \frac{y(x+z)}{y(y+z)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{y} < \frac{x+z}{y+z}$$

آقای رهنما: آفرین! همواره توجه کنید در تقسیم و یا ضرب طرفین یک نامساوی، اگر عبارت مثبت باشد، جهت تغییر نمی کند، ولی اگر عبارتی که ضرب یا تقسیم می شود منفی باشد، جهت نامساوی تغییر می کند و در مثال قبلی از این مطلب استفاده شد. حالا این مسئله را حل کنید:

برای هر عدد حقیقی a, b و c همواره داریم:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

آقای رهنما چند دقیقه ای در کلاس قدم زد و فرصت داد بچه ها روش کارشان را ارائه دهند. هیچ یک نتوانسته بودند به اثبات مسئله برسند. روبه دانش آموزان کرد و گفت: «بچه ها همه

آقای رهنما در حالی که لبخندی بر لب داشت ادامه داد: «بالاخره یکی از این دو عدد باید بزرگتر از دیگری باشد.»

احمدی: آقا ممکن نیست مساوی باشند؟!

آقای رهنما: نه جانم! مساوی امکان ندارد. دلیلش هم واضح است عدد ۳ گویا و عدد $10 - 4\sqrt{3}$ گنگ است و امکان ندارد که یک عدد گویا با یک عدد گنگ مساوی باشد. خوب حالا کدام یک بزرگترند؟

احمدی: آقا ماشین حساب نداریم تا مقدار $4\sqrt{3}$ را حساب کنیم!

آقای رهنما: نیازی به محاسبه ماشین حساب نیست. حدس می زنیم ۳ بزرگتر باشد. پس باید داشته باشیم: $3 < 10 - 4\sqrt{3}$ حالا می توانیم بنویسیم: $4\sqrt{3} < 10 - 3$ چون دو طرف نامساوی مثبت هستند، طرفین را به توان دو می رسانیم. پس: $48 < 49$ و این امکان ندارد. بنابراین باید حدس می زدیم: $3 < 10 - 4\sqrt{3}$ و از آنجا: $4\sqrt{3} < 7$ حالا طرفین را به توان دو می رسانیم و داریم: $48 < 49$ که این گزاره ای همواره درست است. یعنی برای اثبات گزاره $3 < 10 - 4\sqrt{3}$ می توان نوشت:

$$3 < 10 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow 4\sqrt{3} < 7 \Leftrightarrow 48 < 49$$

چون گزاره $48 < 49$ همواره درست و گزاره ها معادل هم اند. پس $3 < 10 - 4\sqrt{3}$ هم گزاره ای درست است. این همان روش اثبات بازگشتی است.

مصطفوی: آقا آیا همیشه مجازیم از این روش استفاده کنیم؟

آقای رهنما: اگر از گزاره ای همیشه درست بتوانیم به حکم اولیه برسیم و روابط همواره برگشت پذیر باشند، می توانیم از این روش استفاده کنیم. در ادامه اگر فرصت شد مثالی می زنم که ببینید همواره مجاز نیستیم از این روش استفاده کنیم. البته در همین مثالی که زدیم، با شرط اینکه طرفین عبارت مثبت هستند، توانستیم طرفین نامساوی را به توان دو برسانیم. حالا اگر یک طرف مثبت و یک طرف منفی بود و یا دو طرف منفی بودند، مجاز نبودیم طرفین را به توان دو برسانیم. حالا مثالی دیگر می زنیم تا مطلب بهتر جا بیفتد!

اگر a عدد حقیقی مثبت باشد، ثابت کنید: $a + \frac{1}{a} \geq 2$

حسینی: چون $a > 0$ پس مجازیم طرفین حکم را در $a > 0$ ضرب کنیم و داریم $a^2 + 1 \geq 2a$ و از آنجا داریم: $a^2 - 2a + 1 \geq 0$ بقیه اش را نمی دانم.

آقای رهنما: عبارت $a^2 - 2a + 1$ شما را یاد چیزی نمی اندازد؟! **حسینی:** آقا فهمیدیم اتحاد! می دانیم: $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$.

احمدی: آقای همه مرحله‌ها برگشت پذیرند و فکر نمی‌کنم استدلال شما اشکالی داشته باشد.

آقای رهنما: نه یک اشکال اساسی وجود دارد. در مرحله آخر، اگر $ax + by = 0$ باشد را بررسی نکردیم در این صورت $ax = -by$ و از آنجا $\frac{x}{b} = \frac{-y}{a}$ که از درستی آن اطلاعی نداریم. پس از اثبات بازگشتی نمی‌توانستیم استفاده کنیم. راه حل درست مسئله استفاده از استدلال استنتاجی است و می‌توان نوشت:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} \Rightarrow x = \frac{ay}{b}$$

$$x^2 - y^2 = \left(\frac{ay}{b}\right)^2 - y^2 = \frac{y^2(a^2 - b^2)}{b^2} = \frac{y^2(a^2 - b^2)}{a^2 - b^2} = \frac{y^2}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{y^2}{b^2} = \frac{y}{b} \times \frac{y}{b} = \frac{y}{b} \times \frac{x}{a} = \frac{xy}{ba}$$

آقای رهنما نگاهی به ساعتش کرد و گفت: فرصت امروزان رو به اتمام است. تعدادی مسئله برایتان در نظر گرفته‌ام که در منزل روی آن‌ها کار کنید. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های سؤال‌ها را توزیع کن.

تمرین

۱. اگر a و b عددهایی حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $a^2 + b^2 \geq ab + a + b - 1$

۲. اگر داشته باشیم: $a, b > 0$ ، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید:

$$\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab}$$

۳. اگر داشته باشیم: $x, y > 0$ ، ثابت کنید: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$

۴. اگر داشته باشیم: $a, b, c, d > 0$ ، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a} + \frac{d}{c}\right) \geq 4$

۵. اگر داشته باشیم: $a < 0$ ، ثابت کنید: $a + \frac{1}{a} \leq -2$

مسئله‌ها به این سادگی‌ها نیستند. در بعضی از مسئله‌ها به خلاقیت هم نیاز است. حالا راهنمایی‌تان می‌کنم. طرفین را در دو ضرب کنید و بکشید از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده کنید.

مصطفوی: آقا با راهنمایی شما مسئله حل شد. اجازه بدهید پای تابلو راه حل را بنویسم.

آقای رهنما: بفرمایید.

مصطفوی پای تابلو رفت و تابلو را کاملاً پاک کرد و نوشت:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2ac + c^2) + (b^2 - 2bc + c^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0$$

سپس توضیح داد: «چون مربع هر عبارت نامنفی است، پس مجموع چند عبارت نامنفی هم مقداری نامنفی است. یعنی عبارت آخر همواره درست است و چون گزاره‌ها معادل هم‌اند، پس گزاره اولیه هم درست است.»

آقای رهنما: آفرین! کاملاً درست است. حالا می‌خواهم مثالی بزنم که نکته مهمی دارد. ابتدا روی این مسئله فکر کنید:

اگر: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ ، ثابت کنید: $\frac{x^2 - y^2}{a^2 - b^2} = \frac{xy}{ab}$ (مخرج‌ها را مخالف صفر در نظر بگیرید.)

