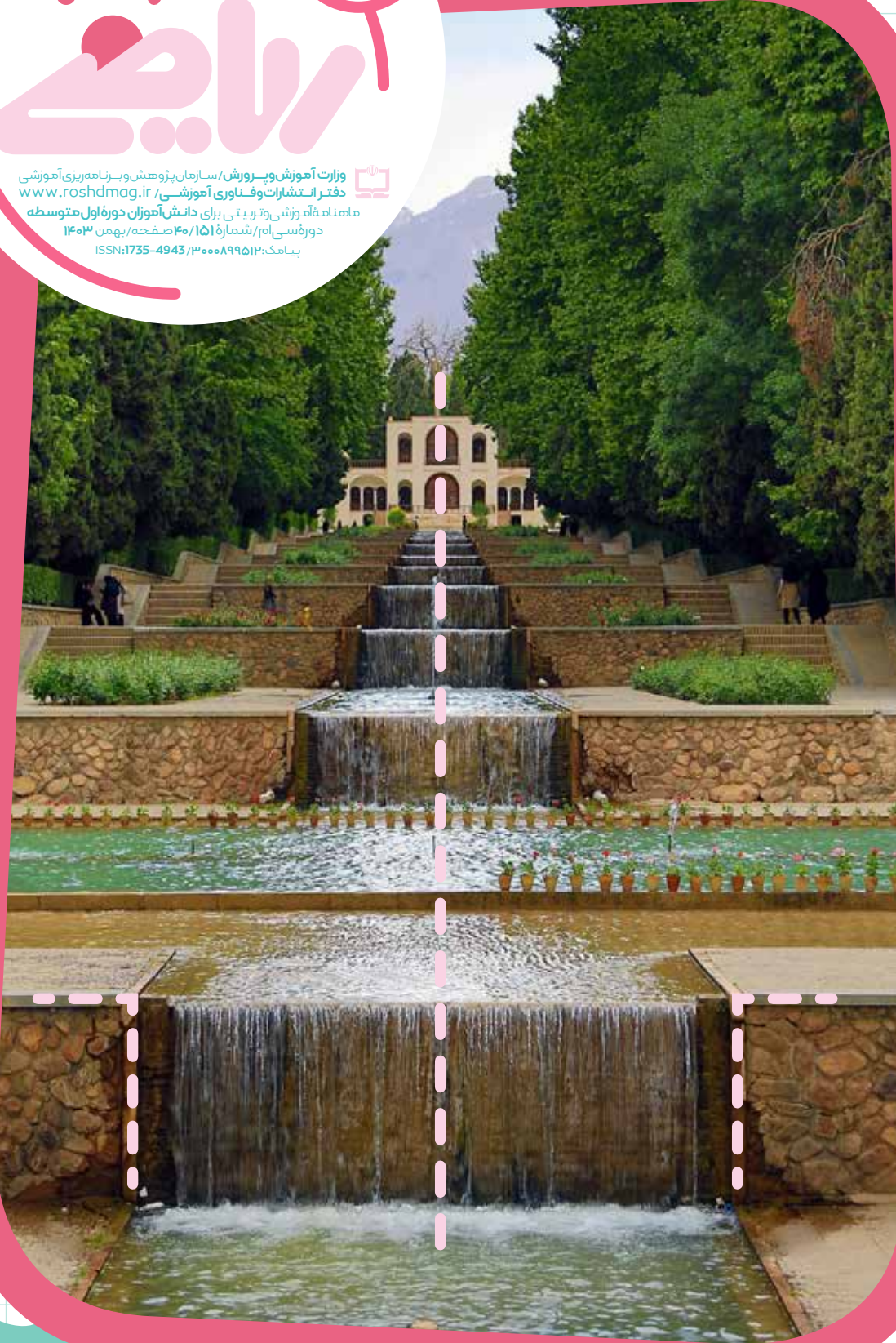




رشد برهان

رایجی

وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۵۱ / ۴۰ صفحه / بهمن ۱۴۰۳
پیامک: ۰۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN: 1735-4943



جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبای ما
باغ شاهزاده ماهان کرمان

• خسرو داودی

تاریخ عددنویسی

ما برای نوشتن عددها از رقم‌های ۰ تا ۹ استفاده می‌کنیم. همان‌طور که حروف در زبان‌های متفاوت فرق دارند، نحوه نوشتن رقم‌های ۰ تا ۹ نیز در هر زبان متفاوت است. در کادر زیر نحوه توسعه و تغییرات ظاهر رقم‌های ۰ تا ۹ را در فرهنگ‌های متفاوت مشاهده می‌کنید.

— = ≡ ≠ h 6 7 4 2

▲ در حدود ۲۰۰ سال قبل از میلاد حضرت مسیح- عددهای برهمایی هندی

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

▲ در حدود ۵۰۰ سال بعد از میلاد حضرت مسیح- عددهای والیور هندی

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

▲ در حدود ۹۵۰ سال بعد از میلاد حضرت مسیح- عربی

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

▲ در حدود سال‌های ۱۱۰۰ میلادی- اروپایی (اسپانیایی)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

▲ در حدود سال‌های ۱۴۰۰ میلادی- اروپایی (ایتالیایی)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

▲ از سال ۱۵۰۰ میلادی - اروپایی (نسخه چاپی)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۰

▲ از سال ۱۹۸۳- دیجیتالی

حالا شما عدد ۱۴۰۳ را با رقم‌های بالا به صورت‌های متفاوت بنویسید.

بسم الله الرحمن الرحيم
الهم صل على محمد وآل محمد وعجل فرجه



وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ۳۰/۴۰ صفحه / بهمن ماه ۱۴۰۳

مدیر مسئول: محمد صالح مژدنی / سردبیر: حسین نامی ساعی / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایرد موسی، مریم جعفر آبادی، مجید حکمت، روح الله خلیلی بروجنی،
خسرو داودی، محمدرضا سید صالحی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / مدیر هنری: کوروش پارسا نژاد / طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه: بهمن ۱۴۰۳: هفتم: شهادت امام موسی کاظم (ع) / نهم: میث
حضرت رسول اکرم (ص) / دوازدهم: بازگشت امام خمینی (ره) به ایران و آغاز دهه مبارک
فجر / چهاردهم: ولادت امام حسین (ع) و روز پاسدار / پانزدهم: ولادت
حضرت ابوالفضل العباس (ع) و روز جانباز / شانزدهم: ولادت امام سجاد (ع)
بیست و دوم: پیروزی شکوهمند انقلاب اسلامی و سقوط نظام سلطنتی،
ولادت حضرت علی اکبر (ع) و روز جوان / بیست و دوم: ولادت حضرت قائم (عج)
شرح مناسبت های ماه را با پوشش رهنه بینید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان قرار گیرد
و همه کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند. قیمت: ۱۸۰/۰۰۰ ریال

سخن سردبیر

زنجیری پیوسته و محکم / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳

آموزش ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی، آرش رستگار / ۶

مجموعه پروژه های کوچک برای ریاضی دانان کوچک / خسرو داودی، آرش رستگار / ۲۴

در کلاس درس آقای رهنما / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۶

اشتباه های محاسباتی / افشین خاصه خان / ۳۷

گفت و گو

بدون ریاضی، بشر درک درستی از جهان هستی نخواهد داشت!

گفت و گو با محدثه بیجکی / محمد دشتی / ۹

در کار و زندگی موفقیت را مدیون ریاضی هستیم / گفت و گو با محمدرضا هادیلو

روزنامه نگار و مدیر رسانه / محمد دشتی / ۳۴

ریاضی و کاربرد

بیابید کمی فکر کنیم! هنر رأی می دهیم / خسرو داودی / ۱۲

فکر کردن خارج از دنیای ترانه ها / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۴

مفهوم ریاضی تورم / زما جوهری پور / ۱۸

«بی نهایت» چقدر بزرگ است؟ / مریم جعفر آبادی / ۳۰

باغ خاطرات

معلم زود درس / حبیب یوسف زاده / ۲۰

ریاضی و سرگرمی

اندیشه ریاضی / عباس قلعه پور اقدم / ۱۶

جدول عددها / جعفر بانی / ۲۹

کاربرد هندسه در هنر / ندا نعمتی / ۳۸

جدول ریاضی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۴۰

ریاضی و مسئله

تبدیل واحد / سیمین اکبری زاده / ۲۲

ریاضی و برنامه نویسی

زبان برنامه نویسی جاوا اسکریپت / آریان خلیلی / ۳۲

ایران زیبای ماهان

کرمان باغ شاهزاده ماهان

این باغ را نخست به دستور
محمد حسن خان سردار ایروانی،
حاکم وقت کرمان، ساختند و بنای
درون آن بعدها به دستور عبدالحمید
هیرزا ناصرالدوله، حاکم کرمان، طی
یازده سال حکمرانی وی (۱۲۹۸ ه.ق
تا ۱۳۰۹ ه.ق) ساخته شد. این باغ
مساحتی نزدیک به ۳/۵ هکتار دارد. در
باغ فواره های آب فشان هایی وجود
دارند که از زیباترین فواره های باغ های
ایرانی هستند. فواره های باغ شاهزاده
بر پایه نیروی اختلاف ارتفاع کار می کنند.
این باغ در بیشتر سال و به ویژه در
فصل تابستان و بهار بازدید کنندگان
پرشماری دارد.



فروش و اشتراک
مجلات رشد

برای مشاهده شرایط ارسال
مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطه
اول، رهنه را پوشش کنید.



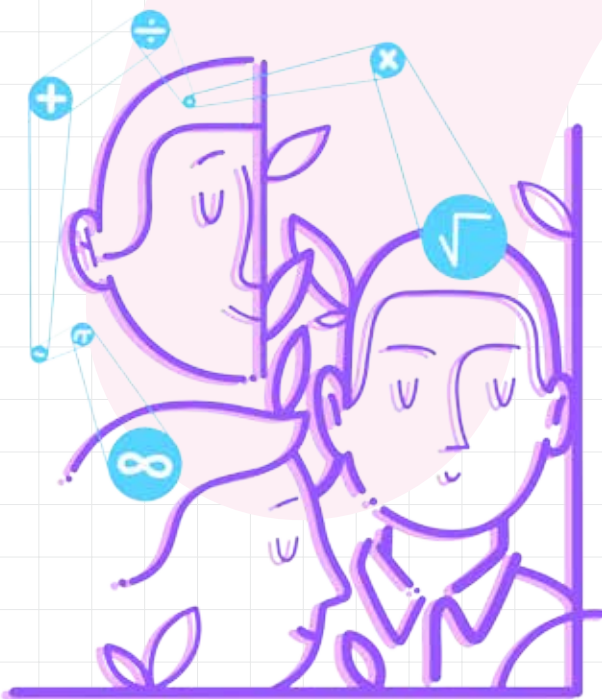
nazar.roshdmag.ir



نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطه اول
در پیام رسان شاد:

@roshd_borhan1





زنجیری پیوسته و محکم

حسین نامی ساعی

ریاضیات که مفهوم‌های آن به‌طور پیوسته پیچیده‌تر می‌شوند و نیازمند بنیان‌های قوی و ساختارمند هستند.

تسلط بر اصول اولیه باعث می‌شود مهارت‌های ریاضی شما تقویت شوند و روند یادگیری‌تان آسان شود. بدیهی است که بدون فهم عمیق مفهوم‌های اساسی، فراگیری بحث‌های پیچیده‌تر، مثل جبر یا هندسه، دشوار خواهد بود. این اصول همانند پایه‌های ساختمان هستند که تمام ساختار دانش ریاضی بر آن‌ها استوار می‌شود. اگر این پایه‌ها را تقویت کنید، قادر خواهید بود با اطمینان بیشتری مفهوم‌های جدید را یاد بگیرید. به‌عنوان نمونه، یادگیری معادله‌های خطی وابسته به شناخت کامل متغیرها و عملیات جبری ساده است. نداشتن این پیش‌نیازها می‌تواند موجب سردرگمی و چالش شود.

علاوه بر این، داشتن دانش قبلی سبب تقویت اعتمادبه‌نفس شما می‌شود. وقتی احساس کنید مبانی را به‌خوبی یاد گرفته‌اید، با اشتیاق و اطمینان بیشتری سراغ موضوع‌های جدید خواهید رفت. این اعتمادبه‌نفس عامل مهمی در موفقیت‌های بیشتر ریاضی شما خواهد بود. همچنین، آشنایی با پیش‌نیازها کمک می‌کند ارتباط میان مباحث مختلف ریاضی را بهتر بفهمید و به این ترتیب ریاضیات را به شکلی جامع‌تر و منسجم‌تر تجربه کنید. در نتیجه، دانش قبلی و پیش‌نیازها، کلید درک مطالب جدید هستند. برای شما دانش‌آموزان عزیز پایه‌های هفتم، هشتم و نهم ایجاد یک بنیان محکم ریاضی اهمیت بسیار زیادی دارد. آگاهی از این اصل‌ها باعث می‌شود مسیر یادگیری برای‌تان هموارتر و لذت‌بخش‌تر شود. بنا بر همین دلایل، تقویت پایه‌های ریاضی شما باید یکی از اولویت‌های اصلی باشد تا بتوانید در آینده موفقیت بیشتری کسب کنید.

پاینده باشید.

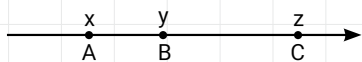
سلام همراهان عزیز. فرارسیدن ۲۲ بهمن، چهل‌وششمین سالگرد پیروزی انقلاب اسلامی ایران را به شما تبریک می‌گویم. ۲۲ بهمن یادآور رشادت‌ها و ایثارگری‌های مردم ایران برای دستیابی به استقلال، آزادی و جمهوری اسلامی است. امیدواریم که این روز، همواره مایه اتحاد و همدلی بیشتر میان مردم عزیز کشورمان باشد و شاهد پیشرفت‌های روزافزون ایران اسلامی در تمامی عرصه‌ها باشیم.

در آموزش ریاضیات، هر زمان که موضوع جدیدی از حساب، جبر یا هندسه را تدریس می‌کردم، همیشه بر اصل‌ها و قضیه‌های مرتبط با موضوع تدریس تکیه داشتم. آن اصل‌ها و مفهوم‌های مرتبط، پیش‌نیازی ضروری بودند تا موضوع جدید را بیان و آن را به‌درستی اثبات کنم و شرح دهم. بچه‌های عزیز، بدون آشنایی کامل با مطالب گذشته، یادگیری مباحث جدید امکان‌پذیر نیست. درست مانند افزودن یک حلقه به زنجیر دانش‌های قبلی، باید آخرین حلقه به حلقه موجود متصل شود تا این زنجیره یکپارچه و منسجم باقی بماند.

دوستان و همراهان خوب! به شما تبریک می‌گویم که اکنون در دوره‌ای بالاتر از سال گذشته قرار دارید. این ارتقا نشان می‌دهد که شما توانمندی‌های لازم برای صعود به این سطح را دارید. محتوای کتاب‌های امسال ادامه یادگیری‌های سال‌های گذشته شما هستند. بنابراین، تسلط بر مفهوم‌های قبلی نقش حیاتی در درک عمیق مطالب تازه دارد. برای مثال، اگر بخواهید یک قضیه در هندسه را ثابت کنید، پیش‌نیاز آن آگاهی از اصل‌ها و قضیه‌های پایه‌ای آن است. دانش گذشته یکی از ارکان اصلی برای اثبات و یادگیری موضوع‌های جدید است؛ به‌خصوص در

● محمود نصیری نامساوی‌ها و کاربردهای آن

سه نقطه A ، B و C به هر ترتیبی که روی محور باشند نیز این تساوی یا نامساوی برقرار است. اکنون بحث اصلی ما در هندسه و اثبات قضیه نامساوی مثلثی است که مرتب از آن صحبت کردیم. **قضیه: در هر مثلث مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگ‌تر است.** برای اثبات دو روش را بیان می‌کنیم

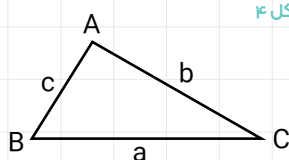


هیچ‌گاه هم این نامساوی در مثلث به تساوی تبدیل نمی‌شود، زیرا اگر چنین اتفاقی رخ دهد، مثلثی وجود ندارد. در واقع مثلث تباهیده می‌شود. اما در حالتی که A ، B و C سه نقطه روی یک خط راست باشند، می‌تواند تساوی نیز برقرار باشد. در واقع کلی‌ترین حالت این نامساوی چنین است که اگر: $x_A = x$ ، $x_B = y$ و $x_C = z$ ، آنگاه: $AB + BC \geq AC$ و داریم:

$$|x - y| + |y - z| \geq |x - z|$$

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

در بخش قبلی تمام بحث ما در مورد فاصله بود. ابتدا فاصله را در هندسه تعریف کردیم و سپس مفهوم فاصله را که چه در هندسه و چه در سایر شاخه‌های ریاضی، کاربرد فراوانی دارد، مطالعه کردیم. چنانچه قبلاً نیز توضیح دادیم، می‌خواهیم نامساوی مثلثی را بر اساس مفهوم فاصله بررسی کنیم. آنچه در هندسه با آن سروکار داریم، بیان این نامساوی در مورد اندازه‌های ضلع‌های مثلث است که مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگ‌تر است.



شکل ۱

مشاهده می‌کنید که این قضیه نامساوی مثلثی برحسب فاصله‌ها بیان و ثابت شد. اکنون از این نامساوی یک نامساوی دیگر نتیجه می‌گیریم. از رابطه $b < a + c$ داریم: $c - b < a$ و از رابطه $c < a + b$ داریم: $c - b < a$ اکنون با توجه به مفهوم قدرمطلق که در بخش قبلی بررسی کردیم، نتیجه می‌شود: $|b - c| < a < b + c$.

یعنی در هر مثلث، اندازه هر ضلع از مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر کوچکتر، و از قدرمطلق تفاضل آن دو ضلع بزرگتر است: $|b - c| < a < b + c$.

در واقع سه شرط $a < b + c$ ، $b < a + c$ و $c < a + b$ معادل شرط $|b - c| < a < b + c$ است. این نامساوی‌ها اساس رسم و وجود مثلث‌اند، در واقع مهم‌ترین کاربرد نامساوی مثلثی رسم مثلث در حالتی است که اندازه‌های سه پاره‌خط معلوم باشند و بخواهیم با آن‌ها یک مثلث رسم کنیم.

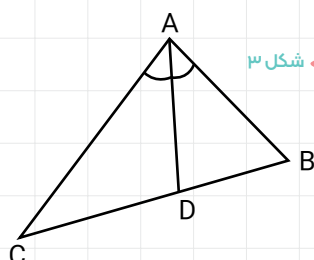
سه عدد حقیقی a ، b و c ، یا سه پاره‌خط به اندازه‌های a ، b و c داده شده‌اند. در صورتی با این سه پاره‌خط می‌توان مثلثی ساخت که اندازه هر پاره‌خط از مجموع اندازه‌های دو تای دیگر کوچکتر باشد، یا معادل آن، اندازه یکی از پاره‌خط‌ها از مجموع اندازه‌های دو تای دیگر کوچکتر و از قدرمطلق تفاضل آن‌ها بزرگتر باشد. بنابراین، شرط لازم و کافی برای آنکه سه عدد مثبت a ، b و c اندازه‌های ضلع‌های یک مثلث باشند آن است که: $a < b + c$ ، $b < a + c$ و $c < a + b$ یا $|b - c| < a < b + c$.

مثلاً سه عدد حقیقی ۵، ۷ و ۹ می‌توانند اندازه‌های سه ضلع یک مثلث باشند، زیرا: $۹ < ۵ + ۷$ ، $۷ < ۵ + ۹$ و $۵ < ۹ + ۷$. اما سه عدد ۴، ۶ و ۱۱ نمی‌توانند اندازه‌های سه ضلع یک مثلث باشند، زیرا: $۱۱ > ۴ + ۶$. توجه داشته باشید که: $۴ < ۱۱ + ۶$ و $۶ < ۴ + ۱۱$. اما: پس با این سه عدد نمی‌توان مثلثی ساخت.

را پشت سر گذاشته باشیم. با کمی دقت حتماً می‌توانید آن را ثابت کنید. در مثلث ADC ، $\angle DAC$ مقابل DC و $\angle ADC$ مقابل AC است. چرا $\angle DAC$ بزرگ‌تر از $\angle ADC$ است؟

با توجه به اینکه $AB = BD$ ، زاویه‌های $\angle ADC$ و $\angle DAB$ هم‌اندازه‌اند و چون نقطه B درون زاویه $\angle DAC$ واقع است، پس: $\angle DAC$ از $\angle DAB$ و در نتیجه از $\angle ADC$ بزرگ‌تر است. بنابراین از: $\angle DAC > \angle ADC$ نتیجه می‌شود: $DC > AC$ و اثبات کامل است؛ یعنی: $AB + BC > AC$.

روش دوم: در این روش از مسئله‌ای که قبلاً ثابت کرده‌ایم، استفاده می‌کنیم. این مسئله چنین است: هرگاه در مثلث ABC ، D پای نیمساز $\angle A$ روی BC باشد، آنگاه: $DC < AB$ و $DB < AC$ (شکل ۳).



شکل ۳

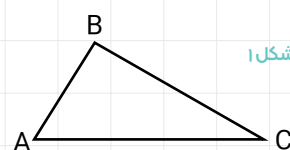
مشاهده می‌کنید که از این مسئله اثبات بسیار ساده‌ای برای نامساوی مثلثی پدید می‌آید: کافی است این دو نامساوی را با هم جمع کنید: $DB + DC < AB + AC$ در نتیجه: $BC < AB + AC$.

تفاوت این اثبات با اثبات قبلی در این است که در اثبات قبلی به تعریف نیمساز نیازی نداریم، اما مشاهده کردید که این مسئله هم به کمک قضیه «زاویه بیرونی» و قضیه «ضلع بزرگ‌تر مقابل زاویه بزرگ‌تر است» ثابت می‌شود.

معمولاً اندازه‌های ضلع‌های مثلث ABC را به صورت $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ نشان می‌دهند. با این نمادها در هر مثلث داریم: $a < b + c$ ، $b < a + c$ و $c < a + b$ (شکل ۴).

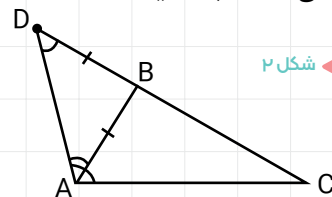
که اساس هر دو در ارتباط با قضیه زاویه بیرونی در مثلث و نامساوی‌های ضلع‌ها و زاویه‌ها هستند که در بخش‌های قبلی بررسی کرده‌ایم.

روش اول: همان‌گونه که در بخش‌های قبلی توضیح دادیم، معمولاً رسم خط‌های اضافی در اثبات‌های هندسی نقش مهمی ایفا می‌کند. قبلاً نشان دادیم که هرگاه در مثلثی اندازه یک زاویه از اندازه زاویه دیگری بزرگ‌تر باشد، اندازه ضلع مقابل آن نیز بزرگ‌تر است (شکل ۱).



شکل ۱

اکنون کلید اثبات این است که چگونه نامساوی قضیه را به این مسئله تبدیل کنیم. می‌خواهیم ثابت کنیم: $AB + BC > AC$. آنچه که از این رابطه الهام گرفته می‌شود این است که چگونه $AB + BC$ را به یک پاره‌خط تبدیل کنیم که اندازه آن با مجموع اندازه‌های این دو پاره‌خط برابر باشد. واضح است که برای پیدا کردن چنین پاره‌خطی باید از دو پاره‌خط AB یا BC یکی را امتداد داد و به اندازه دیگری روی آن نقطه‌ای را مشخص کرد. مثلاً مطابق شکل ۲، ضلع BC را از طرف نقطه B امتداد می‌دهیم و نقطه D را روی این امتداد چنان در نظر می‌گیریم که $BD = AB$. بنابراین به همان نتیجه مطلوب می‌رسیم که: $AB + BC = BD + BC = DC$. مجموع اندازه‌های دو پاره‌خط AB و BC ، اندازه پاره‌خط DC را داریم، پس کافی است ثابت کنید: $DC > AC$.



