

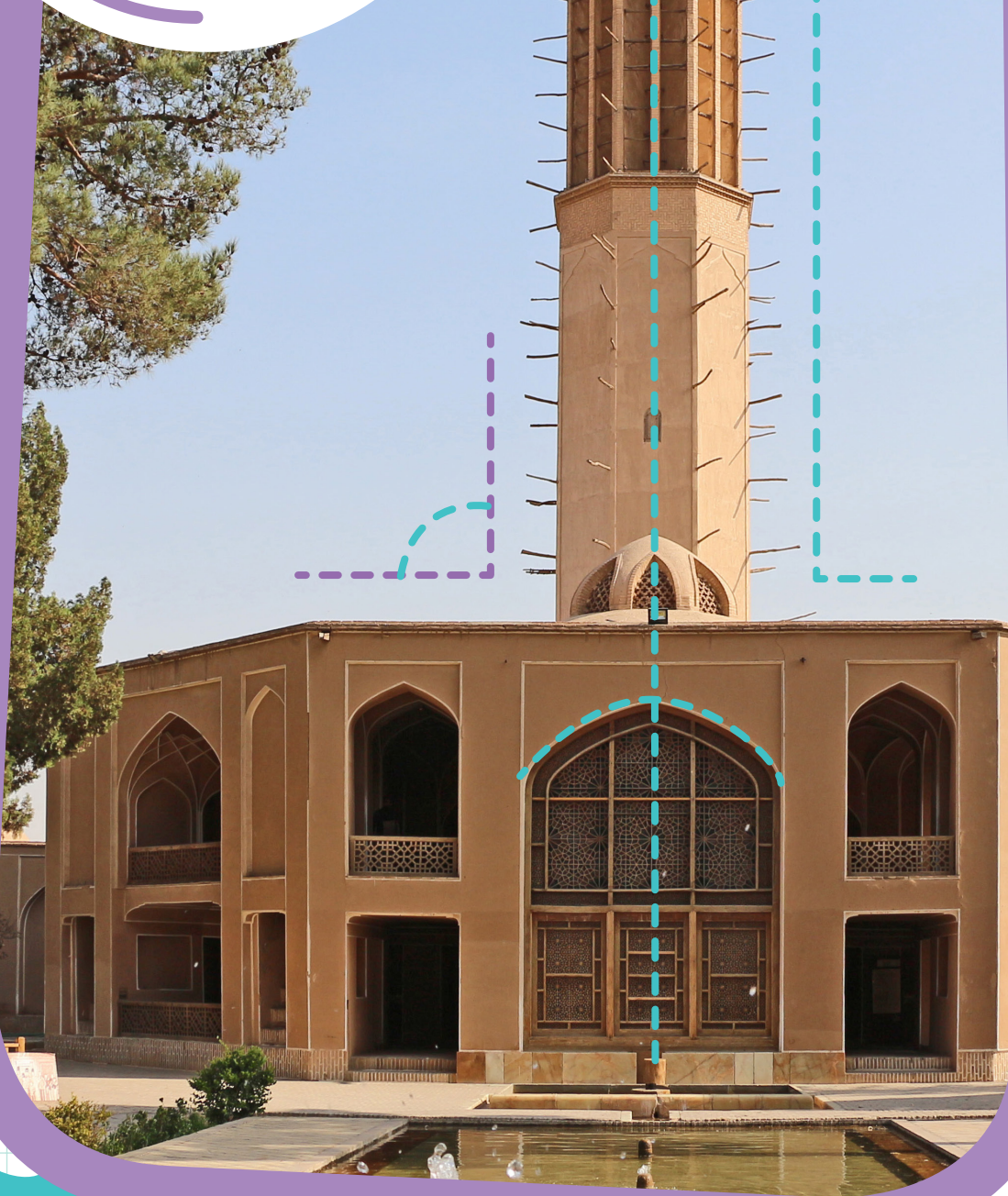


۳

رشد برهان

رایجی

وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshtmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۴۹ / ۴۰ صفحه / آذر ۱۴۰۳
پيامک: ۱۷۳۵-۴۹۴۳ / ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲۰ ISSN:



جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبایی ها
این شماره: باغ دولت آباد یزد

جور کن

● خسرو داودی

در شماره‌های قبل واحدهای اندازه‌گیری را برای شما مرور و علامت‌های اختصاری هر کدام را معرفی کردیم. توصیف‌های زیر از مناسب‌ترین واحدها برای بیان اندازه‌ها استفاده نکرده‌اند. آیا می‌توانید هر کدام را به واحد مناسب‌تر مرتبط کنید؟ حرف الفبایی را که کنار هر قسمت نوشته شده است، کنار واحد مناسب بنویسید تا کلمه رمز مشخص شود.



(ز) وزن یک نوزاد به طور متوسط در ایران 3600 g است.



(ا) اندازه یک کک که روی بدن گربه قرار داشت، 15 km بود.



(ا) بلندی برج میلاد تهران 435000 mm است.



(ه) یک بطری آب معدنی 1500 میلی‌لیتر گنجایش دارد.



(د) وزن یک فیل آفریقایی بالغ 5000000 g است.



(ن) میزان بارش 435 L بود.

$1/5\text{ lit}$

$3/6\text{ kg}$

15 mm

5 ton

0.1 ml

435 m



برای دیدن پاسخ‌ها
رمزبانه را پویش کنید.

کلمه رمز:

بسم الله الرحمن الرحيم
الهم صل على محمد وآل محمد وعجل فرجه



وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۰۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ۳۰ / ۴۰ صفحه / ۱۸۰ / ۰۰۰ ریال
آذر ماه ۱۴۰۳

مدیر مسئول: محمد صالح مذبذبی / سردبیر: حسین نامی ساعی / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، مریم جعفرآبادی، مجید حکمت، روح الله خلیلی بروجنی،
خسرو داودی، محمدرضا سید صالحی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / مدیر هنری: کوروش پارسا نژاد / طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه: آذر ۱۴۰۳: پنجم: روز بسیج مستضعفان / هفتم: روز نیروی دریایی
نهم: روز بزرگداشت شیخ مفید / دهم: شهادت آیت الله سید حسن مدرس و روز مجلس
دوازدهم: روز قانون اساسی جمهوری اسلامی ایران / پانزدهم: شهادت
حضرت فاطمه زهرا (س) / شانزدهم: روز دانشجو / بیست و پنجم: روز پژوهش
سیام: جشن شب یلدا - روز ترویج فرهنگ میهمانی و پیوند با خویشان
شرح مناسبت های ماه را با پوشش رزمینه ببینید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان قرار گیرد و همه کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند.

سخن سردبیر

برنامه پویا / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳

ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی و آرش رستگار / ۶

اشتباه های محاسباتی: اتحاد مربع دو جمله ای / افشین خاصه خان / ۱۱

مجموعه پروژه های کوچک برای ریاضی دانان کوچک / خسرو داودی، آرش رستگار / ۲۴

در کلاس درس آقای رهنما / استدلال استنتاجی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۸

گفت و گو

دانستن ریاضیات به ایجاد نظم در آثار هنری کمک می کند / گفت و گو با

افرا ارباب افضلی / محمد دشتی / ۸

قبل از هر تصمیم بزرگی کمی مکث کنید! / گفت و گو با یونس محمدی / محمد دشتی / ۳۲

ریاضی و کاربرد

بیا بید کمی فکر کنیم! پوشش اربعین بدون پلاستیک / خسرو داودی / ۱۲

آشنایی با مهم ترین حوزه های علوم تجربی / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۴

سرمايه گذاری و ریاضی / ژما جواهری پور / ۱۶

زندگی بی نهایت عدد پی / مترجم: مریم جعفرآبادی / ۳۰

چگونه رسم می شود؟ / عباس قلعه پور اقدم / ۳۶

ریاضی و مسئله

از جعبه خارج شوید! / محرم ایردموسی / ۱۸

باغ خاطرات

کیمیای ریاضیات / حبیب یوسف زاده / ۲۰

ریاضی و سرگرمی

شعبده بازی یا تاس / عباس قلعه پور اقدم / ۲۲

جدول عدد ها / جعفر ربانی / ۲۷

خط کوفی معقلی / ندانم تنی / ۳۸

جدول ریاضی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۴۰

ریاضی و برنامه نویسی

آشنایی با زبان های برنامه نویسی C و C++ / آریان خلیلی / ۳۴

ایران زیبای ما ۳ / یزد

باغ دولت آباد یزد

در دوره افشاریه، محمد تقی خان باقی حاکم یزد بوده و در سال ۱۱۶۰ هجری قمری دستور ساخت این بنا را داد. بعد از دوران افشاریه نیز این باغ محل اقامت حاکم وقت شاهرخ هیرز او کریم خان زند بود. در دوره زندیه این باغ به «هشت باغ دولت آباد» مشهور شد. باغ دولت آباد به دلیل داشتن بلندترین بادگیر جهان، یکی از ارزشمندترین بناهای ایران است. در این باغ بسیار زیبا یکی از اصیل ترین و زیباترین طرح های باغ ایرانی به کار رفته است و مانند سایر باغ های ایرانی فضای باغ وسط قرار گرفته است و ساختمان ها در اطراف هستند.

فروش و اشتراک
مجلات رشد



برای مشاهده شرایط ارسال
مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطه
اول، رزمینه را پوشش کنید.



nazar.roshdmag.ir



نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطه اول
در پیام رسان شاد:

@roshd_borhan1





برنامه پویا

حسین نامی ساعی

پویا با سردرگمی از خواب بیدار می شود. نمی داند که باید چه کار کند. برای فردا و روزه های آینده اش هم هیچ فکر و برنامه ای ندارد. این بی برنامه گی او را خیلی نگران و ناامید کرده!

پویا آماده می شود و از خانه بیرون می زند. قدم زنان به سمت بوستانی می رود که نزدیک خانه اشان است. در مسیر خانه تا بوستان فروشگاه ها، بانک ها، خودروها ... و نیز راننده ها، مأموران راهنمایی و رانندگی، و خیلی افراد دیگر را می بیند که طبق برنامه و نظم و مقررات به کاری مشغول اند.

پویا بالاخره به بوستان می رسد؛ بوستانی منظم و مرتب و زیبا. روی نیمکتی می نشیند و به دور و برش نگاه می کند. هر کسی مشغول کاری است: یکی مشغول آبیاری است، باغبانی گل و گیاهان را هرس می کند، و کارگری جارو می کشد. کلاغ ها و گنجشک ها آزادانه روی شاخه های درختان قارقار و جیک جیک می کنند. گربه ها هم در گوشه و کنار بوستان پرسه می زنند و ...

خلاصه انگار هر کسی وظیفه اش را خوب می داند و به کاری سرگرم است؛ به کاری تعریف شده، با اختیار، و سنجیده و حساب شده، یا کاری غریزی و ذاتی. همه طبق برنامه ای عمل می کنند.

پویا با دیدن این نظم و برنامه در مسیر از خانه تا بوستان، ناخودآگاه متوجه چیزی می شود، و انگار جرقه ای در ذهنش می زند. به فکر فرو می رود و به خاطرش می رسد که همه برای خودشان برنامه ای دارند، به غیر از او. تصمیم می گیرد که او هم مانند تمام کسانی که برای خودشان و کارهایشان برنامه ای دارند، برای خود برنامه داشته باشد؛ برنامه ای برای ساعت، روز، ماه و سال های آینده.

بنابراین پویا به خانه برمی گردد و یک دفترچه یادداشت برمی دارد. شروع به نوشتن برنامه ای برای خود می کند؛ برای روز و هفته و ماه و حتی سال های آینده! بعد از نوشتن برنامه، با خودش عهد می کند که از این به بعد با برنامه عمل و زندگی کند. پس هر روز صبح، قبل از شروع کارهایش، نگاهی به دفترچه می اندازد، برنامه هایش را از نظر می گذراند و طبق برنامه عمل می کند.

با گذشت چند هفته، پویا احساس می کند که زندگی اش نظم پیدا کرده است. دیگر نگران نیست که امروز و فردا چه کند. او با داشتن برنامه می تواند به لحظاتهش جهت دهد و به آینده اش نگاهی حساب شده داشته باشد.

دوستان، سلام. شما حتماً خوب می دانید که دوران نوجوانی یکی از مهم ترین دوره های زندگی است که در آن تصمیم ها و برنامه ریزی هایتان می توانند بر آینده تان تأثیر زیادی بگذارند.

داشتن راهبرد و برنامه های کوتاه مدت و بلندمدت به شما کمک می کند مسیر زندگی تان را بهتر بشناسید و به هدف هایتان زودتر برسید.

برخی از برنامه ها کوتاه مدت اند و شامل هدف ها و وظیفه هایی هستند که در زمانی کوتاه، روزانه، هفتگی یا ماهانه، تعیین و انجام می شوند. این نوع برنامه ریزی به شما کمک می کند وظیفه های روزمره تان را بهتر بشناسید

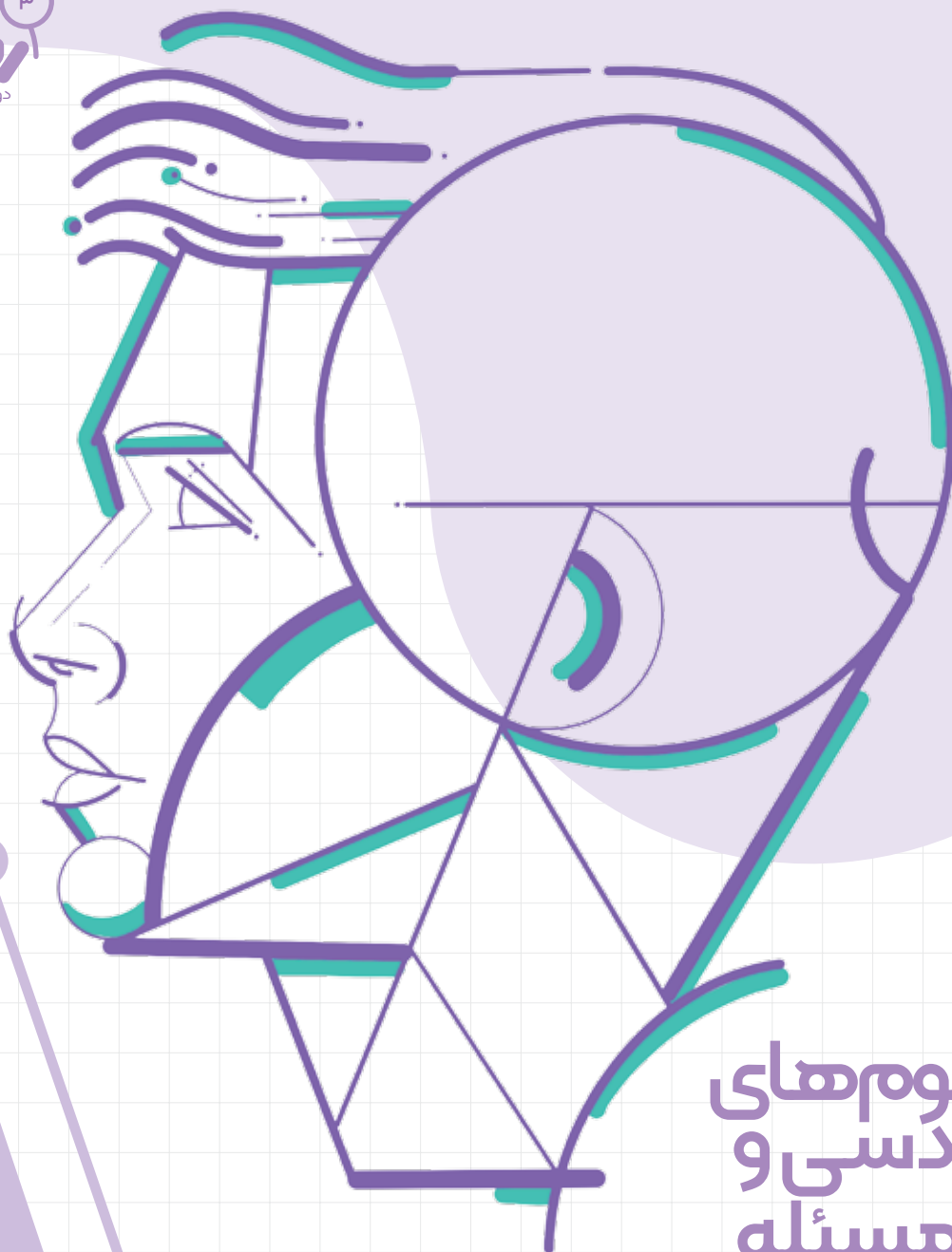
و مدیریت کنید و از وقت و زمانتان به بهترین شکل بهره بگیرید. مثلاً برنامه ریزی برای یک ساعت مطالعه ریاضیات در روز، و برنامه ریزی برای انجام یک تحقیق و پروژه کوچک در هفته.

داشتن برنامه های کوتاه مدت به شما کمک می کند از زمانتان به بهترین شکل استفاده کنید. وقت تلف شده خود را به کمترین میزان برسانید و به دور از حواس پرتی روی یک کار مشخص در یک زمان خاص متمرکز شوید. همچنین با داشتن برنامه کوتاه مدت، شما تسلط (کنترل) بیشتری بر اوقات خود دارید و همین به کاهش تنش (استرس) و اضطرابتان کمک می کند.

