وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی

رشد برهان ریاضی ۵

www.roshdmag.ir
ماهنامهٔ آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه
۴۰ صفحه / بهمن ماه ۱۴۰۴ / دورهٔ سی و یکم / شمارهٔ پی در پی ۱۵۹
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN: 1735-4943

کوزه با دهانهٔ حیوان

ریاضی و طبیعت

کوزهٔ نخودی رنگ انتزاعی با نقش‌های تزیینی از پرندگان و شکل دهانهٔ سر حیوانات.

سفال نخودی با تزیینات چندرنگ زیر لعاب شفاف.
ایران، نیشابور، دورهٔ سامانیان.
قرن چهارم هـ.ق

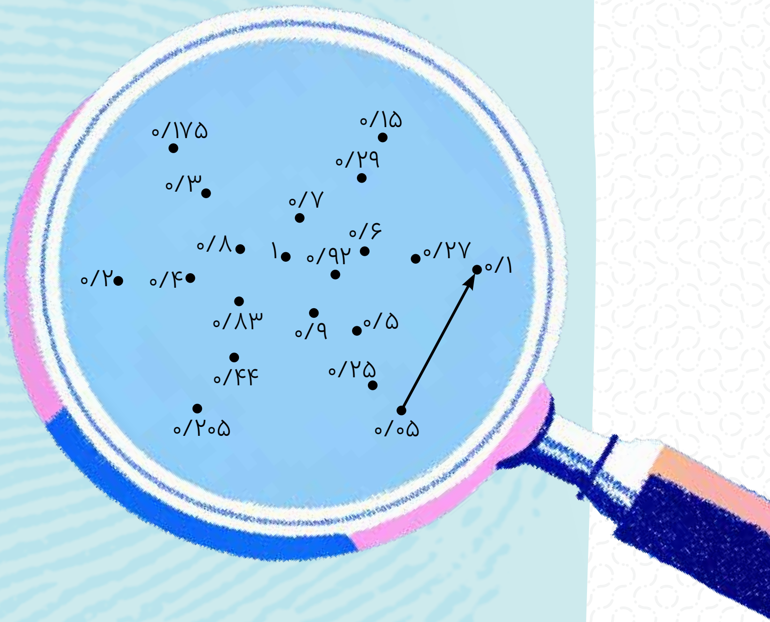
ابعاد: ارتفاع: ۲۶/۷ سانتی‌متر
موزهٔ هنر متروپولیتن / **بازسازی تصویر:** آتلیهٔ مجلات رشد

خسرو داودی

معمای تصویری

برای دیدن پاسخ رمزینه را پویش کنید.

روی فنجان مقابل یک اثر انگشت دیده شده است.



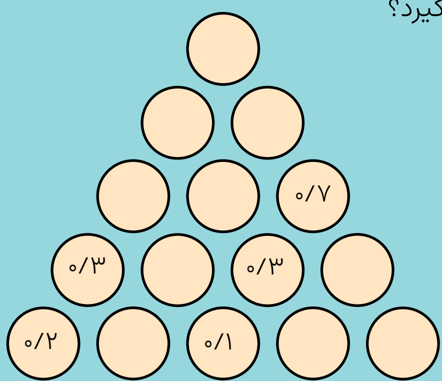
کیومرث

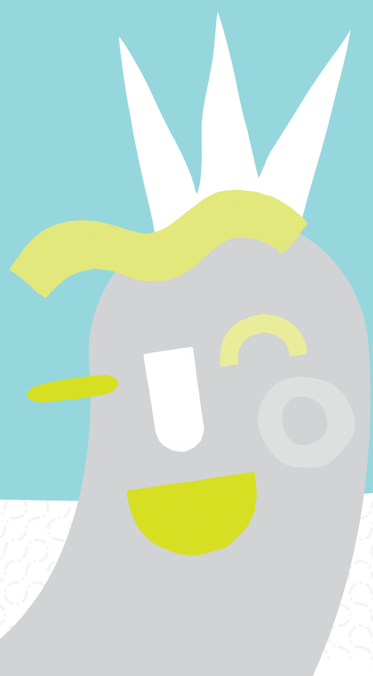
کامران

شهرام

اگر هر عدد را به عدد بزرگ‌تر از خودش وصل کنید، متوجه می‌شوید اثر انگشت چه کسی است.

حاصل جمع هر دو عدد در دایرهٔ بالای آن نوشته شده است. در بالاترین دایره چه عددی قرار می‌گیرد؟





بســـم‌الله‌الرحمن‌الرحیـــم

اللّهم صلِ علی محمد و آل محمد و عجل فرجهم

خانوادهٔ مجلات رشد همهٔ تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش‌آموزان قرار گیرد و همهٔ کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی‌مان امکان تهیهٔ آن را داشته باشند.

قیمت: ۳۰۰/۰۰۰ ریال

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی

رشد برهان ریاضی ۵

www.roshdmag.ir

ماهنامهٔ آموزشی و تربیتی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه

۴۰ صفحه / بهمن ماه ۱۴۰۴ / دورهٔ سی و یکم / شمارهٔ پی در پی ۱۵۹

پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ISSN: 1735-4943

نشانی کانال مجلهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول در پیام‌رسان شاد
@roshd_borhan1

با پویش رمزینه نظرات خود را با ما به اشتراک بگذارید.
nazar.roshdmag.ir

برای مشاهدهٔ شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامهٔ رشد ریاضی برهان متوسطهٔ اول، رمزینه را پویش کنید.

فروش و اشتراک مجلات رشد

در این ماه؛ بهمن ۱۴۰۴:
- **سوم:** ولادت امام حسین(ع) و روز پاسدار
- **چهارم:** ولادت حضرت ابوالفضل‌العباس(ع) و روز جانباز
- **پنجم:** ولادت حضرت زین‌العابدین(ع)
- **یازدهم:** ولادت حضرت علی‌اکبر(ع) و روز جوان
- **دوازدهم:** بازگشت امام خمینی(ره) و آغاز دههٔ فجر
- **چهاردهم:** ولادت حضرت قائم(عج) و روز جهانی مستضعفان
- **نوزدهم:** روز نیروی هوایی
- **بیست‌ودوم:** پیروزی انقلاب اسلامی ایران و سقوط حکومت شاهنشاهی
- **بیست‌ونهم:** روز اقتصاد مقاومتی و کارآفرینی

سلام دوستان عزیز. فرارسیدن چهل و هفتمین سالگرد پیروزی انقلاب اسلامی ایران را به شما تبریک می‌گویم.

حتماً به خاطر دارید در شمارهٔ گذشته با **محمد بن موسی خوارزمی**، دانشمند برجسته‌ای که با هوش و تلاش خود بنیان‌های علم جبر و الگوریتم را پایه‌گذاری کرد، آشنا شدیم. امروز به سراغ یکی دیگر از ستارگان پرفروغ تاریخ علم می‌رویم؛ کسی که نامش با پژوهش و دقت علمی آمیخته شده است: **ابوریحان بیرونی**.

ابوریحان بیرونی، دانشمند بزرگ ایرانی قرن چهارم هجری، از جامع‌ترین متفکران تاریخ بشریت بود. او در زمینه‌هایی نظیر ریاضیات، فیزیک، نجوم، زمین‌شناسی، داروشناسی، تاریخ، زبان‌شناسی و مردم‌شناسی تحقیقاتی عمیق انجام داد و آثار گران‌بهایی از خود به یادگار گذاشت. اما آنچه ابوریحان را متمایز ساخته، روحیهٔ پرسشگری و روش علمی بی‌نقص اوست.

دوستان، ابوریحان هرگز به دانش متداول زمان خود بسنده نکرد. همواره در پی چرایی مسائل بود و می‌پرسید: چرا؟ چگونه؟ و آیا می‌توان جزئیات بیشتری فهمید؟ این نگرش سبب شد که او از نخستین کسانی باشد که نظریهٔ چرخش زمین به دور خورشید را بیان کرد؛ آن هم وقتی که باور غالب بر مرکزیت زمین در جهان بود. یکی از دستاوردهای شگفت‌انگیز ابوریحان بیرونی محاسبهٔ شعاع زمین با دقتی باور نکردنی است. او با وجود محدودیت ابزارها و تنها با بهره‌گیری از روش‌های هندسی و مشاهدهٔ سایه‌ها و زاویهٔ خورشید، این محاسبه‌ها را انجام داد. بعدها این یافته‌ها دانشمندان اروپایی را حیرت‌زده کرد. این موضوع نشان می‌دهد که علم نه تنها به فناوری پیشرفته، بلکه به ذهنی تیزبین و پرسشگر وابسته است.

ابوریحان در کتاب مشهور خود، «تحقیق ماللهند»، با دقت و احترامی بی‌نظیر به بررسی فرهنگ، باورها و دانش مردم هند پرداخت. او هیچ‌گاه گرفتار تعصب نشد و همواره با رویکردی علمی و انسانی تلاش کرد دیگر فرهنگ‌ها را بشناسد. این رفتار او به ما یادآور می‌کند که علم تنها به فرمول‌ها و داده‌ها محدود نمی‌شود، بلکه ابزاری است برای درک بهتر انسان‌ها و جهان پیرامون.

همراهان عزیز، ابوریحان بیرونی به ما می‌آموزد که برای دستیابی به دانش، باید کنجکاوی و دقت را سرلوحهٔ کار خود قرار دهیم. او نشان داد که با تلاش مستمر، احترام به حقیقت، و شجاعت پرسیدن سؤال‌های بزرگ، می‌توان مرزهای علم را جابه‌جا کرد. پس بیایید ما نیز همچون ابوریحان ذهنی باز و پرسشگر داشته باشیم، مسیر یادگیری را با تلاش و افتخار ادامه دهیم و سهمی در شناخت بهتر جهان از طریق علم داشته باشیم.

سربلند باشید.

حسین نامی ساعی

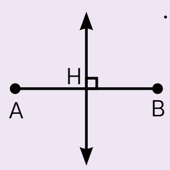
مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

محمود نصیری

از بخش قبلی ترسیم‌های هندسی را شروع کردیم، در مورد ابزار به‌کاررفته یعنی نوع خط‌کش و پرگاری که به‌کار می‌رود نیز توضیح دادیم. و دو مسئلهٔ مهم، یکی رسم پاره‌خطی هم‌اندازهٔ پاره‌خط مفروض و دیگری رسم زاویه‌ای هم‌اندازهٔ زاویهٔ مفروض را توضیح دادیم. اکنون با استفاده از این دو ترسیم می‌توانیم ترسیم‌های دیگری را نیز انجام دهیم. قبلاً با تعریف خط عمودمنصف یک پاره‌خط آشنا شده‌ایم، خطی که در نقطهٔ وسط پاره‌خط بر آن عمود می‌شود. اما می‌توانیم این تعریف را کلی‌تر مطرح کنیم.

«عمودمنصف یک پاره‌خط، خط یا نیم‌خط یا پاره‌خطی است که در نقطهٔ وسط پاره‌خط بر آن عمود است.»

بنابراین عمودمنصف هر پاره‌خط می‌تواند، خط یا نیم‌خط یا پاره‌خط باشد، بستگی به اینکه کدام نیاز باشد آن را بیان می‌کنیم (شکل ۱). البته توجه داریم که نیم‌خط عمودمنصف یا پاره‌خط عمودمنصف هر کدام روی خط عمودمنصف واقع هستند، پس برای ترسیم هر یک از همان روشی که در مورد خط عمودمنصف بیان می‌کنیم، می‌توانیم استفاده کنیم.



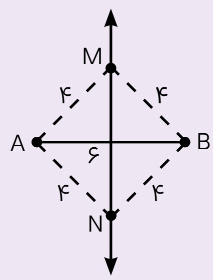
شکل ۱

طرح مسئله: رسم خط عمودمنصف هر پاره‌خط

فکر می‌کنید چگونه از پرگار برای رسم خط عمودمنصف پاره‌خط AB (شکل ۲) استفاده می‌کنیم؟ عمودمنصف یک پاره‌خط دارای چه ویژگی مهمی است؟

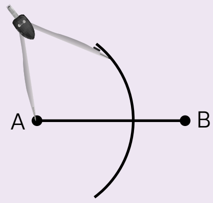
شکل ۲

می‌دانیم برای رسم یک خط دو نقطهٔ متمایز آن باید معلوم باشند. این دو نقطه را چگونه پیدا کنیم؟
ابتدا ببینیم این دو نقطه باید دارای چه ویژگی باشند؟
با توجه به ویژگی نقطه‌های عمودمنصف که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله‌اند، پس این دو نقطه باید از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشند. مثلاً اگر اندازهٔ پاره‌خط AB برابر ۶ سانتی‌متر باشد. فاصلهٔ هر یک از دو نقطه می‌تواند از دو سر پاره‌خط ۴ سانتی‌متر باشد. یعنی M و N هر کدام از A و B به فاصله‌های ۴ سانتی‌متر هستند. البته می‌توانند یکی از M یا N از A و B به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر و دیگری از A و B به فاصلهٔ دیگری مثلاً ۵ سانتی‌متر باشد، آیا می‌توانند M یا N از A و B به فاصله ۲ سانتی‌متر نیز باشند؟ اگر M و N از دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چگونه اند؟



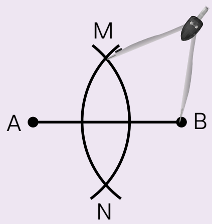
شکل ۳

برای هدفی که ما داریم، باید M و N هر کدام از A و B به فاصله‌های مساوی و بیشتر از ۳ سانتی‌متر باشند چرا؟ اینکه بیشتر از ۳ سانتی‌متر باشند را حتماً متوجه شده‌اید اما اینکه چرا فاصله M تا A و B هر عدد بزرگ‌تر از ۳ باشد، باید فاصلهٔ N تا A و B نیز برابر همان عدد باشد را به زودی متوجه خواهید شد، کمی فکر کنید شاید بتوانید پاسخ دهید.
وقتی M و N هر دو از A به فاصلهٔ مثلاً a سانتی‌متر باشند که $a > ۳$ آنگاه M و N روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع a سانتی‌متر واقع‌اند. به همین ترتیب اگر M و N از B نیز به فاصلهٔ همان a سانتی‌متر باشند، پس M و N روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع a سانتی‌متر واقع‌اند و چون MA=MB=a و NA=NB=a پس M و N روی عمودمنصف پاره‌خط واقع‌اند. فکر کنم با توضیح‌هایی که داده شده باید بتوانید روشی را برای رسم عمودمنصف پاره‌خط ارائه دهید. هدف پیدا کردن دو نقطهٔ M و N است. پس به مرکزهای نقطه‌های A و B و شعاع a سانتی‌متر که $a > ۳$ دو دایره رسم می‌کنیم (شکل ۴).



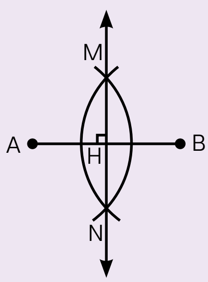
شکل ۴

نقطه‌های تلاقی این دو دایره را نقطه‌های M و N می‌نامیم (شکل ۵).



شکل ۵

M و N هر کدام از A و B به یک فاصله‌اند، پس دو نقطه از عمودمنصف پاره‌خط AB می‌باشند.
بنابراین اگر خط MN را رسم کنیم همان عمودمنصف پاره‌خط AB است (شکل ۶).



شکل ۶

اگر به پرسش‌های بالا پاسخ درست داده باشید، متوجه خواهید شده که وقتی اندازهٔ پاره‌خط AB برابر ۶ واحد است چرا اندازهٔ شعاع‌های دو دایره از $۳ = \frac{۶}{۲}$ باید بزرگ‌تر باشد. قبلاً در مورد این موضوع بحث کرده‌ایم.
آیا نقطه‌ای در صفحهٔ پاره‌خط AB وجود دارد که از هر دوی A و B به فاصلهٔ مثلاً ۲ واحد یا کلاً عددی کوچک‌تر از ۳ واحد باشد؟ چرا؟
بنابراین می‌توانیم این بحث را برای هر پاره‌خط دلخواه AB که مثلاً به اندازهٔ b باشد تعمیم دهیم، باید برای رسم خط عمودمنصف آن دو دایره‌ای که به مرکزهای A و B رسم می‌کنیم به شعاع‌های بزرگ‌تر از $\frac{b}{۲}$ باشند.
عمودمنصف هر پاره‌خط با توجه به ویژگی مهم آن که هر نقطهٔ آن از دو انتها یا دو سر پاره‌خط به یک فاصله

است و همچنین ویژگی دایره که همهٔ نقطه‌های آن از یک نقطهٔ ثابت به یک فاصله باشند، می‌توانند مبنای حل مسئله‌های فراوانی در هندسه و حتی دنیای واقعی باشند.

طرح مسئله. سه روستای A، B و C به فاصله‌های مشخصی از یکدیگر واقع‌اند (شکل ۷) این سه روستا روی یک خط راست واقع نیستند. می‌خواهیم منبع آبی چنان بسازیم که از آن وقتی به این سه روستا لوله‌کشی آب انجام دهیم فاصلهٔ منبع آب از هر سه روستا به یک اندازه باشد، نقطهٔ احداث منبع آب را مشخص کنید.

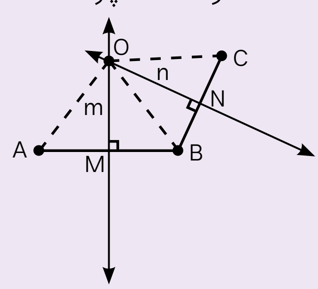
شکل ۷

در واقع باید نقطه‌ای در صفحهٔ سه نقطهٔ A، B و C پیدا کنیم به‌طوری که از این هر سه نقطه به یک فاصله باشد.

در موردهایی که به یک فاصله بودن یک نقطه از یک مجموعه نقطه‌ها روبه‌رو می‌شویم، اولین مفهومی که به ذهن می‌رسد، ویژگی عمودمنصف پاره‌خط است.

همهٔ نقطه‌هایی که از A و B به یک فاصله باشند، روی خط عمودمنصف پاره‌خط AB واقع‌اند و همهٔ نقطه‌هایی که از B و C به یک فاصله باشند روی عمودمنصف پاره‌خط BC واقع‌اند، پس اگر این دو خط عمودمنصف یکدیگر را در نقطه‌ای قطع کنند، آن نقطه از هر سه نقطهٔ A، B و C به یک فاصله است.

بنابراین برای پاسخ به مسئله، عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های AB و BC را رسم می‌کنیم (شکل ۸) چون سه نقطهٔ A، B و C روی یک خط واقع نیستند پس این دو خط عمودمنصف یکدیگر را در نقطه‌ای مانند O می‌برند، OA=OB و OB=OC چرا؟



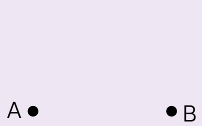
شکل ۸

پس، OA=OB=OC و مکان موردنظر نقطهٔ O است اگر A، B و C روی یک خط واقع باشند چه اتفاقی رخ می‌دهد. آیا در این حالت نقطه‌ای وجود دارد که از هر سه نقطهٔ A، B و C به یک فاصله باشد؟ این سه نقطه چه موقعیتی داشته باشند تا آن نقطهٔ مورد نظر وجود داشته باشد؟

اکنون مسئلهٔ دیگری را مطرح می‌کنیم.

طرح مسئله. مسئلهٔ قبلی را به شکل دیگری مطرح می‌کنیم.

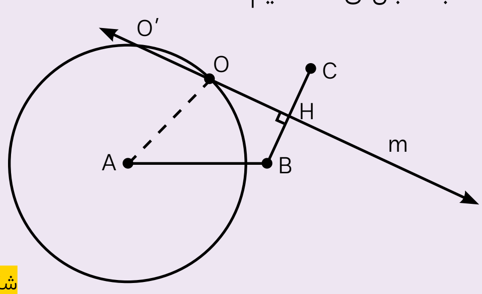
سه روستای A، B و C مطابق شکل داریم (شکل ۹)، می‌خواهیم منبع آبی چنان بسازیم که از روستاهای B و C به یک فاصله و از روستای A به فاصلهٔ ۴ واحد طول باشد.



شکل ۹

وقتی نقطه‌ای دارای چند ویژگی باشد، این نقطهٔ اشتراک آن ویژگی‌ها را دارد. مثلاً، وقتی می‌خواهیم نقطه‌ای مانند O هم از دو نقطهٔ B و C به یک فاصله باشد. پس O ویژگی به یک فاصله بودن از دو نقطه را دارد و هم می‌خواهیم از A به فاصلهٔ ۴ واحد طول باشد، پس ویژگی دوم نقطهٔ O به فاصلهٔ ۴ بودن از نقطهٔ A است. حال باید O هر دو ویژگی را داشته باشد.

ویژگی اول O به یک فاصله بودن از دو نقطهٔ B و C که همان روی عمودمنصف بودن پاره‌خط BC است. و ویژگی دوم به فاصلهٔ ۴ واحد طول بودن از نقطهٔ A است که همهٔ نقطه‌هایی که این ویژگی را دارند روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ واحد می‌باشند. بنابراین O باید اشتراک این دو ویژگی را داشته باشد. بنابراین برای تعیین نقطهٔ O خط m عمودمنصف BC را رسم می‌کنیم، همچنین دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ واحد رسم می‌کنیم اگر این دایره با خط m نقطهٔ مشترکی پیدا کند یعنی آن را ببرد یا بر آن مماس باشد، این همان نقطه‌ای است که به دنبال آن هستیم.



شکل ۱۰

پس ممکن است اصلاً چنین نقطه‌ای موجود نباشد، در چه صورت چنین اتفاقی رخ می‌دهد؟ یا یک نقطه یا دو نقطه وجود داشته باشند، در چه صورت چنین اتفاق‌هایی رخ می‌دهد؟ در مورد آن‌ها بحث کنید.

نگاهی به الگوهای خطی و غیرخطی در رشد و زوال جهان

دکتر رضا فلاح‌مقدم
عضو هیئت علمی دانشگاه فرهنگیان تهران

اگر با دقت به جهان نگاه کنیم، درمی‌یابیم همه چیز در حال تغییر است. گیاهان رشد می‌کنند، فصل‌ها می‌گذرند، کهکشان‌ها در فضا می‌چرخند و حتی انسان‌ها هم هر روز تغییر می‌کنند. اما آیا همهٔ این تغییرات از یک قانون پیروی می‌کنند؟ در علم برای توصیف رفتار پدیده‌ها از الگو استفاده می‌شود. بعضی پدیده‌ها طبق الگوی خطی (یعنی با افزایش ثابت و منظم) پیش می‌روند، ولی بیشتر پدیده‌های طبیعی از الگوی غیرخطی پیروی می‌کنند (الگویی که گاهی سرعتش تغییر می‌کند، مسیرش خمیده است و پر از شگفتی). شناخت این دو نوع الگو به ما کمک می‌کند جهان را بهتر درک کنیم و با دقت بیشتری به تغییرات اطرافمان بنگریم.

۱. الگوی خطی: نظمی ساده و قابل پیش‌بینی

در پایهٔ هفتم یاد می‌گیرید که بعضی دنباله‌ها با الگوهای عددی، در هر مرحله به یک اندازه زیاد یا کم می‌شوند؛ مثلاً ۱۰، ۸، ۶، ۴، ۲. در این الگو هر عدد نسبت به عدد قبلی دو واحد بیشتر است. به این می‌گوییم افزایش ثابت. اگر این عددها را روی نمودار رسم کنیم، نقطه‌ها روی یک خط مستقیم قرار می‌گیرند. به همین دلیل این نوع تغییرات را خطی می‌نامیم. در الگوی خطی، مقدار تغییر در هر مرحله ثابت و منظم است. فرمول کلی آن هم چنین است: $y=ax+b$ که در آن x شمارهٔ مرحله یا زمان، y مقدار در آن مرحله، a میزان افزایش ثابت (شیب خط) و b مقدار آغازین است.

