

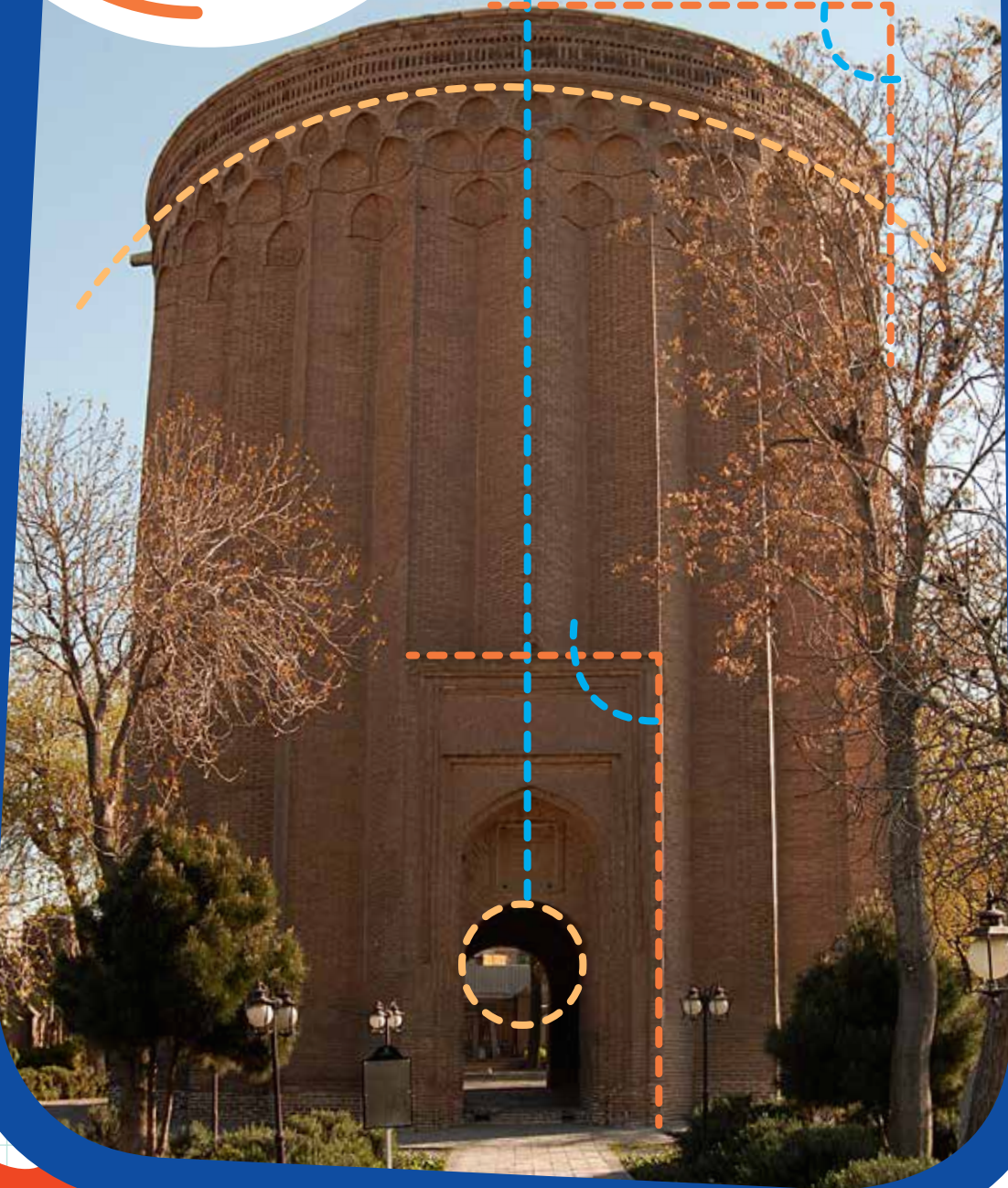


۴

رشد برهان

رایج

وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۵۰ / ۴۰ صفحه / دی ۱۴۰۳
پيامک: ۱۴۰۸۹۹۵۱۳ / ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۳ / ISSN: 1735-4943



جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبایی ها
برج طغرل شهر ری

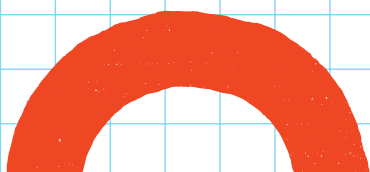
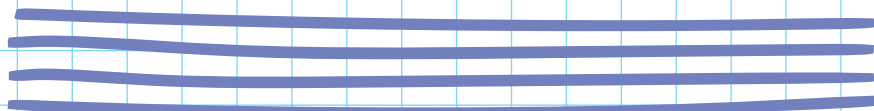
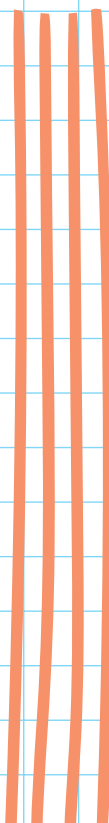
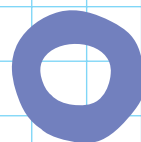
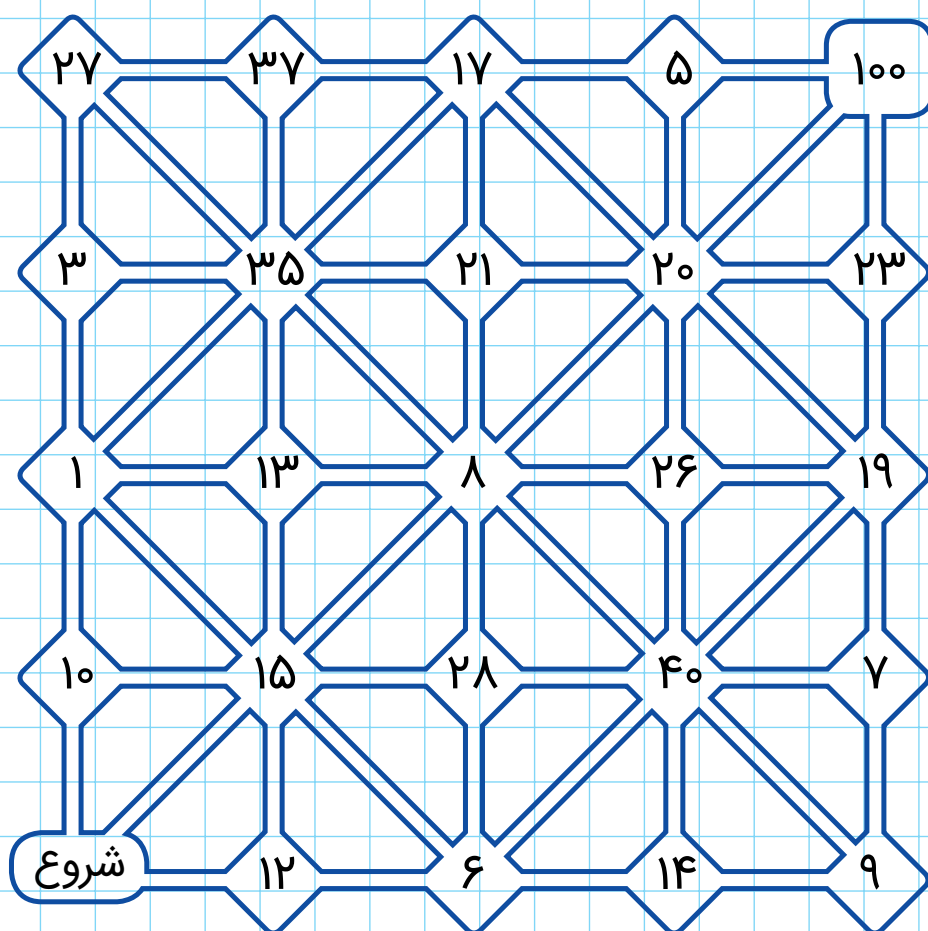
۳ ده بار به صد برس

• خسرو داودی

آیا می‌توانید راهی بیابید که از نقطه شروع حرکت کنید و به ۱۰۰ برسید، به طوری که جمع عددهایی که از آن‌ها عبور می‌کنید برابر ۱۰۰ شود؟ حالا سعی کنید ۹ راه دیگر پیدا کنید. کدام یک از آن‌ها کوتاه‌تر بود؟



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه
را پویش کنید.



 **وزارت آموزش و پرورش** سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیاک: ۱۴۰/۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / صفحه: ۴۰ / دی‌ماه ۱۴۰۳

هدير مسئول: محمد صالح مُذنبی / **سرديز:** حسين نامی ساعی / **هدير داخلي:** پری حاجی خانی
هيئت تحريره: محرم ايردموسي، هريم جعفر آبادی، معجد حکمت، روح الله خليلی بروجنی،
خسرو داودی، محمد رضا سيد صالحی، محمود نصیری
ويراستار: بهروز راستانی / **هدير هنری:** کوروش پارسانژاد / **طراح گرافیک:** حسين يونزاشی
تصويرگر: حسين يونزاشی / **عکس ورژن جلد:** حميدرضا گردان

در این ماه؛ دی ۱۴۰۳؛ دهم؛ ولادت حضرت فاطمه ^(ص)، روز زن و تولد امام خمینی ^(ره)
یازدهم؛ میلاد حضرت مسیح ^(ع) **نهم؛** روز بصیرت و میثاق امت با ولایت **سیزدهم؛** ولادت
 امام محمد باقر ^(ع)، روز جهانی مقاومت و شهادت شهید سپهبد حاج قاسم
 سلیمانی **یازدهم؛** شهادت امام جعفری ^(ع) **بیست و دوم؛** ولادت امام جواد ^(ع)
بیست و پنجم؛ ولادت حضرت علی ^(ع) و روز پدر **بیست و ششم؛** فرار شاه
بیست و هفتم؛ وفات حضرت زینب ^(ص) **بیست و نهم؛** روز غزه
 شرح مناسبت‌های ماه را با پوشش زمینه‌بندی کنید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان قرار گیرد و همه کودکان و نوجوانان مبین عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند. قیمت: ۱۸۰/۰۰۰ ریال

● سخن سردییر

صبر؛ کلید یادگیری / حسین نامی ساعت ۲/۱

● ریاضی و مدرسه

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری/ ۳

آموزش ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی و آرش رستگار / ۶

مجموعه پروژه‌های کوچک برای ریاضه‌دانان کوچک / خسرو داودی و آرش رستگار / ۲۲

در کلاس درس آقای رهنما / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۴

اشتباه‌های محاسباتی / افشین خاصه خان / ۳۳

● گفتوگو

زندگی بهتر با ریاضیات / گفت و گو با محمد معین مهماندوست / محمد دشتی / ۸

ذهن تحلیل‌گر حاصل ریاضیات / گفت‌وگو با دکتر علی‌ایرانمنش / محمددشتی / ۳۰

● ریاضی و کاربرد

بیایید کمی فکر کنیم! وای چقدر درس داریم! / خسرو داودی / ۱۰

مهندسان چگونه کار می کنند؟ / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۲

خطریذیری و بازده در سرمایه‌گذاری / ژما جواهری پور / ۱۷

رویات بازیکن بسکتبال / مترجم: مریم جعفرآبادی / ۲۸

جگونه اسم می‌شود؟ عباس قلعه‌پور اقدم / ۳۶

● ریاضی و سرگرمی

انديشه رياضي / عباس قلعه پور اقدم / ۱۴

جدول عدددها/ جعفریانہ ۲۷/

اصول نوشتاری کوفی، بنای، / ندانم، ۳۸/

حدول ریاضی / محمد تقی طاہری تنجانی / ۴۰

● ریاض و مسئلہ

تبدیل واحد / چگونه واحدهای یک کمیت را به یکدیگر

تبدیل کنیم؟/ سمن اکبری زاده/ ۱۸

● باغ خاطرات

یزشک دره مانگاه ریاضی / حبیب یوسف زاده / ۲۰

● ریاضی و برنامه نویسی

زبان برنامه نویسی، جاوا/آپان خلیه، ۳۴

ایران
زیبای
ما
شهرری
برج طغرل

برج طغرل تهران، آرامگاه طغرل بیگ سلجوقی و یکی از شاهکارهای معماری در زمان سلجوقیان با قدمتی حدود ۹ قرن است. در گذشته از برج طغرل به عنوان ساعت آفتابی برای تشخیص زمان استفاده می شد، به این صورت که اگر از بالا به این برج نگاه کنید، ۲۴ کنگره می بینید که با طلوع خورشید از سمت شرق به ترتیب یکی از کنگره ها توسط نور آفتاب روشن می شود که تقریباً هر یک ساعت یکبار آفتاب به سمت کنگره بعدی حرکت می کند. تا اینکه به بیشترین ارتفاع خود برسد و بر روی نصف النهار منطقه قرار بگیرد.



فروش و اشتراک
محلات رشد



برای مشاهده شرایط ارسال
مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطه
اول، رمزینہ را یویش کنید.



nazar.roshdmaq.ir



نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطه اول
در پیام رسان شاد:

@roshd borhan1



صبر

کلید یادگیری

حسین نامی ساعی

چه ارتباطی با یادگیری و ریاضیات دارد؟ صبر ویژگی مهمی است که به ما کمک می‌کند در برابر چالش‌ها آرامشمان را حفظ کنیم. صبر از نظر اخلاقی، به معنای مدیریت بی‌تابی، ناآرامی و اضطراب در شرایط سخت و چالش‌برانگیز است.

برای دانش‌آموز داشتن صبر بسیار حیاتی است، زیرا در یادگیری نقش مهمی دارد. صبر، پشتکار و تمرکز در مطالعه باعث می‌شود بهتر یاد بگیریم و در مواجهه با امتحان‌ها یا تکلیف‌های دشوار، مسئله‌ها را با خونسردی و آرامش بیشتری حل کنیم.

صبر همچنین به ما کمک می‌کند از شکست‌ها درس بگیریم و تلاشمان را بیشتر کنیم. با صبر می‌توانیم مسئله‌ها را با دقت و توجه بیشتری بررسی کنیم و به راه‌حل‌های خلاقانه برسیم. بنابراین صبر کلیدی برای موفقیت در یادگیری است که انگیزه‌مان را برای رسیدن به هدف‌های تحصیلی و شخصی افزایش می‌دهد.

نقش صبر در ریاضیات چیست؟

ریاضیات یکی از درس‌هایی است که در زندگی روزمره نیز تأثیر زیادی دارد و آموختن آن نیازمند صبر و پشتکار است. حل بسیاری از مسئله‌های ریاضی به زمان و تمرکز زیادی نیاز دارد. دانش‌آموزانی که صبورترند، با آرامش و دقت بیشتری مسئله‌های ریاضی را حل می‌کنند و اشتباه‌های کمتری دارند. حل مسئله‌های ریاضی این مهارت را می‌آموزد که چگونه مشکلات پیچیده را حل کنیم و راه‌حل‌های منطقی برای آن‌ها بیابیم. دانش‌آموزانی که در فهم ریاضی موفق‌اند، معمولاً در سایر جنبه‌های زندگی نیز موفق‌تر عمل می‌کنند؛ زیرا یاد گرفته‌اند چگونه با چالش‌ها مواجه شوند و از شکست‌ها به‌عنوان فرصتی برای یادگیری بهره بگیرند. بنابراین، صبر و ریاضیات دو عنصر جدایی‌ناپذیرند که می‌توانند به ما کمک کنند نه تنها در تحصیل، بلکه در زندگی نیز موفق باشیم. با تقویت صبر و پشتکار، می‌توانیم به موفقیت‌های بزرگ‌تر دست یابیم و افراد مؤثری در جامعه شویم.

صبور و پیروز باشید.

سلام دوستان و همراهان عزیز. امیدوارم همیشه شاد و سالم باشید. شاید برایتان پیش آمده است که مسئله‌ای را بارها حل کرده، اما به نتیجه مطلوب نرسیده‌اید؛ تا جایی که خسته یا حتی عصبانی شده‌اید و دیگر تمایلی به ادامه و امتحان کردن مسیرهای دیگر نداشته‌اید. این اتفاق در حل مسائل ریاضی بیشتر رخ می‌دهد، زیرا حل مسائل ریاضی به صبر، حوصله و دقت بیشتری نیاز دارد. داشتن صبر و حوصله نه تنها در حل مسئله‌های ریاضی، بلکه در حل هر مشکلی بسیار مهم است. مطمئنم که بیشتر شما بچه‌های باهوش و بااستعدادی هستید، اما تنها داشتن هوش برای موفقیت کافی نیست، بلکه داشتن چیزهای دیگری نیز ضروری هستند؛ از جمله صبر و حوصله.

بگذاریم. خاطره‌ای از یکی از دانش‌آموزانم به یادم آمد. خاطره‌ای از علی درستکار که چند سال پیش شاگردم بود. علی دانش‌آموز بسیار باهوشی بود و همیشه در درس‌های دیگر نمره‌های بالایی می‌گرفت، اما یک مشکل بزرگ داشت: او بسیار عجول و بی‌صبر بود که این باعث اشتباه‌های زیادی در محاسبه‌های ریاضی‌اش می‌شد. یک روز به او گفتم: «علی تو پسر خیلی باهوشی هستی، اما باید یادگیری که صبر و دقت هم به همان اندازه اهمیت دارند. باید تمرین کنی که صبور باشی.»

از آن روز به بعد، همراه علی شدم تا روش‌های جدیدی برای حل مسئله‌های ریاضی امتحان کند. او یاد گرفت قبل از نوشتن پاسخ، دوباره با صبر و حوصله مرحله‌های حل مسئله را بررسی کند تا مطمئن شود همه چیز درست است. با تمرین و تلاش، علی آموخت چگونه صبورتر باشد و مسئله‌ها را با دقت بیشتری حل کند. همین دقت، صبر و حوصله باعث شد که نمره‌های او در امتحان‌های ریاضی روز به روز بهتر شود و دیگر اشتباه‌های عجولانه نکند. در پایان سال هم با نمره‌های عالی فارغ‌التحصیل شد.

و اما بچه‌ها، چگونه می‌توانیم صبور باشیم؟ اصلاً صبر چیست و



● محمود نصیری

نامساوی‌ها در هندسه، مفهوم فاصله و قدر مطلق

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

یعنی اندازهٔ پاره‌خط‌ها، بیان می‌شود، خویشاوندی نزدیکی با جبر پیدا می‌کند. پس ابتدا ببینیم مفهوم فاصله در هندسه به چه معنی است. در سال‌های قبل مشاهده کرده‌اید که برای اندازه‌گیری فاصلهٔ بین دو نقطه می‌توان واحدهای اندازه‌گیری متفاوتی را به کار برد. در این صورت عددهای متفاوتی هم به دست می‌آید. مثلاً اگر طول میزی را با واحد سانتی‌متر اندازه بگیرید و برابر $۶۳/۵$ سانتی‌متر باشد،

در مورد مقایسهٔ اندازه‌های زاویه‌های یک مثلث با ضلع‌های به اندازه‌های متفاوت به کار می‌رود. نامساوی مثلثی ارتباطی را بین ضلع‌های مثلث بیان می‌کند. در هر مثلث، مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازهٔ ضلع سوم بزرگ‌تر است. در واقع این قضیه نیز بر حسب فاصله بیان شده که از بیان قضیه بر حسب هم‌نهشتی پاره‌خط‌ها مناسب‌تر است. وقتی این قضیه بر حسب فاصله‌ها،

در سه بخش قبلی نامساوی‌های هندسی را در مورد پاره‌خط‌ها، زاویه‌ها و رابطه‌های بین بزرگ‌تری یا کوچک‌تری اندازهٔ ضلع‌ها با بزرگ‌تری یا کوچک‌تری اندازهٔ زاویه‌ها بیان کردیم. در انتها هم قضیه‌ای را در مورد اندازه‌های دو پاره‌خطی که پای نیمساز روی ضلع جدا می‌کند، با ضلع‌های دیگر مثلث بررسی کردیم. اکنون در این بخش مهم‌ترین قضیه در مورد نامساوی‌ها در مثلث را بررسی می‌کنیم. قضیهٔ زاویهٔ خارجی یک نامساوی است که همواره

با واحد اینچ اندازه‌گیری کنید ۲۵ اینچ می‌شود. در حالی که طول میز همان است و فقط با واحدهای متفاوت اندازه‌گیری شده است که در نتیجه اندازه‌ها متفاوت است.

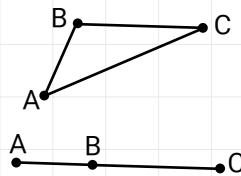
بنابراین می‌خواهیم تعریفی از فاصله بیان کنیم که ربطی به نوع واحد اندازه‌گیری نداشته باشد. به هر دو نقطه متمایز A و B عدد حقیقی مثبتی را نظیر می‌کنیم که بیان می‌کند، نقطه A چقدر از نقطه B دورتر است.

اما این موضوع باید کمی دقیق‌تر بررسی شود. وقتی فردی از عبارت «کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه روی یک خط راست است» استفاده می‌کند، ممکن است نیت خوبی داشته باشد، اما جمله او در واقع نادرست است. این بستگی به هندسه‌ای دارد که به کار می‌بریم؛ چنانکه در شماره‌های قبل برحسب فاصله نقطه‌ها روی کره زمین توضیح دادیم. بنابراین جمله درست این است که بگوییم: «کوتاه‌ترین مسیر در یک صفحه که دو نقطه A و B را به هم متصل می‌کند. پاره‌خط $\overline{AB}$ است.» طول پاره‌خط $\overline{AB}$ را به AB نشان می‌دهیم. بنابراین مفهوم فاصله را به این صورت تعریف می‌کنیم: **به هر دو نقطه متمایز عدد مثبت یکتایی نظیر می‌کنیم که آن را فاصله بین آن دو نقطه می‌نامیم.**

فاصله هر نقطه و خودش را صفر تعریف می‌کنیم. اگر A و B دو نقطه‌ای باشند که فاصله بین آن‌ها را به AB نشان می‌دهیم، تناظری که به این صورت به دست می‌آید دارای شرایط زیر است:

۱. برای هر دو نقطه A و B، داریم: $AB \geq 0$.
 ۲. $AB = 0$ هرگاه $A = B$ ؛ یعنی A همان B باشد.
 ۳. $AB = BA$ یعنی فاصله بین A و B همان فاصله بین B و A است.
- ما در اینجا به دنبال ویژگی مهمی از فاصله هستیم که به «نامساوی مثلثی» معروف است. این نامساوی کلی‌تر از آن

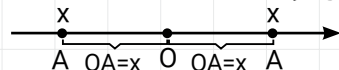
است که در مثلث بیان کردیم و گفتیم: اگر A، B و C هر سه نقطه‌های دلخواهی در صفحه باشند، آنگاه: $AB + BC \geq AC$ (شکل ۱).



شکل ۱

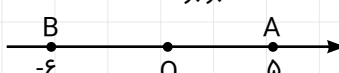
در حالت خاصی که A، B و C روی یک خط راست باشند و B بین A و C باشد، آنگاه: $AB + BC = AC$. در غیر این صورت، اگر A، B و C سه نقطه غیر واقع بر یک خط باشند، آنگاه می‌توانند سه رأس یک مثلث باشند و: $AB + BC > AC$.