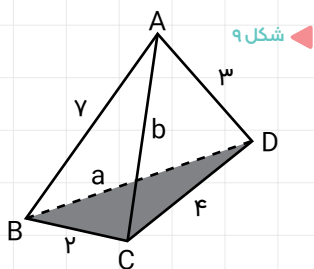
شکل ۲

فکر می‌کنم مشکل‌ترین بخش مسئله

اکنون با حل یک مسئله از هندسه فضایی، این بخش را به پایان می‌بریم. با شکل‌های فضایی آشنایی دارید. چندوجهی‌ها در هندسه فضایی، نظیر چندضلعی‌ها در هندسه مسطحه هستند. در هندسه مسطحه، مثلث در میان چندضلعی‌ها کمترین تعداد ضلع را دارد و در هندسه فضایی، چهاروجهی بین چندوجهی‌ها کمترین تعداد وجه را دارد.

هر یک از پاره‌خط‌های $\overline{AC}$ ، $\overline{AB}$ ، $\overline{AD}$ ، $\overline{DB}$ ، $\overline{DC}$ و $\overline{BC}$ را یال‌های چهاروجهی می‌نامند.

● **مسئله ۵.** هر شش یال یک چهاروجهی یا همان هرم سه وجهی عدهای صحیح‌اند. اندازه‌های چهار یال مطابق شکل ۹ معلوم‌اند. اندازه‌های دو یال دیگر یعنی a و b را پیدا کنید.



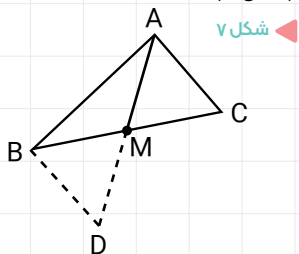
◀ **پاسخ:** کافی است نامساوی مثلثی را برای مثلث‌های وجه‌ها بنویسیم:
 $4-2 < a < 4+2$ و $7-3 < a < 7+3$
 $2 < a < 6$ و $4 < a < 10 \Rightarrow 4 < a < 6 \Rightarrow a=5$
 فقط می‌تواند ۵ باشد:
 $4-3 < b < 4+3 \Rightarrow 1 < b < 7$ و $7-2 < b < 7+2$
 $\Rightarrow 5 < b < 7 \Rightarrow b=6$
 b هم فقط می‌تواند ۶ باشد.

$$\begin{aligned} a &< MB + MC < b + c \\ b &< MC + MA < c + a \\ c &< MA + MB < a + b \end{aligned}$$

با جمع آن‌ها به نتیجه می‌رسید.
مسئله بعدی در رابطه با میانه مثلث و اندازه‌های دو ضلع است.

● **مسئله ۴.** ثابت کنید در هر مثلث، اندازه میانه وارد بر هر ضلع، از نصف مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر کوچک‌تر و از نصف قدرمطلق تفاضل آن‌ها بزرگ‌تر است.

◀ **پاسخ:** این نیز از همان مسئله‌های هندسه است که باید خطی اضافه برای آن رسم کنیم. میانه AM را به اندازه خودش تا D امتداد می‌دهیم (شکل ۷).

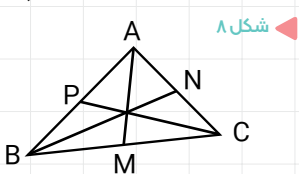


چرا؟ $\triangle AMC \cong \triangle DMB$

بنابراین: $AC = BD$ در نتیجه بنا بر نامساوی مثلثی در مثلث $\triangle ABD$ داریم:
 $AD < AB + BD$ که از این رابطه هم داریم:
 $|AB - AC| < 2AM < AB + AC$

یعنی: $\frac{|AB - AC|}{2} < AM < \frac{AB + AC}{2}$
 اکنون به کمک این مسئله، ثابت کنید

مجموع اندازه‌های سه میانه مثلث از مجموع اندازه‌های سه ضلع کوچک‌تر است. یعنی اگر: $\overline{AM}$ ، $\overline{BN}$ و $\overline{CP}$ سه میانه مثلث $\triangle ABC$ باشند، آنگاه:
 $AM + BN + CP < AB + AC + BC$ (شکل ۸).



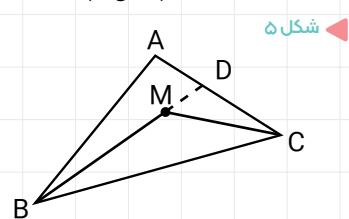
کافی است مسئله قبلی را سه بار به کار ببرید.

● **مسئله ۱.** در مثلث ABC ، $AB=3$ ، $AC=5$ و $BC=2x-1$. به ازای چه مقدارهای صحیح و مثبت x این سه عدد می‌توانند اندازه‌های سه ضلع یک مثلث باشند؟

◀ **پاسخ:** باید $5-3 < 2x-1 < 5+3$ یا $2 < x < 4$. در نتیجه: $\frac{3}{2} < x < \frac{9}{2}$. پس x می‌تواند عدهای صحیح ۲، ۳ و ۴ باشد.

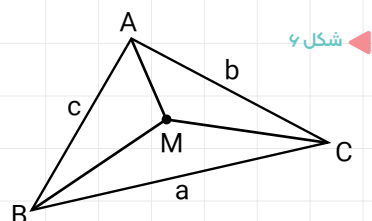
در ادامه، در کاربرد نامساوی مثلثی چند مسئله مهم دیگر مطرح می‌کنم.

● **مسئله ۲.** اگر M هر نقطه دلخواهی درون مثلث ABC باشد، ثابت کنید:
 $MB + MC < AB + AC$ (شکل ۵).

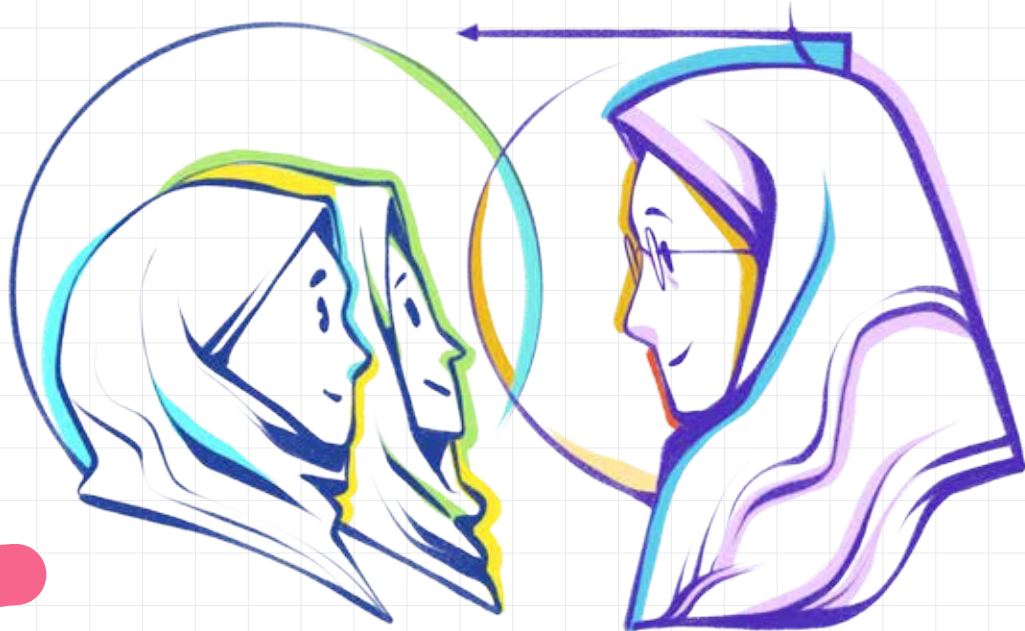


◀ **پاسخ:** کافی است MB یا NC را امتداد دهید تا در نقطه D یکی از ضلع‌های مثلث را قطع کند. اکنون نامساوی مثلثی را در دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle MCD$ به کار ببرید:
 $MB + MD < AB + AD$
 $MC < MB + DC$
 با جمع این دو نامساوی نتیجه به دست می‌آید: $MB + MC < AB + AC$.

● **مسئله ۳.** ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث از سه رأس مثلث، از نصف مجموع اندازه‌های سه ضلع بزرگ‌تر و از مجموع اندازه‌های سه ضلع کوچک‌تر است (شکل ۶).



◀ **پاسخ:** یعنی اگر M هر نقطه درون مثلث ABC باشد، آنگاه داریم:
 $\frac{a+b+c}{2} < MA + MB + MC < a+b+c$
 برای اثبات کافی است مسئله قبلی را سه بار بنویسید:



آموزش ریاضی به روش گفت و گو

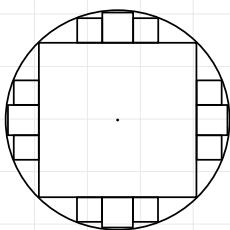
قسمت پنجم مساحت و حجم

● خسرو داودی و آرش رستگار

از این است که می‌گوییم، چون طناب قطر زیادی دارد و هنگامی که خم می‌شود و کشیده می‌شود طولش تغییر می‌کند. استدلال شما فقط می‌گوید که طول طناب به‌طور تقریبی قابل محاسبه است، اما اینکه یک عدد دقیق به محیط دایره نسبت دهیم حرف دیگری است.

دردانه: من فقط داشتم می‌گفتم که باور به قابل اندازه‌گیری بودن طول خم باور عجیبی نیست و با زندگی روزمره تطبیق دارد.

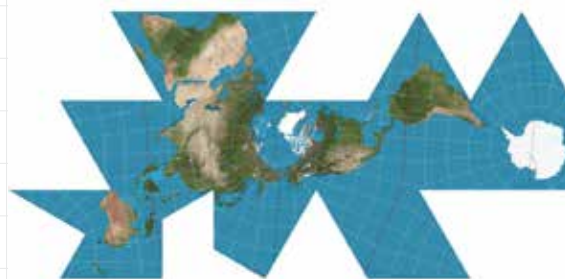
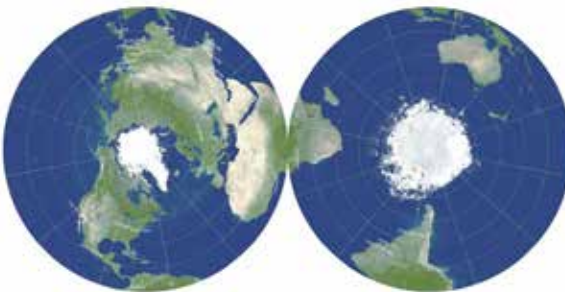
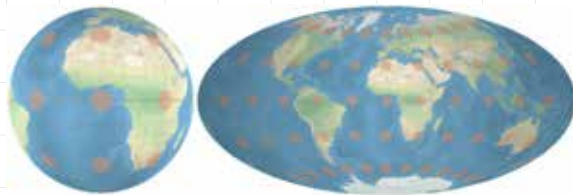
مستانه: بگذار مثال دیگری بزنم تا منظور خانم ریاضی روشن‌تر شود. ما مساحت یک سطح را با ضرب کردن طول و عرض یک مستطیل تعریف می‌کنیم. فرمول مساحت مثلث و لوزی و متوازی‌الاضلاع و دوزنقه را هم به مساحت مستطیل برمی‌گردانیم. اما چه کسی گفته که می‌توان مساحت یک دایره را حساب کرد. مگر مساحت دایره قابل تقسیم به مستطیل‌هاست؟ دایره مرز خمیده‌ای دارد و نمی‌توان آن را به صورت اجتماع چند مستطیل نوشت. **دردانه:** من شکلی می‌کشم که در آن یک دایره با چندین مربع پوشانده می‌شود (شکل ۱).



شکل ۱

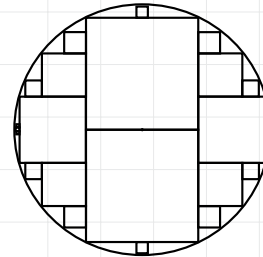
خانم ریاضی معلم هندسه ما بود. اما بیش از استدلال هندسی به محاسبه‌های طولی علاقه داشت. یعنی دوست داشت قوانین حاکم بر فاصله‌ها را در هندسه بشناسد و به کمک آن‌ها مسائل هندسه را حل کند. مثلاً قضیه فیثاغورس را بسیار عزیز می‌داشت و خودش هم چند اثبات جدید از این قضیه به دست آورده بود که رنگ و بوی محاسباتی داشتند. خانم ریاضی وارد کلاس شد و سلام کرد و از شاگردان پرسید: «مگر ما فاصله‌ها را با خط‌کش اندازه نمی‌گیریم؟ اصلاً چرا بشر فکر کرده است که خم‌های خمیده هم قابل اندازه‌گیری هستند؟ مثلاً می‌توان به آن‌ها یک عدد نسبت داد و گفت طول خم می‌شود آن عدد؟ مگر می‌توان روی خم خط‌کش گذاشت؟ چه کسی گفته محیط دایره را می‌توان اندازه‌گیری کرد؟»

مستانه و دردانه همیشه با هم به مسائل فکر می‌کردند. مستانه نگاهی فلسفی داشت، ولی **دردانه** همیشه سعی می‌کرد پایش را روی زمین نگه دارد و از پرواز بی‌محابای خیال جلوگیری می‌کرد. **دردانه** به **خانم ریاضی** چنین پاسخ داد: «نسبت دادن طول به یک خم امری بسیار طبیعی است. ما در زندگی روزمره هم با چنین چیزی بسیار سروکار داریم. مثلاً یک طناب را در نظر بگیرید. وقتی آن را می‌کشیم و یک پاره‌خط راست درست می‌کنیم، طولش را می‌شود با خط‌کش اندازه‌گیری کرد. اما می‌توانیم آن را به‌طور خمیده هم روی زمین قرار دهیم. حال شما می‌گویید باید تعجب کرد که طناب خمیده همان طول طناب راست را داشته باشد؟» **مستانه** رو به **دردانه** کرد و چنین گفت: «مسئله عمیق‌تر



در هر یک از قسمت‌های باقی‌مانده هم می‌توان بزرگ‌ترین مربعی را که جا می‌گیرد قرار داد. در هر مرحله متناهی‌تکه می‌مانند که پوشیده نشده‌اند. در آن‌ها هم مربع می‌گذاریم و بعد مساحت این مربع‌ها را جمع می‌کنیم.

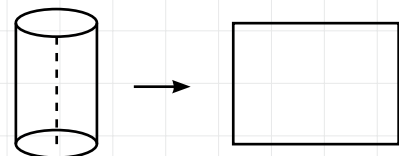
مستانه: آمدی یک مشکل را حل کنی، چندین مشکل دیگر درست کردی! چه کسی گفته می‌توانی مساحت‌های بی‌نهایت مربع را جمع کنی؟ وانگهی این کار که دایره را با مربع‌ها پیوشانی به روش‌های دیگری هم می‌توان انجام داد؛ مثلاً به صورت شکل ۲.



شکل ۲

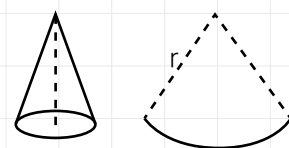
از کجا می‌دانی مجموع مساحت‌های مربع‌ها در دو روش باید یک عدد مشترک را به دست بدهد؟ گیرم که مشکل سطح‌های محدود به خم‌ها را حل کردی، در مورد سطح‌های خمیده چه کار می‌کنی؟ سطح جانبی شکل‌های سه‌بعدی را چطور تعریف می‌کنی؟

دردانه: اگر مشکل سطح‌های تخت را حل کنی، سطح‌های خمیده را می‌توانم کاری کنم. مثلاً سطح جانبی یک استوانه را که از دو دایره تخت و یک سطح دوار خمیده تشکیل شده است، می‌توانم قیچی کنم و آن را مسطح و به یک مستطیل تبدیل کنم.



شکل ۳

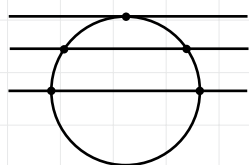
سطح جانبی منشور و هرم هم به سطح‌های تخت قابل تقسیم هستند. سطح خمیده مخروط را هم می‌توانم قیچی کنم (شکل ۴).



شکل ۴

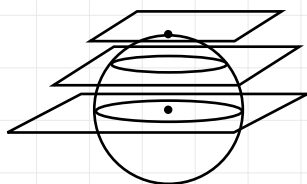
این‌طور می‌توان سطح خمیده را به کسری از دایره مسطح تبدیل کرد که مساحت آن قابل محاسبه است. محیط دایره قاعده به ما می‌گوید که چه کسری از دایره به شعاع r را باید در نظر بگیریم. اما... راست گفتی در مورد سطح کره نمی‌دانم چه کار کنم. مردم همیشه برای تهیه یک نقشه مسطح از کره زمین مشکل داشته‌اند و هرگز موفق نبوده‌اند. چند ایده برای

حرکت خط‌های متقاطع با دایره در صفحه، می‌توان فرض کرد پاره‌خطی در صفحه از یک نقطه شروع می‌شود و کم‌کم بزرگ‌تر می‌شود و به بیشینه خود می‌رسد و باز کوچک و به یک نقطه تبدیل می‌شود. بعد هم ناپدید می‌گردد.



شکل ۵

در مورد کره هم می‌توان آن را با صفحه‌های موازی قطع کرد و تقاطع دایره شکل به دست آورد و فکر کرد که دایره‌ای در صفحه در حال بزرگ شدن است و به بیشینه شعاع خود می‌رسد. بعد دوباره کم‌کم کوچک می‌شود و یک نقطه می‌شود و بعد ناپدید می‌گردد.



شکل ۶

پرسیدم: «کره در فضای چهاربعدی چه شد؟»
خانم ریاضی گفتند: «آن را هم کره‌ای در فضای سه‌بعدی در نظر بگیرید که شعاعش بزرگ‌تر و بزرگ‌تر می‌شود و به بیشینه می‌رسد و بعد دوباره کوچک و به یک نقطه تبدیل می‌شود که کره‌ای به شعاع صفر است و بعد ناپدید می‌گردد.»

پرسیدم: «شعاع این کره در فضای چهاربعدی چقدر خواهد بود؟»

خانم ریاضی گفتند: «به اندازه شعاع بزرگ‌ترین کره.»
دهان **مستانه** و **دردانه** هنوز باز بود. از فرصت استفاده کردم و دو تا چوب‌کبریت در دهان‌هایشان گذاشتم تا خسته نشوند.

ارائه نقشه مسطح از کره زمین داده شده است، اما هیچ یک دقیق نیستند و فاصله‌های واقعی را رعایت نمی‌کنند.»

خانم ریاضی پرسید: «در مورد سطح کره آیا تجربه روزمره‌ای می‌شناسی که بگوید سطح‌ها را هم می‌توان عددمند کرد؟»
دردانه: بله مثلاً می‌توانیم سطح کره را رنگ کنیم و ببینیم چقدر رنگ به کار رفته و با مقدار رنگ به کار برده شده برای رنگ‌آمیزی یک مستطیل مقایسه کنیم.

مستانه: هنوز مشکلات فلسفی باقی است. با رنگ کردن در واقع شما کره‌ای به شعاع کمی بزرگ‌تر را در نظر گرفتید و حجم محصور بین دو کره را محاسبه کرده‌اید. خوب برای اینکه بهتر بفهمی که هنوز مشکل وجود دارد، دور کره را گچ بگیر تا کره‌ای بزرگ‌تر حاصل شود. حالا شعاع کره اولیه و کره پوشانده با گچ قابل اغماض نیست. شما در واقع حجم گچ را محاسبه کنید. اما این حجم برابر چه مساحتی است؟ مثلاً آیا سطح کره برابر سطح کروی داخل قسمت گچی است یا برابر سطح کروی بیرون قسمت گچی؟

خانم ریاضی نکته دیگری را اضافه کرد: «تازه مسئله پیچیده‌تر از این است. شما فرض می‌کنید حجم هر شکلی تخت است، اما این‌طور نیست. مثلاً ما کره‌ای داریم که مرز آن سه‌بعدی و منحنی است.»

دردانه و **مستانه** دهانشان بازمانده بود و نمی‌توانستند سخن بگویند. من جای آن‌ها پرسیدم: «این دیگر چه جور کره‌ای است؟»

خانم ریاضی گفت: «دایره نقطه‌های با فاصله‌های مساوی از مرکز در یک صفحه است و کره نقطه‌های با فاصله‌های مساوی از مرکز در فضا است. می‌توان کره‌ای ساخت که تعریفش نقطه‌هایی با فاصله مساوی از مرکزی در فضای چهاربعدی باشد.»

به **مستانه** و **دردانه** نگاه کردم. هنوز دهانشان باز بود. خودم از **خانم ریاضی** پرسیدم: «کره در فضای چهاربعدی را چطور تصور کنم؟»

خانم ریاضی گفت: «می‌توان یک بعد را زمان گرفت. مثلاً هر دایره را می‌توان با خط‌های موازی پوشاند که حرکت می‌کنند و دایره را در پاره‌خط‌هایی قطع می‌کنند. به جای

بدون ریاضی، بشر درک درستی از جهان هستی نخواهد داشت!

گفت و گو با محدثه
بیجکی، دانش آموز
پایه دوازدهم ریاضی
دبیرستان فرزنانگان بیرجند

● محمد دشتی

این روزها و شاید هم این سال‌ها می‌تواند برای برخی دانش‌آموزان که در آستانه رقابت بزرگ آزمون سراسری دانشگاه‌ها (کنکور) هستند، روزهای خاصی باشد. روزهایی که برخی تمامی امیدهایشان را در افق آن جست‌وجو می‌کنند و برای برخی نیز روزهایی پر از اضطراب و دلهره است که باید آن را از سرگذرانند. اما این روزها برای محدثه ترکیبی از این دو حس است: امید و اضطراب. امیدی که حاضر نیست رهايش کند و اضطرابی که تلاش می‌کند، عنان تصمیم را از دستش نرباید و با مدیریت آن، محکم و بارداره به‌سوی تحقق امیدها و آرزوهایش گام بردارد. او که این روزها بیشتر اوقات را به مطالعه و مرور درس‌ها می‌گذراند و تلاش می‌کند هیچ لحظه‌ای را برای تکمیل آنچه آموخته است، از دست ندهد، قبول می‌کند با مجله‌ای که آن را دوست دارد، گفت‌وگو کند؛ گفت‌وگویی آکنده از شوق و سرزندگی که اینک متن آن پیش روی شماست.

● که در این علاقه‌مندی مؤثر بوده‌اند توضیح دهید.
○ حقیقتاً از زمان دبستان علاقه خاصی به حل مسئله‌های ریاضی و درگیری در مسئله‌ها و چالش‌های ریاضی داشتم. هر چه هم که بزرگ‌تر می‌شدم، به‌خصوص هنگام انتخاب رشته پایه نهم، بیشتر از این نتیجه مطمئن می‌شدم که انتخاب ادامه تحصیل در رشته ریاضی است. از افرادی که مرا به خواندن ریاضی تشویق می‌کردند، می‌توانم به پدر و مادرم اشاره کنم؛ عزیزی که واقعاً ذره‌ای از محبت و تحسین‌هایشان هیچ‌گاه کم نمی‌شد، به علاقه‌های من احترام می‌گذاشتند و همواره در این مسیر تشویق می‌کردند.

● لطفاً خودتان را برای خوانندگان و مخاطبان مجله رشد ریاضی برهان معرفی کنید و بگویید در حال حاضر در چه دوره‌ای و کجا تحصیل می‌کنید؟
○ با سلام و عرض ادب خدمت همه مخاطبان شما. من محدثه بیجکی هستم؛ متولد ۱۲ تیر سال ۱۳۸۶ در بیرجند. اکنون در پایه دوازدهم ریاضی در دبیرستان فرزنانگان بیرجند در حال تحصیل هستم.

● از چه زمانی به موضوع و درس ریاضی علاقه‌مند شدید؟ در خصوص موضوع‌ها و دلایل این علاقه‌مندی و همچنین موقعیت و یا کسانی (پدر، مادر، هم‌کلاسی‌ها، معلمان و ...)

بچه‌ها خواندن کتاب کار را شروع کنند. چون تا قبل از درک و فهم کامل مطالب کتاب درسی، به کتاب کار خیلی نیازی نیست. ولی از سال نهم به بعد و به‌خصوص در دبیرستان حتماً باید دانش‌آموزان از این کتاب‌ها استفاده کنند.