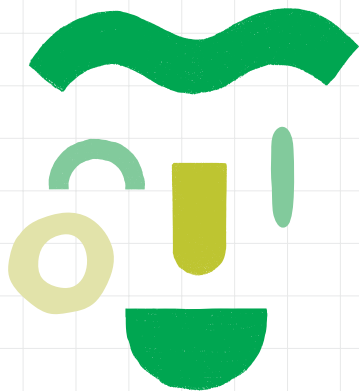
من راه حل با اثبات بازگشتی را می‌نویسم و از شما می‌خواهم اشکال استدلال را پیدا کنید:

$$\frac{x^2 - y^2}{a^2 - b^2} = \frac{xy}{ab} \Leftrightarrow ab(x^2 - y^2) = (a^2 - b^2)xy$$

$$\Leftrightarrow abx^2 - aby^2 - a^2xy + b^2xy = 0$$

$$\Leftrightarrow (ax + by)(bx - ay) = 0$$

می‌دانیم اگر حاصل ضرب دو عبارت صفر شود، حداقل یکی از دو عبارت باید صفر باشد. پس $ax + by = 0$ یا $bx - ay = 0$ حالا از $bx - ay = 0$ نتیجه می‌گیریم: $bx = ay$ و از آنجا: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ که طبق فرض مسئله برقرار است.



تجویز و درمان

برای درمان ابتدا بهتر است به دانش آموز یادآوری شود که مجهول در ریاضیات معمولاً با حرف های کوچک انگلیسی نشان داده می شود و در دوران ابتدایی، در کتاب ها به جای مجهول، معمولاً از جاهای خالی مانند دایره یا مربع استفاده می شود. یعنی قبلاً در مرحله آخر مثال بالا، به جای $۲x = ۳$ از نماد $۲ \times \square = ۳$ استفاده کرده است.

حال وقت آن است که از دانش آموز بخواهیم $۲ \times \square = ۳$ را معنی کند. به احتمال زیاد او می گوید ۲ را در چه عددی ضرب کنیم تا برابر ۳ شود. اگر چنین نباشد ما باید این سؤال را از او بپرسیم. بعد از درک این مفهوم کافی است برای سرعت بخشی به محاسبه، قوانین معادله را با چند مثال ساده یادآوری کنیم:

● به طرفین معادله می توان عدد یا عبارتی را اضافه یا کم کرد:

$$۳x + ۵ = ۷ \rightarrow ۳x + ۵ - ۵ = ۷ - ۵$$

● طرفین یک معادله را می توان در عددی ضرب کرد یا بر عددی غیرصفر تقسیم کرد:

$$۳x = ۷ \rightarrow \frac{۳x}{۳} = \frac{۷}{۳} \quad \text{یا} \quad ۳x = ۷ \rightarrow \frac{۱}{۳} \times ۳x = \frac{۱}{۳} \times ۷$$

حال از او می پرسیم: در معادله $۲x = ۳$ مجهول کدام است؟ و برای آنکه مجهول را پیدا کنیم، بهتر است طرفین معادله را به چه عددی تقسیم کنیم؟ با انجام فعالیت های بالا به احتمال زیاد دانش آموز پاسخ صحیح را همراه با درک مفهوم آن خواهد داد:

$$۲x = ۳ \rightarrow \frac{۲x}{۲} = \frac{۳}{۲} \rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش آموزان جبر و معادله را با دقت از فصل ۳ کتاب ریاضی هفتم و فصل ۴ کتاب ریاضی هشتم یاد بگیرند. یعنی متن کتاب ها را با تأمل بخوانند، فعالیت های آن ها را انجام دهند و مطالب یاد گرفته خود را با مثال ها تطبیق دهند. سپس کار در کلاس ها را انجام دهند و در پایان مسئله های آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می توانند درک درستی از جبر و معادله داشته باشند و نارسایی هایشان را در حل معادله ها برطرف کنند.

اشتباه های محاسباتی

افشین خاصه خان



درود بر دنبال کنندگان اشتباه های محاسباتی. از اینکه ما را تعقیب می کنید و در ادامه مسیر به ما انرژی می بخشید، بسیار سپاسگزاریم. در ششمین شماره سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ به معرفی یک اشتباه متداول دیگر می پردازم. امیدوارم مفید واقع شود.

اشتباه متداول ۶

اشتباه در حل معادله درجه اول

یکی دیگر از اشتباه های متداول دانش آموزان در حل معادله های درجه اول اتفاق می افتد. معمولاً دانش آموزان در حل معادله های درجه اول، در اعمال جبری اولیه کم خطا هستند و اشتباه متداول عموماً در تقسیم آخر روی می دهد. یعنی دانش آموز نمی داند کدام عدد را باید بر کدام عدد تقسیم کند:

$$۳x - ۷ = x - ۴ \rightarrow ۳x - x = ۷ - ۴ \rightarrow ۲x = ۳ \rightarrow x = \frac{۲}{۳}$$

تشخیص علت

عامل اصلی این خطا به احتمال زیاد آن است که دانش آموز در حل مرحله آخر نمی تواند تشخیص دهد کدام عدد را بر دیگری تقسیم کند. در واقع او مفهوم آن را نمی داند و فقط می خواهد به این جمله عمل کند که: «عدد معلوم تقسیم بر ضرب مجهول». اما او حتی بیشتر اوقات معلوم و مجهول را نیز تشخیص نمی دهد، به همین خاطر نمی تواند مشخص کند چه عددی را بر دیگری تقسیم کند.



محمد دشتی

ریاضیات عین زندگی است!

گفت‌وگو با میترا قلاتی، دبیر ریاضی و کارشناس ارشد روان‌شناسی بالینی

شوق معلمی اگر ریشه در ذات افراد داشته باشد، هیچ‌گاه از آن رهایی نخواهند یافت. کما اینکه بسیاری از معلمان بعد از بازنشستگی نیز این حرفه شریف را رها نمی‌کنند هیچ، که با ذوق و پشتکار و علاقه‌ای بیشتر آن را پی می‌گیرند. فراتر از آن هستند معلمانی که برای رسیدن به هدف به کلاس، درس و مدرسه اکتفا نمی‌کنند و با فراهم کردن فضاهای جذاب و خلاقانه می‌کوشند، با بهره‌گیری از طبیعت و علاقه دانش‌آموزان به محیط‌های متنوع یادگیری، زمینه رشد و تعالی آنان را فراهم کنند. آقای عبدالله زارع در کرمان یکی از این معلمان علاقه‌مند است که با ایجاد چنین فضایی، فرصت معلمی را برای همکارانش بیش از پیش فراهم کرده است. به پیشنهاد ایشان با سرکار خانم میترا قلاتی به گفت‌وگو نشسته‌ایم.

● لطفاً خودتان را به مخاطبان مجله رشد ریاضی برهان معرفی بفرمایید.