اما قبل از آنکه نامساوی مثلثی را در هندسه پی بگیریم می‌خواهیم این مفهوم فاصله را روی محور عددهای حقیقی بررسی کنیم که خود به مفهومی جدید به نام قدر مطلق منجر می‌شود. محور عددهای حقیقی را در نظر می‌گیریم. اگر A هر نقطه روی این محور باشد، بر حسب آنکه طول یا مختص نقطه A مثبت یا منفی باشد، فاصله مبدأ O تا A به این صورت‌ها محاسبه می‌شود:



شکل ۲

وقتی x طول نقطه A مثبت است، فاصله A تا O برابر همان خود x است؛ یعنی: $AO = x$ (شکل ۲). اما اگر x طول نقطه A منفی باشد، چون فاصله همواره مثبت یا صفر است، پس فاصله A تا O نمی‌تواند برابر x شود. زیرا در این صورت فاصله منفی می‌شود. در این حالت x را در یک منفی ضرب می‌کنیم. پس -x عددی مثبت است و اکنون فاصله A تا O برابر -x است.

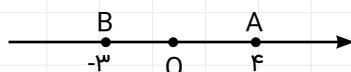


شکل ۳

مثلاً در شکل ۳، OA یعنی فاصله A تا

O برابر ۵ است؛ $OA = 5$. در واقع اگر از O به اندازه ۵ واحد، مثلاً ۵ متر، در جهت مثبت محور x ما قدم بزنیم، می‌توانیم به نقطه A برسیم. پس می‌گوییم فاصله O تا A برابر ۵ است و این فاصله طول پاره‌خط OA نیز تعریف می‌شود.

اما اگر مختص یا طول نقطه B منفی باشد، مثل آنچه که در شکل ۴ می‌بینیم، واضح است که ما اگر بخوایم از O به B برویم، نمی‌گوییم ۶- متر راه رفته‌ایم. می‌گوییم ۶ متر راه رفته‌ایم، اما در جهت منفی محور x‌ها. چون فاصله در هر حالت مثبت یا صفر در نظر گرفته می‌شود، به جای آنکه بگوییم ۶- متر در جهت منفی محور x‌ها حرکت کرده‌ایم تا به B برسیم، می‌گوییم فاصله O تا B برابر $6 = (-6)$ است. یعنی مختص یا طول نقطه B را در یک منفی ضرب می‌کنیم. اکنون با این قرارداد می‌توانیم فاصله مبدأ را تا هر نقطه روی محور x‌ها، چه مختص نقطه مثبت باشد و چه نقطه منفی، با یک عدد مثبت یا صفر نشان دهیم.



شکل ۴

در شکل ۴ داریم: $OB = -3$ و $OA = 4$. حال اگر طول یا مختص یک نقطه با عدد x که علامت آن را نمی‌دانیم داده شده باشد، باید برای x سه حالت در نظر بگیریم:

- اگر $x = 0$ باشد، فاصله O تا خود O است که صفر است.
- اگر x مثبت باشد، یعنی: $x > 0$ و بنا بر آنچه توضیح دادیم می‌گوییم: $OA = x$. پس فاصله O تا A برابر x است.
- اگر x منفی باشد، یعنی: $x < 0$ ، در این صورت می‌گوییم فاصله O تا A برابر -x است، زیرا در این حالت $x < 0$ و در نتیجه: $-x > 0$ ، پس: $OA = -x$.

اکنون مشاهده می‌کنیم، وقتی مرتباً با مختص‌های مثبت و منفی نقطه‌ها روی محور x‌ها سروکار داریم و هدف ما فاصله است، در نظر گرفتن حالت‌ها معمولاً سخت و کسل‌کننده است. از این رو نمادی را به نام «قدر مطلق» تعریف می‌کنیم. یعنی وقتی x هر عددی باشد، دو پاره‌خط عمودی



در اینجا منفی شده است. اینجا است که قدرمطلق مشکل را حل می‌کند. اگر شما فاصله A تا B را به صورت $|5-2|$ یا $|2-5|$ نشان دهید، تفاوتی ندارد. به هر صورت که بنویسید حاصل یکی می‌شود:

$$AB = |2-5| = |-3| = -(-3) = 3$$

یا

$$AB = |5-2| = 3$$

پس چنین به نظر می‌رسد که اگر x_A و x_B به ترتیب طول‌های یا مختص‌های نقطه‌های A و B باشند، آنگاه:

$$AB = |x_A - x_B| = |x_B - x_A|$$

از ویژگی‌های قدرمطلق این است که اگر تمام عبارت قدر مطلق در یک منفی هم ضرب شود، حاصل تغییر نمی‌کند و به همین دلیل تفاوتی نمی‌کند که x_A را از x_B کم کنید یا x_B را از x_A . در واقع ویژگی $|x| = |-x|$ همواره برقرار است؛ چرا؟

به همین ترتیب اگر a و b دو عدد دلخواه باشند، آنگاه: $|a-b| = |b-a|$.

سعی کنید با بیان مثال‌هایی مانند: $|5-2| = |2-5|$ یا: $|\sqrt{2}-1| = |1-\sqrt{2}|$ در نظر گرفتن حالت‌های متفاوت برای a و b آن را ثابت کنید.

مثلاً اگر: $a \geq b$ ، آنگاه: $a-b \geq 0$ و: $a-b \leq 0$ در نتیجه: $|a-b| = a-b$ و: $|a-b| = -(b-a) = a-b$ که مشاهده می‌کنید برابری. حالت $a < b$ را نیز خودتان تحقیق کنید.

حال که با مفهوم قدرمطلق آشنا شدیم می‌خواهیم یکی از مهم‌ترین کاربردهای قدرمطلق را که رابطه‌ای بین مفهوم فاصله و بقیه هندسه برقرار می‌کند، توضیح دهیم. در واقع می‌خواهیم به نامساوی مثلثی برگردیم. در شماره بعدی درباره نامساوی مثلثی بحث و آن را بررسی خواهیم کرد.

حاصل قدرمطلق را بدون استفاده از نماد قدرمطلق بنویسید، چگونه آن را انجام دهید.

مثلاً می‌خواهیم $|x-2|$ را بدون نماد قدرمطلق بنویسیم. در این صورت می‌گوییم اگر: $x-2 \geq 0$ ، یعنی: $x \geq 2$ آنگاه بنا بر تعریف داریم: $|x-2| = x-2$. اما اگر: $x-2 < 0$ ، یعنی: $x < 2$ آنگاه بنا بر تعریف داریم: $|x-2| = -(x-2) = 2-x$. به‌ویژه در محاسبه قدرمطلق عددهایی که نمی‌خواهیم حاصل آن‌ها را با تقریب پیدا کنیم، این روش بسیار کاربرد دارد. برای مثال:

$$|\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

و

$$|1-\sqrt{2}| = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1$$

مشاهده می‌کنید که: $1-\sqrt{2} < 0$ ، زیرا $\sqrt{2}$ تقریباً از $1/4$ کمی بیشتر است و حاصل $1-\sqrt{2}$ منفی می‌شود. $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ چرا؟

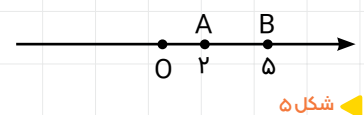
با عدد π که آن را به‌طور تقریب در محاسبه محیط و مساحت دایره برابر $3/14$ در نظر می‌گیریم، آشنایی دارید. سعی کنید حاصل‌های زیر را توجه کنید:

$$|\pi-2| = \pi-2$$

$$|\pi-5| = 5-\pi$$

$$|3-\pi| = \pi-3$$

اکنون با توجه به تعریف قدرمطلق می‌توانیم علاوه بر فاصله مبدأ از یک نقطه روی محور، به‌طور کلی فاصله بین هر دو نقطه را که روی محور مختص‌های آن‌ها معلوم باشد، پیدا کنیم.



شکل ۵

معمولاً طول یا مختص یک نقطه A را به x_A نشان می‌دهیم. در شکل ۵ داریم: $x_A=2$ و $x_B=5$. فاصله AB چقدر است؟ شاید شما بنویسید: $5-2=3$ ، اما فرد دیگری بنویسد: $2-5=-3$. اما می‌توانیم به صورت دوم این ایراد بگیریم: فاصله که همواره مثبت یا صفر تعریف می‌شود،

دو طرف آن قرار می‌دهیم تا به صورت $|x|$ نوشته شود و آن را قدرمطلق x می‌خوانیم. حال می‌خواهیم ارتباطی بین $|x|$ و x با توجه به مقدمه بالا پیدا کنیم. یعنی $|x|$ را طوری تعریف کنیم که برابر همان فاصله مبدأ از نقطه به طول x باشد.

• اگر: $x=0$ ، فاصله مبدأ تا خودش صفر تعریف می‌شود پس می‌گوییم: $|x|=0$. یعنی: $|0|=0$.

• اگر: $x>0$ ، چون فاصله مبدأ تا نقطه A به طول x برابر خود x تعریف شد، می‌گوییم: $|x|=x$. پس: $OA = x = |x|$.

• اگر $x<0$ ، فاصله مبدأ تا نقطه A به طول x را -x تعریف کردیم، پس: $OA = -x = |x|$.

پس چنین به نظر می‌رسد که باید قدرمطلق x، یعنی $|x|$ ، به صورت زیر تعریف شود:

$$|x| = 0, \text{ هرگاه: } x=0$$

$$|x| = x, \text{ هرگاه: } x>0$$

$$|x| = -x, \text{ هرگاه: } x<0$$

پس نماد جدید ما به این صورت تعریف می‌شود:

$$|x| = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

حتی می‌توانیم $x=0$ را در هر یک از دو حالت دیگر ادغام کنیم:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

پس مفهوم قدرمطلق در اساس همان فاصله است. طبق این تعریف داریم:

$$-V < 0 \Rightarrow |-V| = -(-V) = V$$

$$5 > 0 \Rightarrow |5| = 5$$

شاید وقتی که کاملاً به مفهوم قدرمطلق تسلط پیدا کردید، به‌طور خلاصه بنویسید: $|-V| = V$. اما بهتر است ابتدا همواره مانند بالا عمل کنیم. شاید فردی که برای نخستین بار با مفهوم قدرمطلق آشنا می‌شود، در حالت: $x<0$ که: $|x| = -x$ دچار این بدفهمی شود که -x عددی منفی است، در صورتی که در اینجا -x مثبت است؛ زیرا خود x منفی است. پس فراموش نکنید که $|-8|$ را ابتدا به این صورت بنویسید: $|-8| = -(-8) = 8$. این عمل به شما کمک می‌کند که در ساده‌کردن عبارت‌ها، وقتی می‌خواهید

آموزش ریاضی به روش گفت‌وگو

قسمت چهارم: اعداد اول



● خسرو داودی و آرش رستگار

این بسیار شبیه جدول جمع و ضرب عددهای صفر و یک است: به جز اینکه $1+1=2$ و ما به جای ۲، باقی‌مانده تقسیم آن بر ۲، یعنی [۰] را گذاشته‌ایم.

+	۰	۱
۰	۰	۱
۱	۱	۲

×	۰	۱
۰	۰	۰
۱	۰	۱

حال شما ببینید در مورد باقی‌مانده‌های تقسیم بر عدد ۳، چیزی شبیه این می‌توانید بگویید؟

فرید و هیرید همیشه دوست داشتند با همفکری یکدیگر مسئله حل کنند. چون در حل مسئله یکدیگر را کامل می‌کردند. **فرید** در محاسبه قوی بود و **هیرید** نگاهی فلسفی و کل‌نگرانه داشت.

فرید من با رسم جدول جمع و ضرب عددهای ۱، ۰ و ۲ شروع می‌کنم. چون باقی‌مانده‌های تقسیم بر ۳ همیشه یکی از این عددها هستند.

+	۰	۱	۲
۰	۰	۱	۲
۱	۱	۲	۳
۲	۲	۳	۴

×	۰	۱	۲
۰	۰	۰	۰
۱	۰	۱	۲
۲	۰	۲	۴

آقای **حسابی** که به عددهای طبیعی بسیار علاقه داشت و همیشه با ذوق و شوق درباره عددها صحبت می‌کرد، امروز سر کلاس در مورد جمع و ضرب عددهای زوج و فرد صحبت کرد.

آقای **حسابی**: بچه‌های عزیزم، شما در دبستان با عددهای زوج و فرد آشنا شدید. می‌دانید که مجموع دو عدد زوج، خود عددی زوج است و مجموع دو عدد فرد نیز عددی زوج است. اما زوج و فرد مجموعشان فرد می‌شود. یا حاصل ضرب زوج در عدد زوج یا عدد فرد می‌شود زوج. اما حاصل ضرب عددهای فرد همیشه عدد فرد است. این نکته را می‌توان باز فرمول‌بندی کرد. عددهای زوج همیشه باقی‌مانده تقسیمشان بر عدد ۲ صفر است. پس آن‌ها را با باقی‌مانده‌شان نمایش می‌دهیم [۰] و عددهای فرد همیشه باقی‌مانده تقسیمشان بر عدد ۲ برابر یک است. پس آن‌ها را نیز با باقی‌مانده‌شان نمایش می‌دهیم. حالا به جدول جمع و ضرب باقی‌مانده‌ها توجه کنید:

+	[۰]	[۱]
[۰]	[۰]	[۱]
[۱]	[۱]	[۰]

↔

×	[۰]	[۱]
[۰]	[۰]	[۰]
[۱]	[۰]	[۱]

البته باید a و b مخالف یک باشند، چون در حالت $n=1 \times n$ خواهیم داشت: $[0] = [1] \times [0]$ که نسبت به آن حساس نیستیم. چون صفر در هر عدد ضرب شود، باید همان صفر را به ما بدهد.

فرید: خوب گفתי. اگر n را نتوان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی غیر یک نوشت، یعنی n عدد اول است. پس هیرید نشان داده، در جدول ضرب مربوط به باقی مانده های تقسیم بر یک عدد اول، به جز سطر اول و ستون اول $[0]$ ظاهر نمی شود. و اگر n عددی اول نباشد، حتماً $[0]$ وسط جدول ظاهر می شود. اما آقای حسابی! چرا ظاهر نشدن $[0]$ یا ظاهر شدن آن در وسط جدول مهم است؟

آقای حسابی: این به خاطر عمل تقسیم است. همان طور که جدول جمع داریم، جدول تفریق هم داریم و همان طور که جدول ضرب داریم، جدول تقسیم هم داریم. اما تقسیم وقتی معنی دارد که حاصل ضرب دو عدد غیر صفر برابر صفر نشود. چون بر صفر نمی توان تقسیم کرد و صفر تقسیم بر هر عدد غیر صفر هم باید برابر صفر شود. پس اگر n عدد اول نباشد، جدول تقسیم درست و حسابی نخواهیم داشت.

فرید: علاقه مند شدم که جدول تفریق و جدول تقسیم را هم رسم و محاسبه کنم. با جدول باقی مانده ها بر ۳ شروع می کنم؛ چون جدول باقی مانده ها بر ۲ بسیار کوچک است و چیزی از آن نمی توان فهمید.

$-_3$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[0]$	$[0]$	$[2]$	$[1]$
$[1]$	$[1]$	$[0]$	$[2]$
$[2]$	$[2]$	$[1]$	$[0]$

$\div_3$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[0]$	$\square$	$[0]$	$[0]$
$[1]$	$\square$	$[1]$	$[2]$
$[2]$	$\square$	$[2]$	$[1]$

هیرید: من الگوهایی می بینم. در جدول تفریق، ترتیب الگوی دوری باقی مانده ها برعکس شده است. در ستون اول جدول تقسیم هم که عددی نداریم، چون تقسیم بر صفر، تعریف نشده است. در ستون دوم هم که تقسیم بر یک داریم و باید ستونی تکراری بشود. اما ستون آخر بسیار جالب است. ستون آخر جدول تقسیم شبیه ستون آخر جدول ضرب باقی مانده های تقسیم بر ۳ است؛ ببینید:

$\times_3$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$
$[1]$	$[1]$	$[0]$	$[2]$
$[2]$	$[2]$	$[0]$	$[1]$

اما چرا؟

آقای حسابی: راستی چرا بچه های عزیز من؟

اگر به جای هر عدد در جدول، باقی مانده تقسیم آن بر ۳ را جایگزین کنیم، جدول های زیر به دست می آیند:

$+_3$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[0]$	$[1]$

$\times_3$	$[0]$	$[1]$	$[2]$
$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$
$[1]$	$[1]$	$[0]$	$[1]$
$[2]$	$[2]$	$[0]$	$[2]$

باز هم تغییر چندانی مشاهده نمی شود.

در جدول ضرب به جای ۴ گذاشتیم $[1]$ و همین تغییر را هم در جدول جمع انجام دادیم. به جای ۳ هم گذاشتیم $[0]$ ؛ چون باقی مانده تقسیم ۳ بر عدد ۳ می شود صفر.

هیرید: چقدر جالب! این یعنی جمع و ضرب باقی مانده ها بر عدد ۳ خوش تعریف است. یعنی اگر دو عدد باقی مانده های a و b در تقسیم بر ۳ داشته باشند، مهم نیست چه عددهایی باشند، باقی مانده حاصل ضرب آن ها همان باقی مانده ab بر ۳ خواهد بود. اما به نظر می رسد که انتخاب عدد ۲ یا عدد ۳ نکته خاصی نداشته باشد. می توان بر عدد ۴ تقسیم کرد و باقی مانده ها را نوشت و یا بر عدد ۵.

فرید: من جدول های مربوط به تقسیم بر ۴ را محاسبه خواهم کرد.

$+_4$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$
$[0]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$
$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$	$[0]$
$[2]$	$[2]$	$[3]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[0]$	$[1]$	$[2]$

$\times_4$	$[0]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$
$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$	$[0]$
$[1]$	$[1]$	$[1]$	$[2]$	$[3]$
$[2]$	$[2]$	$[2]$	$[0]$	$[1]$
$[3]$	$[3]$	$[3]$	$[0]$	$[2]$

هیرید: نکته ای که به نظرم می رسد این است که در جدول جمع، ترتیب دوری عددها در هر سطر حفظ می شود. عجب! چیز دیگری هم توجهم را جلب کرد. در جدول ضرب، به جز سطر اول و ستون اول، در جای دیگری وسط جدول $[0]$ خودش را نشان داده است که در جدول های قبلی این طور نیست.

آقای حسابی: به نکته مهمی اشاره کردید. ظاهر شدن $[0]$ موضوع مهمی است. چون حاصل ضرب دو باقی مانده غیر صفر، شده است صفر، و این برخلاف شهود ماست. چون ضرب دو عدد غیر صفر باید غیر صفر بماند. مشکل از کجاست؟

هیرید: من برای اینکه ببینم چه اتفاقی می افتد، کلی ترین حالت را در نظر می گیریم. اگر n یک عدد طبیعی دلخواه باشد و باقی مانده تقسیم بر n را در نظر گرفته باشیم و با نمادهای $[0]$ ، $[1]$ ، ...، $[n-1]$ کار کنیم، در حالتی $[0]$ وسط جدول پیدا می شود که: $n=ab$ و در این صورت: $[a][b]=[0]$.



زندگی بهتر با ریاضیات

گفت و گو با
محمد حسین
مهمان دوست

دانش آموز پایه نهم
مدرسه امام رضا (ع)
شهر چناران

محمد دشتی

از گذشته های دور مرسوم بوده که ملاک دوری و نزدیکی شهرها، پایتخت کشور در نظر گرفته می شده است. مثلاً در حالی که شهر «چناران» تنها ۷۵ کیلومتر با مشهد، مرکز استان خراسان رضوی، فاصله دارد، دوری و نزدیکی آن را تا تهران که ۸۵۰ کیلومتر با چناران فاصله دارد می سنجند و به آن «منطقه دور افتاده» می گویند؛ بحثی که اگر بخواهیم به آن بپردازیم خودش داستانی است، پر آب چشم. اما نمی توان این واقعیت را از چشم دور داشت که استعداد های پر شمار این کشور پهناور در نسبت به دوری از تهران و پایتخت تعریف نشده اند، بلکه به هر گوشه این کشور پهناور که چشم بیندازیم، سرمایه های ارزشمندی مانند محمد حسین مهمان دوست فراوان اند و باید قدر دانسته شوند.

موقعی که دیدم می توانم بعضی از سؤال های سخت یا تقریباً سخت را حل کنم. این علاقه سال به سال بیشتر شد. تا سال هفتم که در آن سال علاقه من به ریاضی چند برابر شد و این به خاطر سؤال های سخت در کتاب کار یا سؤال هایی بود که معلم به صورت تشویقی طرح می کرد. هر کس سؤال را پاسخ می داد نمره می گرفت و در نتیجه هر سال این علاقه بیشتر می شد. ضمن اینکه پدر و مادرم در این علاقه مندی تأثیرگذار و مشوق من بودند.

● به جز درس ریاضی به چه درس هایی علاقه داشتید؟

○ علاوه بر ریاضی که به نظرم واقعاً درسی شیرین است، درس های کاروفناوری، علوم و زبان نیز برایم خیلی جذاب هستند. من به درس کاروفناوری علاقه داشتم، چون دانش آموزان را با فناوری های جدید آشنا می کرد. همچنین

● آقای مهمان دوست، خوش حالیم که مهمان مجله رشد ریاضی برهان هستید. لطفاً خودتان را برای مخاطبان مجله بیشتر معرفی کنید.

○ من محمد حسین مهمان دوست دانش آموز پایه نهم در مدرسه امام رضا (ع) در شهر چناران هستم. متولد ۶ تیر ۱۳۸۹ و با آنکه شهر زادگاهم مشهد است، اما در حال حاضر در چناران زندگی می کنم. پایه های هفتم و هشتم متوسطه را در «سرخس» در مدرسه شهید مهاجر و دوره ابتدایی ام را در مدرسه امام حسین (ع) تحصیل کرده ام. مادرم مدرک کارشناسی حسابداری دارد و پدرم نیز در رشته کارشناسی کشاورزی تحصیل کرده است.

● از چه زمانی احساس کردید به ریاضی علاقه دارید؟

○ من از سال چهارم به ریاضی علاقه مند شدم؛ یعنی از

○ در دوره ابتدایی در جشنواره خوارزمی ریاضی شرکت کردم و خدا را شکر رتبه یک کشوری را به دست آوردم. در پایه هشتم در همان رشته شرکت کردم و رتبه دوم شهرستان را کسب کردم. همین‌طور در پایه هشتم در مسابقه شهر ریاضی شرکت کردم و رتبه سوم استانی را به دست آوردم. همه این‌ها و دیگر افتخارات ریزودرشت تأثیرات زیادی بر زندگی و تحصیل من گذاشتند. مثلاً متوجه شدم توانایی‌هایم از آنچه فکر می‌کنم بیشتر است. و یا توجه بیشتر دوستان و یا آشنایانم به من، از جمله این تأثیرات بوده که خیلی برایم ارزشمند و بااهمیت است. ضمناً برای کسب رتبه خوارزمی مورد تقدیر و تجلیل‌های زیادی قرار گرفتم و جایزه‌های زیادی مثل لوح تقدیر یا مدال نفر اول دریافت کردم. همچنین در اختتامیه مسابقه‌ها در تهران لوح تقدیر و در مسابقه شهر ریاضی در سال ۱۴۰۲ مقام سوم را کسب کردم.

● لطفاً نظر خودتان را در مورد دانش ریاضی، کتاب‌های ریاضی و دیگر موضوعات مورد علاقه برای دوستان خود و مخاطبان مجله بگویید.

○ ما در تمام طول زندگی‌مان قطعاً به ریاضی نیازمند می‌شویم. در واقع در طول روز نیز برای خرید و فروش یا برای چیزهای دیگر قطعاً به ریاضی احتیاج پیدا می‌کنیم. البته چیزهای دیگری هم هستند و این‌گونه نیست که در دنیا فقط به ریاضی نیاز داشته باشیم و باید به نیازهای دیگر در زمینه‌های متفاوت توجه داشته باشیم. در این سال‌ها کتاب «سفر به شهر ریاضی: ماجرای من و فرزندم در شهر ریاضی» را مطالعه کردم که در آن ۳۰ نمونه سؤال مربوط به هوش دارد و بسیار هیجان‌انگیز است. اساساً ریاضی در افزایش مهارت‌های حل مسئله به ما کمک می‌کند. در زندگی هم خیلی کاربرد دارد و کمک می‌کند زندگی بهتری داشته باشیم.