● آیا در دوران تحصیل مجله رشد ریاضی برهان و دیگر مجلات رشد را خوانده‌اید؟ لطفاً نام ببرید و توضیح دهید؟

○ در دوره متوسطه اول این مجله را در دست یکی از دوستانم دیدم و مطالب آن را خواندم و برایم مجله جالبی بود. ضمن اینکه مجله‌های رشد که در زمان‌های قدیم‌تر در دبستان و راهنمایی به ما داده می‌شدند، به‌شدت جذاب بودند و من پیگیر دریافت آن‌ها بودم. به‌ویژه مسئله‌های هوش و محاسبه‌های ریاضی انتها یا اواخر مجله‌ها و همیشه منتظر جلد بعدی آن‌ها برای حل سؤال‌هایشان بودم. همچنین به بخش داستان‌های پندآموز آن علاقه زیادی داشتم.

● می‌گویند ریاضی پرکاربردترین دانش و مادر تمام علوم است. نظر شما چیست و اگر این گفته را قبول دارید، دلالتان چیست؟

○ قطعاً همین‌طور است! زیرا شما در هر علمی و هر شاخه‌ای برای تحصیل بروید به‌طور مستقیم یا غیرمستقیم کاربردهای وسیع ریاضیات را می‌بینید. از محاسبات ساده تا پیچیده چه در درس شیمی در محاسبه مقدار غلظت و درصد خلوص و ... مواد، چه در درس اقتصاد که مربوط به بچه‌های علوم انسانی است که محاسبه‌هایی درباره جمعیت و ... دارند، یا هر درس دیگری. حتی کارهای روزمره ما هم دور از محاسبه‌های ریاضی نیستند. همچنین ما برای خرید چند قلم جنس از مغازه می‌بینیم مغازه‌دار از جمع و تفریق که از پایه‌های اولیه ریاضی است، استفاده می‌کند.

● عده‌ای دیگر ریاضیات را ابزار قدرتمند درک جهان می‌دانند. آیا شما این ایده را قبول دارید؟ دلایل خود را توضیح دهید.

○ بله کاملاً با این نظر موافق هستم، چون ما با محاسبه‌ها، اندازه‌ها، قانون‌ها و اثبات‌ها متوجه خیلی موارد در جهان خلقت و در طبیعت می‌شویم. اگر علم ریاضی وجود نداشت، قطعاً درک درستی هم از جهان هستی به‌وجود نمی‌آمد.

● چه خاطرات خوبی در دوره تحصیلی خود در ارتباط با درس و معلمان ریاضی دارید.

○ خاطره خوبم مربوط به سال اول دبستان بود که معلم عزیزم به‌خاطر حل یک مسئله جمع و تفریق به‌صورت سرعتی، برچسب‌های طرح مورد علاقه‌ام را به‌عنوان هدیه به من داد.

● به‌جز ریاضی به درس دیگری هم به‌صورت خاص علاقه‌مند هستید؟ چرا؟

○ من به درس فیزیک هم علاقه زیادی دارم، چون تا حد زیادی مانند ریاضی است و چالش‌های متفاوتی دارد؛ از جمله قوانین یا شرایط خاص در حل مسئله. به نظر من پیچیدگی فیزیک به نسبت ریاضی بیشتر است و همین باعث علاقه بیشتر من به درس فیزیک شده است.

● به نظر شما جذابیت‌های ریاضی به‌طور کلی، و درس ریاضی به‌طور خاص چیست؟

○ به نظر من ریاضی به‌طور کلی از این نظر که فرد را درگیر چالش می‌کند، خیلی اهمیت دارد. ضمن اینکه مغز فرد نیز درگیر حل مسئله و تحلیل می‌شود و همین موضوع باعث خاص بودن درس ریاضی شده است. درس ریاضی در امور روزمره از مسائل ساده تا پیچیده، حتی در علوم گوناگون، کاربردهای وسیع دارد و بیشتر شبیه تنه درختی است که سایر علوم مانند شاخ و برگ آن هستند. به‌گونه‌ای که شاید بتوان گفت اصل و ریشه برخی اتفاق‌ها و پند و اندرزهایی که گاهی از طرف بزرگ‌ترها به ما داده می‌شوند، در دنیای قوانین و موارد اثبات‌شده ریاضی نهفته است.

● در یادگیری ریاضی چه روشی را دنبال کرده‌اید؟ آیا این روش را به دیگران هم توصیه می‌کنید؟ چرا؟

○ روش من در حل مسئله‌ها بیشتر آشنایی با انواع متفاوت سؤال‌هاست. چون درس ریاضی درسی فهمیدنی است و حل مسئله بهترین روش است که برای من نیز مؤثر بوده است. شاید اول ماجرا فرد کمی خسته شود یا ناامید از حل برخی سؤال‌های سخت، بخواهد کار را رها کند. اما وقتی بیشتر آزمون (تست) بزنند و ایده‌های متفاوت را کامل یاد بگیرد، کم‌کم دستش راه می‌افتد و با سرعت و دقت بیشتری سؤال‌ها را حل می‌کند. من تمرین و تکرار مکرر را واقعاً توصیه می‌کنم، چون تأثیرات آن فوق‌العاده است. ضمن اینکه هم در درک و فهم مطلب و هم به یادماندن آن در حافظه به مدت طولانی مؤثر است.

● آیا به‌جز کتاب درسی کتاب‌های دیگری هم مطالعه می‌کنید؟ از چه زمانی و چه کتاب‌هایی؟ لطفاً توضیح دهید.

○ بله! من از کتاب‌های کار استفاده می‌کنم. و استفاده از کتاب‌های کار را از پنجم ابتدایی شروع کردم. اما توصیه‌ام این است که از اواخر دوره راهنمایی، یعنی همان سال نهم

دارد؟

○ از ریاضی در جاها و مکان‌های متفاوت استفاده کرده‌ام؛ از محاسبه‌های سریع ریاضی گرفته تا فرمول‌های محاسبه تاریخ و ماه و روز هر زمان سال یا فاکتورگیری و اگر فرد ریاضیات، به‌خصوص ریاضیات کاربردی را که در زندگی روزمره استفاده بیشتری دارد، بلد باشد، در زندگی موفق‌تر از دیگران خواهد بود. اگر جامعه‌ای به چنین علمی که پایه و مادر علوم است بی‌اعتنا و بی‌توجه باشد، هرگز موفق نخواهد بود. چون علم ریاضی ضامن پیشرفت افراد به شکل فردی و در کنار هم به شکل جمعی در جامعه محسوب می‌شود.

● **از اندیشمندان، بزرگان و صاحب‌نظران معاصر ریاضی چه کسانی را می‌شناسید و چگونه با آن‌ها آشنا شده‌اید؟**

○ از **خواجه نصیرالدین طوسی** گرفته تا مرحومه **مریم میرزاخانی** عزیز، افراد زیادی را می‌شناسم. بیشتر این افراد توسط پدر به من معرفی شدند و در نتیجه به شناخت این افراد بیشتر علاقه‌مند شدم؛ به‌گونه‌ای که حتی اثبات‌ها و اصل‌هایی را که این افراد کشف کرده‌اند، را هم یاد گرفته‌ام. دانستن اندوخته‌های آن‌ها مرا به وجد و شگفتی می‌آورد و از طرف دیگر علاقه مرا به ریاضیات بیشتر می‌کند.

● نکته پایانی!

○ ریاضی، شیمی، فیزیک، زیست‌شناسی و ... همه جزو علوم مفید هستند. فرقی نمی‌کند که در چه زمینه‌ای دانش داشته باشیم و در آن حوزه توانا باشیم، مهم این است که در هر حوزه و زمینه‌ای قدم برمی‌داریم، همه تلاش خودمان را برای موفقیت کامل در آن عرصه به کار بگیریم. کلید موفقیت در تلاش، کوشش، اراده و همت خودمان نهفته است.

هدیه‌های ارزشمندی که هنوز هم آن‌ها را دارم و به‌شدت خاطره دوست‌داشتنی و به‌یادماندنی برایم بر جای گذاشته است.

● نظرتان در مورد مجله رشد ریاضی برهان چیست؟

○ به نظرم مجله رشد ریاضی برهان جالب و فوق‌العاده گیراست و ضمناً پوشش‌دهنده تمام مطالب و تمام سؤال‌ها و محورهای مورد نظر دانش‌آموزان است.

● به جز کتاب‌های درسی چه کتاب‌هایی مطالعه می‌کنید؟ آیا آن را به دانش‌آموزان دیگر هم توصیه می‌کنید؟ لطفاً دلایل خود را توضیح دهید.

○ کتاب‌های متفاوت با موضوع‌های داستانی و شعر. به نظرم خواندن کتاب‌های متفرقه می‌تواند مفید باشد. البته نه هر کتابی! کتابی که باعث شود حال شما بهتر شود و اطلاعات خوب و به‌دردخور به شما بدهد که اگر آن را در فهرست برنامه‌های روزانه یا هفتگی خود قرار دهید واقعاً مفید خواهد بود.

● **نظر خانواده شما در مورد ریاضی چیست؟ آیا در این زمینه مشوق شما بوده‌اند؟ آیا خودشان هم به ریاضی علاقه‌مند هستند؟ لطفاً توضیح دهید.**

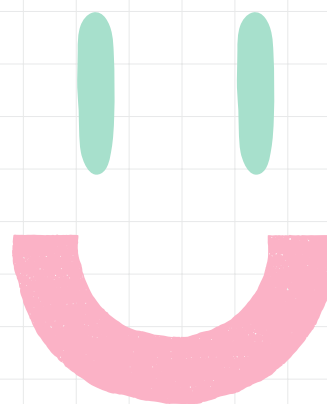
○ پدرم فارغ‌التحصیل ارشد حوزه مهندسی سازه است. خانواده من، به‌خصوص پدرم، علاقه زیادی به ریاضی دارند و همیشه مرا در مسیر یادگیری ریاضی و حل مسئله تشویق می‌کنند. ضمن اینکه خودشان هم در رشته ریاضی تحصیل کرده‌اند.

● **در زندگی شخصی خودتان از ریاضی چه بهره‌ای برده‌اید؟ تصور می‌کنید ریاضی در زندگی شخصی و جامعه چه تأثیری**



خسرو داودی
بیایید کمی فکر کنیم!

من رأی می دهم



کمی فکر کنیم

در کشورهایی که نوع حکومت و حکمرانی را بر اساس رأی مردم طراحی می کنند، مردم در انتخابات شرکت می کنند و با دادن رأی، نظر خود را اعلام و فرد یا حزب مورد نظر خود را انتخاب می کنند. در کشور عزیز ما ایران هم میزان رأی مردم است. انتخاب نمایندگان مجلس خبرگان، نمایندگان مجلس شورای اسلامی، رئیس جمهور و اعضای شورای شهر، با رأی مستقیم مردم انجام می شود. پس از انقلاب اسلامی بیش از ۴۰ انتخابات در ایران برگزار شده و از بابت حضور مردم در برقراری ارکان نظام و دولت، کشور ما یکی از پیشروترین و مردم سالارترین کشورهای منطقه و کل دنیاست.

در خبرهای سال جاری عددی توجه را جلب کرد: «با ۹۶۹ میلیون واجد شرایط رأی دادن، انتخابات سراسری سال ۲۰۲۴ هـ، بزرگترین انتخاباتی است که تاکنون برگزار شده. این انتخابات طی شش هفته برگزار می شود و بزرگترین انتخاباتی است که جهان تا به حال به خود دیده است.»

در این خبر دو عدد جلب توجه می کند: ۹۶۹ میلیون نفر و برگزاری انتخابات در ۶ هفته! به طور حتم شما می دانید، شنیده اید و یا حتی دیده اید که انتخابات در ایران در یک روز برگزار می شود. محاسبه های ریاضی به ما کمک می کنند که درک بهتری از این عددها داشته باشیم.

محاسبه کنیم

تا جایی که من اطلاع دارم و از چند نفر مسئول سؤال کرده ام، در ایران در هر صندوق رأی به طور متوسط ۵۰۰ رأی ریخته می شود. وقتی می گوئیم به طور متوسط، یعنی ممکن است در تعدادی صندوق بیشتر از ۵۰۰ تا (حتی تا ۱۰۰۰ رأی) ریخته شود و در تعدادی صندوق کمتر از ۵۰۰ رأی (برای مثال ۱۰۰ رأی) پس از اتمام رأی گیری وجود داشته باشد.

با همین فرض ۵۰۰ رأی در هر صندوق ببینیم در هندوستان چند تا صندوق رأی وجود دارد: $۹۶۹۰۰۰۰۰ \div ۵۰۰ = ۱۹۳۸۰۰۰$

یعنی در حدود دو میلیون صندوق برای برگزاری انتخابات نیاز دارند. در ایران برای هر صندوق حداقل ۵ نفر عوامل اجرایی نیاز دارند. با همین تصور خواهیم داشت: $۱۹۳۸۰۰۰ \times ۵ = ۹۶۹۰۰۰۰$ نفر





یعنی حدود ۱۰ میلیون نفر عوامل پای صندوق هستند. البته برای جمع‌آوری صندوق‌ها در هر منطقه و سپس شهر و در یک استان نیز عوامل زیادی درگیر خواهند شد و بر فرایند برگزاری مراحل متفاوت انتخابات نظارت خواهند داشت. فرض کنیم برای هر ۱۰ صندوق نیز پنج نفر عوامل اجرایی لازم باشد.

$$۱۹۳۸۰۰۰ \div ۱۰ = ۱۹۳۸۰۰$$

$$۱۹۳۸۰۰ \times ۵ = ۹۶۹۰۰۰ \text{ نفر}$$

در اینجا هم حدود یک میلیون نفر عوامل اجرایی لازم است. پس در مجموع در حدود ۱۱ میلیون نفر درگیر برگزاری خواهند شد. به این ترتیب رساندن صندوق‌ها به مناطق دورافتاده، روستاها و مناطق کم‌جمعیت، با توجه به گستردگی بسیار زیاد کشور هندوستان، فرایند برگزاری در یک روز امکان‌پذیر نیست و باید رأی‌گیری را در شش هفته یا حدود ۴۰ روز برگزار کنند. در این صورت شاید بتواند تعداد صندوق‌ها و تعداد نفرات را کمتر کنند. اگر فرض کنیم در تمام این ۴۰ روز افراد ثابتی برای انتخابات حضور داشته باشند و صندوق‌ها را به مناطق متفاوت ببرند، خواهیم داشت:

$$۱۹۳۸۰۰۰ \div ۴۰ = ۴۸۴۵۰ \text{ تعداد صندوق‌ها}$$

$$۱۱۰۰۰۰۰۰ \div ۴۰ = ۲۷۵۰۰۰ \text{ تعداد نفرات}$$

به عبارت دیگر، حدود ۵۰ هزار صندوق و ۲۷۵ هزار نفر باید ۴۰ روز کار کنند تا بتوانند این انتخابات را برگزار کنند. شما می‌توانید ابعاد دیگر این موضوع را، از جمله چاپ تعرفه‌های رأی‌گیری به تعداد ۹۶۹ میلیون نفر و یا زمان شمارش آرا و نحوه جمع‌آوری آرا برای کل کشور و سایر موارد نیز فکر کنید تا ابعاد بزرگ‌ترین انتخابات دنیا برای شما بیشتر آشکار شود.

بیشتر فکر کنیم

شما می‌توانید همین روش محاسبه را برای انتخابات در ایران دنبال کنید. برای مثال، در آخرین انتخابات که مربوط به انتخابات ریاست محترم جمهور در سال ۱۴۰۳ بوده است، تعداد واجدین شرایط رأی‌دادن ۶۱۴۵۲۳۲۱ نفر بوده است. شما تعداد حدودی صندوق‌ها و نفرات اجرایی درگیر این فرایند را حساب کنید.

در این بررسی‌ها خوب است به دو نکته توجه کنید: اول اینکه وقتی گستردگی کار را متوجه شدید و همچنین حضور نمایندگان عوامل اجرایی (وزارت کشور) و عوامل نظارتی (ناظران منتخب شورای نگهبان) و نمایندگان نامزدها (کاندیدها) و کسانی که امور اجرایی صندوق را انجام می‌دهند، بررسی و تعداد آن‌ها را حساب کردید، به این فکر می‌افتید که در این گستردگی و با این تعداد افراد، آیا امکانی برای تقلب در انتخابات وجود خواهد داشت؟!

نکته دوم این است که انجام کار با این عظمت و گستردگی نشان از اهمیت بالای آن دارد. حضور واجدین شرایط پای صندوق‌های رأی به استحکام نظام و دولت کمک می‌کند و باعث وحدت و یکپارچگی در کشور می‌شود. پس ان شاء الله وقتی شما هم به سن رأی‌دادن رسیدید، با حضور خودتان پای صندوق‌های رأی، نقش خودتان را در پیاده‌شدن نظام مردم‌سالار دینی ایفا کنید؛ به امید آن روز.



فکرکردن خارج از دنیای تراشه‌ها

چندین میلیارد قطعه الکترونیکی بسیار ریز، مانند ترانزیستور و مقاومت، روی سطح کوچکی از جنس سیلیکون (نوعی ماده) قرار داده می‌شوند تا یک «تراشه» ساخته شود. تراشه که به آن ریزتراشه یا «مدار مجتمع» (آی‌سی) نیز گفته می‌شود، می‌تواند محاسبه‌های فراوان و پیچیده‌ای را در زمان بسیار بسیار کمی انجام دهد. تراشه را مانند یک مغز کوچک تصور کنید که به رایانه‌ها، گوشی‌های هوشمند، دستگاه‌های پزشکی، لوازم خانگی (مانند ماشین لباس‌شویی) و ... کمک می‌کند تا فکر و کار کنند. این شگفت‌انگیز است که تراشه‌ها با وجود اندازه‌های کوچکشان چقدر می‌توانند کارآمد باشند! از آنجا که زندگی امروزه ما با تراشه‌ها محصور شده است، لذا کمتر فرصت می‌کنیم خارج از دنیای تراشه‌ها به یادگیری و سرگرمی‌های مورد علاقه خود بپردازیم.



برای آشنایی با چگونگی ساخت تراشه‌ها رمزبینه را پویش کنید.

حل مسئله

ریشه هر پیشرفت یا تحول در فناوری، در واقع به پاسخ‌هایی مربوط می‌شود که به یک مسئله یا مشکل داده شده است. برای مثال، بسیاری از رایانه‌های اولیه برای کمک به رمزگشایی ارتباطات دشمن در جنگ جهانی دوم طراحی و ساخته شدند. «بیت‌کوین» برای سهولت تراکنش‌های دیجیتال و ایجاد رمزارزی که به کشور خاصی وابسته نباشد، اختراع و معرفی شد.



برای یافتن هر راه‌حلی، ابتدا مهم است که یک مشکل یا مسئله را شناسایی کنیم. کلید هر اختراعی، شناسایی مشکلات است. دنیای پیرامون ما مملو از مشکلات و مسئله‌های گوناگونی است که فقط منتظرند کسی راه‌حلی برای آن‌ها پیدا کند. اگر بتوان مشکلی را شناسایی و طبقه‌بندی کرد و مورد بحث قرار داد، آنگاه می‌توان راه‌حلی برای آن یافت. حتی برای پیدا کردن راه‌حل، می‌توان رؤیابرداری کرد و به‌تدریج رؤیا را به واقعیت تبدیل کرد.

ایستم و استیم

«ایستم»^۱ مخفف علوم، فناوری، مهندسی و ریاضیات است. ایستم چارچوبی برای یادگیری است که بر کار گروهی و حل مسئله متمرکز است. «ایستم»^۲ هنر را نیز به این ترکیب اضافه می‌کند و دانش‌آموزان را تشویق می‌کند رویکردی خلاقانه، نوآورانه و زیباشناسانه را در انجام پروژه‌های ایستم به کار بگیرند. هدف از این چارچوب، خلق راه‌حلی برای حل مسائل و مشکلات است که دیدگاه‌ها و ایده‌های متفاوتی را در نظر بگیرند.

فناوری^۳

فناوری پاسخی است که با استفاده از علم و تجربه به نیازها و خواسته‌هایمان می‌دهیم. در فناوری با مفهوم‌های گوناگونی مانند خلاقیت، نوآوری و اختراع سروکار داریم. فناوری همه‌جا هست. درک نقاط قوت و ضعف آن به ما کمک می‌کند شهروندانی مسئولیت‌پذیرتر شویم.

علوم^۴

شاخه‌های گوناگون علوم، اسرار دنیای اطراف ما را آشکار می‌کنند. به ما می‌آموزند که چگونه با برنامه‌ریزی، داده‌های حاصل از مشاهده و آزمایش را گردآوریم و نتایج خود را مبتنی بر تفکر انتقادی ارزیابی کنیم.



تغییر جهان

تغییر جهان ممکن است کاری غیرممکن به نظر برسد، اما تنها چیزی که لازم است یک طرز فکر نوآورانه و خاص است. برای مثال نوآوری در دنیای علوم رایانه، از یک طرف مستلزم نگاه کردن به جزئیات الگوریتم‌ها، منطق رایانه و سخت‌افزار است و از طرف دیگر پاسخ به این پرسش است که چگونه رایانه‌ها می‌توانند جهان را به مکانی بهتر برای زندگی تبدیل کنند. پس از آن فناوری موجود می‌تواند برای پاسخ به این نیازها بهبود یابد و یا حتی تغییر کند.

ایده‌های جدید را امتحان کنید

هر چه با ایده‌های بیشتری سروکار داشته باشید، احتمال اینکه ارتباط تازه‌ای بین دو ایده برقرار کنید بیشتر خواهد شد. این موضوع می‌تواند به فناوری‌های جدید و راه‌حل‌های جدیدی منجر شود. این کار همچنین ذهن شما را باز و رفتارتان را متواضعانه‌تر نگه می‌دارد؛ ویژگی‌هایی که برای یافتن ایده‌های نو ضروری هستند.

سؤال‌های خود را پرسید

دانشمند خوب همواره از خود می‌پرسد: چرا همه چیز باید به روش خاصی کار کند؟ آیا آن‌ها می‌توانند بهتر باشند؟ برای مثال به این فکر کنید که آیا یک بزرگراه می‌تواند کارآمدتر باشد یا اینکه چگونه می‌توان با مشکل آلودگی هوا مقابله کرد. به چالش کشیدن وضعیت موجود اولین گام برای تغییر است.

به دنبال منابع باشید

قبل از اینکه بتوان مسئله یا مشکلی را حل کرد، شناخت و درک آن بسیار مهم است. کتاب‌ها، فیلم‌ها، پادپخش‌ها (پادکست‌ها) و متخصصان در زمینه‌های گوناگون، همگی می‌توانند به ارائه تصویر نسبتاً خوبی از مسائلی که در حال بررسی هستید کمک کنند. خوب است بدانید بهترین پاسخ‌ها غالباً در جزئیات کوچکی یافت می‌شوند که خیلی وقت‌ها ما آن‌ها را به راحتی نادیده می‌گیریم.

نظر دیگران را پرسید

چند فکر بهتر از یک فکر است. افراد در زمینه‌های گوناگون علوم و مهندسی و مسائل مرتبط با علوم اجتماعی می‌توانند دیدگاه‌های متفاوتی داشته باشند. همین امر می‌تواند به فهم بهتر یک مسئله یا مشکل کمک کند. دنیا مکانی بزرگ و بسیار پیچیده است. دور از انتظار است که یک فرد یا گروه معدودی از افراد پاسخ همه چیز را در اختیار داشته باشند.

«آموزش قوی‌ترین سلاحی است که با آن می‌توان جهان را تغییر داد.» نلسون ماندلا (۱۹۱۸-۲۰۱۳)



مهندسی

مهندسی شاخه‌ای از علوم کاربردی است که همه آنچه لازم است را در مورد ساخت و طراحی چیزهای متفاوت مانند اندام مصنوعی، رایانه و آسمان خراش در بر می‌گیرد. در مهندسی از اصول علمی در طراحی، ساخت و توسعه محصولات گوناگون استفاده می‌شود.

هنر

هنر به ما کمک می‌کند، برای مسائل گوناگون راه‌حل‌هایی نوآورانه و مبتنی بر روش‌های غیرخطی پیدا کنیم. این راه حل‌ها می‌توانند خلاقانه، سرگرم‌کننده، چالش برانگیز و در برگیرنده رویکردی زیباشناسانه باشند.