○ میترا قلاتی دبیر ریاضی بازنشسته و کارشناس ارشد روان‌شناسی بالینی، زاده شهر کرمان هستم. اکنون نیز در کسوت مشاور و هدایتگر تحصیلی و شغلی، به‌عنوان دبیر ریاضی و مشاور تحصیلی در آموزش و پرورش کرمان، در خدمت دانش‌آموزان دوره‌های متفاوت تحصیلی، از دبستان تا متوسطه دوم و هنرستان هستم. همچنین مشاور مدرسه‌های خاص، مانند فرزندان کرمان و نمونه دولتی فرهنگ بوده‌ام و اکنون مسئولیت باشگاه مسیر شغلی نوجوان استان کرمان را بر عهده دارم.

● با توجه به اینکه محور و موضوع مجله رشد ریاضی برهان که برای دانش‌آموزان متوسطه اول منتشر می‌شود، درس ریاضی است، لطفاً درخصوص اهمیت درس ریاضی، به‌خصوص در

دوره متوسطه، برایمان بگویید.

○ یادگیری ریاضی فراتر از عددها و محاسبه‌هاست. این رشته بستری غنی برای پرورش تفکر انتقادی، حل مسئله، و خلاقیت فراهم می‌کند. زمانی که نوجوانان با مسائل ریاضی پیچیده روبه‌رو می‌شوند، مجبورند به روش‌های نوآورانه و خلاقانه برای حل آن‌ها فکر کنند. این فرایند به آن‌ها کمک می‌کند الگوها را تشخیص دهند، ارتباط‌های جدید برقرار کنند و راه‌حل‌های بدیع ارائه دهند. یادگیری و تفکر ریاضی، در همه جنبه‌های زندگی، برای آن‌ها مفید خواهد بود. از سوی دیگر، رویکرد حل مسئله در ریاضیات به دانش‌آموزان کمک می‌کند به روش‌های متفاوت برای حل یک مسئله فکر کنند. همچنین در حوزه تفکر انتقادی، ریاضیات به دانش‌آموزان یاد می‌دهد که به تجزیه و تحلیل اطلاعات دست بزنند، استدلال کنند و به نتیجه‌گیری‌های منطقی

ارتباط شما با یادگیری ریاضی چه بوده است؟

○ من در دوره دبیرستان در رشته تجربی تحصیل کرده‌ام، اما در سال پایانی و در تربیت معلم در رشته ریاضی ثبت نام کردم. در آن دوره آزمون سراسری (کنکور) تربیت معلم و تجربی جداگانه برگزار می‌شد و من در رشته مامایی زاهدان و در تربیت معلم دبیری ریاضی کرمان قبول شدم و ریاضی را خواندم و تدریس کردم. زیرا رشته مورد علاقه‌ام بود و این تجربه و علاقه به من در رشته روان‌شناسی و برنامه‌ریزی درسی بسیار کمک کرد. در حال حاضر نیز بر کار من در باشگاه مسیر شغلی نوجوان استان کرمان، و طرح و برنامه‌ای که برای مجموعه داریم، بسیار تأثیرگذار بوده است.

آیا با مجله‌های رشد آشنا هستید؟ کدام مطالب مجله‌های رشد را خوانده‌اید؟ لطفاً نام ببرید و توضیح دهید.

○ مجموعه مجله‌های رشد اسمی بسیار آشنا برای هر فرهنگی و مجموعه معلمان است. ضمن اینکه مجموعه مجله‌های رشد همیشه در دفتر مدرسه یک رسانه آشنای چشم‌نواز بوده است و در اکثر مدرسه‌هایی که من بودم، همیشه مجله‌های رشد را دیده‌ام. در مدرسه‌ها رسم بر این بود که هر مجله تخصصی را به دبیران همان درس تحویل می‌دادند. در سال‌های اخیر من معمولاً مجله رشد مشاور مدرسه را دریافت و استفاده کرده‌ام، ولی اکثر عنوان‌های رشد در مدرسه‌های خاص بود و بنا به علاقه، گاهی مجله ریاضی را هم مطالعه و بررسی می‌کردم.

همان‌گونه که مطلع شدیم، شما و همکارانتان با مدیریت آقای زارع مجموعه‌ای تحت عنوان پارک یادگیری راه‌اندازی کرده‌اید. بفرمایید هدف شما از تأسیس آن چیست و در آن چه سهمی برای ریاضی در نظر گرفته‌اید؟

○ همین‌طور است. ما مجموعه‌ای به نام پارک‌های یادگیری راه‌اندازی کرده‌ایم و در این مجموعه چندین پارک، از جمله پارک مسیر شغلی، پارک گردشگری و تفکر، پارک ریاضی و دوستی، پارک کارآفرینی، پارک مزرعه خاگ که مخفف خاک، آب، گیاه است، فعال هستند. این پارک‌ها در فضای طبیعی، با بهره‌گیری از جغرافیای کویر، و با ابزارهای ابتدایی به وسعت پنج هکتار ساخته شده‌اند که دو پارک ریاضی و دوستی آن ۵۰۰۰ مترمربع وسعت دارند و در بخش‌هایی از آن از علم ریاضی، رابطه ریاضی و زندگی و ... بهره گرفته شده است تا در دامان پاک طبیعت و دل کویر، بین دانش‌آموزان و ریاضی جشن دوستی بر پا شود و در وجود آنان یک علاقه همیشگی به طبیعت و ریاضی و دیگر مهارت‌ها به وجود آید.

برسند. علاوه بر آن پیدا کردن الگوها در مسئله‌های ریاضی به تقویت مهارت‌های مشاهده، مقایسه و تعمیم کمک می‌کند. جدا از آن، ریاضیات به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد ایده‌های جدید تولید کنند و به راه‌حل‌های بدیع دست یابند. به نظر من ریاضیات عین زندگی است و با تک‌تک لحظه‌های زندگی عجین شده است و اصلاً قابل تفکیک از متن زندگی نیست.

درس ریاضی تا چه حد برای شما جذاب بوده است؟ چرا؟

○ ریاضی بخش اصلی زندگی من بوده و هست. من مدرک فوق دیپلم ریاضی دارم و اولین تجربه‌های تدریس در درس و کلاس ریاضی بوده است. ده سال از دوران خدمتم را به‌عنوان معلم ریاضی دوره اول متوسطه گذرانده‌ام که در نظام قبلی به آن دوره راهنمایی گفته می‌شد. خودم هم از آموزش ریاضی لذت می‌بردم و به همین دلیل بخش بزرگی از موفقیت‌هایم را مدیون دیدگاه علم ریاضی هستم.