● نظر خانواده و پدر و مادران در مورد ریاضی چیست؟

○ خوشبختانه خانواده من درباره ریاضی نظر مثبتی دارند و همه جوره مرا تشویق می‌کنند و به اصطلاح همواره پشت من بوده‌اند. ضمن اینکه خودشان ریاضی را دوست دارند و خیلی در این مسیر به من کمک کرده‌اند. در زندگی شخصی هم از ریاضی زیاد استفاده کرده‌ام. درخصوص شخصیت‌های مطرح ریاضی هم با خانم مریم میرزاخانی آشنا هستم.

به درس علوم علاقه داشتم، چون سؤال‌های زیادی درباره محیط پیرامونم در ذهنم ایجاد می‌شد. چیزهایی که یا در کتاب‌های درسی مطرح بودند یا از معلم می‌پرسیدم و از شنیدن پاسخ‌های سؤال‌هایم هیجان‌زده می‌شدم. ضمناً به درس زبان انگلیسی علاقه داشتم، چون معمولاً بیشتر چیزهایی که من از آن‌ها استفاده می‌کردم، به زبان انگلیسی بودند و مشتاق بودم که معنی آن‌ها را بفهمم.

● نظرتان درباره جذابیت‌های درس ریاضی چیست؟

اشاره‌ای هم به روش درس خواندن خودتان داشته باشید.

○ از نگاه من درس ریاضی جذابیت‌های زیادی دارد که شاید نشود همه آن‌ها را نام برد، اما برای من بیشتر از این نظر جذاب است که وقتی پاسخ سؤال سختی را پیدا می‌کنم، از پیدا کردن آن خوش‌حال می‌شوم و از اینکه توانسته‌ام چیزی را کشف و پیدا کنم حس خوبی دارم. روش درس خواندن من این‌گونه است که اول مبحث را سریع و گذری مرور می‌کنم. پس از آن درس را به‌طور جدی ولی در مکانی آرام مرور می‌کنم و همراه با هر مبحث، نمونه سؤال‌های آن مبحث را حل می‌کنم. ضمن اینکه هنگام مطالعه درس خلاصه‌برداری می‌کنم که پس از تمرین و مطالعه یک دور خلاصه درس را مرور کنم. این روش مطالعاتی را به دوستانم نیز توصیه و پیشنهاد می‌کنم، چون با این روش دانش‌آموزان می‌توانند مطالب را دو تا سه بار مرور کنند.

● آیا کتاب غیردرسی هم مطالعه می‌کنید؟ نظرتان در مورد

مجله رشد ریاضی برهان چیست؟

○ تا چند سال پیش کتاب‌های غیردرسی را خیلی کم مطالعه می‌کردم، ولی خب وقتی اهمیت آن‌ها را دانستم به خودم گفتم که حتماً باید کتاب‌های غیردرسی را هم بخوانم. البته معمولاً کتاب‌های تخیلی یا ترسناک را مطالعه می‌کنم. در مورد مجله برهان باید بگویم تا چند سال پیش رشد ریاضی برهان را نمی‌شناختم، اما بعد از اینکه با این مجله آشنا شدم و دیدم که چقدر جذاب است، آن را باکمال میل می‌خوانم و از خواندنش لذت می‌برم. از نگاه من مجله رشد ریاضی برهان کامل است و کم و کاستی چندانی ندارد.

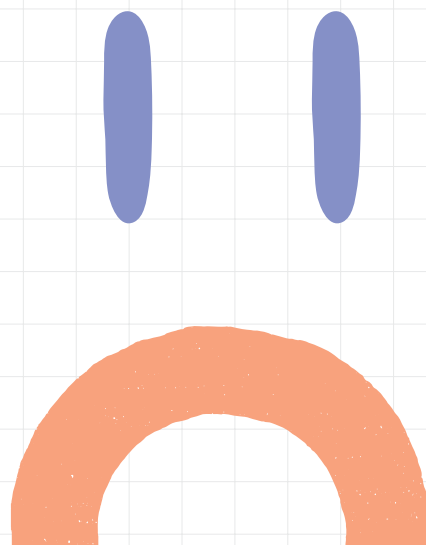
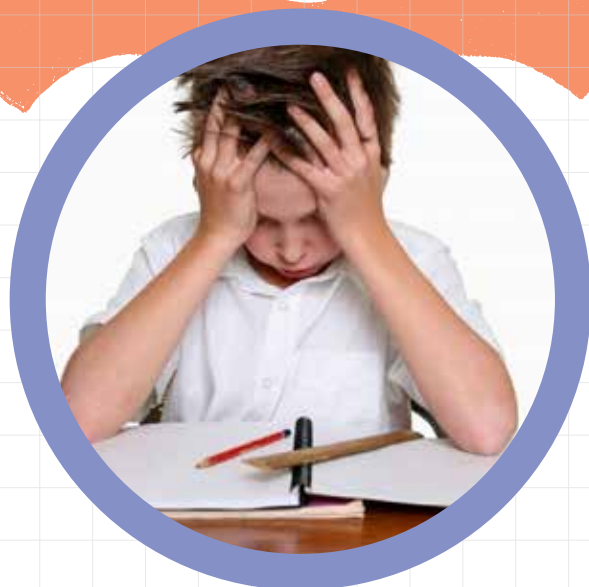
● در دوران تحصیل به چه رتبه‌های درسی رسیده‌اید و چه

جایزه‌هایی گرفته‌اید؟

خسرو داودی

بیایید کمی فکر کنیم!

وای چقدر درس داریم!



کمی فکر کنیم

آه! بازم به ماه دیگه امتحان‌های پایان سال شروع می‌شه! چقدر درس؟! چقدر تا امتحان؟! چقدر تا کتاب؟! کی می‌رسم این همه کتاب رو بخوانم؟ من حتماً امتحانم رو خراب می‌کنم! کاش یه کم وقت داشتم!

این‌ها جمله‌های یک دانش‌آموز پایه هفتم است که امسال وارد دبیرستان دوره اول متوسطه شده و چند روز به امتحاناتش باقی مانده است. اغلب دانش‌آموزان با این مشکل مواجه هستند که نمی‌دانند و نمی‌توانند برای خواندن درس‌های خود برنامه‌ریزی کنند تا ضمن استفاده درست از زمان، به موقع بتوانند خود را برای امتحانات آماده سازند.

از سال‌ها قبل تصمیم گرفته شده است که در کنار نمره‌های امتحان پایانی، نمره مستمر نیز قرار بگیرد. هدف این بود که دانش‌آموزان متوجه شوند یادگیری به صورت تدریجی اتفاق می‌افتد و به اصطلاح نباید شب امتحانی درس خواند. یعنی نباید کارها و درس‌ها را برای شب امتحان نگه داشت. به طور طبیعی در شب امتحان نه فرصت کافی برای مرور همه مطالب هست و نه در یک زمان محدود می‌توان حجم زیادی از مفاهیم و محتوا را یاد گرفت. پس یادگیری باید به طور مستمر اتفاق بیفتد و زمان قبل از آزمون‌ها را فقط باید به مرور و یادآوری موضوع‌هایی اختصاص داد که به حافظه نیاز دارند و ممکن است از ذهن خارج شده باشند.

محاسبه کنیم

بیایید بررسی کنیم که دانش‌آموز در یک سال تحصیلی چند کتاب و چند محتوا و مطلب را باید بخواند و یاد بگیرد. من برای نمونه محاسبه‌ها را برای پایه هفتم انجام می‌دهم. همین کار را می‌شود برای پایه‌های دیگر هم انجام داد. پس شما اگر دانش‌آموز پایه هشتم یا نهم هستید، می‌توانید عددهای مربوط به صفحه‌ها و عنوان‌های کتاب‌های درسی را تغییر دهید و همین کار را برای پایه خودتان انجام دهید.





در پایه هفتم عنوان‌های کتاب‌های درسی و تعداد صفحه‌های هر کدام به شرح جدول ۱ است.

عنوان	قرآن	پیام‌های آسمانی	فارسی	نگارش	ریاضی	علوم تجربی	مطالعات اجتماعی
تعداد صفحات	۱۱۳	۱۶۴	۱۷۴	۸۴	۱۲۴	۱۳۸	۱۷۴
عنوان	فرهنگ و هنر	عربی	انگلیسی	کتاب کار انگلیسی	تفکر و سبک زندگی	کار و فناوری	
تعداد صفحات	۱۲۷	۱۱۷	۷۶	۶۵	۱۳۵	۱۸۰	

جدول ۱

بنابراین در مجموع تعداد صفحه‌های کل کتاب‌های درسی پایه هفتم عبارت است از:

$$\text{صفحه } ۱۶۷۱ = ۱۱۳ + ۱۶۴ + ۱۷۴ + ۸۴ + ۱۲۴ + ۱۳۸ + ۱۷۴ + ۱۲۷ + ۱۱۷ + ۷۶ + ۶۵ + ۱۳۵ + ۱۸۰$$

پس هر دانش‌آموز پایه هفتم در یک سال تحصیلی با ۱۶۷۱ صفحه مواجه است. یک سال تحصیلی با احتساب تعطیلی بدون پنج‌شنبه‌ها و بدون در نظر گرفتن تعطیلی‌های رسمی و یا مربوط به آب‌وهوا و سایر مسائل چند روز است؟ از اول مهر تا آخر اردیبهشت ۸ ماه یا ۳۲ هفته (با حذف تعطیلات عید):

$$۵ \times ۳۰ + ۲۹ + ۱۸ + ۳۱ - (۳۲ \times ۲) = ۱۶۴$$

تعطیلات پنجشنبه و جمعه اردیبهشت فروردین اسفند مهر تا اسفند

اگر تعطیلات رسمی یا سایر تعطیلاتی (تعطیلات پنج‌شنبه و جمعه) را که به‌طور معمول در یک سال تحصیلی پیش می‌آیند، (مثل تعطیلی ایام امتحانات نوبت اول) به‌طور متوسط ۱۴ روز در نظر بگیریم، می‌توان نتیجه گرفت که حداقل ۱۵۰ روز دانش‌آموز پایه هفتم ما مدرسه می‌رود؛ پس: $۱۶۷۱ \div ۱۵۰ \approx ۱۱$

یعنی حداکثر هر روز ۱۱ صفحه محتوا برای ۱۵۰ روز تحصیلی! معنی دیگرش همان یادگیری مستمر و آهسته اما پیوسته است. اگر دانش‌آموزی هر روز فقط ۱۱ صفحه مطالعه کند، تمام کتاب‌هایش قبل از شروع امتحانات پایان سال به خوبی مرور شده‌اند. از یک زاویه دیگر به این موضوع نگاه کنیم. فرض کنید می‌خواهیم یک دانش‌آموز پایه هفتم را راهنمایی کنیم که قبل از امتحانات نگران شده و غرغر می‌کند و احتمالاً به‌طور مستمر درس نخوانده و حال که نزدیک امتحانات پایان سال شده نگرانی‌اش بیشتر شده است که چطور از پس این آزمون‌ها بربیاید. از اول اردیبهشت‌ماه تا شروع امتحانات ۳۰ روز زمان داریم، بنابراین:

$$\text{به‌طور تقریبی } ۵۹ \text{ صفحه برای هر روز } ۱۶۷۱ \div ۳۰ \approx ۵۶$$

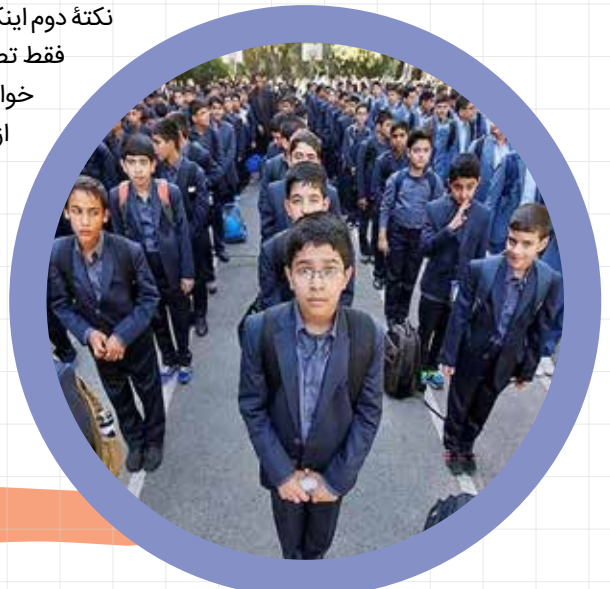
فرض کنیم که این دانش‌آموز تصمیم گرفته است هر روز به مدت چهار ساعت درس‌ها را مرور کند؛ پس: $۵۶ \div ۴ = ۱۴$ صفحه یعنی به‌طور تقریبی کافی است هر ساعت ۱۴ صفحه را مرور کند. این طوری قبل از شروع آزمون‌ها تمام کتاب‌های درسی‌اش را می‌تواند به‌طور کامل یک‌بار مرور کند و با آمادگی بیشتری وارد ایام امتحانات شود. با توجه به فاصله‌های زمانی که برای هر امتحان در نظر می‌گیرند، زمان کافی برای مطالعه مجدد مروری قبل از امتحان هم وجود دارد.

بیشتر فکر کنیم

خوب است به چند نکته توجه کنیم: نکته اول اینکه من در محاسبه تعداد صفحه‌های هر کتاب، تعداد را دقیق در نظر گرفته‌ام. برای مثال اولین صفحه کتاب درسی قرآن صفحه ۱۴ و پایان آن ۱۲۶ است. بنابراین تعداد صفحه‌های محتوای کتاب قرآن به‌طور دقیق ۱۱۳ صفحه ($۱۲۶ - ۱۴ + ۱ = ۱۱۳$) می‌شود.

نکته دوم اینکه من تمام صفحه‌ها را جمع زده‌ام. تعداد زیادی از صفحه‌های کتاب‌ها فقط تصویر یا صفحه شروع فصل هستند که محتوایی برای مطالعه یا درس خواندن ندارند. بنابراین تعداد کل صفحه‌ها، یعنی ۱۶۷۱ صفحه، بسیار بالاتر از تعداد واقعی صفحه‌های محتوای کتاب‌هاست.

نکته سوم اینکه تعدادی از درس‌ها، مثل هنر یا نگارش، محتوایی برای مطالعه ندارند و یا بخش‌های زیادی از «کتاب کار و فناوری» به دست‌سازها اختصاص دارد و محتوایی برای خواندن ندارد. بنابراین باز هم از تعداد صفحه‌های محتوا باید کم کنیم. بعضی از درس‌ها هم آزمون‌های شفاهی دارند و بخش کمی برای مطالعه باقی می‌ماند. معنی برنامه‌ریزی همین است. یعنی شما باید ببینید چه مقدار فرصت دارید. چه مقدار درس و محتوا برای مطالعه دارید و سعی کنید از این وقت بیشترین بهره را ببرید.



مهندسان چگونه کار می‌کنند؟

مهندسان به روشی مشابه دانشمندان کار می‌کنند، اما کار آن‌ها متفاوت است. در حالی که دانشمندان آزمایش‌هایی را برای بررسی نظریه‌های گوناگون انجام می‌دهند، هدف مهندسان اختراع یا ساختن چیزهایی است که سبب رفاه بیشتر انسان شوند.

انواع مهندسی

اکثر مهندسان در نوع خاصی از مهندسی تخصص دارند که به آن‌ها امکان می‌دهد دانش و تجربه تخصصی کسب کنند. شاخه‌های زیادی از مهندسی وجود دارند، اما اکثر آن‌ها به یکی از شش زمینه اصلی مهندسی، شامل عمران، مکانیک، برق، مخابرات، شیمی و حفاری تعلق دارند.



۲. مهندسی مکانیک

مهندسان مکانیک انواع ماشین‌آلات، از خودرو و هواپیما گرفته تا روبات‌ها را می‌سازند. آن‌ها به دانش خوبی از ریاضیات، فیزیک و علوم مواد نیاز دارند و مانند بسیاری از مهندسان دیگر از «طراحی به کمک رایانه» (CAD) برای طراحی و ساخت مدل‌های مورد نظر خود استفاده می‌کنند.



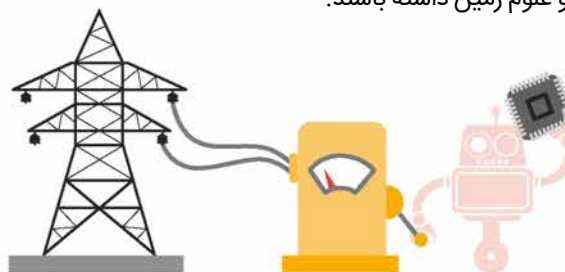
۴. مهندسی شیمی

مهندسان شیمی از دانش خود در زمینه شیمی و سایر علوم برای طراحی، ساخت و راه‌اندازی کارخانه‌هایی استفاده می‌کنند که مواد شیمیایی را در مقیاس بزرگ تولید می‌کنند. آن‌ها در زمینه‌های گوناگونی از جمله پالایش نفت و تولید دارو کار می‌کنند.



۱. مهندسی عمران

مهندسان عمران با سازه‌های بزرگ مانند ساختمان‌ها، جاده‌ها، پل‌ها و تونل‌ها کار می‌کنند. آن‌ها از ریاضی و فیزیک برای اطمینان از ایمن و قوی بودن طرح‌های خود استفاده می‌کنند. مهندسان عمران همچنین باید دانش مناسبی در مورد علوم مواد و علوم زمین داشته باشند.



۳. مهندسی برق

مهندسان برق انواع دستگاه‌های الکتریکی و الکترونیکی، از تراشه‌های رایانه‌ای گرفته تا ماشین‌های سنگین برای تولید و توزیع برق را طراحی و تولید می‌کنند. این مهندسان باید درک بسیار خوبی از ریاضیات و فیزیک داشته باشند.

فرایند طراحی مهندسی

همه انواع مهندسی، هنگام حل یک مشکل، از فرایندی اساسی پیروی می‌کنند. این فرایند شامل مجموعه‌ای از مرحله‌هاست که امکان دارد برخی از آن‌ها بارها و بارها تکرار شوند تا سرانجام طرح یا الگوی (مدل) آزمایش‌شده و بهبودیافته‌ای به وجود آید.



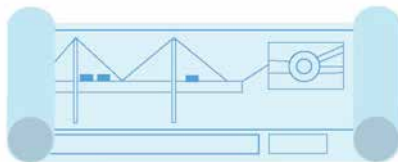
۱. پرسیدن

اولین قدم این است که بیسید مشکل چیست و تا حد امکان جزئیات بیشتری در مورد آن پیدا کنید. برای مثال، مشکل ممکن است ساخت یک مسیر گذر جدید از رودخانه باشد. در این صورت می‌پرسیم: چند نفر و چند وقت یک‌بار نیاز به عبور از رودخانه دارند؟ آیا جاده‌هایی نزدیک وجود دارند؟ عرض و عمق رودخانه چقدر است؟



۲. تخیل

گام بعدی این است که به راه حل‌های ممکن زیادی فکر کنید. حتی از تخیل خود نیز بهره بگیرید. شما می‌توانید پلی بسازید، تونلی حفر کنید، یا از قایق برای عبور و مرور خودروها روی رودخانه استفاده کنید. حُسن‌ها، عیب‌ها و هزینه‌های هر ایده را در نظر بگیرید و سرانجام بهترین ایده را برای توسعه بیشتر انتخاب کنید.



۳. برنامه‌ریزی

بعد از اینکه ایده مورد نظر را انتخاب کردید، باید برنامه‌ریزی کنید. اگر می‌خواهید پلی بسازید، طرح‌های مربوط به آن را بکشید. طول و عرض پل چقدر خواهد بود، چگونه پشتیبانی می‌شود و از چه موادی برای ساخت آن استفاده خواهید کرد؟

۵. آزمایش کردن و بهبودبخشیدن

هنگامی که مدل ساخته شد، آن را آزمایش کنید تا ببینید چقدر خوب کار می‌کند. آیا مشکلی وجود دارد؟ اگر چنین است، مدل را اصلاح کنید و دوباره آزمایش کنید. ممکن است مدل ساخته شده بارها و بارها به آزمایش و بازنگری نیاز داشته باشد. مدل‌هایی که تحت آزمایش قرار می‌گیرند، «نمونه اولیه» نامیده می‌شوند.

۴. ساختن مدل

در مرحله بعد باید یک مدل از طرح انتخابی خود بسازید. این مدل را می‌توان در مقیاس بسیار کوچک از پلاستیک، چوب یا فلز ساخت، یا ممکن است یک مدل دیجیتالی باشد که با استفاده از یک برنامه نقشه‌کشی روی رایانه ایجاد شده باشد.



۶. اشتراک‌گذاری

مرحله آخر این است که نتایج کار خود را با نوشتن گزارش یا ارائه به دیگران، به اشتراک بگذارید. مهندسان حرفه‌ای نتایج کار خود را به کارفرمایانی ارائه می‌دهند که آن‌ها را برای حل مشکل استخدام کرده‌اند. اگر کارفرما تصمیم بگیرد، مدل نهایی را اجرا کند، مهندس نیز به انجام این فرایند کمک می‌کند.



اندیشه ریاضی

عباس قلعه پور اقدم

پاسخ مسئله ۱
تا ۳ را با پویش
رمزبانه ببینید.



بخش اول کتاب شامل ۸۶ مسئله از تمرین‌های اولیه سرگرمی‌هاست که حل آن‌ها به محاسبه‌های ساده روی عددهای طبیعی و کسری نیاز دارد. در ادامه از میان آن‌ها چهار مسئله را ذکر می‌کنیم:

مسئله ۱. تخمین زدن

شما در زیر دو ستون عدد می‌بینید:

۱۲۳۴۵۶۷۸۹	۱
۱۲۳۴۵۶۷۸	۲۱
۱۲۳۴۵۶۷	۳۲۱
۱۲۳۴۵۶	۴۳۲۱
۱۲۳۴۵	۵۴۳۲۱
۱۲۳۴	۶۵۴۳۲۱
۱۲۳	۷۶۵۴۳۲۱
۱۲	۸۷۶۵۴۳۲۱
۱	۹۸۷۶۵۴۳۲۱

با دقت نگاه کنید. عددهای ستون راست، همان عددهای

سلام عزیزان. «اندیشه ریاضی» عنوان کتابی است نوشته باریس آناستا سیویچ کوردمسکی که زنده‌یاد پرویز شهرپاری آن را به فارسی برگردانده است. این کتاب ارزشمند در هر یک از ۱۴ بخش خود مسئله‌های گوناگونی از ریاضی را در قالب سرگرمی، بازی، شیرین‌کاری و معمای ریاضی ارائه می‌کند و روی هم شامل ۳۶۶ مسئله با راه‌حل‌های آن‌هاست. با توجه به اینکه حدود نیمی از مسئله‌های مطرح‌شده در این کتاب برای شما دانش‌آموزان دوره اول متوسطه قابل استفاده است، حیف دیدم که نمونه‌هایی از آن‌ها را در اختیارتان قرار ندهم. بنابراین تصمیم گرفتم در هر شماره چند مسئله را با جواب ارائه کنم. امیدوارم پیش از رفتن به سراغ پاسخ‌ها، ابتدا خودتان درگیر حل آن‌ها بشوید.