ریاضیات

ریاضیات در خصوص کشف الگوها در دنیای پیرامون، به ما کمک زیادی کرده است. امروز ریاضیات به ابزاری کلیدی در زمینه‌هایی مانند مالی، پزشکی، تجارت و البته شاخه‌های گوناگون علوم تبدیل شده است.

پی‌نوشت‌ها

1. STEM
2. STEAM
3. Science
4. Technology
5. Engineering
6. Art
7. Mathematics

عباس قلعه پورا قدم

اندیشه ریاضی

سلام عزیزان. امیدوارم که آزمون‌های نوبت اول را با موفقیت گذرانده باشید. در قسمت نخست، چهار مسئله از کتاب «اندیشه ریاضی» را تقدیمتان کردیم، برای سه تا از آن‌ها راه حل آوردیم و حل مسئله چهارم را برای قسمت دوم نگاه داشتیم تا شما نیز شانس خودتان را آزمایش کرده باشید. در این قسمت، پس از حل این مسئله، پنج مسئله دیگر، با راه حل و یک مسئله را نیز بدون حل ارائه خواهیم کرد.

مسئله ۴. مجموع همه رقم‌های عددهای طبیعی از ۱ تا ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ (یک میلیارد) را پیدا کنید.

حل: باید مجموع رقم‌های عددهای زیر را پیدا کنیم:

۱، ۲، ۳، ۴، ...، ۹۹۹۹۹۹۹۸، ۹۹۹۹۹۹۹۹، ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰

عددها را به ترتیب زیر در گروه‌های دو تایی قرار می‌دهیم:

۹۹۹۹۹۹۹۹، ۰

۹۹۹۹۹۹۹۸، ۱

۹۹۹۹۹۹۹۷، ۲

۹۹۹۹۹۹۹۶، ۳

.....

.....

.....

۵۰۰۰۰۰۰۰۲، ۴۹۹۹۹۹۹۹۷

۵۰۰۰۰۰۰۰۱، ۴۹۹۹۹۹۹۹۸

۵۰۰۰۰۰۰۰۰، ۴۹۹۹۹۹۹۹۹

نیم میلیارد جفت به دست می‌آید که مجموع رقم‌ها در هر یک از آن‌ها مساوی ۸۱ است. آخرین عدد یعنی ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ زوجی ندارد و مجموع رقم‌های آن برابر یک است. بنابراین مجموع رقم‌های عددهای مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(۵۰۰۰۰۰۰۰۰ \times ۸۱) + ۱ = ۴۰۵۰۰۰۰۰۰۱$$

مسئله ۵. گرگ، بز و کلم

این یک مسئله قدیمی است که حتی در نوشته‌های مربوط به قرن هشتم میلادی نیز دیده شده است.

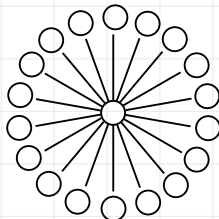
مردی می‌خواست گرگ، بز و کلم را با قایقی از رودخانه بگذراند. در قایق می‌شد یک آدم و همراه او یا گرگ، یا بز و یا کلم را جا داد. ولی اگر گرگ و بز، تنها و بدون آدم باقی می‌ماندند، گرگ بز را می‌خورد، و اگر بز و کلم با هم تنها می‌شدند، بز کلم را می‌خورد. ولی در حضور مرد، کسی به کسی کاری نداشت. با وجود همه این‌ها مرد توانست همه اموال خود را به طرف دیگر رودخانه به سلامت برساند. شما فکر می‌کنید او به چه ترتیب عمل کرده است؟

مسئله ۶. قطاری بدون توقف از تهران به طرف مشهد، با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند. قطار دیگری هم بدون توقف، با سرعت ۴۰ کیلومتر در ساعت از مشهد به طرف تهران حرکت می‌کند. زمانی که این دو قطار یک ساعت به زمان ملاقاتشان مانده است (یک ساعت قبل از آنکه دو قطار به هم برسند)، چقدر از هم فاصله دارند؟

مسئله ۷. الف) صفحه دایره‌ای ساعت را، با دو خط راست، به سه قسمت چنان تقسیم کنید که جمع عددهای هر یک از این قسمت‌ها برابر با جمع عددهای قسمت‌های دیگر باشد.

ب) آیا می‌توان صفحه دایره‌ای ساعت را به شش قسمت تقسیم کرد، طوری که در هر قسمت دو عدد قرار گرفته باشد و ضمناً مجموع این دو عدد، برای همه قسمت‌ها یکی باشد؟

مسئله ۸. در ۱۹ دایره‌ای که در شکل ۱ دیده می‌شوند، باید همه عددهای از ۱ تا ۱۹ را قرار دهیم؛ به نحوی که مجموع عددها در هر سه دایره‌ای که روی یک خط راست واقع است، مساوی ۳۰ شود.



شکل ۱

مسئله ۹. اگر به صورت و مخرج کسر $\frac{1}{3}$ ، مخرج آن را اضافه کنیم، کسر مفروض دو برابر می‌شود. کسری پیدا کنید که اگر مخرج آن را به صورت و مخرجش اضافه کنیم، کسر مفروض الف) سه برابر و ب) چهار برابر شود. (با اندکی استفاده از دانسته‌های مربوط به عبارت‌های جبری، می‌توانید این مسئله را در حالت کلی حل کنید).

مسئله ۱۰. خواب مسافر

وقتی که نیمی از راه طی شده بود، مسافر به خواب رفت. وقتی که بیدار شد، به اندازه نیمی از مقدار راهی که در خواب بود، باقی مانده بود. مسافر چه قسمتی از تمام راه را خوابیده بود؟

مسئله ۱۱. هر کدام چند سال دارند؟

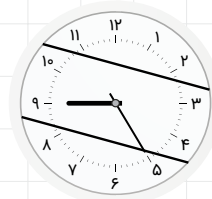
با جابه‌جا کردن رقم‌های سن A، سن B به دست می‌آید. اختلاف سن A و B، مساوی دو برابر سن C است، ولی B درست ۱۰ برابر C سن دارد. سن هر کدام را پیدا کنید.

راه حل ها

◀ **حل مسئله ۵.** گرگ کلم را نمی خورد، بنابراین ابتدا مرد بز را به طرف دیگر رودخانه می برد، زیرا گرگ و کلم را می تواند تنها بگذارد. وقتی که بز را در طرف دیگر رودخانه گذاشت، با قایق برمی گردد، کلم را در قایق می گذارد و دوباره به طرف دیگر رودخانه می رود. کلم را در ساحل دیگر می گذارد، بز را سوار بر قایق می کند و به ساحل اول برمی گردد. بز را در ساحل اول می گذارد، گرگ را سوار قایق می کند و در طرف دیگر پهلوی کلم می گذارد و خودش با قایق برمی گردد. به این ترتیب، گرگ و کلم در طرف دیگر ساحل رودخانه، مشکلی به وجود نمی آورند. مرد از ساحل اول، بز را برمی دارد و با خود به ساحل دیگر می برد و به این ترتیب، همه دارایی اش را به سلامت به طرف دیگر رودخانه می رساند.

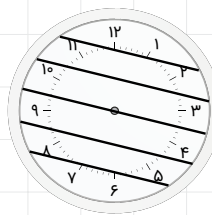
◀ **حل مسئله ۶.** یک ساعت به زمان به هم رسیدن دو قطار باقی مانده است. ظرف یک ساعت قطار شماره یک (تهران- مشهد) ۶۰ کیلومتر و قطار شماره دو (مشهد- تهران) ۴۰ کیلومتر طی می کنند. پس ۱۰۰ کیلومتر (۶۰+۴۰) از هم فاصله دارند.

◀ **حل مسئله ۷.** الف) مجموع همه عددهای روی صفحه ساعت (۱۲+۱۱+۱۰+۹+۸+۷+۶+۵+۴+۳+۲+۱) مساوی ۷۸ است، یعنی مجموع عددهای هر قسمت باید مساوی ۷۸÷۳، یعنی ۲۶ باشد. بدین ترتیب راه حلی که در شکل ۲ دیده می شود، به دست می آید.



شکل ۲

ب) مجموع عددها در هر یک از این شش قسمت، باید مساوی ۷۸÷۶ باشد. یعنی ۱۳ باشد. شکل ۳ راه تقسیم را نشان می دهد.

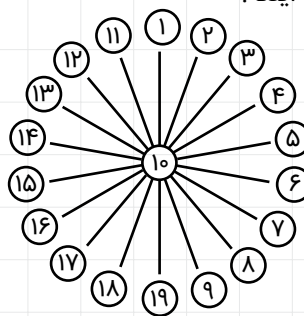


شکل ۳

◀ **حل مسئله ۸:** با توجه به اینکه:

$$۱۷+۳=۲۰, ۱۸+۲=۲۰, ۱۹+۱=۲۰$$

و... هر کدام از این زوج عددها را در دو دایره مقابل هم، و عدد ۱۰ را در دایره مرکزی قرار می دهیم. حل کامل مسئله در شکل ۴ دیده می شود.



شکل ۴

◀ **حل مسئله ۹.** اگر به صورت و مخرج کسر $\frac{1}{3}$ ، مخرج آن را اضافه کنیم، این کسر دو برابر می شود:

$$\frac{1+3}{3+3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$$

حال می خواهیم کسری پیدا کنیم که با انجام همین کار، سه برابر شود. کسر مجهول را $\frac{a}{b}$ در نظر می گیریم. باید داشته باشیم:

$$\frac{a+b}{b+b} = \frac{a+b}{2b} = \frac{3a}{b}$$

از برابری اخیر نتیجه می شود: $b(a+b) = 6ab$. چون $b \neq 0$ ، پس خواهیم داشت: $a+b = 6a$ یا $b = 5a$. یعنی: $\frac{a}{b} = \frac{1}{5}$ کسر $\frac{1}{5}$ و هر کسر معادل $\frac{1}{5}$ این خاصیت را دارد که با اضافه کردن مخرج به صورت و مخرجش سه برابر می شود. برای قسمت ب نیز به طور مشابه عمل می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2b} = \frac{Fa}{b} &\Rightarrow b(a+b) = 8ab \\ \xrightarrow{b \neq 0} a+b &= 8a \\ \Rightarrow b &= 7a \\ \Rightarrow \frac{a}{b} &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

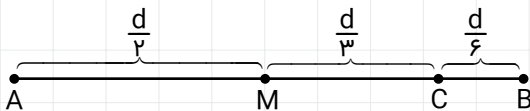
در حالت کلی، برای یافتن کسری که با اضافه کردن مخرجش به صورت و مخرج، n برابر می شود، اعمال جبری زیر را دنبال می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2b} = \frac{na}{b} &\Rightarrow b(a+b) = 2nab \\ \xrightarrow{b \neq 0} a+b &= 2na \\ \Rightarrow b &= (2n-1)a \\ \Rightarrow \frac{a}{b} &= \frac{1}{2n-1} \end{aligned}$$

یعنی به ازای هر n ، هر کسری به شکل $\frac{1}{2n-1}$ پاسخ مسئله است.

◀ **حل مسئله ۱۰.** اگر در شکل ۵، $AB=d$ را کل مسیر حرکت مسافر و M را وسط AB و MC را قسمتی از مسیر که مسافر در خواب بوده است در نظر بگیریم، چون: $MC=2CB$ ، پس: $MB=3CB$ ، یعنی: $\frac{d}{3}=3CB$ ، پس: $CB=\frac{d}{6}$. لذا: $MC=2 \times \frac{d}{6}$ ، یا: $MC=\frac{d}{3}$. یعنی مسافر یک سوم از مسیر را در خواب بوده است.

شکل ۵



حل مسئله ۱۱ را به عنوان تمرین به شما عزیزان واگذار می کنیم تا سعی خود را بکنید. در شماره بعدی مجله راه حل خود را با راه حلی که ما خواهیم آورد مقایسه کنید.



مفهوم ریاضی تورم

● ژما جواهری پور

$$\text{نرخ تورم} = \frac{\text{قیمت قدیم} - \text{قیمت جدید}}{\text{قیمت قدیم}} \times 100$$

$$\text{نرخ تورم} = \frac{25000 - 20000}{20000} \times 100$$

$$= 100 \times \frac{5000}{20000}$$

یعنی نرخ تورم ۲۵ درصد بوده است. به این معنا که قیمت کتاب ۲۵ درصد بیشتر شده است.

آشنایی با مفهوم تورم در اقتصاد بسیار مهم است، زیرا تأثیر زیادی بر زندگی روزمره افراد، تصمیمات اقتصادی، و سلامت کلی اقتصاد دارد. در اینجا چند دلیل برای اهمیت آشنایی با تورم آورده شده است:

مدیریت منابع مالی شخصی: اگر افراد از تورم آگاه باشند، می‌توانند بهتر برنامه‌ریزی مالی کنند، پس‌انداز بیشتری داشته باشند، و تصمیمات بهتری در مورد هزینه‌ها و سرمایه‌گذاری‌ها بگیرند.

تأثیر بر قدرت خرید: تورم باعث می‌شود که با همان مقدار پول، کالاها و خدمات

این نشان می‌دهد که پول شما دیگر همان مقدار خرید را نمی‌کند و قدرت خرید شما کاهش یافته است.

تورم یعنی وقتی که قیمت کالاها و خدمات در طول زمان بالا می‌رود. به عبارت دیگر، پول شما کم‌کم قدرت خرید کمتری پیدا می‌کند. برای مثال، اگر امروز با ۱۰ هزار تومان می‌توانید پنج عدد شکلات بخرید، ممکن است فردا با همین مقدار پول فقط چهار عدد شکلات به شما بدهند. تورم باعث می‌شود که برای خرید چیزهایی که می‌خواهید، به پول بیشتری نیاز داشته باشید.

به این مثال ریاضی توجه کنید: فرض کنید قیمت یک کتاب در یک فروشگاه ۲۰ هزار تومان است. یک سال بعد، قیمت همان کتاب به ۲۵ هزار تومان افزایش می‌یابد.

برای محاسبه نرخ تورم می‌توانیم از فرمول ستون بعد استفاده کنیم:

● اگر شما ۱۰ هزار تومان پول داشته باشید، چه چیزهایی می‌توانید بخرید؟

● اگر قیمت یک نان از پنج هزار تومان به هفت هزار تومان برسد، شما برای خرید همان نان چه مقدار پول بیشتری نیاز دارید؟

● اگر همه چیز گران‌تر شود، چه اتفاقی برای قدرت خرید شما می‌افتد؟

● اگر شما بخواهید پس‌انداز کنید و قیمت‌ها بالا برود، آیا پول شما همان قدر ارزش خواهد داشت؟ چرا؟

فرض کنید شما هر ماه ۱۰ هزار تومان برای خرید یک جعبه شکلات صرف می‌کنید. یک سال بعد، شما همان شکلات را می‌خواهید بخرید، اما حالا قیمت آن به ۱۲ هزار تومان رسیده است. شما برای خرید همان جعبه شکلات باید ۲ هزار تومان بیشتر بپردازید.

در این مثال، افزایش قیمت شکلات نشان‌دهنده تورم است. یعنی در طول یک سال، قیمت کالاها بالا رفته و شما برای خرید همان کالا باید پول بیشتری بدهید.



نتیجه

با وجود تورم، پس‌انداز شما فقط به ۱۲۰ میلیون تومان می‌رسد، اما قیمت خودرو به حدود ۲۴۱ میلیون تومان افزایش یافته است. بنابراین، شما دیگر نمی‌توانید با پس‌انداز فعلی خودروی مورد نظرتان را بخرید؛ مگر اینکه درآمد و پس‌انداز خود را افزایش دهید یا گزینه دیگری پیدا کنید.

این مثال نشان می‌دهد که تورم چگونه بر قدرت خرید و مدیریت منابع مالی شخصی تأثیر می‌گذارد. مثال‌هایی از این دست نشان می‌دهند آشنایی با مفهوم تورم و دانش ریاضی محاسبه آن برای برنامه‌ریزی مالی بسیار اهمیت دارد. برای اینکه بتوانید در آینده سرمایه‌گذاری درستی در کسب و کار خود انجام دهید، به محاسبه‌های ریاضی تورم توجه داشته باشید و دانش خود را در این زمینه افزایش دهید.

درآمد دارید و هر ماه دو میلیون تومان پس‌انداز می‌کنید. هدف شما این است که بعد از پنج سال با این پس‌انداز مبلغ کافی برای خرید یک خودرو به قیمت ۱۲۰ میلیون تومان داشته باشید.

اما اگر نرخ تورم سالانه ۱۵ درصد باشد، قیمت خودرو بعد از پنج سال چقدر می‌شود؟

محاسبه قیمت خودرو بعد از پنج سال با تورم

فرمول محاسبه قیمت نهایی با تورم:

= قیمت جدید

$(1 + \text{نرخ تورم}) \times \text{تعداد سال} \times \text{قیمت اولیه}$

$(1 + 15\%) \times 5 \times 120,000,000 = \text{قیمت جدید}$

$(2.011357) \times 120,000,000 = \text{قیمت جدید}$

تومان ۲۴۱,۳۶۲,۸۴۰ = قیمت جدید

پس‌انداز شما ظرف پنج سال:

$120,000,000 \times 12 = ۲,۰۰۰,۰۰۰$

تومان ۱۲۰,۰۰۰,۰۰۰ =

کمتری خریداری کنید. افراد با درک این مفهوم می‌توانند تغییرات در بازار را بهتر پیش‌بینی کنند و برای افزایش هزینه‌ها آماده شوند.

اثر بر پس‌انداز و سرمایه‌گذاری: تورم

باعث کاهش ارزش پول در طول زمان می‌شود. اگر فردی از تورم آگاه باشد، ممکن است تصمیم بگیرد پول خود را در سرمایه‌گذاری‌هایی مثل سهام یا اوراق قرضه قرار دهد تا ارزش آن کاهش نیابد.

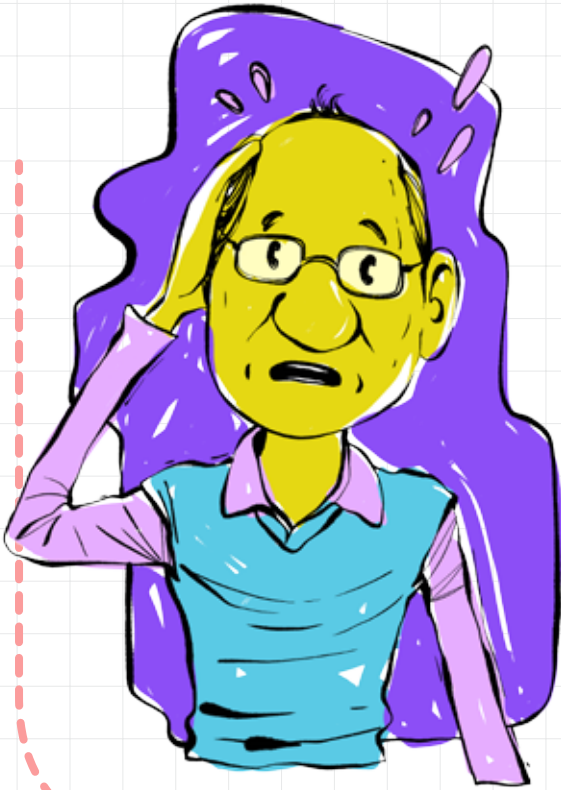
تصمیم‌های کسب‌وکار: کسب‌وکارها

برای تعیین قیمت‌ها، دستمزدها و برنامه‌ریزی‌های تولیدی خود باید تورم را در نظر بگیرند. آگاهی از تورم به آن‌ها کمک می‌کند بهتر تصمیم بگیرند و از ضررهای احتمالی جلوگیری کنند. فرض کنید ماهانه ۱۰ میلیون تومان

حبیب یوسفزاده

معلمِ خوب من

معلمِ زوددرس



دکتر رحیم خیراللهزاده، دبیر پیشکسوت ریاضی، سال ۱۳۴۵ در محله سیزده آبان شهر ری متولد شد. در دوره دبیرستان محبوبیت خاصی بین هم‌کلاسی‌ها داشت؛ چون بیشتر تمرین‌ها را خودش به تنهایی حل می‌کرد و نمی‌گذاشت به دوستان بد بگذرد! او می‌گوید: «در دبیرستان شهید مدرس شهر ری حل تمرین‌های سه درس ریاضیات جدید، جبر و آنالیز و هندسه تحلیلی در کلاس به عهده من بود. معلم مهربان و زحمتکش ریاضیات جدید و هندسه تحلیلی ما آقای حمیدی که شیرازی بود، همیشه مرا با نام کوچک صدا می‌زد و می‌گفت: «رحیم برو پای تخته، کار خودته!»

آن موقع بیشتر دانش‌آموزان از حل المسائل استفاده می‌کردند، ولی من به علت علاقه زیاد به ریاضیات ساعت‌ها در منزل روی حل مسئله‌ها فکر می‌کردم و راه‌حل‌های جالبی می‌یافتم. یکی از دلایل تصمیم من به انتخاب شغل گران‌قدر معلمی هم تشویق‌های معلم‌هایی همچون آقای حمیدی و هم‌کلاسی‌هایم بود. سال ۱۳۶۳ در سال چهارم ریاضی شاگرد اول کلاس شدم و همان سال در آزمون سراسری دانشگاه‌ها شرکت کردم و با رتبه ۲۵ در رشته مهندسی مکانیک حرارت و سیالات دانشگاه امیرکبیر پذیرفته شدم. در سال ۱۳۶۴، هم‌زمان با تحصیل در دانشگاه، در دبیرستان شهید مدرس - که چهار سال در آن درس خوانده بودم - به تدریس مشغول شدم. هر پنجشنبه صبح، برای دانش‌آموزان کلاس‌های حل تمرین رایگان تشکیل می‌دادم و درصد قبولی‌های امتحانات نهایی کلاس‌های من چشمگیر بود. دانش‌آموزان بسیاری در طول ۳۵ سال تدریس داشته‌ام؛ از جمله دکتر علیرضا دبیر (رئیس فدراسیون کشتی) که بچه محل ما بود. از دیگر دانش‌آموزانی هم که هنوز با من در ارتباط هستند، مهندس حسین نامی، سردبیر همین مجله است که از دانش‌آموزان بسیار علاقه‌مند و کوشای کلاس بودند.

امید امینی، برنده مدال المپیاد جهانی سال ۱۳۷۷، دکتر بهزاد نجفی، استاد ریاضی دانشگاه امیرکبیر، مهندس جلیل ندایی‌پور، دکتر مسعود عبدالرحیمی، دکتر مهران نقی‌زاده، دکتر مهدی علی‌نقی‌زاده و بسیاری دیگر از دانش‌آموزان دیروز من، امروز مایه افتخارم هستند. گاهی هم این اواخر، برخی دانش‌آموزان به من می‌گفتند: آقا شما معلم بابای من هم بوده‌اید! این‌جور موقع‌ها به این فکر می‌کردم که زمان چه سریع گذشته و چقدر زود، دیر شده است.

در سال ۱۳۷۶، هم‌زمان در آموزش و پرورش استخدام شدم و در سال ۱۳۹۳ (در سن ۴۸ سالگی) بار دیگر در آزمون سراسری کارشناسی ارشد شرکت کردم و در دانشگاه شهید رجایی تهران در رشته آموزش ریاضی پذیرفته شدم. بعدها نیز به دلیل فعالیت‌ها و سوابقی که داشتم، مدرک دکترا به من تعلق گرفت. اکنون در ادامه چند خاطره از ایشان را می‌خوانید.

جواب‌های چپکی!

روزی یکی از سؤال‌های امتحانی را این‌طور طرح کرده بودم: مکان هندسی را تعریف کنید.

دانش‌آموزی جواب داده بود: «مکان هندسی جایی است که هندسه‌دان‌های بزرگ در آنجا گرد هم می‌آیند!» یک بار هم که فیزیک و مکانیک سال چهارم دبیرستان تدریس می‌کردم، سؤال کرده بودم: ناظر لخت را - که یک مفهوم فیزیکی است - تعریف کنید.

دانش‌آموز جواب داده بود: «ناظر لخت کسی است که لباس بر تن ندارد!»