به نظر شما جذابیت‌های خاص درس ریاضی و به‌طور کلی علم ریاضی در چیست؟ آیا خاطره‌ای از درس ریاضی دارید که برای مخاطبان مجله بیان کنید؟

○ من معتقدم ریاضی روش زندگی است و اگر تفکر زندگی و برنامه‌ریزی‌های ما با درک منطق ریاضی باشد، بهتر یاد می‌گیریم که چطور زندگی و چگونه پله‌های موفقیت و دانش را طی کنیم. خاطره جذاب زندگی من چشمان شگفت‌زده و پر از شادی و موفقیتی است که بعد از درک و آشتی دانش‌آموزان با علم ریاضی می‌بینیم. البته در این زمینه داستان جذاب و جالبی در خاطر دارم. خوب یادم هست که در سال ۱۳۷۵ در کتاب‌های ریاضی این مسئله مطرح شده بود که دانش‌آموزی با خرید خودکار برای تعدادی از دوستانش، مبلغی کم می‌آورد. در حالی که اگر با همان مبلغ برای دوستانش مداد می‌خرید، مبلغی اضافه می‌آورد. برایم جالب بود که این مسئله در برنامه رادیویی صبح جمعه نیز به‌صورت نمایش توسط هنرمندان به‌صورت طنز در قالب گفت‌وگو و تکلیف درسی بین پدر و پسر اجرا شد. بعد از آن و روز شنبه، تمام بچه‌ها که پای ثابت آن برنامه طنز صبح جمعه بودند، به فهم و درک بسیار خوبی از این مسئله که توضیحش یکی از سختی‌های تدریس بود رسیده بودند. وقتی مسئله در قالب برنامه طنز مطرح شده بود، همه فهمیده بودند، در حالی‌که در کلاس با کلی توضیح آن را درک نمی‌کردند.

در دوره متوسطه در چه رشته‌ای تحصیل کرده‌اید؟ بفرمایید

رستان محمدیان

یک فن جدید!

برای حل دسته‌ای از مسئله‌های مرتبط با یافتن عددها

رستان محمدیان، دانش‌آموز پایه ششم، روشی ابتکاری برای مسئله زیر که سرکار خانم آبدیده، در کلاس مطرح کرده، یافته و برای ما فرستاده است.

مسئله: پنج عدد فرد متوالی را به دست آورید که مجموعشان ۱۰۵ شود.
برای حل این مسئله دو راه حل شناخته شدهٔ مدرسه‌ای و دانشگاهی به شرح زیر وجود دارد.

مدرسه‌ای

در این روش از فرمول تصاعد استفاده می‌شود:

$$\text{تعداد} \times (\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}) = \text{مجموع}$$

بنابراین در این مسئله خواهیم داشت:

$$۴۲ = \text{عدد آخر} + \text{عدد اول}$$

اکنون ۴۲ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم که نتیجه می‌شود ۲۱. پس عدد وسط برابر است با ۲۱. در نتیجه عددهای مورد نظر برابر خواهند شد با: ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳، ۲۵.

دانشگاهی

هر عدد به ازای یک k به صورت $۲k+۱$ است. بنابراین کافی است معادلهٔ یک مجهولی زیر را حل کنیم:

$$(۲k+۱) + (۲k+۳) + (۲k+۵) + (۲k+۷) + (۲k+۹) = ۱۰۵$$

$$۱۰k = ۱۰۵ - ۲۵ = ۸۰ \Rightarrow k = ۸$$

در نتیجه عددهای مورد نظر عبارت‌اند از: ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳ و ۲۵.

روش ابتکاری رستان

ابتدا پنج عدد فرد متوالی را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. فرض کنید عددهای ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ را انتخاب کنیم. این عددها را با هم جمع می‌کنیم که می‌شود ۲۵. سپس عدد حاصل را از ۱۰۵ کم می‌کنیم که می‌شود ۸۰. اکنون ۸۰ را بر ۵ تقسیم می‌کنیم که می‌شود ۱۶. در نهایت این عدد ثابت یعنی ۱۶ را به عددهای فردی که به طور تصادفی انتخاب کردیم اضافه می‌کنیم. در نهایت به عددهای ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳ و ۲۵ می‌رسیم که عددهای مورد نظر هستند. این روش پیوندی است میان دو علم آمار و ریاضی که در آن از این گزاره نیز استفاده شده است که اگر عدد زوج ثابتی به چند عدد فرد متوالی اضافه شود، باز هم آن عددها فرد متوالی باقی خواهند ماند.

اساس روش

فرض کنیم k عدد اصلی تولیدکننده عددهای فرد مورد نظر باشد؛ یعنی:

$$(2k+1) + (2k+3) + (2k+5) + (2k+7) + (2k+9) = 105$$

و 2 عدد تولیدکننده عددهای فرد تصادفی باشد. در این صورت مجموع آن‌ها، یعنی:

$$(2r+1) + (2r+3) + (2r+5) + (2r+7) + (2r+9)$$

مقداری کم یا زیاد دارد تا برابر ۱۰۵ شود. اگر این مقدار را t بنامیم، آنگاه نتیجه می‌شود که:

$$(2r+1) + (2r+3) + (2r+5) + (2r+7) + (2r+9) + t = 105$$

در نتیجه:

$$(2r+1) + (2r+3) + (2r+5) + (2r+7) + (2r+9) + t =$$

$$(2k+1) + (2k+3) + (2k+5) + (2k+7) + (2k+9)$$

بنابراین:

$$t = 105 - 10r = 5(2k - 2r) \Rightarrow \frac{t}{5} = 2k - 2r$$

اکنون t را به این صورت در نظر می‌گیریم:

$$t = \frac{t}{5} + \frac{t}{5} + \frac{t}{5} + \frac{t}{5} + \frac{t}{5}$$

و به تکتک عددهای تصادفی اضافه می‌کنیم. بنابراین می‌توان نوشت:

$$(2r+1) + (2r+3) + (2r+5) + (2r+7) + (2r+9) + t =$$

$$[(2r+1) + \frac{t}{5}] + [(2r+3) + \frac{t}{5}] + [(2r+5) + \frac{t}{5}] + [(2r+7) + \frac{t}{5}] + [(2r+9) + \frac{t}{5}] =$$

$$[(2r+1) + (2k-2r)] + [(2r+3) + (2k-2r)] + [(2r+5) + (2k-2r)] + [(2r+7) + (2k-2r)] + [(2r+9) + (2k-2r)] =$$

$$(2k+1) + (2k+3) + (2k+5) + (2k+7) + (2k+9) = 105$$

که همان نتیجه مورد نظر است.

نتیجه‌گیری

این روش را می‌توان برای حل تمام مسئله‌های از این دست در نظر گرفت و همان‌طور که گفته شد، پیوندی میان دو علم ریاضی و آمار است. همچنین به راحتی برای دانش‌آموزان دوره ابتدایی قابل درک است. بنابراین معلمان گرامی می‌توانند در کلاس درس خود از این روش استفاده کنند و حتی می‌توان آن را به عنوان مطلبی نو به کتاب‌های درسی دانش‌آموزان افزود.