در کنار برنامه ریزی کوتاه مدت، برنامه ریزی بلندمدت وجود دارد. برنامه ریزی بلندمدت شامل هدف ها و برنامه هایی است که برای مدت زمانی طولانی تر، سالانه یا چندساله، برنامه ریزی می شوند. این برنامه ریزی ها به شما کمک می کنند مسیر کلی و طولانی زندگی تان را بهتر بشناسید و برای هدف های بزرگ تری برنامه بریزید. مثلاً می توانید برنامه ای بریزید برای اینکه چه کار کنید تا در آینده معلم، مهندس، دانشمند یا ... خلاصه فرد مفیدی برای خود و جامعه شوید.

برنامه ریزی بلندمدت به شما کمک می کند چشم انداز روشنی نسبت به آینده داشته باشید. از قبل پیش بینی کنید چه باید انجام دهید تا در آینده به جایی که می خواهید برسید. برنامه بلندمدت باعث افزایش انگیزه در شما می شود و روحیه تلاش شما را برای رسیدن به هدف صد چندان می کند. برنامه بلندمدت به شما کمک می کند تصمیمات بهتری بگیرید و مسیرهای مناسب تری انتخاب کنید.

دوستان خوبم بیا بید از همین امروز تصمیم بگیرید برای روزها، هفته ها و سال های آینده خود برنامه داشته باشید؛ برنامه هایی برای تحصیل، شغل و بنابراین همان طور که گفتیم، داشتن برنامه به شما کمک می کند مسیر زندگی تان را بهتر بشناسید و به هدف هایتان در زمان مناسب تری برسید. همچنین با داشتن برنامه خوب شما می توانید از زمان های زندگی تان به بهترین شکل استفاده کنید، و با آرامش و بدون تنش و اضطراب به موفقیت های بزرگی برسید.



مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

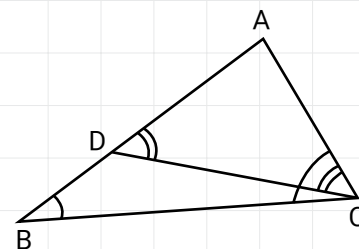
نامساوی‌های مهم در مثلث و کاربردهای آن در حل مسئله

● محمود نصیری

در بخش‌های قبلی، قضیهٔ زاویهٔ بیرونی در مثلث را بیان و ثابت کردیم، یکی از کاربردهای این قضیه، اثبات یکتایی خط عمود است. اما کاربرد مهم‌تر این قضیه در اثبات نامساوی‌هایی در مورد اندازه‌های ضلع‌ها و زاویه‌های مثلث است که در بخش قبلی به دو مورد آن اشاره کردیم. اکنون سعی می‌کنیم آن‌ها را ثابت و مسئله‌هایی را حل کنیم.

قضیه ۱. مثلث با ضلع‌های نامساوی: در هر مثلث اگر ضلعی از ضلع دیگر بزرگ‌تر باشد، زاویه مقابل آن نیز از زاویه مقابل به آن ضلع دیگر بزرگ‌تر است.

◀ شکل ۱



اثبات: در مثلث ABC با توجه به شکل ۱ داریم: $AB > AC$. در نتیجه: $\angle C > \angle B$. شما چه ایده‌ای برای اثبات پیشنهاد می‌کنید؟ قبلاً مفهوم نامساوی را در مورد عددهای حقیقی، پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها شرح دادیم. وقتی $AB > AC$ نقطه‌ای مانند D روی پاره‌خط AB هست که داریم: $AB = AD + DB$. حال اگر نقطه D را چنان در نظر بگیریم که: $AD = AC$ ، مثلث ADC متساوی الساقین است. در نتیجه: $\angle ADC \cong \angle ACD$. فکر می‌کنید چقدر به اثبات نزدیک شده‌اید؟

چگونه از تعریف نامساوی بودن دو زاویه استفاده می‌کنید؟ آیا رابطه $\angle ADC < \angle ACB$ درست است؟ چگونه از $\angle ACD < \angle ACB$ آن را نتیجه می‌گیرید؟

حال از نامساوی $\angle ADC < \angle ACB$ ، یعنی $\angle ADC < \angle C$ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا به $\angle B < \angle C$ رسیده‌اید؟ از چه قضیه مهمی استفاده می‌کنید؟ بله، اکنون نوبت استفاده از قضیه زاویه بیرونی است. در مثلث DBC، زاویه بیرونی نظیر رأس D است، در نتیجه: $\angle ADC > \angle B$.

حال نامساوی‌های $\angle C > \angle ADC > \angle B$ را داریم. در نتیجه: $\angle C > \angle B$. از چه ویژگی نامساوی‌ها استفاده کرده‌اید؟ آیا مشابه نامساوی‌های عددهای حقیقی است؟ از $a > b > c$ نتیجه می‌شود: $a > c$.

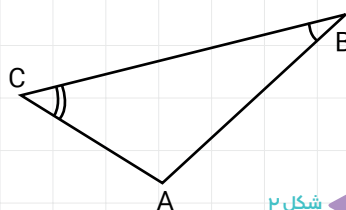
عکس قضیه

قبلاً در مورد عکس یک قضیه اشاره‌هایی داشته‌ایم. هر قضیه از دو بخش تشکیل می‌شود که بخش اول «فرض» نامیده می‌شود و همان معلوم‌های قضیه یا مسئله است. بخش دوم «نتیجه» یا «حکم» نامیده می‌شود. در واقع هر آنچه را که باید ثابت کنیم، حکم می‌نامند. اکنون اگر جای فرض و حکم را در قضیه یا در مسئله با هم جابه‌جا کنیم، قضیه به‌دست آمده را عکس آن قضیه می‌نامند.

در قضیه قبل، در $\triangle ABC$ ، $AB > AC$ فرض قضیه و $\angle C > \angle B$ حکم قضیه است. اگر در مثالی از: $\angle C > \angle B$ نتیجه بگیریم: $AB > AC$ ، آنگاه عکس قضیه را ثابت کرده‌ایم. بنابراین عکس قضیه مثلث با ضلع‌های نامساوی قضیه زیر است که آن را قضیه مثلث با زاویه‌های نامساوی می‌نامیم.

قضیه ۲. مثلث با زاویه‌های نامساوی

در هر مثلث اگر زاویه‌ای از زاویه دیگر بزرگ‌تر باشد، آنگاه ضلع مقابل آن نیز از ضلع مقابل زاویه دیگر بزرگ‌تر است.



◀ شکل ۲

اثبات: در مثلث ABC شکل ۲، فرض کنیم: $\angle C > \angle B$. باید ثابت کنیم: $AB > AC$.

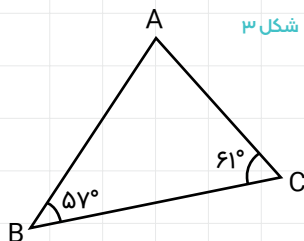
اینجاست که با تناقض به‌سادگی می‌توانیم به نتیجه برسیم. فرض کنیم $AB \leq AC$ بزرگ‌تر از AC نباشد. با نمادها می‌نویسیم: $AB \leq AC$. پس دو حالت داریم: $AB = AC$ یا: $AB < AC$.

اگر $AB = AC$ ، بنا بر قضیه مثلث متساوی الساقین داریم: $\angle B \cong \angle C$ که متناقض با فرض $\angle C > \angle B$ است. اگر $AB < AC$ ، آنگاه بنا بر قضیه ۱ داریم: $\angle C < \angle B$ و این نیز متناقض با فرض $\angle C > \angle B$ است.

بنابراین: $AB = AC$ و $AB < AC$ نمی‌تواند درست باشند. در نتیجه: $AB > AC$. بنابراین اثبات کامل است.

مثال: در $\triangle ABC$ شکل ۳، دو زاویه $\angle B$ و $\angle C$ به ترتیب 57° و 61° درجه هستند. اندازه‌های ضلع‌ها را به ترتیب از بزرگ به کوچک بنویسید.

◀ شکل ۳

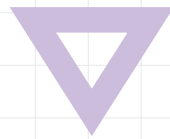


پاسخ: اندازه $\angle A$ می‌شود:

$$180 - (57 + 61) = 62$$

پس اندازه‌های سه زاویه $\angle A$ ، $\angle C$ و $\angle B$ به ترتیب 62° ، 61° و 57° است. یعنی: $\angle A > \angle C > \angle B$ و در نتیجه: $AC < AB < BC$.

نتیجه: در هر مثلث، کوچک‌ترین زاویه مقابل کوچک‌ترین ضلع مثلث است و برعکس. چرا؟



صورت می‌توانیم بگوییم از دو پاره‌خط AB که مقابل $\angle D_1$ است و پاره‌خط BD که مقابل $\angle A_1$ است، کدام بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است.

اکنون نوبت استفاده از زاویه بیرونی است. مثلث ADC را در نظر بگیرید. چرا: $\angle A_2 > \angle D_1$ ؟ چه ارتباطی بین این دو زاویه وجود دارد؟

در واقع اساس اثبات همین است. آیا از این نامساوی نتیجه می‌گیریم که نامساوی $\angle D_1 > \angle A_1$ هم درست است؟ چرا؟

فکر می‌کنم اثبات کامل شده است. فقط کافی است قضیه ۲ را به کار ببرید. در نتیجه: $AB > BD$. همین روش را دوباره به کار ببرید و نشان دهید: $AC > DC$. با انجام این فعالیت شما یکی از ویژگی‌های نیمساز در مثلث را ثابت کرده‌اید. آیا می‌توانید این ویژگی را بدون به‌کاربردن نمادها بیان کنید؟

ابتدا سعی کنید هر چند ناقص، خودتان آن را بیان کنید و سپس آن را در جمله زیر مشاهده کنید:

در هر مثلث، پای نیمساز یک زاویه، ضلع مقابل آن زاویه را به دو بخش با یک نقطه مشترک تقسیم می‌کند که هر بخش از ضلع مجاور آن کوچک‌تر است.

در قسمت بعد خواهیم دید که می‌توانیم به کمک این ویژگی، اثباتی برای یک نامساوی

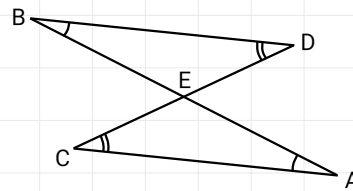
در مثلثی بیان کنیم که

یک نامساوی بین

ضلع‌های آن

مثلث

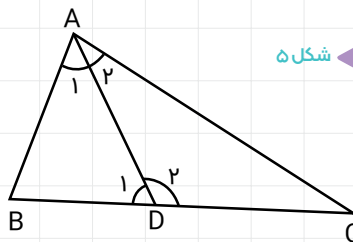
است.



شکل ۴

از چه قضیه‌ای استفاده می‌کنید؟ اکنون دو نامساوی را که نامساوی بین دو عدد است با هم جمع کنید. به نتیجه مورد نظر می‌رسید. مشاهده می‌کنید که: $AB > CD$. اندازه پاره‌خط AB از اندازه پاره‌خط CD بزرگ‌تر است.

فعالیت ۳. در $\triangle ABC$ ، نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم (شکل ۵). فرض کنید D پای نیمساز روی ضلع BC باشد. در واقع نقطه D ضلع BC را به دو پاره‌خط BD و DC تقسیم می‌کند که D در هر دو مشترک است.



شکل ۵

اکنون از دو پاره‌خط BD و AB کدام بزرگ‌تر است؟ به همین ترتیب از دو پاره‌خط DC و AC کدام بزرگ‌تر است؟ چرا؟ می‌دانیم: $\angle A_1 \cong \angle A_2$ ، چون $\overline{AD}$ نیمساز است. پس $\angle A_1$ و $\angle A_2$ هم اندازه‌اند.

مسلماً برای مقایسه ضلع‌های AB و BC در مثلث ABD باید $\angle D_1$ و $\angle A_1$ مقایسه شوند. اگر بتوانیم ثابت کنیم از این دو زاویه کدام بزرگ‌تر است، در این

در واقع قضیه‌های ۱ و ۲ ضلع‌ها و زاویه‌های مثلث را بر حسب اندازه‌ها مرتب می‌کنند:

$AC < AB < BC \Leftrightarrow \angle B < \angle C < \angle A$
علامت $\Leftrightarrow$ یعنی سمت راست، سمت چپ را نتیجه می‌دهد و سمت چپ نیز سمت راست را نتیجه می‌دهد.

فعالیت ۱. نشان دهید در هر مثلث غیرمتساوی‌الاضلاع، حداقل یک زاویه وجود دارد که اندازه‌اش کمتر از 60° است و حداقل یک زاویه وجود دارد که اندازه‌اش بزرگ‌تر از 60° است.

ابتدا سعی کنید با توجه به قضیه‌ها و مفهوم‌های قبلی و اینکه می‌دانیم مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث برابر 180° است، پاسخی قانع‌کننده بیابید. فرض کنید در هر مثلث غیرمتساوی‌الاضلاع هیچ زاویه‌ای کوچک‌تر از 60° وجود نداشته باشد. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا چنین فرضی امکان دارد؟ چرا؟ مسلماً پاسخ خواهید داد که در این صورت مجموع اندازه‌های زاویه‌های مثلث از 180° بیشتر می‌شود که امکان ندارد.

به همین ترتیب اگر فرض کنید در هر مثلث غیرمتساوی‌الاضلاع هیچ زاویه‌ای بزرگ‌تر از 60° وجود نداشته باشد، مشابه قبلی نشان دهید که این هم غیرممکن است.

فعالیت ۲. در شکل ۴ دو پاره‌خط AB و CD در نقطه E متقاطع‌اند. اگر داشته باشیم: $\angle D > \angle B$ و: $\angle C > \angle A$ فکر می‌کنید از دو پاره‌خط AB و CD کدام بزرگ‌تر از دیگری است؟ چرا: $BE > ED$ و $AE > CE$ ؟

ریاضی به روش گفت‌وگو

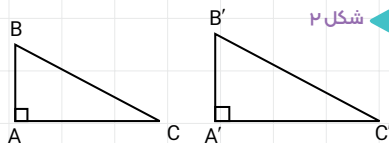


قضیه فیثاغورس از مثلث قائم الزاویه
تا دایره مثلثاتی و معادله جبری دایره

خسرو داودی و آرش رستگار

با هم برابر باشند، چون مجموع زاویه‌های مثلث 180° است، پس: $\hat{C} = \hat{C}'$ و حالت تشابه ز ز خواهد بود. یعنی تساوی دو زاویه به دست می‌آید نه ز ز. پس حالت‌های تشابه مثلث‌ها با حالت‌های تساوی مثلث‌ها منطبق نیستند.

مرجان: بیا ادامه بدهیم. برای مثلث‌های قائم الزاویه متشابه $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ (شکل ۲) که رأس‌های A و A' قائمه هستند، در حالت ز ز اگر یکی از دو زاویه مساوی قائمه باشند، تساوی یکی از زاویه‌های دیگر برای تشابه مثلث‌ها کفایت می‌کند. پس کافی است بدانیم: $\hat{B} = \hat{B}'$ یا بدانیم: $\hat{C} = \hat{C}'$ و با داشتن هر یک از این تساوی‌ها نتیجه خواهیم گرفت: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$.

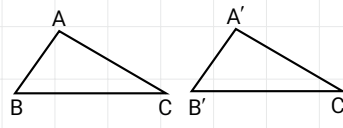


خانم صورتگر که از پیشرفت بحث راضی بود گفت: «حال رابطه فیثاغورس را برای هر دوی این مثلث‌های قائم الزاویه متشابه بنویسید و مقایسه کنید.»
مرجان روی تخته نوشت:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$A'B'^2 + A'C'^2 = B'C'^2$$

مرجان همین‌جا مکث کرد. او نمی‌دانست چه ربطی بین این دو تساوی وجود دارد.



شکل ۱

در شکل ۱، اگر مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ داده شده باشند و رأس‌های A و A' با هم و رأس‌های B و B' با هم و رأس‌های C و C' با هم متناظر باشند، حالت ض ض ض را داریم؛ یعنی:

$$AB = A'B'$$

$$AC = A'C'$$

$$BC = B'C'$$

مریم: پرش از دنیای تساوی مثلث‌ها به دنیای تشابه مثلث‌ها کاری ساده است. کافی است به جای تساوی اضلاع، تساوی نسبت‌های آن‌ها را فرض کنیم. یعنی اگر داشته باشیم حالت ض ض ض $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ از تشابه به دست می‌آید.

مرجان: حالت ض ض ض هم ساده است. مثلاً اگر $\hat{A} = \hat{A}'$ و $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ تشابه مثلث‌ها به حالت ض ض ض اتفاق افتاده است. اما حالت ز ز کمی مشکوک است. مثلاً باید گفت $\hat{A} = \hat{A}'$ ، $\hat{B} = \hat{B}'$ و $\frac{AB}{A'B'} = ?$ که به نظرم معنی ندارد.

مریم: اگر دو زاویه $\hat{B}$ و $\hat{B}'$ که متناظرند و دو زاویه $\hat{A}$ و $\hat{A}'$ که متناظرند هر دو

خانم صورتگر از دانش‌آموزان خواست حالت‌های تساوی مثلث‌ها را با حالت‌های تشابه مثلث‌ها مقایسه کنند و بعد حالت‌های تشابه مثلث‌های قائم الزاویه را بیرون بکشند. او گفت این مسئله را برای درک بهتر قضیه فیثاغورس پیش می‌کشد. خانم صورتگر توضیح داد: «مانند تساوی مثلث‌ها که به سه حالت (ض ض ض) (ض ض ز) (ز ز ز) آن را یاد گرفتید، برای تشابه دو مثلث هم سه حالت تشابه وجود دارد:

۱. اگر دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه متناظر از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث متشابه می‌شوند (ز ز).
۲. اگر دو ضلع از یک مثلث با دو ضلع از مثلث دیگری متناسب باشند و زاویه بین ضلع‌های متناسب برابر باشند، دو مثلث متشابه می‌شوند (ض ض ز).
۳. اگر سه ضلع از یک مثلث با سه ضلع از مثلث دیگری متناسب باشند، دو مثلث با هم متشابه هستند (ض ض ض).