و در سؤال دیگری در مورد «گشتاور ماند» نوشته بودم: فردی در مرکز یک دیسک گردان ایستاده و دست‌هایش را به طرفین باز کرده است. توضیح دهید در این حالت چه اتفاقی می‌افتد؟

دانش‌آموز جواب داده بود: «سرش گیج می‌رود و زمین می‌خورد!»



معلم خیلی جوان!

وقتی معلم شدم، هنوز اختلاف سنی چندانی با دانش آموزان نداشتم. روز اول مهر، سرایدار مدرسه جلویم را گرفت و گفت:

«چرا دیر آمده‌ای؟!»

گفتم: «جناب من دبیر این مدرسه هستم!»

گفت: «خالی‌بندی هم که می‌کنی!»

گفتم: «اگر باور نمی‌کنید، معاون مدرسه را صدا کنید.»

با شک و تردید معاون را صدا زد و بالاخره توانستم جواز حضور در کلاس را بگیرم.

یک روز هم تازه می‌خواستم درس را شروع کنم که معلم مسن‌تری به نام آقای **رسولی** - که گویا کلاس را اشتباهی آمده بود- وارد شد و با اخم به من گفت: «آقا پسر برو بنشین سر جایت، می‌خواهم درس را شروع کنم!»

گفتم: «آقا من هم مثل شما دبیر مدرسه‌ام.»

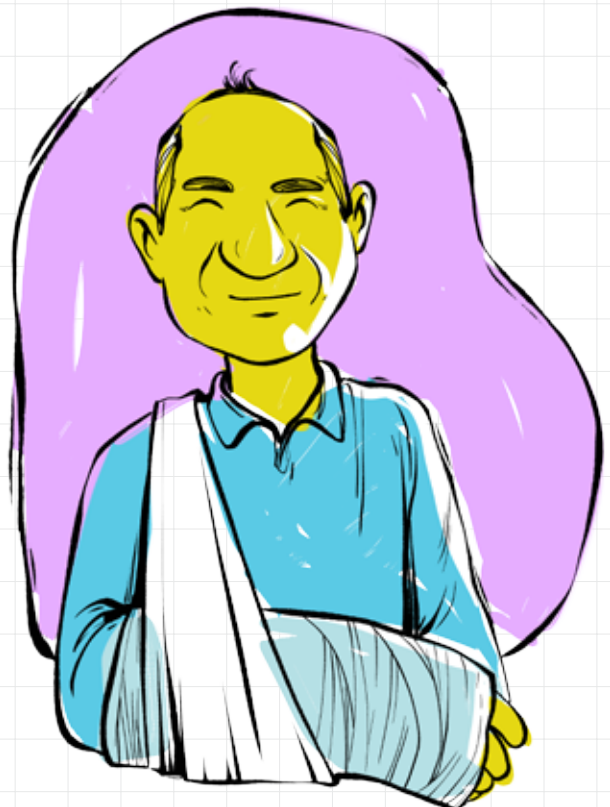
از طرز نگاه ایشان و سرخ و سفید شدن من، صدای شلیک خنده در کلاس پیچید و تا چند روز پیچیده بچه‌ها و معلم‌ها شده بودم. گاهی هم چهره‌های آشنایی در کلاس‌هایم می‌دیدم و متوجه می‌شدم در دوره ابتدایی یا دوره اول متوسطه (راهنمایی) هم کلاس بوده‌ایم، اما متأسفانه یکی دو سال مردود شده بودند و حالا من معلمشان بودم.

روزهای شلوغ ملاقات

یکی از سال‌هایی که در چند مدرسه درس می‌دادم، موقع ورزش لیز خوردم و آرنج دست چپم بدجوری شکست. دو برادرم مرا به بیمارستان بردند و کار به جراحی و گذاشتن پلاتین کشید. حدود یک هفته در بیمارستان بستری بودم و درد زیادی را تحمل می‌کردم. اما تنها چیزی که باعث می‌شد درد از یادم برود، عیادت گروهی دانش آموزانم بود.

دانش آموزان مدرسه‌هایی که در آن‌ها تدریس می‌کردم، به سرپرستی مدیران یا معاونان آن مدرسه‌ها گروه‌گروه می‌آمدند و من روی تخت بیمارستان حس پادشاهی را داشتم که بر تخت سلطنت نشسته است. از دیدن شادی و خنده بچه‌ها ذوق می‌کردم و ته دلم خیلی خوش‌به‌حالم می‌شد.

گاهی هم روی گچ دستم چیزهایی به یادگاری می‌نوشتند و امضا می‌کردند. ازدحام دانش آموزان در راهروهای بیمارستان، پزشکان و پرستارها را حسابی متعجب و کمی هم کلافه کرده بود. طوری که گاهی می‌پرسیدند: «شما واقعاً کی هستید؟!» با غرور خاصی جواب می‌دادم: «من معلم هستم!»



تبدیل واحد

سیمین اکبری زاده

طول و جدول تبدیل واحدهای آن

طول عبارت است از فاصله بین ۲ نقطه یا مسافتی که جسم طی می‌کند. واحدهای متداول آن از بزرگ به کوچک عبارت‌اند از:

میلی‌متر، سانتی‌متر، دسی‌متر، متر، کی، کیلومتر

حالا اصل ماجرا: چگونه تبدیل واحدهای طول را انجام دهیم؟

می‌دانیم ۱ کیلومتر ۱۰۰۰ متر است، پس ۴ کیلومتر ۴۰۰۰ متر ($4 \times 1000 = 4000$) است. یعنی برای تبدیل کیلومتر به واحد کوچک‌تر متر، باید عدد را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم. این موضوع را در بالای نمودار تبدیل واحد و به شکل

رسم می‌کنیم. و برعکس می‌دانیم ۱ متر $\frac{1}{1000}$ کیلومتر است، پس ۴۰۰۰ متر معادل ۴ کیلومتر ($4000 \times \frac{1}{1000} = 4$) است. یعنی برای تبدیل متر

به واحد بزرگ‌تر کیلومتر، باید عدد را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم. به تعبیر دیگر، با توجه به اینکه: با شرط $a:b = a \times \frac{1}{b}$ $b \neq 0$

باید عدد را در $\frac{1}{1000}$ ضرب کرد. $\frac{1}{1000}$ را ضریب تبدیل متر به کیلومتر می‌نامیم و این موضوع را زیر نمودار به شکل () $\frac{1}{1000}$ رسم می‌کنیم. هر دو نمودار

بالا را در نمودار () $\frac{1}{1000}$ خلاصه می‌کنیم و با توجه به تساوی‌های زیر جدول ۲ را رسم می‌کنیم:

میلی‌متر ۱ = ۱۰ سانتی‌متر، سانتی‌متر ۱ = ۱۰ دسی‌متر، دسی‌متر ۱ = ۱۰ متر، متر ۱ = ۱۰۰۰ کیلومتر. و برعکس

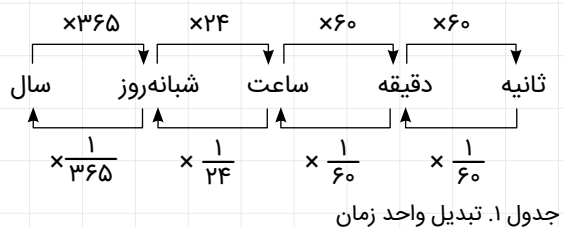
سانتی‌متر ۱ = $\frac{1}{10}$ میلی‌متر، دسی‌متر ۱ = $\frac{1}{10}$ سانتی‌متر، متر ۱ = $\frac{1}{1000}$ کیلومتر. و برعکس

متر ۱ = $\frac{1}{1000}$ کیلومتر، کیلومتر ۱ = ۱۰۰۰ متر. و برعکس

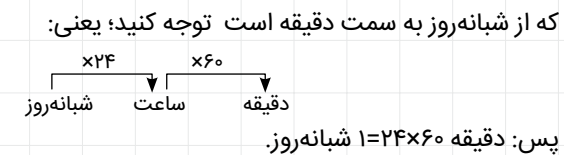
زمان و جدول تبدیل واحد آن

زمان را با ساعت یا زمان سنج اندازه‌گیری می‌کنند. واحدهای متداول آن در زندگی از بزرگ به کوچک عبارت‌اند از: ثانیه، دقیقه، ساعت، شبانه‌روز و سال.

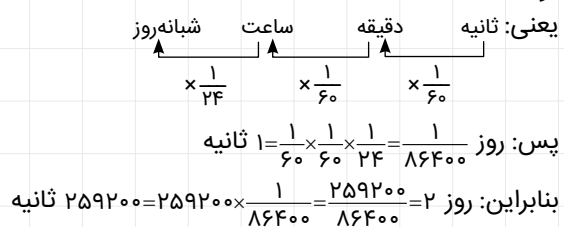
با توجه به اینکه: ثانیه ۱ = ۶۰ دقیقه، دقیقه ۱ = ۶۰ ساعت، ساعت ۱ = ۲۴ روز و ۳۶۵ روز = ۱ سال، و علاوه بر این مثلاً دقیقه $\frac{1}{60} = ۱$ ثانیه و ...، این تساوی‌ها را در جدول ۱ خلاصه می‌کنیم:



توجه: همه سال‌ها ۳۶۵ روز هستند به جز سال‌های کبیسه که ۳۶۶ روز هستند. مثلاً سال ۱۴۰۳ کبیسه است و ۳۶۶ روز. **مثال ۱.** دو شبانه‌روز چند دقیقه است؟ به بخشی از نمودار که از شبانه‌روز به سمت دقیقه است توجه کنید؛ یعنی:



مثال ۲. ۲۵۹۲۰۰ ثانیه چند شبانه‌روز است؟ به بخشی از نمودار که از ثانیه به سمت واحد بزرگ‌تر شبانه‌روز است، توجه کنید:



بود و باید عدد مورد نظر را در این حاصل ضرب، ضرب کرد.
مثال ۳. بینیم $۵۳/۵۸$ دسی متر چند سانتی متر است
() $\times 10$ سانتی متر دسی متر
۱۰ ضرب می کنیم؛ پس:

سانتی متر $۵۳/۵۸ \times ۱۰ = ۵۳۵/۸$ دسی متر
برای جواب، ممیز را یک رقم جلو می بریم و پاسخ $۵۳۵/۸$ سانتی متر است.

مثال ۴. بینیم $۲/۸$ میلی متر چند سانتی متر است
() $\times \frac{1}{10}$ میلی متر سانتی متر

است و ضرب تبدیل کسری با صورت ۱، یعنی $\frac{1}{10}$ است؛
پس: سانتی متر $۲/۸ \times \frac{1}{10} = ۰/۰۲۸$ میلی متر. برای جواب،
ممیز را یک رقم عقب می بریم و حاصل $۰/۲۸$ است.

مثال ۵. بینیم $۰/۳۲$ میلی متر چند دسی متر است. به
بخشی از نمودار که از میلی متر به سمت دسی متر است
توجه می کنیم. اول اینکه چون دسی متر بزرگتر است،
این بخش زیر قرار دارد و ضرب تبدیل آن کسری به
صورت یک است. دوم اینکه با توجه به این بخش، یعنی
میلی متر سانتی متر دسی متر

به دسی متر $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ است. به عبارت دیگر داریم:

۱ میلی متر = $\frac{1}{100}$ دسی متر و برای یافتن جواب، عدد $۰/۳۲$
را در $\frac{1}{100}$ ضرب (و یا بر ۱۰۰ تقسیم) می کنیم. اگر ممیز
 $۰/۳۲$ را دو رقم عقب ببریم حاصل $۰/۰۰۳۲$ می شود. پس
پاسخ $۰/۰۰۳۲$ دسی متر است.

مثال ۶. بینیم ۲۵۰۰ کیلومتر چند سانتی متر است.
به بخشی از نمودار که از کیلومتر به سمت سانتی متر
است، توجه می کنیم. اول اینکه قرار است به واحد
کوچکتر تبدیل کنیم. دوم اینکه با توجه به این بخش:

سانتی متر دسی متر متر کیلومتر داریم:
سانتی متر $۲۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۲۵۰۰۰۰۰$ سانتی متر
سانتی متر $۲۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۲۵۰۰۰۰۰۰۰$ سانتی متر
سانتی متر $۲۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۲۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰$ سانتی متر

جدول ۲. جدول پلکانی تبدیل واحد طول از بزرگ به کوچک

$\times 1000$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$
کیلومتر	متر	دسی متر	سانتی متر
$\times \frac{1}{1000}$	$\times \frac{1}{10}$	$\times \frac{1}{10}$	$\times \frac{1}{10}$

سخنی با دانش آموزان کنجکاو

منظورم از کنجکاو دانش آموزی است که با دیدن علامت
سؤال در جدول بالا، در ذهنش علامت سؤال ایجاد شد.
این دو علامت ۲ مهمان غریبه هستند و به جرم اینکه
در این مقطع کاربردی برایمان ندارند فعلاً پذیرای آن ها
نیستیم و با حضورشان جدول را شلوغ نمی کنیم.

سخنی با خواننده مقاله در رابطه با چگونگی رسم جدول تبدیل واحد هر کمیت به روش پلکانی

در این مقاله برای رسم جدول تبدیل واحد هر کمیت، چه
پلکانی و چه میان بر، قرارمان این باشد که ابتدا واحدها
را از بزرگ به کوچک و از چپ به راست بنویسیم. و در
جدول پلکانی:

الف) بالای جدول، ویژه تبدیل واحد بزرگ به واحد کوچک
باشد که باید ضرب کرد.

ب) پایین جدول ویژه تبدیل واحد کوچک به بزرگتر
باشد که باید تقسیم کرد و به عبارت دیگر ضرب تبدیل
در این صورت کسری باشد با صورت یک.
و اما نتیجه جدول ۲:

روش اول تبدیل واحد طول (به کمک جدول پلکانی ۲)
اول اینکه برای مثال چهار عبارت زیر یکی هستند:

۱. متر $1 = \frac{1}{10}$ دسی متر
۲. ضرب تبدیل دسی متر به واحد بزرگتر متر $\frac{1}{10}$ است.
۳. برای تبدیل دسی متر به متر باید عدد مورد نظر را در
 $\frac{1}{10}$ ضرب کرد.
۴. نمودار پلکانی به شکل $\frac{1}{10}$ دسی متر و ضرب کسری
است.

بنابراین برای اینکه واحد x را به واحد y تبدیل کنیم به
بخشی از جدول که از x به سمت y (پیکان به سمت y)
است توجه می کنیم و قطعاً اگر قرار باشد x به واحد بزرگتر
 y تبدیل شود، پیکان و ضرب تبدیل را زیر واحدها رسم
می کنیم که در ذهنمان جرقه ایجاد شود برای اینکه ضرب
تبدیل کسری است با صورت یک. علاوه بر این در صورتی
که بین x تا y ، بیشتر از یک پیکان باشد، ضرب تبدیل x
به y ، ضرب این عددها (ضرب تبدیل های بین راه) خواهد



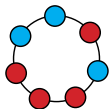
● خسرو داودی و آرش رستگار

مجموعه پروژه‌های کوچک

برای ریاضی‌دانان کوچک

قسمت پنجم: طول‌ها و مساحت‌های منفی

تعداد مهره‌های قرمز در $[n-k]$ قرار گرفت و تعداد کل مهره‌ها می‌شود n که در $[0]$ قرار می‌گیرد؛ یعنی: $[k] + [n-k] = [0]$. اگر قرار باشد $[0]$ نقش صفر را ایفا کند، درست مانند این است که اگر گردایه‌ای از مهره‌ها k عضوی باشد، متمم آن گردایه (یعنی بقیه مهره‌ها) را که بشماریم k -عضوی باشد. انگار که به پیمانه n بتوان تعداد اعضای چیزی را عددی منفی گرفت. برای اینکه بدانید چه کار می‌خواهیم بکنیم، این n مهره را روی یک دایره می‌گذاریم (شکل ۱) و بعد k تا از آن‌ها را، هر k تایی که خواستیم، آبی، و $n-k$ تای باقی را قرمز می‌کنیم.



شکل ۱

حال یک تمرین فکری این است که به‌جای اینکه مهره‌ها را روی یک دایره قرار دهیم، فرض کنیم بی‌نهایت مهره داریم که روی یک خط هستند. مثلاً روی هر نقطه روی محور عددها، که به یک عدد صحیح مربوط می‌شود، یک مهره قرار دهید. روشن است که

به دسته‌های $[0]$ ، $[1]$ ، $\dots$ ، $[n-1]$ می‌گویند دسته‌های عددهای به پیمانه n . یعنی اگر در شمارش چیزی n تا n کنار بگذاریم، هر باقی‌مانده که ماند، نماینده عددهای آن دسته است. همه عددهای یک دسته باید باقی‌مانده برابر داشته باشند. چون n تا n تا حذف می‌کنیم و برمی‌داریم انگار که یک پیمانه و یا کاسه‌ای داریم که پیمانه‌های شامل n تا چیز را دور می‌ریزیم. همه پیمانه‌ها با هم برابرند. برای همین اسم پیمانه را به‌کار برده‌اند. کلمه پیمانه در «قرآن» هم به‌کار رفته است. در زبان عربی به پیمانه «کیل» می‌گویند. در داستان حضرت یوسف از پیمانه‌ای که برای تقسیم گندم به‌کار می‌رفت نام‌برده شده است. نکته پیمانه گندم هم این است که مقدار گندمی که در هر پیمانه جای می‌گیرد، برابر است. حال که فهمیدیم شمارش به پیمانه n یعنی چه، فرض کنید n مهره در کیسه‌ای دارید. اگر k مهره را آبی و $n-k$ مهره را قرمز کنید و به پیمانه n بشمارید، تعداد مهره‌های آبی در $[k]$ و

عدد طبیعی مانند n را در نظر بگیرید و فرض کنید $[0]$ ، $[1]$ ، $\dots$ ، $[n-1]$ نماینده عددهایی طبیعی باشند که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر n به ترتیب 0 ، 1 ، $\dots$ ، $n-1$ است. یعنی هر دسته $[i]$ را با i مشخص می‌کنیم که i برابر است با باقی‌مانده تقسیم آن عددها به n . می‌توان دید که دسته‌های $[0]$ ، $\dots$ ، $[n-1]$ به‌نوعی خلاصه عددهای طبیعی هستند و جمع و ضرب و تفریق بین این دسته‌ها معنادار است. برای اینکه بررسی این موضوع ساده‌تر باشد، فرض کنید به‌جای عددهای طبیعی، باقی‌مانده تقسیم عددهای صحیح بر عدد مثبت طبیعی n را در نظر گرفته‌اید. برای این کار باید ابتدا عمل تقسیم و مفهوم باقی‌مانده را برای عددهای صحیح برای خودتان فرمول‌بندی کنید. مثلاً خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم 5 بر 3 چه عددهایی خواهند بود؟ برای راهنمایی، باید از تساوی $1 \times 3 + (-2) = -5$ استفاده کنید. روی محور عددها نموداری بکشید و برای خودتان توضیح دهید که چه کار دارید می‌کنید.

توجهی است.

برای مطالعه

همین کار را که برای تعدادی مهره روی محور عددها انجام دادیم، می‌توانیم برای پاره‌خطها انجام دهیم. فرض کنید A و B نقاطی روی خط I باشند. پاره‌خط واصل بین A و B را با $[A, B]$ نمایش می‌دهیم و نقاط بیرونی را که از دو نیم‌خط تشکیل شده‌اند را با: $[A, B]^c$.

علامت c مخفف کلمه انگلیسی «Complement» به معنای «متمم» است. اگر طول پاره‌خط $[A, B]$ برابر d باشد، طول $[A, B]^c$ را شما برابر d- بگیرید. با این کار طول تمام خط را صفر گرفته‌اید. حال اگر به‌جای یک پاره‌خط اجتماع چند پاره‌خط را هم در نظر بگیرید، (اگر اشتراک هم داشته باشند مهم نیست) می‌توان از طول این اجتماع سخن گفت. می‌نویسیم $I(I)$ که در آن I مخفف «length» به معنای «طول» است و I نمایندهٔ قسمتی از خط است که از اجتماع چند پاره‌خط شکل گرفته است. برای مجموعه‌هایی مانند I می‌توان ثابت کرد: اگر I و J دو قسمت از خط مانند بالا باشند، داریم:

$$I(I) + I(J) = I(I \cup J) + I(I \cap J) \quad (**)$$
 خودتان را قانع کنید که $I \cup J$ یعنی چه و $I \cap J$ یعنی چه و چرا $I \cup J$ و $I \cap J$ هم اجتماعی متناهی از پاره‌خطها خواهند بود و اینکه چرا فرمول $(**)$ درست است.

فرمول $(**)$ را با فرمول $(*)$ مقایسه کنید و ببینید که چقدر این دو فرمول با هم شبیه هستند. تا به حال از همان مفهوم طول پاره‌خط که همه با آن آشنا هستند استفاده کرده‌ایم. اما از این به بعد می‌خواهیم طول را هم پیمانه‌ای اندازه‌گیری کنیم؛ یعنی با مجموعه‌های به شکل I^c کار کنیم. اگر داشته باشیم: $d(I) = d(I^c)$ ، قرار می‌دهیم: $d(I^c) = d(I)$ تا همواره طول همهٔ خط برابر صفر باشد. یادتان باشد که چون

بی‌نهایت مهره داریم. اما درست دایره‌وار مانند دایره قرار است تعداد کل مهره‌ها $[0]$ باشد. اگر متناهی مهره را آبی رنگ کنیم و بقیه را قرمز کنیم، تعداد قرمزها نامتناهی خواهد بود. اگر تعداد مهره‌های آبی $[k]$ باشد، تعداد مهره‌های قرمز را با اینکه نامتناهی است $[k]$ می‌گیریم، تا بتوانیم داشته باشیم: مجموع تعداد مهره‌های آبی و قرمز برابر است با تعداد کل مهره‌ها که قرار است صفر باشد!

 **حواستان باشد که دیگر تعداد صفر قرار نیست معادل باشد با گردایه‌ای تهی که هیچ چیز در آن نیست، بلکه چون به پیمانهٔ همه چیز می‌شماریم، تعداد همه چیز هم صفر تصور می‌شود؛ درست مانند دایره‌ای که پیش از این داشتیم.**

حال نکتهٔ جالبی قابل مشاهده است: اگر A و B دو گردایهٔ مهره‌ها باشند که یا خودشان متناهی هستند و یا متممشان متناهی است، آن مهره‌هایی که در هر دو دسته هستند، هم گردایه‌ای با همین خاصیت‌اند. یعنی مهره‌های مشترک بین دو دسته هم، تعدادشان یا متناهی است، یا متمم متناهی. در مورد اجتماع این مهره‌ها هم چنین است. یعنی اگر همهٔ این مهره‌ها را با هم در نظر بگیریم، باز هم گردایه‌ای به‌دست می‌آید که یا متناهی است یا متمم آن متناهی است. با این وصف، همهٔ گردایه‌هایی را که از آن‌ها سخن گفتیم قابل شمارش پیمانه‌ای هستند.

اگر دو گردایهٔ A و B متناهی باشند، مهره‌هایی که در هر دو گردایه قرار می‌گیرند را با $A \cap B$ و اجتماع مهره‌ها را با $A \cup B$ نمایش می‌دهیم و خواهیم داشت:

$$(*) \quad \text{تعداد اعضای } A + \text{تعداد اعضای } B = \text{تعداد اعضای } A \cup B + \text{تعداد اعضای } A \cap B$$

سؤال پروژه

جالب اینکه اگر دو گردایهٔ A و B بتوانند متناهی یا متمم متناهی باشند، باز هم رابطهٔ $(*)$ برقرار است. سعی کنید این ادعا را خودتان ثابت کنید. می‌توانید از حالت‌بندی و رسم شکل استفاده کنید. پس به نظر می‌رسد که شمارش پیمانه‌ای مطلب جالب

می‌خواهیم پیمانه‌ای اندازه‌گیری کنیم، باید طول همهٔ خطها برابر صفر باشد. درست مثل وقتی که تعداد همهٔ مهره‌ها روی محور عددهای صحیح را برابر صفر گرفتیم. چون همهٔ مهره‌ها را یک پیمانه گرفتیم، پس به‌نوعی طول مجموعه‌های به شکل I^c عددهایی منفی خواهد بود. حال اگر اجازه دهیم I و J یا اجتماعی از چند پاره‌خط یا متمم آن‌ها باشند، باز هم رابطهٔ $(**)$ درست خواهد بود. خودتان را قانع کنید که این ادعا درست است. از رسم شکل بهره ببرید. چند مثال بزنید. باید اول نشان دهید، اگر I و J به شکل اجتماعی از متناهی پاره‌خط باشند، متمم چنین اجتماعی ل I و J هم چنین هستند. یعنی این‌ها نیز یا اجتماعی از متناهی پاره‌خط هستند یا متمم چنین اجتماعی. در هر حالت طول آن‌ها عددی مثبت یا منفی می‌شود. با این حال باید قانع شوید که باز هم رابطهٔ $(**)$ برقرار خواهد ماند. شما با این کار یک نظریهٔ طول‌های منفی را درست کرده‌اید. دقیق‌تر بگویم طول قسمت‌هایی از خط در نظر شما می‌تواند عددی مثبت یا عددی منفی باشد.