تاس‌های شگفت‌انگیز

تألیف و ترجمه: مریم جعفرآبادی

را طوری بسازید که وقتی آن‌ها را می‌اندازید و عددهای روده‌شان را با هم جمع می‌کنید، هر مجموع دقیقاً به همان تعداد دفعه‌ای بیاید که تاس‌های شش وجهی استاندارد را می‌ریختید و آن مجموع رو می‌شد؟

وقتی تاس‌های معمولی را می‌اندازید، از عدد ۲ (وقتی که هر دو تاس عدد روده‌شان ۱ باشد) و عدد ۱۲ (وقتی هر دو تاس عدد روده‌شان ۶ باشد) فقط یک‌بار ساخته می‌شود.

$$۴+۲=۶ \text{ حاصل جمع}$$

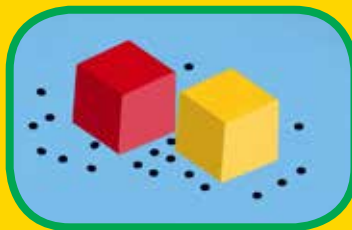
حاصل جمع‌های ممکن
۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲

می‌توانیم با درست کردن جدول، ببینیم که شانس اینکه جمع عددهای روده در دو تاس مثلاً ۶ یا ۷ یا ۸ باشد، بیشتر از وقتی است که جمع آن‌ها ۱۲ یا ۲ شده باشد.

+	۲	۳	۴	۵
۲	۴	۵	۶	۷
۳	۵	۶	۷	۸
۴	۶	۷	۸	۹
۵	۷	۸	۹	۱۰
۶	۸	۹	۱۰	۱۱
۷	۹	۱۰	۱۱	۱۲

دیدن سریع جدول به ما اجازه می‌دهد در یک نگاه ببینیم که یک‌بار مجموع و دو بار ۳، سه بار ۴، چهار بار ۵، پنج بار ۶، شش بار ۷، پنج بار ۸، چهار بار ۹، سه بار ۱۰، دو بار ۱۱، و یک بار ۱۲.

در این بازی، شما رقیبی دارید که سعی می‌کند تاس‌های شما را خراب کند. او خال‌های روی تاس‌ها که نشان‌دهنده عددهای هر وجه هستند را جدا می‌کند و دو تاس بدون عدد برای شما می‌گذارد.



می‌خواهید دوباره آن‌ها را بچسبانید که متوجه می‌شوید یکی از تاس‌ها روی هیچ کدام از وجه‌هایش بیشتر از چهارتا نقطه را نمی‌پذیرد، ولی تاس دیگر هیچ محدودیتی ندارد.



می‌توانید نقطه‌های روی تاس‌ها را دوباره بچسبانید، ولی پس از چسباندن آن‌ها دیگر نمی‌توانید جابه‌جایشان کنید و خال‌ها را تغییر دهید.



چگونه می‌توانید تاس‌های خود

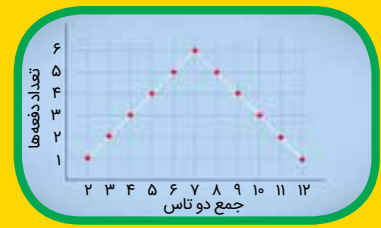
فرض کنید مشغول یک بازی هستید که وظیفه شما در آن رسیدگی به امور کشاورزی است! دو تاس شگفت‌انگیز دارید که هر روز صبح آن‌ها را با هم می‌اندازید.



زمین‌های تحت نظر شما شماره‌گذاری شده‌اند. زمینی که شماره آن با مجموع دو تاس روده هر صبح یکی باشد، آن روز آن زمین محصول تولید می‌کند. معلوم است که هر قدر یک عدد بیشتر تکرار شود، زمین مربوط به آن حاصل‌خیزتر است.



مثلاً اگر جمع عددهای روده روی دو تاس ۲ باشد، چون تعداد دفعه‌هایی که این عدد ساخته می‌شود، کمتر از تعداد دفعه‌هایی است که جمع عددهای روی دو تاس ۵ یا ۶ می‌شود، پس زمین شماره ۵ یا ۶ حاصل‌خیزتر از زمین شماره ۲ است.



+	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	

جرج سیچرمین این تاس‌ها را در سال ۱۹۷۸ کشف کرد. به همین دلیل به آن‌ها «تاس سیچرمین» می‌گویند.



به‌طور باورنکردنی، این تنها راه جایگزین برای ساخت دو تاس شش وجهی با توزیع مجموع مشابه تاس‌های استاندارد است.



شما تاس را می‌فرستید تا دوباره ساخته شود، با اطمینان از اینکه از یک فاجعه جلوگیری کرده‌اید.

+	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	

تاس جدید تاس اصلی

پیش بیاید که جمع عددهای روی تاس‌ها ۱۲ شود. پس عددهای وجه‌های دیگر روی تاسی که نمی‌توانست بیشتر از ۴ خال داشته باشد، باید ۲ یا ۳ باشند. تنها حالت ممکن برای عدد وجه‌های دیگر تاس این است که دو تا وجه عدد ۲ و دو تا وجه عدد ۳ باشند (آیا می‌توانید بگویید چرا؟)

+	۲	۳	۳	۴	۴	۵
۲	۳	۳	۴	۴	۵	۶
۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷
۴	۵	۵	۶	۶	۷	۸
۵	۶	۶	۷	۷	۸	۹
۶	۷	۷	۸	۸	۹	۱۰
۷	۸	۸	۹	۹	۱۰	۱۱
۸	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۲

راهنمایی: در هر حالتی غیر از این مجموع عددهای روبرو شده روی تاس‌ها را بررسی کنید).

حال سعی می‌کنیم مقدارهایی را که در انداختن دو تاس استاندارد تولید می‌شدند، با قراردادن خال‌های تفاوت روی تاس دوم ایجاد کنیم. مثلاً برای ساختن مجموع ۱۰، می‌توانیم ۴ و ۶ را داشته باشیم.

+	۲	۳	۳	۴	۴	۵
۲	۳	۳	۴	۴	۵	۶
۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷
۴	۵	۵	۶	۶	۷	۸
۵	۶	۶	۷	۷	۸	۹
۶	۷	۷	۸	۸	۹	۱۰
۷	۸	۸	۹	۹	۱۰	۱۱
۸	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۲

ما اکنون به یک راه دیگر برای ساختن ۵ و ۹ نیاز داریم. این موضوع ما را مجبور می‌کند که ۴ و ۵ را برای آخرین وجه‌ها انتخاب کنیم. آن‌ها را پر کنید و ببینید، ما یک جدول توزیع داریم که در آن هر مجموع ممکن، به تعداد دفعه‌های تاس اصلی ما نشان داده می‌شود!

+	۲	۳	۳	۴	۴	۵
۲	۳	۳	۴	۴	۵	۶
۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷
۴	۵	۵	۶	۶	۷	۸
۵	۶	۶	۷	۷	۸	۹
۶	۷	۷	۸	۸	۹	۱۰
۷	۸	۸	۹	۹	۱۰	۱۱
۸	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۲

به کمک این تعداد دفعه‌ها، می‌خواهیم خال‌هایی که ریخته شده‌اند را طوری روی تاس‌ها بچسبانیم که همچنان فقط یک بار عدد ۲ رو شود (۱+۱) یا فقط دو بار عدد ۳ ساخته شود و به همین ترتیب بقیه عددها. واضح است که برای ساختن جمع ۲ باید روی هر تاس ۱ خال به نشانه عدد ۱ بچسبانیم. دیگر چه می‌دانیم؟

+	۲	۳	۳	۴	۴	۵
۲	۳	۳	۴	۴	۵	۶
۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷
۴	۵	۵	۶	۶	۷	۸
۵	۶	۶	۷	۷	۸	۹
۶	۷	۷	۸	۸	۹	۱۰
۷	۸	۸	۹	۹	۱۰	۱۱
۸	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۲

اینکه روی یکی از تاس‌ها، بزرگ‌ترین عددی که می‌توانیم داشته باشیم ۴ است. پس حتماً باید روی تاس دیگر یک عدد ۸ داشته باشیم که وقتی ۴ و ۸ با هم رو می‌شوند، عدد ۱۲ که قبلاً از ۶+۶ به‌دست می‌آمد ساخته شود. پس تا اینجا کار عدد نوشته شده روی دو تاس وجه از هر کدام از دو تاس را می‌دانیم.