مرجان و مریم: گروهی تشکیلی دادند و در برابر سایر دانش‌آموزان، پای تخته با هم به مباحثه پرداختند.

مرجان: حالت‌های تساوی مثلث را می‌دانیم. ض ض ض، ض ض ز و ض ض ض. اولی نماینده دو ضلع و زاویه بین، و دومی دو زاویه و ضلع بین و سومی نماینده سه ضلع هستند. اگر بخواهم دقیق‌تر بگویم:

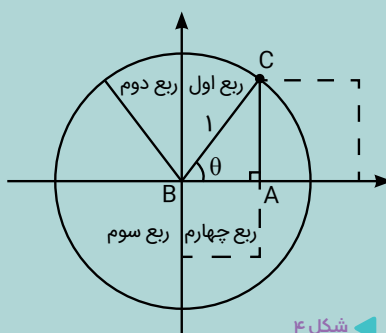
مریم: نکته جالبی به نظرم رسید. اگر قرینه آینه‌ای C نسبت به محور yها را C' بنامیم، نقطه C' متناظر زاویه‌ای مانند α می‌شود که سینوس و کسینوس آن با θ برابر است؛ به‌جز اینکه علامت کسینوس عوض می‌شود. پس رابطه $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ هنوز برقرار است، چون: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$$\sin\alpha = \sin\theta \quad \text{و} \quad \cos\alpha = -\cos\theta$$

همین‌طور می‌توان دید در ربع سوم و ربع چهارم نیز اگر تصویر C را که در حال حرکت روی دایره مثلثاتی است، روی محور xها و محور yها در نظر بگیریم و آن‌ها را $\sin\theta$ و $\cos\theta$ بنامیم، باز هم رابطه $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ برقرار است. خانم صورتگر با شوق تمام مریم را تشویق کرد و گفت: «آفرین بر تو مریم! چیزی که تو کشف کردی همان معادله دایره به شعاع واحد و در مختصات دکارتی است.

اگر هر نقطه C را روی دایره واحد با دوتایی مرتب (x, y) نمایش دهیم که x و y طول تصویرهای نقطه C بر محورهای xها و yها باشند، همه نقاط در معادله جبری $x^2 + y^2 = 1$ صدق می‌کنند. پس معادله دایره همان قضیه فیثاغورس است. وقتی با زاویه‌های حاده کار می‌کردیم، در پارادایم مثلث بودیم و سینوس و کسینوس را به کمک مثلث قائم‌الزاویه می‌فهمیدیم. اما وقتی به ربع دوم وارد شدیم زاویه ما منفرد شد و به پارادایم دایره مثلثاتی وارد شدیم. هنوز هم سینوس و کسینوس زاویه منفرد به کار علم مثلثات که به حل مثلث می‌پردازد می‌آید. اما وقتی وارد ربع سوم و ربع چهارم می‌شویم می‌توانیم به سینوس و کسینوس به عنوان تابع‌هایی روی همه زاویه‌های با مقدار در عددهای حقیقی فکر کنیم. یعنی دنیایی که در آن زندگی می‌کنیم در هر مرحله عوض می‌شود.»

تا از هر مثلث قائم‌الزاویه دقیقاً یکی را مشخص کرده باشیم. یعنی هر θ دقیقاً یک مثلث قائم‌الزاویه را مشخص می‌کند که وتر آن برابر یک باشد. در این صورت: $AB = \cos\theta$ و $AC = \sin\theta$. پس می‌توان کسینوس را به سایه و سینوس را به وجه زاویه θ ترجمه کرد. رابطه فیثاغورس تبدیل می‌شود به رابطه $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ که قبلاً با آن آشنا هستید. حال نقطه C را روی دایره مثلثاتی به شعاع ۱ و به مرکز B در نظر بگیرید (شکل ۴).

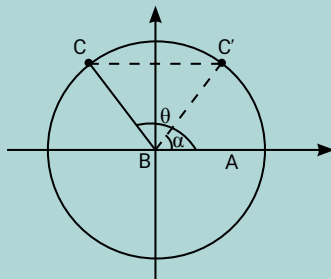


شکل ۴

وقتی نقطه C در ربع اول قرار گرفته است سایه آن روی محور xها، $\cos\theta$ و تصویر قائم آن روی محور yها به اندازه CA از مبدأ فاصله خواهد داشت که برابر است با $\sin\theta$.

حال نقطه C را در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت حرکت دهید و تصویرهای آن را روی محورهای x و y بررسی کنید.»

مرجان: وقتی وارد ناحیه دوم می‌شویم زاویه θ منفرد می‌شود (شکل ۵). $\sin\theta$ عددی مثبت در بازه [۰، ۱] باقی می‌ماند. اما $\cos\theta$ به سمت دیگر محور xها می‌رود و عددی منفی در بازه [۰، -۱] را به دست می‌دهد.



شکل ۵

مریم گفت: «باید از تساوی نسبت اضلاع متناظر استفاده کنیم. فرض کنید این نسبت مساوی برابر x باشد. یعنی:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = x$$

در این صورت: $AB = x \cdot A'B'$

$$AC = x \cdot A'C'$$

$$BC = x \cdot B'C'$$

بنابراین اگر رابطه دوم $A'B'^2 + A'C'^2 = B'C'^2$ را در x ضرب کنیم، رابطه اول به دست می‌آید.

خانم صورتگر گفت: «بسیار عالی! شما ربط بین دو رابطه فیثاغورس را به دست آوردید. اما من همین حرف شما را به صورت دیگری تکرار می‌کنم. در رابطه اول بر BC^2 و در رابطه دوم بر $B'C'^2$ تقسیم کنید:

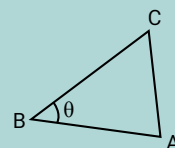
$$\left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{A'B'}{B'C'}\right)^2 + \left(\frac{A'C'}{B'C'}\right)^2 = 1$$

از رابطه تشابه داریم: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ و پس دو رابطه فیثاغورس دقیقاً یک چیز هستند.»

مرجان با تعجب فریاد کشید: «عجب! نسبت‌های $\frac{AB}{BC}$ و $\frac{A'B'}{B'C'}$ برای هر مثلث قائم‌الزاویه متشابه با $\triangle ABC$ همان هستند.»

خانم صورتگر ادامه داد: «آفرین مرجان! این نسبت‌ها را نسبت ضلع زاویه قائمه به وتر می‌نامیم. سال آینده با این موضوع آشنا می‌شوید که در مثلث ABC با زاویه قائمه A، اگر $\hat{B} = \theta$ بنامیم، $\frac{AB}{BC}$ را کسینوس θ ($\cos\theta$) و $\frac{AC}{BC}$ را سینوس θ ($\sin\theta$) می‌نامند.



شکل ۳

نام سینوس از کلمه سانسکریت **جیوا** گرفته شده که در عربی به جیب تبدیل شده است. در ترجمه از عربی به لاتین، به اشتباه جیب را به معنی گریبان یا یقه گرفتند و به سینوس به معنی سینه یا بغل ترجمه کردند. می‌توانید برای سادگی فرض کنید: $BC=1$



دانش‌تَن ریاضیات به ایجاد نظم در آثار هنری کمک می‌کند

گفت‌وگو با افرا ارباب افصلی، رتبه
برتر رقابت‌های ریاضی و دانش‌آموز
دبیرستان فرزنانگان زاهدان
● محمد دشتی

اینکه دانش‌آموز دوره اول متوسطه، علاوه بر توفیق در درس و مسابقه‌های ریاضی بتواند روان و سلیس حرف بزند و علاوه بر آن قلم خوبی هم داشته باشد، خیلی جای خوش‌حالی دارد. در اولین تماسم با افرا ارباب افصلی، پدر گوشی را بر می‌دارد. خودم را که معرفی می‌کنم، گرم‌تر و صمیمی‌تر صحبت می‌کند و می‌گوید: «اگر چند لحظه دیگر تماس بگیرید، به گمانم افرا هم بیاید. تلفن همراهش نزدیک من بود و به تماس شما پاسخ دادم...»

حرفش تمام نشده است که انگار صدای افرا از همان نزدیکی‌ها به گوشش می‌رسد. با همان خون‌گرمی و مهربانی که در کلامش موج می‌زند، خداحافظی می‌کند و گوشی را به افرا می‌دهد. بعد از سلام و علیک، کمی صحبت می‌کنیم و افرا خانم قول می‌دهد درباره موضوع‌هایی که مطرح شد برای ما بیشتر توضیح دهد. مدت زیادی از این تماس نگذشته بود که نوشته منسجم و خواندنی او به دستم رسید. متنی جذاب و روان که در ادامه آن را می‌خوانید.

همین باشد. معلمان خوب درس ریاضی‌ام، در آشناسدن من با ریاضی بسیار تأثیرگذار بودند و مادر عزیزم در این زمینه بسیار به من کمک کرده است و مرا حمایت می‌کند.

● به چه درس‌های دیگری علاقه دارید و چرا؟

● باید اضافه کنم علاوه بر درس ریاضی، به درس‌های شیمی، فیزیک و عربی نیز علاقه‌مند هستم. درس شیمی و فیزیک را به این دلیل دوست دارم که به من کمک می‌کنند، در مورد مواد و ساختار آن‌ها و قوانین حاکم بر نیروها و حرکت جسم‌ها بیشتر بدانم و دلیل بسیاری از پدیده‌های طبیعی را بفهمم. به زبان عربی نیز علاقه‌مند هستم، چون زبانی کامل و غنی است، قواعد و قوانین جالبی دارد، بسیاری از مردم دنیا به این زبان سخن می‌گویند و کتاب‌های زیادی نیز به این زبان نوشته شده‌اند.

● دلیل علاقه شما به درس ریاضی چیست و چه روشی را برای یادگیری این درس پیشنهاد می‌کنید؟

● ریاضی علمی بی‌انتهاست و هر لحظه مطلب جدیدی

● لطفاً خودتان را معرفی کنید و بفرمایید چه سالی متولد شده‌اید، محل تولدتان کجاست و کجا درس می‌خوانید؟

● من افرا ارباب افصلی، متولد ۲۱ خرداد ۱۳۸۸ در شهر زاهدان هستم. دوران ابتدایی را در مدرسه‌های «اندیشه» و «روشنگر» تحصیل کردم و بعد از آن دوره اول متوسطه را در مدرسه «سمپاد فرزنانگان ۱» گذراندم. در حال حاضر هم دانش‌آموز پایه دهم رشته ریاضی فیزیک مدرسه فرزنانگان دوره دوم در شهر زاهدان هستم.

● از چه زمانی و چرا به درس ریاضی علاقه‌مند شدید؟

● از دوران دبستان به ریاضیات علاقه زیادی داشتم و به عنوان تفریح و سرگرمی مسئله‌های ریاضی و خلاقیتی را حل می‌کردم و کتاب‌های کمک‌درسی ریاضی را مطالعه می‌کردم. اما از زمانی که وارد دوره اول متوسطه شدم بیشتر به این علاقه‌ام پرداختم. همه زمینه‌های ریاضیات، مخصوصاً نظریه اعداد و ترکیبیات برای من بسیار جالب هستند. من به حل کردن مسئله، فکر کردن و آشناسدن با مسئله‌های جدید بسیار علاقه‌مند هستم و فکر می‌کنم دلیل علاقه‌ام به ریاضیات

مجله‌های «رشد کودک» را مطالعه می‌کردم. شعرها و تصویرهای مجله‌های رشد کودک بسیار سرگرم‌کننده بودند و تلاش می‌کردم تمامی شعرها را حفظ کنم!

• در چه مسابقه‌هایی شرکت کرده‌اید و چه موفقیت‌هایی کسب کرده‌اید؟

• در دوره اول متوسطه در مسابقه‌ها و رویدادهای بسیاری شرکت کردم و در مسابقه‌ها و رقابت‌هایی مثل «کارسوق ملی ریاضی مهرگان»، «مسابقه‌های بین‌المللی ریاضی کانگورو»، «مسابقه‌های بیراس»، «محور ریاضی جشنواره نوجوان خوارزمی» و مسابقه‌های ریاضی «آی‌ام‌سی» موفق به کسب مقام شدم. همه این مسابقه‌ها به من کمک کردند روحیه رقابتی را در خودم تقویت کنم و یاد بگیرم برای چیزهایی که می‌خواهم تلاش کنم.

از شرکت در رویدادها و مسابقه‌های ریاضی لذت بردم و چیزهای زیادی یاد گرفتم. شرکت در مسابقه‌های گروهی نیز باعث شد روحیه کار گروهی در من تقویت شود و بتوانم با نظرات متفاوت بهتر کنار بیایم. برای مثال، وقتی پایه هفتم بودم، پژوهشی در زمینه نجوم و ستارگان انجام دادم و موفق شدم مقام اول منطقه را کسب کنم. همچنین در همان سال در مسابقه‌های ریاضی «آی‌ام‌سی» شرکت کردم و موفق به کسب مدال طلا شدم. در سال هشتم به همراه دو نفر از دوستانم در کارسوق ملی مهندسی ژن‌شناسی (ژنتیک) شرکت کردم و تیم ما مقام دوم کشوری را در زمینه تحقیقات زیست‌داده‌ورزی (بیوانفورماتیک) کسب کرد. زیست‌داده‌ورزی تلفیقی از علم زیست‌شناسی، ژن‌شناسی و رایانه است. در آن سال در مسابقه‌های بین‌المللی ریاضیات کانگورو نیز شرکت کردم و دیپلم افتخار گرفتم. البته بیشتر موفقیت‌های من در جشنواره‌ها و مسابقه‌ها مربوط به پایه نهم است.

در جشنواره خوارزمی در محور پژوهش ریاضی به صورت گروهی با یکی از دوستانم که پیش‌تر در کارسوق ژن‌شناسی هم با او بودم شرکت کردم و مقام دوم استانی را کسب کردیم. همچنین در رویداد «ایده شو» که مربوط به حمل‌ونقل دانش‌بنیان بود شرکت کردم و ایده من پس از چهار مرحله داور، ایده منتخب کشور شد. در مسابقه‌های بین‌المللی «بیراس» شرکت کردم که نوعی مسابقه خلاقیتی مربوط به تفکر ساختارمند برای حل خلاقانه مسئله‌هاست و موفق به کسب دیپلم افتخار شدم. در سال نهم در کارسوق ریاضی مهرگان شرکت کردم و مقام سوم کشوری را به دست آوردم. در آزمون پایانی دوره آموزشی فناوری‌های نوظهور که از طرف دانشگاه صنعتی شریف برای آشنایی دانش‌آموزان با فناوری‌های عصر حاضر برگزار شده بود نیز بین ۱۰ رتبه برتر قرار گرفتم.

برای یادگیری در آن وجود دارد. علاوه بر آن، یکی از علوم پایه است و کاربرد زیادی در بسیاری از صنایع دارد.

از سویی دیگر ریاضی جذاب است، چون انسان را به تفکر وای دارد و ذهن انسان را به چالش می‌کشد. درسی بسیار خلاقانه است که دانش‌آموزان می‌توانند برای هر مسئله راه‌حل خلاقانه خود را ابداع کنند. به نظرم اگر دانش‌آموزان نتوانند به یک روش مسئله‌ای را حل کنند، باید بکوشند به آن با نگاهی متفاوت بنگرند و این باعث تقویت توانایی آن‌ها در حل مسئله می‌شود.

من علاوه بر خود درس ریاضی، به تدریس آن به دوستانم هم علاقه زیادی دارم. دوست دارم دیگران را هم با مطالب جالب ریاضی آشنا کنم. برای نمونه، روزی که من و عده‌ای از دانش‌آموزان دیگر در تالاری منتظر آغاز سخنرانی فردی نشسته بودیم، متوجه شدم کسی که کنار من نشسته، از این انتظار خسته شده است. تصمیم گرفتم از این فرصت استفاده کنم و مطالب جالبی را که اخیراً در مورد نماد فاکتوریل و ترکیبیات خوانده بودم، با او در میان بگذارم. از آن روز او هم مثل من به ریاضی علاقه پیدا کرده است. بعد از آن ما دوستان خوبی برای هم شدیم.

همواره تلاش کرده‌ام در کلاس ریاضی تمام حواسم را به مطالبی که معلم تدریس می‌کند معطوف کنم. در خانه هم تدریس معلم را مرور کنم و با استفاده از کتاب‌های کمک‌درسی و منابع معتبر اینترنتی، مطالب بیشتری درباره آن مبحث یاد بگیرم و تمرین‌ها و مسئله‌های مربوط به آن را هم حل کنم. این روش را به شدت به دیگران نیز توصیه می‌کنم، چون تنها راه تقویت ریاضی حل تمرین و مسئله است. هرچه بیشتر تمرین کنیم، مغزمان برای حل مسئله‌های سخت‌تر و یادگیری مطالب جدید آماده‌تر می‌شود.

• چگونه با مجلات رشد آشنا شدید؟ آیا کتاب یا مجله دیگری هم مطالعه می‌کنید؟

• باید اشاره کنم مطالعه کتاب‌های غیردرسی از کارهای مورد علاقه من است. سعی می‌کنم در اوقات فراغت از درس، کتاب‌های غیرداستانی، رمان، داستان کوتاه، داستان‌های طنز و مجله‌های علمی را مطالعه کنم. به نظر من مطالعه کتاب یکی از بهترین روش‌ها برای آشناسدن با نظرات و طرز فکر انسان‌های مختلف سراسر دنیا و یادگرفتن درس‌های زندگی است.