عنوان بخش‌های چهارده‌گانه کتاب از این قرار است:

۱. سرگرمی‌ها؛ ۲. موقعیت‌های دشوار؛ ۳. هندسه چوب‌کبریت‌ها؛ ۴. هفت بار گز کن، یک بار پاره کن؛ ۵. هر هنری زمانی به کار آید؛ ۶. دومینو و تاس بازی؛ ۷. خاصیت‌های عدد ۸؛ ۸. به کمک جبر و بدون آن؛ ۹. تقریباً بدون محاسبه؛ ۱۰. بازی‌های ریاضی؛ ۱۱. بخش‌پذیری؛ ۱۲. مجموع‌های متقاطع؛ ۱۳. شوخی و جدی درباره عددها؛ ۱۴. عددهای قدیمی، ولی همیشه جوان.

۹ ساله بود، معلمش از او خواست که همهٔ عددهای طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ را با هم جمع کند:

$$1+2+3+\dots+98+99+100$$

گائوس کوچک برای این جمع راه حل ساده‌ای پیدا کرد: باید مجموع عدد اول و آخر (۱ و ۱۰۰)، سپس مجموع عدد دوم و عدد ماقبل آخر (۲ و ۹۹)، و ... را پیدا می‌کرد. هر کدام از این مجموع‌ها مساوی ۱۰۱ و تعداد آن‌ها مساوی ۵۰ است، بنابراین مجموع همهٔ عددهای طبیعی از ۱ تا ۱۰۰ چنین می‌شود:

$$50 \times 101 = 5050$$

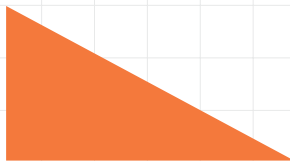
حالا شما از همین روش برای حل مسئلهٔ دشوارتری استفاده کنید:

مجموع همهٔ رقم‌های عددهای طبیعی از ۱ تا ۱۰۰۰۰۰۰۰۰ (یک میلیارد) را پیدا کنید. توجه داشته باشید، در اینجا صحبت از مجموع رقم‌های همهٔ عددهاست، نه مجموع خود عددها.

تردستی

به دوستان بگویید: بدون اینکه به من نشان بدهی، یک ستون از عددهای بزرگ، هر چند تا و با هر چند رقم که می‌خواهی بنویس. سپس من به همان تعداد عدد به سرعت زیر آن‌ها خواهم نوشت و حاصل جمع همهٔ آن‌ها را فوراً به دست خواهم آورد. فرض کنید، مثلاً دوست شما بنویسد:

۷۶۲۱
۳۰۵۷
۲۷۹۴
۴۵۱۸



و شما چهار عدد زیر این عددها می‌نویسید به طوری که مجموع هر یک از آن‌ها با عدد متناظر خودش برابر ۹۹۹۹ شود؛ یعنی این عددها را:

۲۳۷۸
۶۹۴۲
۷۲۰۵
۵۴۸۱

در واقع:

۷۶۲۱	۳۰۵۷	۲۷۹۴	۴۵۱۸
<u>+۲۳۷۸</u>	<u>+۶۹۴۲</u>	<u>+۷۲۰۵</u>	<u>+۵۴۸۱</u>
۹۹۹۹	۹۹۹۹	۹۹۹۹	۹۹۹۹

آیا متوجه شده‌اید که چگونه عددها را به سرعت زیر چهار عددی که دوستان می‌نویسد، طوری بنویسید که مجموع برابر ۹۹۹۹ شود؟ آفرین! کافی است هر یک از رقم‌های عدد دوستان را از ۹ کم کنید. حالا به سادگی می‌توانید حاصل جمع عددهای این ستون بزرگ هشت‌تایی را به سرعت به دست آورید:

ستون چپ هستند، منتهی به ردیف عکس آن‌ها. یعنی اگر عددهای ستون چپ را از آخر به اول بنویسیم عددهای ستون راست به دست می‌آیند.

مجموع کدام ستون بزرگ‌تر است؟ بدون اینکه عددهای ستون‌ها را جمع کنید، حدس بزنید. آیا ممکن است این دو مجموع با هم برابر باشند؟ یا یکی از دیگری بزرگ‌تر است؟ بعد از حدس زدن، با جمع کردن نتیجه‌ای را که حدس زده‌اید امتحان کنید.

مسئلهٔ ۲. جمع کردن سریع

برای جمع این هشت عدد شش رقمی:

۳۲۸۶۴۵
+ ۴۹۱۲۲۱
+ ۸۱۶۳۰۴
+ ۱۱۷۵۸۶
+ ۶۷۱۳۵۵
+ ۵۰۸۷۷۹
+ ۱۸۳۶۹۶
+ ۸۸۲۴۱۴



راهی وجود دارد که می‌توان با گروه‌بندی آن‌ها، جواب را در عرض چند ثانیه به دست آورد. سعی کنید که این راه را بیابید.

مسئلهٔ ۳. عدد کیلومتر شمار

وقتی که راننده به کیلومتر شمار خودروی خود نگاه کرد، دچار حیرت شد. کیلومتر شمار این عدد را نشان می‌داد:

۱۵۹۵۱

عددی که کیلومتر شمار نشان می‌داد، عددی متقارن یا خودمقلوب بود. یعنی مقلوب آن با خودش برابر بود. به عبارت ساده‌تر می‌شد آن را از چپ به راست و یا از راست به چپ خواند، و در هر حال همان عدد ۱۵۹۵۱ می‌شد. راننده گفت: «چه جالب! و حالا به زودی باز هم عدد متقارن دیگری پیدا خواهد شد!»

و واقعاً هم بعد از دو ساعت کیلومتر شمار خودرو به عددی رسید که تفاوت نمی‌کرد آن را از چپ به راست یا از راست به چپ بخوانیم.

معلوم کنید راننده در این دو ساعت با چه سرعتی حرکت می‌کرده است؟

مسئلهٔ ۴. کودکی گائوس، ریاضی‌دان آلمانی

حکایت می‌کنند که وقتی گائوس (کارل فردریک گائوس، ریاضی‌دان بزرگ آلمانی که از سال ۱۷۷۷ تا ۱۸۵۵ می‌زیست)

برابر ۹ بدهد، یعنی عدد ۴۸۷۲۶۹۱۸ را می نویسم. حال برای یافتن حاصل جمع سه عدد، به صورت زیر عمل می کنیم:

اول عدد ۱ را می نویسیم و بعد تمام رقم های یکی از آن دو عدد اصلی را که دست نخورده باقی مانده است، می نویسیم؛ با این تفاوت که از آخرین رقم سمت راست یک واحد کم می کنیم.

به مثال عددی مان برگردیم. یادآوری می کنم که در مورد دو عدد ۷۲۶۰۳۲۹۴ و ۵۱۲۷۳۰۸۱، متناظر با ۵۱۲۷۳۰۸۱ من عدد ۴۸۷۲۶۹۱۸ را نوشتیم. حال برای جمع کردن سه عدد ۷۲۶۰۳۲۹۴ و ۵۱۲۷۳۰۸۱ و ۴۸۷۲۶۹۱۸، ابتدا عدد ۱ را می نویسم و در ادامه رقم های ۷۲۶۰۳۲۹۴ را می نویسم؛ با این فرق که از آخرین رقم، یعنی ۴، یک واحد کم می کنم.

پس:

$72603294 + 51273081 + 48726918 = 172603293$
مثالی دیگر: فرض کنید طرف مقابل دو عدد ۶۵۳۴۷۸۱ و ۱۲۳۶۷۸۵ را بنویسد. شما یکی از عددهای

یا
 $3465218 + 6534781 + 1236785 = 9999999$
۸۷۶۳۲۱۴ (۱۲۳۶۷۸۵ + ۸۷۶۳۲۱۴ = ۹۹۹۹۹۹۹)
را به عنوان عدد سوم می نویسد. مثلاً اگر عدد ۳۴۶۵۲۱۸ را بنویسد، برای جمع کردن سه عدد ۶۵۳۴۷۸۱ و ۱۲۳۶۷۸۵ و ۳۴۶۵۲۱۸، ابتدا ۱ را می نویسد و سپس رقم های آن یکی عدد، یعنی ۱۲۳۶۷۸۵ را می نویسد؛ با این تفاوت که از رقم یکانش یک واحد کم می کنید. بنابراین:

$6534781 + 1236785 + 3465218 = 11236784$

می توانید درستی جمع فوق را آزمایش کنید.

آیا می دانید چرا این گونه است؟ من به شما می گویم. مجموع دو عدد ۶۵۳۴۷۸۱ و ۳۴۶۵۲۱۸ برابر ۹۹۹۹۹۹۹ می شود. حال وقتی ۹۹۹۹۹۹۹ با عدد دیگر یعنی ۱۲۳۶۷۸۵ جمع می شود، هنگامی که رقم های یکان جمع می شوند، ۹ با ۵ می شود ۱۴، به عنوان رقم یکان حاصل جمع نوشته می شود و ۱ برای جمع شدن با دهگان ها به طبقه دهگان ها می رود. در طبقه دهگان ها، ما ۹ و ۸ را داریم و ۱ که تازه آمده است! ۹ با ۱ می شود ۱۰ و ۱۰ با ۸ می شود ۱۸. پس ۸ به عنوان رقم دهگان حاصل جمع ثبت می شود و ۱ می رود تا با صدگان ها جمع شود. به همین صورت رقم های عدد ۱۲۳۶۷۸۵ به جز ۵، عیناً در حاصل جمع ظاهر می شوند.

برای درک بهتر این موضوع چند مثال دیگر را خودتان بررسی کنید و کامل یاد بگیرید تا هنگام توضیح دادن آن برای دوستانتان دچار مشکل نشوید. زیرا کسی که دانشی را به طور کامل فرا نگرفته است نمی تواند آن را به خوبی به دیگران بیاموزد. امیدوارم در شماره بعدی مجله که هم راه حل مسئله ۴ را عرضه خواهیم کرد و هم نمونه های دیگری را از کتاب اندیشه ریاضی خواهیم آورد، همراه ما باشید.

۷۶۲۱

+۳۰۵۷

+۲۷۹۴

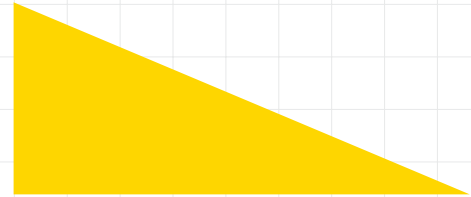
+۴۵۱۸

+۲۳۷۸

+۶۹۴۲

+۷۲۰۵

+۵۴۸۱



باید چهار برابر ۹۹۹۹ را پیدا کنید. ولی این ضرب را هم می توانید به سرعت انجام دهید. به این ترتیب که چهار برابر ۱۰۰۰۰ را به دست آورید و ۴ را از حاصل ضرب کم کنید:

$$10000 \times 4 - 4 = 40000 - 4 = 39996$$

مثالی دیگر: فرض کنید چهار عددی که دوستان می نویسند، تعداد رقم هایشان یکسان نباشد. در این صورت عددی را که از بقیه رقم های بیشتری دارد، معیار قرار دهید. مثلاً اگر او عددهای ۴۸۵۹، ۳۴۵۶۹، ۲۳۵۴ و ۸۷۲ را بنویسد، چون عدد ۳۴۵۶۹ پنج رقم دارد و از همه بزرگ تر است، شما باید عددهایی بنویسید که مجموع هر یک با متناظرش برابر ۹۹۹۹۹ (بزرگ ترین عدد پنج رقمی) شود. یعنی شما برای عدد ۴۸۵۹ عدد ۹۵۱۴۰، برای عدد ۳۴۵۶۹ عدد ۶۵۴۳۰، برای عدد ۲۳۵۴ عدد ۹۷۶۴۵ و برای عدد ۸۷۲ عدد ۹۹۱۲۷ را باید بنویسید. در این صورت خواهیم داشت:

$$4859 + 95140 = 99999$$

$$34569 + 65430 = 99999$$

$$2354 + 97645 = 99999$$

$$872 + 99127 = 99999$$

بنابراین مجموع هشت عدد مورد نظر برابر ۴۰۰۰۰۰۰-۴ یا ۳۹۹۹۹۹۶ خواهد شد.

تردستی دوم

دو عدد با هر چند رقم که مایلید زیر هم بنویسید. من عدد سومی زیر آن ها می نویسم و حاصل جمع سه عدد را به سرعت پیدا می کنم. فرض کنیم شما دو عدد زیر را بنویسید:

۷۲۶۰۳۲۹۴

۵۱۲۷۳۰۸۱

من این عدد را می نویسم: ۴۸۷۲۶۹۱۸ و بلافاصله حاصل جمع را به شما می گویم.

عدد سوم را چگونه باید نوشت و چگونه می توان حاصل جمع سه عدد را به سرعت به دست آورد؟

پاسخ: عدد سوم را طوری می نویسیم که هر یک از رقم های آن، با رقم نظیرش (یکان با یکان، دهگان با دهگان و...) در یکی از آن دو عدد برابر ۹ شود.

مثلاً در مورد دو عدد ۷۲۶۰۳۲۹۴ و ۵۱۲۷۳۰۸۱، من عدد سوم را طوری می نویسم که رقم هایش با رقم های ۵۱۲۷۳۰۸۱ مجموعی



خطرپذیری و بازده

در سرمایه‌گذاری

ژما جواهری پور

۲. سرمایه‌گذاری دوم: مبلغ ۱۰۰۰۰۰۰۰ تومان در یک سهام با بازده احتمالی بین ۲۰٪- تا ۲۰٪+ (یعنی ممکن است ۲۰٪ زیان یا سود داشته باشد). با توجه به این دامنه بازده، می‌توانیم میزان خطر را اندازه‌گیری کنیم. در سرمایه‌گذاری دوم، اگر بازده ۲۰٪- باشد، سرمایه شما به این صورت کاهش می‌یابد:

ارزش نهایی = ارزش اولیه $\times$ (۱+بازده)

$$(1-0.2) \times 10000000 = 8000000$$

در نتیجه، اگر این خطر رخ دهد، شما ۲۰۰۰۰۰۰ تومان ضرر می‌کنید. این ضرر یا احتمال نوسان نشان‌دهنده خطرپذیری سرمایه‌گذاری است. آیا می‌دانید چرا عدد ۱ از ۲ کم شد؟ زیرا بازده را منفی و کاهشی در نظر گرفتیم. بنابراین نتیجه می‌گیریم در سرمایه‌گذاری باید تمام سود و خطر را در نظر بگیریم و آگاهانه سرمایه‌گذاری کنیم. این فقط با ابزار ریاضی امکان‌پذیر است که ما بتوانیم از سرمایه خود محافظت کنیم.

برای درک بهتر مفهوم بازده در سرمایه‌گذاری، فرض کنید شما مبلغ ۵۰۰۰۰۰۰ تومان در یک پروژه سرمایه‌گذاری کرده‌اید. بعد از یک سال، این سرمایه‌گذاری به ۵۵۰۰۰۰۰ تومان افزایش پیدا کرده است. بازده سرمایه‌گذاری را با استفاده از این فرمول محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{ارزش اولیه} - \text{ارزش نهایی}}{\text{ارزش اولیه}} \times 100$$

$$\text{بازده} = \frac{5500000 - 5000000}{5000000} \times 100 = 10\%$$

مفهوم خطرپذیری در سرمایه‌گذاری به معنای احتمال از دست دادن بخشی یا تمام سرمایه است. برای مثال، فرض کنید در دو نوع سرمایه‌گذاری متفاوت شرکت می‌کنید:

۱. سرمایه‌گذاری اول: مبلغ ۱۰۰۰۰۰۰۰ تومان در یک بانک با سود تضمینی ۵٪ سالانه. در اینجا خطر بسیار کم است، زیرا بازده شما ثابت و تضمین شده است.

در یادداشت قبل با مفهوم ریاضی انواع سرمایه‌گذاری آشنا شدید. سرمایه‌گذاری برای بازده و سود مالی انجام می‌شود و همچنین هر نوع سرمایه‌گذاری با خطر از دست دادن سرمایه همراه است. در سرمایه‌گذاری، خطرپذیری (ریسک) به معنی احتمال از دست دادن بخشی از پول است، و بازده یعنی میزان سودی که از سرمایه‌گذاری به دست می‌آید. به زبان ساده، هرچه خطر بیشتری بپذیرید، احتمال سود بیشتر هم افزایش می‌یابد، اما احتمال از دست دادن پول هم بالا می‌رود. فرض کنید دو انتخاب دارید:

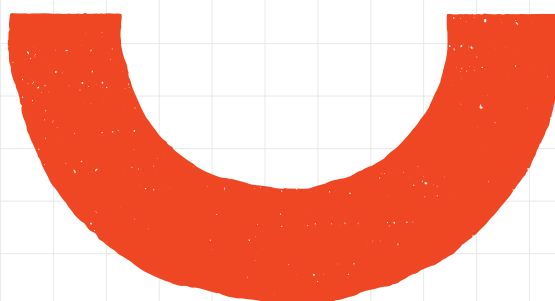
۱. یک حساب پس‌انداز در بانک:

سود کمی می‌دهد ولی مطمئن است؛ خطرپذیری پایین و بازده پایین.

۲. خرید سهام در بهابازار (بورس):

ممکن است سود زیادی بدهد، اما خطر از دست رفتن پول هم بیشتر است؛ خطرپذیری بالا و بازده بالا.

در نتیجه، سرمایه‌گذار باید بین میزان خطرپذیری و بازده مورد انتظار خود تعادل برقرار کند.



تبدیل واحد

سیمین اکبری زاده

چگونه واحدهای یک کمیت را به یکدیگر تبدیل کنیم؟

مقدمه

قبلاً با مفهوم اندازه‌گیری آشنا شده‌اید و می‌دانید واحد در اندازه‌گیری مهم است. گاهی لازم است واحد یک کمیت را به واحد دیگر تبدیل کنیم (برای مثال به منظور مقایسه). فرض کنید علی فاصله اراک تا تهران را ظرف ۲۳۰ دقیقه طی می‌کند و مهرشاد این فاصله را در ۳ ساعت و ۴۰ دقیقه. اگر بخواهیم معلوم کنیم کدامیک زمان کمتری در راه بوده است، مجبوریم هر دو را هم‌واحد کنیم. یعنی یا دقیقه را به ساعت تبدیل کنیم و یا برعکس. مدت زمانی که مهرشاد در راه بوده را برحسب دقیقه می‌یابیم می‌دانیم: (۶۰ دقیقه = ۱ ساعت) عدد ۶۰ را ضرب تبدیل ساعت به

تبدیل واحد، یکی از مفاهیم پرکاربرد است. در این مقاله کوشیده‌ام در حد بضاعت برای پرسش «چگونه واحدها را تبدیل کنم؟» پاسخ قانع‌کننده بنویسم.

مقاله را در دو بخش ارائه داده‌ام: در بخش اول، بدون استفاده از توان و به کمک جدول پلکانی به ترتیب تبدیل واحد کمیت‌های جرم، زمان، طول، حجم و مساحت را در مقاله گنجانده‌ام. در بخش دوم، با استفاده از توان، تبدیل واحد طول را کمی سازوبرگ داده‌ام و جدول میان‌بری برای تبدیل واحد طول رسم کرده‌ام و با استفاده از به توان رساندن ضرب تبدیل واحد طول، ضرب تبدیل واحد حجم و سطح را نیز توضیح داده‌ام.

وزن و روش محاسبه آن

وزن یک جسم در روی زمین، مقدار نیروی جاذبه‌ای است که از طرف زمین به آن جسم وارد می‌شود و جسم را به سمت خود می‌کشد. وزن را با نیروسنج اندازه می‌گیریم و یکای آن نیوتن است. (منظور از یکا، واحد اندازه‌گیری است)

برای یافتن وزن جسم در روی زمین، کافی است جرم جسم را در عدد ۱۰ ضرب کنیم (البته هنگام استفاده از این روش باید جرم برحسب کیلوگرم باشد). عدد ۱۰ به کار رفته در محاسبه وزن را شتاب جاذبه زمین می‌گوییم که برحسب نیوتن بر کیلوگرم و تقریبی است. (در علوم پایه نهم و مبحث قانون دوم نیوتن خواهید دید شتاب جاذبه زمین $\frac{9}{8}$ نیوتن بر کیلوگرم است.)

هشدار: وزن جسم را با نیروسنج اندازه می‌گیریم و جرم را با ترازو. پس جمله «وزن من ۵۲ کیلوگرم است» از نظر علمی اشتباه و درست این است که بگوییم «جرم من ۵۲ کیلوگرم است».

توجه: جرم یک جسم در سیاره‌های متفاوت ثابت است، ولی چون فرمول $\text{جرم} = \frac{\text{وزن}}{10}$ و عدد ۱۰ به کار رفته در آن فقط مربوط به زمین است، بنابراین وزن یک جسم در سیاره‌های مختلف (زمین، ماه و ...) متفاوت است.

مثال ۳. جرم جسمی، یک کیلوگرم است. وزن آن چقدر است؟

پاسخ:

$$1 \times 10 = \text{وزن} \Rightarrow 10 \times \text{جرم برحسب کیلوگرم} = \text{وزن}$$

$$\Rightarrow \text{وزن جسم } 10 \text{ نیوتن است}$$

مثال ۴. جرم جسمی ۱۰۰ گرم است، وزن آن چقدر است؟

پاسخ: ابتدا جرم را برحسب کیلوگرم به دست می‌آوریم.

$$\text{می‌دانیم کیلوگرم } 1 = \frac{1}{1000} \text{ گرم، پس:}$$

$$(\text{کیلوگرم } \frac{1}{10} = \frac{100}{1000} = \frac{1}{10} \times 100 = 100 \text{ گرم})$$

$$(\text{نیوتن } 1 = \frac{1}{10} \times 10 = 10 \text{ گرم برحسب جرم})$$

مثال ۵. وزن دانش آموزی ۷۲۰ نیوتن است. جرم او چند کیلوگرم است؟

$$10 \times \text{جرم برحسب کیلوگرم} = \text{وزن}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{وزن}}{10} = \frac{720}{10} = \text{جرم برحسب کیلوگرم}$$

$$\Rightarrow \text{کیلوگرم } 72 = \text{جرم دانش آموز}$$

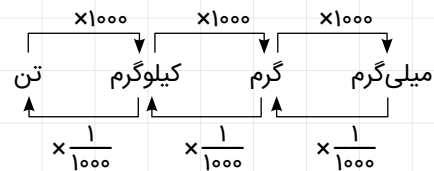


دقیقه می‌گوییم و برعکس آن، عدد $\frac{1}{60}$ را ضرب تبدیل دقیقه به ساعت. پس مهرشاد $20 = 40 + 3 \times 60 = 3$ دقیقه در راه بوده و زودتر از علی به تهران رسیده است.

جرم و جدول تبدیل واحدهای آن

جرم مقدار ماده تشکیل‌دهنده جسم است و واحدهای متداول آن در زندگی از بزرگ به کوچک عبارت‌اند از: میلی‌گرم، گرم، کیلوگرم، تن و با توجه اینکه:

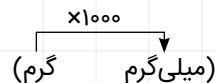
میلی‌گرم $1 = 1000$ گرم، گرم $1 = 1000$ کیلوگرم و کیلوگرم $1 = 1000$ تن جدول تبدیل واحد آن از بزرگ به کوچک به این صورت است.



پیکان‌های زیر نمودار با توجه به این موضوع که کیلوگرم $1 = \frac{1}{1000}$ میلی‌گرم، کیلوگرم $1 = \frac{1}{1000}$ گرم و تن $1 = \frac{1}{1000}$ کیلوگرم رسم شده‌اند.