اکنون یک نظریه از مساحت‌ها درست کنید که در آن زیرمجموعه‌های صفحه بتوانند مساحت مثبت یا منفی داشته باشند. البته باید دقیقاً معلوم کنید چه زیرمجموعه‌هایی را مدنظر قرار داده‌اید و باید بررسی کنید که نسبت به اجتماع و اشتراک بسته باشند. در نهایت اگر M و N چنین زیرمجموعه‌هایی در صفحه باشند و مساحت آن‌ها را با $a(M)$ و $a(N)$ نمایش دهیم که در آن a مخفف کلمهٔ انگلیسی «area» به معنای مساحت است، باز هم خواهیم داشت:

$$a(M) + a(N) = a(M \cup N) + a(M \cap N)$$

پروژه‌های انجام‌شدهٔ خود را در قالب «ورد» (word) (حروف‌نگاری (تایپ) کنید و برای ما بفرستید. بهترین پروژه‌ها از طریق رمزینهٔ پاسخ‌سریع (کیوآرکد) در شماره‌های آینده چاپ خواهند شد.



در کلاس درس آقای رهنما

محمد تقی طاهری تنجانی

استدلال، برهان خلف

توجه کنید، راهی برای حل این مسئله هم می‌یابید.
احمدی: آقا حتماً باید استدلال کرد؟ مثلاً آینه نبوده که خودشان را در آن ببینند یا دستشان را به پیشانی بکشند؟
آقای رهنما: دقت نکردید! من گفتم با چه استدلالی؟ پس دنبال استدلال هستیم. حالا به درس امروز گوش کنید که راهگشای حل بسیاری از

می‌کند و می‌رود. فیلسوف‌ها که بیدار می‌شوند از دیدن پیشانی دوستشان که سیاه شده است به هم می‌خندند، اما فیلسوف A متوجه می‌شود که پیشانی‌اش سیاه است و از خنده باز می‌ایستد. شما فرمودید که با چه استدلالی فیلسوف A متوجه می‌شود که پیشانی‌اش سیاه است؟
آقای رهنما: آفرین. طرح مسئله کاملاً درست بود. حالا اگر به درس امروز

آقای رهنما (دبیر ریاضی): در یکی از جلسه‌های قبل مسئله فیلسوف‌ها را مطرح کردم و حلش را به آینده موکول کردم. کسی یادش هست؟
مصطفوی: آقا اجازه! علاوه بر آنکه یادم هست، خیلی هم روی حل آن فکر کردم؛ اما موفق به حل نشدم. مسئله این‌طور بود که سه فیلسوف یونان باستان زیر درختی خوابیده بودند. شخصی پیشانی هر سه نفر را سیاه



احمدی: چه جالب! من این مسئله را در جمع فامیلی‌مان مطرح کردم و هیچ‌کدام از فامیل‌ها که اتفاقاً تحصیلات بالایی هم داشتند، نتوانستند آن را حل کنند. خیلی جالب بود.

آقای رهنما: این جالب بودن به‌خاطر حل به روش برهان خلف است که روش قدرتمندی است. علت قدرتمندی‌اش هم این است که یک فرض ولو نادرست به مفروض‌های مسئله اضافه می‌کند و قدرت استدلال و رسیدن به تناقض را بالا می‌برد. اجازه بدهید از ریاضیات چند مسئله طرح کنم. به روش برهان خلف ثابت کنید: اگر n عددی صحیح و n^2 عددی زوج باشد، آنگاه n عددی زوج است.

احمدی: آقا باید فرض کنیم n عددی زوج نباشد.

آقای رهنما: یعنی اگر n فرد باشد. این را فرض خلف می‌نامیم. حُب بعد.

احمدی: اگر n فرد باشد می‌نویسیم: $n = 2k + 1$ دو نتیجه:

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

آقای رهنما: آفرین! حالا این رابطه آخری را دسته‌بندی کنید.

احمدی: (ادامه می‌دهد)

$$n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

حالا چون $2k^2 + 2k$ عددی صحیح است آن را K در نظر می‌گیریم. پس $n^2 = 2K + 1$ و این یعنی n^2 فرد است.

آقای رهنما: حُب به چه تناقضی رسیدیم؟

احمدی: آقا صورت مسئله می‌گوید n^2 زوج است، ولی ما رسیدیم به اینکه n^2 فرد است. تناقض اینجاست!

آقای رهنما: آفرین! چون همه اعمال ما درست بوده است. این تناقض برای آن است که فرض خلف گرفتیم و فرض کردیم n فرد است. پس فرض خلف باطل و n زوج است. حالا مثال دیگری

و آن اینکه فرض کردیم خدایی وجود ندارد. پس این فرض خلف باطل است و خدا وجود دارد.

حسینی: آقا چه جالب! در کوتاه‌ترین استدلال ممکن ثابت کردیم خدا وجود دارد.

آقای رهنما: بله جانم. در استدلال‌های روزمره و همین‌طور در ریاضیات، ما به همین سادگی مسئله‌ها را ثابت می‌کنیم. فقط باید هوشمندانه از مفروضات، قوانین و اصول پذیرفته‌شده استفاده کنیم.

حالا به همین روش می‌توانیم مسئله سه فیلسوف را حل کنیم. فرض کنید B، A، و C سه فیلسوف باشند که پیشانی هر سه سیاه شده، ولی هیچ‌کدام نمی‌دانند پیشانی خودشان سیاه است و به دو نفر دیگر که پیشانی سیاهی دارند می‌خندند. حالا یک لحظه فرض کنید فیلسوف A می‌گوید اگر پیشانی من سفید باشد خنده B و C برای چیست؟

مصطفوی: B به C و C به B می‌خندد! **آقای رهنما:** خب A این‌طور استدلال می‌کند که: خنده B و C برای چیست؟ هر دو که می‌دانند پیشانی من سیاه نیست، پس باید از خنده دیگران هر کدام متوجه شوند که پیشانی خودشان هم سیاه است و از خندیدن متوقف شوند. ولی این‌طور نشده و این به‌خاطر آن است که پیشانی من نمی‌تواند سیاه نباشد. پس پیشانی من هم سیاه است.

مصطفوی: آقا من متوجه تناقض نشدم. به چه تناقضی رسیدیم؟

آقای رهنما: تناقض با فرض خلف است. A فرض کرد پیشانی‌اش سیاه نیست و در پایان استدلال به خنده‌های B و C رسید. این خنده‌ها با سیاه نبودن پیشانی A در تناقض است.

مسئله‌هاست. گاهی از روش قدرتمندی در حل مسئله استفاده می‌کنیم. بدین صورت که فرض می‌کنیم حکم مورد نظرمان درست نباشد. بعد با استفاده از مفروض‌های مسئله و قوانینی که از درستی آن‌ها مطمئن هستیم، به تناقض می‌رسیم. این تناقض می‌تواند خلاف یک اصل مسلم پذیرفته شده و یا برخلاف یکی از مفروض‌های مسئله باشد. به این روش استدلال روش «برهان خلف» می‌گویند. حالا بیایید با یک مسئله مهم شروع کنیم. همه ما باور داریم که خدای مهربانی هست که ما را پدید آورده. حالا با روش برهان خلف ثابت کنید خدا وجود دارد.

مصطفوی: آقا ما باید فرض کنیم خدایی وجود ندارد و بعد به یک تناقض برسیم!

آقای رهنما: بله. فرض کنیم خدا وجود ندارد. این را فرض خلف می‌نامیم. حالا اگر این جهان پهناور خدایی نداشته باشد چه اتفاقی می‌افتد؟

احمدی: آقا هرج و مرج می‌شود. می‌بینیم هیچ‌چیز در جای خودش نیست و نظمی در این خلقت دیده نمی‌شود!

آقای رهنما: حُب چرا باید نظم وجود داشته باشد؟!

احمدی: اگر نظمی در عالم نباشد، همه چیز به هم ریخته می‌شود؛ ولی این‌طور نیست.

آقای رهنما: آفرین! پس ما به یک تناقض می‌رسیم؛ تناقض با برهان نظم. از طرفی نظم در این عالم وجود دارد. از طرف دیگر ناظمی وجود ندارد و باید هرج و مرج شود. چرا به این تناقض رسیدیم؟

احمدی: برای آنکه فرض کردیم خدایی وجود ندارد.

آقای رهنما: پس یک جای کار می‌لنگد.

آقای رهنما: اتفاقاً به تناقض رسیدیم. برگردید به شروع استدلال. می‌گفتیم هر عدد گویا برابر یک کسر ساده‌نشده‌ای است. تأکید می‌کنم ساده‌نشده‌ای! $\frac{a}{b}$ نوشته می‌شود، ولی الان رسیدیم به اینکه a و b هر دو زوج هستند. تناقض را متوجه شدید؟!

مصطفوی: یعنی $\frac{a}{b}$ ساده می‌شود، چون صورت و مخرج بر دو بخش‌پذیرند و این در تناقض با فرض ساده‌نشده‌ی $\frac{a}{b}$ شد! چه جالب! پس فرض خلف باطل است و $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.

آقای رهنما: همان‌طور که در این مسئله متوجه شدید، همیشه به تناقض رسیدن کار ساده‌ای نیست. کمی مهارت در چگونه استفاده‌کردن از قوانین و روش‌های استدلال لازم است. خوب به پایان این جلسه رسیدیم. تعدادی مسئله برایتان در نظر گرفته‌ام که روی آن‌ها برای جلسه بعد فکر کنید. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های سؤال‌ها را توزیع کنید.

تمرین

۱. اگر a عددی صحیح و a^2 عددی فرد باشد، ثابت کنید a عددی فرد است.
۲. ثابت کنید $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.
۳. اگر x عددی گنگ باشد، ثابت کنید $\frac{1}{x}$ عددی گنگ است.
۴. اگر n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، نشان دهید n مضرب ۳ است.
۵. در صورتی که a و b عددهای طبیعی باشند، ثابت کنید $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ عددی صحیح نیست.

فرض مسئله d_1 و دیگری d_2 .
آقای رهنما: آفرین! ما طبق اصل توافقی می‌دانیم از یک نقطه خارج یک خط در یک صفحه، فقط یک خط به موازات آن می‌توان رسم کرد. پس ما به تناقض با اصل توافقی رسیدیم.

مصطفوی: پس فرض خلف باطل است، یعنی خط d_2 خط d_1 را هم قطع می‌کند. چه جالب! پس این برهان خلف همه‌جا کارساز است؟!

آقای رهنما: همین‌طور است. البته مهارت‌های دیگری هم لازم است. اجازه بدهید یک مسئله معروف دیگر را بررسی کنیم. ثابت کنید $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.

حسینی: باید فرض کنیم اگر $\sqrt{2}$ گنگ نباشد، پس عددی گویاست؛ ولی ادامه آن را نمی‌دانم!

آقای رهنما: ما هر عدد گویا را چگونه نشان می‌دهیم؟

حسینی: هر عدد گویا را می‌توانیم به صورت کسر $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عدد صحیح هستند نمایش دهیم.

آقای رهنما: آفرین! هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک کسر ساده‌نشده‌ی $\frac{a}{b}$ نشان داد. فرض کنیم $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ حالا اگر طرفین را به توان دو برسانیم داریم $2 = \frac{a^2}{b^2}$ و یا $a^2 = 2b^2$ این رابطه اخیر شما را یاد چیزی نمی‌اندازد؟!

احمدی: آقا a^2 عددی زوج است.

آقای رهنما: آفرین! اگر a^2 عددی زوج باشد، a چه عددی است؟

احمدی: قبلاً ثابت کردیم a هم زوج است و می‌توانیم بنویسیم: $a = 2K$.

آقای رهنما: حالا ادامه بدهیم. اگر به جای a^2 قرار دهیم $2K$ چه خواهیم داشت؟

احمدی: $(2K)^2 = 2b^2$ یا $b^2 = 2K^2$ یعنی b^2 زوج است پس b زوج است. ولی به تناقض خاصی نرسیدیم!

می‌زنیم. اگر x عددی گویا و y عددی گنگ باشد، ثابت کنید $x+y$ عددی گنگ است.

مصطفوی: طبق روش برهان خلف باید فرض کنیم اگر $x+y$ عدد گنگ نباشد، پس $x+y$ گویاست. بعدش را نمی‌دانم.

آقای رهنما: خوب فرض کنیم این عدد گویا z باشد. می‌نویسیم: $z = x+y$ و از آنجا: $z-x=y$. حالا شما بگویید به چه تناقضی رسیدیم؟

مصطفوی: فکر کنم تناقض را فهمیدم. تساوی $z-x=y$ دو طرف دارد $z-x$ عددی گویاست، چون هم z و هم x گویا هستند. پس تفاضلشان هم عددی گویاست. ولی طبق فرض مسئله، y عدد گنگ است. یعنی یک عدد گویا با یک عدد گنگ برابر شده است!

آقای رهنما: آفرین! پس فرض خلف باطل و $x+y$ عددی گنگ است. حالا یک مسئله از هندسه مطرح می‌کنم که به روش برهان خلف حل کنیم: اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، ثابت کنید خط دیگر را هم قطع می‌کند.

احمدی: آقا فرض خلف را چه در نظر بگیریم؟!

آقای رهنما: اجازه بدهید مسئله را با نماد ریاضی طرح کنیم. اگر خط‌های d_1 و d_2 موازی باشند و خط d_3 خط d_1 را قطع کند، آنگاه خط d_3 را نیز قطع خواهد کرد.

احمدی: خوب با توجه به این نمادگذاری فرض کنیم d_3 خط d_1 را قطع نکند.

آقای رهنما: خوب در هندسه می‌دانیم که دو خط در صفحه یا متقاطع‌اند یا موازی. اگر d_3 خط d_1 را قطع نکند، پس با آن موازی است. حالا چگونه به یک تناقض برسیم؟!

مصطفوی: از نقطه تقاطع، دو خط به موازات d_1 رسم شده‌اند: یکی طبق

جدول عددی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۱	■					■					■
۲					■		■				
۳				■				■			
۴			■						■		
۵		■			■					■	
۶	■					■					■
۷		■					■				
۸			■					■			
۹				■					■		
۱۰					■					■	
۱۱	■					■					■

عمودی

- ۴۵ و دوبرابر آن - مقدار نفت موجود در مخزنی استوانه‌ای به شعاع قاعده ۱۰ و ارتفاع ۱۰ متر.
- دویست دوجین جوراب چند جفت جوراب است؟ - تیم فوتبال مشهور انگلستان.
- در ابتدای انقلاب گروگان‌های آمریکایی در ایران چند روز در ایران بودند؟ - حاصل $5x^2 - 10x + 4$ (با $x=10$) - یک واحد کمتر از حاصل ضرب عددهای ۱۴ و ۳۰.
- مربع بزرگ‌ترین عدد زوج تک رقمی - عددی کمتر از ۶۰۰۰۰ با رقم‌های متوالی نزولی - اولین عدد فرد بعد از ۳۰.
- عدد بزرگ‌تر از ۶۰ و مضرب ۱۱ - دو رقم آخر سال شروع جنگ تحمیلی.
- ۱۷ سپس مقلوب آن - پیش شماره تلفن‌های همراه آذربایجان.
- بزرگ‌ترین عدد اول کمتر از ۳۰ را دو برابر کن - دو رقم آخر سال پیروزی انقلاب اسلامی.
- عدد بزرگ‌تر از ۹۰ که جمع دو رقم آن برابر ۱۰ است - عددی کمتر از صد هزار با رقم‌های فرد نزولی و متوالی - عدد ترسانده خرافه‌پرستان.
- تعداد یاران امام زمان - عددی کمتر از ۲۱۰ که جمع رقم‌های آن ۶ است. abb عددی است بزرگ‌تر از ۲۰۰ و $a+b=5$.
- حاصل معادله $y = x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 6x + 6$ (با $x=9$) - عددی کمتر از ۷۰۰۰ با رقم‌های نزولی متوالی.
- تعداد شب‌های شهرزاد قصه‌گو - سال جدید میلادی.

افقی

- کوچک‌ترین عدد چهاررقمی زوج بدون صفر و تکرار رقم‌ها - ۸۹ سال پیش مسابقه‌های المپیک در آلمان نازی برگزار شد. چه سالی بود؟
- تکرار توان دوم عدد ۲ - تکرار توان دوم سردسته عددها.
- از انواع پژو - عددی است کمتر از ۷۰۰ و مضرب ۷۵ - جمع بازیکنان ۳۰ تیم فوتبال چند نفر می‌شود؟
- بزرگ‌ترین عدد دو رقمی دارای صفر - عددی بیش از پنجاه هزار با رقم‌های صعودی - نیم قرن.
- سرمای معروفی بین دو چله زمستان - تعداد شهیدان کربلا.
- این عدد مثل نام رئیس‌جمهور مصر خوانده می‌شود - ۸/۵ کیلومتر چند متر است.
- مضرب ۶ و ۷ - عددی زوج، کمتر از ۴۰ که جمع دو رقم آن ۷ است.
- تعداد معصومین (ع) - این عدد $abcb a$ با شرط abc بزرگ‌ترین عدد فرد کمتر از ۱۶۰ - تعداد ثانیه‌های یک دقیقه.
- جمع چهارصد و یک صدم آن - سه رقم آخر سالی که انقلاب اکتبر شوروی به پیروزی رسید - گردانی شامل ۳۶ ستون و ۷ ردیف.
- چهار رقم اول تلفن‌های از راه دور اصفهان - سال در گذشت دکتر محمد مصدق.
- پیش شماره تلفن‌های همراه اول تهران - مادر من ۷۰ سال دارد. در چه سالی متولد شده است؟

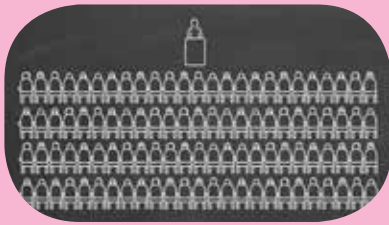


برای دیدن پاسخ
رمزبانه را پویش کنید.

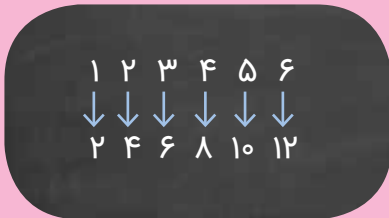
«بی‌نهایت» چقدر بزرگ است؟

ترجمه و تألیف: مریم جعفرآبادی

تعداد صندلی‌ها به اندازه افراد حاضر در سالن است؛ حتی اگر ندانیم از هر کدام چند تا وجود دارد. پس وقتی می‌گوییم دو مجموعه هم‌اندازه هستند، یعنی می‌توانیم اعضای آن دو مجموعه را یک‌به‌یک با هم تطبیق دهیم و نظیر کنیم.



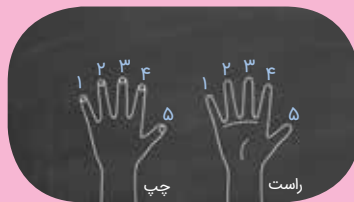
معلم برای نشان دادن هم‌اندازه بودن دو مجموعه عددهای زوج و طبیعی، عددهای شمارشی یا طبیعی را در یک سطر نوشت و زیر هر کدام دو برابر آن‌ها، یعنی تمام عددهای زوج را قرار داد. به این ترتیب یک تناظر یک‌به‌یک بین عددهای طبیعی و عددهای زوج ایجاد کرد. اما چیزی که هنوز ما را آزار می‌داد این واقعیت بود که به نظر می‌رسید عددهای زوج تنها بخشی از عددهای طبیعی هستند.



اگر من با همه انگشتان یک دستم، فقط یک انگشت دست دیگرم را بگیرم و چهار انگشتم آزاد باشد، آیا این مدل نظیر کردن انگشتان دو دست، شما را قانع می‌کند که بپذیرید تعداد انگشتان دو تا دست ما برابر نیستند؟ البته که نه. برای اینکه بگوییم دو مجموعه با هم متناظرند و تطابق دارند، کافی است یک راه برای نظیر به نظیر کردن اعضای آن‌ها پیدا کنیم. در این صورت می‌گوییم بزرگی این دو مجموعه یکسان و تعداد اعضایشان برابر است.

فکر می‌کنید آیا می‌توانیم فهرستی از همه

راست و چپ یکی است، منظورمان چیست؟ روی هر دست پنج انگشت وجود دارد، اما برای نشان دادن یکی بودن تعداد اعضای دو مجموعه حتی مجبور نیستیم آن‌ها را بشماریم. کافی است آن‌ها را یک‌به‌یک نظیر کنیم.



مردم زمان‌های قدیم که هنوز زبان پیشرفته و عددهایی برای شمارش نداشتند، از همین روش برای شمارش دام و دارایی‌های خودشان استفاده می‌کردند. مثلاً اگر گوسفندان خود را برای چرا می‌بردند، به جای هر یک گوسفندی که از آغل خارج می‌شد، یک سنگ کنار می‌گذاشتند و وقتی برمی‌گشتند برای هر یک گوسفند یکی از سنگ‌ها را برمی‌داشتند. به این شکل متوجه می‌شدند آیا همه گوسفندانشان سر جای خودشان هستند یا گم شده‌اند؛ بدون اینکه واقعاً از «شمارش» استفاده کرده باشند.



مثال دیگری از مفهوم تناظر یک‌به‌یک وقتی است که شما در سالتی پر از جمعیت مشغول سخنرانی باشید و هیچ صندلی خالی نباشد و هیچ کسی هم ایستاده باقی نمانده باشد. واضح است که می‌توانیم بگوییم

یک روز معلم ریاضی‌مان گفت: «تعداد عددهای زوج و کل عددهای طبیعی با هم برابرند و اندازه بزرگی این دو مجموعه نامتناهی با هم یکی است.»



پیش خودم گفتم: «مگر می‌شود؟»



عددهای زوج بخشی از عددهای طبیعی هستند! همه عددهای فرد باقی مانده‌اند. پس تعداد عددهای طبیعی حتماً باید بیشتر از عددهای زوج باشد! چطور معلم‌مان می‌گوید این دو مجموعه هم‌اندازه‌اند؟



برای اینکه ببینیم منظور معلم ریاضی‌مان از یکی بودن بزرگی این دو مجموعه چه بوده است، بیایید ببینیم «اندازه دو مجموعه» یعنی چه.



وقتی می‌گوییم تعداد انگشتان دست

پس با وجود اینکه فکر می‌کردیم مجموعهٔ عددهای گویا خیلی‌خیلی بزرگ‌تر از مجموعهٔ عددهای طبیعی، و مجموعهٔ عددهای طبیعی خیلی بزرگ‌تر از مجموعهٔ عددهای زوج باشد، با این تناظری که برقرار کردیم دیدیم که انگار بزرگی هر سه مجموعه یکی است.

آریان خلیلی

زبان برنامه‌نویسی جاوا اسکریپت

زمینه تاریخی زبان برنامه‌نویسی جاوا اسکریپت
در اوایل دهه ۱۹۹۰ کاربران فقط می‌توانستند در صفحه‌های وب متنی را بخوانند یا تصویری را مشاهده کنند. به طور کلی در آن زمان اغلب وبگاه‌ها (وبسایت‌ها) توسط برنامه‌نویسان تازه‌کاری که به فناوری‌های نوظهور علاقه‌مند بودند یا توسط طراحانی که زمینه هنری داشتند ساخته می‌شدند. با معرفی جاوا اسکریپت در اواسط دهه ۱۹۹۰، به تدریج این امکان فراهم شد که طراحان وبگاه‌ها عناصر تعاملی را به صفحه‌های وب اضافه کنند.