کتاب خواندن مانند سفرکردن به یک دنیای تازه، انسان را سرحال و بانشاط می‌کند. من از طریق معلم ریاضی با مجله «رشد ریاضی برهان» آشنا شدم. ایشان به من گفتند که مجله رشد ریاضی برهان مطالب جالب و خواندنی دارد و من هم چند جلد از آن را از کتابخانه مدرسه امانت گرفتم و مطالعه کردم. برایم بسیار جذاب بود. من در دوران ابتدایی

• عده‌ای می‌گویند ریاضیات پرکاربردترین دانش و مادر علوم است. نظر شما چیست؟

• به گمانم ریاضی بسیار کاربردی است و می‌توان آن را در همه شاخه‌ها و رشته‌ها مشاهده کرد. از علم اقتصاد و سیاست گرفته تا ورزش، پزشکی، کشاورزی و آشپزی. همه علوم کاربرد مختص خود را دارند، ولی ریاضی به عنوان یک علم پایه تقریباً در همه علوم نقش دارد. در واقع به نظر من ریاضی را می‌توان پایه همه علوم دانست. ریاضی به ما قدرت نوآوری و خلاقیت می‌بخشد و کمک می‌کند موقعیت‌های پیچیده جهان اطراف را مدل‌سازی کنیم. ریاضی حتی در هنر هم بسیار کاربرد دارد. برای مثال در استان ما، سیستان و بلوچستان، طرح‌های زیبای هنر بلوچی دوزی همه از الگوهای هندسی تشکیل شده‌اند. در واقع استفاده از ریاضیات بهترین راه برای ایجاد نظم، تقارن و زیبایی در آثار هنری است. ضمن اینکه ریاضی ابزاری است که کمک می‌کند پدیده‌های اطرافمان را بهتر درک کنیم. ما با استفاده از ریاضیات می‌توانیم جهان کیفی را به صورت کمی بررسی کنیم و به تحلیل دقیق‌تری برسیم. همچنین با استفاده از ریاضی و آمار می‌توان پدیده‌ها را دقیق‌تر پیش‌بینی کرد. ریاضی یک زبان بین‌المللی نیز هست که در همه جای دنیا به یک شکل مورد استفاده قرار می‌گیرد. این ویژگی آن را به ابزاری قدرتمند و قابل اعتماد تبدیل می‌کند.

• یکی از خاطراتان را از دوره تحصیل و در ارتباط با درس و معلم ریاضی برایمان بگویید.

• من خاطرات خوب بسیاری با معلمان ریاضی‌ام دارم، زیرا همیشه تلاش می‌کنم رابطه خوب و نزدیکی با ایشان داشته باشم. یکی از بهترین خاطرات من با معلمانم مربوط به معلم ریاضی پایه نهم، خانم دشتی‌زاده عزیز است. همان‌طور که گفت‌م من در کارسوق ریاضی مهرگان شرکت کردم و مرحله نهایی این کارسوق در شهر اصفهان و به صورت حضوری برگزار شد. در نتیجه من به همراه دو هم‌تیمی و معلم ریاضی، خانم دشتی‌زاده، به یک سفر شش روزه رفتیم. این سفر یکی از بهترین تجربه‌های من بود. گذراندن چند روز کنار دوستان و معلم عزیزم و یادگرفتن از آن‌ها بسیار برای من خاطره‌انگیز است.

• نظرتان در مورد مجله رشد ریاضی برهان و دیگر مجله‌های رشد چیست؟

• مجله‌های رشد برای من خیلی جذاب هستند. مطالب تازه و متنوع مجله رشد ریاضی برهان، به همراه تصویرها و طراحی جالب آن بسیار سرگرم‌کننده و مفید است و می‌تواند گزینه خوبی برای پرکردن اوقات فراغت دانش‌آموزان و همه علاقه‌مندان ریاضی باشد. به عنوان مخاطب، از مطالب فعلی مجله بسیار راضی هستم، اما دوست دارم مطالب

بیشتری در مورد موضوع‌های خلاقیتی و ایده‌های جالب در زمینه ریاضی در مجله چاپ شود. همچنین مطالب طنزآمیز با موضوع‌های مرتبط به ریاضی می‌تواند مجله را جذاب‌تر کند. مطالعه ریاضی فراتر از سطح کتاب‌های درسی می‌تواند به درک ما از ریاضیات کمک کند و مهارت حل مسئله ما را تقویت کند. من برخی از کتاب‌های غیردرسی را در مورد ریاضیات مطالعه کرده‌ام؛ مثل «مسئله‌های مسابقه‌های کانگورو»، «هندسه از ابتدا تا ...»، «۱۰۲ مسئله ترکیبیات»، «مخاف ریاضی» و ... که مطالعه آن‌ها را به دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی پیشنهاد می‌کنم.

• به نظر شما ریاضی در آینده چگونه به زندگی بشر کمک خواهد کرد؟

• مادر من داروساز و پدرم حسابدار است. در نتیجه هر دو با ریاضی سروکار دارند. من یک خواهر کوچک‌تر دارم که ۱۲ ساله است و به کارهای هنری علاقه دارد. او همیشه برای درست کردن خمیر گل چینی و یا درست کردن مایع‌رین از نسبت‌های ریاضی استفاده می‌کند تا کارش به خوبی انجام شود. حل مسئله‌های متعدد ریاضی و یادگرفتن قضیه‌های مهم آن، هم در تحصیل و هم در زندگی روزمره، به من کمک فراوانی کرده است. چرا که حل مسئله‌های ریاضی باعث می‌شود ذهن ما ساختارمند و منظم شود و توانایی تفکر الگوریتمی پیدا کنیم. بتوانیم به مسئله‌ها از زاویه‌های متفاوتی بنگریم که این امر سبب می‌شود در زندگی بتوانیم مشکلات روزمره را به خوبی حل و فصل کنیم. من فکر می‌کنم در آینده هم ریاضی در مسیر شغلی و زندگی شخصی به من کمک خواهد کرد تا بتوانم بهتر تصمیم بگیرم و بهتر با مشکلاتم روبه‌رو شوم.

• از اندیشمندان و صاحب‌نظران معاصر ریاضی کسی را می‌شناسید؟

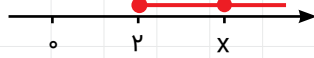
• جای تأسف است اما من تاکنون با هیچ یک از اندیشمندان معاصر ریاضی از نزدیک آشنا نشده‌ام. با این حال از طریق مطالعه آثار و بعضی کتاب‌های آن‌ها توانسته‌ام با برخی دیدگاه‌ها و نظراتشان آشنا شوم. این مطالعات به من کمک کردند درک بهتری از موضوع‌های ریاضی پیدا کنم و برای من الهام‌بخش بوده‌اند. مایلم در این فرصت به اهمیت تلاش کردن اشاره کنم. به نظر من هر فردی فارغ از جنسیت و موقعیتش باید علاقه خود را بشناسد و برای رسیدن به آن بکوشد و تلاش و کوشش را آن‌قدر ادامه دهد تا به موفقیت دست پیدا کند. این زحمات و تلاش‌ها نه تنها سبب می‌شوند در زمینه علاقه خود پیشرفت کنیم و به هدف‌هایمان برسیم، بلکه به ما احساس رضایت و خوش‌حالی می‌دهند. در پایان بر خودم لازم می‌دانم از مادر و پدر عزیزم و همه معلمان خوبم، به خاطر همه محبت‌ها و زحمات‌های بی‌دریغشان برای رشد و موفقیت‌م، قدردانی و تشکر کنم.

اتحاد مربع دوجمله‌ای

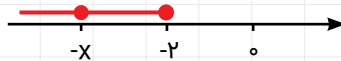
● افشین خاصه‌خان

تجویز و درمان

برای درمان نداشتن دانش کافی است فعالیت ساده‌ای مانند فعالیت زیر را طراحی کنیم و از دانش‌آموز بخواهیم آن را انجام دهد:
ابتدا مجموعه $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$ را روی محور عددهای حقیقی نمایش دهد و یک نقطه دلخواه آن را x بنامد:



سپس قرینه همه نقطه‌های مشخص شده را روی محور دیگر نشان دهد و قرینه x را $-x$ بنامد:



حال نقطه‌های مشخص شده را با متغیر $-x$ در یک مجموعه نمایش دهد:
 $\{x \in \mathbb{R} | -x \leq -2\}$

از او بخواهید این دو مجموعه را با هم مقایسه کند.
برای درمان فراموشی باید دانش‌آموز را متوجه کنیم که این اتفاق عادی است و با مرور درس و تکرارهای منظم تمرین‌ها، می‌توان این مشکل را درمان کرد.

برای درمان اشتباه متداول دوم باید آن جمله دستوری را تبیین کرد و از حالت دستوری به سمت مفهومی سوق داد. در حالت $ax \leq b$ که a مثبت و b منفی است، باید به دانش‌آموز یادآوری کنیم که در حل این نامعادله در واقع ما طرفین آن را به عدد حقیقی و مثبت a تقسیم می‌کنیم. در جمله «طرف معلوم تقسیم بر ضریب مجهول»، b به سمت دیگر انتقال نمی‌یابد تا در تقسیم بر a علامت نامعادله را تغییر دهد.

نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش‌آموزان مفهوم‌های نامعادله و قوانین حل آن را با دقت در کتاب ریاضی نهم یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند، فعالیت‌های کتاب را انجام دهند و مطالب یاد گرفته خود را با مثال‌ها تطبیق دهند. سپس کاردرکلاس‌ها را انجام دهند و در پایان مسئله‌های آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند درک درستی از نامعادله و قوانین آن داشته باشند. در صورت علاقه بیشتر می‌توانند سؤال‌های بیشتری از کتاب‌های کمک درسی حل کنند و مهارت خود را افزایش دهند. هر قدر این تمرین‌ها بیشتر باشند، مهارت و دست‌ورزی آن‌ها در به کاربردن آن قوانین بهتر خواهد شد.

دوستداران درمانگاه ریاضی
امیدوارم با آرامش و حوصله
درس ریاضیات را مطالعه کنید
و برای امتحان‌های دی‌ماه
آمادگی کامل داشته باشید.
در سومین شماره سال تحصیلی
۱۴۰۴-۱۴۰۳ به معرفی یک اشتباه
متداول دیگر می‌پردازم. امیدوارم مورد
توجه قرار گیرد.

اشتباه متداول ۳

تغییر جهت نامساوی در تقسیم طرفین

نامعادله بر یک عدد حقیقی غیر صفر

یکی از اشتباه‌های متداول زمانی اتفاق می‌افتد که دانش‌آموز یک نامعادله خطی را حل می‌کند و به یکی از مرحله‌های زیر می‌رسد:

$$ax \leq b, ax < b, ax \geq b, ax > b$$

که در آن‌ها a و b عددهای حقیقی غیر صفر هستند.
در این مرحله معمولاً دانش‌آموزان یکی از دو اشتباه زیر را انجام می‌دهند:

۱. یک عدد حقیقی منفی است و دانش‌آموز طرفین نامعادله را بر a تقسیم می‌کند و جهت نامساوی را تغییر نمی‌دهد.

۲. یک عدد حقیقی مثبت و b یک عدد حقیقی منفی است و دانش‌آموز طرفین نامعادله را بر a تقسیم می‌کند و علامت را تغییر می‌دهد.

تشخیص علت

خطای اول معمولاً یا به دلیل نداشتن دانش اتفاق می‌افتد و یا به دلیل فراموشی، اما خطای دوم اتفاقاً به سبب نداشتن دانش روی نمی‌دهد، بلکه دانش‌آموز به سبب منفی بودن b این اشتباه را مرتکب می‌شود. به تصور او در تقسیم «به قول خودش طرف معلوم بر ضریب مجهول»، علامت منفی b به طرف دیگر تساوی منتقل می‌شود و در تقسیم بر a ، علامت منفی نقشش را ایفا می‌کند و جهت نامساوی را تغییر می‌دهد.

● خسرو داودی

بیایید کمی فکر کنیم! پویش اربعین بدون پلاستیک

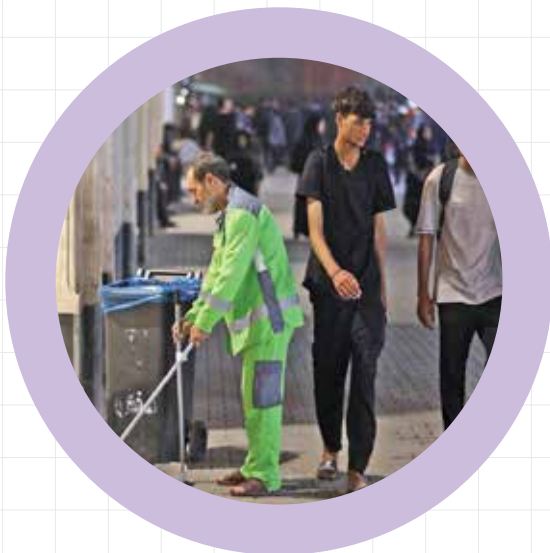


● کمی فکر کنیم

در شماره‌های پیشین مجله برهان و در همین قسمت، درباره عظمت راهپیمایی باشکوه اربعین مطالبی نوشته بودم. همچنین در مورد اهمیت محیط زیست و کاهش مصرف پلاستیک نیز مطالبی را با انجام محاسبه‌های ساده ریاضی مطرح کرده بودم. در اربعین امسال (تابستان ۱۴۰۳) شاهد «پویش اربعین بدون پلاستیک» بودیم. این عنوان نظرم را جلب کرد. عده‌ای از دوست‌داران سیدالشهدا (علیه السلام) تصمیم گرفتند در این راهپیمایی معنوی تلاش کنند مصرف ظرف‌های پلاستیکی را کاهش دهند.

ابتدا از خودشان شروع کردند. در این سفر چند روزه در کوله‌پشتی خود یک عدد بشقاب، یک عدد لیوان و یک قاشق و چنگال گذاشتند تا هر زمان که به آب و غذا یا سایر پذیرایی‌های بین راه احتیاج داشتند، از ظرف‌های یک بار مصرف استفاده نکنند و از موکب‌های بین راه بخواهند که آب و شربت و سایر مایعات را در لیوان و غذاها را در بشقاب خودشان بریزند. پس از میل کردن هم ظرف‌ها را بشویند و داخل کوله خود قرار دهند. همچنین در فضای مجازی سایر عزاداران را تشویق کردند به این پویش بپیوندند. آیا به نظر شما این کار فایده‌ای دارد؟ بهتر است دست به کار شویم و از ریاضی کمک بگیریم.





بیشتر فکر کنیم

توجه به چند نکته ضروری است:

۱. غیر از لیوان، قاشق، چنگال و ظرف‌های غذا، انواع پلاستیک‌های دیگری که برای بسته‌بندی و یا سایر امور، مثل قراردادن کفش‌ها هنگام ورود به مکان‌های متفاوت استفاده می‌شود، در این محاسبه‌ها آورده نشده است.

۲. به نظر من هزینه زیاد این ظرف‌ها در برابر تأثیرات بسیار مخرب زیست‌محیطی پلاستیک‌ها ناچیز است. من فقط برای مشخص‌شدن ابعاد فاجعه هزینه آن‌ها را حساب کردم، اما در واقع محاسبه اصلی زمانی است که اثرات تخریبی آن‌ها در طبیعت بررسی شود. برای مثال، این همه زباله چگونه جمع‌آوری و کجا انبار شود و یا چگونه در دل زمین دفن شود؟!

۳. خوب است ما بچه‌شيعه‌ها که شرکت در این راه‌پیمایی مقدس را گرامی می‌داریم و به آن اهمیت می‌دهیم، بکوشیم از دین اسلام و مذهب تشیع تصویر زیباتری به دنیا ارائه کنیم و در برپایی این تجمع بزرگ تلاش کنیم مسائل بهداشتی و ایمنی، حفظ محیط زیست، کاهش مصرف انرژی‌های فسیلی، و استفاده درست از انرژی‌های پاک را، در کنار صفا، صمیمیت، عشق، محبت به هم‌نوعان و خلوص نیت در پذیرایی از زائران، حرکت جمعی و مقدمه‌سازی برای ظهور حضرت را رعایت کنیم. مطمئن باشید به این ترتیب تصویر زیباتری از اسلام و تشیع به دنیا معرفی می‌شود.



محاسبه کنیم

طبق آمار اعلام شده توسط دولت عراق، در اربعین امسال حدود ۲۲ میلیون زائر از کشورهای متفاوت از جمله ایران در این اجتماع معنوی و عظیم شرکت کردند. فرض کنیم که هر زائر به‌طور متوسط ۴ روز در این مسیر (رفت و برگشت) حضور داشته باشد. در این صورت خواهیم داشت:

$$۲۲۰۰۰۰۰۰ \times ۴ = ۸۸۰۰۰۰۰۰ \text{ (نفر روز)}$$

و اگر هر نفر در یک شبانه‌روز بخواهد به‌طور متوسطه پنج بار آب یا سایر مایعات مصرف کند، بنابراین:

$$۸۸۰۰۰۰۰۰ \times ۵ = ۴۴۰۰۰۰۰۰۰ \text{ لیوان‌های مصرف شده}$$

یعنی در حدود ۴۴۰ میلیون لیوان یک بار مصرف استفاده خواهد شد.