مثال ۱. $\frac{2}{5}$ گرم، چند میلی‌گرم است.

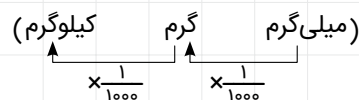
پاسخ: بخشی از نمودار را که پیکان آن از گرم به سمت میلی‌گرم است در نظر می‌گیریم که بالای نمودار به این صورت رسم شده است:



بنابراین باید عدد مورد نظر را در ۱۰۰۰ ضرب کنیم. یعنی $\frac{2}{5}$ گرم برابر است با $\frac{2}{5} \times 1000 = 400$ کیلوگرم و اگر ممیز را سه رقم جلو ببریم، حاصل ۲۵۰۰ میلی‌گرم خواهد شد.

مثال ۲. ۲۵۰ میلی‌گرم، چند کیلوگرم است.

پاسخ: بخشی از نمودار که پیکان آن از میلی‌گرم به سمت کیلوگرم است مورد توجه می‌باشد و چون کیلوگرم واحد بزرگ‌تری است این بخش زیر نمودار به این صورت رسم شده است:



$$\text{یعنی: کیلوگرم } 1 = \frac{1}{1000} \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{1000000} \text{ میلی‌گرم}$$

$$\text{پس: } 1 = \frac{1 \times 1}{1000 \times 1000} = \frac{1}{1000000} \text{ کیلوگرم}$$

بنابراین باید عدد مورد نظر را در $\frac{1}{1000000}$ ضرب کرد:

$$\text{کیلوگرم } \frac{250}{1000000} = 250 \times \frac{1}{1000000} = \frac{250}{1000000}$$

$$= \frac{25}{100000} = 0.00025 \text{ کیلوگرم}$$

معلم خوب من

پزشک درمانگاه ریاضی • حبیب یوسفزاده

افشین خاضه‌خان متولد اول آذرماه ۱۳۵۴ در شهرستان سلماس استان آذربایجان غربی است. دوره دبیرستان را در «مدرسه امیرکبیر» در رشته ریاضی گذراند و در ارومیه در رشته دبیری ریاضی به ادامه تحصیل پرداخت. در دوران دانشجویی موفق به کسب درجه ممتاز در خوش‌نویسی شد. دوره کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی را سال ۱۳۸۸ در تبریز به پایان رساند و اکنون دانشجوی دوره دکترای ریاضی کاربردی دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی تهران است. ایشان علاوه بر تدریس، به پژوهش و تألیف هم مشغول است و مجموعه سه‌جلدی «کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم» از انتشارات مدرسه، «مجموعه شش‌جلدی پازل» از انتشارات ونوس و «جعبه‌ابزار ریاضی» از انتشارات تایماز، از جمله آثار ایشان است. مقالات متعددی نیز در زمینه ریاضی کاربردی در داخل و خارج کشور ارائه داده است. در سال ۱۳۹۲ به ارومیه مهاجرت کرد و در آنجا علاوه بر تدریس در مدرسه‌های سمپاد و دولتی، به تشخیص و رفع مشکلات دانش‌آموزان در درک مفهوم‌های ریاضی- به روش «پرسش و پاسخ سقراطی» در مرکزی با عنوان «درمانگاه ریاضی»- پرداخت. در سال ۱۴۰۲ شرکت آموزشی مفهوم‌پردازان ریاضی «آوین» را تأسیس کرد که با همان عنوان «درمانگاه ریاضی» همچنان به کارهای تشخیصی و رفع مشکلات ریاضی دانش‌آموزان و علاقه‌مند ساختن آن‌ها به شگفتی‌های ریاضیات ادامه می‌دهد.

ایجاد درمانگاه ریاضی

در کنار تدریس مفهوم محور برای دانش‌آموزان، با تأسیس درمانگاه ریاضی، تشخیص و درمان مراجعه‌کنندگانی را که در حل مسئله یا منطق ریاضی و... نارسایی داشتند، شروع کردم. کم‌کم این دیدگاه جا افتاد و دانش‌آموزانی از پایه‌های متفاوت، همراه با اولیایشان، برای درمان مشکلات موجود در درک مفهوم‌های ریاضی مراجعه کردند. هم اکنون کار تشخیص و درمان بیماری‌ها و نارسایی‌های ریاضیات دانش‌آموزان در درمانگاه ریاضی انجام می‌شود و رضایتمندی اولیا از درمان بیماری‌های رایج در تفکرات ریاضی فرزندان و همچنین آشتی دانش‌آموزان با ریاضیات و بهبود درک مفاهیم آن، انگیزه مضاعفی برای ادامه کارمان است.





پیش‌بینی زلزله!

در سال ۱۳۹۰ در شهرستان سلماس در یک کلاس ریاضی تدریس می‌کردم. در یکی از روزهای پاییزی که قرار بود از دو فصل اول کتاب ریاضیات امتحان بگیرم، طبق معمول با بسته سؤال‌ها وارد کلاس شدم. بچه‌ها از قبل صندلی‌های خودشان را در کلاس جابه‌جا کرده بودند. بعضی از آن‌ها فاصله کافی را رعایت کرده بودند و بعضی نه. عده‌ای صندلی‌شان را دور و بر دانش‌آموزان ممتاز قرار داده بودند. بعد از پخش برگه‌های امتحان، حواسم به یکی از دانش‌آموزان جلب شد که دقیقاً جلوی ورودی کلاس نشسته بود. ناخودآگاه به او گفتم: «لطفاً جاییت را عوض کن.»

او بلافاصله در جواب گفت: «آقا من که فاصله قانونی را رعایت کرده‌ام!» گفتم: «اگر خدای ناکرده زلزله‌ای رخ دهد و باعث وحشت سایر دانش‌آموزان شود، زیر دست و پا آسیب می‌بینی.»

با این حرف من دانش‌آموز قانع شد و با چهره‌ای متعجب جاییش را تغییر داد. بیست دقیقه بعد، زمین لرزهای به شدت حدود چهار و نیم ریشتر شهر را لرزاند و دانش‌آموزان سراسیمه از کلاس خارج شدند. من هم با آنکه ترسیده بودم، طوری رفتار کردم که به بقیه آرامش بدهم. بعد از آرام‌شدن فضای مدرسه، بچه‌های کلاس ما از یک طرف خوش‌حال بودند که امتحان لغو شده است و از طرف دیگر با تعجب در مورد پیش‌بینی من از وقوع زلزله برای دوستشان صحبت می‌کردند. آن دانش‌آموز هم کلی از من تشکر کرد. خودم هم از این اتفاق متعجب بودم. نمی‌دانم چطور در آن لحظه چنین چیزی به ذهنم رسیده بود! اما هر چه بود، بچه‌ها طوری نگاه می‌کردند که گویا وقوع زلزله زیر سر من بوده است!

سؤال ساختگی

در سال ۱۳۸۹ در «دبیرستان شاهد نقیعی» شهرستان سلماس برای دانش‌آموزان رشته ریاضی تدریس می‌کردم. اغلب آن‌ها بچه‌های بااستعدادی بودند و گاهی مرا به زورآزمایی دوستانه دعوت می‌کردند. یعنی وقتی وارد کلاس می‌شدم، می‌دیدم سؤال بدقلقی را روی تخته کلاس نوشته‌اند و منتظرند آن را حل کنم. خوشبختانه از تمامی زورآزمایی‌ها سربلند بیرون می‌آمدم. تا اینکه روزی سؤالی مطرح کردند. با وجود تلاش زیادی که کردم، کم آوردم و پاسخ را پیدا نکردم. سؤال را دانش‌آموزی به نام آرش نوشته بود. از او خواستم منبع سؤال را بیاورد. آرش بعد از کلی مکث، با خجالت گفت: «آقا راستش را بخواهید توان متغیر را خودم یک واحد اضافه کردم، فکر کردم حلش خیلی فرق نکند!»

در این لحظه کلاس از خنده به حد انفجار رسید و آرش بیشتر خجالت زده شد. من که متوجه شده بودم آرش شیطنت نکرده است، با لحنی دوستانه گفتم: «تو امروز به ما یاد دادی، خوب است آدم گاهی به سؤال‌ها شک کند. سؤال‌های ساختگی ما را به جواب‌های راستگی نمی‌رسانند!»



با پوش رمزینه بخشی
دیگر از خاطرات را
مطالعه کنید.



مجموعه پروژه‌های کوچک برای ریاضی‌دانان کوچک

خسرو داودی و آرش رستگار

قسمت چهارم: حساب باقی‌مانده‌ها

راستشان مشخص می‌شوند؛ یعنی رقم‌های یکان و دهگان. رقم‌های یکان و دهگان یک عدد دو رقمی می‌سازند. عدد اولیه ما فقط وقتی بر ۴ بخش‌پذیر است که این عدد دو رقمی بر چهار بخش‌پذیر باشد. بخش‌پذیری بر ۵ فقط به مطالعه رقم یکان برمی‌گردد، همان‌طور که بخش‌پذیری بر ۲ هم فقط به مطالعه رقم یکان برمی‌گردد. بخش‌پذیری بر ۶ به مطالعه بخش‌پذیری بر ۲ و ۳ تحویل می‌شود. برای بخش‌پذیری بر ۷ قانونی بلد نیستیم. بخش‌پذیری بر ۸ از سه رقم یکان، دهگان و صدگان تعیین می‌شود. بخش‌پذیری بر ۹ وقتی اتفاق می‌افتد که مجموع رقم‌های عدد بر ۹ بخش‌پذیر باشد. بخش‌پذیری بر ۱۰ هم که فقط به رقم یکان مربوط می‌شود. این ادعاها را خودتان ثابت کنید. اگر دنیای عددها را کمی بزرگ‌تر کنیم و از

بر b بخش‌پذیر باشد. یعنی a مضربی طبیعی از b باشد که در این صورت می‌نویسیم: $b|a$ و می‌خوانیم: b عاد می‌کند a را. کلمه عاد از عدد می‌آید و روی دال تشدید دارد. پس برای تعریف تقسیم در دنیای عددهای طبیعی به مفهوم عاد کردن احتیاج داریم تا بفهمیم آیا تقسیم کردن امکان‌پذیر است یا خیر. مثلاً همیشه می‌توان بر عدد ۱ تقسیم کرد، اما فقط عددهای زوج را می‌توان بر ۲ تقسیم کرد؛ به‌طوری که حاصل عدد طبیعی بشود. تقسیم عددهای فرد بر ۲ در دنیای عددهای طبیعی ممکن نیست. تقسیم بر ۳ برای چه عددهایی ممکن است؟ اگر بخواهیم سریع ببینیم عددی مضرب ۳ است یا نه، کافی است مجموع رقم‌های آن مضرب ۳ باشد. سعی کنید این ادعا را خودتان ثابت کنید. عددهای مضرب ۴ با دو رقم آخر سمت

اگر فقط عددهای طبیعی را می‌شناختیم، مفهوم عدد، نسبت به جمع و ضرب بسته می‌بود. یعنی مجموع هر دو عدد طبیعی، باز هم یک عدد طبیعی بود، و حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی، باز هم یک عدد طبیعی بود. اما تفاضل دو عدد طبیعی، همیشه یک عدد طبیعی نیست. اگر دنیای ما مجموعه عددهای طبیعی باشد، تفاضل دو عدد طبیعی همیشه قابل تعریف نیست. تفاضل $a-b$ فقط وقتی قابل تعریف است که $a > b$. پس برای امکان تعریف یا عدم امکان تعریف $a-b$ به مفهوم ترتیب عددهای طبیعی نیاز داریم. حاصل تقسیم دو عدد طبیعی بر هم نیز همیشه یک عدد طبیعی نیست. پس در دنیای ما عمل تقسیم همیشه قابل تعریف کردن نیست. خارج قسمت $\frac{a}{b}$ فقط وقتی قابل تعریف است که a

بر عدد دیگری به جای دو را در نظر بگیریم. مثلاً [۰]، [۱] و [۲] می‌توانند به ترتیب نماد عددهای طبیعی باشند که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۳ برابر ۰ یا ۱ یا ۲ است. جمع، تفریق، ضرب و تقسیم هم برای این دسته‌ها خوش‌تعریف است. [۰] نقش عدد صفر و [۱] نقش عدد یک را ایفا خواهند کرد.

مسئله پروژه: اگر p عددی اول باشد، [۰]، [۱]، ... و $[p-1]$ را چطور تعریف می‌کنید؟ ثابت کنید این دسته‌ها نسبت به اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم بسته هستند. اول باید ثابت کنید اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم روی این دسته‌ها خوش‌تعریف هستند. مثلاً ثابت کنید:

$$[a]+[b]=[a+b]$$

یعنی باقی‌مانده $a+b$ بر p برابر است با مجموع باقی‌مانده‌های تقسیم a و b بر p ؛ البته کمی دقیق‌تر. چون مجموع این باقی‌مانده‌ها ممکن است از عدد p بزرگ‌تر شود. در این صورت باید دوباره این مجموع را بر p تقسیم کنید و باقی‌مانده آن را در نظر بگیرید. پس این دسته‌ها یک ساختار عددی درست می‌کنند که کمی شبیه $\mathbb{Z}$ ، $\mathbb{Q}^+$ یا $\mathbb{Q}$ رفتار می‌کند. این ساختار عددی را با $\mathbb{Z}_p$ نمایش می‌دهیم. از همه بیشتر $\mathbb{Z}_p$ به $\mathbb{Q}$ شبیه است. چون جمع، ضرب، تفریق و تقسیم همه در آن تعریف شده‌اند.

حال که با $\mathbb{Z}_p$ آشنا شدید، ببینید آیا می‌توانید همه جواب‌های معادله فیثاغورس را در $\mathbb{Z}_p$ بیابید. یعنی همه دسته‌های $[a]$ ، $[b]$ و $[c]$ را پیدا کنید؛ به طوری که: $[a]^2 + [b]^2 = [c]^2$. ابتدا باید همه جواب‌های گویای معادله $a^2 + b^2 = c^2$ را مطالعه کنید. از اینترنت کمک بگیرید.

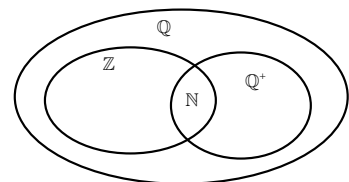
پروژه‌های انجام‌شده خود را در قالب «ورد» (word) حروف‌نگاری کنید و برای ما بفرستید. بهترین پروژه‌ها از طریق رمزبند پاسخ‌سریع (کیوآر کد) در شماره‌های آینده چاپ خواهند شد.

این مشکلات قابل حل شدن نیستند. حتی اگر $00+00$ و $00-00$ را تعریف کنید، باز هم مشکل باقی است. مشکل تقسیم‌کردن بر صفر را نمی‌توان حل کرد.

ساختاری نمی‌توان ساخت که همه اعضای آن شبیه عدد باشند و تقسیم همیشه قابل تعریف باشد؛ حتی تقسیم بر صفر. اما یک سؤال فلسفی این است که ما برای بسته‌بودن نسبت به جمع، ضرب، تفریق و تقسیم از عددهای طبیعی ذات همه این‌ها را در خود دارند. ما با عددهای طبیعی، دنیای عددهای صحیح و دنیای عددهای گویا را ساختیم. آیا می‌توان به روش دیگری، مفهومی از عدداز همین عددهای طبیعی ساخت که نسبت به جمع، تفریق، ضرب و تقسیم بسته باشد؟ درست مثل عددهای گویا؟ ریاضی‌دانان موفق شده‌اند چنین کاری را انجام دهند، اما نه با بزرگ‌تر کردن دنیای عددهای طبیعی، بلکه با خلاصه‌تر کردن آن. همین عددهای زوج و فرد را در نظر بگیرید. عددهای زوج شبیه صفر و عددهای فرد شبیه یک رفتار می‌کنند. نه تنها جمع، ضرب و تفریق عددهای زوج و فرد خوش‌تعریف است، بلکه تقسیم هر عدد بر عددهای غیر صفر هم معنی دارد. چون فقط دسته [۱] که همان دسته عددهای فرد است، غیر از دسته [۰] که همان دسته عددهای زوج است وجود دارد. پس به نوعی عددهای زوج و فرد همان خواصی را دارند که ما دنبال می‌کنیم. البته کمی اغماض داشته باشید. صفر که عددی طبیعی نیست. به جای دسته [۰] باید می‌گفتیم دسته [۲]. ولی در این صورت شما به سختی می‌پذیرفتید که [۲] نقش عدد صفر را ایفا کند و دسته [۱] نقش عدد یک را.

از منظر دیگری نیز انتخاب نمادهای [۰] و [۱] طبیعی است. عددهای صفر و یک باقی‌مانده‌های تقسیم عددهای زوج و فرد بر عدد دو هستند. می‌توانستیم باقی‌مانده‌های تقسیم عددهای طبیعی

عددهای طبیعی به عددهای صحیح توسعه دهیم. دنیای عددها نسبت به جمع، ضرب و تفریق بسته خواهد بود. اگر بخواهیم به جای تفریق، نسبت به تقسیم بسته باشیم، باید عددهای گویای مثبت را در نظر بگیریم. آن را با $\mathbb{Q}^+$ نمایش می‌دهیم. دنیای عددهای گویای مثبت نسبت به جمع، ضرب و تقسیم بسته است. اما نسبت به تفریق بسته نیست. همان‌طور که دنیای عددهای صحیح نسبت به جمع، ضرب و تفریق بسته است، اما نسبت به عمل تقسیم بسته نیست. اگر بخواهیم بسته‌بودن نسبت به تفریق، و بسته‌بودن نسبت به تقسیم، هر دو را داشته باشیم، باید دنیای عددهای صحیح و دنیای عددهای گویای مثبت هر دو را بزرگ کنیم و دنیایی از عددها بسازیم که شامل هر دو باشد. با این دنیا همه آشنا هستید. عددهای گویا دنیایی است که نسبت به جمع، ضرب، تفریق و تقسیم بسته است؛ به جز اینکه بر صفر نمی‌توان تقسیم کرد. دنیاهایی را که بررسی کردیم، می‌توانیم در یک نمودار خلاصه کنیم:



ممکن است کسی بگوید: من می‌توانم عددهای گویا را هم توسعه بدهم، به طوری که بتوان بر صفر هم تقسیم کرد. مثلاً بگوید: هر عدد تقسیم بر صفر را می‌گویم «بی‌نهایت» و با علامت ∞ نمایش می‌دهم و تعریف می‌کنم:

$$00 \times 00 = 00$$

$$00 + 00 = 00$$

$$a + 00 = 00$$

که در آن a عدد گویای دلخواهی است. می‌پرسم $a \times 00$ را چه می‌کنی؟ اگر بگوید فرض می‌کنم $a \times 00 = 00$ ، می‌پرسم در مورد $00 - 00$ یا 00×00 چه می‌گویی؟

هر کاری بکنید، چیزهایی را از دست می‌دهید. مثلاً قانون توزیع‌پذیری را نمی‌توانید نگه دارید. تجربه ریاضی‌دانان نشان داده است

۶



● محمدتقی طاهری تنجانی

در کلاس درس آقای رهنما

● ● ● استدلال، مثال و مثال نقض

کلی باید نشان دهیم گزاره همواره درست است. ولی برای اثبات درستی حکم‌های جزئی باید مثالی ارائه دهیم که حکم مورد نظر را تأیید کند.
آقای رهنما: همین‌طور است که آقای مصطفوی می‌گویند. در تکمیل آن باید بگویم، برای اثبات درستی حکم‌های کلی از یک استدلال کلی، مانند «استدلال استنتاجی» یا «استدلال استقرایی» استفاده می‌کنیم. به عبارت دیگر نشان

همه نباشند.
آقای رهنما: آفرین! به جمله‌هایی که با لفظ هر یا همه و مانند آن شروع می‌شوند، جمله‌ها یا حکم‌های کلی و به جمله‌هایی که با لفظ بعضی یا برخی و مانند آن شروع می‌شوند، حکم‌های جزئی می‌گویند. ما با این دو نوع گزاره کلی و جزئی روبه‌رو هستیم. برای تعیین ارزش آن‌ها چه باید بکنیم؟
مصطفوی: برای اثبات درستی حکم‌های

آقای رهنما (دبیر ریاضی) به دو جمله‌ای اشاره کرد که روی تخته کلاس نوشته بود و گفت: «فرق این دو جمله چیست؟ یکی می‌گوید هر عدد اولی فرد است و دیگری می‌گوید بعضی از عددهای اول فردند!»
ایمانی: آقا اجازه! اولی هر دارد و دومی بعضی! هر یعنی همه، یعنی همه عددهای اول فردند. ولی دومی می‌گوید بعضی از عددهای اول فردند و می‌تواند





می‌کنیم. اگر مثالی هم باشد پیدا می‌شود. فرض کنیم عدد اولی مانند P وجود داشته باشد که $YP+1$ مکعب کامل باشد. پس باید داشته باشیم: $K^3 = YP+1$ که K عدد طبیعی است. حالا می‌توانیم بنویسیم:

$$vP = K^3 - 1 = (K-1)(K^2 + K + 1)$$
 حالا چون سمت چپ حاصل ضرب دو عدد اول است، پس باید سمت راست هم حاصل ضرب دو عدد P و Y باشد. در اینجا دو حالت ممکن است:

حالت اول
$$\begin{cases} K-1 = Y \\ K^2 + K + 1 = P \end{cases}$$

حالت دوم
$$\begin{cases} K-1 = P \\ K^2 + K + 1 = Y \end{cases}$$

در حالت اول، داریم: $K=8$ و $P=7^3$ و چون 7^3 عدد اول است، مورد قبول است. در حالت دوم از $K^2 + K + 1 = Y$ داریم: $K=2$ یا $K=3$ که چون K عدد طبیعی است، پس $K=2$ مورد قبول است. از آنجا $P=1$ که عدد اول نیست. پس تنها مثال موجود عدد اول 7^3 است. البته اگر همان اول کار به ذهن کسی عدد 7^3 می‌رسید، برای اثبات درستی گزاره کافی بود و نیازی به محاسبه نبود. این هم مسئله‌ای برای حالتی که یافتن مثال در اول کار دشوار است.

احمدی: چه جالب! پس ما گاهی می‌توانیم مثال مورد نظر را محاسباتی به دست آوریم.

آقای رهنما: بله همین‌طور است. حالا شما برای این گزاره چه استدلالی دارید: «به ازای هر عدد گنگ x عدد گنگ y وجود دارد که $x+y$ عددی گویا شود.»
احمدی: آقا هم گزاره کلی است و هم جزئی. یعنی برای هر x نشان می‌دهد کلی است و وجود دارد و برای هر y نشان می‌دهد گزاره جزئی است.

آقای رهنما: کاملاً درست است. حالا ارزش حکم «هر متوازی‌الاضلاع یک لوزی است» را تعیین کنید.

احمدی: چون در هر متوازی‌الاضلاع ضلع‌های روبه‌رو موازی هستند و در لوزی هم اضلاع روبه‌رو موازی‌اند، پس این حکم کلی همواره درست است.
آقای رهنما: نشد! لوزی یک ویژگی دارد که متوازی‌الاضلاع ندارد. در لوزی هر چهار ضلع برابر است، ولی در متوازی‌الاضلاع می‌تواند این‌طور نباشد. پس حکم کلی نادرست است. می‌توانستیم مثال نقض بیاوریم. مثلاً مستطیل یک متوازی‌الاضلاع است، ولی لوزی نیست. حالا شما بگویید «دو عدد اول هست که متوالی‌اند»، چه نوع گزاره‌ای است؟ کلی است یا جزئی و ارزش آن چیست؟

مصطفوی: به نظر می‌رسد گزاره جزئی باشد، ولی در آن کلمه بعضی وجود ندارد!