فعالیت ۱. کشف خطی بودن رشد گیاه

۱. یک دانه لوبیا یا عدس در گلدان بکارید.

۲. هر روز در ساعت مشخص از آن عکس بگیرید و قدش را اندازه‌گیری کنید.

۳. نتیجه را در جدول بنویسید و نمودار رشد را رسم کنید.

۴. اگر نمودار تقریباً خط مستقیم بود، یعنی رشد آن در این مدت خطی بوده است. می‌توانید از تلفن همراه برای تهیهٔ فیلمی که گذر زمان را به سرعت نشان می‌دهد «تایم‌لپس»، استفاده کنید و رشد را در چند ثانیه ببینید. فیلم را در گروه کلاسی به اشتراک بگذارید و دربارهٔ شکل و نمودار گفت‌وگو کنید.

۲. الگوی غیرخطی: نظم در دل پیچیدگی

اما همه چیز در جهان منظم و ساده نیست. وقتی پدیده‌ای با سرعت‌های متفاوت رشد می‌کند یا کاهش می‌یابد، دیگر نمی‌توان گفت که تغییرات آن ثابت است. در چنین حالتی می‌گوییم پدیده غیرخطی است.

نمونه‌ها:

- **رشد جمعیت:** در ابتدا سریع، سپس با کمبود منابع و امکانات کند می‌شود.
- **تجزیهٔ برگ‌ها در خاک:** در روزهای نخست سریع‌تر و سپس آرام‌تر.
- **حرکت سیاره‌ها یا جریان هوا:** پیچیده و غیرقابل پیش‌بینی (در نمودار، الگوی غیرخطی به صورت منحنی یا موج‌دار دیده می‌شود نه یک خط صاف).

فعالیت ۲. تماشای تغییر شکل ماه

۱. در چند شب پیاپی از ماه در آسمان عکس بگیرید (در ساعت‌های نزدیک به هم).

۲. تغییر شکل ماه را در عکس‌ها بررسی کنید.

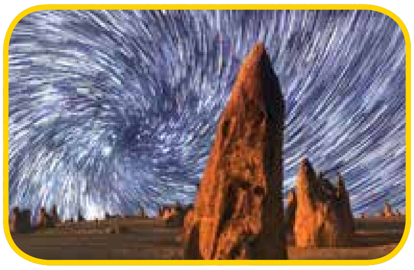
۳. آیا تغییر شکل و جای ماه منظم است؟ اگر سرعت یا تغییر شکل در بعضی شب‌ها بیشتر یا کمتر بود، یعنی این تغییر غیرخطی و چرخه‌ای است.

می‌توانید عکس‌ها را با نرم‌افزار تایم‌لپس به فیلم تبدیل کنید تا حرکت ماه در طول هفته دیده شود.

۳. از نگاه تاریخی: از خط تا آشوب

قرن‌ها دانشـمندان باور داشـتند که بیشـتر پدیده‌های طبیعـت از قانون‌های خطی پیروی می‌کنند. **یوهانس کپلر** با بررسی دقیق داده‌های رصدی **تیکوبراهه** دربارهٔ حرکت سیاره‌ها فهمید که تصویر بطلمیوسی از حرکت دایره‌ای و یک‌نواخت (که یک الگوی خطی از سرعت در نظر گرفته می‌شد) درست نیست. او نشان داد که: «سـیاره‌ها در مدارهای بیضوی حرکت می‌کنند (نه دایره‌ای) و سـرعت حرکت آن‌ها ثابت نیسـت. وقتی به خورشید نزدیک‌ترند، سریع‌تر حرکت می‌کنند.»

حدود ۲۵۰ سـال بعد، **پوانکاره** هنگام بررسـی مسـئلهٔ سـه جسـم (حرکت سه جـرم در فضـا که بر هم گرانش دارند) متوجه شـد که: این سیسـتم را نمی‌توان با فرمول‌های خطی ساده تبیین کرد و رفتار آن به شرایط اولیه بسیار حساس است. او نخسـتین کسـی بود کـه از واژه‌های امروزی سیسـتم دینامیکـی غیرخطی و «آشوب»[1] سخن گفت. بعدها دانشمندانی مانند **ادوارد لورنز**[2] با مطالعهٔ تغییرات آب‌وهـوا نشـان دادنـد که پدیده‌هـای طبیعی بسـیار حسـاس و غیرخطی‌اند؛ به‌طوری‌کـه تغییـر کوچکـی در یک نقطـه می‌توانـد در آینده نتیجـهٔ بزرگی ایجاد کند (اثر پروانه‌ای). ادوارد لورنز در یکی از سـخنرانی‌هایش (سـال ۱۹۷۲) عنوانی شـاعرانه انتخـاب کـرد: «آیا بـال‌زدن یـک پروانه در برزیـل می‌توانـد طوفانی در تگـزاس ایجاد کند؟»

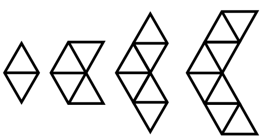


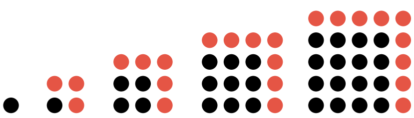
۴. زوال پایان یا آغاز

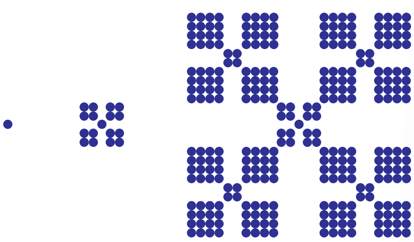
در جهان هیچ رشـدی تا ابـد ادامه ندارد. هر رشـدی روزی به زوال می‌رسد، اما زوال خود بخشـی از چرخهٔ زندگی است. برگ درختی که خشـک می‌شـود در خاک می‌پوسـد و غذای درخت دیگری می‌شـود. پس رشد و زوال هر دو در کنار هم چـرخ زندگی را می‌چرخانند.

فعالیت ۳. خطی یا غیرخطی

از میـان تصویرهـای زیر با مشـاهدهٔ دقیق بگویید کدام‌یک دارای رشـد یـا زوال خطی یا غیرخطی هستند؟







پی‌نوشت‌ها

1. chaos

2. Edward Lorenz

منابع

۱. استوارت، ایان (۱۳۹۵). پیچیدگی و آشوب در طبیعت، ترجمهٔ احمد معین‌زاده، نشر نی. تهران.

2. James Gleick, chas: Making a New Science, Penguin books, 2011

برای مشاهدهٔ نمونه‌های بیشتر رمـزینه را پویش کنید.

آوا و قبض برق

قسمت دوم

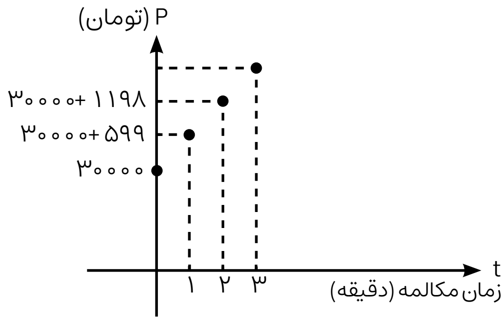
آزاده فرزان

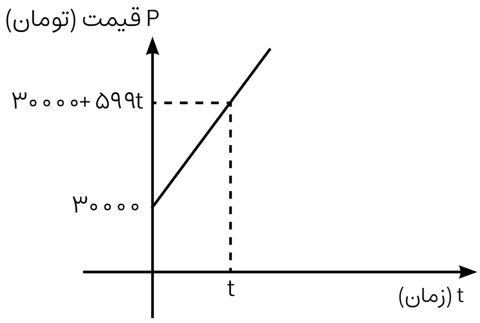
آنچه گذشت

آوا پس از دیدن قبض برق و مبلغ بالای آن که الان می‌توانم یواشکی به شما بگویم که در حدود ۴۰۰ هزار تومان شده بود، با پسرعمویش **نیما** مشورت کرد و به این نتیجه رسید که برای کمک به کاهش هزینهٔ برق ابتدا باید نحوهٔ محاسبهٔ قبض برق را بداند.
خوشبختانه تجربهٔ محاسبهٔ قبض تلفن همراه در کلاس درس ریاضی کمک خوبی برای محاسبهٔ قبض برق بود.

منزل مادربزرگ نیما را که یادتان می‌آید؟ چهارشنبه بهترین زمان بود که بعد از مدرسه، در منزل مادربزرگ چای داغی بخورند و داستان قبض برق را حل کنند. نیما بعد از شنیدن نحوهٔ محاسبهٔ قبض تلفن همراه در کلاس ریاضی‌شان، رو به آوا کرد و گفت: «خیلی عالیه آوا! اما می‌دونم که نحوهٔ محاسبهٔ قبض برق یک تفاوت اساسی با قبض تلفن داره!»

- چه تفاوتی؟
- مدل محاسبهٔ قبض تلفن از یک مدل خطی پیروی می‌کنه!
- منظورت از خطی چیه؟
- شما در کلاس مدل محاسبهٔ قیمت بر اساس زمان را در نمودار با دو محور هزینه و زمان استفاده از تلفن رسم کردید و شکل هندسی این مدل یک خط راست شد. به همین دلیل به این مدل می‌گن خطی!
- آهان، پس مدل خطی این جوریه! من اینو قبلاً هم شنیده بودم. در این حالت نقطه‌های نمودار روی یک خط قرار دارند (شکل ۱). خب قبول، اما حالا چه تفاوتی با مدل محاسبهٔ قبض برق داره؟

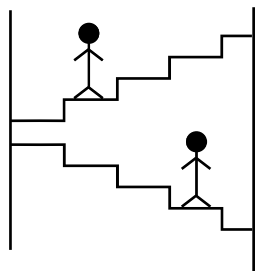




شکل ۱

- بله دقیقاً درست می‌گی. در مورد محاسبهٔ قبض برق نقطه‌ها روی یک خط قرار داشتند؛ خط به معادلهٔ (Price)P=۳۰۰۰۰+۵۹۹t. اما تا جایی که می‌دونم، در محاسبهٔ قبض برق ما از مدل پلکانی استفاده می‌کنیم.
- مدل پلکانی؟! چه پلکانی؟

و آوا بلافاصله پله‌های منزل مادربزرگش به ذهنش آمدند (شکل ۲). 😅



شکل ۲

نیما بلند خندید و گفت: «آفرین! اتفاقاً نمودار پلکانی تقریباً خیلی شبیه چیزیه که کشیدی. نمودار مدل یا تابع پلکانی شامل خط‌های افقیه که به صورت پله‌پله بالا یا پایین می‌رن.»

و بعد اضافه کرد: «توی درس ریاضی می‌خونی که به این مدل‌ها می‌گن: تابع چند ضابطه‌ای که در هر ضابطه مقدار تابع ثابته.»

آوا که به نظر می‌رسید حوصله‌اش دارد سر می‌رود و چایی‌اش هم داشت یخ می‌کرد، گفت: «خب حالا آقای پروفسور می‌شه بگی این مدل پلکانی چه ربطی به صحبتمون داره؟!»

نیما آمد شروع کند که مادربزرگ بلند گفت: «اتفاقاً من هر چقدر این پله‌ها رو تمیز می‌کنم، دوباره با یه بارون کوچیک، تمامشون کثیف و سیاه می‌شن!»

نیما متوجه شد که اگر زودتر مدل پلکانی قبض برق را توضیح ندهد، احتمالاً باید پله‌های واقعی منزل مادربزرگ را تمیز کند. پس سریع جواب داد: «ببین آوا، در محاسبهٔ قبض تلفن هر چند دقیقه که صحبت کنی، قیمت **دقیقه‌های استفاده از تلفن** تغییر نمی‌کنه. مطابق معادلهٔ $P = ۳۰۰۰۰ + ۵۹۹t$، یک دقیقه صحبت و هزار دقیقه صحبت از یک قانون یا یک **ضابطه** استفاده می‌کنه. اما در محاسبهٔ قبض برق این‌جوری نیست. با افزایش مصرف برق قیمت هم تغییر می‌کنه. از طرف دیگه، در محاسبهٔ قبض تلفن همراه تعداد دقیقه‌ها مهمه، اما در محاسبهٔ مقدار قبض برق میزان مصرف **کیلووات ساعت** مهمه!»

همان‌طور که انتظار داشت، آوا تقریباً داد زد و گفت: «چی؟ کیلووات ساعت؟! نیما می‌شه از خیر محاسبهٔ قبض برق بگذریم؟! من قول می‌دم همهٔ چراغ‌ها را خاموش کنم؟»

○ نه نمی‌شه! راستش چون شاید چراغ‌ها همه خاموش باشند، اما باز هم مبلغ قبض برق بالا بیاد. پس بهتره ببینیم داستان چیه.

و بعد توضیح داد پشت هر دستگاه برقی یک عدد نوشته شده و جلوی آن علامت W گذاشته شده است. آن عدد نشان‌دهندهٔ «وات» مصرفی آن دستگاه است که در واقع میزان مصرف انرژی آن دستگاه را نشان می‌دهد. اگر تقسیم بر هزار بشود، واحد وات را به کیلووات تبدیل کرده‌ایم و اگر از آن دستگاه یک ساعت استفاده کنیم، به تعریف کیلووات ساعت می‌رسیم.

آوا نگاهی به مادربزرگ کرد و بر عکس انتظار پرسید: «مادربزرگ، یک دستگاه برقی می‌شه به من بدین؟»

مادربزرگ که شاید همچنان داشت به پله‌های کثیف راه پله فکر می‌کرد، با مهربانی همیشگی‌اش گفت: «بله مادر، معلومه که می‌شه.» 😊 و رفت و اتوی خانه را برایشان آورد.

نیما اتو را گرفت و چیزی را که می‌خواست پشت اتو پیدا کرد. آن را به آوا نشان داد که نوشته بود: ۲۵۰۰W. ادامه داد: «۲۵۰۰ وات رو اگه بر ۱۰۰۰ تقسیم کنی، کیلووات مصرف اتو مشخص می‌شه که اینجا هست: $\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰} = ۲/۵$. حالا اگه این اتو بر فرض مثال یک ساعت روشن باشه، مصرف انرژی اون ۲/۵ کیلووات ساعت خواهد بود.»

چهرهٔ آوا نشان می‌داد که کم‌کم دارد متوجه داستان می‌شود.

○ یعنی هر وسیلهٔ برقی خونه باید یک عدد همراه با واحد وات (W) داشته باشه؟

- بله دقیقاً و به کمک همین عددها می‌تونیم مصرف انرژی خونه و در نتیجه مبلغ هزینهٔ اون رو مشخص کنیم! یک مثال معروفش لامپ‌های خونه هستند. بیا با هم حساب کنیم که اگه چراغ‌های آشپزخونه و اتاق نشیمن خونهٔ مادربزرگ روشن باشه، چقدر انرژی مصرف می‌شه.»

این کار برای آوا که از نشستن خسته شده بود، بهترین کار بود. بلند شد و شروع کرد به شمردن: «دو تا لامپ توی چراغ آشپزخونه، چهار تا هم توی نورافشان (لوستر) اتاق نشیمن که می‌شه شش تا لامپ!»

نیما یکی از لامپ‌ها را باز کرد و به آوا نشانش داد:

○ این لامپ چند واته؟

چشم‌های آوا برقی زد و گفت: «۶۰ وات... نیما صبر کن بقیه‌اش را

خودم حساب می‌کنم:

$۶۰\times۶=۳۶۰$ W

$\frac{۳۶۰}{۱۰۰۰}=۰/۳۶$ kW

و اگه همهٔ این چراغ‌ها ۱۰ ساعت در یک شبانه‌روز روشن باشن، پس مصرف انرژی‌شون می‌شه: $۰/۳۶\times۱۰=۳/۶$ kWh».
مسئله داشت برای آوا جالب می‌شد!

- پس مصرف انرژی اتو خیلی زیاده، نیما! یعنی چون یک ساعت مصرف اتو ۲/۵ کیلووات ساعته، پس در یک ساعت و نیم می‌شه: $۲/۵\times۱/۵=۳/۷۵$ که از مصرف شش تا چراغ در ۱۰ ساعت بیشتره!

نیما خندید و گفت: «دقیقاً آوا. درسته که باید چراغ‌ها بی‌دلیل روشن نمونند، اما اتو هم نباید این‌همه زمان روشن باشه. مثلاً می‌شه بعد از هر چند دقیقه مصرف اون رو از برق کشید و با حرارتی که داره، لباس‌ها را اتو کرد...»

حالا دیگر به نظر می‌آمد که آوا می‌تواند مصرف برق یا انرژی خانه را کاملاً محاسبه کند و این خیلی خبر خوبی بود. اما آوا سری تکان داد و گفت: «خب الان داستان مدل پلکانی چیه؟ بالاخره قبض برق چه جوری حساب می‌شه؟»

نیما با آرامش جواب داد: «تا جایی که می‌دونم، قیمت میزان برق تا یک عددی قیمت ثابت داره و دوباره به همین صورت افزایش پیدا می‌کنه. صبر کن با هم از اینترنت پیداش می‌کنیم.»

و با یک جست‌وجوی ساده این عددها را برای مصرف برق خانگی پیدا کردند:

پلهٔ اول، مصرف یک کیلووات ساعت، از صفر تا ۱۰۰ کیلووات ساعت: ۱۴۰ تومان

پلهٔ دوم، مصرف یک کیلووات ساعت، از ۱۰۱ تا ۲۰۰ کیلووات ساعت: ۱۶۲ تومان

پلهٔ سوم، مصرف یک کیلووات ساعت، از ۲۰۱ تا ۳۰۰ کیلووات ساعت: ۳۵۰ تومان

پلهٔ چهارم، مصرف یک کیلووات ساعت، از ۳۰۱ تا ۴۰۰ کیلووات ساعت: ۵۲۵ تومان

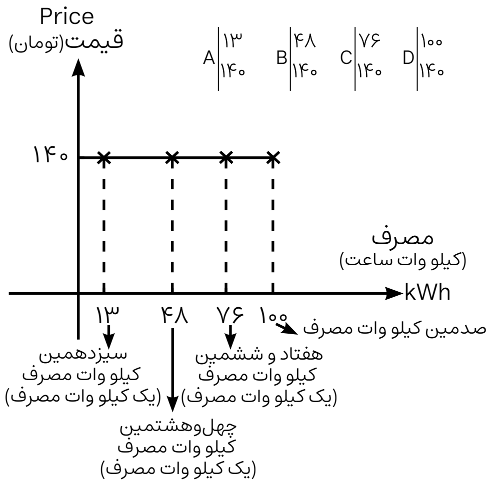
پلهٔ پنجم مصرف یک کیلووات ساعت، از ۴۰۱ کیلووات ساعت به بالا: ۱۳۱۲ تومان

آوا که قبلاً با دوستانش در مدرسه تجربهٔ رسم نمودار و محاسبهٔ قبض تلفن همراه را داشت، بلند گفت: «نیما صبر کن تا من برات نمودار این پله‌ها رو بکشم...» و بعد اضافه کرد: «بله بله! می‌دونم چه کار کنم 😁 اگر مصرف برق در هر عددی بین صفر تا خود ۱۰۰ یک قیمته، پس برای چهار نقطهٔ A، B، C و D، عرض خط‌ها باید یکی باشه! یعنی یک خط افقی!

و نیما اضافه کرد: «چطوره بگیم پاره‌خط افقی؟» 😉

- بله باشه! خیلی خب پروفسور! پاره‌خط افقی... 😅

و بعد شروع کرد به کشیدن شکل ۳ برای پلهٔ اول.



شکل ۳

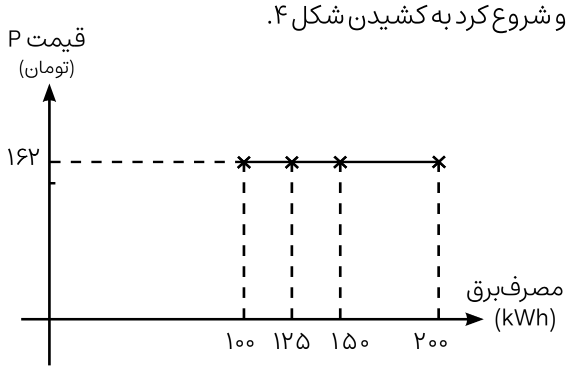
همه چیز درست به نظر می‌رسید. نیما گفت: «خب، بریم سراغ پلهٔ دوم؟»

- بله، و پلهٔ دوم که توی اون هر عدد مصرف بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ کیلو وات ساعته، یک هزینهٔ ثابت ۱۶۲ تومن داره!

نیما گفت: «البته بین ۱۰۱ تا ۲۰۰!»

- همون! روی نمودار فرقی نمی‌کنه نیما.

و شروع کرد به کشیدن شکل ۴.



شکل ۴

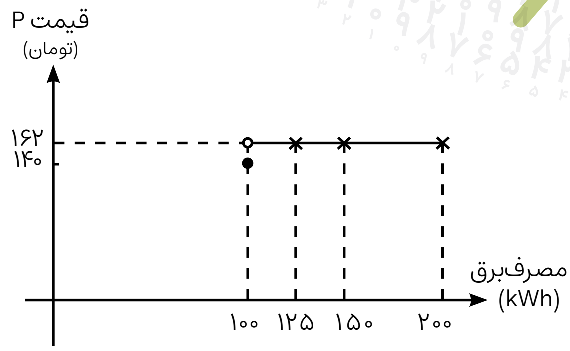
نیما خنده‌ای کرد و گفت: «فرق می‌کنه که بگی از ۱۰۰ تا ۲۰۰ یا بگی از ۱۰۱ تا ۲۰۰! الان نمودارت یه اشکال کوچیک داره!

- چه اشکالی؟ همهٔ عددها بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ یک عرض دارن و اون هم ۱۶۲ تومنه!

- بله، اما مگه قیمت صدمین کیلووات مصرف ۱۴۰ تومن نبود؟ الان توی این نمودار نقطهٔ به طول ۱۰۰، عرض ۱۶۲ داره آوا!

- آهان درست می‌گی! چه کارش کنیم پس؟

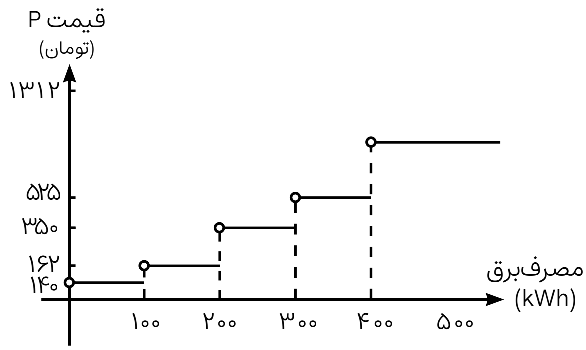
آوا کمی فکر کرد! راهی به ذهنش رسید و به سرعت شکل را تغییر داد (شکل ۵).



شکل ۵

- همینه نیما؟
- عالیه! همینه.

و به این ترتیب نمودار قیمت مصرف برق برحسب تومان به صورت شکل ۶ به‌دست آمد.