با جست‌وجو در اینترنت قیمت یک بسته ۵۰۰ عددی لیوان یک‌بار مصرف را در حدود ۱۵۰ هزار تومان یافتیم: پس:

$$۴۴۰۰۰۰۰۰ \div ۵۰۰ = ۸۸۰۰۰۰۰ \text{ تعداد بسته‌های لیوان}$$

$$۸۸۰۰۰۰۰ \times ۱۵۰۰۰ = ۱۳۲۰۰۰۰۰۰۰۰ \text{ تومان}$$

باورتان می‌شود؟! ۱۳۲ میلیارد تومان فقط هزینه لیوان یک بار مصرف پلاستیکی شد!

بگذارید یک مورد دیگر را هم بررسی کنیم. اگر هر فرد در یک شبانه‌روز حداقل سه بار غذا بخورد، حداقل سه عدد قاشق و چنگال پلاستیکی مصرف خواهد کرد.

$$۸۸۰۰۰۰۰۰ \times ۳ = ۲۶۴۰۰۰۰۰۰ \text{ تعداد قاشق و چنگال مصرف شده}$$

قیمت قاشق و چنگال پلاستیکی یک بار مصرف را هم بررسی کردیم:

$$\text{یک بسته قاشق و چنگال یک بار مصرف ۵۰ عددی ۷۰۰۰۰ تومان}$$

البته قیمت‌های بیشتر از این مورد هم بودند، اما من کمترین‌ها را انتخاب می‌کنم تا تصویر واقعی‌تری برای شما بسازم.

$$۲۶۴۰۰۰۰۰ \div ۵۰ = ۵۲۸۰۰۰۰۰ \text{ تعداد بسته‌های ۵۰ تایی}$$

$$۵۲۸۰۰۰۰ \times ۷۰۰۰۰ = ۳۶۹۶۰۰۰۰۰۰۰ \text{ تومان}$$

یعنی در حدود ۳۷۰ میلیارد تومان هزینه این تعداد قاشق و چنگال یک بار مصرف خواهد شد!

تا اینجا فقط برای لیوان، قاشق و چنگال حدود ۵۰۰ میلیارد تومان صرف شده است. به نظر کافی است و به احتمال زیاد قانع شده‌اید و لازم نیست هزینه بشقاب‌ها و سایر ظرف‌های یک‌بار مصرف را که برای توزیع غذا بین راه توسط موکب‌ها استفاده می‌شود، حساب کنیم.

آشنایی با مهم‌ترین حوزه‌های علوم تجربی

روح‌الله خلیلی بروجنی

هرچند صدها رشته (حوزه) گوناگون علمی وجود دارند، اما بیشتر آن‌ها به یکی از پنج گروه اصلی زیست‌شناسی، شیمی، فیزیک، علوم زمین و فضا تعلق دارند.

کار همه دانشمندان بر اساس دستاوردها و اکتشاف دانشمندان قبلی است.



توکای آوازخوان



ملخ

الف) زیست‌شناسی، علم مطالعه زندگی

موضوع علم زیست‌شناسی مطالعه علمی موجودات زنده، از ریزترین یاخته‌ها (سلول‌ها) تا بزرگ‌ترین نهنگ‌هاست. زیست‌شناسان عملکرد درونی موجودات، چگونگی رشد و تعامل آن‌ها با یکدیگر و همچنین چگونگی تغییر گونه‌های متفاوت (انواع موجودات) را در طول زمان مطالعه می‌کنند.

۱ حیوانات

مطالعه حیوانات، از جمله نحوه عملکرد بدن و رفتار آن‌ها، «جانورشناسی» نامیده می‌شود.

۲ گیاهان

مطالعه گیاهان، از توده‌های کوچک خزه تا بلندترین درختان، «گیاه‌شناسی» نامیده می‌شود.

۳ محیط زیست

برخی از زیست‌شناسان دنیای طبیعی اطراف موجودات زنده و طرز زندگی و تعامل آن‌ها را با یکدیگر برای بقا مطالعه می‌کنند. این رشته علمی «بوم‌شناسی» (اکولوژی) نامیده می‌شود.

۴ یاخته‌ها

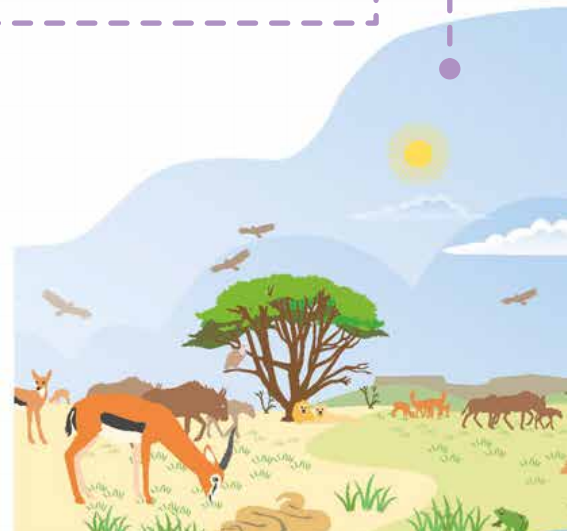
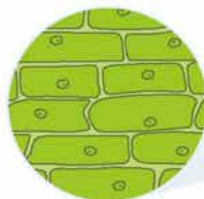
همه موجودات زنده از یاخته‌های بسیار ریزی ساخته شده‌اند که فقط از طریق ریزبین (میکروسکوپ) می‌توانید آن‌ها را ببینید. میکروب‌شناسان (میکروبیولوژیست‌ها) این سلول‌ها و نحوه عملکرد آن‌ها را مطالعه می‌کنند.

۵ بدن انسان

پزشکان به مطالعه علمی بدن انسان و درمان بیماری‌ها می‌پردازند. زیست‌شناسی پایه و اساس علم پزشکی است.

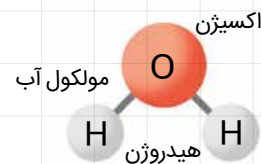


سلول‌ها با ریزبین دیده می‌شوند.



ب) مطالعه مواد

شیمی شاخه‌ای از علوم تجربی است که در آن به مطالعه و بررسی مواد می‌پردازند. شیمی‌دانان نحوهٔ بهم‌کنش ذرات تشکیل‌دهندهٔ مواد، یعنی اتم‌ها و مولکول‌ها را مطالعه می‌کنند.



برخی از واکنش‌های شیمیایی انرژی نوری آزاد می‌کنند.



ماهیتابهٔ نچسب



۱ اتم‌ها و مولکول‌ها

اتم‌ها و مولکول‌ها اجزای سازندهٔ همهٔ مواد شیمیایی هستند. برای مثال یک مولکول آب دارای یک اتم اکسیژن و دو اتم هیدروژن است.

۲ واکنش‌های شیمیایی

هنگامی که دو یا چند مادهٔ شیمیایی در کنار هم قرار می‌گیرند، ممکن است ساختار مولکولی آن‌ها تغییر کند و مواد شیمیایی جدیدی تشکیل دهند. به این فرایند «واکنش شیمیایی» می‌گوییم.

۳ مواد

شیمی‌دانان بسیاری از مواد مفیدی را ساخته‌اند که در طبیعت وجود ندارند؛ مانند تفلون که نوعی آستر نچسب است و برای ساختن برخی ظرف‌ها از آن استفاده می‌شود.

د) مطالعهٔ زمین و فضا

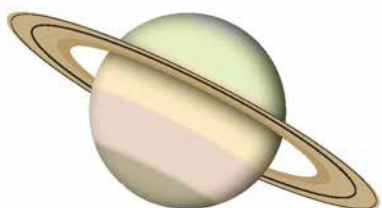
برخی از دانشمندان ساختار سیارهٔ زمین یا سیاره‌های منظومهٔ شمسی و ستاره‌هایی را که می‌توان در فضا دید، مطالعه می‌کنند. علوم زمین (زمین‌شناسی) و علوم فضایی (نجوم) با بسیاری از زمینه‌های فیزیک، شیمی و حتی زیست‌شناسی هم‌پوشانی دارند.

۱ زمین

دانشمندان زمین (زمین‌شناسان) سنگ‌ها و مواد معدنی، ساختار درونی زمین و فرایندهایی را که باعث زلزله و آتشفشان می‌شوند، مطالعه می‌کنند.

۲ فضا

دانشمندان فضایی (اخترشناسان) از تلسکوپ‌ها برای مطالعهٔ قمرها، سیاره‌ها، ستارگان (از جمله خورشید) و کهکشان استفاده می‌کنند.



ج) مطالعهٔ نیروها و انرژی

فیزیک به مطالعه و بررسی علمی نیروها و انرژی می‌پردازد. نیروها انواع گوناگونی دارند و بر همه چیز از اتم‌ها گرفته تا کل جهان تأثیر می‌گذارند.

۱ نیروها

نیرو عاملی است که می‌تواند نحوهٔ حرکت جسم‌ها یا شکل آن‌ها را تغییر دهد. نیروها انواع گوناگونی مانند گرانشی، الکتریکی، مغناطیسی و هسته‌ای دارند.

۲ انرژی

انرژی می‌تواند باعث تغییر و حرکت چیزها شود. انرژی به دو شکل پتانسیل و جنبشی (حرکتی) است. انرژی پتانسیل انواع گوناگونی مانند شیمیایی، الکتریکی و هسته‌ای دارد.



سرمایه گذاری

ژما جواهری پور

... ریاضی

شاید سؤال کنید نرخ بهره چیست؟ نرخ بهره به زبان ساده مقدار پولی است که به عنوان هزینه استفاده از پول دیگران پرداخت می شود. وقتی از کسی پول قرض می گیرید یا در بانک پس انداز می کنید، نرخ بهره درصدی از پول است که به قرض دهنده یا پس اندازکننده به عنوان پاداش پرداخت می شود.

برای درک بهتر، به این مثال توجه کنید:

فرض کنید ۱۰۰۰ واحد پولی از بانک قرض می گیرید و بانک می گوید نرخ بهره ۱۰ درصد است. این یعنی شما باید ۱۰ درصد از مبلغ قرض را به عنوان بهره به بانک بپردازید. پس در پایان سال، شما باید $1000 + 100 = 1100$ واحد پولی به بانک بازگردانید.

● یک مثال ریاضی درباره محاسبه سود ساده در سرمایه گذاری از نوع حساب پس انداز بانکی:

فرضیه ها

- شما ۵۰۰۰ واحد پولی در بانکی سرمایه گذاری می کنید.
- نرخ بهره، سالانه ۶ درصد است.
- مدت زمان سرمایه گذاری سه سال است.

آیا شما هم این رؤیا را دارید که کسب و کار پرسودی برای خودتان راه اندازی کنید؟ اگر می خواهید ثروتمند شوید باید مانند سرمایه گذاران فکر کنید. برای مدیریت پول خود باید مفهومی مثل پس انداز، خرج کردن و سرمایه گذاری کردن را بشناسید. برای رفتن به دنیای سرمایه گذاری باید ذهنی منظم و آموزش دیده داشته باشید. باید بدانید که مسئولیت سرمایه گذاری با خود شماست و باید قبل از هر تصمیم گیری مالی تحقیق و اطلاعات کسب کنید. هدف از سرمایه گذاری کسب سود است. برای اینکه با مفهوم سود به زبان ساده آشنا شوید، به رابطه ریاضی و مثال آن دقت کنید. برخی از انواع سرمایه گذاری ساده عبارتند از:

- حساب پس انداز بانکی: جایی که پول در یک حساب بانکی قرار داده می شود و سودی مشخص به آن تعلق می گیرد.
- خرید سهام: سرمایه گذاری در یک شرکت که ممکن است در آینده سودآور باشد.
- خرید اوراق قرضه: وامی که به یک دولت یا شرکت داده می شود و در نهایت با سود بازپرداخت می شود.
- درباره هر کدام از انواع سرمایه گذاری توضیح خواهیم داد.

فرمول سود ساده

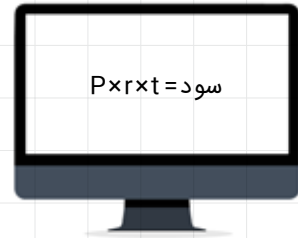
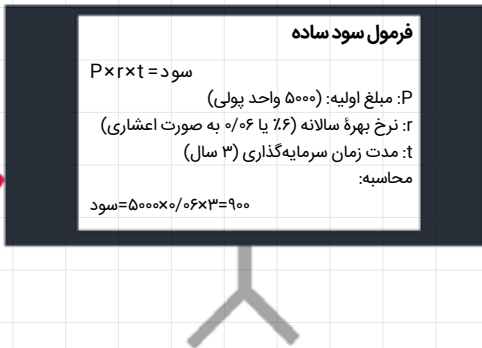
$$P \times r \times t = \text{سود}$$

P: مبلغ اولیه: (۵۰۰۰ واحد پولی)
r: نرخ بهره سالانه (۶٪ یا ۰/۰۶ به صورت اعشاری)
t: مدت زمان سرمایه گذاری (۳ سال)
محاسبه:
 $\text{سود} = 5000 \times 0.06 \times 3 = 900$

محاسبه سود ساده

- ۱ P: سرمایه اولیه
- ۲ r: نرخ بهره (به صورت درصد): ۶
- ۳ t: مدت زمان (بر حسب سال): ۳

$$\text{سود} = P \times r \times t$$





نتیجه

سودی که بعد از سه سال با نرخ بهره ۶ درصد به دست می‌آورد، ۹۰۰ واحد پولی است.
بنابراین، پس از سه سال، شما مجموعاً $5000 + 900 = 5900$ واحد پولی خواهید داشت.
حال فرض کنید از طریق خرید سهام یک کارخانه سرمایه‌گذاری کردید. به مثال ریاضی زیر توجه کنید. در این مثال محاسبه سود سرمایه‌گذاری در سهام را یاد می‌گیرید.

فرضیه‌ها

- شما ۱۰ سهم از یک شرکت به قیمت هر سهم ۱۰۰ واحد پولی می‌خرید.
- بعد از یک سال، قیمت هر سهم به ۱۵۰ واحد پولی می‌رسد.
- هیچ هزینه یا کارمزدی برای خرید و فروش سهام در نظر گرفته نمی‌شود.

چگونه کار می‌کند

- شما اوراق قرضه می‌خرید؛ یعنی پول خود را به دولت یا شرکت قرض می‌دهید.
- آن‌ها به شما سود می‌دهند. شما در دوره‌های زمانی مشخص (معمولاً سالانه) سود دریافت می‌کنید.
- بازگشت اصل پول. در پایان دوره اوراق قرضه (مثلاً بعد از پنج سال)، کل مبلغی که قرض داده‌اید (سرمایه اولیه) به شما بازپرداخت می‌شود.

به زبان ساده‌تر

اوراق قرضه مثل یک قرارداد قرض است که شما با دولت یا شرکت‌ها می‌بندید، و آن‌ها قول می‌دهند که بعد از مدتی هم اصل پول و هم سود آن را به شما برگردانند.

یک مثال ریاضی در مورد سرمایه‌گذاری با اوراق قرضه

فرضیه‌ها

- شما ۲۰۰۰ واحد پولی در اوراق قرضه‌ای سرمایه‌گذاری می‌کنید.
- نرخ بهره سالانه اوراق قرضه ۵ درصد است.
- مدت زمان سرمایه‌گذاری چهار سال است.

فرمول سود ساده

$$P \times r \times t = \text{سود}$$

P: مبلغ اولیه سرمایه‌گذاری
r: نرخ بهره سالانه (۵٪ یا ۰/۰۵ به صورت اعشاری)
t: مدت زمان سرمایه‌گذاری (۴ سال)
محاسبه:

$$2000 \times 0.05 \times 4 = 400 = \text{سود}$$

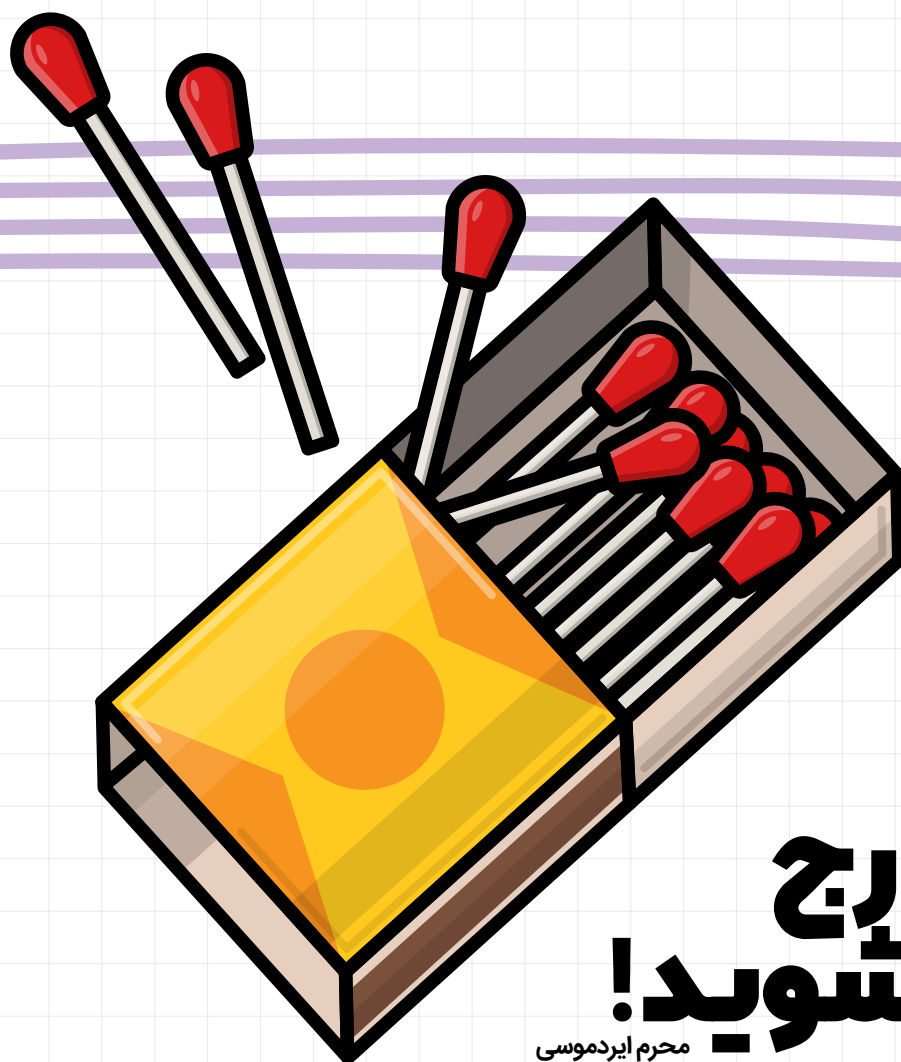
سودی که بعد از چهار سال با نرخ بهره ۵ درصد از سرمایه‌گذاری در اوراق قرضه به دست می‌آورد، ۴۰۰ واحد پولی است.
بنابراین، در پایان چهار سال، شما مجموعاً $2000 + 400 = 2400$ واحد پولی خواهید داشت.
در این مقاله با چند نوع سرمایه‌گذاری و چگونگی محاسبه سود آشنا شدید.