آقای رهنما: این گزاره جزئی است. وقتی می‌گوییم دو عدد اول هستند، یعنی دو عدد اول وجود دارند. اینجا کلمه «وجود دارند» در گزاره بیان شده پنهان است. حالا ارزش آن چیست؟
مصطفوی: اگر بتوانیم مثالی ارائه کنیم درست است. مثلاً عددهای 2 و 3 هر دو عدد اول و متوالی‌اند.

آقای رهنما: آفرین! کاملاً درست است. حالا بگویید گزاره «عدد اولی چون P وجود دارد که $YP+1$ مکعب کامل باشد»، چه نوع گزاره‌ای است و ارزش آن چیست؟

احمدی: آقا اجازه! از آنجا که گفته است «عدد اولی چون P وجود دارد...»، پس گزاره جزئی است. حالا چطور مثالی ارائه کنیم؟

آقای رهنما: یافتن مثال شاید کاری دشوار باشد. ما حالت کلی را بررسی

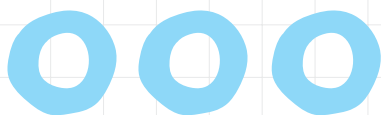
می‌دهیم که مجموعه جواب با دامنه متغیر برابر است، ولی برای اثبات درستی حکم‌های جزئی باید نشان دهیم، مجموعه جواب تهی نیست و حداقل یک عضو دارد.

مصطفوی: آقا پس اگر ما یک مورد پیدا کردیم که در دامنه متغیر گزاره کلی وجود داشت، ولی در مجموعه جواب آن نبود، آن حکم کلی نادرست است.

آقای رهنما: آفرین بر شما. مثلاً در مورد جمله «هر عدد اولی فرد است»، نیاز نداریم مجموعه جواب را به دست آوریم و نشان دهیم با دامنه متغیر برابر است. بلکه می‌توانیم نشان دهیم، عضوی از دامنه متغیر هست که در مجموعه جواب نیست. مثلاً در اینجا عدد 2 اول است، ولی فرد نیست. یعنی در دامنه متغیر عدد 2 وجود دارد، ولی در مجموعه جواب نیست. به این مورد خاص مثال نقض می‌گویند. مثال نقض موردی است که نشان می‌دهد یک حکم کلی درست نیست. ولی در حکم‌های جزئی مثالی می‌آوریم که نشان دهد حکم برای آن مثال برقرار است. مثلاً در حکم «بعضی از عددهای اول زوج‌اند»، ما عدد 2 را مثال می‌زنیم که هم عدد اول است و هم زوج و با این مثال نشان می‌دهیم ارزش حکم جزئی مورد نظرمان درست است.

حسینی: آقا اجازه بدهید من به‌طور خلاصه چیزی را که یاد گرفته‌ام بیان کنم. ببینید درست یاد گرفته‌ام یا نه؟
آقای رهنما: بفرمایید.

حسینی: برای اثبات درستی حکم‌های کلی باید استدلال استنتاجی بیاوریم و برای رد حکم‌های کلی مثال نقض بزنیم. برای اثبات درستی حکم‌های جزئی باید مثال ارائه کنیم و برای نادرستی حکم‌های جزئی باید نشان دهیم مجموعه جواب تهی است.



نباشد. حالا این سؤال پیش می‌آید: «آیا حکمی وجود دارد که برای چند حالت خاص برقرار باشد، ولی بررسی آن در تمامی حالت‌ها برای ما مقدور نباشد؟» چگونه تعیین کنیم آن حکم کلی همواره درست است؟

آقای رهنما: اگر توجه کرده باشید در دو جلسه قبلی روش استقرای ریاضی را مطرح کردیم. ریاضی‌دانان از طریق روش استقرای ریاضی درستی حکم را اثبات می‌کنند. البته آن حکم کلی باید در حوزه عددهای طبیعی باشد. هدف من از طرح مسئله‌های این جلسه توجه شما به این موضوع بود که توجه به مثال و مثال نقض چقدر می‌تواند در بررسی حکم‌های ریاضی مفید باشد. حالا برای تمرین بیشتر شما چند مسئله در نظر گرفته‌ام که در منزل روی آن‌ها فکر کنید و پاسخ دهید. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های مسئله‌ها را توزیع کنید.



تمرین

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل تعیین کنید:

۱. عددی هست که هم مربع کامل و هم مکعب کامل باشد.
۲. مکعب هر عدد صحیح از مربع آن بزرگ‌تر است.
۳. هر لوزی یک مربع است.
۴. هر مربع یک لوزی است.
۵. مربع هر عدد حقیقی مثبت است.
۶. حاصل جمع هر دو عدد گنگ عددی گنگ است.
۷. برای هر عدد طبیعی n ، حاصل عبارت زیر عددی اول است.
۸. هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع عددهای متوالی نوشت.

ساده‌ای نیست. مثلاً برای اینکه بررسی کنیم عبارت n^2+n+41 برای هر عدد طبیعی n عدد اول است، خیلی باید زحمت بکشید. اگر از ۱، ۲، ۳ و ... شروع کنید، تا ۳۹ همگی عدد اول می‌شوند و به مثال نقض نمی‌رسیم. اما برای $n=40$ داریم: $n^2+n+41=40^2+40+41$ که برابر است با $(41)^2$ و عدد اول نیست.

حسینی: پس یافتن مثال نقض هم کار ساده‌ای نیست!

آقای رهنما: بله کار ساده‌ای نیست و حتی برخی ریاضی‌دانان با ناامیدی از یافتن مثال نقض، یک حکم کلی را همواره درست در نظر گرفته‌اند.

مثلاً **پیر دو فرما**، ریاضی‌دان مشهور قرن هفدهم فرانسه گمان می‌کرد که عددهایی که به شکل $2^{2^n}+1$ نوشته می‌شوند (n عدد طبیعی است) عدد اول هستند. تا اینکه در قرن هجدهم، اوایلر که یکی از ریاضی‌دانان بزرگ است، متوجه شد که:

$$2^{2^{2^2}+1} = 4294967297 = 641 \times 6700417$$

یعنی $2^{2^n}+1$ عدد اول نیست!

بچه‌ها با تعجب به هم نگاه کردند و یک‌صدا گفتند: «چه جالب!»

آقای رهنما: بله. جالب‌تر آنکه **لایب‌نیتز**، یکی از ریاضی‌دانان مشهور آلمانی قرن هفدهم به این حکم جالب رسید: «برای عدد طبیعی n ، عبارت n^3-n بر ۳، n^5-n بر ۵ و n^7-n بر ۷ بخش‌پذیر است» و بر این اساس به این حدس رسید که: «به ازای هر عدد طبیعی فرد K و عدد طبیعی n ، عبارت n^K-n بر K بخش‌پذیر است.» اما بعدها متوجه شد که $2^9-2=510$ بر ۹ بخش‌پذیر نیست.

احمدی: آقا اجازه! مثال‌هایی که شما زدید نشان می‌دهند که یک حکم ممکن است در یک سری حالت خاص درست باشد، اما در حالت کلی درست

آقای رهنما: ما گزاره را به صورت کلی در نظر می‌گیریم. ما باید برای هر عدد گنگ x یک عدد گنگ y بسازیم که جمعشان گویا شود.

فرض کنید برای هر عدد گنگ $x=a$ قرار دهیم: $y=K-a$. در اینجا K را عدد گویا در نظر بگیرید، چون $K-a$ عدد گنگ است؛ یعنی y عددی گنگ است. حالا جمع x و y می‌شود عدد K که گویاست و مسئله ثابت شده. ما یک استدلال استنتاجی به صورت کلی آوردیم. حالا می‌توانیم برای نزدیکی ذهن به مطلب مثال عددی هم بزنیم. مثلاً اگر $x=\sqrt{3}$ باشد، کافی است قرار دهیم: $y=2-\sqrt{3}$. حالا داریم: $x+y=2$ عددی گویاست. در ادامه سؤال می‌کنم: «آیا ما همان ابتدای کار می‌توانستیم با یک مثال عددی کار را تمام کنیم؟»

حسینی: شما فرمودید که برای اثبات حکم‌های کلی باید استدلال استنتاجی بیاوریم. پس امکان ندارد و مثال فقط برای نزدیکی ذهن به مطلب است.

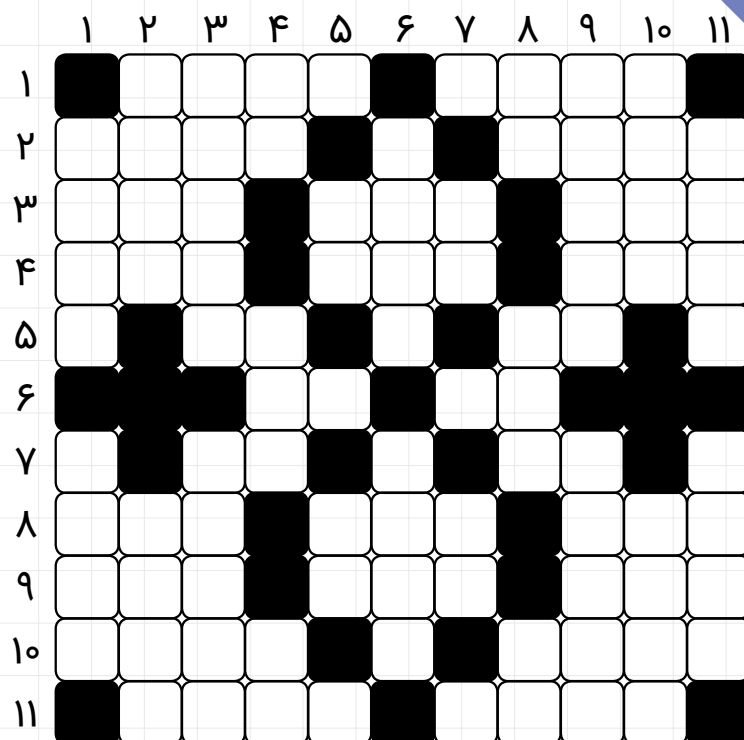
آقای رهنما: آفرین. خوب حالا بگویید حکم «برای هر عدد طبیعی n عدد 2^n+3 یک عدد اول است» کلی است یا جزئی و ارزش آن چیست؟

احمدی: آقا چند عدد را بررسی می‌کنیم ببینیم درست است یا نه. مثلاً برای ۱ می‌شود ۵ و برای ۲ می‌شود ۷ و برای ۳ می‌شود ۱۱ که همگی عدد اول هستند. پس حدس می‌زنیم این حکم کلی درست باشد.

آقای رهنما: عجله کردید. با چند مثال نمی‌شود حکم کرد که یک گزاره کلی همواره درست است. اما این حکم کلی نادرست است. باید مثال نقضی بیابیم. اگر شما ادامه می‌دادید برای $n=5$ به ۳۵ می‌رسیدیم که عدد اول نیست. پس مثال نقض $n=5$ است. این مسئله نشان می‌دهد یافتن مثال نقض کار

حدود عددها

جعفر ربانی



عمودی

افقی

۱. سال (میلادی) امضای قرارداد معروف به **وثوق الدوله** با انگلستان که با مخالفت همه مردم ایران روبه‌رو و باطل شد - به تازگی وارد این سال میلادی شدیم.
۲. نهمین رئیس‌جمهور ایران امسال ۷۰ ساله شد. متولد چه سالی است؟ - صفر و چهار را یک در میان بنویس.
۳. طول کمربند استوایی کره زمین حدوداً چند کیلومتر است؟ علی دو عدد نان خرید هر یک ۲۵۰۰ تومان؛ چند ریال پرداخت؟
۴. دو رقم عدد ۳۷ هزارم؛ بعد از ممیز - عدد «علی» به حروف ابجد - تا چهار روز بعد از هفت هفته دیگر چند روز مانده است؟
۵. مرداد ماه چند روز است؟ - نخستین عدد دو رقمی بدون صفر.
۶. در این سال قحطی عظیمی، در خلال جنگ جهانی اول، ایران را فراگرفت - عددی است با این ویژگی‌ها: رقم اول سرسلسله عددهاست. رقم دوم بزرگ‌ترین عدد زوج یک رقمی است. دو رقم آخر نیز بزرگ‌تر از ۵۰ و مضرب ۷ هستند.
۷. عدد ماه کبیسه - درجه زاویه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع.
۸. با دو رقم ۱ و ۴ یک عدد اول بساز - بوعلی سینا در سال ۴۱۶ هجری شمسی درگذشت. چند سال از مرگ او می‌گذرد؟ - تعداد بازیکنان تیم فوتبال کامل.
۹. **مهشید** ۵۰ تومان به **فرشته** داد تا فرشته توانست دفتری به مبلغ ۹۶۰۰۰ تومان بخرد. فرشته خودش چند تومان داشت؟ - ضرب ۲۸ در ۲ و حاصل آن بدون هر گونه علامت ریاضی.
۱۰. ۴۷ و مقلوب آن در یک عدد چهار رقمی - نخستین سال هزاره سوم میلادی چه سالی بود؟
۱۱. مقلوب عدد ۱۰۰۰ - این عدد چنین است: رقم اول آن نخستین عدد زوج است. رقم دوم آن دومین عدد اول است. رقم سوم آن مربع رقم اول است. و سرانجام رقم چهارم آن جمع رقم دوم و سوم است.

۱. اولین سال قرن پانزدهم هجری شمسی - **سقراط** در سال ۴۷۰ قبل از میلاد متولد شد. از آن سال چند سال می‌گذرد؟
۲. سال تولد مادر بزرگی که اکنون صد سال دارد - محیط زمینی دایره‌شکل به شعاع ۲۵۰ متر؟
۳. حاصل ضرب ۳۰ و ۳۱ - اولین عدد اول بزرگ‌تر از ۳۲۰ - ۳۰ سی‌سی کمتر از ۱۰۰۰؟
۴. عددی است مضرب ۱۰ که دو رقم اولش را خرافه‌گویان نحس می‌دانند - این عدد هم مضرب ۱۰ است و دو رقم آن نمرة دیکته‌ای است با یک غلط - تعداد سربازان یک گروهان ارتش شامل ۹۰ ستون در ۶ ردیف.
۵. نام پادگان مرکز آموزشی شهدای وظیفه ناجا - نام یک برنامه ورزشی معروف در سیمای جمهوری اسلامی ایران.
۶. تعداد ماه‌های سال در همه تقویم‌ها - دو رقم پی‌درپی که شکل یکی وارونه دیگری است.
۷. پنج بار آه کشیدن! - عددی که نمایانگر کثرت فرقه‌ها و مذهب‌هاست.
۸. نوعی آرد بسته‌بندی برای پختن شیرینی و کیک - تعداد روزهای نیمه اول سال شمسی - در این عدد سه رقمی رقم اول بزرگ‌ترین رقم زوج است و دو رقم بعد عددی اول و بزرگ‌تر از ۲۰.
۹. $15n^2 (n=4)$ - یک قرن و نیم چند سال است؟ - محیط لوزی به طول ضلع ۵۱.
۱۰. ۵۰ و مقلوب آن در کنار هم - حاصل عبارت زیر به ازای $(a=5)$
 $2a^4 + 2a^3 + a^2 - 5a + 7$
۱۱. اگر این عدد را معکوس بخوانیم سالی می‌شود که **رضاخان** پهلوی به پادشاهی رسید - تکرار اولین عدد فرد بزرگ‌تر از ۶۰.



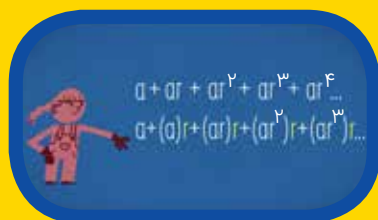
روبات بازیکن بسکتبال

● مترجم: مریم جعفرآبادی

هر بازیکن است که از سری هندسی به دست می‌آید.

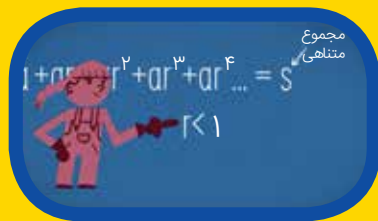


سری هندسی مجموعه‌ی عددهایی است که در آن هر عدد از ضرب شدن عدد قبلی در یک مقدار ثابت مثل ۲ که به آن «قدرنسبت» می‌گوییم به دست می‌آید (می‌توانید در فصل ۱ کتاب دهم کمی درباره‌ی سری‌های هندسی بخوانید).



به دو نکته درباره‌ی سری‌های هندسی توجه کنیم:

۱. اگر قدرمطلق قدرنسبت (r) در یک سری هندسی کمتر از ۱ باشد، مجموع جمله‌های سری که آن را با حرف S نشان می‌دهیم، مقداری متناهی است.



در هر مسابقه پرتاب اول مال انسان‌هاست و پرتاب دوم به روبات تعلق دارد. به همین ترتیب آن قدر پرتاب‌ها را ادامه می‌دهند که اولین توپ گل شود. نفر اولی که توپش گل می‌شود برنده‌ی مسابقه است.



چطور باید احتمال گل شدن توپ‌های روباتان را تنظیم کنید که با توجه به شرایط بازی و احتمال گل شدن توپ رقیب، مطمئن باشید بازی عادلانه، و احتمال برنده شدن رقیب‌ها ۵۰ درصد است؟

ممکن است حدس بزنید که q (احتمال گل شدن توپ‌های روبات شما) باید برابر با p (احتمال گل شدن توپ‌های رقیب) باشد. اما اگر همیشه توپ هر کدام از بازیکن‌ها به احتمال ۵۰ درصد گل بشود، دیگر فرقی ندارد چه کسی اولین نفر بازی را شروع کند.

فرض کنید p و q هر دو ۱۰۰ درصد باشند. حتی اگر رقبا به یک اندازه مهارت داشته باشند، بازیکن اول همیشه برنده خواهد بود. بنابراین احتمال باید دنبال تحلیل دقیق‌تر و عمیق‌تری باشیم.



یک روش برای حل این مسئله جمع کردن احتمال پرتاب‌های متفاوت

فرض کنید ماه‌ها تلاش کرده‌اید روباتی بسازید که بسکتبال بازی کند و می‌خواهید آن را در یک نمایشگاه معتبر فناوری عرضه کنید.



در آخرین لحظه می‌بینید که یک شرط برای ساخت و ارائه‌ی این روبات گذاشته شده و آن این است که روبات شما بتواند با یک رقیب «انسان» بازی کند و بازی‌شان عادلانه باشد. یعنی احتمال برنده شدن روبات و انسان هر دو با هم برابر باشد.



خوشبختانه وقتی شما این روبات را می‌ساختید، در تنظیم‌هایش این امکان را قرار داده‌اید که به آن دستور دهید پرتابی بکند که توپ با احتمال q وارد تور شود و امتیاز آن پرتاب را بگیرد.

از طرف دیگر، شما به سرعت اطلاعات تمام رقیب‌های روباتی را که ساخته‌اید جمع‌آوری کرده‌اید و می‌دانید چند درصد شوت‌های هر کدامشان وارد تور می‌شود.



اگر p بزرگتر از ۵۰٪ باشد، q باید بزرگتر از ۱ باشد که با توجه به شرط عادلانه بودن بازی ممکن نیست. در این صورت احتمال برنده شدن انسان، بیش از ۵۰ درصد است.

اگر $p > 50\%$ ؟
 $p = 0.75$
 $q = \frac{0.75}{1 - 0.75} = 3$

اگر همین داستان را بخواهیم با برد و باخت روبات بررسی کنیم، رابطه‌ها چطور تغییر می‌کنند؟ می‌توانید با کمک گرفتن از استدلال‌هایی که برای برد بازیکن بسکتبال انسان کردیم، رابطه‌های بردن روبات در این بازی را بنویسید.

$q = \frac{p}{1-p}$
 $p = \frac{1}{1+q}$
 $q = \frac{p}{1-p}$
 $p = \frac{1}{1+q}$

روبات بازنده
انسان بازنده
 $(1-p) \times q = p$
 $q = \frac{p}{1-p}$

و بعد برای اینکه از کار خود مطمئن شوید، از معلمتان بخواهید به شما کمک کند و درستی رابطه‌هایی که نوشتید را بررسی کند.

برنده شدن در تلاش سوم به معنی برنده شدن در دو دست قبلی است، و به همین ترتیب برای شوت‌های بعدی. اگر احتمال برنده شدن در هر کدام از پرتاب‌ها را با هم جمع کنیم، مجموع جمله‌های یک سری هندسی به دست می‌آید.

انسان در سومین پرتاب برنده می‌شود
 $p + p \times (1-p) \times (1-q) + p \times (1-p)^2 \times (1-q)^2$

انسان در اولین پرتاب برنده می‌شود
 $p + p \times (1-p) \times (1-q) + p \times (1-p)^2 \times (1-q)^2 + p \times (1-p)^3 \times (1-q)^3 + \dots$

از آنجا که اولین عدد در این سری p است و قدر نسبت در این سری کمتر از ۱ است، مجموع آن p تقسیم بر ۱ منهای r خواهد بود (تحقیق کنید که چطور جمع این جمله‌ها برابر با این مقدار می‌شود).

انسان در اولین پرتاب برنده می‌شود
 $p + p \times (1-p) \times (1-q) + p \times (1-p)^2 \times (1-q)^2 + \dots = \frac{p}{1 - (1-p)(1-q)}$

حال می‌خواهیم این جمع $\frac{1}{p}$ باشد. با کمی بازی‌های جبری متوجه می‌شویم که q باید برابر p تقسیم بر $1-p$ باشد.

انسان در اولین پرتاب برنده می‌شود
 $p + p \times (1-p) \times (1-q) + p \times (1-p)^2 \times (1-q)^2 + \dots = \frac{p}{1 - (1-p)(1-q)}$
 $\frac{1}{p} = \frac{p}{1 - (1-p)(1-q)}$
 $1 - (1-p)(1-q) = p^2$
 $1 - (1-p - q + pq) = p^2$
 $1 - 1 + p + q - pq = p^2$
 $p + q - pq = p^2$
 $q = \frac{p^2}{p - p^2} = \frac{p}{1-p}$

۲. اگر اولین عدد در سری a باشد، مجموع جمله‌ها مساوی است با a تقسیم بر $1-r$.

انسان در اولین پرتاب برنده می‌شود
 $\frac{a}{1-r} = S$

حال این صحبت‌ها در انجام تنظیم‌های لازم برای روبات چه کمکی به ما می‌کند؟ یادمان هست که پرتاب‌های بازیکن انسان، به احتمال p گل می‌شود و چون آن‌ها اول شوت می‌کنند، پس ممکن است در اولین پرتاب به احتمال p برنده شوند.

انسان در اولین پرتاب برنده می‌شود
 p

احتمال اینکه در دومین پرتاب برنده شوند چقدر است؟

احتمال موفقیت $1-p$
 $p + ?$

این اتفاق فقط در صورتی می‌افتد که هر دو بازیکن پرتاب اول را از دست بدهند. احتمال از دست دادن یک شوت، ۱ منهای احتمال موفقیت آن است! یعنی $1-p$ و $1-q$. پس با این توضیح‌ها، احتمال دو شکست و سپس یک موفقیت انسانی حاصل ضرب احتمال‌های آن‌ها می‌شود؛ یعنی: p ضرب در $1-p$ ضرب در $1-q$.