«جاوا اسکریپت» نوعی زبان سطح بالاست که به برنامه‌نویسان امکان می‌دهد، صفحه‌های وب را به طور تعاملی و کاربرپسند بسازند. همچنین برنامه‌نویسان می‌توانند پویانمایی‌های گوناگون را به وبگاه‌ها اضافه کنند یا حتی طرح‌بندی وبگاه‌ها را هنگام مشاهده در گوشی‌های هوشمند تغییر دهند.

جاوا اسکریپت متفاوت از جاوا

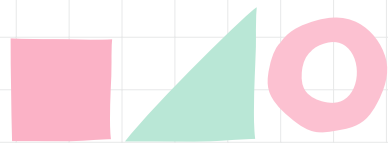
اگرچه ممکن است انتظار داشته باشید که جاوا و جاوا اسکریپت مرتبط باشند، ولی آن‌ها زبان‌های متفاوتی هستند که در نحوه نوشتن کد "Hello, World!" در آن‌ها دیده می‌شود. در واقع نام جاوا اسکریپت تا حد زیادی مبتنی بر راهبردهای بازاریابی بود. از آنجا که زبان جاوا هنگام معرفی جاوا اسکریپت بسیار محبوب بود، سازندگان جاوا اسکریپت امیدوار بودند که این ارتباط ظاهری بتواند سودمند واقع شود.

```
public class HelloWorld {
    public static void main(String[] args)
    {
        System.out.println("Hello, World!");
    }
}
```

Java

```
function helloworld() {
    alert("Hello, World !");
}
```

JavaScript

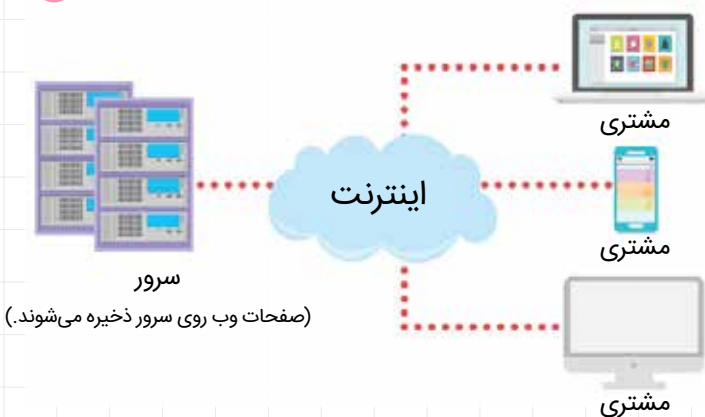


جاوا اسکریپت چگونه کار می‌کند؟

هر برنامه‌ای که به زبان جاوا اسکریپت نوشته می‌شود، به طور معمول اسکریپت نامیده می‌شود که با یک صفحه وب خاص مرتبط است. هر زمان که کاربری این صفحه وب را در مرورگر خود فرا می‌خواند اجرا می‌شود. زبان جاوا اسکریپت شبیه زبان پایتون تفسیر می‌شود و ترجمه (کامپایل) نمی‌شود. این زبان عمده‌تاً یک زبان شیء‌گراست، اما به طور کامل شبیه به زبان C است؛ زیرا از آکولاد و «نقطه ویرگول» استفاده می‌کند.

ویژگی‌های ایمنی جاوا اسکریپت

هر جاوا اسکریپتی که در مرورگر کاربران اجرا می‌شود، تنها در سمت کاربر یا همان مشتری اجرا می‌شود. این ویژگی مهم، از کاربران در برابر کدهای مخربی که به صفحه‌های وب متصل می‌شوند محافظت می‌کند.





خوب است بدانید

یکی از کم محبوب ترین برنامه های جاوا اسکریپت ممکن است کادرهای گفت و گوی «پاپ-آپ» باشند. پاپ-آپ ها پنجره مرورگر را مسدود و کاربر را به تعامل با آن ها ملزم می کنند. برخی از پاپ-آپ ها به گونه ای برنامه نویسی شده اند که کاربران را به سمت بدافزارها و سایر کلاهبرداری های برخط هدایت کنند.

رشد جاوا اسکریپت

توسعه دهندگان حرفه ای ابتدا به جاوا اسکریپت نگاه تحقیرآمیز داشتند، عمدتاً به این دلیل که برای برنامه نویسان تازه کار طراحی شده بود و بیشتر توسط آن ها استفاده می شد. همچنین، برخلاف زبان جاوا، زبان جاوا اسکریپت نمی توانست داده ها را از پایگاه داده به سرور منتقل کند یا برعکس. با معرفی AJAX (جاوا اسکریپت ناهم زمان و XML)، مجموعه ای از فناوری های وب، از جمله جاوا اسکریپت که به صفحه های وب اجازه می دادند به یک کارساز (سرور) متصل شوند، تغییر کردند. اکنون توسعه دهندگان حرفه ای، جاوا اسکریپت را زبان مفیدی می دانند و تعداد زیادی کتابخانه برای آسان کردن انجام کارها با آن نوشته شده است. آن ها به برنامه نویسان اجازه می دهند کدی بنویسند که به جنبه های گوناگون وبگاه ها، مانند پویانمایی، ورودی کاربر، فناوری تکمیل خودکار، و امکان جریان روان رابط کاربری از وبگاه های میزکار (دسکتاپ) به گوشی های هوشمند کمک کند.

چرا جاوا اسکریپت؟

برای برنامه نویسان تازه وارد به توسعه وب، جاوا اسکریپت زبانی عالی برای شروع است. با استفاده از یک ویرایشگر متن و یک مرورگر وب، برنامه نویسان می توانند مجموعه ای از تعاملات و پویانمایی ها را، از بسیار ساده تا بسیار پیچیده، به وبگاه های خود اضافه کنند. همچنین می توانند برنامه هایی را که به عنوان برنامه های وب شناخته می شوند، تنها با استفاده از جاوا اسکریپت، «اچ تی ام ال» و «سی اس اس» ایجاد کنند. این برنامه ها را می توان روی مرورگر هر گوشی هوشمند قرار داد. همچنین وبگاه هایی وجود دارند که به برنامه نویسان تازه وارد کمک می کنند اثرات هر گونه تغییر در اسکریپت های خود را بی درنگ ببینند.

این کد مقدارهای عددی را برای گربه ها و سگ ها ذخیره می کند و سپس از آن ها می خواهد که عددها را با هم جمع کنند.



نماد "+" را می توان برای اضافه کردن دو عدد یا دو خط کد استفاده کرد. در اینجا، گربه ها و سگ ها را با هم به عنوان یک خط اضافه کرده است، و همان طور که انتظار می رود به جای ۵، مقدار ۲۳ به دست می آید.

```
function pets() {
  var cats = 2;
  var dogs = "3";
  console.log("Number of pets:" + (cats + dogs));
}
```

نقاط ضعف: نوع متغیر مشخص می کند که آیا عدد، نویسه (کاراکتر) یا چیز دیگری است. جاوا اسکریپت قوانین سختگیرانه ای در مورد انواع متغیر ندارد، که گاهی اوقات می تواند به نتایج غیرمنتظره منجر شود!

بازی های جاوا اسکریپت

بسیاری از بازی های مبتنی بر مرورگر، از جمله نسخه اصلی بازی ۲۰۴۸ که یک بازی محبوب پازل عددهاست، با جاوا اسکریپت نوشته شده اند. چندین موتور بازی رایگان جاوا اسکریپت نیز موجود است که به برنامه نویسان اجازه می دهد به راحتی بازی های مبتنی بر مرورگر را ایجاد کنند. حتی امروزه بازی هایی وجود دارند که بازیکن برای تکمیل هر سطح، لازم است مقداری کد به زبان جاوا اسکریپت بنویسد.



پی نوشت ها
1. JavaScript
2. Pop-ups

منبع
Asynchronous
JavaScript B-
jame Stroustrup



برای آشنایی با چند برنامه ساده و کاربردی به زبان جاوا اسکریپت رمزینه را پویش کنید.

● محمد دشتی

درکار وزندگی موفقیت را هادیون ریاضی هستم



گفت‌وگو با محمد رضا هادیلو
روزنامه‌نگار و مدیر رسانه

محمد رضا هادیلو، روزنامه‌نگار و مدیر رسانه‌ای موفق، و از آن عشق‌ریاضی‌های دو آتشه است. او بعد از آن که دیپلم ریاضی فیزیک گرفت، برای آنکه خودش را به خانواده و فامیل ثابت کند، در آزمون سراسری دانشگاه (کنکور) در رشته پزشکی شرکت کرد و پذیرفته شد؛ اما ترجیح داد کار مورد علاقه‌اش، یعنی معلمی و روزنامه‌نگاری را ادامه دهد. هادیلو که فرزندش این روزها دانش‌آموز پایه دهم متوسطه است و در رشته ریاضی درس می‌خواند، معتقد است با وجود اینکه کارش را در حوزه ریاضی ادامه نداد، اما ذهن ریاضی به او کمک کرد که فرمان زندگی را به خوبی در دست داشته باشد. در ادامه ماجرای تحصیل و حضورش در حوزه رسانه و روزنامه‌نگاری را که با ذوق و شوق برای مخاطبان رشد برهان ریاضی تعریف کرده است، با هم می‌خوانیم.

در تهران گذراندم؛ اتفاقی که اجازه داد بتوانم صبح‌ها به پادگان بروم و از فرصت بعدازظهرها برای کارکردن که عموماً تدریس خصوصی ریاضی بود، استفاده کنم. علاوه بر آن چون از انجمن خوش‌نویسان ایران مدرک خوش‌نویسی داشتم، کارهای خطاطی نیز انجام می‌دادم و از آن طریق هم درآمد داشتم.

شاید نتوانم دلیل اینکه چرا ریاضی را دوست داشتم، به خوبی بیان کنم، اما خاطرم هست که خیلی کتاب می‌خواندم، خیلی زیاد و همین حالا هم اگر روزی حالم خوب نباشد، به خیابان انقلاب می‌روم و در راسته کتاب‌فروش‌ها بوی کاغذ و عطر کتاب حالم را خوب می‌کند و آرامش پیدا می‌کنم.

● از خاطرات خودتان در زمینه درس ریاضی و ترجیحاً خاطره‌ای که برایتان خوشایند بوده است، موردی را بیان

● با تشکر از وقتی که در اختیار نشریه «رشد ریاضی برهان» قرار دادید، لطفاً خودتان را به مخاطبان معرفی کنید و از حال و هوای دوران تحصیل در دبیرستان بگویید.

○ محمد رضا هادیلو متولد خرداد ماه ۱۳۵۵ و در واقع یک دهه شصتی هستم. در روزگار و زمانه‌ای که تحصیل در رشته ریاضی فیزیک نوعی افتخار و پز اجتماعی به شمار می‌آمد، دوره ابتدایی را در منطقه ۱۸ تهران و در مدرسه طالقانی تحصیل کردم و راهنمایی و دبیرستان را در مدرسه‌های عادی و سپس تیزهوشان آن زمان به پایان رساندم. باید تأکید کنم که وحشتناک عاشق ریاضی بودم و در نهایت در رشته ریاضی فیزیک دیپلم گرفتم. پس از گرفتن دیپلم ترجیح دادم به سربازی بروم و بعد به تحصیلاتم ادامه بدهم؛ زیرا می‌خواستم درآمدی داشته باشم و به اصطلاح دستم در جیب خودم باشد.

دوران سربازی را با خوش‌شناسی و قرعه خوبی که به نامم افتاد

هم دنبال همان آرمانی که در حرم امام رضا آرزویش را کرده بودم، یعنی «نویسنده» یا «معلم‌شدن» رفتم. پدر من فرهنگی بود و همان‌طور که اشاره کردم در دورهٔ سربازی شروع به تدریس خصوصی درس ریاضی کردم. دانش‌آموزانم ۱۰ نفر از دخترانی بودند که در دورهٔ راهنمایی درس می‌خواندند و خوب یادم هست این دانش‌آموزان را به من معرفی کردند و گفتند اگر بتوانی طوری تدریس کنی که این دختر خانم‌ها - که واقعاً پایهٔ قوی نداشتند و به قول معروف تنبل بودند - در ثلث سوم نمرهٔ ۱۰ بگیرند شاهکار کرده‌ای! خیلی تلاش کردم و اگر چه همگی در امتحان ریاضی قبول شدند، اما هیچ‌کدام بیشتر از نمرهٔ ۱۴ نگرفتند.

● از چه زمانی با رسانه، یا به بیان بهتر با روزنامه و مجله و مطبوعات آشنا شدید؟

اینکه چطوری پایم به رسانه و روزنامه‌نگاری باز شد ماجرای جالبی دارد. خاطرم هست هفته‌نامه‌ای به نام «آزادی» منتشر می‌شد که مدیر مسئول آن خانم رفعت بیات بود که در دوره‌ای هم نمایندهٔ مجلس بودند. من که خورا کم خواندن بود، روزی در این هفته‌نامه مطلبی دیدم که به دلم نچسبید. آن دوره بحث‌ها در مورد گروه‌های رپ و به‌خصوص «هوی متال‌ها» داغ بود و این هفته‌نامه با درج عکسی بزرگ از این گروه مطلبی با عنوان: «هوی متال‌ها رهبر دارند» چاپ و منتشر کرده بود. اما در اصل گزارش بیش از چند خط دربارهٔ این گروه نوشته بود و به نوعی به قول مطبوعاتی‌ها به آن آب بسته و آن را منتشر کرده بود.

این هفته‌نامه را خریدم و چون مطلب هوی‌متال‌ها نظرم را جلب کرده بود، همان اول سروقت خواندن این موضوع رفتم. صفحه را که باز کردم دیدم جدا از عکس بزرگی که کار کرده‌اند، حدود شش خط دربارهٔ آن مطلب نوشته‌اند. خیلی شاکمی شدم؛ انگار گولم زده باشند! با شمارهای که اعلام شده بود تماس گرفتم و گفتم می‌خواهم با آقای بیات صحبت کنم. کسی که گوشی را برداشته بود، گفت: آقا نیستند و خانم هستند. اگر ممکن است صحبتتان را بفرمایید تا من به ایشان منعکس کنم. گفتم: ببخشید اگر طرح آن با شما مناسبتی داشت حتماً می‌گفتم، اما ترجیح می‌دهم با مدیر مسئول، سرکار خانم بیات صحبت کنم.

او هم لطف کرد و ارتباط داد. بعد از سلام و علیکی کوتاه گفتم من یکی از مخاطبان و مشتریان هفته‌نامهٔ شما هستم، اما دیگر تصمیم ندارم هفته‌نامهٔ آزادی را بخرم و بخوانم. ایشان پرسید: چرا؟ گفتم به این دلیل که من و مخاطبان این نشریه را گول زدید! شما عکسی را چاپ کرده‌اید که مخاطب به‌خاطر آن و تیتیری که زده‌اید، نشریهٔ شما را می‌خرد، اما در مورد موضوع روز که من می‌خواهم درباره‌اش بدانم، تنها شش خط

کنید.

هیچ‌وقت از یادم نمی‌رود، سال اول دبیرستان یکی از معلمان سر کلاس ما آمد و مسئله‌ای را روی تخته نوشت و به رسم معمول آن سال‌ها گفت: بچه‌ها ببینم کی می‌تواند این مسئله را حل کند! من دو زنگ کلاسی را به صورت کامل روی فرمولی که معلم گفته بود کار کردم و زنگ سوم، حدود ظهر بود که جواب را پیدا کردم. با شوق و ذوق زیاد از جایم برخاستم و به معلمی که آن ساعت با او درس داشتیم گفتم آقا اجازه! آقای انصاری فرمول جدید گفته‌اند و من جواب مسئله را پیدا کرده‌ام، اجازه هست بروم پیش آقای انصاری و جواب را نشانان بدهم؟

معلم اجازه داد و بعد به‌سرعت به کلاسی رفتم که آقای انصاری به سال آخری‌ها درس می‌داد. در کلاس را زدم و داخل شدم و با همان ذوق و شوقی که تمام وجودم را در برگرفته بود گفتم: آقای انصاری من جواب مسئله‌ای را که دادید پیدا کردم. او هم تبسمی کرد و گفت: برو پای تخته حلش کن ببینم. خوب یادم هست که نصف تختهٔ کلاس را با گچ‌های قلمی سفیدی که آن روزها ابزار اصلی کار معلم‌ها و دانش‌آموزان بود پر کردم و گفتم: بفرمایید! این هم جواب مسئلهٔ شما. بعد آقای انصاری به بچه‌ها گفت هادیلو را تشویق کنید و همهٔ کلاس برایم دست زدند که کلی کیف کردم.

● از چه زمانی به ریاضی علاقه‌مند شدید و اگر این پاسختان هم در قالب یک خاطره باشد، برای مخاطبان مجله جذاب‌تر خواهد بود.

بله، اتفاقاً خاطرهٔ دیگری هم دارم که در ذهنم مثل نقش روی سنگ، حک شده است. کلاس سوم ابتدایی بودم و به اتفاق خانواده به مشهد رفته بودیم. وقتی که به اتفاق به حرم رفتیم، روبه‌روی مرقد مطهر امام رضا (ع) ایستادم و آرزو کردم که خدایا! به من فرصتی بده که بتوانم ریاضی فیزیک بخوانم و نویسنده یا معلم بشوم! دعایی که بالاخره سال‌ها بعد مستجاب شد و من به آرزویم رسیدم.

این خاطره هم همیشه در یادم هست که در سال آخر تحصیل در آزمون سراسری دانشگاه آزاد شرکت کردم و در رشتهٔ پزشکی دانشگاه زنجان پذیرفته شدم. اصلاً خاطرهٔ روزی که نتایج کنکور اعلام شد، یادم نمی‌رود. رفتم و ضمیمهٔ روزنامهٔ «کیهان» را که اسامی قبول‌شدگان رشته‌های پزشکی را اعلام کرده بود گرفتم و چون فامیلی «هادیلو» کم بود، خیلی زود اسم خودم را پیدا کردم و دیدم قبول شده‌ام. بعد هم روزنامه را گرفتم و به خانه بردم و به اعضای خانواده و به‌خصوص پدرم نشان دادم و گفتم: ببینید من پزشکی قبول شده‌ام، اما قصد ندارم در این رشته تحصیل کنم. بعد

مطلب نوشته‌اید که آن شش خط هم حرف حسابی ندارد.

● واکنش خانم بیات به اظهارات یک نوجوان که این‌گونه با شجاعت و راحتی حرفش را بیان می‌کرد چه بود؟

○ خانم بیات که انگار متوجه صداقت و در عین حال ناراحتی من شده بود، گفت: خودت می‌توانی بنویسی؟ گفتم بله، فکر می‌کنم این توانایی را دارم. گفت: پس بنویس و بیاور. در هفته‌نامه منتظرت هستیم. خوب یادم هست که ۴۱ صفحه روی کاغذ A۴ دربارهٔ جوانان مطلب نوشتم و با خودم به دفتر نشریه بردم. آن روزها حدود ۲۰ سالم بود. به دفتر نشریه رفتم و مطلب را تحویل دادم. خانم بیات خودش آن را خواند و بعد هم آن را به چند نفر از همکارانش داد تا بخوانند. جالب است که هر کدام از آنان که مطلب را می‌خواندند سؤالشان این بود که این مطلب را خودت نوشته‌ای؟

پاسخ بله من برای آن‌ها خوشایند و برای خودم غرورآفرین بود. اتفاقی که باعث شد خانم بیات همان‌جا مرا صدا بزند و بگوید: محمدرضا! صفحهٔ «جوانان» نشریه از هفتهٔ بعد در اختیار تو. ببینم چه کار می‌کنی! غافلگیر شده بودم. پرسیدم حالا باید چه کار کنم؟ خانم بیات با مهربانی نگاه کرد و گفت این صفحه مال توسست، برو هر چی دوست داری دربارهٔ جوانان بنویس.

● به نظرم خوب است که از واکنش خودتان به این برخورد برایمان بگویید.

○ انگار دنیا را به من داده بودند. شروع کردم و بیشتر هم به سمت انتخاب و تهیهٔ گزارش‌های میدانی حرکت کردم. مثلاً موضوع «دختران تهرانی چه مقدار با خانواده وقت می‌گذرانند؟» را انتخاب می‌کردم و راهی می‌شدم. ابتدا به نقطه‌ای در شمال‌شهر مثل بوستان جمشیدیه می‌رفتم که خانواده‌ها به آن تردد داشتند و چند گزارش می‌گرفتم. بعد گزارش را می‌گرفتم و به نقطه و بوستانی در جنوب شهر تهران می‌رفتم و گزارش را کامل می‌کردم. خلاصه اینکه همین دیدار و نظر خانم بیات مدت دو و نیم تا سه سال مرا در هفته‌نامهٔ آزادی پایگیر و جاگیر کرد. بعد از این تجربهٔ خیلی دلپسند به نشریهٔ «عصر آزادگان» رفتم. بعد هم روزنامهٔ «جوان» که راه افتاد، دوستانی که گزارش‌های مرا در آن نشریه مرور و بررسی کرده بودند و به دلیل کارهایی که در حوزهٔ گزارش انجام داده بودم، مرا به کار دعوت کردند.

● تا جایی که اطلاع داریم، شما در چند رشتهٔ متفاوت هم تحصیل کرده‌اید. لطفاً در این خصوص هم برای خوانندگان مجله صحبت کنید.

○ در مورد تحصیلات باید بگویم، بعد از اینکه از سربازی برگشتم، در آزمون سراسری دانشگاه شرکت کردم و در رشتهٔ جامعه‌شناسی در دانشگاه علامه طباطبائی پذیرفته شدم و آن را در دورهٔ کارشناسی به پایان رساندم. و بعد هم در همان دانشگاه در رشتهٔ روانشناسی پذیرفته شدم و آن را نیز در دورهٔ کارشناسی ارشد تمام کردم. در ادامه نیز در دانشگاه علمی و کاربردی زبان انگلیسی خواندم. همان‌جا هم در رشتهٔ کارشناسی معماری داخلی تحصیل کردم.

● کمی هم از زندگی شخصی خودتان بگویید؛ اینکه فرزند یا فرزندان راه شما را ادامه داده‌اند یا خیر.

○ من سال ۱۳۸۴ ازدواج کردم و در سال ۱۳۸۷ خداوند فرشته‌ای مهربان، یعنی دختری به من داد که حالا کلاس دهم متوسطه است. او هم مثل من به ریاضی علاقه دارد و ریاضی می‌خواند. این را هم اضافه کنم که گرچه تحصیلات دانشگاهی را در زمینهٔ ریاضی ادامه ندادم، ولی باید اذعان کنم که درصد بالایی از موفقیت‌هایم را در زندگی حرفه‌ای و حتی شخصی، مدیون ریاضی و یا بهتر بگویم ذهنیت ریاضی خودم می‌دانم. به بیانی دیگر ریاضی و محاسبه و دقت در این علم مرا حسابگر - به معنای کسی که می‌تواند سود و زیان و خطر (ریسک) اقداماتش را به‌طور نسبی بسنجد - بار آورده است و تصور می‌کنم پاسخ عشقی را که به ریاضی داشته‌ام به‌خوبی گرفته‌ام.

● وصیت آخر؟

○ در مجموع من کار در رسانه را انتخاب کردم و ادامهٔ کار روزنامه‌نگاری و رسانه‌ای من این‌گونه بود که بهمن ماه سال ۱۳۷۷ از روزنامهٔ جوان تماس گرفتند که به آنجا بروم. آن زمان و در شروع کار روزنامهٔ جوان، متولیان امر از خودشان خلاقیت به خرج داده بودند. یعنی مطبوعات و رسانه‌های مکتوب را بررسی کرده و از نگاه خودشان از بهترین‌ها دعوت به کار کرده بودند که من هم به خاطر گزارش‌هایم در عصر آزادگان انتخاب شده بودم.