محاسبه سود

- مبلغ سرمایه‌گذاری اولیه:
واحد پولی $10 \times 100 = 1000$ = مبلغ اولیه
- مبلغ بعد از یک سال:
واحد پولی $10 \times 150 = 1500$ = مبلغ نهایی
- محاسبه سود:
مبلغ اولیه - مبلغ نهایی = سود
واحد پولی $1500 - 1000 = 500$ = سود

نتیجه

شما از این سرمایه‌گذاری ۵۰۰ واحد پولی سود کرده‌اید.
مورد سوم در سرمایه‌گذاری با اوراق قرضه است. اوراق قرضه به زبان ساده نوعی وام است که شما به دولت یا شرکت‌ها می‌دهید. به این صورت که وقتی اوراق قرضه می‌خرید، در واقع به آن‌ها پول قرض می‌دهید و آن‌ها متعهد می‌شوند که در زمان مشخصی (مثلاً ۵ یا ۱۰ سال بعد) پول شما را همراه با سود برگردانند.

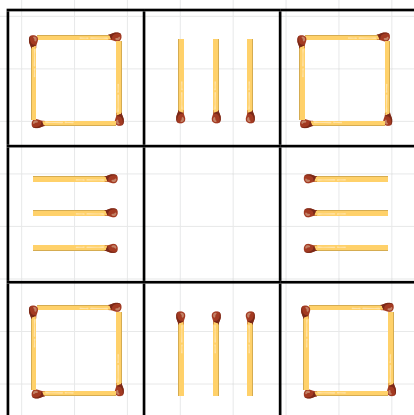


از جعبه خارج شوید!

محرم ایردموسی

چوب‌کبریت حذف شوند.

شکل ۱

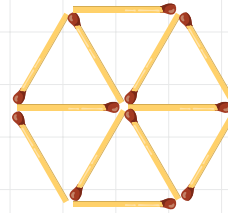
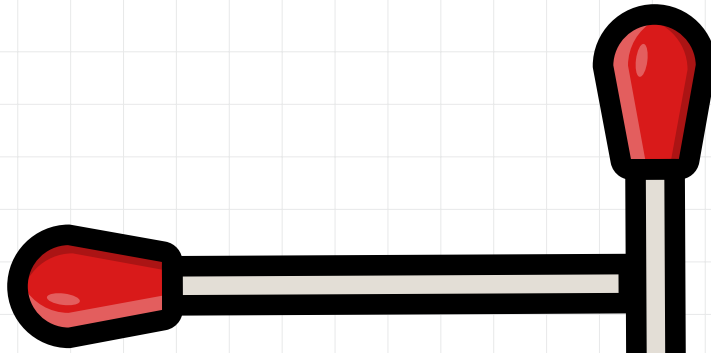


۲. در شکل ۲ شش ضلعی منتظمی را می‌بینید که با ۱۲ چوب‌کبریت ساخته شده است. با جابه‌جایی ۴ چوب‌کبریت شکلی بسازید که شامل دقیقاً ۳ متساوی‌الاضلاع به جای ۶ متساوی‌الاضلاع باشد.

در حل برخی از مسئله‌ها لازم است زاویه دید خود را تغییر دهید و فکرتان را از درگیرکردن به روش‌های مرسوم حل مسئله برهانید. اصطلاح «thinking outside the box» به معنی «تفکر خارج از جعبه» یا «تفکر خارج از چارچوب»، به همین معنی است. در اینجا جعبه، نماد محدودیت‌هاست. جعبه حتی می‌تواند به معنی جعبه ابزارهای مرسوم برای حل یک مسئله باشد. در ادامه چند مسئله می‌آوریم که برای حل آن‌ها به راهبرد «تفکر خارج از چارچوب» نیاز دارید. راه‌حل مسئله‌ها را در رمزبنه سریع‌پاسخ بخوانید. بهتر است زود سراغ راه‌حل‌ها نروید.

۱. در شکل ۱ جدولی ۳ در ۳ می‌بینید که در هر خانه آن (به‌جز خانه وسط) تعدادی چوب‌کبریت قرار دارد. مجموع تعداد چوب‌کبریت‌ها در هر ضلع برابر یازده است (۲ ضلع افقی و ۲ ضلع عمودی). می‌خواهیم ۴ چوب‌کبریت را حذف کنیم، به‌طوری که در نهایت در هر ضلع باز هم در مجموع ۱۱ چوب‌کبریت داشته باشیم. می‌توانیم چوب‌کبریت‌ها را جابه‌جا بکنیم، اما دقیقاً باید ۴





شکل ۲

۴. در شکل ۵ شش نقطه می‌بینید. یک نقطه را طوری در صفحه جابه‌جا کنید که بتوانید ۴ خط راست در صفحه بکشید؛ به طوری که هر خط راست شامل ۳ نقطه از این ۶ نقطه باشد.

شکل ۵

۱

۶

۲

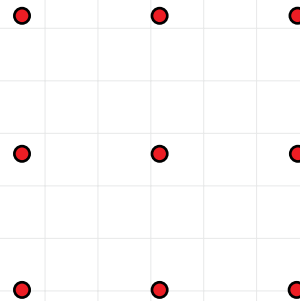
۳

۵

۴

۳. در شکل ۳، تعداد ۹ نقطه مشاهده می‌کنید (جدولی ۳ در ۳). می‌خواهیم با کشیدن ۴ پاره‌خط از همهٔ نقطه‌ها عبور کنیم؛ به طوری که مجبور نباشیم در حین رسم ۴ پاره‌خط، خودکار را از صفحه جدا کنیم. در واقع می‌خواهیم با یک حرکت خودکار، ۴ پاره‌خط پشت سر هم رسم کنیم که از همهٔ ۹ نقطه عبور کند.

شکل ۳



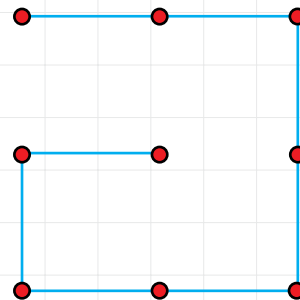
۵. ده سکه (نقطه) را در صفحه طوری قرار دهید که بتوان ۵ پاره‌خط در صفحه رسم کرد، به طوری که هر پاره‌خط شامل ۴ سکه و هر سکه روی دو پاره‌خط باشد. مسئله بیش از یک جواب دارد.

۶. در مجموعه {۹۹۹، ۹۹۸، ...، ۱۰۱، ۱۰۰}، چند عدد وجود دارند، به طوری که هیچ‌کدام از رقم‌های آن‌ها، ۳، ۵، ۷ و ۸ نباشند؟

۷. در یک تورنمنت ورزشی، ۵۰ تیم شرکت کرده‌اند و رقابت‌ها حذفی است (تیم بازنده در هر بازی، از ادامهٔ رقابت‌ها حذف می‌شود). برای معلوم‌شدن قهرمان تورنمنت (تیمی که در پایان بازی‌ها باقی می‌ماند) چند بازی باید انجام شود؟

در شکل ۴ با ۵ پاره‌خط این کار انجام شده است.

شکل ۴



برای دیدن پاسخ‌ها
رمزیننه را پویش کنید.

معلم خوب من • حبیب یوسفزاده کیمیای ریاضیات

کیمیا مهری سال ۱۳۶۲ در شهرستان بیجار کردستان متولد شد. در ۲۲ سالگی با مدرک لیسانس به عنوان دبیر ریاضی در دوره دوم متوسطه مشغول کار شد. بعد از ۱۳ سال تدریس در دبیرستان‌های بیجار، در سال ۱۳۹۷ به شهر کرج (ایران کوچک) منتقل شد و در دوره اول متوسطه به تدریس ادامه داد. آنجا به خاطر علاقه‌ای که به علوم رایانه و برنامه‌نویسی داشت، با چند تن از همکارانش مؤسسه کشوری «جنوجبرای ایران» را تأسیس کردند. اعضای این مؤسسه منابع آموزشی زیادی طراحی کرده‌اند که به صورت محتوای افزوده‌ای از نوع رمزینۀ پاسخ سریع (کیو آر کد) در کتاب‌های درسی ریاضی استفاده شده‌اند.

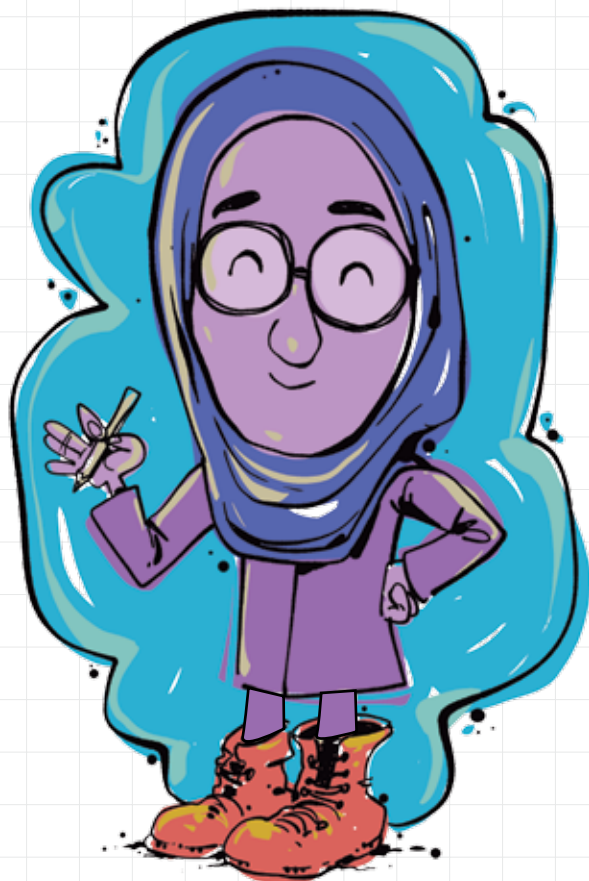
جنوجبرا نرم‌افزار شیرین‌کننده مفاهیم سخت ریاضی است و یادگیری ریاضی را مثل آب‌خوردن آسان می‌کند! باید بگوییم هر دانش‌آموز و معلمی هم که تا حالا سراغش نرفته و حالش را نبرده است، در حق خودش کوتاهی کرده. خانم مهری و دوستان جنوجبرایی‌شان با «دفتر تألیف کتاب‌های درسی» سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی نیز همکاری دارند و تاکنون دوره‌های آموزشی حضوری و مجازی زیادی برای معلمان، دانشجویان و دانش‌آموزان برگزار کرده‌اند.

پا در کفش پدر!

در کلاس‌های ریاضی، همیشه داوطلب حل مسئله‌ها پای تخته بود. برای همین معلم‌ها «استاد» صدايش می‌کردند. پدرش معلم ریاضی بود و کیمیا از همان دوران کودکی سعی می‌کرد پا در کفش بابا کند. یکی از آرزوهایش هم این بود که مثل او ریاضی درس بدهد. او حتی در اوقات فراغت و زنگ‌های تفریح، به سؤال‌های دوستانش پاسخ می‌داد و اشکال‌های آن‌ها را برطرف می‌کرد. غیر از ریاضی به رایانه و برنامه‌نویسی هم علاقه زیادی داشت. برای همین سر دوراهی مانده بود و نمی‌دانست کدام را برای ادامه تحصیل انتخاب کند. اما در نهایت نتوانست پایش را از کفش پدر بیرون آورد و در دانشگاه خوارزمی تهران، مشغول تحصیل در رشته «آموزش ریاضی» شد. کیمیا دائم به فکر ارتقای خودش بود و علاقه به برنامه‌نویسی هم چیزی نبود که بتواند بی‌خیالش بشود.

بعد از حسرت‌خوردن‌های زیاد، روزی در یکی از شماره‌های مجله «رشد آموزش ریاضی»، به‌طور اتفاقی با نرم‌افزار جنوجبرا آشنا شد. نویسنده مقاله توضیحات جالبی درباره خاصیت‌ها و هنرهای این نرم‌افزار داده و ادعا کرده بود، هر کس فکر می‌کند ریاضی ریشه در ریاضت دارد، به خاطر این است که هنوز با جنوجبرا آشنا نشده. به این ترتیب با کاربردها و جذابیت‌های این نرم‌افزار در تدریس ریاضی و یادگیری مفاهیم‌های آن آشنا شد و توانست خودش را باز هم ارتقا بدهد.

با این نرم‌افزار کلی بازی‌های آموزشی و آزمایش‌های ریاضی طراحی کرد و فرصت‌های جدید و جذاب‌تری برای یادگیری ریاضی دانش‌آموزانش به‌وجود آورد. آن‌ها هم از به‌کارگیری فناوری در آموزش خود بسیار راضی بودند و حسابی با فرمول‌ها و معادله‌ها تفریح می‌کردند. طوری که گاهی یادشان می‌رفت زنگ خورده است. برای همین در کلاس می‌ماندند تا بازی‌های ریاضی را با دوستان خود ادامه دهند. حالا خانم مهری به معلم محبوب مدرسه تبدیل شده بود و شاگردانش احتمالاً به این فکر می‌کردند که در آینده پا در کفش او کنند.



قول و قرار شیرین

خانم مهری به خاطر شغل همسرش به یکی از شهرهای دورافتاده استان کردستان منتقل شده بود. اولین روزی که در آن مدرسه شبانه‌روزی مشغول به کار شد، شش دانش‌آموز دختر گریزان از ریاضی در کلاس نشسته بودند. می‌گفتند: «ما علاقه‌ای به رشته ریاضی نداریم، اما مسئولان اصرار دارند، برای اینکه جنس مدرسه جور باشد، این رشته را ادامه بدهیم. اصلاً این قضیه تالس و نیمساز مثلث و مساحت دوزنقه به چه دردمان می‌خورد؟!»

کیمیا خانم بعد از سلام و احوال‌پرسی و معرفی خودش، متوجه شد کار سختی در پیش دارد و باید این تصور کلنگی از ریاضیات را در ذهن بچه‌ها بکوبد و از نو بسازد.

او که همان جلسه اول خودش را در دل بچه‌ها جا کرده بود، از آن‌ها خواست چند هفته با او همراه باشند و به حرف‌هایش گوش کنند. اگر باز هم علاقه‌ای به ریاضی پیدا نکردند، با مسئولان صحبت می‌کند تا بتوانند در رشته‌ای غیر از ریاضی ادامه تحصیل دهند. مدتی طول کشید تا دخترها را با شیرینی‌های ریاضی آشنا و به آن‌ها ثابت کند با ریاضی، دنیا جای بهتری برای زندگی خواهد بود. آن دانش‌آموزان گریزان از ریاضی خودشان هم نفهمیدند چطور دلباخته مثلث متساوی‌الساقین و سینوس و تانژانت شدند. وقتی به خود آمدند، دیدند که سه سال است از درس‌های خانم مهری لذت می‌برند و به‌زودی در رشته ریاضی فارغ‌التحصیل خواهند شد!

وقتی باز هم خانم مهری به دلیل شغل همسرش

به شهر دیگری منتقل می‌شد و مجبور بود

آنجا را ترک کند، دانش‌آموزانش موقع

خداحافظی با اشک بدرقه‌اش کردند.

او هم همراه آن‌ها چند دقیقه‌ای

اشک ریخت. اما همگی خوش‌حال

بودند که در کنار یکدیگر اتفاق شیرین

زندگی‌شان رقم خورده بود.

چند سال بعد، یکی از دخترهای آن

مدرسه در فضای مجازی توانست

او را پیدا کند. خبر خوب این

بود که همگی از مهارت تفکر و

اعتمادبه‌نفسی که تحصیل در

رشته ریاضی به آن‌ها بخشیده

بود، رضایت داشتند و خوش‌حال

بودند از اینکه با مهربانی‌های کیمیاخانم

راهشان را پیدا کرده بودند. طوری

که ادعا می‌کردند اگر دوباره به عقب

برگردند، باز همین راه را انتخاب می‌کنند.

همگی در آزمون سراسری رشته ریاضی

شرکت کرده بودند. برخی شاغل شده

بودند و برخی در حال ادامه تحصیل در

دوره‌های بالاتر بودند.