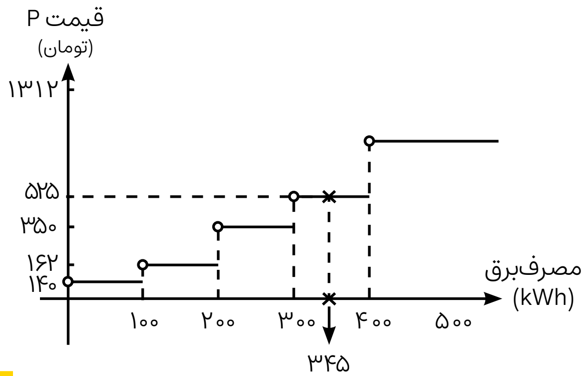
شکل ۶

آوا خندید.

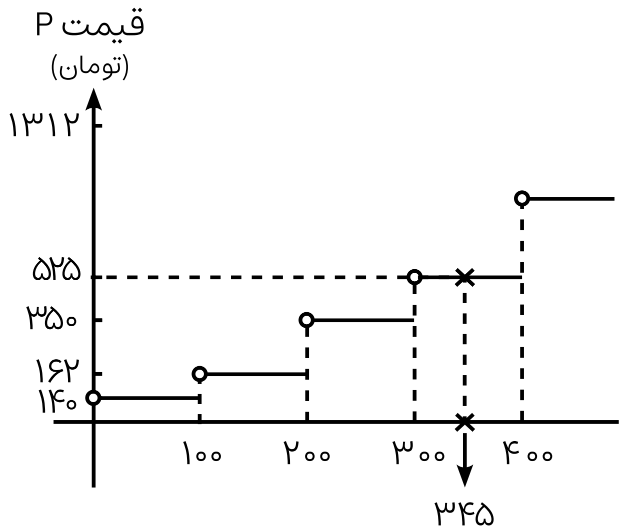
- واقعاً شـده یه پلکان، فقط متأسـفانه اختلاف پله‌ها یکی نیسـت؛ به‌خصوص پلهٔ آخر!
- بلـه و ایـن اختلاف بیـن پله‌ها که می‌دونی چی رو نشـون می‌ده؟ 😉
- بله، متأسـفانه گرون‌ترشـدن هزینهٔ مصرف برق؛ مخصوصاً بعد از پلهٔ چهارم. 😖

بـه نظر می‌رسـد کـه دیگر الان نیمـا و آوا می‌تواننـد قبض برق یک خانه را محاسـبه کنند. نیما به آوا پیشـنهاد کرد: «بیا ببینیم با توجه به مصرف برق ماه گذشتهٔ منزل مادربزرگ که ۳۴۵ کیلووات ساعت بوده، مبلغ قبضشـون چقدر شده.»

- عالیـه! این دقیقاً همـون چیزیه که از اول دنبالـش بودیم. نیما، خب نمودار رو که داریم. الان باید قیمت‌ها رو با هم جمع کنیم.
- کدوم قیمت‌ها؟ می‌شه دقیق‌تر بگی؟
- بله، چون ۳۴۵ کیلووات سـاعت مصرف یـک ماه خونهٔ مادربزرگ بـوده، پـس روی محور xهـا باید نقطـهٔ ۳۴۵ را پیدا کنیـم. بعد هم ببینیـم چـه عـددی رو روی محور yها مشـخص می‌کنه. بـا توجه به نمـودار شـکل ۷، بایـد قیمت‌هـای روی محـور yهـا، یعنـی ۵۲۵+۳۵۰+۱۶۲+۱۴۰ رو با هم جمع کنیم که می‌شه ۱۱۷۷ تومان!



شکل ۷

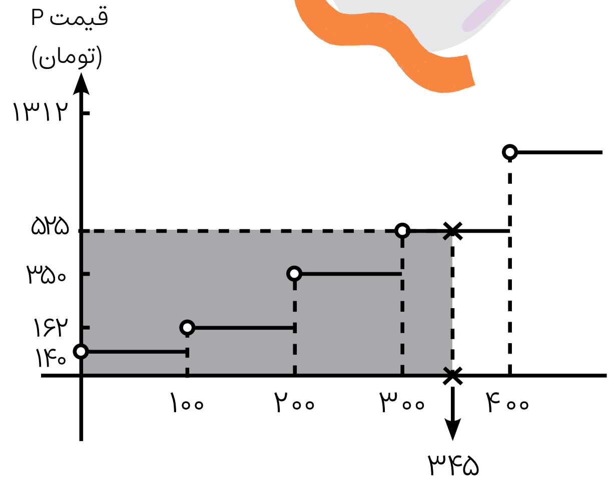


شکل ۸

ولی... ولی این عدد که خیلی کمه!

مادربزرگ که دیگر مدتی بود داشـت به صحبت‌های نوه‌هایش گوش مـی‌داد، متعجبانه گفت: «مادر، آوا من خیلی متوجه صحبت‌هاتون نشـدم، اما این عدد مال خیلی‌خیلی سال‌های پیشه!»

بله عدد اشـتباه بود، اما چرا؟ نیما خواسـت چیـزی را توضیح بدهد کـه آوا گفـت: «فهمیـدم! چه اشـتباه عجیبی! جمع ایـن عددها در صورتـی درسـت بود که مـا یک کیلووات سـاعت از هر پله اسـتفاده می‌کردیـم! اما مصرف یـک ماه برق خونهٔ مادربـزرگ ۳۴۵ کیلووات بـوده، پس بایـد ۳۴۵ را در ۵۲۵ تومان ضرب کنیم! یعنی مسـاحت مسـتطیل شـکل ۹. بـا ایـن حسـاب هزینـهٔ قبـض برق می‌شـه: ۳۴۵×۵۲۵ = ۱۸۱,۱۲۵ .»



شکل ۹

به نظر می‌آمد همه چیز درست است که مادربزرگ با نگرانی گفت: «آوا جون مادر، اما قبض برق ما کمتر بودها!»

نیما که تا اینجا داشت به صحبت‌های آوا و مادربزرگ گوش می‌داد، کمی فکر کرد و بعد گفت: «این محاسبه یه اشکال بزرگ داره. در واقع از پلکان‌های قبلی استفاده نکردیم. آوا شما قیمت پلهٔ چهارم، یعنی ۵۲۵ تومان رو در ۳۴۵ کیلووات ساعت ضرب کردی! در حالی که برای رسیدن به پلهٔ چهارم،

ابتدا ۱۰۰ کیلووات ساعت پلهٔ اول به قیمت ۱۴۰ تومان،

سپس ۱۰۰ کیلووات ساعت پلهٔ دوم به قیمت ۱۶۲ تومان و

تمام ۱۰۰ کیلووات ساعت پلهٔ سوم به قیمت ۳۵۰ تومان را مصرف کردیم.

از پلهٔ چهارم هم تنها از ۴۵ کیلووات به قیمت ۵۲۵ تومان استفاده کردیم!»

حرف نیما درست بود اما آوا هنوز داشت فکر می‌کرد که یک دفعه مادربزرگ گفت: «نیما جانم الان که صحبت شما رو شنیدم، یاد یه خاطره‌ای افتادم!

چند ماه پیش با یک گشت (تور) از چند موزه دیدن کردیم. در یکی از موزه‌ها خرید بلیت موزه برای هر نفر یک چای رایگان داشت، اما هزینهٔ چای دوم برای همون فرد ۲۰ هزار تومن و هزینهٔ چای سوم برای همون شخص ۵۰ هزار تومن بود. اون روز من و پدربزرگ با هم جای شما خیلی خالی، پنج تا چایی خوردیم. فکر می‌کنی چقدر پول چایی ما شد؟»

آوا به سرعت حساب کرد: «۲×۰+۲×۲۰,۰۰۰+۱×۵۰,۰۰۰=۹۰,۰۰۰؛ درسته؟»

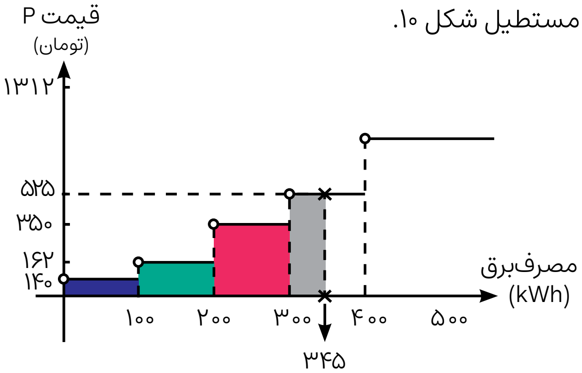
مادربزرگ خندید و گفت: «دقیقاً درسته!»

و آوا ادامه داد: «مادربزرگ ممنونم خیلی زیاد. الان بهتر متوجه صحبت نیما شدم! برای محاسبهٔ قبض برق هم باید این جوری حساب کنیم:

۱۰۰×۱۴۰+۱۰۰×۱۶۲+۱۰۰×۳۵۲+۴۲×۵۲۵=۸۷,۴۵۰

این عدد باید مبلغ قبض برق باشه!»

نیما گفت: «حرف نداره کاملاً درسته! این عدد رو می‌شه به صورت هندسی روی نمودار هم نشون داد. در واقع می‌شه جمع چهار مستطیل شکل ۱۰.



شکل ۱۰

چقدر همه چیز برای آوا خوب داشت پیش می‌رفت. الان کاملاً همه چیز درست شده بود. نه تنها می‌دانست که چطور میزان مصرف برق یک خانه محاسبه می‌شود (مجموع ضرب کیلووات در میزان ساعت مصرف هر وسیلهٔ برقی)، بلکه به کمک نمودار و رسم مدل پلکانی می‌توانست قبض برق را هم حساب کند. و بالاخره به نظر می‌آمد که راه‌حل کاهش قبض برق خانه‌شان را پیدا کرده است!

فردای آن روز، بعد از اینکه آوا از مدرسه به خانه رسید، از گوشی تلفن همراهش قبض برقشان را نگاه کرد و به سرعت متوجه تمام ماجرا شد! در ماه قبل مصرف برق خانه‌شان ۴۳۷ کیلووات ساعت بود و با توجه به صحبت دیروز، مشکل اصلی، مصرف ۳۷ کیلووات ساعت بعد از ۴۰۰ وات بود! این ۳۷ کیلووات ساعت نه تنها در پلهٔ پنجم قرار می‌گرفت که قیمتش ۱۳۱۲ تومان بود. به دلیل اینکه بالاتر از الگوی مصرف تعیین‌شده برای شهر بود، عدد به‌دست‌آمده در پنج ضرب می‌شد! به عبارت دیگر، قیمت هر کیلووات ساعت در پلهٔ پنجم عددی در حدود ۶,۵۶۰=۱۳۱۲×۵ تومان می‌شد!

و چون در ماه گذشته ۳۷ کیلووات ساعت از مصرف خانه‌شان در این پله بود، هزینهٔ مصرف این ۳۷ کیلووات ساعت شده بود: ۲۴۲,۷۲۰=۶۵۶۰×۳۷ تومان. به عبارت دیگر، با فرض اینکه این ماه هم همان مصرف را دارند، فقط با ۳۷ کیلووات ساعت صرفه‌جویی می‌توانست ۲۴۲,۷۲۰ تومان از مبلغ قبض برق و هزینه‌شان کم کند! برای کم کردن این ۳۷ kWh اول باید میزان مصرف چند وسیلهٔ برقی خانه را مشخص می‌کرد و بعد میزان مصرفشان را تا جایی که می‌توانست کاهش می‌داد. اتو اولین وسیله بود؛ مصرف برق اتو همان‌طور که قبلاً دیده بودند بالا بود:

$$\frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰}=۲/۵\ \text{kW}$$

برای کاهش مصرف برق اتو، زمان استفاده از آن را می‌شد با خاموش‌کردنش بعد از پنج دقیقه استفاده، کم کرد. چون واقعاً گرمای اتو بعد از پنج دقیقه مصرف بسیار خوب بود و اگر همان موقع اتو را خاموش می‌کرد تا سه دقیقهٔ بعد، اتو همچنان داغ بود و قابل استفاده. با توجه به اینکه در یک ماه هشت بار لباس‌ها اتو می‌شدند و هر بار نزدیک ۴۰ دقیقه زمان اتوکردن بود، با استفاده از روش بالا به جای ۴۰ دقیقه می‌توانست با ۲۵ دقیقه همان کار را انجام دهد.

با این حساب در هر بار استفاده، ۱۵ دقیقه یا یک چهارم ساعت، در مصرف کاهش داشت که باعث $5 = 2.5 \times \frac{1}{4} \times 8$ کیلو وات ساعت صرفه‌جویی در مصرف برق می‌شد!

سشوار وسیلهٔ دوم بود. آوا تصمیم گرفت که قبل از استفاده از سشوار، موهایش را ابتدا با حوله خوب خشک کند تا مدت زمان استفاده از سشوار برای خشک‌کردن کامل موهایش، از ۱۵ دقیقه به ۴ دقیقه کاهش پیدا کند. با توجه به اینکه یک روز در میان موهایش را می‌شست، در یک ماه حداقل ۱۵ بار از سشوار استفاده می‌کرد. از آنجا که وات مصرفی سشوار ۲۰۰۰ وات بود، میزان مصرف برقش از $7.5 = 2 \times \frac{1}{4} \times 15$ kWh به $2 = 2 \times \frac{1}{1.15} \times 15$ kWh کاهش پیدا می‌کرد؛ یعنی ۵/۵ کیلووات ساعت صرفه‌جویی!

با توجه به استفادهٔ مادر آوا از سشوار، در ۱۵ روز، با این تغییر می‌توانست ۱۱ kWh دیگر هم از مصرف برق کم کند. تا اینجا ۱۶ کیلو وات ساعت کم شده بود و فقط ۲۱ کیلو وات ساعت دیگر مانده بود!

رادیو به جای تلویزیون!

از موقعی که یادش می‌آمد، بعد از ظهرها همیشه تلویزیون خانه روشن بود. مادر آوا می‌گفت: «این‌جوری هم اخبار را گوش می‌کنم، هم توی خونه صدایی هست که خونه سوت و کور نباشه!»

آوا برای اولین بار پشت تلویزیونشان را گشت و عددی را که می‌خواست پیدا کرد! ۹۰ وات مصرف برق در زمان روشن بودن تلویزیون! با خودش فکر کرد که اگر قرار باشد صدایی در خانه باشه، نمی‌شد با رادیو همین کار را انجام داد؟ تازه در رادیو اخبار را بیشتر هم تکرار می‌کنند! با پیداکردن مصرف برق رادیو چشم‌های آوا برق زد! مصرف رادیوشان فقط پنج وات بود! یعنی هر یک ساعت جایگزین کردن رادیو با تلویزیون، ۸۵ وات صرفه‌جویی داشت! این عاااالی بود! 😅

با توجه به اینکه تلویزیون هر روز از ساعت ۴:۰۰ بعد از ظهر تا ۱۱ شب روشن بود، میزان مصرف صرفه‌جویی می‌شد:

$$85 \times 30 \times 7 = 17{,}850$$

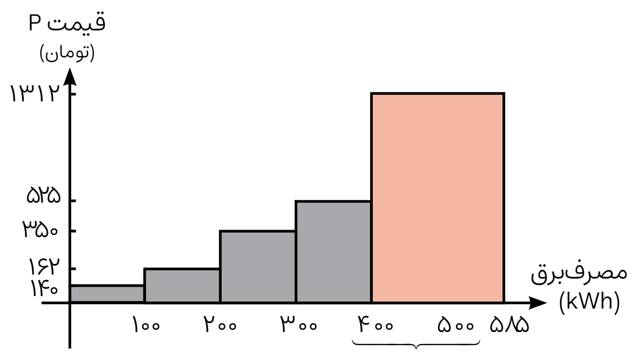
با تقسیم این عدد بر ۱۰۰۰، مقدار ۱۷/۸۵ کیلو وات ساعت به دست می‌آمد که یعنی می‌توانست این مقدار را هم صرفه‌جویی کند. 😊

الان دیگر فقط حدود ۴ کیلو وات ساعت دیگر مانده بود! آوا فکری کرد و به یاد جاروی برقی افتاد! جاروبرقی‌شان ۲۴۰۰ وات بود؛ یعنی ۲/۴ kW مصرف در یک ساعت. مسئله دیگر حل شده بود. به جای اینکه در هر هفته دو بار از جارو به مدت نیم ساعت استفاده کنند که میزان مصرف برقش می‌شد: $2.4 \times 8 \times \frac{1}{2} = 9.6$، می‌توانستند یک بار از جاروی برقی و یک بار از جاروی دستی استفاده کنند که جمع مصرف برق $4.8 = 9.6 \div 2$ کیلو وات ساعت کم بشود. الان دیگر همه چیز درست شده بود! 😅

یک بار دیگر با شوق و ذوق خاصی همهٔ محاسبه‌ها را بررسی کرد:

$$5 + 11 + 17.85 + 4.8 = 38.65$$

معنی ۳۸/۶۵ این بود که مصرف برق از ۴۳۷ کیلو وات ساعت، به $398.35 = 437 - 38.65$ کاهش پیدا می‌کرد؛ یعنی حتی کمتر از ۴۰۰ کیلو وات! این‌قدر خوش‌حال بود که نمی‌دانست باید چه کار کند! زنگ زد به نیما و فقط گفت: «من حلش کردم نیما، حلش کردم!» 😅😅😅 مثل دیروز رفت سراغ کاغذ و مداد تا الگوی محاسبهٔ برق خانه و تغییرش را بهتر ببینند!



$$37 \text{ kWh} \times 5 = 185 \text{ kWh}$$

$$185 \times 1.312 =$$

$$89.35 \times 525$$

هزینهٔ قبض برق $= 100 \times 140 + 100 \times 162 + 100 \times 350 + \cancel{100 \times 525} + \cancel{(307 \times 1.312)} \times 5$

کم‌کردن ۳۸/۶۵ کیلو وات ساعت از مصرف یک ماه، نه تنها ستون بزرگ آخر را حذف می‌کرد، بلکه باعث می‌شد ۱/۶۵ کیلو وات ساعت از پلهٔ چهارم هم کم بشود! در واقع مبلغ قبض برقشان می‌شد:

$$100 \times 140 + 100 \times 162 + 98.35 \times 525 = 81{,}833.75$$

یعنی قبض برقشان از ۳۶۰۴۲۰ تومان به کمتر از ۸۲,۰۰۰ تومان می‌رسید!

مدادش را روی میز گذاشت و رفت سر گاز، کتری را برداشت و آبش کرد. توی قوری چای خشک ریخت و منتظر شد که آب جوش بیاید. مادر دیگر کم‌کم از سر کار برمی‌گشت. خبرهای خوبی برایش داشت.

نجوم ریاضیاتی

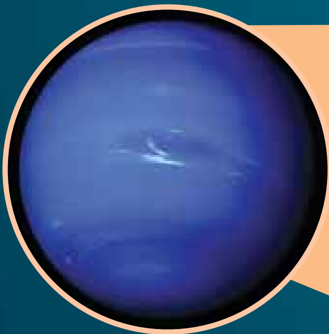
قسمت پنجم

فضا چقدر سرد است؟

روح‌الله خلیلی بروجنی

اشاره

در منطقه‌های عظیم بین ستارگان و کهکشان‌ها، فضا می‌تواند بسیار بسیار سرد شود. در این منطقه‌ها دما می‌تواند تا منفی ۴۵۴ درجهٔ فارنهایت (معادل منفی ۲۷۰ درجهٔ سانتی‌گراد یا ۳ کلوین) کاهش یابد. با این حال، جسم‌های موجود در فضا، مانند ستارگان و سیاره‌ها، می‌توانند دماهای بسیار متفاوتی داشته باشند.



نپتون

دمای نپتون به طور متوسط حدود ۳۵۳- درجهٔ فارنهایت (۲۱۴- درجهٔ سانتی‌گراد) است. بزرگ‌ترین قمر آن، تریتون، حتی سردتر است و دمای آن به ۳۹۱- درجهٔ فارنهایت (۲۳۵- درجهٔ سانتی‌گراد) کاهش می‌یابد!

ابرنواختر

وقتی یک ستارهٔ عظیم منفجر می‌شود، می‌تواند به یک ابرنواختر تبدیل شود و دما به ۹۹۰۰۰۰۰۰ درجهٔ فارنهایت (۵۵۰۰۰۰۰۰ درجهٔ سانتی‌گراد) برسد.

زهره

زهره، داغ‌ترین سیاره در منظومهٔ شمسی، جو ضخیمی دارد که به سطح آن کمک می‌کند به دمایی تا ۸۸۰ درجهٔ فارنهایت (۴۷۰ درجهٔ سانتی‌گراد) برسد.

زمین

میانگین دمای روی زمین حدود ۱۵ درجهٔ سانتی‌گراد (۵۹ درجهٔ فارنهایت) است. با این حال، این دما می‌تواند بسته به فصل و موقعیت مکانی روی زمین تغییر کند.

خورشید

خورشید داغ‌ترین جرم در منظومهٔ شمسی است. دمای سطح خورشید حدود ۶۰۰۰ درجهٔ سانتی‌گراد (۱۱۰۰۰ درجهٔ فارنهایت) است؛ پس برای بازدید بسیار داغ است!

ماه

نوسان‌های دمایی ماه بسیار شدید است. دمای سطح قسمت‌هایی از آن که در معرض نور مستقیم خورشید است می‌تواند تا حدود ۱۲۳ درجهٔ سانتی‌گراد (۲۵۳ درجهٔ فارنهایت) افزایش یابد. در مقابل دمای سردترین قسمت‌های آن - به‌ویژه گودال‌های دائماً در سایه - ممکن است تا ۲۳۳- درجهٔ سانتی‌گراد (۳۸۷- درجهٔ فارنهایت) کاهش دما را تجربه کنند.

سحابی بومرنگ

این سحابی هزاران سال نوری از زمین فاصله دارد و سردترین جرم شناخته شده در کیهان است. درون این ابر گازی، دما می‌تواند به منفی ۲۷۲ درجهٔ سانتی‌گراد (۴۵۸- درجهٔ فارنهایت) برسد.

فعالیت ۱. طول فصل‌ها روی اورانوس

موضوع: نسبت، تناسب و تبدیل واحد زمان

اورانوس چهار فصل دارد و هر فصل آن **۲۱ سال زمینی** طول می‌کشد.

۱. طول کل سال اورانوس چند سال زمینی است؟

۲. اگر یک انسان روی اورانوس زندگی کند و ۸۴ سال زمینی عمر کند، چند فصل را به طور کامل تجربه خواهد کرد؟

۳. طول هر فصل را به **ماه** و سپس به **روز** تبدیل کنید (هر سال زمینی را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید).

فعالیت ۲/ نمودار دماها در منظومهٔ شمسی

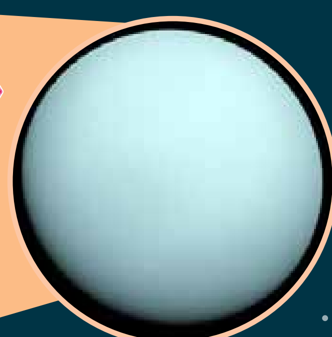
موضوع: نمایش داده‌ها و تحلیل نمودار

الف) جدولی تهیه کنید که در آن دمای متوسط این جسم‌ها (بر حسب سانتی‌گراد) نوشته شده باشد: زمین، ماه (در روز و شب)، زهره، نپتون، تریتون بزرگ‌ترین قمر سیارهٔ نپتون، خورشید، و سحابی بومرنگ.