+	۲	۳	۳	۴	۴	۵
۲	۳	۳	۴	۴	۵	۶
۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷
۴	۵	۵	۶	۶	۷	۸
۵	۶	۶	۷	۷	۸	۹
۶	۷	۷	۸	۸	۹	۱۰
۷	۸	۸	۹	۹	۱۰	۱۱
۸	۹	۹	۱۰	۱۰	۱۱	۱۲

بقیه وجه‌های تاس طلسم شده‌اند و دیگر نمی‌توانند ۴ باشند، چون در این صورت بیشتر از یک حالت ممکن است

زبان برنامه نویسی روبی

«روبی» زبانی مبتنی بر متن، انعطاف پذیر و شیء گراست. همچنین دارای گزاره ها و متغیرهای پویا و مدیریت حافظه خودکار است و دستور زبانی نزدیک به زبان انگلیسی دارد.

زمینه تاریخی زبان برنامه نویسی روبی

روبی در سال ۱۹۹۵ توسط یک مهندس رایانه ژاپنی به نام **یوکیه پروماتسو** معرفی شد که می خواست زبان برنامه نویسی ساده و همه منظوره ای در اختیار علاقه مندان برنامه نویسی قرار دهد. ماتسو موتو قصد داشت زبانی معرفی می کند که تمام ویژگی های لازم را برای برنامه نویسی به سبک یک زبان شیء گرا داشته باشد. در واقع زبان روبی به گونه ای طراحی شده است که کار برنامه نویسان را در نوشتن کدها و برنامه نویسی آسان تر کند، نه اینکه الزاماً اجرای کد را برای رایانه ها سریع تر و آسان تر سازد. روبی مترجمی تعاملی دارد که به آن «پوسته روبی تعاملی» یا به اختصار «آی آر بی» می گویند. این به برنامه نویسان اجازه می دهد دستورات خاصی را که تایپ می کنند بلافاصله به اجرا در آورند.

```
[irb(main):007:0> puts "Hello, World!"
Hello, World!
=> nil
irb(main):008:0>
```

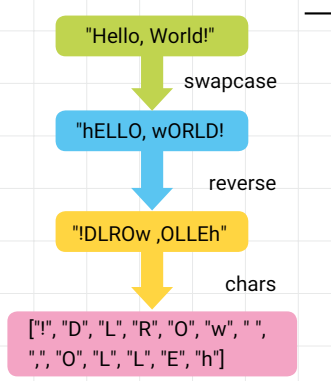
```
[irb(main):014:0> apples = 3
=> 3
[irb(main):015:0> oranges = 4
=> 4
[irb(main):016:0> fruit = apples + oranges
=> 7
irb(main):018:0>
```

علامت آمادگی در ابتدای هر خط ظاهر می شود.

نتیجه دستور تازه اجرا شد.

روبی چگونه کار می کند؟

رویکرد زبان روبی نسبت به زبان های دیگر بسیار متفاوت است. تقریباً همه چیز در آن یک شیء است، حتی مواردی مانند عددها و نویسه ها (کاراکترها). این اشیا روش هایی دارند که به برنامه نویسان اجازه می دهند کارهایی را با آن ها انجام دهند. همچنین روبی به برنامه نویسان تازه کار اجازه می دهد به تدریج با سبک شیء گرا کنار بیایند. یکی دیگر از ویژگی های روبی مختصر نویسی است. یکی از نمونه های آن زنجیره ای کردن است که چندین روش را برای یک شیء اعمال می کند. نام روش ها با نقطه از هم جدا و از چپ به راست اعمال می شوند.



"Hello, World!".swapcase.reverse.chars

خوب است بدانید

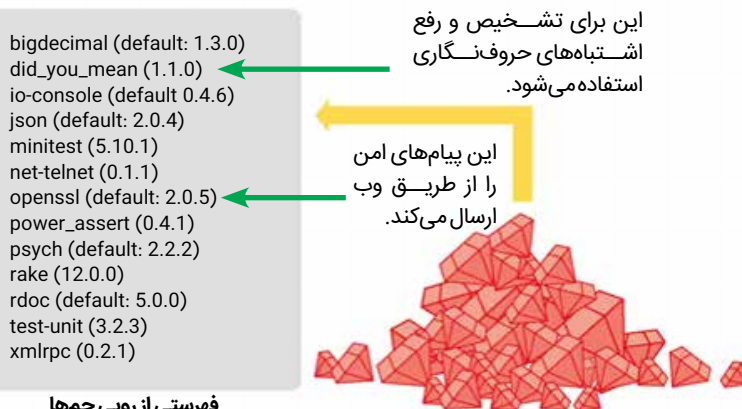
مفسر تعاملی روبی نمونه ای از «خواندن-ارزیابی-چاپ-حلقه» (آرئی پی ال) است. این مفسر تعاملی در واقع نوعی برنامه است که هر بار یک دستور را می گیرد، آن را اجرا می کند و نتیجه را به چاپ می رساند. آرئی پی ال ها ویژگی مشترک زبان های تفسیری هستند که غالباً به آن ها زبان های اسکریپت نویسی نیز می گویند. بازخورد سریع به این معنی است که می تواند ابزار مفیدی برای یادگیری زبان باشد.

روبی در چه مواردی استفاده می‌شود؟

«چارچوب روبی روی ریل»^۳ یا به اختصار «چارچوب ریلز»، در زمینه ساخت وبگاه‌ها (وبسایت‌ها) محبوب شده است. این ویژگی به برنامه‌نویسان امکان می‌دهد وبگاه‌هایی بسازند که به یک پایگاه داده متصل هستند. چارچوب ریلز، بازیابی و نمایش داده‌ها را از پایگاه داده ساده می‌کند و به کاربران اجازه می‌دهد داده‌ها را از طریق وبگاه وارد کنند. افزون بر این‌ها، چارچوب ریلز، زبان روبی را با زبان‌های برنامه‌نویسی وب (مانند HTML، CSS و JavaScript) ترکیب می‌کند.

کتابخانه‌های روبی

کتابخانه‌های روبی، مجموعه‌ای از کدهای آماده برای انجام وظیفه‌های خاص هستند که به عنوان «روبی جم»^۴ شناخته می‌شوند. کتابخانه‌های مورد نظر را می‌توان با استفاده از روبی جم، ابزار داخلی روبی برای مدیریت جم، بارگیری و نصب کرد.