پی‌نوشت

1. GeoGebra



تشعبده بازی با تاس

اسرار تاس • عباس قلعهپور اقدم

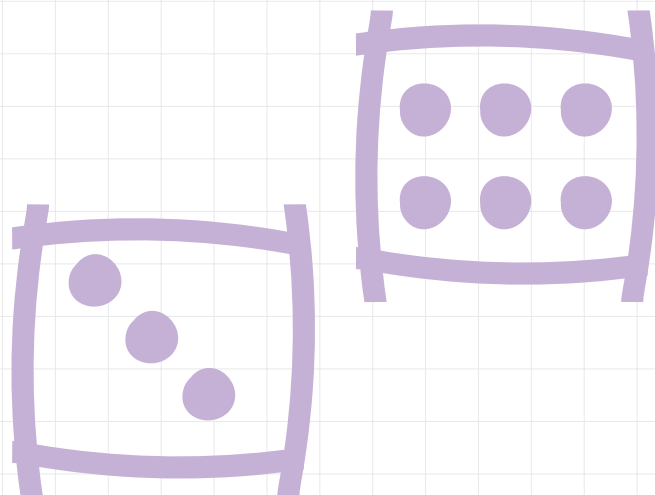


عزیزان امیدوارم دو قسمت قبلی سرگرمی‌های مربوط به تاس را بررسی و با دوستانان انجام داده باشید. برای انجام سرگرمی این شماره، شما به سه تاس بازی و یک دوست به عنوان همبازی نیاز دارید. توجه داشته باشید که در تاس‌هایی که تهیه می‌کنید، قاعده هفت باید رعایت شده باشد. همان‌طور که می‌دانید، مکعب یک شش وجهی منتظم است و تاس مکعبی است که روی شش وجه آن عددهای طبیعی از ۱ تا ۶ حک شده‌اند. نحوه استقرار این شماره‌ها که به صورت خال‌هایی روی وجه‌های تاس مشخص شده‌اند، باید طوری باشد که مجموع خال‌های هر دو وجه روبه‌رو برابر ۷ باشد.

یعنی مثلاً روبه‌روی عدد ۱، عدد ۶ باشد، یا روبه‌روی ۳، عدد ۴ باشد. با این اوصاف معلوم است که روبه‌روی ۲ باید ۵ باشد.

نحوه انجام سرگرمی

شما روی خود را برمی‌گردانید و از دوستان می‌خواهید که هر سه تاس را هم‌زمان روی میز یا زمین بیندازد. سپس عددهای رو شده، یعنی عددهای وجه‌های بالایی تاس‌ها را با هم جمع کند. بعد یکی از تاس‌ها را به صورت دلخواه بردارد و تعداد خال‌های وجه پایینی آن را به مجموع قبلی اضافه کند. حال به او بگویید همان تاسی را که برداشته بود، دوباره



بود:

تاس ۱	تاس ۲	تاس ۳
۲	۶	۵

حال شما روی خود را برمی گردانید و با نیم‌نگاهی سریع عددها را باهم جمع می‌کنید:

$$2+6+5=13$$

بعد ۷ را با آن جمع می‌کنید که همان ۲۰ به دست می‌آید. با به زبان آوردن این عدد، دوستان شگفت‌زده می‌شود.

رازگشایی

دوست شما سه تاس را می‌اندازد. فرض کنیم عددهای روشده به صورت زیر باشند:

تاس ۱	تاس ۲	تاس ۳
X	Y	Z

پس $X+Y+Z$ عددی است که در مرحله اول به دست می‌آید. حال او یکی از تاس‌ها، مثلاً تاس شماره دو را برمی‌دارد و تعداد خال‌های پایین آن را که طبیعتاً برابر $7-Y$ است، با این مجموع جمع می‌کند که می‌شود: $X+Y+Z+(7-Y)$. یا به صورت ساده شده: $X+Z+7$. حال همان تاس را می‌غلطانند. فرض کنیم عدد روشده W باشد. او W را اضافه می‌کند: $W+X+Z+7$.

پس جواب نهایی این است که شما باید پیدا کنید. شما که روی خود را برمی‌گردانید، تاس‌ها را به این صورت می‌بینید:

تاس ۱	تاس ۲	تاس ۳
X	W	Z

شما این سه را سریع جمع و به آن ۷ تا اضافه می‌کنید که می‌شود همان: $W+X+Z+7$. در واقع ۷ همان مجموع خال‌های وجه‌های بالا و پایین تاس دوم است.

موفق باشید و این بازی را به دیگران هم یاد بدهید.

بغلطانند و تعداد خال‌های وجه بالایی آن را به حاصل جمع قبلی اضافه کند و حاصل نهایی را در ذهن خود نگه دارد؛ چرا که قرار است شما با گفتن این عدد او را هیجان‌زده کنید.

حال شما روی خود را برمی‌گردانید و در نگاه اول سریعاً عددهای روشده سه تاس را که روی زمین قرار دارند، جمع می‌کنید و به‌خاطر می‌سپارید. سپس برای اسرارآمیز جلوه دادن کار، تاس‌ها را در دست می‌گیرید و مثلاً کمی در حد سه ثانیه فکر می‌کنید و مجموع آخری را که دوستان در انتظار شنیدن آن است، به زبان می‌آورید. اما چگونه؟ برای این کار کافی است که شما عدد ۷ را به مجموعی که به خاطر سپرده بودید اضافه کنید. جواب را به دوستان بگویید تا شگفت‌زده شود.

بهتر است با یک مثال کار را ادامه دهیم. شما روی خود را برمی‌گردانید و دوستان سه تاس را می‌غلطانند. فرض کنیم عددهای روشده به این صورت باشند:

تاس ۱	تاس ۲	تاس ۳
۲	۴	۵

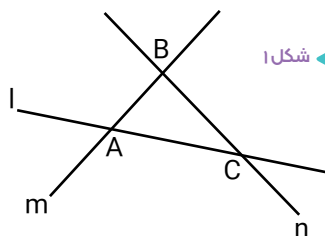
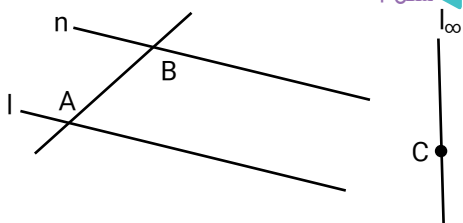
دوست شما این سه را با هم جمع می‌کند که می‌شود: ۱۱. حال از او می‌خواهید که یکی از تاس‌ها را بردارد و تعداد خال‌های وجه پایینی آن را با مجموع پیشین جمع کند. فرض کنیم وی تاس شماره دو را بردارد. خب! در تاس دو عدد روشده ۴ است، آیا می‌توانید بگویید که وجه پایینی آن چند خال دارد؟ آفرین! ۳ تا، چون: $7-4=3$. دوست شما ۳ را به ۱۱ اضافه می‌کند که می‌شود: ۱۴.

حال از او می‌خواهید که همان تاسی را که برداشته است، دوباره بغلطانند و تعداد خال‌های وجه بالایی آن را با حاصل قبلی جمع کند. دوست شما همان تاس را می‌اندازد. فرض کنیم مثلاً عدد ۶ ظاهر شود. او ۶ را با ۱۴ جمع می‌کند و به عدد ۲۰ می‌رسد و آن را به خاطر می‌سپارد. پس در این مرحله وضعیت تاس‌های روی زمین به صورت زیر خواهد



● خسرو داودی و آرش رستگار قسمت سوم: مجموعه پروژه‌های کوچک جایگزینی دو خط متقاطع با دایره برای ریاضی دانان کوچک

موازی باشند چه اتفاقی می‌افتد؟» مثلاً نقطه C را حرکت دهید و کم‌کم به سمت بی‌نهایت بکشانید. در این صورت زاویه خط‌های l و n کوچک‌تر و کوچک‌تر می‌شود و در نهایت وقتی C به بی‌نهایت پرتاب شد، این دو خط موازی می‌شوند (شکل ۲).

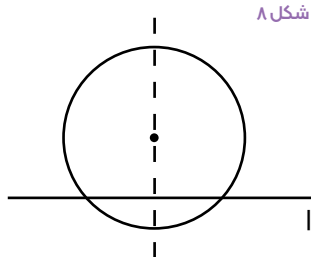


خط‌های l و m یکدیگر را در نقطه A ، خط‌های l و n یکدیگر را در نقطه C و خط‌های m و n یکدیگر را در نقطه B قطع می‌کنند. حال این سؤال پیش می‌آید که: «اگر دو تا از این خط‌ها

می‌توانیم به جای اینکه یک مثلث را سه نقطه در نظر بگیریم که دو به دو با پاره‌خط‌هایی به هم وصل شده‌اند (و البته این سه نقطه نباید روی یک خط قرار بگیرند)، نظری دیگر به مثلث داشته باشیم. مثلث را شکلی بدانیم که از سه خط تشکیل شده است که دو به دو متقاطع‌اند. یعنی هیچ دو تایی از این سه خط موازی نیستند. شکل مثلث را هم می‌توان مطابق شکل ۱ کشید و سه خط را l ، m و n نامید.

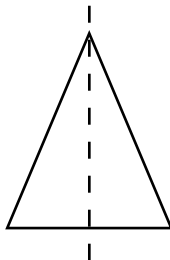
شکل ۱

شکل ۲



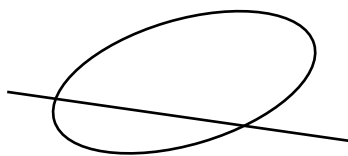
شکل ۸

اگر خطی از مرکز دایره بگذرانیم که بر خط l عمود باشد، شکل ما نسبت به این خط، تقارن آینه‌ای دارد. پس حداکثر این شکل بتواند شبیه یک مثلث متساوی‌الساقین رفتار کند. چون مثلث متساوی‌الساقین هم یک محور تقارن آینه‌ای دارد (شکل ۹).



شکل ۹

اگر می‌خواستیم مشابه یک مثلث دلخواه را داشته باشیم، باید به جای دایره شکل درجه دوم دیگری را می‌گذاشتیم؛ مثلاً بیضی را، آن هم به شکلی که تقارن آینه‌ای وجود نداشته باشد (شکل ۱۰).

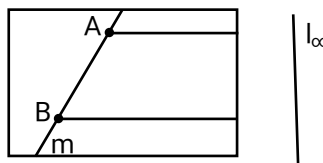


شکل ۱۰

حال با هم ببینیم در مورد مثلث متساوی‌الساقین چه قضایایی را ثابت کرده‌ایم. ابتدا بیایید برای این کلمه‌ها معادل فارسی پیدا کنیم. مثلث را با این دیدگاه جدید به جای سه گوش، «سه‌بر» می‌نامیم. مثلث متساوی‌الساقین را یک «سه بر دو بر مساوی» یا «دو بر همسان» می‌گیریم. می‌توانستیم آن را

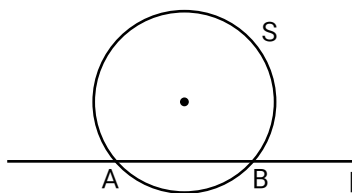
مثلث حدی ثابت کنیم، خواهیم دید که مشابه دایره محیطی برای ABC یک دایره نیست. بلکه از اجتماع دو خط l_0 و خط گذرنده از AB تشکیل شده است (شکل ۶). یعنی اگر در قضیه‌های مثلث معمولی به جای دایره محیطی اجتماع این دو خط را بگذاریم، بسیاری برای مثلث ABC هم قابل اثبات خواهند بود.

شکل ۶



فکری هم داریم که می‌تواند مؤید این جایگزینی باشد. خط معادله‌اش درجه اول است و دو خط معادله‌شان درجه دوم می‌شود که مانند همان دایره است که معادله‌اش درجه دوم است. پس این نتیجه را می‌گیریم که می‌توان به جای دو خط متقاطع هم یک دایره گذاشت. مثلاً باید بتوان در مثلث به جای خط‌های m و n یک دایره قرار داد (شکل ۷).

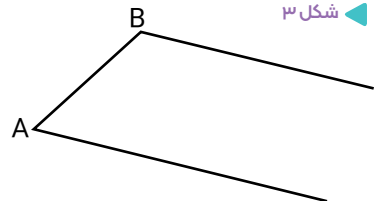
شکل ۷



فرض کنید دایره S خط l را در دو نقطه A و B قطع کند. رأس C را هم نمی‌دانم با چه چیزی جایگزین کنم. می‌پرسم: آیا این شکل می‌تواند مشابه یک مثلث رفتار کند؟ باید توجه کرد که اینجا یک تقارن محوری وجود دارد (شکل ۸).

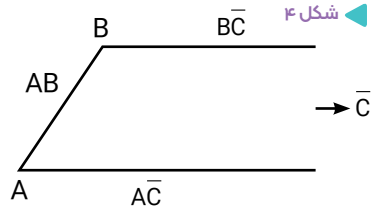
فرض کنید C نقطه‌ای است که روی خطی در بی‌نهایت به نام l_∞ قرار گرفته است. در این صورت مثلث ما به شکل ۳ در می‌آید که ظاهراً از دو رأس A و B ، و دو ضلع به شکل نیم‌خط، به همراه پاره‌خط AB تشکیل شده است.

شکل ۳



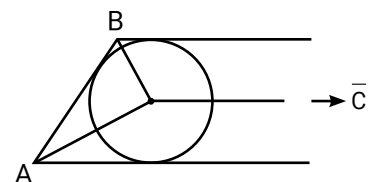
بسیاری از نتایج هندسه اقلیدسی را می‌توان برای چنین مثلثی ثابت کرد. برای رعایت سادگی، نماد ABC را برای این مثلث حدی به کار می‌بریم که در آن رأس C روی l_∞ واقع است. ضلع‌ها را AB ، BC و AC می‌نامیم (شکل ۴) که BC و AC موازی هستند.

شکل ۴



برای مثال، اگر نیمساز زاویه‌های A و B را رسم کنیم و نیمساز زاویه C را خطی موازی BC و AC بگیریم که با آن‌ها هم‌فاصله باشد، باز می‌بینیم که سه نیمساز مثلث ABC هم‌سراند. بنابراین این مثلث هم دایره محاطی داخلی دارد که مرکز آن تقاطع نیمسازهاست (شکل ۵).

شکل ۵



بعد از اینکه چندین قضیه را برای این

از نکته سوم می‌آموزیم که در خط گردی ما لزوماً نباید خط a و دایره S متقاطع باشند. مثلاً ممکن است a بر دایره مماس باشد، یا کاملاً بیرون S قرار داشته باشد.

سؤال پروژه

اکنون نوبت شماست که سعی کنید چندین قضیه هندسه اقلیدسی برای مثلث‌های متساوی‌الساقین را به خط‌گردی‌ها ترجمه و اثبات کنید.

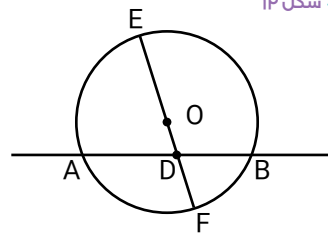
پروژه‌های انجام‌شده خود را با قالب «ورد» (word) حروف‌نگاری کنید و برای ما بفرستید. بهترین پروژه‌ها از طریق رمزینۀ پاسخ‌سریع (کیوارکد) در شماره‌های آینده چاپ خواهند شد.

قضیه ۲. اگر خط a دایره S را در نقطه‌های A و B قطع کرده باشد، برای هر نقطه D روی پاره‌خط AB اگر خطی از D بر دایره S عمود کنیم و نقاط تقاطع را E و F بنامیم، $DE+DF$ مقداری ثابت است.

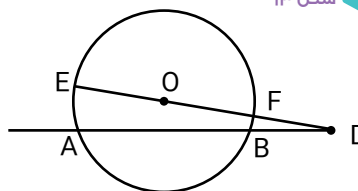
نکته ۱. روشن است که مقدار ثابتی که از آن نام برده شده، همان طول قطر دایره S است.

نکته ۲. اگر نقطه D روی امتداد AB ولی بیرون پاره‌خط AB باشد، باز هم قضیه درست است. اما مانند حالت مثلث متساوی‌الساقین باید تفاضل فاصله‌ها را در نظر گرفت.

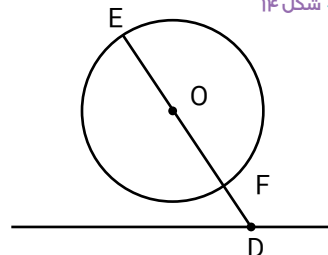
نکته ۳. این قضیه حتی اگر خط a دایره S را قطع نکند هم صحیح است (شکل‌های ۱۲ تا ۱۴).



شکل ۱۲



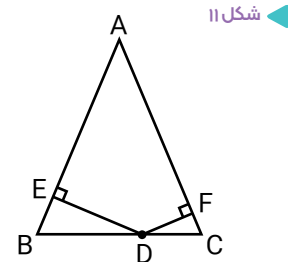
شکل ۱۳



شکل ۱۴

یک «سه گوش دو گوش همسان» هم بخوانیم. می‌توانستیم به جای همسان، همان‌دازه هم بگوییم. ما به جای سه بر، یک خط گردی جایگزین کرده‌ایم.

قضیه ۱. در یک مثلث متساوی‌الساقین ABC که در آن اضلاع AB و AC برابرند. مجموع فاصله‌های هر نقطه D روی ضلع BC از دو ضلع AB و AC عددی ثابت است (شکل ۱۱).



شکل ۱۱

یعنی اگر پای ارتفاع‌ها از D به AB و AC را E و F بنامیم، می‌گوییم $DE+DF$ عددی ثابت است. حال همین قضیه را به زبان فارسی ترجمه می‌کنیم.

گزاره ۱. در یک سه‌برِ دو‌برِ همسان، هر نقطه روی برِ پایه، از دو ساق برابر، دارای جدایی‌های با برهم‌نهی پایا است. به جای فاصله نوشتیم «جدایی» و به جای مجموع نوشتیم «برهم‌نهی»، و به جای ثابت نیز نوشتیم «پایا».