ب) یک **نمودار ستونی** رسم کنید و دمای آن‌ها را نشان دهید. دماهای منفی را نیز در نمودار مشخص کنید.

پ) با توجه به نمودار قسمت ب، پاسخ دهید:

- کدام جسم بیشترین اختلاف دمای شب و روز را دارد؟
- اختلاف دمای خورشید با زهره چقدر است؟
- اختلاف دمای زمین با نپتون چند درجه است؟



آیا سیاره‌های دیگر تابستان و زمستان دارند؟

اورانوس

اورانوس چهار فصل دارد که هر کدام حدود ۲۱ سال طول می‌کشد. این سیاره روی محوری بسیار کج می‌چرخد. این بدان معناست که در طول تابستان‌ها و زمستان‌ها، سمت تابستانی اورانوس به مدت ۲۱ سال در روشنایی روز و سمت زمستانی آن نیز به مدت ۲۱ سال در تاریکی است.

ژما جواهری‌پور

احتمال ضرر (ریسک) و بازده را چگونه محاسبه کنیم؟

بازی با عددها در بهابازار

مقدمه

آیا تا به حال به این فکر کرده‌اید که ریاضیات فقط جمع و تفریق و فرمول‌های پیچیدهٔ کتاب درسی نیست؟ دنیای اطراف ما پر از موقعیت‌هایی است که با کمی چاشنی ریاضی، می‌توانیم تصمیم‌های بهتری بگیریم و حتی آیندهٔ مالی خودمان را رقم بزنیم. یکی از این دنیاهای هیجان‌انگیز و پر از عدد و رقم، «بهابازار» (بورس) است. شاید اسم بهابازار به گوشتان خورده باشد؛ جایی که سهام شرکت‌های بزرگ خرید و فروش می‌شوند.

اما بهابازار فقط برای بزرگسالان و متخصصان نیست. در واقع بهابازار یک زمین بازی بزرگ برای عددهاست که هر کسی می‌تواند با یادگیری قوانینش، وارد آن شود و حتی از آن سود ببرد! در این مقاله می‌خواهیم با هم وارد این دنیای پرماجرا شویم و ببینیم چطور مفهوم‌های سادهٔ ریاضی که در مدرسه یاد می‌گیریم، می‌توانند به ما کمک کنند تا «بازی با عددها در بهابازار» را بهتر یاد بگیریم و بفهمیم احتمال ضرر (ریسک) و بازده (همان سود یا ضرر احتمالی) یک سرمایه‌گذاری چطور محاسبه می‌شود. آماده‌اید تا رمز و راز قیمت سهام، سود درصدی و نوسان‌های بازار را کشف کنیم؟ پس بیایید شروع کنیم.

بهابازار که غالباً به آن بازار سهام نیز گفته می‌شود، مکانی است که در آن افراد و نهادها می‌توانند سهام شرکت‌ها را خرید و فروش کنند. این بازار نقشی حیاتی در اقتصاد هر کشوری ایفا می‌کند، زیرا

به شـرکت‌ها امکان می‌دهد سـرمایهٔ لازم برای توسـعه و رشد خود را جـذب کننـد، در حالـی که به سـرمایه‌گذاران نیـز فرصت می‌دهد در سـودآوری این شـرکت‌ها شریک شوند.

سهام چیست؟

«سـهام»[1] در واقع نشان‌دهندهٔ بخش کوچکی از مالکیت یک شرکت اسـت. وقتی شما سهام یک شـرکت را می‌خرید، به یک «سهام‌دار»[2] تبدیل می‌شـوید و به نسـبت سـهامی که دارید، در دارایی‌ها و سود آن شـرکت سـهیم می‌شـوید. سـهام را می‌توان به دو دسـته اصلی تقسیم کرد:

- **سـهام عـادی[3]**: ایـن نـوع سـهام بـه سـهام‌داران حـق رأی در تصمیم‌گیری‌های شـرکت (مانند انتخاب هیئت مدیره) و همچنین دریافت سود (در صورت تقسیم سود توسط شرکت) می‌دهد.
- **سـهام ممتاز[4]**: سـهام‌داران ممتاز معمولاً حق رأی ندارند، اما در دریافـت سـود و همچنیـن بازپرداخـت سـرمایه در صـورت انحلال شرکت، نسبت به سهام‌داران عادی اولویت دارند.

قیمت سـهام در بهابازار بر اسـاس عرضه و تقاضا، عملکرد شـرکت، شـرایط اقتصادی کلی و حتی رویدادهای سیاسـی نوسـان می‌کند.

شرکت‌های بهابازاری

«شـرکت بهابازاری»[5] به شرکتی گفته می‌شود که سهام آن در بهابازار قابل معامله اسـت. این شـرکت‌ها برای اینکه بتوانند سهام خود را در بهابازار عرضه کنند، باید مرحله‌های قانونی و نظارتی خاصی را طی کننـد و اطلاعـات مالی و عملکردی خود را به طور منظم و شـفاف در اختیار عموم قرار دهند. چنین شـفافیتی به سـرمایه‌گذاران کمک می‌کنـد تصمیم‌های آگاهانه‌ای بگیرند.

ورود به بهابازار (پذیرش در بهابازار) مزیت‌های زیادی برای شـرکت‌ها دارد؛ از جمله:

- **افزایـش اعتبار و محبوبیت نمانام (برندینـگ)**: حضور در بهابازار می‌تواند اعتبار یک شرکت را افزایش دهد.
- **جـذب آسـان‌تر سـرمایه**: شـرکت‌ها می‌تواننـد از طریق فروش سهام جدید، سرمایهٔ لازم برای پروژه‌های بزرگ را جذب کنند.
- **نقدشـوندگی بـالا برای سـهام‌داران**: سـهام‌داران شـرکت‌های بهابـازاری به‌راحتی می‌توانند سـهام خـود را در بـازار خرید و فروش کنند.

یک مثال ساده

فـرض کنید شـرکتی به نـام «توسـعهٔ الفبا» (مثال فرضـی) تصمیم گرفته اسـت که سـهام خـود را برای اولین بار در بهابـازار عرضه کند. این شـرکت ۱,۰۰۰,۰۰۰ (یک میلیون) سـهم برای عرضهٔ اولیه منتشر می‌کند و قیمت هر سهم را ابتدا ۱,۰۰۰ تومان تعیین می‌کند.

- **کل سـرمایهٔ جذب‌شده توسط شرکت در عرضهٔ اولیه:**

$$۱,۰۰۰,۰۰۰ \times ۱,۰۰۰ = ۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰$$

این مبلغ یک میلیارد تومان سرمایه‌ای است که شـرکت توسـعهٔ الفبـا در ابتـدا از طریق فروش سـهام خـود جذب کرده اسـت. حالا فـرض کنید شـما تصمیم می‌گیریـد که ۱۰۰ سـهم از این شرکت را در عرضهٔ اولیه بخرید.

- **مبلغ سرمایه‌گذاری شما:**

$$۱۰۰ \times ۱,۰۰۰ = ۱۰۰,۰۰۰$$

- **درصد مالکیت شما در شرکت:**

$$\left(\frac{۱۰۰}{۱,۰۰۰,۰۰۰}\right) \times ۱۰۰\% = ۰/۰۱\%$$

شـما با خرید ۱۰۰ سـهم، مالـک ۰/۰۱ درصد از شـرکت توسعهٔ الفبا شـده‌اید. حالا فرض کنیـد پـس از مدتی، به دلیـل عملکرد خوب شـرکت و افزایـش تقاضـا بـرای سـهام آن، قیمـت هـر سـهم از ۱,۰۰۰ تومان بـه ۱,۵۰۰ تومـان افزایـش یابد.

- **ارزش فعلی سرمایه‌گذاری شما:**

$$۱۰۰ \times ۱,۵۰۰ = ۱۵۰,۰۰۰$$

- **سود شـما از این سـرمایه‌گذاری (بدون در نظر گرفتن کارمزدها):**

$$۱۵۰,۰۰۰ - ۱۰۰,۰۰۰ = ۵۰,۰۰۰$$

این مثال سـاده نشـان می‌دهد کـه چگونه بـا خریـد سـهام می‌توانیـد در مالکیـت یک شـرکت سـهیم شـوید و در صورت افزایش قیمـت سـهام، از آن سـود ببریـد. البته، در بهابـازار امـکان کاهـش قیمت سـهام و در نتیجه زیـان نیز وجـود دارد.

احتمال ضرر و بازده: نوسان احتمال ضرر و پاداش در دنیای مالی

در دنیـای هیجان‌انگیـز امـور مالـی و سـرمایه‌گذاری، دو مفهوم اساسی همیشه در کنـار هـم قـرار می‌گیرنـد: احتمـال ضرر (ریسـک) و بازده. ایـن دو، مانند دو روی یک سـکه، به هم گره خورده‌اند و درک رابطهٔ بین

تصویرگر: سیدمیثم موسوی

آن‌ها برای هر کسی که می‌خواهد وارد دنیای سرمایه‌گذاری شود، حیاتی است. اما این رابطه دقیقاً چیست؟ آیا همیشه احتمال ضرر بیشتر به معنای بازده بیشتر است؟ بیایید با هم به این رقص پیچیدهٔ احتمال ضرر و پاداش نگاهی بیندازیم.

به زبان ساده، احتمال ضرر به معنای قطعی‌نبودن نتیجهٔ یک سرمایه‌گذاری است. یعنی چقدر احتمال دارد که سرمایه‌گذاری شما مطابق انتظارتان پیش نرود یا حتی به ضرر منجر شود. در مقابل، بازده سودی است که از سرمایه‌گذاری خود به دست می‌آورید. این سود می‌تواند به شکل سود سهام، بهره، یا افزایش ارزش دارایی باشد.

یک اصل کلی در امور مالی وجود دارد که می‌گوید: «بازده بالاتر معمولاً با احتمال ضرر بالاتر همراه است.» این بدان معناست که اگر به دنبال سودهای بزرگ هستید، باید آمادهٔ پذیرش قطعی‌نبودن بیشتری باشید. به عبارت دیگر، برای به‌دست‌آوردن پاداش‌های بزرگ‌تر، غالباً باید در مسیرهای پرخطرتر قدم بگذارید. اما این یک قانون مطلق نیست و استثناهایی هم دارد. مهم این است که بدانید چگونه این رابطه را مدیریت کنید.

مثال ۱. سرمایه‌گذاری در دو کسب‌وکار متفاوت

فرض کنید شما ۱۰۰ واحد پول دارید و می‌خواهید آن را سرمایه‌گذاری کنید. دو گزینه پیش روی شماست:

گزینهٔ الف) سرمایه‌گذاری در یک سوپرمارکت محلی

این سوپرمارکت یک کسب‌وکار پایدار با درآمد ثابت است.

- **احتمال ضرر:** فرض کنید احتمال ضرر در این کسب‌وکار تنها ۱۰ درصد باشد.
- **بازدهٔ مورد انتظار:** در صورت موفقیت پیش‌بینی می‌شود ۱۰ درصد سود کسب کنید.
- **احتمال سود:** ۱−۰/۱۰=۰/۹۰ یا ۹۰٪
- **بازدهٔ مورد انتظار از سرمایه‌گذاری ۱۰۰ واحدی:**
  - در صورت سود:
    ۱۰۰×۰/۱۰=۱۰ واحد سود
  - در صورت ضرر:
    ۱۰۰×(−۰/۱۰)=−۱۰ واحد ضرر
    (فرض کنید ۱۰٪ از سرمایهٔ اولیه را از دست می‌دهید)
- **بازده مورد انتظار کلی:**
  (۰/۹۰×۱۰)+(۰/۱۰×(−۱۰))=۹−۱=۸ واحد

یعنی به طور متوسط ۸ واحد سود از سرمایه‌گذاری در سوپرمارکت انتظار می‌رود.

گزینهٔ ب) سرمایه‌گذاری در یک شرکت نوآفرین (استارتاپ) فناوری جدید

این شرکت نوآفرین (استارتاپ) ظرفیت رشد بسیار بالایی دارد، اما احتمال ضرر آن نیز بالاست.

- **احتمال ضرر:** فرض کنید احتمال ضرر در این شرکت نوآفرین ۵۰ درصد باشد (یعنی احتمال شکست ۵۰−۵۰ است).
- **بازدهٔ مورد انتظار:** در صورت موفقیت پیش‌بینی می‌شود ۵۰ درصد سود کسب کنید.
- **احتمال سود:** ۱−۰/۵۰=۰/۵۰ یا ۵۰٪
- **بازدهٔ مورد انتظار از سرمایه‌گذاری ۱۰۰ واحدی:**
  - در صورت سود:
    ۱۰۰×۰/۵۰=۵۰ واحد سود
  - در صورت ضرر:
    ۱۰۰×(−۰/۵۰)=−۵۰ واحد ضرر
    (فرض کنید ۵۰٪ از سرمایهٔ اولیه را از دست می‌دهید)
- **بازده مورد انتظار کلی:**
  (۰/۵۰×۵۰)+(۰/۵۰×(−۵۰))=۲۵−۲۵=۰ واحد

یعنی به طور متوسط ۰ واحد سود (یا به عبارت دیگر، سر به سر) از سرمایه‌گذاری در آغازگری انتظار می‌رود.

نتیجه‌گیری از مثال ۱

در این مثال، با اینکه آغازگری ظرفیت بازده بسیار بالاتری داشت، اما به دلیل احتمال ضرر بسیار زیاد، بازده مورد انتظار کلی آن کمتر از سوپرمارکت با بازده کمتر، اما احتمال ضرر پایین‌تر بود. این نشان می‌دهد که صرفاً نگاه‌کردن به بازده احتمالی کافی نیست و باید احتمال ضرر را نیز در نظر گرفت.

مثال ۲. پرتاب تاس و پاداش

فرض کنید یک بازی ساده دارید که در آن باید روی نتیجهٔ پرتاب یک تاس شرط‌بندی کنید.

حالت ۱. شرط‌بندی روی عدد فرد

- **احتمال موفق‌نشدن:** عددهای زوج (۲، ۴، ۶) سه تا هستند، پس احتمال موفق‌نشدن $\frac{۳}{۶}$=۰/۵ است.
- **بازده در صورت موفقیت:** اگر تاس عدد فرد (۱، ۳، ۵) بیاید، شما ۱ واحد پاداش می‌گیرید.
- **محاسبهٔ بازده مورد انتظار:**
  - احتمال موفقیت (عدد فرد):
    $\frac{۳}{۶}$=۰/۵
  - احتمال موفق نشدن (عدد زوج):
    $\frac{۳}{۶}$=۰/۵
  - بازده مورد انتظار:
    (۰/۵×۱)+(۰/۵×۰)=۰/۵ واحد

فرض می‌کنیم در صورت موفق‌نشدن شما چیزی از دست نمی‌دهید، اما چیزی هم به دست نمی‌آورید.

حالت ۲. شرط‌بندی روی عدد ۶

- **احتمال موفق‌نشدن:** عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ پنج‌تا هستند، پس احتمال موفق نشدن $\frac{۵}{۶}$≈۰/۸۳ است.
- **بازده در صورت موفقیت:** اگر تاس عدد ۶ بیاید، شما ۵ واحد پاداش می‌گیرید.
- **محاسبهٔ بازده مورد انتظار:**
  - احتمال موفقیت (عدد ۶): $\frac{۱}{۶}$≈۰/۱۷ .
  - احتمال موفق نشدن (هر عدد دیگری):
    $\frac{۵}{۶}$≈۰/۸۳

- بازده مورد انتظار:

$(۰/۱۷\times۵)+(۰/۸۳\times۰)\approx ۰/۸۳$ واحد

بازهم فرض می‌کنیم در صورت موفق‌نشدن، شما چیزی از دست نمی‌دهید، اما چیزی هم به دست نمی‌آورید.

نتیجه‌گیری از مثال ۲

در حالت دوم، احتمال موفقیت بسیار کمتر است (احتمال ضرر بالاتر)، اما در صورت موفقیت، پاداش بسیار بزرگ‌تری (۵ واحد در مقابل ۱ واحد) دریافت می‌کنید. بازده مورد انتظار کلی در حالت دوم (۰/۸۵ واحد) بیشتر از حالت اول (۰/۵ واحد) است. این مثال نشان می‌دهد که گاهی اوقات، پذیرش احتمال ضرر بالاتر می‌تواند به بازده مورد انتظار بالاتری منجر شود، اما باید به دقت محاسبه شود و از پیامدهای موفق‌نشدن آگاه بود.

درک رابطهٔ بین احتمال ضرر و بازده، پایه و اساس تصمیم‌گیری‌های هوشمندانه در دنیای مالی است. هیچ سرمایه‌گذاری بدون احتمال ضرر وجود ندارد، اما با شناخت و مدیریت صحیح احتمال ضرر، می‌توانیم به بازده‌های مطلوب‌تری دست یابیم. این دانش به شما کمک می‌کند در آینده انتخاب‌های مالی آگاهانه‌تری داشته باشید.

تحلیل اولیهٔ سهام: بررسی روند قیمت‌ها

تا حالا به این فکر کرده‌اید که چطوری می‌شود دربارهٔ خرید و فروش سهام تصمیم گرفت؟ یکی از ساده‌ترین و در عین حال مهم‌ترین کارهایی که سرمایه‌گذارهای حرفه‌ای انجام می‌دهند، بررسی روند قیمت‌هاست. نگران نباشید، قرار نیست پیچیده باشد! در واقع این کار مثل این است که بخواهیم از روی اتفاق‌های گذشته پیش‌بینی کنیم در آینده چه چیزی رخ می‌دهد.

چرا روند قیمت‌ها مهم است؟

تصور کنید یه مغازهٔ بستنی‌فروشی هر روز قیمتش را بالا می‌برد. این نشانهٔ خوبی است، چون یعنی مردم بیشتر می‌خرند و تقاضا زیاد است. در بازار سهام هم همین‌طور. وقتی قیمت سهم یک شرکت روند صعودی پیدا می‌کند (یعنی قیمتش بالا می‌رود)، می‌تواند نشانهٔ این باشد که شرکت حالش خوب است، سودده‌ی‌اش بالا رفته و تقاضا برای سهامش زیاد است. برعکس، اگر قیمت سهمی روند نزولی پیدا می‌کند، ممکن است نشانهٔ این باشد که شرکت با مشکلاتی روبه‌رو شده یا علاقه به آن سهم کم شده است.

البته حواستان باشد که این فقط یک نشانه است و تنها چیزی نیست که باید به آن توجه کرد. عوامل خیلی زیادی روی قیمت سهام تأثیر دارند؛ مثل وضعیت کلی اقتصاد کشور، اخبار شرکت، و حتی احساسات مردم. ولی بررسی روند قیمت‌ها، شروعی عالی برای تحلیل محسوب می‌شود.

چطور روند قیمت‌ها را ببینیم؟

برای اینکه روند قیمت‌ها را ببینید، لازم است از نمودار قیمت استفاده کنید. چنین نمودارهایی تغییرات قیمت یک سهم را در طول زمان نشان می‌دهند. با نگاه‌کردن به این نمودارها میتوانید ببینید که قیمت سهم بیشتر وقت‌ها در حال بالارفتن است یا در حال پایین‌آمدن.

مثال ۳. میانگین‌گیری برای تشخیص روند

بیایید فرض کنیم قیمت سهام یک شرکت فرضی در پنج روز گذشته به این صورت بوده است:

- روز اول: ۱۰۰۰ تومان
- روز دوم: ۱۰۲۰ تومان
- روز سوم: ۱۰۱۰ تومان
- روز چهارم: ۱۰۴۰ تومان
- روز پنجم: ۱۰۵۰ تومان

برای اینکه ببینیم آیا قیمت در کل در حال افزایش بوده است یا نه، می‌توانیم میانگین قیمت را برای چند روز متفاوت حساب کنیم و ببینیم این میانگین بالا می‌رود یا پایین می‌آید؟

فرض کنیم می‌خواهیم میانگین قیمت را برای سه روز آخر و سه روز اول حساب کنیم:

$$\text{میانگین سه روز اول} = \frac{۱۰۰۰+۱۰۲۰+۱۰۱۰}{۳} = \frac{۳۰۳۰}{۳} = ۱۰۱۰ \text{ تومان}$$

$$\text{میانگین سه روز آخر} = \frac{۱۰۱۰+۱۰۴۰+۱۰۵۰}{۳} = \frac{۳۱۰۰}{۳} \approx ۱۰۳۳/۳۳ \text{ تومان}$$

همان‌طور که می‌بینید، میانگین قیمت از ۱۰۱۰ تومان (برای سه روز اول) به تقریباً ۱۰۳۳٫۳۳ تومان (برای سه روز آخر) افزایش پیدا کرده است. این یک نشانهٔ سادهٔ از روند صعودی در قیمت این سهم در این پنج روزه است. در دنیای واقعی تحلیلگران از ابزارهای پیچیده‌تری مثل «میانگین متحرک»[6] استفاده می‌کنند که همین ایدهٔ میانگین‌گیری را به صورت پیشرفته‌تر انجام می‌دهد. البته همین مثال ساده نشان می‌دهد که چطور با استفاده از عددها می‌شود به دیدی کلی از حرکت قیمت‌ها دست یافت.

یادتان باشد، این فقط یه شروع کوچک است! بازار سهام دنیای بزرگی است که یادگیری‌اش خیلی جالب است.

پی‌نوشت‌ها

1. Stock
2. Shareholder
3. Common Stock
4. Preferred Stock
5. Public Company or Listed Company
6. Moving Average

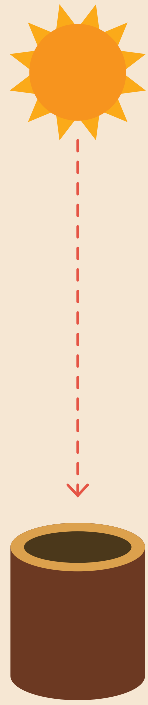
اولین‌ها

مردی که محیط زمین را م

حبیب یوسف‌زاده

می‌گویند حدود ۲۴۰ سال قبل از میلاد مسیح، دانشمندی به نام **اراتوستن** که رئیس کتابخانهٔ بزرگ اسکندریه در مصر بود، در کتابی خواند، حوالی شهر باستانی «سوینه» یا همان «آسوان» امروزی، چاه عمیقی هست که هنگام ظهرِ بلندترین روزِ سال، نور خورشید برای لحظاتی به ته آن عمود می‌تابد و می‌شود انعکاس آفتاب را در آب چاه مشاهده کرد. از این موضوع او نتیجه گرفت که در هر زمان ثابتی، زاویهٔ تابش خورشید در جاهای مختلف دنیا متفاوت است.

اراتوستن متوجه شد که با دانستن زاویهٔ تابش آفتاب در دو نقطه از دنیا، می‌توان اندازهٔ محیط زمین را حساب کرد. با کمال شگفتی، هزاران سال قبل از اختراع تجهیزات جدید اندازه‌گیری، او توانست محیط زمین را با دقت بالایی محاسبه کند. البته در شمارهٔ قبل خواندیم که **ابوریحان بیرونی**، اولین دانشمندی است که محیط کرهٔ زمین را اندازه‌گیری کرد.