انسان در اولین پرتاب برنده می‌شود
 $p + p \times (1-p) \times (1-q) + p \times (1-p)^2 \times (1-q)^2 + \dots$

منبع

https://www.ted.com/talks/dan_katz_can_you_solve_the_basketball_riddle/transcript?geo=fr

● محمد دشتی

ذهن تحلیل‌گر حاصل ریاضیات



گفت‌وگو با دکتر علی ایرانمنش
استاد تمام ریاضی دانشگاه تربیت مدرس

دکتر علی ایرانمنش متولد ۱۳۴۴ در کرمان است. تحصیلات عالی خود را از دوره کارشناسی تا دکترا در دانشگاه شیراز پشت سر گذاشته است. او که به عنوان استاد تمام ریاضی در دانشگاه تربیت مدرس فعالیت می‌کند، عضو «شورای ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی» سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وابسته به وزارت آموزش و پرورش است. دکتر ایرانمنش که بارها به عنوان استاد نمونه کشوری و پژوهشگر برتر دانشگاه تربیت مدرس انتخاب شده است، در سال ۱۳۹۵ جایزه ریاضی کرمانی را دریافت کرد. در یک جمعۀ پاییزی، مجله رشد ریاضی برهان با ایشان به گفت‌وگو نشست؛ گفت‌وگویی صمیمانه که نشان داد او از نسل معلمان و استادانی است که اخلاق و تعهد به جوهره انسانیّت را از اولویت‌های کاری خود می‌دانند؛ امری که شما نیز با خواندن این گفت‌وگو با ما در مورد آن هم نظر خواهید شد.

دانش آموز از این درس است. زمانی که دانشجویان در دانشگاه در سایر رشته‌ها و نه رشته ریاضی، این درس را با من می‌گذرانند، متوجه می‌شوم که در دوران تحصیل دید و نگاه خوب و مثبتی به ریاضی نداشته‌اند و متناسب با آن نگرشی که نسبت به ریاضی دارند، با آنان کار نشده است. البته دانش آموز ریاضی، با دانش آموز تجربی و فنی و حرفه‌ای، زمانی که در دوره‌های اول و دوم متوسطه هستند، نگاهی متفاوت به درس ریاضیات خواهند داشت و ما هم باید متناسب با همان دیدگاه و نگرشی که دارند با آن‌ها کار کنیم.

اما حالا که دوره ابتدایی به نحوی جایگزین دوره راهنمایی شده و عملاً دوره راهنمایی برجیده شده است، ایجاد علاقه در

● ممنون آقای دکتر که وقت ارزشمند خودتان را در اختیار مجله رشد برهان ریاضی قرار دادید. لطفاً بفرمایید کلید علاقه به ریاضی چیست و در دست کیست؟

○ خرسندم که فرصتی پیش آمده است تا نکاتی را در ارتباط با ریاضی برای مخاطبان گرامی مجله رشد ریاضی برهان بیان کنم. از نگاه من، مهم‌ترین رکنی که می‌تواند دانش آموز را به سمتی سوق دهد که هم از ریاضی لذت ببرد و به سوی آن برود، و هم از آن منتفع شود، معلم است. زیرا دانش آموزان از هنگامی که در دوره ابتدایی تحصیل خود را آغاز می‌کنند، با اولین کسی که مواجه می‌شوند و ارتباط برقرار می‌کنند، شخص معلم است. در ارتباط با درس ریاضی هم این‌گونه است. بنابراین معلم رکنی اساسی در علاقه‌مند شدن و یا احیاناً بی‌علاقگی و گاه فرار

ادامه تحصیل بدهند. خوشبختانه این دوستان انصرافشان را پس گرفتند و خوش حال بودند که کسی پیدا شده و مانع این تصمیم آن‌ها شده است. الحمدلله همه این دانشجویان هم مسیر توفیق و پیشرفت را طی کردند و از اتخاذ چنین تصمیمی راضی بودند.

مدرک کارشناسی ریاضی کاربردی را از دانشگاه شیراز گرفتم و در دوره‌های کارشناسی ارشد و دکترا، در رشته‌ی ریاضی محض موفق به کسب مدرک مربوطه شدم. مدرک دکترای ریاضی را در سال ۱۳۷۴ گرفتم و از همان سال به استخدام «دانشگاه تربیت مدرس» در آمدم و تا این زمان در خدمت دانشجویان عزیز در رشته ریاضی هستم.

• از نگاه شما مهم‌ترین کاربرد ریاضی در زندگی چیست؟

○ پاسخ کوتاه این است: «تربیت ذهن تحلیل‌گر!» معمولاً از من و همکارانم در مورد کاربرد ریاضی در زندگی سؤال می‌کنند و انتظار دارند که بگوییم مثلاً ریاضی در فلان مسئله عینی در زندگی شخص چه تأثیری گذاشته است. در حالی که نقش و تأثیر مهم ریاضی این است که به‌طور کلی ذهن افراد را به گونه‌ای تربیت می‌کند که بتوانند مسئله‌های زندگی را تجزیه و تحلیل کنند. به نظرم موضوع تجزیه و تحلیل مسئله‌ها یکی از نیازها و ضرورت‌های زندگی همه اشخاص است و این قدرت را به آن‌ها می‌دهد که با تجزیه و تحلیل درست و دقیق مسئله‌ها بتوانند تصمیم‌های درست‌تر و مناسب‌تری بگیرند و در نتیجه از زندگی بهتری برخوردار شوند؛ موضوعی که هدف بزرگی در زندگی تمامی انسان‌هاست و در واقع چنین توانایی و قدرت تشخیصی می‌تواند زندگی آن‌ها را در جهت مثبت تغییر دهد. این مهم‌ترین رکن ریاضی است که باید در ارزیابی دانش ریاضی به آن توجه شود.

از طرف دیگر، ریاضی دانشی پایه‌ای است که در دنیای امروز و با وجود فناوری‌های پیشرفته، علوم دیگر نیازمند آن هستند. برای مثال، «هوش مصنوعی» که حرف اول را در دنیای امروز می‌زند، ارتباط وثیق و محکمی با ریاضی دارد. اگر کمی دقت کنیم متوجه می‌شویم که پایه اصلی هوش مصنوعی علم ریاضی است. «ماشین لرنینگ» یا «یادگیری ماشین» که به‌تازگی مطرح شده نیز همین گونه است. همچنین علوم رایانه‌ای که در حال حاضر در بخش‌های متنوع زندگی انسان تأثیرگذارند، ریشه در ریاضی دارند.

• شما عضو شورای ریاضی «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی» هستید. لطفاً یک نمونه عینی را بفرمایید که تلاش کرده‌اید یک ایده یا مسئله ریاضی را به‌شکلی عینی و جذاب برای دانش‌آموزان بیان کنید.

○ از سال ۱۳۷۹ عضو شورای ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف

دانش‌آموز بسیار مهم و از جمله هنرمندی‌هایی است که باید از عهده آن بر بیاییم. کشورهای دنیا را هم که شما بررسی کنید، خواهید دید بهترین اشخاص و بالاترین درجه‌های تحصیل و تخصص را به آموزش دوره ابتدایی اختصاص می‌دهند. زیرا دوره ابتدایی مهم‌ترین دوره تحصیلی دانش‌آموزان است و بسیاری از ویژگی‌ها و خصلت‌ها در همین دوره شکل می‌گیرند و تثبیت می‌شوند.

در همه درس‌ها و از جمله درس ریاضی، تأثیرگذاری معلمان خیلی زیاد است و به نظر می‌رسد باید در کشور ما هم روی این موضوع حساسیت بیشتری به خرج داده شود. به همین منظور معلمانی که قرار است در دوره ابتدایی تدریس کنند، باید دوره‌هایی خاص و حرفه‌ای را بگذرانند تا بدانند چگونه باید با دانش‌آموزان این دوره مواجه شوند. به‌خصوص در مورد درس ریاضی که ویژگی‌های خاص خودش را دارد، دانش‌آموزان را باید به این درس شایق و علاقه‌مند سازند. اگر چنین پایه و اساسی در مورد ریاضی گذاشته شود، آنگاه دانش‌آموز خودش در دوره‌های بالاتر انگیزه و شوق لازم را خواهد داشت و به‌طور خودانگیزه این درس را پی خواهد گرفت.

• کمی هم از خودتان و به‌خصوص تحصیلات عالی در رشته ریاضی کاربردی و بعد هم ریاضی محض بگویید.

○ من در نظام قبلی که از سه دوره ابتدایی، راهنمایی و متوسطه تشکیل شده بود، درس خوانده‌ام. از آنجا که به ریاضی علاقه داشتم، وارد این حوزه شدم و در رشته ریاضی دیپلم گرفتم. سال آخر تحصیل با اولین آزمون سراسری دانشگاه‌ها (کنکور) که بعد از انقلاب فرهنگی به صورت دو مرحله‌ای تشریحی و تستی برگزار می‌شد مصادف شد. واقعیتش این است که وقتی انتخاب رشته می‌کردم، اصلاً رشته‌ها را نمی‌شناختم و در انتخاب رشته، مهندسی شیمی را زدم که نیازمند درس فنی نبود. چون درس فنی مربوط به هنرستان بود و من با آن آشنایی نداشتم. بعد هم رشته ریاضی کاربردی دانشگاه شیراز را انتخاب کردم. این در حالی بود که اطلاع نداشتم ریاضی کاربردی چیست!

در آن دوره هم ریاضی محض، هم دبیری ریاضی و هم ریاضی کاربردی وجود داشت که من در انتخاب دوم که بعد از مهندسی شیمی، ریاضی کاربردی بود، انتخاب شدم. وقتی نیمسال اول را در دانشگاه شیراز پشت سر گذاشتم، تازه متوجه شدم که ریاضی چی هست! جالب است که بگویم در یک کلاس ۳۰ نفره که بچه‌های ریاضی کاربردی از شهرهای متفاوت در آن حضور داشتند، حدود ۱۵ نفر چون فکر می‌کردند رشته فنی و مهندسی بهتر است، تصمیم گرفته بودند که انصراف بدهند. اما من با همه این دوستان صحبت و آنان را متقاعد کردم که در رشته ریاضی کاربردی

کتاب‌های درسی و مؤلف کتاب‌های درسی ریاضی در دوره‌های اول و دوم متوسطه هستیم. خاطرم هست که زمانی قرار بود در یکی از کتاب‌ها «تابع نمایی» را معرفی کنم. به پژوهشگاه رویان که در زمینه سلول‌های بنیادی فعال هستند، مراجعه کردم. نصف روزی در آنجا بودم و با روند کاری پژوهشگاه آشنا شدم. اکنون وقتی می‌خواهم «تابع نمایی» را معرفی کنم،



بحثم را با طرح سلول‌های بنیادی مطرح شده در پژوهشگاه رویان آغاز می‌کنم. با این کار قصد دارم دانش‌آموزم متوجه شود در کشور ما توانمندی‌هایی از جمله همین پژوهشگاه رویان وجود دارند که می‌توانند موجب «غرور ملی» شوند. بعد درباره رفتار تابع نمایی و رشدی که در سلول‌ها وجود دارد صحبت می‌کنم. رشد سلول‌ها دقیقاً بر اساس تابع نمایی است. به این ترتیب، دانش‌آموز با مفهوم و خصوصیات تابع نمایی از طریق یک نمونه که در حوزه زیست و پزشکی مطرح است آشنا می‌شود. در حقیقت یکی از کاربردهای ریاضی در حوزه زیستی و تجربی همین نکته‌هایی است که به صورت فرمولی می‌بینیم، اما باید شکل عملیاتی آن را در حوزه‌های تجربی جست‌وجو کنیم تا برای افراد قابل درک و لمس باشد.

● از نگاه شما، مجله رشد ریاضی برهان، مسئولان آموزش و پرورش و معلمان چه نقشی می‌توانند در حوزه ترویج ریاضی داشته باشند؟

○ در حوزه ترویج ریاضیات هر کسی می‌تواند نقشی ایفا

کند و رسانه‌ای مانند رشد ریاضی برهان که مخاطب آن دانش‌آموزان دوره اول متوسطه هستند، می‌تواند نقش ویژه خود را داشته باشد. زیرا ترویج ریاضی آن هم برای دانش‌آموزان دوره اول متوسطه که در شرایط انتخاب رشته نیز هستند، خیلی مؤثر است. چون مخاطب آن بدنه دانش‌آموزی کشور است، می‌تواند تأثیر مضاعفی داشته باشد.

اولین توصیه‌ام به مسئولان آموزش و پرورش این است که به این امر بها بدهند و همکاری بیشتری در جهت توزیع سراسری، با مجله ریاضی برهان داشته باشند؛ تا ان شاء الله این نشریه در تمامی مدرسه‌های کشور در دسترس قرار گیرد و توزیع شود.

پیشنهاد دوم هم به معلمان ریاضی است که در مقطعی که مجله برای آن‌ها منتشر می‌شود، معرفی آن را در برنامه سالانه خود بگنجانند و به نحوی برنامه‌ریزی کنند که دانش‌آموزان حداقل برای یک بار هم که شده این مجله را دریافت کنند و فرصت داشته باشند که اگر مطالب آن را جذاب و خواندنی یافتند، مشترک دریافت رشد ریاضی برهان شوند.

دوستانی که متولی تهیه مطالب و چاپ این نشریه هستند نیز باید مطالبی را به‌منظور افزایش آگاهی‌های عمومی دانش‌آموزان و معلمان درج کنند؛ به‌گونه‌ای که با زبان بسیار ساده و قابل فهم، دانش ریاضی، کاربردهای آن، و نقش آن را در زمینه‌های متفاوت تبیین کنند.

نکته بعدی که تأکید دارم روی آن کار شود، بحث‌های تمدنی ایران عزیز است. ما ریاضی‌دانان بزرگی در سطح کشورهای اسلامی و دنیا داشته‌ایم که کارهای بزرگی کرده‌اند، اما فقط در حد نام شناخته شده‌اند. به گمانم «رشد ریاضی برهان» باید بخشی را به کارهایی اختصاص دهد که این ریاضی‌دانان بزرگ انجام داده‌اند. شما می‌دانید که الگوریتم متعلق به خوارزمی است و او را پدیدآورنده حوزه جبر می‌دانند. در واقع دانش جبر از طریق خوارزمی به دنیا معرفی شده، اما در حال حاضر اطلاعات دانش‌آموزان ما در این زمینه کم است و باید ارتقا پیدا کند.

به همین منظور توصیه می‌کنم بخشی از مجله به کارهای دانشمندان بزرگ مسلمان که بین قرن‌های دوم تا نهم هجری قمری زیسته‌اند و اقداماتی تمدنی انجام داده‌اند، اختصاص یابد. در تاریخ ایران هم ریاضی‌دانانی داریم که در حوزه تاریخ ریاضی فعالیت کرده‌اند و معرفی آنان می‌تواند به شناساندن توانمندی ریاضیات متقدم و متأخر ما کمک کند. امری که نشان می‌دهد با سابقه‌ای که داریم، اگر از تاریخ ریاضی و ریاضی‌دانان خود با خبر شویم، این ظرفیت وجود دارد که در حوزه ریاضیات مدرن هم به جایگاه شایسته خودمان برسیم.



تجویز و درمان

برای درمان کافی است به دانش آموز یادآوری شود که در ساده کردن مخرج چه عملی انجام داده است. برای این کار فعالیت ساده‌ای می‌توان طراحی کرد. می‌توانیم کسرهایی را که صورت و مخرج آن‌ها عددهای مرکب یکسان باشند، برای دانش آموز مطرح کنیم و از او بخواهیم کسرهایی مساوی با آن‌ها را بنویسد:

$$\frac{12}{13} = \frac{6}{6} = \frac{3}{3}$$

در این مرحله باید از دانش آموز بخواهید به جای خط زدن (ساده کردن)، جواب $3 \div 3$ را بگوید. جواب او به احتمال بسیار زیاد ۱ خواهد بود. حال به او فرصت دهید تا خودش هر دو شکل نمایش تقسیم را با هم مقایسه کند و به اشتباه متداول خویش پی ببرد. این اشتباه وقتی صورت و مخرج برابر یک متغیر باشد متداول تر است. حتی در دوره دوم دبیرستان نیز دیده می‌شود.

نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش آموزان ساده کردن کسرها را با دقت در فصل دوم کتاب ریاضی پنجم یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند، فعالیت‌های کتاب را انجام دهند و مطالب یاد گرفته خود را با مثال‌ها تطبیق دهند. پس از انجام کار در کلاس‌ها و در پایان هم مسئله‌های آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند درک درستی از کسرها، ساده کردن، جمع و تفریق، و ضرب و تقسیم آن‌ها داشته باشند و اشتباهات جزئی آن‌ها در اعمال جبری ساده برطرف شود.

اشتباه‌های محاسباتی

افشین خاصه‌خان



درد و ته‌نیت خدمت علاقه‌مندان به درمانگاه ریاضی. امیدوارم آزمون‌های دی‌ماه را به‌خوبی پشت سر بگذارید و با فراغ خاطر به پیشواز نیمسال دوم بروید. در چهارمین شماره سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ به معرفی یک اشتباه متداول دیگر می‌پردازم. امیدوارم مورد توجه قرار گیرد.

اشتباه متداول ۴

ساده کردن کسرهایی که صورت و مخرج آن‌ها برابر و عددی غیر از ۱ است

یکی دیگر از اشتباه‌های متداول زمانی اتفاق می‌افتد که بعضی از دانش آموزان در محاسبه‌ها با کسری مواجه می‌شوند که صورت و مخرجش برابر و عدد یا عبارتی غیر از ۱ است. در این حالت آن‌ها هر دو عدد را به اصطلاح «خط می‌زنند» یا به عبارت دیگر ساده می‌کنند. اما درواقع آن‌ها صورت و مخرج را حذف می‌کنند و آن را مساوی صفر قرار می‌دهند؛ چون به نظر آن‌ها چیزی از کسر باقی نمانده است:

$$\frac{-7}{-7} = 0 \text{ و } \frac{4}{4} = 0 \text{ و } \frac{x}{x} = 0$$

تشخیص علت

مسبب این خطا آن است که دانش آموز به جای انجام عمل تقسیم عمل تفاضل را انجام می‌دهد. درواقع در این عمل قصد تقسیم کردن دارد، اما خط زدن برای ساده کردن باعث می‌شود او شبیه «حذف عددهای مساوی از طرفین معادله» عمل و منها کند.

آریان خلیلی

زبان برنامه‌نویسی جاوا



جیمز گاسلینگ^۲ (۱۹۵۵)،
مهندس رایانه کانادایی

زبان «جاوا» در سال ۱۹۹۵ میلادی توسعه یافت تا امکان برنامه‌نویسی برای طیف وسیعی از رایانه‌های موجود در آن زمان آسان‌تر شود. امروزه جاوا به یکی از زبان‌های اصلی برنامه‌نویسی تبدیل شده است.

زمینه تاریخی زبان جاوا

جیمز گاسلینگ^۲ به عنوان پدر زبان برنامه‌نویسی جاوا شناخته می‌شود. جاوا از زبان‌های برنامه‌نویسی سطح بالا و بسیار قدرتمندی است که ساختار خود را از زبان‌های C و C++ گرفته است، اما با امکاناتی کمتر و توابعی ساده‌تر. این زبان از امنیت بسیار بالایی برخوردار است و طرفداران زیادی در نقاط متفاوت جهان دارد. قابلیت اجرای برنامه‌های کاربردی کوچک مستقل به نام «اپلت جاوا» روی مرورگرهای وب، سبب افزایش محبوبیت جاوا شده است. یکی از هدف‌های اولیه تیم جاوا، ابداع نوعی زبان برنامه‌نویسی برای دستگاه‌های دیجیتال شخصی بود.



گوشی و تبلت



چاپگر



وب‌کم



بازی



ناوبری خودرو



کارت هوشمند



زبان برنامه‌نویسی جاوا چگونه کار می‌کند؟

جاوا زبانی شیء‌گراست. دستورهای آن به گونه‌ای طراحی شده‌اند که شبیه به زبان‌های C و C++ باشند، اما شامل بسیاری از دستورات سطح پایین این زبان‌ها نیست. برنامه‌های جاوا در بایت‌کد، ترجمه (کامپایل) می‌شوند. «ماشین مجازی جاوا»^۳ نوعی ماشین خلاصه‌سازی است که به برنامه‌نویسان اجازه می‌دهد، بدون نگرانی در مورد طرز کار آن روی رایانه‌های گوناگون، برنامه مورد نظر خود را بنویسند. نمودار روبه‌رو جزئیات این کار را نشان می‌دهد. کاربران می‌توانند فایل‌های حاوی بایت‌کد را بارگیری (دانلود) کنند و آن‌ها را از طریق ماشین مجازی جاوا روی رایانه خود به اجرا درآورند. برای جلوگیری از نفوذ رخنه‌گران (هکرها) به رایانه، هر فایل بایت‌کد توسط تأییدکننده بایت‌کد بررسی می‌شود.

جاوا برای چه مواردی استفاده می‌شود؟

جاوا در بسیاری از دستگاه‌هایی (سیستم‌هایی) که امروزه کاربران از آن‌ها استفاده می‌کنند، از جمله وبگاه‌های رسانه‌های اجتماعی، وبگاه‌های پخش فیلم و بسیاری از برنامه‌های تلفن اندرویدی، استفاده می‌شود. بسیاری از بانک‌ها و خطوط هوایی بزرگ از زبان برنامه‌نویسی جاوا برای کدگذاری سامانه‌های خود بهره می‌برند. جاوا جزو محبوب‌ترین زبان‌های برنامه‌نویسی در جهان است.

خوب است بدانید، نسخه اصلی بازی محبوب «ماینکرفت»^۴ که در سال ۲۰۱۱ منتشر شد، به زبان جاوا نوشته شده است. «مایکروسافت» در سال ۲۰۱۴ این بازی را خرید و سپس نسخه‌ای از این بازی را به زبان ++C نیز تولید و در اختیار کاربران قرار داد.

اینترنت اشیا

اینترنت اشیا^۵ نام شبکه‌ای رو به رشد از سامانه‌های دیجیتال است که قادر به اتصال به اینترنت هستند. این سامانه‌ها ممکن است وسایل هوشمند مانند گوشی‌های تلفن همراه، رایانک‌ها (تبلت‌ها)، رایانه‌های شخصی، خودروهای خودران، یخچال‌ها، حسگرهای موجود در مزرعه حیوانات برای نظارت بر سلامت آن‌ها، یا حتی دماپاهای (ترموستات) جاسازی شده در جنگل‌ها برای تشخیص زود هنگام آتش‌سوزی باشند. پیش‌بینی می‌شود تعداد سامانه‌های دیجیتال متصل به اینترنت تا سال ۱۴۱۰ به فراتر از ۵۰۰ میلیارد برسد. جاوا در زمینه برنامه‌نویسی برای سامانه‌های دیجیتال در شبکه اینترنت اشیا، امکانات فراوانی را در اختیار برنامه‌نویس قرار می‌دهد.



کتابخانه‌های جاوا

جاوا کتابخانه‌های متنوعی را در اختیار برنامه‌نویسان می‌گذارد که برنامه‌نویسی را برای آن‌ها آسان می‌سازد. این کتابخانه‌ها هنگام نوشتن کد برای سامانه‌های دیجیتال اینترنت اشیا مفیدند. برنامه‌نویسانی که از جاوا استفاده می‌کنند نیز کتابخانه‌هایی را برای برخی از دستگاه‌های خاص ایجاد کرده‌اند که بسیاری از آن‌ها برای استفاده برنامه‌نویسان دیگر در دسترس هستند.

پی‌نوشت‌ها

1. JAVA
2. James Gosling
3. Java Virtual Machine
4. Minecraft
5. Internet of things

چگونه رسم می‌شود؟

عباس قلعه‌پور اقدم

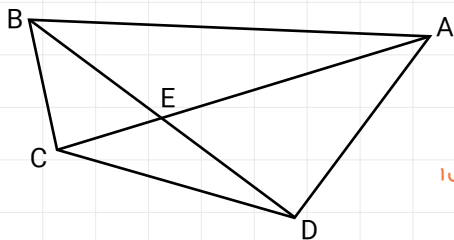
به درد می‌خورند:

۱. تقسیم زمین بین دو شریک؛

۲. تقسیم سهم الارث هر وارث، از زمین به ارث رسیده.