آنجا کارم را شروع کردم و کم‌کم در روزنامهٔ جوان دبیر سرویس گزارش شدم. مسئولیت چند هفته‌نامه را هم بر عهده داشتم و در چند مورد مثل «ندای کرمان» سردبیر بودم. مدتی هم با روزنامهٔ «رسالت» و «آریا» کار کردم و در مقطعی برای روزنامه‌های «همشهری» و «ایران» نیز مطلب می‌نوشتم. بعد هم فرصت همکاری به‌عنوان «دبیر سرویس استان‌های روزنامهٔ جام‌جم» پیش آمد. مدیر مسئولی وبگاه «پترو رویداد» نیز کاری است که در این اواخر به آن مشغول شده‌ام و ادامه دارد.

درمان

برای درمان ابتدا خوب است به دانش آموز یادآوری شود که می توان با ضرب یک عدد ثابت غیرصفر در صورت و مخرج یک عدد گویا، شکل های متفاوتی از آن را نوشت:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \dots$$

سپس جمع دو عدد گویا را به شکل های متفاوت توضیح داد و یادآوری کرد که چرا ما در جمع دو عدد گویا ابتدا آن ها را به شکلی می نویسیم که مخرج های برابر داشته باشند:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$$

حال می توان به دانش آموز تفهیم کرد که ۱۴ قسمت از ۳۵ قسمت را با ۱۵ قسمت از همان ۳۵ قسمت به راحتی می توان جمع کرد و ۲۹ قسمت از ۳۵ قسمت را به دست آورد.

برای تفهیم ضرب دو عبارت گویا هم می توان مسئله ای را در قالب یک فعالیت طراحی کرد: دو کشاورز با هم می خواهند یک زمین زراعی را کشت کنند. یکی از آن ها $\frac{2}{3}$ زمین را با تراکتور شخم زده و دیگری در $\frac{3}{5}$ از قسمت شخم زده شده نهال کاشته است. می خواهیم بدانیم تا الان چه کسری از زمین نهال کاشته شده است؟

با رسم دو شکل زیر می توان به فهم ضرب دو عدد گویا بسیار کمک کرد:



از $\frac{2}{3}$ زمین شخم زده شده که نهال کاشته شده است
از کل زمین که شخم زده شده است

همچنان که در شکل سمت راست مشاهده می کنید،
از $\frac{2}{3}$ زمین می شود $\frac{6}{15}$ کل زمین؛ یا به زبان ضرب
عددهای گویا:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$$

نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش آموزان اعمال جبری روی کسر ها را با دقت در فصل دوم کتاب ریاضی پایه پنجم یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند، فعالیت های کتاب را انجام دهند و مطالب یاد گرفته خود را با مثال ها تطبیق دهند. سپس کاردرکلاس ها و در پایان مسئله های آخر هر درس را حل کنند. علاوه بر آن فصل اول کتاب ریاضی پایه هشتم را نیز با همان ترتیب مطالعه کنند. در این صورت می توانند درک درستی از کسر ها، ساده کردن، و جمع و تفریق، و ضرب و تقسیم آن ها داشته باشند و نارسایی هایشان در اعمال جبری عددهای گویا برطرف شود.

اشتباه های محاسباتی

افشین خاصه خان

دروود و وقت بخیر خدمت دنبال کنندگان درمانگاه ریاضی. از اینکه ما را تعقیب می کنید و در ادامه مسیر به ما انرژی می بخشید، بسیار سپاسگزاریم. در پنجمین شماره سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ به معرفی یک اشتباه متداول دیگر می پردازم. امیدوارم مفید واقع شود.

اشتباه متداول ۵

مجموع، تفاضل، حاصل ضرب و خارج قسمت عددها و عبارت های گویا

یکی دیگر از اشتباه های متداول زمانی اتفاق می افتد که بعضی از دانش آموزان در محاسبه ها قرار است اعمال جبری را روی عددهای گویا یا عبارت های گویا انجام دهند. این دانش آموزان معمولاً خاصیت های جمع و ضرب را درست به کار نمی برند؛ مانند مثال های زیر:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{7}{10}, \quad \frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{7}{21}, \quad \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{3}$$

تشخیص علت

این خطا می تواند دلایل متعددی داشته باشد. در اشتباه اول، دانش آموز صورت ها را با هم و مخرج ها را با هم جمع می کند. به نظر می رسد او در عمل جمع همانند ضرب عددهای گویا عمل می کند و به درستی مفهوم آن ها را نمی داند.

در اشتباه دوم فقط مخرج کسر ها را در هم ضرب می کند و سپس صورت ها را با هم جمع می کند. او متوجه نیست که اگر فقط مخرج یک کسر در عددی ضرب شود، کسر حاصل با کسر اول برابر نیست. در اشتباه سوم نیز به دلیل برابر بودن مخرج ها، دانش آموز به جای عمل ضرب شبیه عمل جمع رفتار می کند، اما صورت ها را در یکدیگر ضرب می کند. در کل می توان گفت دانش آموزانی که مرتکب چنین خطاهایی می شوند، اعمال جبری روی عددهای گویا را به صورت دستوری و عاری از مفهومی آن ها فرا گرفته اند. به همین خاطر در عمل چنین تداخل هایی صورت می گیرد.

کاربرد هندسه

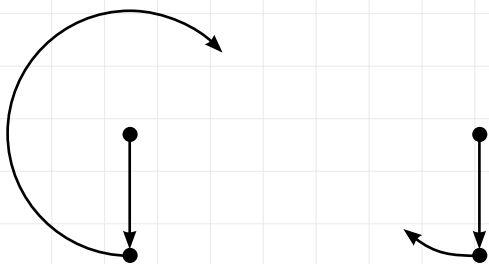
در هنر

قسمت اول

● ندا نعمتی

چرخش این خط، سطح را ایجاد می‌کند (شکل ۲) و دایره‌ای ایجاد می‌شود که سه شکل مثلث، شش ضلعی و مربع از دایره استخراج می‌شود. به بیان دیگر از یک نقطه مرکزی که به نوعی مبدأ محسوب می‌شود، حرکت اتفاق می‌افتد که همان امتداد و تشکیل خط است و به تشکیل دایره و سپس سایر شکل‌های هندسی منجر می‌شود.

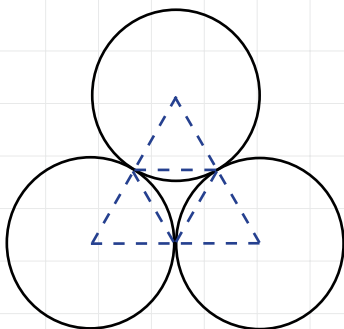
◀ شکل ۲



رسم مثلث از دایره

سه دایره را مطابق شکل ۳ رسم کنید، خارجی‌ترین نقاط آن‌ها با یکدیگر مماس هستند. از اتصال مراکز این دایره‌ها به هم و همچنین از وصل کردن نقطه‌های مماس آن‌ها به یکدیگر، مثلث‌هایی تشکیل می‌شود (شکل ۴).

◀ شکل ۳



امام صادق (ع) از جد گرامی‌شان حضرت علی (ع) روایت کرده‌اند: «إِنَّ اللَّهَ جَمِيلٌ وَ يُحِبُّ الْجَمَالَ»: خداوند زیباست و زیبایی را دوست دارد.^۱

مسلمانان از تجسم و ترسیم دقیق شکل‌های انسان، حیوانات و سایر موجودات زنده، به علت تبعات احتمالی بت‌پرستانه و شرک‌آمیز آن، منع شده بودند. از این رو هنر ایرانی پس از اسلام، شیوه‌های دیگری را برای بیان زیبایی به کار گرفت. یکی از این شیوه‌ها خوش‌نویسی است. در شماره‌های قبل تا حدودی با خط کوفی و کاربرد آن در زیباسازی بناها آشنا شدید. روش دیگر، استفاده از ریاضیات و هندسه است. این روش به نوعی، تصویری از نظم حاکم بر عالم ارائه می‌دهد و در تزئین انواع اشیاء، مانند کاشی، شیشه، پارچه، قالی و انواع گوناگون ظرف‌ها از آن استفاده شده است. نقش‌های هندسی به این شی‌ها ارزش بیشتری می‌بخشد.

برای فهم مبنای یک نقش هنری اسلامی باید حرکت‌های هندسی اولیه را که غالباً نادیده گرفته می‌شوند، با دقت فراوان مدنظر قرار داد. توجه داشته باشید که نقش‌های هندسی، ابتدا از یک نقطه آغاز می‌شوند و از امتداد این نقطه، خط تشکیل می‌شود (شکل ۱).

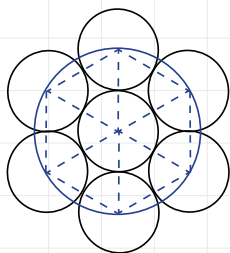
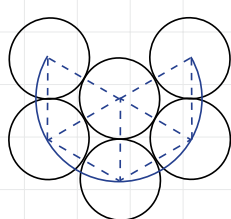
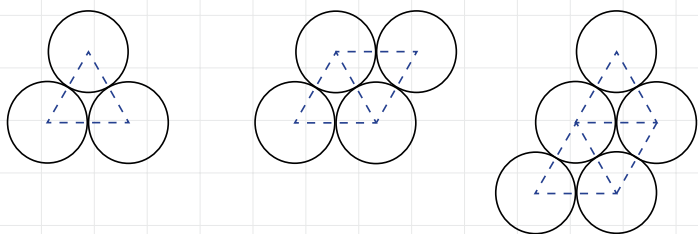
◀ شکل ۱



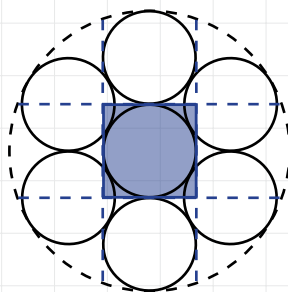
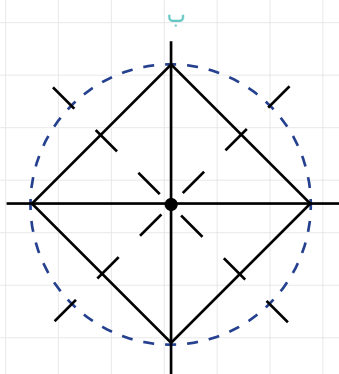
شش ضلعی

در مرحله بعدی دایره دیگری مماس با دو دایره سمت راست رسم کنید. به همین ترتیب، تعداد دایره‌ها را در طرفین افزایش دهید (شکل ۴). در پایان شش دایره یک دایره مرکزی را احاطه کرده‌اند. اگر شعاع این دایره‌ها را به سمت مرکز امتداد دهید، شش مثلث متساوی‌الاضلاع و به عبارت دیگر یک شش ضلعی منتظم دارید.

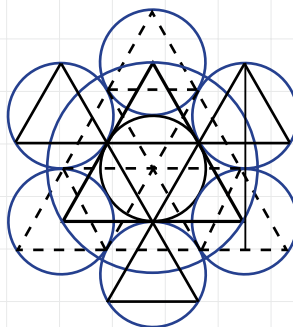
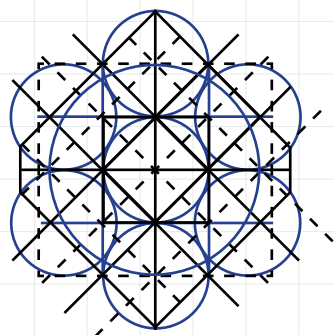
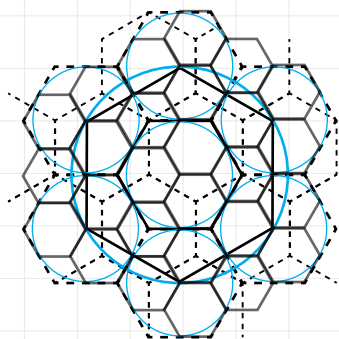
شکل ۴



شکل ۵



شکل ۶



پی‌نوشت

۱. (کافی، ج ۶، ص ۴۳۸)

مربع

پس از رسم مثلث و شش ضلعی، نوبت به مربع می‌رسد. همان‌طور که در تصویر مشاهده می‌کنید، برای رسم مربع از دو روش می‌توانید استفاده کنید. در روش اول، به روش مشابه در رسم شش ضلعی، هفت دایره رسم می‌کنید. مماس با سه دایره عمودی، دو خط رسم کنید. برای رسم ضلع‌های افقی مربع، دو خط، مماس بر دایره مرکزی و به موازات هم رسم کنید تا مربعی در مرکز تشکیل شود و دایره مرکزی را در بر بگیرد (شکل ۵-الف). روش دوم تقسیم کردن دایره به چهار زاویه ۹۰ درجه است. نقطه‌هایی از دایره که این زاویه‌ها را روی آن‌ها مشخص کرده‌اید، به یکدیگر وصل کنید تا یک مربع تشکیل شود. با استفاده از پرگار و خط‌کش می‌توانید شکل‌های دیگری نیز از این مربع به وجود آورید (شکل ۵-ب).

مثلث متساوی‌الاضلاع، شش ضلعی و مربع، هر یک به تنهایی می‌توانند تکثیر شوند و یک سطح را بپوشانند. به‌طور مثال شش ضلعی، با ایجاد شکل‌های مشابه از طریق هر یک از اضلاعش، طرح‌های کوچک و بزرگ گوناگونی ایجاد می‌کند که منجر به تشکیل نقش‌های هنری زیبا می‌شود که در آینده بیشتر با آن آشنا می‌شویم. مثلث و مربع نیز به همین ترتیب می‌توانند خود را منعکس و تکثیر کنند (شکل ۶).

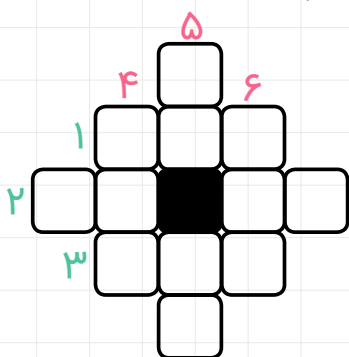


برای دیدن پاسخ
رمزینه را پویش کنید.

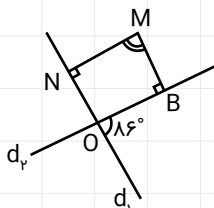
جدول ریاضی

محمدتقی طاهری تنجانی

جدول زیر شامل چهار عدد سه رقمی و چهار عدد دو رقمی است. شرح جدول در زیر آمده است. عددها در سطریهای افقی از چپ به راست و در ستون‌ها از بالا به پایین هستند.



۱. عددی است اول.
۲. از دو عدد، اگر سه برابر عدد بزرگتر برابر باشد با چهار برابر عدد کوچکتر و اختلاف دو عدد هشت باشد، عدد بزرگتر کدام است؟ سه عدد طبیعی داریم. مجموع عددهای اول و دوم ۹۶ و مجموع عددهای دوم و سوم ۱۰۵ و مجموع عددهای اول و سوم ۸۷ است. عدد دومی کدام است؟
۳. منبعی به شکل مکعب مستطیل به طول $\frac{3}{5}$ متر، عرض ۲ متر و ارتفاع $\frac{1}{8}$ متر، پمپی دارد که در هر ۶ ثانیه ۷ دسی‌متر مکعب آب در آن می‌ریزد. این منبع خالی را با این پمپ در چند دقیقه می‌توان پر کرد؟
۴. عددی است مجذور کامل که فقط یک عامل اول دارد.
۵. مریم می‌خواست برای دوستانش هدیه بخرد. اگر برای هر کدام یک کیف ۶۰۰ هزار تومانی بخرد، ۲۰۰ هزار تومان کم می‌آورد. اگر هم کیف ۵۵۰ هزار تومانی بخرد، ۳۰۰ هزار تومان زیاد می‌آورد. تعداد دوستان مریم چند نفر است؟ در شکل ۱، $\hat{O} = 86^\circ$ و MB و MN بر خط‌های d_1 و d_2 عمودند. اندازه زاویه M چند درجه است؟



شکل ۱

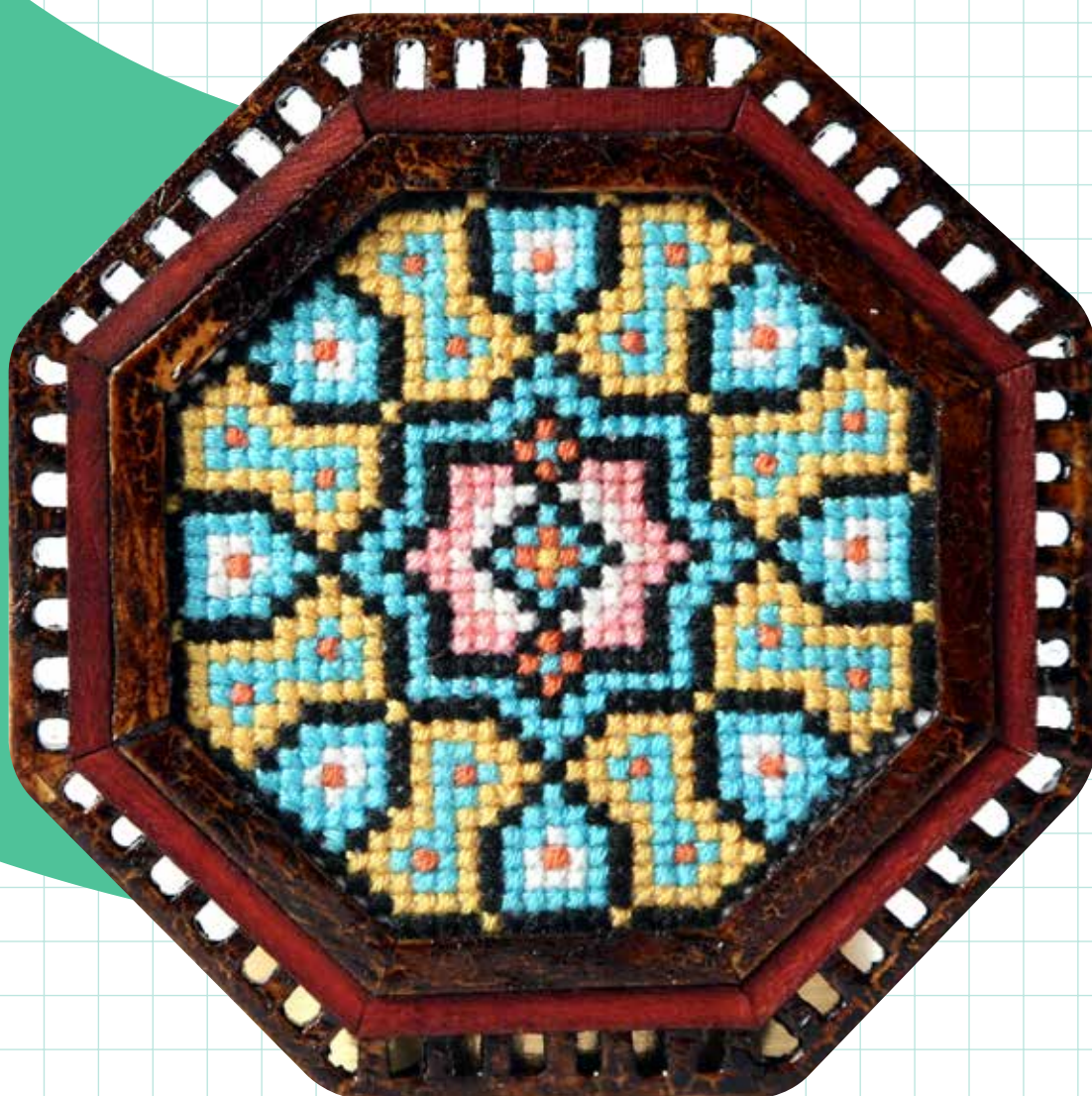
۶. شخصی هر سه خودکار را به قیمت ۱۰۰۰۰ تومان می‌خرد و هر ۵ خودکار را به قیمت ۲۰۰۰۰۰ می‌فروشد. چند خودکار بفروشد تا ۱۰۰۰۰۰۰ تومان سود ببرد؟



برای مشاهده
مراحل ساخت،
رمزینه را پویش
کنید.

ندا نعمتی

شماره دوزی هشت ضلعی



● خسرو داودی ● تصویرگر: عرفان محمدی آذر

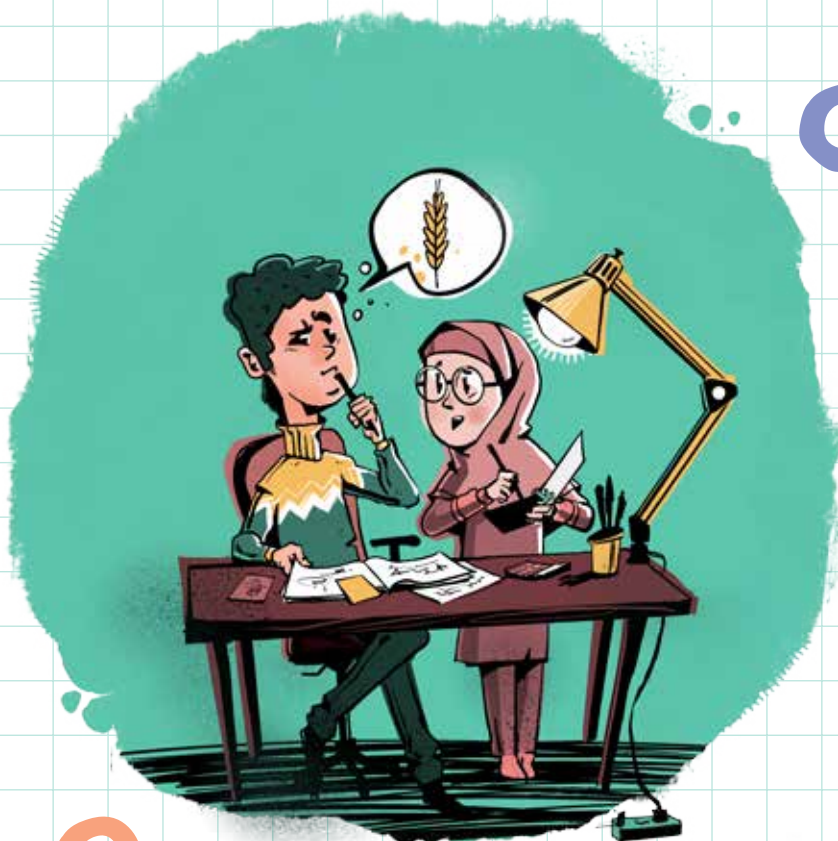
افسانه شطرنج

● علی و خواهرش فاطمه در حال خواندن مجلهٔ رشد ریاضی برهان بودند. علی مطلب مربوط به افسانهٔ شطرنج را با صدای بلند خواند و گفت فاطمه بیا راهی پیدا کنیم که این تعداد گندم را حدس بزنیم.

●● فاطمه گفت: آخه چطوری؟

●●● علی کاغذ و قلمی برداشت. و با خود گفت: در پاسخ نامه نوشته بود که این تعداد گندم ۱-۲۶۵ است. اول باید ۲۶۵ را پیدا کنیم.

●●●● فاطمه: می‌توانیم تقریبی حساب کنیم.



●●●●● علی و فاطمه مشغول محاسبه شدند.

●●●●● علی: می‌دانیم که ۲۱۰ برابر ۱۰۲۴ می‌شود.

●●●●● فاطمه: بهتر است به جای ۱۰۲۴ عدد ۱۰۰۰ را در نظر بگیریم. ۲۵ هم می‌شود ۳۲ که می‌توانیم ۳۰ در نظر بگیریم.

●●●●● علی جواب را پیدا کرد و شگفت‌زده شد. نه این عدد خیلی بزرگ است. من ۱۰۰ عدد گندم را کشیدم: ۵ گرم شد.

●●●●● پس اگر این عدد را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم می‌توانیم جرم گندم‌ها را پیدا کنیم.

●●●●● فاطمه خیلی تعجب کرد و گفت: اگر یک کیسه گندم ۱۰ کیلوگرم باشد، چند تا گندم خواهد داشت؟

●●●●● علی گفت: بیا حساب کنیم این مقدار گندم چند کیسهٔ ۱۰ کیلویی گندم می‌شود.

■ شما حساب کنید این مقدار گندم معادل چند کیسه گندم ۱۰ کیلوگرمی خواهد شد.



برای مشاهدهٔ پاسخ، رمزینه را پویش کنید.