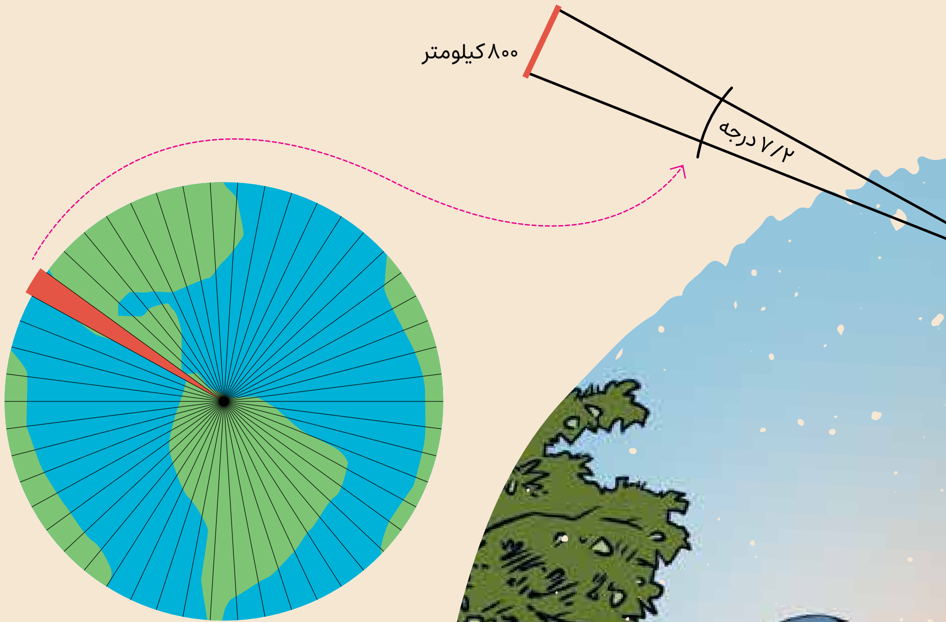


نور خورشید با زاویهٔ صفر درجه به چاه می‌تابد و به‌طور خیره‌کننده‌ای بازتاب می‌شود.

اراتوستن به فکر افتاد که ببیند آیا هنگام ظهرِ بلندترین روز سال، خورشید در اسکندریه هم عمود می‌تابد یا نه؟ او میلهٔ بزرگی را در زمین فرو کرد و منتظر ظهر شد. هنگام ظهر دید که سایهٔ کوتاه میله بر زمین افتاده است و این نشان می‌داد، وقتی خورشید در شهر سوینه عمود می‌تابد، در اسکندریه کمی زاویه دارد. اما آن زاویه چقدر بود؟

اراتوستن می‌دانست که خورشید بسیار دور از زمین قرار دارد و پرتوهای آن موازی هستند.

تصویرگر: فراز بزازادگان



او ارتفاع میله و طول سایه را اندازه گرفت و با رسم یک مثلث فهمید که زاویهٔ تابش خورشید در اسکندریه ۷/۲ درجه است. حالا نیاز داشت که فاصلهٔ بین دو شهر «سوینه» و «اسکندریه» را بداند تا با استفاده از خاصیت‌های مثلث و دایره بتواند محیط زمین را حساب کند.

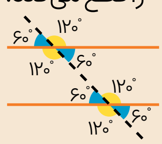
در آن زمان که امکانات مثل امروز نبود، افراد متخصص با پیاده‌طی‌کردنِ فاصلهٔ شهرها، مسافت آن‌ها را به دست می‌آوردند. آن‌ها مسافت بین اسکندریه و سوینه را - با مقیاس امروزی - هشتصد کیلومتر تخمین زده بودند.

در اسکندریه سایهٔ میله نشان می‌داد زاویهٔ پرتوهای خورشید ۷/۲ درجه است.

همین هنگام، در سوینه زاویهٔ تابش نور خورشید «۰» درجه بود.

جایی که خطِ نقطه‌چین، خط نارنجی را قطع می‌کند، دو جفت زاویهٔ یکسان ایجاد می‌شوند.

جایی که خطِ نقطه‌چین، خط نارنجیِ پایین - موازی با خط نارنجی بالا - را قطع می‌کند، زاویه‌هایی همانندِ زاویه‌های بالا ایجاد می‌شود.



زاویهٔ تابش آفتاب در اسکندریه ۷/۲ درجه بود. اراتوستن دو خط فرضی رسم کرد که یکی از وسط میله و دیگری از وسط چاه (در شهر سوینه) می‌گذشتند و در مرکز زمین به هم می‌رسیدند. این خط‌های فرضی نیز یکدیگر را با زاویهٔ ۷/۲ درجه قطع می‌کردند.

قطاع‌های دایره

اگر دو خط از مرکز دایره به محیط آن رسم کنیم، بخشِ بین این دو خط و قوس میان آن‌ها را که شبیه برشی از یک پیتزا است، «قطاع» می‌گویند. با مقایسهٔ زاویهٔ یک قطاع نسبت به کل دایره (۳۶۰ درجه)، می‌توان اندازهٔ آن را حساب کرد.

محاسبهٔ نهایی

اراتوستن می‌دانست که زمین گِرد است و محیط آن دایره‌ای ایجاد می‌کند که مجموع زاویه‌های داخلی‌اش ۳۶۰ درجه است. حالا برای اندازه‌گیری محیط زمین باید حساب می‌کرد فاصلهٔ بین اسکندریه و سوینه چه کسری از محیط زمین است. برای این کار ۳۶۰ را تقسیم بر ۷/۲ کرد و معلوم شد که فاصلهٔ دو شهر یک‌پنجاهم محیط زمین است.

یعنی اگر مسافت میان دو شهر (۸۰۰ کیلومتر) را پنجاه برابر کنیم، مساوی با اندازهٔ محیط زمین خواهد شد:

۵۰×۸۰۰Km =۴۰۰۰۰km

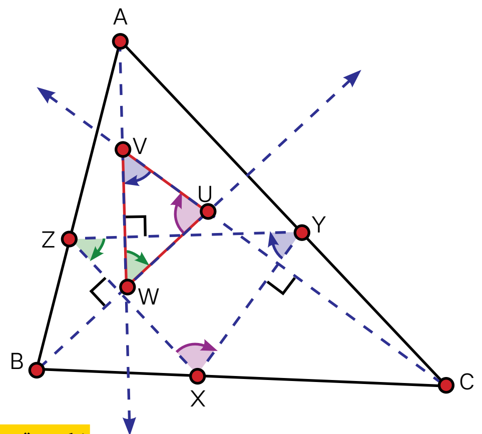
با تجهیزات دقیق امروزی معلوم شده که محیط زمین ۴۰۰۷۵ کیلومتر است. یعنی محاسبهٔ اراتوستن خیلی نزدیک به واقعیت بوده است.

منبع:

DK. (2020). What's the Point of Maths? London: Dorling Kindersley. ISBN: 9780241343524.

قضیهٔ ارسلان و تعمیم‌ها

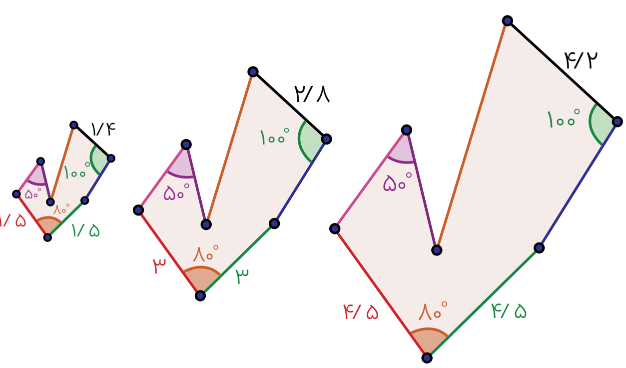
در سال ۱۳۸۹ آقای **ارسلان** مشاهدهٔ جالبی داشتند. ایشان دیدند که اگر در مثلث دلخواه ABC، سه نقطهٔ دلخواه X، Y و Z را به ترتیب روی ضلع‌های BC، AC و AB در نظر بگیریم و سپس عمودهای خارج‌شده از رأس‌های A، B و C بر پاره‌خط‌های ZY، ZX و XY را رسم کنیم و محل تقاطع این عمودها را با یکدیگر W، U و V بنامیم، آنگاه مثلث UVW با مثلث XYZ متشابه است (شکل ۱).



شکل ۱. قضیهٔ ارسلان

کمی دربارهٔ معنای تشابه

متشابه‌بودن تعریف دقیق هندسی دارد و در سال نهم با آن آشنا می‌شوید. اما به‌طور کلی مفهوم تشابه یک معنی ضعیف‌تر از هم‌نهشتی است و هم‌نهشتی هم یک معنی از تساوی برای شکل‌های هندسی است. بنابراین تشابه، «تساوی با چشمان ضعیف» یا «تساوی با چشم‌پوشی از مقیاس» است. موجودی که مقیاس را نمی‌فهمد، شکل‌های متشابه را با یکدیگر برابر می‌بیند. بنابراین مثلاً تمام مربع‌ها یا تمام مثلث‌های متساوی‌الاضلاع با یکدیگر متشابه هستند، اما همهٔ مستطیل‌ها با یکدیگر متشابه نیستند. زیرا مثلاً مستطیلی که طول اضلاعش ۱ و ۳ واحد است، با تغییر مقیاس به مستطیلی که طول اضلاعش ۱ و ۴ واحد است تبدیل نمی‌شود. در شکل ۲ سه هفت‌ضلعی متشابه دیده می‌شود. یک نکتهٔ مهم آنکه ثابت می‌شود در مورد مثلث‌ها (و نه شکل‌های با تعداد ضلع بیشتر)، متشابه‌بودن معادل است با برابربودن سه زاویه از دو مثلث. می‌توانید با رسم دو مثلث، مثلاً با زاویه‌های ۱۲۰، ۴۵ و ۱۵ درجه، درستی این عبارت را بررسی کنید.



شکل ۲: هفت‌ضلعی‌های متشابه

برهان قضیهٔ ارسلان:

در شکل ۱ نقطهٔ تقاطع خط‌چین‌های CV و XY به همراه نقطه‌های C و Y یک مثلث را تشکیل می‌دهند. همچنین نقطهٔ تقاطع خط‌چین‌های AW و ZY به همراه نقطه‌های A و Y مثلث دیگری را تشکیل می‌دهند. با نوشتن مجموع زاویه‌های این مثلث، دو تساوی روبه‌رو به‌دست می‌آیند: $\angle ZYA = 90 - \angle VAC$ و $\angle XYC = 90 - \angle VCA$.

از جمع طرفین تساوی نیز داریم:

$$\angle ZYA + \angle XYC = 90 - \angle VAC + 90 - \angle VCA = 180 - \angle VAC - \angle VCA$$

اما دقت کنید که با اضافه‌کردن زاویهٔ $\angle XYZ$ به سمت چپ تساوی، روی شکل زاویهٔ $\angle AYC$ تشکیل می‌شود که یک خط راست و بنابراین ۱۸۰ درجه است:

$$180 = \angle ZYA + \angle XYC + \angle ZYX = 180 - \angle VAC - \angle VCA + \angle ZYX$$

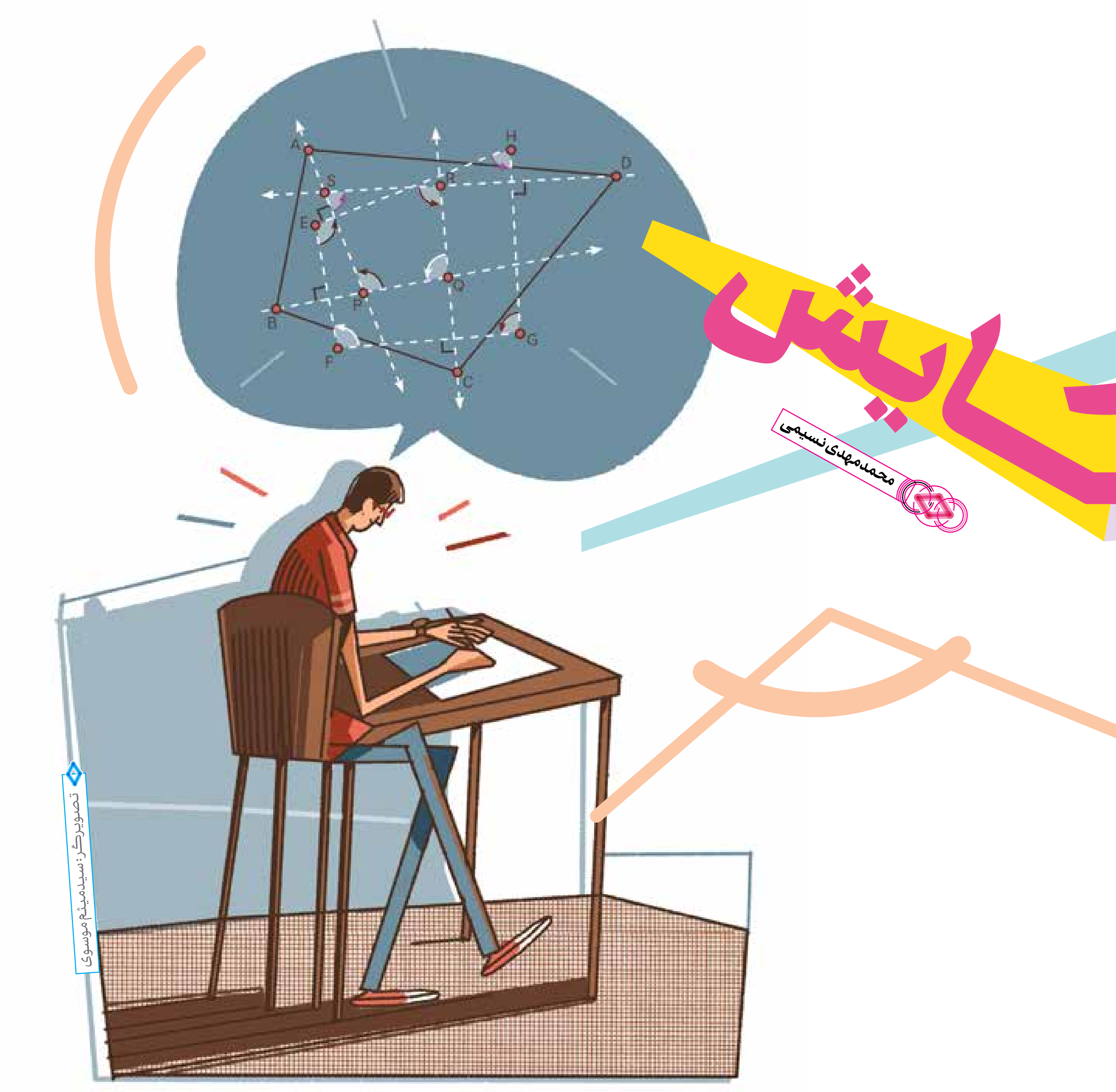
پس: $-\angle VAC - \angle VCA + \angle ZYX = 0$

و در نتیجه $\angle VAC + \angle VCA = \angle ZYX$.

از طرف دیگر در مثلث VAC برای زاویهٔ خارجی $\angle WVU$ داریم:

$$\angle VAC + \angle VCA = \angle WVU$$

بنابراین: $\angle WVU = \angle ZYX$ و کار تمام است. زیرا برابری دو زاویهٔ دیگر از مثلث‌های WUV و XYZ نیز به روش مشابه به‌دست می‌آید.



محمدمهدی نسیمی

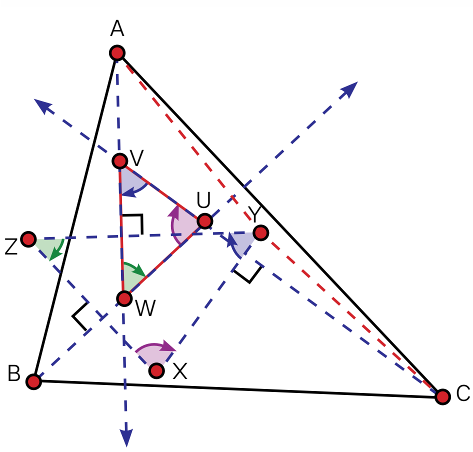
تصویرگر: سیدمیثم موسوی

اما چه می‌شود اگر؟!

«اما چه می‌شود اگر...؟» عبارتی است که همیشه دوست دارم از دانش‌آموزانم بشنوم. وقتی کسی به تغییردادن صورت مسئله فکر می‌کند و به خودش اجازه می‌دهد که دربارهٔ «اما چه می‌شود اگر» تخیل کند، مسئلهٔ خودش را می‌سازد. وقتی در این کار استمرار بورزید و دستهٔ بزرگی از «مسئله‌های خودم» را بسازید، الگویی میان آن‌ها پیدا می‌کنید و این کار، هم کمک می‌کند که خود را بهتر بشناسید و هم اجازه می‌دهد که سؤال‌های عمیق‌تر و خلاقانه‌تری بپرسید.

دربارهٔ قضیهٔ ارسلان هم می‌شود پرسید که: «اما چه می‌شود اگر اجازه دهیم نقطه‌های X، Y و Z داخل یا خارج مثلث باشند؟ آیا همچنان مثلث‌ها متشابه می‌شوند؟» (شکل ۳) (قضیهٔ ارسلان ۲).

لطفاً ابتدا به کمک خط‌کش و پرگار و یا به کمک نرم‌افزارهایی مثل «جئوجبرا» درستی این حدس را بررسی کنید.



شکل ۳. قضیهٔ ارسلان ۲. دیگر AYC∠ یک خط راست نیست

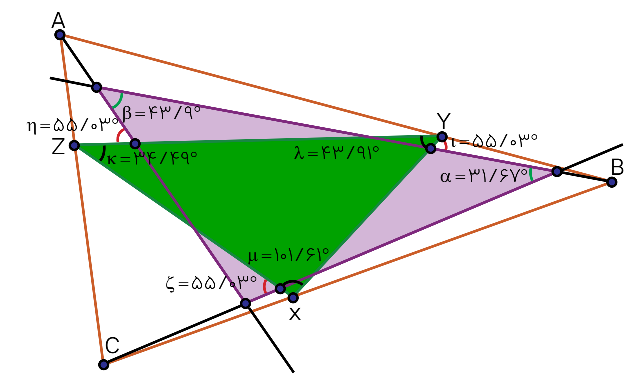
برهان قضیهٔ ارسلان ۲

تفاوت اصلی این برهان و برهان قضیهٔ ارسلان در این است که دیگر $\angle AYC$ یک خط راست نیست (شکل ۳)؛ با این حال داریم:
$\angle ZYA=90-\angle VAY$ و $\angle XYC=90-\angle VCY$. اما چون:
$\angle YAC=\angle VAC-\angle VAY$ و $\angle YCA=\angle VCA-\angle VCY$

در مثلث AYC به دست می‌آید که:
$$\angle AYC=180-(\angle VCA-\angle VCY+\angle VAC-\angle VAY)$$
همچنین دقت کنید که مجموع زاویه‌های حول نقطهٔ Y زاویهٔ ۳۶۰ درجه را تشکیل می‌دهند. پس:
$$\begin{aligned}\angle ZYX&=360-(\angle AYC+\angle ZYA+\angle XYC)\\&=360-(180-(\angle VCA-\angle VCY+\angle VAC-\angle VAY)+\\&\quad \angle ZYA+\angle XYC)\end{aligned}$$
با ساده‌کردن این تساوی مشابه قبل به‌دست می‌آید که: $\angle ZYX=\angle VAC+\angle VCA$ و از تساوی $\angle VAC+\angle VCA=\angle WVU$ برابری $\angle WVU=\angle ZYX$ حاصل می‌شود.

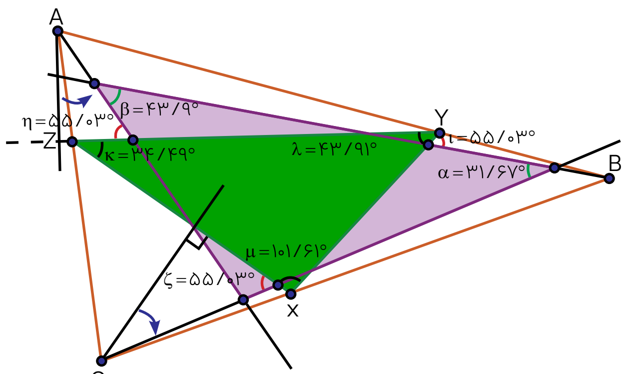
باز «اما چه می‌شود اگر» نیاز نباشد از رأس‌ها حتماً خط عمود رسم کنیم؟ به بیان دقیق‌تر، آیا قضیهٔ ارسلان به خاطر ۹۰ درجه بودن زاویه‌ها برقرار است یا صرفاً اینکه زاویه‌ها با یکدیگر برابر باشند کافی است؟

شکل ۴ یک مثال از این حالت است. در واقع اینجا به جای زاویه‌های قائمهٔ برابر، زاویه‌های قرمزرنگ برابر را داریم. اما زاویه‌های مثلث‌های سبزرنگ و صورتی‌رنگ برابر نیستند و بنابراین متشابه نیستند. این یک نمونه از «اما چه می‌شود اگر»ی است که کار نمی‌کند.



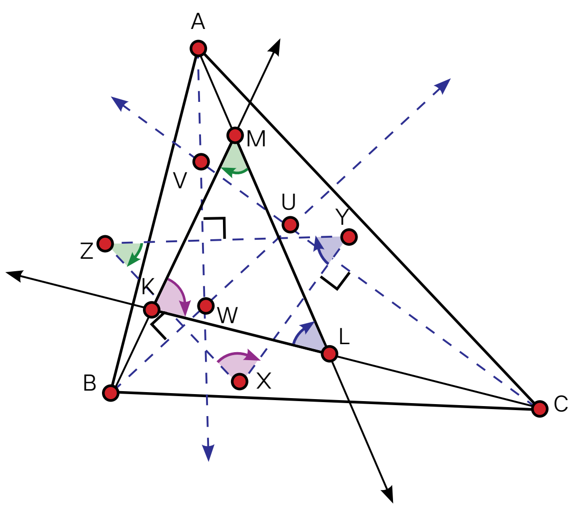
شکل ۴. مثلث‌های سبزرنگ و صورتی‌رنگ با یکدیگر متشابه نیستند

اما صبر کنید! در شکل ۴ عمودهایی را که در قضیهٔ ارسلان ۱ معرفی شدند رسم کرده‌ایم. همان‌طور که می‌بینید، درست است که زاویه‌های قرمزرنگ با یکدیگر برابرند، اما نسبت به خط عمود در جهت‌های متفاوتی چرخیده‌اند. برای نمونه در رأس C، خط عمود در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کرده و زاویهٔ قرمزرنگ را تشکیل داده، اما در رأس A خط عمود در جهت خلاف عقربه‌های ساعت حرکت کرده است. این موضوع تقارن شکل را بر هم می‌زند. بنابراین اجازه دهید علاوه بر برابری زاویه‌ها، جهت حرکت خط‌های عمود را هم یکسان بگیریم (شکل ۵).



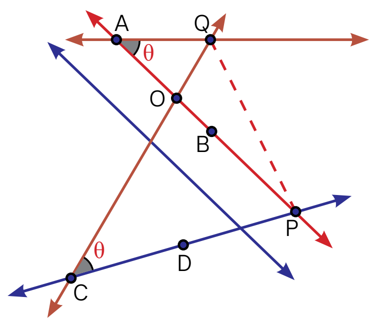
شکل ۵. زاویه‌ها برابرند، اما تقارن برقرار نشده است

قضیهٔ ارسلان ۳. دو مثلث دلخواه ABC و XYZ را در نظر بگیرید. از رأس‌های A، B و C خط‌هایی را بگذرانید که اولاً با پاره‌خط‌های ZY، ZX و XY زاویه‌های برابری را بسازند و ثانیاً هر سهٔ این خط‌ها با یک دوران مناسب بر خط‌های ZY، ZX و XY عمود شوند. محل تقاطع این خط‌ها با یکدیگر را U، W و V بنامید. مثلث UVW با مثلث XYZ متشابه است (شکل ۶).