فهرستی از روبی جم‌ها

چرا از روبی استفاده کنیم؟

زبان روبی به گونه‌ای طراحی شده است که نحوه فکرکردن کاربران برای کدنویسی، مقدم بر چگونگی کار رایانه‌ها باشد. هر چند همه زبان‌های سطح بالا از چگونگی محاسبه‌ها توسط سخت‌افزار رایانه فاصله می‌گیرند، اما زبان برنامه‌نویسی روبی به طور خاص روی این رویکرد متمرکز است و برنامه‌نویسی در سبک‌های متفاوت را برای علاقه‌مندان آسان می‌کند.

مزایا	معایب
نسبت به زبان‌های دیگر، اغلب دستورات روبی به زبان انسانی نزدیک‌تراند.	در زمینه‌های کمتری در دنیای برنامه‌نویسی نسبت به سایر زبان‌ها از آن استفاده می‌شود.
به لطف چارچوب ریلز، روبی یکی از سریع‌ترین زبان‌های برنامه‌نویسی است که در حال رشد است.	کد روبی کندتر از زبان‌های کامپایل‌شده مانند زبان جاوا یا زبان C اجرا می‌شود.
روبی همچنان به‌طور فعال در حال توسعه است و همگام با فناوری‌های جدید است.	کتابخانه‌های کمتری برای کدنویسی در منطقه‌های غیر از وب وجود دارند.

خوب است بدانید

یک برنامه رایگان به نام «سونیک پای»^۵ که با استفاده از روبی ساخته شده است، رایانه را به ساز موسیقی تبدیل می‌کند که با زدن کدهای گوناگون می‌توان آن را نواخت. هر چند بسیاری از دستوره‌های آن به‌طور خاصی ایجاد شده‌اند تا به کاربران امکان انجام فعالیت‌های مرتبط با موسیقی را بدهند، با وجود این، از بسیاری از ویژگی‌های اساسی روبی نیز در این برنامه استفاده شده است.

```
use_synth :piano
8.times do
  play :c4
  sleep 0.5
sample
:drum_cowbell
  sleep 0.5
end
```

پی‌نوشت‌ها

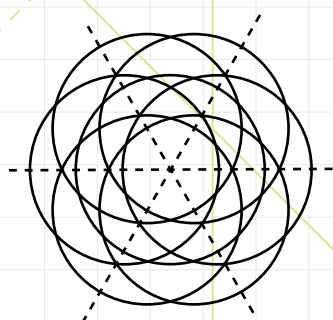
1. Ruby
2. Read-Eval-Print Loop
3. Ruby on Rails
4. RubyGem
5. Sonic Pi

برای آشنایی با چند برنامه ساده و کاربردی به زبان روبی رمزین را پویش کنید.



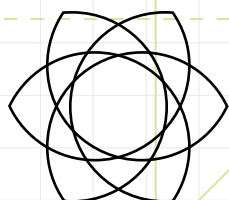
کاربرد هندسه در هنر

قسمت دوم

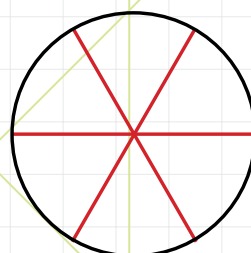


شکل ۲

در شماره قبل با چگونگی رسم مثلث، شش ضلعی و مربع، با استفاده از دایره، آشنا شدید. در این شماره علاوه بر بسط و گسترش مطالب گذشته، به کمک دایره شکل‌های دیگری نیز رسم می‌کنیم. دایره‌ای به شعاع ۲ در نظر بگیرید. قطر افقی دایره را نیز رسم کنید. این دایره را به کمک نقاله به شش زاویه مساوی تقسیم کنید (شکل ۱). توجه داشته باشید که از اتصال نقطه‌های روی دایره شش ضلعی ایجاد می‌شود.

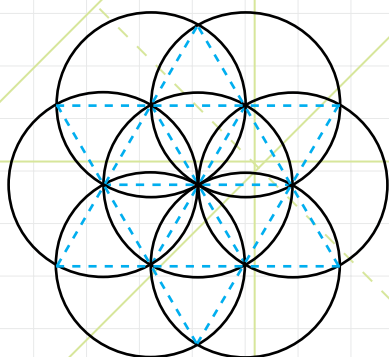


(ب)



شکل ۱

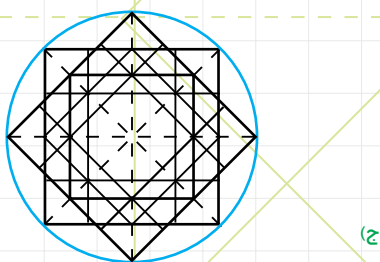
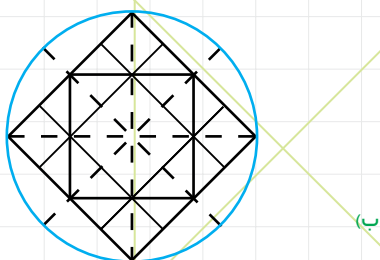
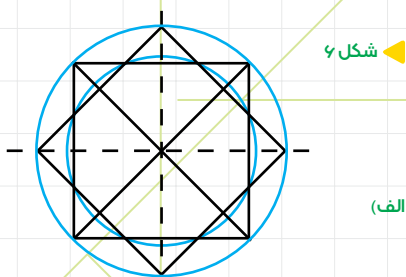
حال اگر پرگار را روی محل تلاقی شعاع با محیط دایره بگذارید و از هر نقطه دایره جدیدی رسم کنید، هفت دایره خواهید داشت که درون آن‌ها ۱۲ مثلث و یک گل شش‌پر وجود دارد.



شکل ۳

سپس با خط‌کش وسط هر شعاع را تعیین کنید؛ شش نقطه مشخص می‌شود. از اتصال این نقطه‌ها (وسط شعاع) نیز یک شش ضلعی کوچک‌تر با شش مثلث متساوی‌الاضلاع خواهیم داشت. البته فعلاً در این بخش قصد نداریم این شکل‌های هندسی را رسم کنیم. پرگاری بردارید و دهانه آن را به اندازه شعاع دایره فعلی باز کنید. پرگار را روی نقطه‌هایی که پیش‌تر مشخص شد، قرار دهید و شش دایره رسم کنید. شکلی مشابه شکل ۲-الف تشکیل می‌شود که با پاک کردن قسمت‌های اضافی، یک طرح ستاره‌ای خواهید داشت (شکل ۲-ب).

یکی از روش‌های رسم مربع، تقسیم دایره به چهار زاویه ۹۰ درجه و اتصال محل زاویه‌هاست. حال اگر نیمساز این زاویه‌ها را رسم و محل آن‌ها را به هم وصل کنید، دو مربع روی هم می‌افتند که یک ستاره هشت‌پر تشکیل می‌دهد. مربع ابتدایی را می‌توان مانند شکل ۶-ج به مثلث‌های کوچک‌تر تقسیم کرد تا ستاره دیگری داخل آن تشکیل شود.