حال مسئله این قسمت را که در بالا معرفی شد، بررسی می‌کنیم. می‌خواهیم سطح چهارضلعی ABCD را به دو قسمت مساوی (هم مساحت) تقسیم کنیم. قطرهای ABCD، یعنی AC و BD را رسم می‌کنیم و نقطه تلاقی آن‌ها را E می‌نامیم. دو حالت در نظر می‌گیریم:

۱. اگر نقطه برخورد دو قطر یعنی E، وسط یکی از دو قطر، مثلاً وسط قطر BD باشد (شکل ۱)، در این صورت قطر AC چهارضلعی را به دو قسمت هم‌مساحت تقسیم می‌کند. یعنی مثلث‌های ABC و ACD مساحت یکسانی دارند.



شکل ۱

در شکل ۱ داریم: $BE=DE$. باید نشان دهیم:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC} \quad (۱)$$

به این منظور، یکی از ویژگی‌های میانه‌های هر مثلث را که برای اثبات درستی (۱) به آن نیاز داریم، معرفی و اثبات می‌کنیم.

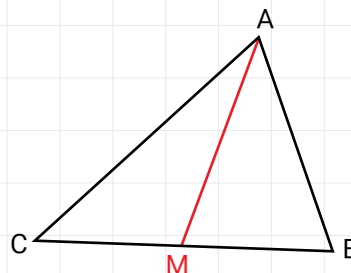
حکم: هر یک از میانه‌های مثلث، آن را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند.

در این قسمت از «چگونه رسم می‌شود؟»، مسئله زیر را بررسی خواهیم کرد:

چگونه سطح چهارضلعی ABCD را با رسم خطی که از یکی از رأس‌های آن - مثلاً A - می‌گذرد، به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم کنیم.

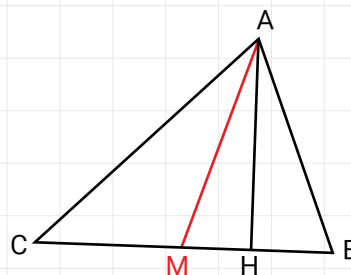
در قسمت پیشین (آذر ماه)، به بحث تقسیم سطح یک مثلث دلخواه به دو قسمت هم مساحت پرداختیم. در آنجا، با ذکر یک مثال واقعی که برای خود من پیش آمده است، به طرز محاسبه مساحت زمین‌های زراعی و باغاتی که شکلی مثلثی دارند، اشاره کردیم و نیز با ذکر دو مسئله، روش تقسیم چنین زمین‌هایی به دو قطعه هم سطح را توضیح دادیم. اما واقعیت این است که تعداد زمین‌های مسکونی یا حتی زراعی یا باغ‌هایی که شکل مثلثی داشته باشند، بسیار کم است. به تجربه می‌دانید که اغلب زمین‌های کشاورزی، شکلی شبیه مستطیل یا مربع (البته نه دقیقاً مستطیل و نه دقیقاً مربع) یا به طور دقیق‌تر اگر بگوییم، شکل یک چهارضلعی نامشخص را دارند. هر چند در این چهارضلعی‌ها، گاهی دو ضلع از چهار ضلع موازی هستند و ما در واقع با یک دوزنقه روبه‌رو می‌شویم. یکی از کاربردهای دو مسئله مطرح‌شده در قسمت پیش و نیز مسئله‌ای که در این قسمت بررسی می‌شود، در موضوع تقسیم قطعه زمین‌های زراعی یا حتی مسکونی بین دو یا چند نفر است که به‌ویژه در این قبیل موارد

اثبات: مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم و میانه نظیر رأس A وارد بر ضلع BC، یعنی AM را رسم می‌کنیم (شکل ۲). باید نشان دهیم: $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle AMB}$.



شکل ۲

ارتفاع نظیر رأس A وارد بر ضلع BC را رسم و آن را AH می‌نامیم (شکل ۳).



شکل ۳

AH در واقع، ارتفاع وارد بر BM در مثلث ABM و نیز ارتفاع وارد بر MC در مثلث AMC است. با توجه به اینکه مساحت هر مثلث با نصف حاصل ضرب اندازه‌های ارتفاع و قاعده برابر است، می‌توان نوشت:

$$S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} AH \cdot MB \quad (۲)$$

$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AH \cdot MC \quad (۳)$$

از طرف دیگر، چون AM میانه است، داریم:

$$MB = MC \quad (۴)$$

از برابری‌های (۲)، (۳) و (۴)، برابری مساحت‌های مثلث‌های AMB و AMC نتیجه می‌شود.

حال که مقدمات لازم آماده شد، به شکل ۱ برمی‌گردیم و درستی برابری (۱) را نشان می‌دهیم. در شکل ۱، AE میانه وارد بر ضلع BD از مثلث ABD است، بنابراین با توجه به ویژگی میانه داریم:

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADE} \quad (۵)$$

همچنین، در مثلث BCD، CE میانه وارد بر ضلع BD است،

$$S_{\triangle BCE} = S_{\triangle CED} \quad (۶)$$

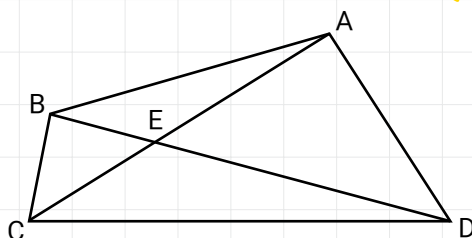
اگر طرفین تساوی‌های (۵) و (۶) را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CED}$$

و این همان موضوعی است که قصد اثبات آن را داشتیم.

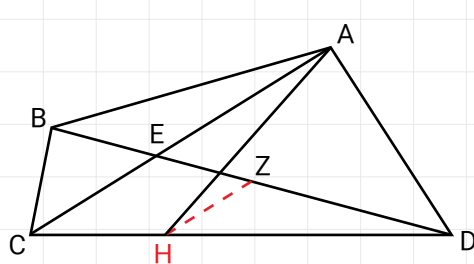
۲. اگر نقطه E محل تقاطع دو قطر چهارضلعی، وسط هیچ‌یک از قطرهای نباشد (شکل ۴)، برای تقسیم چهارضلعی به دو قسمت هم مساحت به صورت زیر عمل می‌کنیم:

شکل ۴



وسط قطر BD را پیدا می‌کنیم و آن را Z می‌نامیم. ZH را موازی با قطر AC رسم می‌کنیم (شکل ۵). A را به H وصل می‌کنیم. AH جواب مسئله است.

شکل ۵



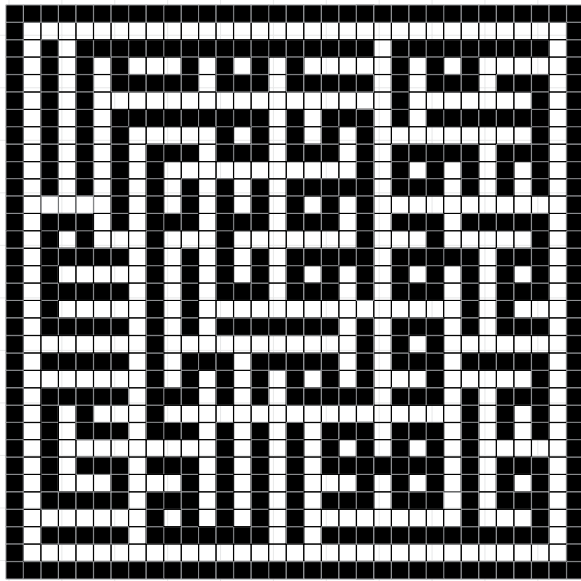
در شکل ۵، AH چهارضلعی را به دو قسمت هم مساحت تقسیم می‌کند؛ یعنی داریم: $S_{\triangle AHD} = S_{\triangle ABCH}$.

نکته ۱. اثبات درستی این مطلب به مقدماتی از ریاضی دوره دوم متوسطه نیاز دارد که به امید خدا، آن را فراخواهید گرفت.

نکته ۲. در شکل‌هایی مانند مربع، مستطیل، متوازی‌الاضلاع و لوزی که قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، هر یک از دو قطر، شکل را به دو قسمت هم مساحت تقسیم می‌کنند.

اصول نوشتاری کوفی بنایی

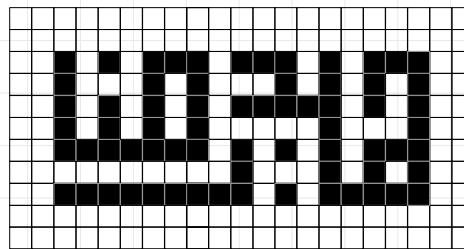
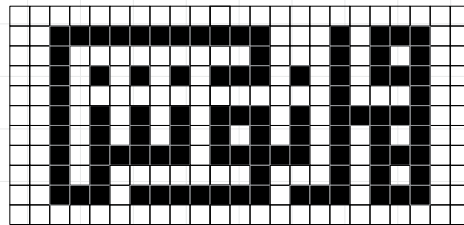
بهرتر است برای رسم خط کوفی بنایی تعداد واحدهای طول و عرض چارچوبی که برای خط در نظر گرفته می شود فرد باشد. اصل دیگری که باید مورد توجه قرار بگیرد این است که تناسب فضای سیاه و سفید (خط و زمینه) رعایت شود (شکل ۲). هیچ چهارخانه هم رنگی کنار هم قرار نگیرند. فضای سفید یا زمینه در کنار خط قرار می گیرد و کلمه ها را از هم جدا می کند.



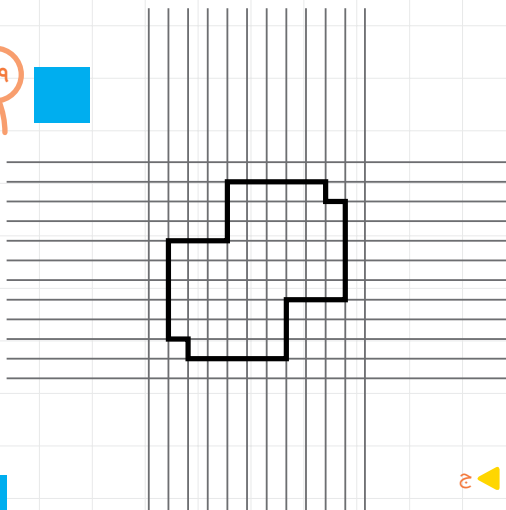
▲ شکل ۲. نمونه ای از کوفی بنایی با شبکه و چارچوب مربع - سورة توحید

این خط طوری طراحی شده است که ضخامت خط ها و فاصله های زمینه همه جا یکسان باشد. اصطلاحاً به حرف های نوشته شده «سواد» و به فضای خالی زمینه «بیاض» گفته می شود. بیاض در لغت به معنی سفید و متضاد سواد است. در تصویری که در ادامه آمده است، سواد و بیاض خط یکسان و نشان دهنده «علی» است (شکل ۳).

تا به اینجا با کلیات خط کوفی بنایی که زینت بخش عمارت ها و بناهای مقدس است، آشنا شدیم. در این شماره قصد داریم اصول مربوط به نوشتن این خط را بیاموزیم. باید بدانیم که این خط بر شبکه هندسی ترسیم می شود و شکل و چارچوب مشخص دارد. به عبارت دیگر، یک طرح کامل هندسی ایجاد می کند. یکی از راه های طراحی این خط استفاده از کاغذ شطرنجی است. شما با مشخص کردن شبکه و چارچوب که مفهوم آن ها را توضیح خواهیم داد، می توانید کلمه های مدنظر خود را روی کاغذ شطرنجی به شکل کوفی بنایی طراحی کنید. این کلمه ها می توانند اسم کسی یا یک بیت از شعر مورد علاقه شما باشد (شکل ۱). سپس می توانید به کمک آموزش های صفحه ۳ جلد، آن ها را روی پارچه بدوزید و به شکل دیوارکوب یا نشان گذار کتاب به عزیزانتان هدیه بدهید.



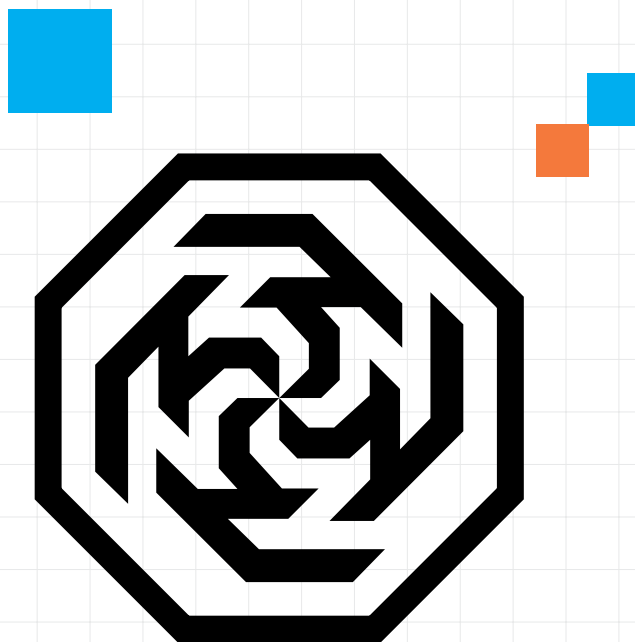
▲ شکل ۱. دو نمونه اسم (مهرنوش و حمیدرضا) که به کمک اصول خط کوفی بنایی روی کاغذ شطرنجی رسم شده است. شما هم می توانید نام خود را بنویسید.



شکل حرف‌ها در خط کوفی بنایی را در جدول ۱ می‌بینید. به کمک این حرف‌ها و فاصله‌هایی که پیش‌تر مطرح شدند، می‌توانید نام خود را به خط کوفی بنایی بنویسید.

▼ جدول ۱. شکل حرف‌ها در خط کوفی بنایی

شکل‌های دیگر	م	ن	وسط	ق		
ا	ا	ا	ا	ا	ا	ا
ب	ب	ب	ب	ب	ب	ب
ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج
د	د	د	د	د	د	د
ر	ر	ر	ر	ر	ر	ر
س	س	س	س	س	س	س
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ط	ط	ط	ط	ط	ط	ط
ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع
ف	ف	ف	ف	ف	ف	ف
ق	ق	ق	ق	ق	ق	ق
ک	ک	ک	ک	ک	ک	ک
ل	ل	ل	ل	ل	ل	ل
م	م	م	م	م	م	م
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ه	ه	ه	ه	ه	ه	ه
و	و	و	و	و	و	و
لا	لا	لا	لا	لا	لا	لا
ی	ی	ی	ی	ی	ی	ی

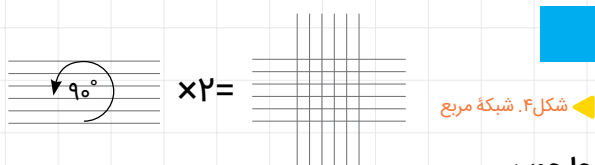


▲ شكل ٣. كلمة على

شبکه

اغلب شبکه‌های خط بنایی مربع‌اند، اما نمونه‌های دیگری نیز مانند شبکهٔ مثلثی، شبکهٔ پنج‌ضلعی و... نیز وجود دارند.

شبکهٔ مجموعه‌ای از خط‌های موازی است که با چرخش حول محور میانی شکل می‌گیرد. برای مثال، در شبکهٔ مربع یک دسته خط‌های موازی به صورت افقی داریم که به موازات ضلع افقی مربع رسم می‌شوند. با چرخش 90° درجهٔ همان خط‌ها، یک دسته خط‌های موازی عمودی خواهیم داشت که خط‌های پیشین را قطع می‌کنند و شبکهٔ مربع را تشکیل می‌دهند.

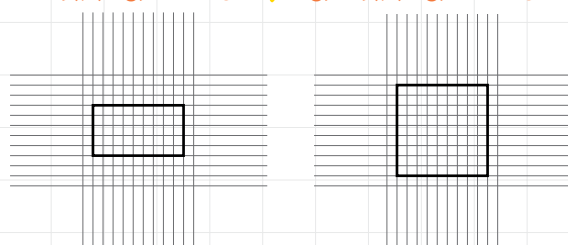


شكل ٤. شبكة مربع

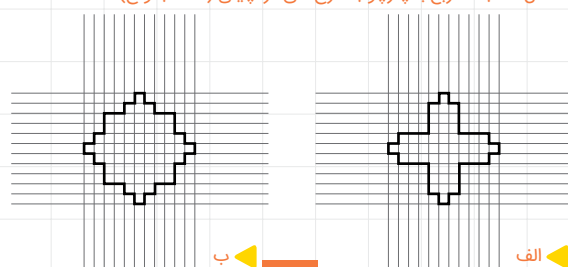
چارجوب

حرف‌ها و کلمه‌ها در خط بنایی در چارچوب مشخصی محصور می‌شوند. چارچوب محدوده‌ای مشخص شده برای شبکه است که حرف‌ها داخل آن قرار می‌گیرند. این چارچوب می‌تواند مربع، مستطیل، طرح‌های گره‌چینی یا یک کلمه باشد.

شکل ۵. شبکه مربع با چارچوب مربع شکل ۶. شبکه مربع با چارچوب مستطیل



شکل ۷. شبکه مربع با چارچوب طرح‌های گره‌چینی (الف، ب و ج)



الف





برای دیدن پاسخ
رمزیننه را پویش کنید.

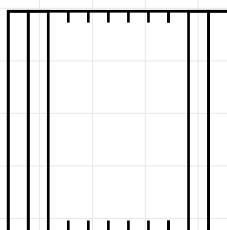
جدول زیر شامل یک عدد ۶ رقمی، سه عدد چهار رقمی، سه عدد سه رقمی، و یک عدد دو رقمی است. عددهای ردیف افقی از چپ به راست و عددهای ردیف عمودی از بالا به پایین نوشته می شوند.

۴				۸				۷				۶		
۵					۳									

جدول ریاضی

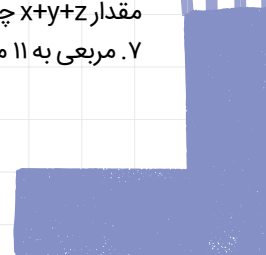
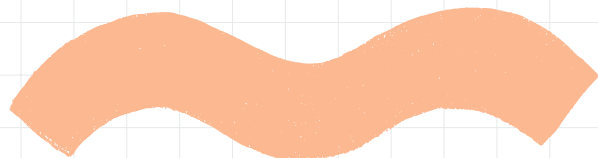


تقسیم شده است. اگر محیط یکی از این مستطیل ها ۱۷۰۴ واحد باشد، محیط مربع چند واحد است؟



۸. صد گرم آب دریاچه ای دارای ۴۵ گرم نمک طعام است و ۶۰ گرم نمک طعام دارای ۲۳ گرم سدیم و ۳۷ گرم کلر است. در ۱۲ کیلوگرم از آب این دریاچه چند گرم سدیم وجود دارد؟

- اگر به این عدد سه واحد اضافه کنیم به مجذور آن ۸۷ واحد اضافه می شود.
- حاصل عبارت: $132-12 \div 4 \times 3$.
- بزرگ ترین عدد شش رقمی به صورت $abcabc$ که بر ۲۴ بخش پذیر است.
- اگر: $5x^2 + 3xy = 692$ و $10x + 6y = 692$ باشد، y چه مقداری است؟
- استخری به ابعاد ۲۰، ۸ و ۴ متر داریم. در صورتی که ۷۵ درصد استخر آب داشته باشد، چند مترمکعب آب باید در استخر بریزیم تا کاملاً پر شود.
- اگر: $x+y=1100$ و $y+z=800$ و $x+z=596$ باشد، مقدار $x+y+z$ چقدر است؟
- مربعی به ۱۱ مستطیل قابل انطباق در کنار هم



دوخت دیوارکوب



برای مشاهده
مراحل ساخت،
رمزبینه را پویش
کنید.

● خسرو داودی ● تصویرگر: عرفان محمدی آذر

افسانه شطرنج

● در گذشته‌های دور در هندوستان حکیمی یک بازی اختراع کرد. او پیش خود فکر کرد که پادشاه حتماً از این بازی خوشش می‌آید.

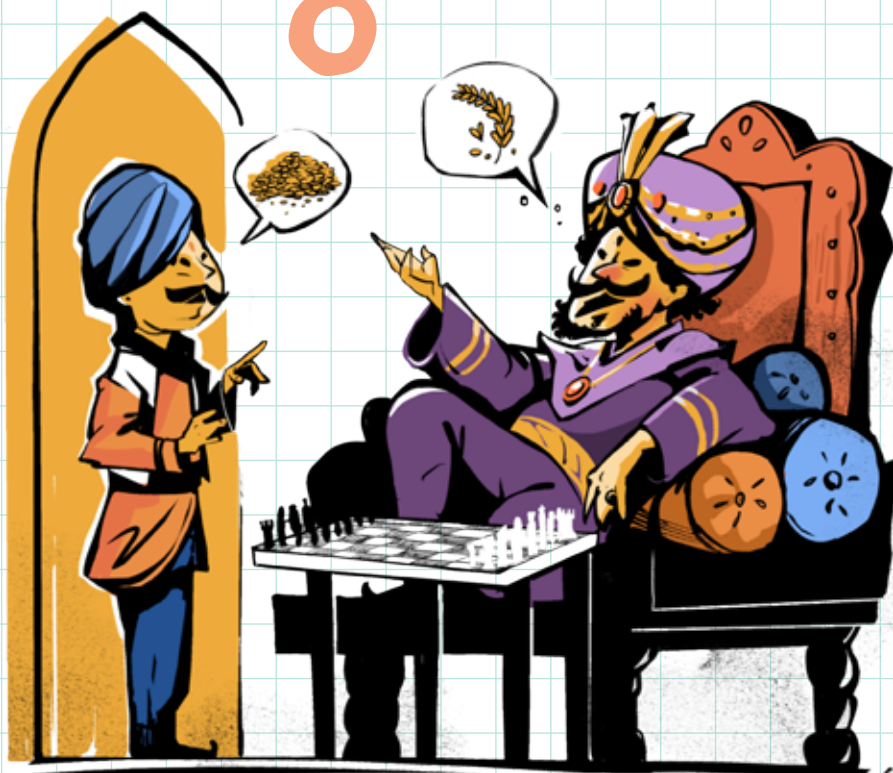
●● او حتی با پادشاه هند شطرنج بازی کرد. پادشاه در حالی که خیلی خوش‌حال بود گفت: «بابت درست کردن این بازی چه هدیه‌ای به تو بدهم؟»

●●●●● مرد هندی کمی فکر کرد و گفت: «چیز زیادی نمی‌خواهم. در همین صفحه شطرنج در خانه اول یک عدد گندم و در خانه دوم دو برابر آن و در خانه سوم دو برابر خانه قبلی و به همین ترتیب تا خانه ۶۴ برایم گندم بگذاری کافی است.»



●●●●● پادشاه در حالی که می‌خندید گفت یک کیسه گندم به او بدهید. مرد هندی با زیرکی داشت فکر می‌کرد که پادشاه هنوز متوجه موضوع نشده است و گفت: «بیشتر است! کمی بیشتر فکر کنید!»

■ به نظر شما این مقدار گندم زیاد است یا کم؟ از یک کیسه گندم بیشتر می‌شود؟ راهی پیدا کنید که از این مقدار گندم تصور حدس درست داشته باشید.



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه
را پویش کنید.