شکل ۶. قضیهٔ ارسلان ۳

برای اثبات این قضیه ابتدا توجه کنید که اگر مانند شکل ۷ دو خط AB و CD را که در P یکدیگر را قطع کرده‌اند، با اندازه و جهت یکسانی به ترتیب حول A و C دوران بدهیم تا خط‌های دوران‌یافته یکدیگر را در نقطهٔ Q قطع کنند، آنگاه: $\angle APC = \angle AQC$. زیرا دو مثلث AOQ و COP دو زاویهٔ برابر دارند و از آنجا که مجموع زاویه‌های همهٔ مثلث‌ها با یکدیگر برابر است، زاویهٔ سوم AOQ و COP نیز باید با یکدیگر برابر باشد.



شکل ۷

برهان قضیهٔ ارسلان ۳

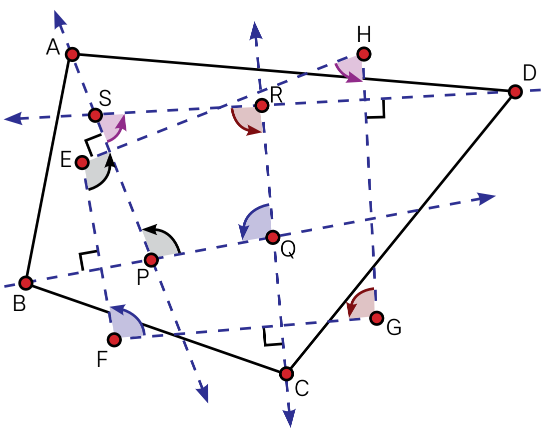
با توجه به شکل ۶، خط‌های AM و BM به ترتیب از دوران دو خط AW و BW حول A و B با زاویه و جهت یکسان به‌دست آمده‌اند. بنابراین طبق توضیحات شکل ۷، $\angle VWU = \angle KML$. به شیوهٔ مشابه می‌توانید بررسی کنید که دو مثلث KML و VWU با یکدیگر متشابه هستند. اما از آنجایی که VWU با مثلث ABC متشابه بود، بنابراین KML نیز با ABC متشابه است.

جمع‌بندی

متشابه‌بودن مثلث‌ها پدیده‌ای بود که در قضیهٔ ارسلان ۱ به حساب نقطه‌های روی ضلع‌های مثلث زده شده بود. با تعمیم قضیه به «نقطه‌های دلخواه» دیدیم که این پدیده ربطی به مکان Z، Y و X نداشت. با تعمیم بعدی دیدیم که حتی زاویهٔ ۹۰ درجه نیز ضروری نیست، اما برابری جهت و اندازهٔ زاویه‌ها ضروری است. به‌علاوه اگر دقت کنید، ضلع‌های چندضلعی‌ها در هیچ گامی نقش نداشته‌اند. بنابراین می‌توانیم بگوییم این قضیه دربارهٔ «تعدادی نقطه» است نه چندضلعی‌ها.

شما بررسی کنید

۱. چه می‌شود اگر به جای مثلث‌ها، چهارضلعی‌ها را بررسی کنیم؟ آیا هنوز تشابه یا برابری زاویه‌ها برقرار است؟ شکل ۸ یک نمونه از قضیه ارسلان را برای چهارضلعی‌ها نشان می‌دهد. ابتدا صورت قضیه را به صورت کامل بنویسید. سپس به کمک خط‌کش و پرگار و یا نرم‌افزارهای هندسی حدس خود را آزمایش کنید. اگر درست بود بکوشید آن را اثبات کنید.



شکل ۸. قضیهٔ ارسلان برای چهارضلعی‌ها

۲. چه می‌شود اگر از دنیای دوبعدی به دنیای سه‌بعدی برویم و قضیهٔ ارسلان را به جای مثلث‌ها برای هرم‌ها بررسی کنیم؟

نتایج بررسی‌های خود را به رایانامهٔ مجله به نشانی زیر ارسال کنید.

borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

منبع:

de Villiers, M. (2012). Generalizing a theorem of Arsalan Wares. The Scottish Mathematical Council Journal, (42), 41-43. Stellenbosch University.

گفت‌وگو با دکتر جواد ابراهیمی بروجنی، عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی شریف

ریاضیات کمک می‌کند انسان موفق‌تری باشیم!

محمد دشتی

«چهره‌ای سخت‌کوش و درخشان در ریاضیات و علوم رایانه» شاید عنوان مناسبی برای دکتر **جواد ابراهیمی بروجنی** باشد. جوانی اندیشمند و پژوهشگر که با دریافت مدال طلای المپیاد ریاضی ایران و داشتن رتبهٔ پنجم المپیاد رایانه این فرصت را پیدا می‌کند که بدون شرکت در آزمون سراسری دانشگاه (کنکور)، وارد دانشگاه شریف شود. کاری بزرگ که با تلاش، همت و پشتکار باز هم موفق به تکرار آن می‌شود و می‌تواند ضمن کسب مجدد طلای مسابقه‌های ریاضیات ایران، جایزه‌های اول و دوم در مسابقه‌های بین‌المللی ریاضیات چک، لهستان و مقدونیه را نیز از آن خود کند. علاوه بر آن رتبهٔ دوم نهمین المپیاد بین‌المللی دانشجویان کارشناسی ایران را نیز به دست آورد.

آقای دکتر ابراهیمی با صمیمیت، شوق و لطف، گفت‌وگو با مجلهٔ رشد ریاضی برهان را پذیرفت و توانستیم با ایشان که در حال حاضر به‌عنوان استادیار دانشکدهٔ ریاضی و عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی شریف مشغول خدمت است، به گفت‌وگو بنشینیم. در ادامه حاصل این گپ‌وگفت صمیمی را با هم می‌خوانیم.

در آغاز و برای آشنایی بیشتر خوانندگان و مخاطبان مجلهٔ رشد ریاضی برهان، خودتان را به اختصار معرفی کنید و از دوران تحصیلی و دوره‌های متفاوت آن که پشت سر گذاشته‌اید، بگویید.

به نام خدا. من جواد ابراهیمی بروجنی هستم، متولد سال ۱۳۶۰ شهرستان بروجن، در استان زیبا و سرسبز چهار محال و بختیاری. دورهٔ دبیرستان را در رشتهٔ ریاضی و در دبیرستان نمونهٔ دولتی **امام خمینی**[ره] شهرستان بروجن به پایان رساندم. با توجه به کسب مدال طلا در المپیاد کشوری ریاضی، توانستم بدون شرکت در آزمون سراسری وارد دانشگاه شریف شوم و دورهٔ کارشناسی را در رشتهٔ ریاضی در دانشکدهٔ علوم ریاضی این دانشگاه به پایان برسانم. دورهٔ کارشناسی ارشد و دکترا را به ترتیب در رشتهٔ ریاضی از دانشگاه «سایمون فریزر»[1] کانادا، و رشتهٔ علوم رایانه را در «مؤسسهٔ فناوری فدرال لوزان» سوییس به پایان رساندم. همچنین دورهٔ پسادکترا را در دانشگاه چینی (هنگ‌کنگ) گذراندم و توانستم مدرک دکترای تخصصی ارتباطات و علوم رایانه را از مؤسسهٔ فدرال لوزان سوییس دریافت کنم. ضمن اینکه پژوهشگر پسادکترای دانشگاه صنعتی شریف بودم. در حال حاضر نیز عضو هیئت علمی دانشکدهٔ علوم ریاضی همین دانشگاه هستم.

با توجه به اینکه محور و موضوع مجلهٔ رشد ریاضی برهان که برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه منتشر می‌شود، درس ریاضی است، لطفاً درخصوص اهمیت درس ریاضی، به‌خصوص در دورهٔ متوسطه، برایمان بگویید؟

درس ریاضی، چه در دورهٔ ابتدایی و چه در دورهٔ متوسطه، علاوه بر اینکه در شکل‌گیری ذهنیت منطقی دانش‌آموزان تأثیر بسیار عمیقی دارد، کمک می‌کند که در آینده و در هر رشته‌ای که دانش‌آموز در آن ادامه تحصیل دهد، موفق‌تر باشد. این موضوع

خیلی مهم است که فراگیری و درک درست از مفهوم‌های ریاضی می‌تواند به ایجاد ذهنی ساختاریافته و به خلاقیت فرد کمک کند. به واسطهٔ داشتن چنین مهارت‌هایی، فرد می‌تواند در آینده در هر رشته و حرفه‌ای که انتخاب می‌کند موفق‌تر باشد.

درس ریاضی تا چه حد برای خودتان جذاب بوده است؟ چرا؟

من از همان دورهٔ ابتدایی به ریاضی خیلی علاقه داشتم. یکی از دلایل علاقه‌ام نیز این بود که در آن زمان حل‌کردن مسئله‌های چالشی و از جمله مسئله‌های ریاضی، برایمان حکم تفریح و سرگرمی پیدا کرده بود؛ دقیقاً مثل حل یک جورچین یا معما. البته که بخشی از این حس خوب به خاطر تشویق دیگران و به‌خصوص پدر و مادر و معلمانم بود.

به نظر شما جذابیت‌های خاص درس ریاضی و به‌طور کلی علم ریاضی در چیست؟ آیا خاطره‌ای از درس ریاضی دارید که برای مخاطبان مجله بیان کنید.

یکی از جذابیت‌های خیلی مهم در علم ریاضی، وجود نوعی زیبایی در این علم است؛ چیزی شبیه هنر. مثلاً یافتن الگوهای منظم در ریاضی خیلی جذاب است. یا مثال دیگری که فکر می‌کنم تا حدی می‌تواند حس شخصی‌ام را در مورد ریاضی توضیح دهد، مشاهدهٔ تصویرهای «استریوگرام» (سه‌بعدی پنهان) است. ابتدا شما تصویر نامفهومی را می‌بینید، ولی اگر تمرکز نگاه را تغییر دهید، ناگهان در میان آن تصویر نامفهوم، به‌طرز شگفت‌انگیزی تصویری شفاف، واضح و دارای عمق مشاهده می‌کنید. چنین حسی وقتی که مسئله یا مفهومی را درک می‌کنید نیز به شما دست می‌دهد. ناگهان چیزهایی برایتان روشن و واضح می‌شوند که قبل از آن خیلی مبهم بودند. این موضوع حس خاصی به آدم می‌دهد و بسیار لذت‌بخش است.

یکی از خاطراتی که از کلاس پنجم دبستان در ذهن دارم و احتمالاً یکی از اولین دلایلی بوده است که به ریاضی علاقه‌مند شدم، مربوط به مقایسهٔ کسرهاست. در درس ریاضی در مورد مقایسهٔ دو کسر که صورت یکسان یا مخرج یکسان دارند مطالبی یاد گرفته بودیم، ولی بر اساس تجربه متوجه شده بودم که اگر دو کسر کوچک‌تر از واحد داشته باشیم که تفاوت صورت و مخرج هر دو کسر با یکدیگر برابر باشد، آنگاه کسری بزرگ‌تر است که صورت بزرگ‌تری دارد. مثلاً اختلاف صورت و مخرج دو کسر دوسوم و چهارپنجم برابر با یک است، پس چهارپنجم بزرگ‌تر است. چون به تجربه این موضوع را مشاهده کرده بودم، فکر می‌کردم که قانونی را کشف کرده‌ام. تا اینکه روزی یکی از معلمان از من پرسید که چرا چنین چیزی همیشه درست است؟ مدت‌ها به این موضوع فکر می‌کردم که دلیل این موضوع چیست و سرانجام یک روز در مسیر مدرسه به خانه به دلیل درستی این موضوع پی بردم. این اولین تجربهٔ من در مورد اثبات‌کردن بود. وقتی دلیل درستی تجربه‌ام را فهمیدم، حس کردم ریاضی چقدر شیرین و جذاب است.

به‌عنوان اندیشمند و پژوهشگری که در دورهٔ تحصیلی و در شهرستان بروجن، مخاطب و دریافت‌کنندهٔ مجلهٔ رشد ریاضی برهان بوده‌اید، خاطرات و نظر خود را در خصوص این مجله بیان بفرمایید.

در دوران تحصیلم در بروجن که شهر کوچکی واقع در استان چهارمحال و بختیاری است، پیدا کردن مجلهٔ رشد ریاضی برهان کار ساده‌ای نبود. البته بروجن معلمان بسیار خوبی داشت ـ و دارد ـ که به برکت وجود آنان، همواره جو فرهنگی خوبی بر شهر حاکم بوده است، ولی به هر حال مشکلات یک شهر کوچک را هم همراه دارد. وقتی کلاس دوم دبیرستان بودم برای اینکه بتوانم کتاب‌های ریاضی و نشریاتی مانند نشریهٔ برهان یا مجلهٔ رشد ریاضی را خریداری کنم، در طول تابستان کار می‌کردم و همهٔ پولی را که در آن مدت به دست می‌آوردم، برای خرید کتاب و این‌گونه مجله‌ها خرج می‌کردم. جالب است که بگویم هنوز هم این کتاب‌ها را دارم و از آن‌ها بسیار آموخته‌ام.

می‌گویند ریاضی پرکاربردترین دانش و مادر تمام علوم است. نظر شما چیست؟

من هم به دلایل زیادی با این جمله موافقم. بخشی از دلایلم به همان سؤال «تأثیر علم ریاضی بر ذهن چیست؟» بر می‌گردد. ریاضی حتی به صورت غیرمستقیم و از طریق پیشرفت‌هایی که در سال‌های اخیر در حوزهٔ هوش مصنوعی صورت گرفته نیز در اغلب زمینه‌ها تأثیرگذار شده است.

عده‌ای دیگر ریاضیات را ابزار قدرتمند درک جهان می‌دانند. آیا شما این ایده را قبول دارید؟

برای پاسخ به این سؤال باید کمی احتیاط کنم. راستش نمی‌دانم که با ریاضی تا چه حدی می‌توانیم حقایق جهان هستی را درک کنیم. شاید مقدار کمی از آن را بتوانیم درک کنیم، ولی بین ابزارهایی که در اختیار داریم، احتمالاً یکی از قوی‌ترین ابزارهایمان ریاضی باشد.

با توجه به اینکه با مجلهٔ رشد ریاضی برهان آشنا هستید، بفرمایید نظرتان دربارهٔ این مجله چیست و علاوه بر مطالب فعلی، چه مطالبی مناسب است که در آن چاپ شود؟

به نظرم هنوز هم این مجله یکی از نشریات پربار علمی در زمینهٔ ریاضی دورهٔ متوسطه است و می‌تواند به تأثیرگذاری خود ادامه دهد. شاید اضافه‌شدن داستان ریاضی‌دانان برجستهٔ ایران و جهان بتواند باعث جذابیت بیشتر محتوای مجله و ایجاد انگیزه بین مخاطبان آن شود.

پی‌نوشت

1. Simon Fraser

محاسبهٔ «ب.م.م.» و «ک.م.م.» به روشی دیگر

سعید حسنیان اصفهانی

برای محاسبهٔ «ب.م.م.» و «ک.م.م.» دو عدد، قبلاً روش‌هایی آموخته‌اید. با بررسی این روش‌ها و کمی خلاقیت، به روشی دیگر می‌پردازیم.

مثلاً برای محاسبهٔ (۲۰ و ۱۲) و [۲۰ و ۱۲] چنین جدولی رسم می‌کنیم:

۱۲		۲۰

سپس به این فکر می‌کنیم که ۲۰ و ۱۲ هر دو بر چه عددی بخش‌پذیرند. ابتدا ۲ را در نظر می‌گیریم و آن را در ستون وسط بین ۲۰ و ۱۲ می‌نویسیم و ۲۰ و ۱۲ را به ۲ تقسیم می‌کنیم و حاصل را زیر آن‌ها می‌نویسیم. دوباره به این فکر می‌کنیم که ۱۰ و ۶ هر دو به چه عددی بخش‌پذیرند. ۱۰ و ۶ را به ۲ تقسیم می‌کنیم و حاصل را که ۵ و ۳ است، زیر آن‌ها می‌نویسیم. می‌دانیم ۵ و ۳ هر دو فقط به عدد ۱ بخش‌پذیرند، پس ستون وسط را می‌بندیم و حاصل ضرب عددهای ستون وسط را زیر آن و در ردیف ۵ و ۳ می‌نویسیم؛ مانند جدول روبه‌رو:

۱۲	۲	۲۰
۶	۲	۱۰
۳	۴	۵

و داریم:

(۲۰ و ۱۲) = ۴ و [۲۰ و ۱۲] = ۳ × ۴ × ۵

اگر در ابتدای کار به فکرمان رسید که ۲۰ و ۱۲ هر دو بر عدد ۴ بخش‌پذیرند، در جدول می‌نویسیم:

۱۲	۴	۲۰
۳	۴	۵

و داریم:

(۲۰ و ۱۲) = ۴ و [۲۰ و ۱۲] = ۳ × ۴ × ۵

در حالتی دیگر امکان دارد دو عدد به گونه‌ای باشند که هر دو فقط به عدد ۱ بخش‌پذیر باشند. در این صورت عدد ۱ را در ستون وسط، بین دو عدد می‌نویسیم؛ مانند جدول روبه‌رو:

۱۰	۱	۱۳

و داریم:

(۱۳ و ۱۰) = ۱ و [۱۳ و ۱۰] = ۱۰ × ۱ × ۱۳

در ادامه دو مثال دیگر را مشاهده می‌کنید:

۵۶	۲	۱۵۰
۲۸	۲	۷۵

(۱۵۰ و ۵۶) = ۲ و [۱۵۰ و ۵۶] = ۲۸ × ۲ × ۷۵

۲۵۰	۱۰	۱۵۰۰
۲۵	۵	۱۵۰
۵	۵	۳۰
۱	۲۵۰	۶

(۱۵۰۰ و ۲۵۰) = ۲۵۰ و

[۱۵۰۰ و ۲۵۰] = ۱ × ۲۵۰ × ۶

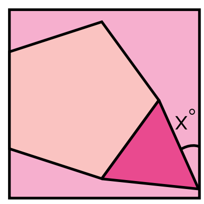
مسئله

مسیرهای متفاوت زاویه

جعفر اسدی گرمارودی

بعد از چندین شماره، در این شماره مسئله‌ای هندسی در ارتباط با زاویه ارائه خواهد شد. مجموع زاویه‌های چندضلعی‌ها که دانش‌آموزان در پایهٔ هشتم یاد می‌گیرند، پیش‌نیاز حل این سؤال خواهد بود.

مسئله: در شکل ۱، پنج‌ضلعی و مثلث داده شده در مربع منتظم هستند. مقدار زاویهٔ x را به دست آورید.



شکل ۱

با توجه به اینکه در شکل ۱ مثلث، مربع و پنج‌ضلعی منتظم هستند، اندازهٔ هر زاویهٔ این شکل را می‌توان به‌دست آورد.

یادآوری می‌شود که در شکل‌های منتظم، اندازهٔ هر زاویه از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

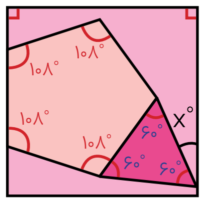
$$\text{هر زاویه در چندضلعی منتظم} = \frac{(n-۲)\times ۱۸۰}{n}$$

بنابراین:

$$\text{هر زاویهٔ مثلث متساوی‌الاضلاع} = \frac{(۳-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۳} = ۶۰^\circ$$

$$\text{هر زاویهٔ پنج‌ضلعی منتظم} = \frac{(۵-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۵} = ۱۰۸^\circ$$

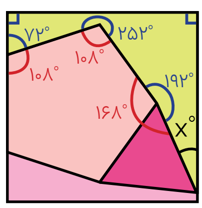
هر زاویهٔ مربع هم که برابر ۹۰ درجه است. این اطلاعات را وارد شکل ۲ می‌کنیم.



شکل ۲

اکنون برای رسیدن به x سه مسیر متفاوت داریم که در ادامه به کمک شکل این سه مسیر را شرح می‌دهیم.

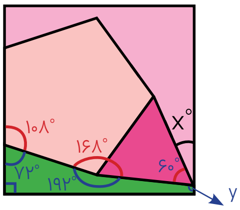
مسیر اول: در شکل ۳، x در یک شش‌ضلعی نمایش داده شده است. زاویه‌های این شش‌ضلعی با توجه به زاویه‌های سه شکل منتظم قابل محاسبه و در شکل نوشته شده‌اند. می‌دانیم که طبق فرمول $(n-۲)\times ۱۸۰^\circ$، مجموع زاویهٔ شش‌ضلعی ۷۲۰ درجه است. اگر ۵ زاویهٔ این شش‌ضلعی را داشته باشیم که داریم، می‌توان زاویهٔ ششم یعنی x را به دست آورد:



شکل ۳

$$x = ۷۲۰^\circ - (۹۰^\circ + ۹۰^\circ + ۷۲^\circ + ۲۵۲^\circ + ۱۹۲^\circ)$$
$$x = ۷۲۰^\circ - ۶۹۶^\circ = ۲۴^\circ$$

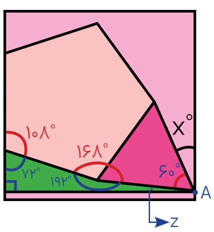
مسیر دوم: در پایین شکل ۴ یک پنج‌ضلعی مشخص شده که اندازهٔ چهار زاویهٔ آن به‌دست آمده است. اگر زاویهٔ پنجم یا همان y را به دست آوریم، زاویهٔ x به‌راحتی به‌دست می‌آید؛ زیرا x و زاویهٔ مثلث و y یک زاویهٔ نیم‌صفحه را تشکیل می‌دهند:



شکل ۴

$$y = ۵۴۰^\circ - (۹۰^\circ + ۷۲^\circ + ۹۰^\circ + ۱۹۲^\circ)$$
$$= ۵۴۰^\circ - ۴۴۴^\circ = ۹۶^\circ$$
$$x = ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + y)$$
$$= ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + ۹۶^\circ) = ۲۴^\circ$$

مسیر سوم: همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، به موازات ضلع پایین مربع، در نقطهٔ A یک خط رسم شده و یک چهارضلعی به‌دست آمده است. اگر z را به دست آوریم، با توجه به اینکه x و z و زاویهٔ مثلث در مجموع ۹۰° هستند، x نیز به دست خواهد آمد. z نیز با توجه به اینکه در چهارضلعی قرار دارد و سه زاویهٔ آن مشخص است، به روش زیر به‌دست خواهد آمد:



شکل ۵

$$z = ۳۶۰^\circ - (۱۹۲^\circ + ۷۲^\circ + ۹۰^\circ)$$
$$= ۳۶۰^\circ - ۳۵۴^\circ = ۶^\circ$$

و حالا x:

$$x = ۹۰^\circ - (۶۰^\circ + ۶^\circ) = ۲۴^\circ$$

در این مسئله، برخلاف مسئله‌های شماره‌های قبلی، از عنوان مسیر به جای راه‌حل استفاده شده است. دلیل این موضوع از نظر نویسنده، ماهیت یکسان و نزدیکی سه مسیر بود و تفاوت چندانی در راه‌حل ایجاد نمی‌کرد، اما برای رسیدن به x، مسیرها متفاوت بود.