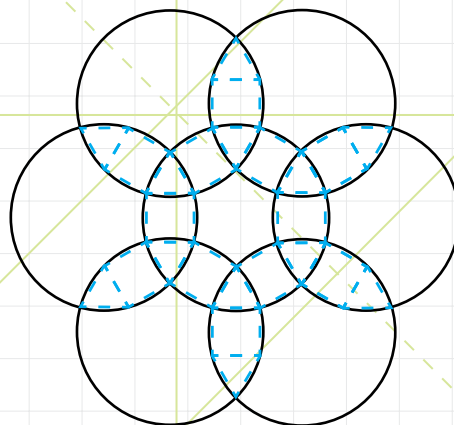
همان‌طور که در تصویر زیر می‌بینید، دو ستاره هشت‌پر درون هم قرار گرفته‌اند.



منبع

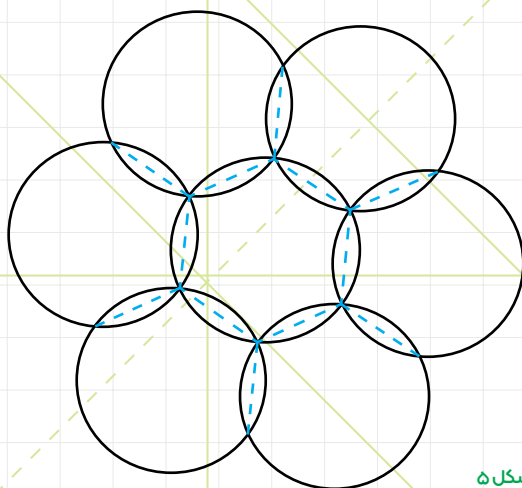
کریچلو، کیت (۱۳۹۰). تحلیل مضامین جهان‌شناختی نقوش اسلامی. ترجمه سیدحسین آذرکار. انتشارات حکمت. تهران. چاپ اول.

اکنون به شکل ۴ دقت کنید. این وضعیت زمانی اتفاق می‌افتد که کمان‌های قطع‌کننده دایره مرکزی که تعدادشان نیز دوازده تاست، فاصله‌شان از هم دقیقاً یکسان باشد. به این ترتیب دایره‌های رسم شده، فضاهای شش‌ضلعی، مربعی و مثلثی در دایره مرکزی ایجاد می‌کنند. با کمی دقت، دوازده ضلعی‌ای را نیز که درون دایره ایجاد شده است، می‌توانید ببینید.



در شماره قبل اشاره کردیم که هریک از سه شکل مثلث، مربع و شش‌ضلعی می‌توانند تکثیر شوند و سطحی را بپوشانند یا اشغال کنند. در اینجا به چگونگی تکثیر یک شش‌ضلعی به‌طور مختصر اشاره می‌کنیم.

اگر دایره‌های اطراف دایره مرکزی از مبدأ خود که در اینجا محدوده محیطی دایره مرکزی است، فاصله بگیرند، به‌طوری که فاصله هر دایره از دایره مرکزی و دایره‌های طرفین مساوی باشد، یک شش‌ضلعی در مرکز و شش شش‌ضلعی دیگر در اطراف دایره مرکزی خواهیم داشت. دقت کنید که در اینجا منظور از فاصله، همان فاصله مرکزهای دایره‌ها از یکدیگر است (شکل ۵).





برای دیدن پاسخ
رمزینه را پویش کنید.

محمدتقی طاهری تنجانی

جدول ریاضی

جدول زیر شامل چهار عدد چهار رقمی و چهار عدد دو رقمی است.

شرح جدول در ادامه آمده است. عددها در سطریهای افقی از چپ به راست و در ستون‌ها از بالا به پایین نوشته می‌شوند.

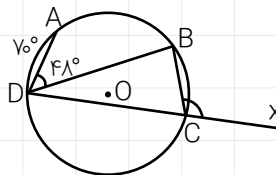
	۵	۶	۷	۸
۱				
۲				
۳				
۴				

شرح جدول

۱. جذر عدد ۱۲۳۴۳۲۱ چقدر می‌شود؟

۲. مجموع سه عدد زوج متوالی ۱۵۰ است. عدد بزرگ‌تر چیست؟

۳. در شکل ۱، AB ، AD و DC کمان‌هایی از دایره‌اند. اندازه $\widehat{BCx}$ چند درجه است؟



شکل ۱

۴. مقدار عددی عبارت $a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ به ازای $a=18$ چقدر می‌شود؟

۵. اگر داشته باشیم: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{13}{24}$ و $\frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$ حاصل $4(x+y+z)^2$ چقدر است؟

۶. در یک آزمون زبان انگلیسی میانگین درصد نمره‌های چهار آزمون فاطمه ۶۵ درصد است. اگر درصد سه آزمون او برابر ۸۴، ۵۶ و ۴۹ باشد، درصد آزمون چهارم او چقدر است؟

۷. پانزده کارگر قرار گذاشتند کاری را در ۲۴ روز تمام کنند. پس از آنکه $\frac{1}{4}$ از کار را انجام دادند، سه نفر به آن‌ها اضافه شدند. با فرض آنکه سرعت کارکردن همه کارگران یکسان باشد، بقیه کار چند روزه تمام خواهد شد؟

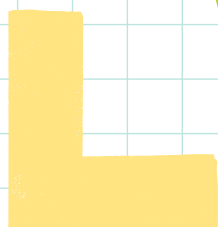
۸. مجموع دو عدد فرد متوالی ۷۲ است. حاصل ضرب این دو عدد چقدر است؟

شماره دوزی حاجی فیروز

● ندا نعمتی



▶ برای مشاهده
مراحل ساخت،
رمزینه را پویش
کنید.



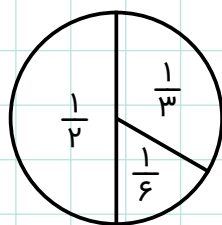
خسرو داودی
تصویرگر: حسین یوزباشی

کسرهای واحد



پیشخدمت با یک سفارش وارد آشپزخانه شد و گفت: یک مادر $\frac{1}{6}$ کیک برای خودش می‌خواهد و پسرش دو برابر مادرش کیک می‌خواهد.

آشپز مشغول فکر شد که چطور کیک را تقسیم کند.



آشپز کیک‌های برش‌شده را در بشقاب گذاشت.
پیشخدمت گفت: چه جالب شد: $\frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$!



پیشخدمت به فکر فرو رفت! و با خود گفت: آیا می‌شود هر کسر را به صورت کسری با صورت ۱ نوشت؟

آشپز گفت: به نظر من می‌شود؛ مثلاً: $\frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

کسر واحد، به کسرهای دارای صورت ۱ می‌گویند. به نظر شما آشپز کسر $\frac{1}{4}$ را چگونه پیدا کرد؟

کسر واحد $\frac{1}{3}$ را چگونه می‌توان با جمع دو کسر واحد نشان داد؟
آیا همیشه می‌توان یک کسر واحد را به صورت جمع دو کسر واحد نشان داد؟ چرا؟

برای مشاهده
پاسخ، رمزینه
را پویش کنید.