کلاس آقای رهنما

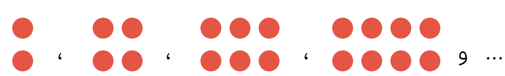
راهبرد الگویابی

محمدتقی طاهری تنجانی

راهبرد الگویابی یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین راهبردها در حل مسئله‌ها، به‌خصوص مسئله‌های ریاضی و منطقی است. این راهبرد به معنای شناسایی نظم، قاعده یا الگویی در داده‌ها یا مرحله‌های شکل‌گیری یک مسئله است تا بتوان با استفاده از آن به راه‌حل مسئله رسید یا روند حل را ساده‌تر کرد. الگوها همه جا حضور دارند. در زندگی روزمره هزاران الگو وجود دارد. در سنگ‌فرش‌های خیابان‌ها، خانه‌ها و پارک‌ها، در طراحی‌های هنری و معماری، و به‌طور کلی در صنعت نشانه‌های بسیاری از وجود الگوها در زندگی روزمره مشاهده می‌شوند. در شروع درس، آقای رهنما (دبیر ریاضی) این موضوع‌ها را شرح داد.

یکی از دانش‌آموزان پرسید: «آقا خود الگویابی یعنی چه؟»

آقای رهنما: الگو ساختاری منظم از شکل‌ها، تصویرها، صداها، نمادها و حتی اتفاق‌ها و یا عددهاست که امکان دارد تکرارشونده، رشدیابنده یا ترکیبی از این دو باشد. اجازه دهید با چند مثال ریاضی با این راهبرد بیشتر آشنا شویم. به دایره‌هایی که روی تختهٔ کلاس رسم می‌کنم توجه کنید. حدس می‌زنید در مرحلهٔ صدم چه تعداد دایره وجود دارد؟



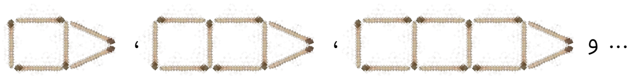
مرحلهٔ ۱ — مرحلهٔ ۲ — مرحلهٔ ۳ — مرحلهٔ ۴

مصطفوی: آقا این سؤال خیلی ساده است. تعداد دایره‌های هر مرحله دو برابر شمارهٔ آن مرحله است. پس در مرحلهٔ صدم، ۲۰۰ دایره داریم.

آقای رهنما: آفرین! حالا می‌توانی بگویی اگر مرحلهٔ nام باشد، تعداد دایره‌ها چندتاست؟

مصطفوی: دوبرابر تعداد مرحله، پس می‌شود 2n.

آقای رهنما: آفرین. خب این سؤال ساده‌ای بود. حالا به الگوی چوب‌کبریتی شکل ۱ نگاه کنید و بگویید در مرحلهٔ هزارم چند چوب‌کبریت به کار می‌رود؟



مرحلهٔ ۱ — مرحلهٔ ۲ — مرحلهٔ ۳

شکل ۱

حسینی: آقا در هر مرحله به تعداد شمارهٔ مرحله مربع داریم، به علاوهٔ دو چوب‌کبریت. پس در مرحلهٔ هزارم، هزار مربع و دو تا چوب‌کبریت داریم. فکر کنم می‌شود ۲۰۰۲ تا چوب‌کبریت!

آقای رهنما: حدس اولیه درست است، اما تعداد چوب‌کبریت‌ها را اشتباه محاسبه کردی! بهتر است از یک جدول کمک بگیریم و نمودار تصویری را به رابطهٔ عددی نظیر کنیم.

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	...	۱۰۰۰
تعداد چوب‌کبریت	۶	۹	۱۲	...	؟

جدول ۱

حالا الگو را حدس بزنید. همان‌طور که آقای حسینی گفتند، در هر مرحله به تعداد مرحله، مربع با دو چوب‌کبریت اضافی وجود دارد. اما چون مربع‌ها ضلع مشترک دارند، پس در هر مربع سه چوب‌کبریت محاسبه می‌شود. پس در هر مرحله ۳ تا به تعداد مرحلهٔ قبل اضافه می‌شود.

مرحلهٔ اول = ۳+۳ = ۳×۲

مرحلهٔ دوم = (۳+۳)+۳ = ۳×۳

مرحلهٔ سوم = ((۳+۳)+۳)+۳ = ۳×۴

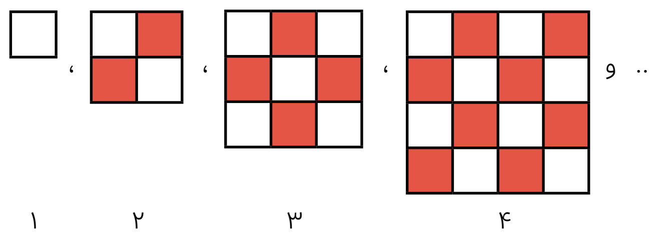
⋮

مرحلهٔ هزارم = ۱۰۰۰×۱۰۰۱

حسینی: پس می‌شود یک قاعدهٔ کلی هم برای آن بنویسیم؟

آقای رهنما: بله. اگر مرحلهٔ مورد نظر را n در نظر بگیریم، قاعدهٔ کلی بر حسب n می‌شود: $n(n+1)$.

حالا به این سؤال توجه کنید: مربع‌هایی به طول ضلع واحد در دنبالهٔ مربع‌های شکل ۲ می‌سازیم. دنبالهٔ مساحت‌ها و محیط‌های مربع‌ها را به دست آورید و یک الگوی کلی مشخص کنید.



شکل ۲

مصطفوی: آقا من با همان جدولی که شما فرمودید مسئله را جلو بردم. اجازه می‌دهید راه حلم را روی تخته توضیح دهم؟!

آقای رهنما: بفرمایید جانم!

مصطفوی جدول ۲ را روی تختهٔ کلاس رسم کرد.

شمارهٔ شکل	۱	۲	۳	۴	
طول ضلع	۱	۲	۳	۴	
مساحت	۱	۴	۹	۱۶	
محیط	۴	۸	۱۲	۱۶	

جدول ۲

آقای رهنما: آفرین، حالا با مقایسهٔ ردیف شمارهٔ شکل و مساحت چه الگویی پیدا می‌شود؟

مصطفوی: عددهای مساحت‌ها همه مربع کامل‌اند؛ توان دوم شمارهٔ مرحله. پس در مرحلهٔ nام می‌شود n^2.

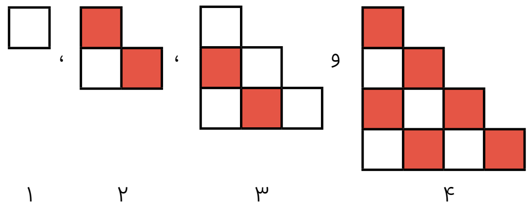
آقای رهنما: آفرین، حالا چه الگویی برای محیط‌ها می‌شود پیدا کرد؟

مصطفوی: محیط مربع چهار برابر طول ضلع است، پس در مرحلهٔ nام می‌شود $4n$.

حسینی: آقا توی این مثال از کلمهٔ دنباله استفاده کردید. من معنی آن را نمی‌دانم!

آقای رهنما: عددهایی که پشت سر هم قرار گیرند، یک دنباله نامیده می‌شوند؛ مثل دنبالهٔ محیط‌ها در شکل‌های اخیر که عبارت‌اند از: ...،۴،۸،۱۲،۱۶. و یا دنبالهٔ مساحت‌ها: ...،۱،۴،۹،۱۶. حالا یک مثال دیگر را بررسی کنید. در شکل ۳، برای مربع‌ها دنبالهٔ محیط‌ها و مساحت‌ها را به دست آورید و قاعدهٔ کلی آن را بیابید.

میدان حسن‌آباد، تهران



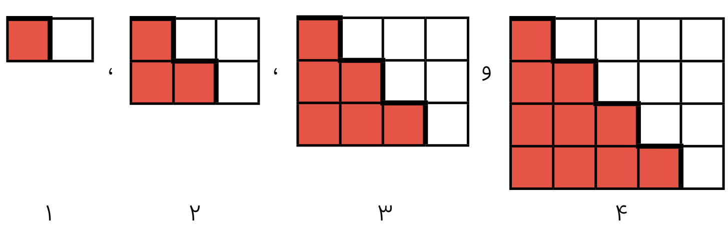
شکل ۳

آقای حسـینی بیا و بـا یک جدول ارتباط بیـن مرحله‌ها، و محیط و مسـاحت شـکل‌ها را خلاصه کن.
حسـینی پـای تختـهٔ کلاس مـی‌رود و جدول ۳ را رسـم می‌کنـد.

مرحله	۱	۲	۳	۴	...
محیط	۴	۸	۱۲	۱۶	...
مساحت	۱	۳	۶	۱۰	...

جدول ۳

آقای رهنما: حالا دنبالهٔ محیط‌ها را نگاه کن، ارتباط آن را با شمارهٔ مرحله در نظر بگیر و قاعدهٔ کلی را مشخص کن.
حسـینی: به نظر می‌رسد عدد محیط در هر مرحله چهار برابر شمارهٔ مرحله است. پس در مرحلهٔ nام می‌شود 4n.
آقـای رهنما: آفریـن. البته برای یافتـن قاعدهٔ کلی برای مسـاحت‌ها کار دشـوارتر اسـت. حـالا می‌توانیـد ایـن مسـئله را حل کنید.
بچه‌ها دسـت به کار شـدند، چند نفری تلاش‌هایشان را به رؤیت آقای رهنما رسـاندند، ولی درسـت نبود!
حسـینی: آقا به نظر سـؤال سـاده‌ای نیسـت! می‌شـود راهنمایـی کنید.
آقای رهنما: روش خلاقانه آن اسـت که تعداد مربع‌ها را دو برابـر کنیم و در کنار آن طوری قرار دهیم که به شـکل مسـتطیل تبدیل شـوند. سـپس مربع‌هـا را به صورت شـکل ۴ کامل کرد.



شکل ۴

در واقـع هـر مجموعه مربـع را چرخانده‌ایـم و در کنار آن قـرار داده‌ایـم تـا به صورت یک مسـتطیل تبدیل شـود. حالا کار سـاده شـد. کسـی می‌تواند الگوی کلی را بیابد؟
محمدی: آقا کار ساده شد. در هر مرحله عرض مستطیل همـان شـمارهٔ مرحله اسـت و طـول آن یکی بیشـتر از عرض آن است. پس الگوی مساحت‌ها می‌شود $n(n+1)$. این‌طور نیست؟
آقـای رهنمـا: خوب حدس زدی، ولـی فراموش کردی که ما شـکل‌ها را تغییر داده‌ایم و مساحت هر شکل دو برابر شـده اسـت. پس باید حاصـل را بر دو تقسـیم کنیم که می‌شـود: $\frac{n(n+1)}{2}$. حـالا ببینم باهوش‌ها چه کسـانی هسـتند. به دنبالهٔ زیر «دنبالهٔ مثلثی» می‌گویند. قاعدهٔ کلی آن چیست؟

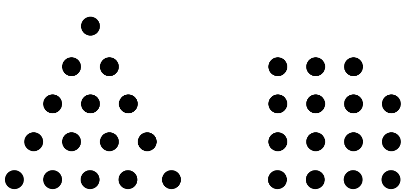
۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۱, ...

مصطفـوی: آقا ایـن دنبالـه خیلـی شـبیه بـه دنبالـهٔ مسـاحت‌ها در مسـئلهٔ قبل است. اگر شـبیه به همان مسـئله، عددها را دو برابر کنیم به جدول ۳ می‌رسـیم.

شمارهٔ مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	...
عدد دنباله	۲	۶	۱۲	۲۰	۳۰	...

جدول ۳

حـالا عددهای دنبالـه در هر مرحله، از ضرب شـمارهٔ آن مرحله در یکی بیشتر از شمارهٔ آن مرحله حاصل می‌شود؛ یعنـی $n(n+1)$. و چون در دو ضرب شـده‌اند، پس فرمول کلی مرحلهٔ nام دنبالهٔ مثلثی می‌شـود: $\frac{n(n+1)}{2}$.
آقای رهنما: آفرین بر شـما که بسـیار عالی توجه کردی! بله کاملاً درسـت اسـت. حـالا می‌توانید مسـئله را حل کنید. با ۱۵ گلولهٔ یکسـان مطابق شـکل ۵ می‌شـود یک مثلث متساوی‌الاضلاع سـاخت، اما یک مربع نمی‌توان ساخت!



شکل ۵

حالا این سؤال مطرح است که: کمترین تعداد گلوله که بتوان با آن هم مثلث متساوی‌الاضلاع و هم مربع ساخت چند تاست؟» برای حل این مسئله باید به الگوی مثلثی و مربعی توجه کنید.

محمدی: آقا الگوی دنبالهٔ مثلثی را می‌نویسیم تا به اولین عدد مربع کامل برسیم.

آقای رهنما: از کجا به این نتیجه رسیدی؟

محمدی: چون عنصرهای دنبالهٔ مربعی همگی مربع کامل‌اند، پس در الگوی دنبالهٔ مثلثی دنبال عدد مربع کامل می‌گردیم.

۱,۳,۶,۱۰,۱۵,۲۱,۲۸,۳۶,۴۵,...

می‌بینم که عدد ۳۶ اولین عددی است که هم در دنبالهٔ مثلثی آمده و هم مربع کامل است.

آقای رهنما: آفرین کاملاً درست است. البته عدد ۱ هم اولین عدد مربع کامل است و اولین عدد دنبالهٔ مثلثی هم هست؛ گرچه در این مسئله ما دنبال عددی بزرگ‌تر از یک بودیم. حالا بیایید مسئلهٔ دیگری را بررسی کنیم. دنبالهٔ زیر را در نظر بگیرید. دو عدد بعدی دنباله را تعیین کنید.

۳,۶,۵,۱۰,۹,۱۸,۱۷,۳۲,...

احمدی: آقا عددهای دنباله کم و زیاد می‌شوند. کمی غیرمعمول است!

آقای رهنما: دنباله‌ها فراوان‌اند و هر کدام می‌توانند الگویی خاص داشته باشند و شاید ما نتوانیم آن الگوی خاص را به دست آوریم. مهارت و خلاقیت غالباً کارگشاست.

محمدی: آقا به نظر می‌رسد هر جمله دوبرابر جملهٔ قبلی است.

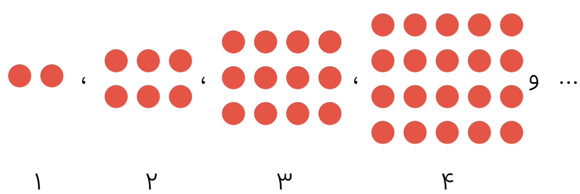
آقای رهنما: ببینید اولین عدد را دوبرابر کنید می‌شود عدد دوم. حالا یک واحد از آن کم کنید می‌شود جملهٔ سوم. این کار را تکرار کنید. عدد سوم را دوبرابر کنید می‌شود عدد چهارم و از عدد چهارم یک واحد کم کنید می‌شود عدد پنجم. قانون دوبرابرکردن شماره‌های زوج را تولید می‌کند و یک واحد کم کردن از جمله‌های شماره‌گذاری شدهٔ زوج، عددهای شمارهٔ فرد را تولید می‌کند. بنابراین دو جملهٔ بعدی دنباله یکی ۶۴ و بعدی هم ۶۳ است.

مصطفوی: آقا خیلی جالب است. ما پیرامونمان هم الگوهای زیادی می‌بینیم؛ مثلاً شاخص بورس، و قیمت ارز و طلا، اگر به صورت عددی بنویسیم. آیا می‌شود الگویی برای آن پیدا کرد و برای آینده تصمیم گرفت؟

آقای رهنما: یکی از کاربردهای الگویابی پیش‌بینی نتایج آینده است. البته برای یافتن الگوی رفتاری قیمت‌ها و پدیده‌ها از روش‌های پیشرفته‌ای استفاده می‌شود که علم خاص خودش را می‌خواهد. همان‌طور که دیدید، ساده‌سازی مسئله‌های پیچیده، کمک به تعمیم دادن، و تقویت تفکر منطقی و تحلیلی از کاربردهای دیگر راهبرد الگویابی است. ما در این فرصت محدود نمی‌توانیم به مثال‌های کاربردی بپردازیم. برای آشنایی مختصر شما همین مقدار بس است. تعدادی تمرین برای منزل شما در نظر گرفته‌ام. مبصر کلاس لطفاً برگه‌های تمرین را توزیع کنید.

تمرین

۱. الگوی مستطیلی زیر را ادامه دهید و قاعدهٔ کلی آن را به دست آورید.

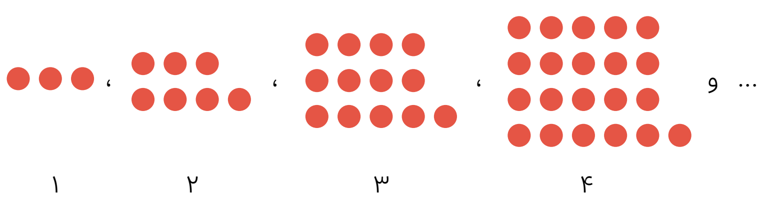


۲. الگوی مربوط به هر دنباله را کشف کنید. سپس چهار جملهٔ بعدی آن را بنویسید.

الف) ۱,۵,۱۳,۲۹,۶۱,۱۲۵,...

ب) ۲,۳,۵,۹,۱۷,۳۳,...

۳. در چینش مهره‌ها در الگوی زیر، در مرحلهٔ بیستم چند مهره وجود دارد؟



دنیای شگفت‌انگیز الگوها

الگوها، بازگشت و خودشباهتی

سامان فرحت

عصرِ زمستانی، حیاطِ خانه

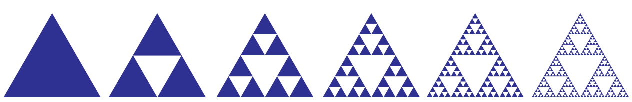
برف آرام می‌بارید. مادر دستکش‌های بافتنی را به دستِ **سینا** و **سپهر** پوشاند و گفت: «بیایید بیرون. امروز می‌خواهم چیزی را نشانتان بدهم که هم زیباست، هم خیلی مرتبط با ریاضی!»

سه‌تایی خم شدند و به روی آجرهای لبهٔ باغچه نگاه کردند. دانه‌های ریز برف مثل ستاره‌های کوچک نشسته بودند. مادر گفت: «به این‌ها نگاه کنید. هر دانهٔ برف شبیه خودش در مقیاس‌های کوچک‌تر تکرار می‌شود. اسم این نوع شکل‌ها بَرخال **(فراکتال)** است؛ الگوهایی که هرچه نزدیک‌تر بشوی، باز هم همان نقش را کوچک‌تر می‌بینی.

در طبیعت جاهای بسیاری می‌توان این الگو را مشاهده کرد. مثلاً هر شاخه‌ای از درخت، خود مانند درختی متشابه با خود درخت است. این مفهوم را در ریاضی می‌توان خیلی خوب فرمول‌بندی کرد.»

بعد روی کاغذی برای بچه‌ها شکل‌های زیر را به ترتیب کشید. از سپهر و سینا خواست تا توجه کنند چطور هر شکل را می‌توان از روی شکل قبلی ساخت.

به مثال زیر در ریاضی «مثلث‌های سرپینسکی[1]» (ریاضی‌دان لهستانی) می‌گویند و فرایند ساختن مثلث‌های جدید از روی قبلی‌ها را می‌توان تا بی‌نهایت ادامه داد.



برخال یعنی چه؟

برخال به معنای خودشباهتی است. خودشباهتی یعنی «هر تکه‌ای شبیه کل است».

مادر گفت: «چند مثال دیگر از خودشباهتی‌ها در دنیای اطراف ما وجود دارند:

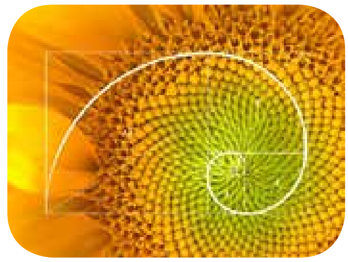
- لاک حلزون؛
- استخوان حلزونی گوش انسان؛
- رگ‌های برگ: رگِ اصلی، رگ‌های فرعی، و رگچه‌ها... از دور و نزدیک، نقش یکی است.

خودتان فکر کنید ببینید آیا مثال‌های دیگری به ذهنتان می‌رسد.»

سپس مادر گفت: «به مدل به‌دست‌آوردن چیزی از روی نمونه‌های قبلی **دنباله‌های بازگشتی** می‌گویند. بگذارید تا حالت کلی‌تر دنباله‌های بازگشتی را که لزوماً برخال نیستند، برایتان توضیح بدهم.»

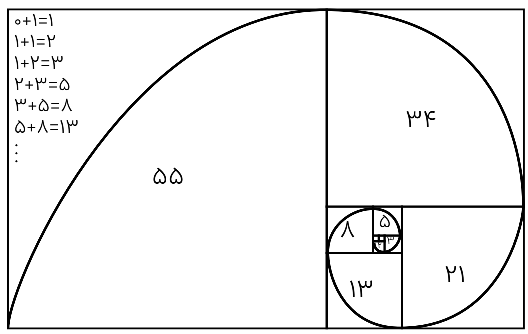
از برخال تا دنباله‌ها

مادر به آشپزخانه رفت و یک گل آفتابگردان آورد: «می‌دانید چرا مارپیچ‌های روی گل آفتابگردان این‌قدر مرتب هستند؟



تعداد ردیف‌های مارپیچ‌ها غالباً از دنباله‌ای به نام **فیبوناچی** پیروی می‌کند: هر عدد، جمعِ دو عددِ قبلی است: ۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ...»

او با مربع‌های کاغذی، مارپیچِ فیبوناچی ساخت: مربع ۱×۱ کنار مربعِ ۱×۱، بعد مربع ۲×۲، بعد ۳×۳، ۵×۵... و روی گوشه‌ها کمانی کشید تا مارپیچ نرم دیده شود.



مادر گفت: «این چطور به برخال ربط دارد؟ وقتی قاعدهٔ تکرار داری، مثلاً اینکه از جمعِ پیشینی‌ها بعدی را بسازی، شکل یا الگو می‌تواند با همان دستور رشد کند و در مقیاس‌های متفاوت رفتاری مشابه نشان بدهد. بارِ بعد که برگِ سرخس دیدید (در اینترنت جست‌وجو کنید)، به این موضوع فکر کنید که دستور ساده چطور شاخه‌های هم‌شکل می‌سازد.»

سپس مادر از بچه‌ها خواست مسئلهٔ زیر را حل کنند تا با مفهوم دنباله‌های بازگشتی در حالت کلی آشنا شوند.

مسئلهٔ قورباغهٔ جهنده

در برکه‌ای ۷ قطعه سنگ وجود دارد که به ترتیب از چپ به راست با عددهای ۱ تا ۷ شماره‌گذاری شده‌اند. قورباغه روی سنگ شماره ۱ نشسته است. فاصله سنگ‌ها به گونه‌ای است که اگر قورباغه روی سنگ iام باشد، می‌تواند حداکثر تا i سنگ جلوتر بپرد. به چند طریق ممکن است قورباغه، بدون برگشتن به سمت چپ، به سنگ شمارهٔ ۷ برسد؟ (المپیاد ریاضی، مرحلهٔ اول، سال ۱۳۸۳)

بررسیِ گام‌به‌گام، به روشِ مادر

برای حلِ این‌گونه مسئله‌ها از پایین به بالا می‌شماریم. تعدادِ راه‌های رسیدن به هر سنگ را پیدا می‌کنیم و روی آن سنگ می‌نویسیم. هر بار نگاه می‌کنیم در مرحلهٔ آخر از کجا می‌توانسته است به آن سنگ برسد.

- به سنگ ۲ فقط یک راه است: ۱←۲.
- به سنگ ۳ فقط از ۲ می‌شود پرید (چون از ۱ تا ۲ می‌پری و ۳ از دوبرابرِ ۱ بیشتر است)، پس یک راه وجود دارد: ۱←۲←۳.
- به سنگ ۴ می‌توان از ۲ یا ۳ رسید (چون وقتی روی ۲ هستی تا ۴ مجازی بپری؛ وقتی روی ۳ هستی تا ۶ مجازی بپری):

راه‌ها = راه‌های رسیدن به ۲ (۱ راه) + راه‌های رسیدن به ۳ (۲ = ۱ + ۱)

- به سنگ ۵ از ۳ یا ۴ می‌آییم:

راه‌ها = ۲ + ۱ = ۳

- به سنگ ۶ از ۳، ۴ یا ۵ می‌توانیم بپریم:

راه‌ها = ۱ + ۲ + ۳ = ۶ راه

- به سنگ ۷ از ۴، ۵ یا ۶ می‌آییم:

راه‌ها = ۲ + ۳ + ۶ = ۱۱ راه

پس ۱۱ طریق متفاوت برای رسیدن به سنگ ۷ وجود دارد.

چرا این روش بازگشتی است؟

چون تعدادِ راه‌های رسیدن به هر سنگ، با جمعِ راه‌های رسیدن به سنگ‌های قبلی مجاز به دست می‌آید. یعنی برای ۷، نگاه می‌کنیم آخرین پرش از کجا بوده است: ۴ یا ۵ یا ۶. برای ۶ هم همین‌طور: از ۳ یا ۴ یا ۵. هرجا تعدادِ راه‌ها را می‌خواهیم، به جواب‌های کوچک‌تر رجوع می‌کنیم؛ این همان **فکرِ بازگشتی** است.

مادر دست‌های سردِ بچه‌ها را در دست گرفت و گفت: «دفعهٔ بعد که برف می‌بارد، به یاد بیاورید: هر کریستالِ کوچک، از یک قاعدهٔ ساده شروع شده است؛ همان‌طور که حلِ یک مسئلهٔ بزرگ، از یک گامِ سادهٔ درست آغاز می‌شود.»

پی‌نوشت‌ها

1. Sierpinski

چگونه مهندسان کشتی سادکو را بالا آوردند؟

جعفر ربانی

«مهندس» کلمهٔ زیبایی است که از گذشته به کسانی که هندسه می‌دانستند و کارهای ساختمانی انجام می‌دادند، گفته شده است. **حافظ** می‌گوید:

طرب‌سرای محبت کنون شود معمور
که طاق ابروی یار منش مهندس شد

اما امروزه مهندس به کسی می‌گویند که می‌تواند به کمک علم ریاضیات مسئله‌های بزرگی را حل کند و یا کارهای مهمی را در اموری چون ساختمان، صنعت، کشاورزی، کشتی‌سازی، هواپیماسازی، راه‌سازی، تونل‌سازی و رایانه انجام دهد. به عبارت دیگر داشتن

تصویرگر: فراز بزازادگان

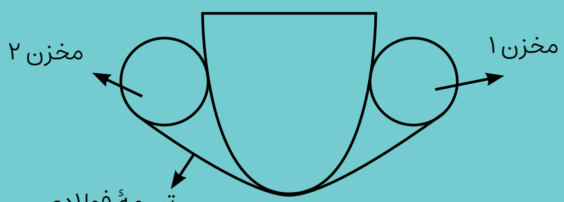
علم ریاضی شرط اول در فن مهندسی است. می‌توان گفت جهان امروز را مهندسان ساخته‌اند و همچنان می‌سازند و در آینده هم خواهند ساخت.

اکنون شما را با یک ماجرای مهندسی موفق که بیش از ۱۰۰ سال از آن می‌گذرد آشنا می‌کنیم و آن بالا آوردن یک کشتی یخ‌شکن غرق‌شده از کف دریا به روی آب، به دست گروهی از مهندسان دریایی است.

بیش از ۱۰۰ سال پیش در سال ۱۹۱۶، یک کشتی یخ‌شکن متعلق به کشور روسیه تزاری، به علت سهل‌انگاری ناخدای آن، در دریای سفید غرق شد. دریای سفید در شمال غربی روسیه قرار دارد. مهندسان دریایی از همان ابتدا به فکر بودند که راهی پیدا کنند و کشتی را از زیر آب بیرون بیاورند، تا اینکه پس از ۱۷ سال به این کار موفق شدند. ببینیم چگونه.

می‌دانیم که اگر جرم مخصوص شیئی کمتر از یک باشد، روی آب شناور می‌ماند و برعکس، اگر جرم مخصوص آن بزرگ‌تر از یک باشد در آب فرو می‌رود. این یکی از نتایج قانون **ارشمیدس** است (قانون ارشمیدس چیست؟) اساس مهندسیِ بالا آوردن کشتی‌ها نیز بر اساس به‌کاربردن قانون ارشمیدس است. یعنی کاری می‌کنند که وزن کشتی سبک شود، طوری که خودش روی آب بیاید. معلوم است که این کار بسیار دشوار است و به امکانات و تجهیزات فنی بسیاری نیاز دارد. مهندسانی که کشتی سادکو را از زیر آب، البته بعد از سه بار شکست، بالا کشیدند، وسایل و تجهیزات لازم را داشتند و این‌گونه عمل کردند:

ابتدا عده‌ای مهندس و غواص را با وسایل تنفسی مناسب به عمق ۲۵ متری دریا فرستادند که کشتی آنجا بود. آن‌ها کف دریا زیر بدنهٔ کشتی ۱۳ تونل حفر کردند. سپس از داخل هر تونل یک تسمهٔ فولادی بسیار قوی گذراندند. از سوی دیگر روی خشکی ۱۲ مخزن بسیار بزرگ فولادی استوانه‌ای شکل به طول ۱۱ و قطر ۵/۵ متر ساختند و آن‌ها را پر آب کردند و به ته دریا فرستادند. شش مخزن را در یک طرف و شش مخزن را در طرف دیگر کشتی قرار دادند. آنگاه به هر مخزن دو تسمهٔ فولادی را جوش دادند. بدین ترتیب هر مخزن در چهار نقطه در دو طرف کشتی به تسمه‌ها اتصال داشت.



نیمرخ کشتی یخ شکن از روبه‌رو

وقتی کار همهٔ مخزن‌ها پایان یافت، به وسیلهٔ هوای فشرده که به ته دریا فرستادند، آب مخزن‌ها را خالی کردند. با این کار مخزن‌ها سبک شدند و مثل حباب به آهستگی به طرف بالا حرکت کردند. چون همهٔ آن‌ها به بدنهٔ کشتی چسبیده بودند، کشتی را نیز با خود بالا کشیدند. بدین ترتیب سادکو آهسته آهسته از کف دریا فاصله گرفت و به روی آب آمد.

سرمهندس این عملیات بزرگ که **ببریتسکی** نام داشت گفته است: «گروه نجات ما سه بار در عملیات خود شکست خورد تا بالاخره بار چهارم موفق شد.» او می‌گوید: «ما سه بار با هیجان منتظر کشتی بودیم که ناگهان می‌دیدیم مخزن‌های عظیم از تسمه‌ها کنده شده‌اند و تسمه‌ها مثل شلاق‌های بزرگ و چون مار بر سطح آب کوبیده می‌شدند و به خود می‌پیچیدند. دو بار هم دیدیم که کشتی یخ‌شکن بالا آمد، ولی درست در لحظهٔ آخر ناپدید شد و به قعر دریا رفت. اما سرانجام در نوبت چهارم کشتی به سطح آب آمد، روی آب ماند و دیگر پایین نرفت. این را هم بدانیم که همان مهندسان بیش از ۱۰۰ کشتی دیگر را نیز از قعر دریا بالا آورده بودند.

حالا به این دو سؤال جواب دهید:

۱. آیا اگر به فرض جرثقیل بسیار بزرگی کشتی را از آب بیرون می‌آورد، باز هم طبق قانون ارشمیدس عمل شده بود؟

۲. آیا حباب‌هایی که هنگام جوشیدن آب بالا می‌آیند، مطابق قانون ارشمیدس عمل می‌کنند؟

دغدغه‌های دنیای دیجیتال برای نوجوانان

ایمنی در فضای سایبری

(قسمت پنجم)

آریان خلیلی

«رخنه» (هک) در اصل به معنای ورود مخفیانه و غیرقانونی به یک رایانه یا شبکه است. به زبان ساده، وقتی کسی یک فناوری را وادار می‌کند، کاری انجام دهد که برای آن طراحی نشده، در واقع عمل رخنه اتفاق افتاده است. برای نمونه، دور زدن رمزهای امنیتی یک نرم‌افزار برای ورود به حساب شخص دیگری، نمونه‌ای از رخنه محسوب می‌شود.

رخنه انواع متفاوتی دارد، اما خوشبختانه با رعایت اصول و عادت‌های درست در فضای برخط، می‌توان خطرهای آن را تا حد زیادی کاهش داد. نوجوانان به دلیل فعالیت گسترده در شبکه‌های اجتماعی و بازی‌های برخط، بیش از دیگران در معرض این خطرها هستند.

طعمه‌گذاری یا فیشینگ

رخنه‌گران وبگاه‌هایی (سایت‌هایی) جعلی می‌سازند که ظاهرشان بسیار شبیه وبگاه‌های معتبر (مثل بانک‌ها یا شبکه‌های اجتماعی) است و کاربر ناآگاهانه اطلاعات خود را در آن وارد می‌کند.

مهندسی اجتماعی

رخنه‌گران (هکرها) از اطلاعاتی که کاربران در شبکه‌های اجتماعی منتشر می‌کنند، برای حدس زدن رمز عبور یا دسترسی به حساب‌ها استفاده می‌کنند. اطلاعات ساده‌ای مثل تاریخ تولد یا نام خانوادگی می‌تواند سرنخی برای رخنه‌گران باشد.

افزونه‌های جعلی مرورگر

برخی برنامه‌های افزودنی مرورگر می‌توانند فعالیت شما را ردیابی کنند و حتی رایانامه (ایمیل)هایتان را بخوانند.

استفادهٔ مجدد از رمز عبور

بسیاری از افراد از یک رمز عبور در چند وبگاه استفاده می‌کنند. اگر رخنه‌گران رمز شما را در یک وبگاه کم‌اهمیت بدزدند، می‌توانند به حساب‌های مهم‌تری مثل رایانامه یا بانک هم دسترسی پیدا کنند.

کی‌لاگرها[1]

این برنامه‌ها کلیدهایی را که روی صفحهٔ کلید فشار می‌دهید، ثبت می‌کنند و برای رخنه‌گر می‌فرستند.

فعالیت ۱. طراحی رمز عبور ریاضی

هدف: تمرین ترکیب عددها و حرف‌ها برای ساخت رمز عبور قوی

۱. یک کلمهٔ ساده انتخاب کنید (برای مثال: کتاب).

۲. هر حرف را با یک عدد جایگزین کنید.

۳. با شمارهٔ جایگاه هر حرف را جایگزین حرف‌ها کنید (ک=۲۲، ت=۴، الف=۱، ب=۲).

۴. و یا از یک قانون ریاضی بهره بگیرید (مثلاً هر عدد به علاوه ۳ شود: ← ۲۵، ۷، ۴، ۵).

۵. در پایان یک نماد یا علامت خاص را هم به عددها اضافه کنید (برای مثال ! یا ٪).

فعالیت ۲. بازی احتمال رخنه

هدف: آشنایی با مفهوم احتمال و اهمیت طول رمز عبور

۱. یک رمز عبور فرضی بسازید:

۲. رمز دو رقمی عددی (برای مثال ۴۵)؛

۳. رمز سه حرفی (برای مثال CAT)؛

۴. رمز شش نویسه‌ای (کاراکتری) ترکیبی (برای مثال A۹X۲B۷).

اکنون حساب کنید:

اگر رمز فقط شامل عددها باشد (۰ تا ۹)، چند حالت ممکن است؟

اگر رمز شامل ۲۶ حرف انگلیسی باشد، چند حالت وجود دارد؟

اگر ترکیبی از عددها (۱۰) و حرف‌ها (۲۶) باشد، چند حالت وجود دارد؟

با انجام این فعالیت می‌بینند که **هرچه رمز طولانی‌تر و ترکیبی‌تر باشد، احتمال حدس زدن آن خیلی کمتر است.**

فعالیت ۳. پیام رمزگذاری شده (کد سزار)

هدف: تمرین الگوهای عددی و درک رمزنگاری ساده

۱. یک پیام کوتاه انتخاب کنید (مثلاً «سلام»).

۲. برای هر حرف شمارهٔ آن را در حرف‌های الفبا در نظر بگیرید (س=۱۵، ل=۱۲، ا=۱، م=۲۴).

۳. یک «کلید» انتخاب کنید (برای مثال به علاوهٔ ۳).

همهٔ عددها را با این کلید جابه‌جا کنید (و اگر از ۳۲ رد شد، دوباره از اول الفبا بشمارید):

س(۱۵)←۱۸ ل(۱۲)←۱۵ ا(۱)←۳ م(۲۴)←۲۷

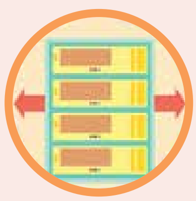
حالا پیام جدیدی بسازید و بگذارید دوستانتان آن را رمزگشایی کنند.

با انجام این فعالیت متوجه می‌شوید که رمزنگاری چگونه کار می‌کند و چرا رخنه‌گران برای شکستن رمزها باید الگوها را کشف کنند.

راهکارهای پیشگیری و حفاظت از اطلاعات

برای افزایش امنیت در فضای مجازی، رعایت چند اصل ساده اما مهم می‌تواند تا حد زیادی از خطر سرقت اطلاعات جلوگیری کند. نخستین گام **انتخاب رمز عبور قوی** است. بهتر است رمزها ترکیبی از حرف‌های بزرگ و کوچک، عددها و نمادها باشند و از اطلاعات شخصی مانند تاریخ تولد یا نام خود استفاده نکنید. گام بعدی، فعال کردن **احراز هویت دو مرحله‌ای** است. این قابلیت باعث می‌شود حتی اگر رمز عبور شما فاش شود، رخنه‌گران نتوانند به‌راحتی وارد حساب کاربری‌تان شوند. همچنین باید در استفاده از شبکه‌های اجتماعی احتیاط کنید. انتشار بیش از اندازهٔ اطلاعات شخصی، مانند شمارهٔ تلفن یا نشانی محل زندگی، شما را به هدفی آسان برای کلاه‌برداران و رخنه‌گران تبدیل می‌کند. با رعایت این نکته‌ها تا حد زیادی می‌توان از تهدیدهای فضای سایبری در امان ماند.

استفاده از حالت مرور ناشناس: این حالت مانع ذخیرهٔ تاریخچه و کوکی‌ها می‌شود و ردیابی فعالیت‌های شما را دشوارتر می‌کند.



کارسازهای (سرورهای) پروکسی و «وی‌پی‌ان»: این ابزارها به شما کمک می‌کنند نشانی واقعی «آی‌پی» خود را پنهان کنید و ناشناس‌تر در اینترنت بگردید.

پاک‌کردن داده‌ها و کلوچک‌ها (کوکی‌ها): مرورگر خود را طوری تنظیم کنید که اطلاعات اضافی بعد از هر بار استفاده پاک شوند.

پی‌نوشت‌ها

1. Keyloggers

اشتباه‌های محاسباتی

افشین خاصه‌خان

دنبال‌کنندگان درمانگاه ریاضی درود بر شما. امیدوارم آزمون‌های دی‌ماه را به‌خوبی پشت سر گذاشته باشید و با انرژی مضاعفی مطالبمان را بخوانید، نقد کنید و در بهترشدن کارمان با ما یاری برسانید.

اشتباه متداول: محاسبهٔ ریشهٔ دوم عددهای منفی

یکی از اشتباه‌هایی که دانش‌آموزان مرتکب می‌شوند، محاسبهٔ ریشهٔ دوم عددهای منفی است. این دانش‌آموزان که تعدادشان هم کم نیست، در محاسبهٔ ریشهٔ دوم عددهای منفی به صورت زیر عمل می‌کنند:

$\sqrt{-۹}=-۳$, $\sqrt{-۱۶}=-\sqrt{۱۶}=-۴$

تشخیص علت

با توجه به پاسخ‌ها می‌توان گفت این دانش‌آموزان مفهوم ریشه‌گیری را می‌دانند، اما نمی‌دانند که نمی‌توان از عددهای منفی ریشه‌گیری کرد و یا گزارهٔ «عددهای منفی ریشهٔ دوم ندارند» را با آنکه بارها شنیده‌اند، اما مفهوم آن را به درستی درک نکرده‌اند.

تجویز و درمان

برای درمان این نارسائی باید فعالیت‌های ساده‌ای برای دانش‌آموزان طراحی شود تا با انجام آن‌ها مفهوم ریشه‌گیری و به دنبال آن ناممکن‌بودن جذرگرفتن یا ریشه‌گیری از عددهای منفی به‌درستی درک کنند. در قدم اول باید از دانش‌آموز بخواهیم مفهوم ریشه‌گیری و رابطهٔ آن را با توان، با چند مثال ساده، نشان دهد:

$۳\times۳=۹\rightarrow\sqrt{۹}=۳$, $۷\times۷=۴۹\rightarrow\sqrt{۴۹}=۷$

دانش‌آموزان مذکور با این مثال‌ها متوجه می‌شوند که رادیکال یک عملگر ضد توان است. یعنی وقتی گفته می‌شود: $\sqrt{۲۵}$ به معنی آن است که: «کدام عدد مثبت است که وقتی در خودش ضرب می‌شود، حاصل برابر ۲۵ است؟» مطمئناً جواب دانش‌آموزان ۵ خواهد بود.

حال وقت آن است که همین سؤال را با کلمهٔ «ریشه‌گیری» مطرح کنیم. مثلاً: «ریشهٔ دوم ۱۶ یعنی چه؟»

به احتمال زیاد پاسخ دانش‌آموز عدد ۴ خواهد بود، اما ما تأکید می‌کنیم: «کدام عددها هستند که وقتی در خودشان ضرب شوند، حاصل برابر ۱۶ است؟» اگر دانش‌آموز نتوانست عدد دیگری را بیابد، یادآوری می‌کنیم که عدد می‌تواند منفی هم باشد. با این تذکر او می‌تواند عدد ۴- را پیدا کند. اکنون می‌پرسیم: «ریشهٔ دوم ۲۵- یعنی چه؟» جواب تقریباً مشخص است کدام عددها وقتی در خودشان ضرب می‌شوند برابر ۲۵- می‌شوند؟ جواب او از قبل ۵- بود. حال از او می‌خواهیم ۵- را در خودش ضرب کند: $(-۵)(-۵)=۲۵$.

او تازه متوجه می‌شود که ۵- جواب نیست. احتمالاً هم چند آزمون خطای دیگر در ذهن خود انجام می‌دهد و نتیجه را اعلام می‌کند: «چنین عددی وجود ندارد!»

از او می‌خواهیم فرق $-\sqrt{۲۵}$ و $\sqrt{-۲۵}$ را بیان کند. به نظرم دانش‌آموز ما بعد از انجام این فعالیت‌ها قادر است به این سؤال پاسخ دهد: «در اولی جذر ۲۵ محاسبه و سپس علامت منفی در آن ضرب می‌شود: «۵-». اما در دومی ریشهٔ دوم ۲۵- وجود ندارد و امکان‌پذیر نیست.

نسخهٔ تکمیلی

بهتر است این دانش‌آموزان فصل ۷ از کتاب‌های ریاضی هفتم و هشتم، و همچنین فصل ۴ از کتاب ریاضی نهم را به طور عمیق یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند، فعالیت‌های آن‌ها را انجام دهند و مطالب یادگرفتهٔ خود را با مثال‌ها تطبیق دهند. سپس کار در کلاس‌ها را انجام دهند و در پایان مسئله‌های آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند درک درستی از توان، جذر، رادیکال و ریشه‌گیری داشته باشند و مسئله‌های مربوط به آن‌ها را به راحتی حل و تفسیر کنند.

هر روز در خانه‌ها، مدرسه‌ها و محیط اطرافمان زباله‌هایی تولید می‌شوند که بسیاری از آن‌ها به‌راحتی تجزیه‌پذیر نیستند و سال‌ها طول می‌کشد تا به چرخهٔ طبیعت بازگردند. اما اگر با نگاهی خلاقانه به این مواد نگاه کنیم، می‌توانیم برایشان کاربردهای تازه‌ای پیدا کنیم و از آن‌ها وسایلی زیبا و مفید بسازیم.

برای مثال، شیشه‌های مربا، قوطی‌های کنسرو، یا حتی بطری‌های پلاستیکی را می‌توان با کمی کاموا، نمد، دکمه، روبان یا پارچه‌های رنگی تزیین کرد و از آن‌ها جامدادی، جای قلم‌مو، گلدان یا ظرف نگهداری وسایل ساخت. پس برای کاهش زباله و همچنین فرصتی برای خلق آثار هنری ساده و کاربردی، با ما همراه باشید.

برای دیدن مراحل ساخت رمزینه را پویش کنید.

بازیافت به کمک خلاقیت

ندا نعمتی

مسابقهٔ عکاسی

آزاده فرزان

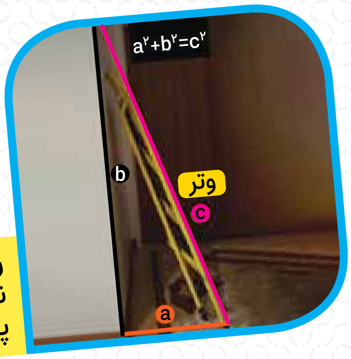
از امروز هرجا تصویری می‌بینی
که بیانگر یک مفهوم ریاضی است، از آن
عکس بگیر و با یک توضیح مختصر برای ما بفرست.
ما عکس‌های خوبتان را انتخاب و با نام شما در مجله
چاپ می‌کنیم!
در ضمن هر ماه به سه تا از بهترین عکس‌ها جایزه می‌دهیم!
پس همین الان دوربین یا گوشی‌ات را بردار و بگرد دنبال تصویری
که یک مفهوم ریاضی را بیان می‌کند.
فقط یادت باشد که همراه آن عکس، یک خودعکس (عکس سلفی)
هم بگیر. هر دو تا عکس را به نشانی رایانامهٔ مجله بفرست!
منتظر عکس‌های خلاق و زیبای شما هستیم.
**برای اینکه بهتر متوجه منظورمان بشوید، چند
نمونه عکس برایتان گذاشته‌ایم.**


زاویهٔ ۱۲۰ درجه


مجموعه‌ای شمارش‌پذیر
از درختان


عدد یک در طبیعت


مربع و مستطیل در
نمای ساختمان



رابطهٔ فیثاغورس با
نردبام / تهران /
پرنیان شمس


پنج ضلعی در طبیعت