اگر می‌خواهید بدانید این مقدار ثابت چقدر است، حالتی حدی را که D روی B یا روی C قرار می‌گیرد، در نظر بگیرید. یکی از DE و DF برابر صفر و دیگری برابر ارتفاع وارد بر ساق خواهد بود. اثبات قضیه بالا را به دانش‌آموزان واگذار می‌کنیم. توجه کنید که اگر D روی امتداد BC خارج از ضلع BC باشد، باز هم قضیه درست است؛ به شرط آنکه تفاضل فاصله‌ها را در نظر گرفته باشیم. حال توجه کنید که این قضیه برای خط‌گردی ما هم درست است.

جدول عددی

جعفر ربانی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۱											
۲											
۳											
۴											
۵											
۶											
۷											
۸											
۹											
۱۰											
۱۱											

افقی

۱. عدد معادل علی در حروف ابجد - مربع عدد ۲۵ - عدد ۲، مربع و مکعب آن را به ترتیب بنویس.
۲. بهترین نمره ممکن در کلاس - ۹۲ را نسبت به ۷ قرینه بنویس - عددهای رایانه‌ای.
۳. ۵ واحد تا ۱۳۰۰ - اولین عدد فرد بعد از ۱۰ و سپس دومین عدد فرد پس از ۲۰.
۴. ۱۳ را بنویس با سه برابرش - اولین عدد بعد از ۹۳۰۰ که مضرب ۵ هم باشد.
۵. عددی است متقارن به مرکز صفر (۰) که اولین رقم آن ۵ و دو رقم بعدی آن سه برابر ۳۱ است.
۶. مساحت دوزنقه‌ای به ارتفاع ۱۶ و قاعده‌های ۳۶ و ۲۷ سانتی‌متر چقدر است؟ - مربع ۲۱.
۷. عددی است متقارن نسبت به ۱، اولین رقم آن ۵، رقم دوم ۳ و رقم سوم اولین عدد اول است.
۸. رقم‌های ۹، ۴ و حاصل ضرب آن‌ها را دنبال هم بنویس - علی در دهه ۱۳۸۰ متولد شده است و اکنون (سال ۱۴۰۳) ۱۸ سال دارد. او در چه سالی متولد شده است؟
۹. در این سال رضاخان پهلوی کودتا کرد و چند سال بعد به پادشاهی رسید - در این سال با ورود متفقین به ایران رضاخان عزل و به خارج کشور تبعید شد.
۱۰. حضرت علی (ع) در این روز از ماه رمضان شهید شد - عددی متقارن که مربع ۱۱۱ است - تنها عدد مربع بین ۴۰ و ۵۰.
۱۱. همان سومین عدد در ردیف اول افقی - یک کرور چه عددی است - از عدد هزار و یک، یک صفر کم کن.

عمودی

۱. یک دوجین مداد - عددهای متوالی فرد و کمتر از ۱۰ - این روز بهمن ماندگار است.
۲. حاصل این معادله $y = x^3 + x^2 - 8x - 7$ به ازای $(x=10)$ - عدد ۴۱ را مقلوب کن و با هم بنویس.
۳. عددی است متقارن، رقم اول ۲، رقم وسط حاصل ضرب دو عدد اول و آخر، رقم دوم یک واحد بیشتر از رقم اول و رقم سوم یک واحد بیشتر از رقم وسط.
۴. بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی - این عدد را از بالا (مقلوب) بنویس: سالی که در آن جان اف کندی، رئیس جمهور آمریکا، کشته شد.
۵. باز هم مربع ۲۵ - اولین عدد زوج بعد از ۳۶۰ - مساحت زمین مستطیلی به طول و عرض ۳۷ و ۲۵ متر.
۶. پیامبر اسلام در این روز ماه رجب به پیامبری مبعوث شد - کوچک‌ترین عدد دو رقمی - تعداد برادران حضرت یوسف (ع) - سومین حرف الفبای انگلیسی!
۷. یک کرور به اضافه ۲۱ - حجم جعبه‌ای مکعب مستطیل به ابعاد ۳، ۸ و ۱۳ سانتی‌متر. کم‌م دو عدد ۲۴ و ۴۰.
۸. یک متر مانده تا برسیم به قلعه ۹۲۰۰ متری (آیا چنین قلعه‌ای در جهان وجود دارد؟). تکرار یازدهمین عدد اول.
۹. تکرار ۳ عمودی.
۱۰. این تیم مشهور انگلیسی را نام ببر و بنویس! - ۸۰ کنار نیم آن.
۱۱. مربع بزرگ‌ترین عدد یک رقمی - عددی است ۵ رقمی. اولین و آخرین آن ۵ است. رقم وسط حاصل تقسیم این دو است. رقم دوم یک واحد بیشتر از رقم اول و رقم چهارم دو واحد بیشتر از رقم آخر است. مجذور عدد ۹ به اضافه ۱۰.



برای دیدن
پاسخ رمزینه را
پویش کنید.



محمد تقی طاهری تنجانی

در کلاس درس آقای رهنما

استدلال استنتاجی

	۱	۲	۳	۴	۵
علی	x	x	✓		
احمد	x	✓			
کامران					✓
داوود	x	x	x	✓	
ابراهیم	✓				

آقای رهنما: تا اینجا تکلیف سه نفر مشخص

شد. حالا احمد و ابراهیم می‌مانند.

احمدی: آقا گزاره ۳ می‌گوید احمد

کوتاه‌ترین نیست، پس در ستون ۱ برای

ابراهیم علامت ✓ و در ستون ۲ برای احمد

علامت ✓ می‌زنیم. مسئله حل شد. به

ترتیب از کوتاه‌ترین تا بلندترین قد عبارت‌اند

از ابراهیم، احمد، علی، داوود و کامران. چه

جالب روش خوبی بود! این‌طور نیست؟

آقای رهنما: آفرین بر شما. کاملاً درست

است. ما اطلاعات را تجزیه و تحلیل کردیم،

با هم سنجیدیم و نتیجه گرفتیم. به این

روش استدلال کردن «استدلال استنتاجی»

می‌گویند. در حقیقت: «استدلال استنتاجی

روش نتیجه‌گیری با استفاده از حقایق

است که درستی آن‌ها را از قبل پذیرفته‌ایم.»

ما هر روز از این روش در زندگی روزمره‌مان

استفاده می‌کنیم. آیا شما هم می‌توانید

نمونه‌هایی را مثال بزنید؟!

ایمانی: آقا وقتی برای خرید کردن می‌رویم،

قیمت یک محصول را از چند مغازه

می‌پرسیم و با بررسی و مقایسه قیمت‌ها،

مناسب‌ترین کالا را انتخاب می‌کنیم.

بلندترین قد نوشت (عدد ۵ بلندترین و

عدد ۱ کوتاه‌ترین قد است). با توجه به

اطلاعات مسئله هر جا که امکان ندارد

را با علامت ضربدر * نشان می‌دهیم.

حالا کمک کنید جدول را پر کنیم.

ایمانی: گزاره ۱ می‌گوید حداقل دو نفر

از علی کوتاه‌ترند. پس زیر ستون‌های ۱

و ۲ در ردیف علی * می‌زنیم.

احمدی: در گزاره ۴ داوود از علی بلندتر

است. پس زیر ستون‌های ۱، ۲ و ۳ در

ردیف داوود علامت * می‌زنیم.

	۱	۲	۳	۴	۵
علی	x	x			
احمد					
کامران					
داوود	x	x	x		
ابراهیم					

مصطفوی: گزاره ۲ می‌گوید داوود از

کامران کوتاه‌تر است. با توجه به اینکه

برای داوود ستون‌های ۴ و ۵ مانده

است، پس فقط حالتی می‌ماند که

کامران در ردیف ۵ و داوود در ردیف

۴ باشد که این را هم با علامت ✓

مشخص می‌کنیم.

آقای رهنما: آفرین، حالا برای علی چه

حالتی می‌ماند؟

حسینی: ستون‌های ۱، ۲، ۴ و ۵

پُر شده‌اند. فقط می‌ماند ستون ۳ برای

علی که علامت ✓ می‌زنیم.

آقای رهنما (دبیر ریاضی): مسئله‌ای

طرح کرده‌ام که بی‌ارتباط با درس

امروزمان نیست؛ توجه کنید. **علی،**

احمد، کامران، داوود و ابراهیم عضو

تیم بسکتبال مدرسه هستند. اطلاعاتی

در مورد این افراد در دسترس است که

روی تخته نوشته‌ام.

۱. حداقل دو نفر آن‌ها از علی کوتاه‌ترند.

۲. داوود از کامران کوتاه‌تر است.

۳. احمد کوتاه‌ترین فرد نیست.

۴. داوود از علی بلندتر است.

با این اطلاعات افراد را از کوتاه‌ترین تا

بلندترین قد مشخص کنید.

کلاس در سکوت فرو رفت. برخی از

دانش‌آموزان اظهارنظرهای نادرستی

کردند. آقای رهنما رو به دانش‌آموزان

کرد و گفت: «اجازه بدهید کمکتان

کنم.»

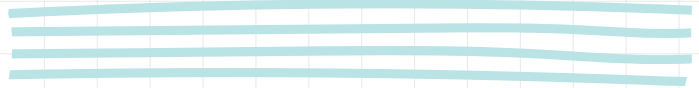
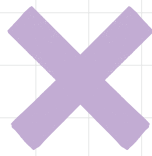
سپس جدولی به صورت زیر روی تخته

کشید:

	۱	۲	۳	۴	۵
علی					
احمد					
کامران					
داوود					
ابراهیم					

نام‌های پنج نفر را در ردیف‌های افقی

و عدد‌های ستون‌ها را از کوتاه‌ترین تا



ریاضی، به خصوص مسئله‌های هندسه را غالباً می‌توان به روش استدلال استنتاجی ثابت کرد. کافی است بتوانید بین فرض‌های مسئله و قضیه‌ها و قانون‌هایی که قبلاً ثابت شده‌اند، ارتباطی برقرار کنید. فرصت امروزمان به اتمام رسید، اما لازم است برای آموختن این روش و مهارت لازم، مسئله‌هایی را ثابت کنید. تعدادی تمرین برای منزلتان در نظر گرفته‌ام. مبصر کلاس، برگه‌های تمرین را توزیع کنید.

تمرین

۱. **علی** می‌گوید: «اکبر دست‌کم ۱۰۰ جلد کتاب دارد.»
- محمد** می‌گوید: «اکبر کمتر از ۱۰۰ جلد کتاب دارد.»
- مجید** می‌گوید: «هر چه باشد اکبر دست‌کم یک جلد کتاب دارد.»
- در صورتی که فقط یک نفر از این سه نفر راست‌گو باشد، اکبر چند جلد کتاب دارد؟
۲. یک قطعه جواهر دزدیده می‌شود. پلیس سه مظنون به نام‌های بهرام، فرید و رامین را دستگیر و مورد بازرسی قرار می‌دهد.
- بهرام** می‌گوید: «من دزد نیستم.»
- فرید** می‌گوید: «رامین دزدی نکرده است.»
- رامین** می‌گوید: «من دزدم.»
- بعداً مشخص می‌شود که دو نفر از آن‌ها دروغ گفته‌اند. چه کسی جواهر را دزدیده است؟
۳. تعداد ۹ سکه را که ظاهر یکسانی دارند، در نظر بگیرید. اگر بدانیم ۸ تای آن‌ها حقیقی هستند و نهمی تقلبی و از بقیه سبک‌تر است، چگونه می‌توان تنها با دو بار وزن کردن توسط یک ترازوی دو کفه‌ای و بدون در دست داشتن پارسنگ سکه تقلبی را پیدا کرد؟
۴. اگر a عددی صحیح باشد، ثابت کنید $a^2 + a$ عددی زوج است.
۵. الف) ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی زوج است.
- ب) ثابت کنید مربع هر عدد صحیح فرد به صورت $8k+1$ نوشته می‌شود.

آقای رهنما: چون عدد‌های a و b لزوماً با هم مساوی نیستند. پس یکی به صورت $2k$ و دیگری $2k'$ نوشته شدند. خوب حالا شما ثابت کنید حاصل جمع هر عدد زوج و هر عدد فرد عددی فرد است.

احمدی: آقا اجازه! عدد زوج را به صورت $2k$ می‌نویسم، ولی عدد فرد را نمی‌دانم چطور باید نشان داد.

آقای رهنما: عدد فرد یکی بیشتر از عدد زوج است و آن را به صورت $2k+1$ نشان می‌دهیم.

مصطفوی: آقا اجازه می‌دهید پای تخته بیایم و اثبات مسئله را بنویسم.

آقای رهنما: بفرمایید.

مصطفوی (پای تخته می‌آید، آن را کاملاً پاک می‌کند و می‌نویسد): اگر a عدد زوج دلخواه و b عدد فرد دلخواه باشد داریم:

$$\begin{aligned} a &= 2k \\ b &= 2k' + 1 \\ a + b &= 2k + (2k' + 1) = 2(k + k') + 1 = 2k'' + 1 \end{aligned}$$

آقای رهنما: آفرین! در حقیقت چون k و k' دو عدد صحیح هستند، پس $k + k'$ نیز یک عدد صحیح است که آن را با k'' نشان می‌دهیم. حالا یک مسئله دیگر را مطرح می‌کنم.

• «اگر a و b دو عدد طبیعی متوالی باشند، ثابت کنید $a^2 + b^2 + ab$ عددی فرد است.»

یک نفر پای تخته بیاید و مسئله را ثابت کند.

حسینی: آقا چون a و b دو عدد طبیعی متوالی‌اند، پس یکی از دیگری یک واحد بیشتر دارد؛ یعنی یکی زوج است و دیگری فرد. فرض کنیم: $a = 2k$ باشد، پس: $b = 2k + 1$ (یک واحد بیشتر از a است).

$$\begin{aligned} ab &= 2k \times (2k + 1) = 4k^2 + 2k \\ a + b &= 2k + 2k + 1 = 4k + 1 \\ ab + a + b &= 4k^2 + 2k + 4k + 1 \\ &= 4(k^2 + k) + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2k' + 1 \end{aligned}$$

یعنی حاصل عددی فرد است.

آقای رهنما: آفرین! بچه‌ها مسئله‌های

مصطفوی: آقا اجازه! فکر کنم قاضی‌های دادگستری هم از این روش استفاده می‌کنند.

آقای رهنما: بله همین‌طور است. قاضی هم بر اساس اطلاعاتی که از جاهای متفاوت می‌گیرد و یا از سخنان متهم می‌شنود و با کنار هم قراردادن آن‌ها، به نتیجه مورد نظرش می‌رسد.

موسوی: آقا اجازه! در ریاضی چطور از این روش استفاده می‌کنیم؟

آقای رهنما: سؤال خوبی پرسیدی. در بخش‌های متفاوت ریاضی از استدلال استنتاجی استفاده می‌شود. کافی است فرض‌های مسئله را در کنار هم قرار دهیم و با استفاده از این اطلاعات، و قضیه‌ها و قانون‌های پذیرفته‌شده، به حکم مورد نظر برسیم. البته همه گزاره‌ها و قوانینی که از آن‌ها استفاده می‌کنیم باید کاملاً درست باشند، وگرنه استدلالمان معتبر نیست. حالا بیا یک سؤال ریاضی را بررسی کنیم.

• دو عدد زوج دلخواه در نظر بگیرید و آن دو را با هم جمع کنید. عدد حاصل زوج است یا فرد؟

بچه‌ها (یک صدا): زوج!

آقای رهنما: درست حدس زدید. جمع هر دو عدد زوج یک عدد زوج است. حالا این حدس را چگونه ثابت کنیم؟ آیا با ذکر چند مثال عددی می‌شود حکم کلی را نتیجه گرفت؟ قطعاً این‌طور نیست و باید به صورت کلی آن را ثابت کنیم. برای این کار دو عدد دلخواه a و b را که زوج هستند، در نظر می‌گیریم و نشان می‌دهیم حاصل جمعشان زوج است. حتماً به یاد دارید که هر عدد زوج را به صورت $2k$ می‌نوشتیم که k عددی صحیح است. یعنی عدد زوج مضرب ۲ است. حالا اگر $a = 2k$ و $b = 2k'$ دو عدد زوج دلخواه باشند، داریم:

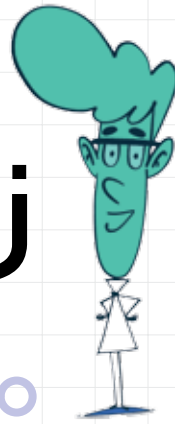
$$\begin{aligned} a + b &= 2k + 2k' = 2(k + k') \end{aligned}$$

چون k و k' عدد صحیح هستند، پس مجموعشان هم عدد صحیح است که آن را با k'' نشان می‌دهیم؛ یعنی $a + b = 2k''$. این یعنی جمع دو عدد زوج دلخواه a و b عددی زوج است.

احمدی: آقا اجازه! چرا عدد b را به صورت $2k$ ننوشتید؟

زندگی بی نهایت عددی

• مترجم: مریم جعفر آبادی



تخمین زدن مقدار دقیق این عدد را به دست آوردند؟ در واقع هیچ وقت!

نوعی شناخته شده است.

ببایید یک دایره را اندازه بگیریم. اندازه گیری قطر و شعاع آن راحت است. چون خط های صاف و مستقیمی هستند که می توانید با یک خط کش به سادگی آن ها را اندازه گیری کنید.

هیچ وقت



نسبت محیط دایره به قطر آن عددی است که به عنوان یک عدد گنگ شناخته می شود. عددی که هرگز نمی تواند به صورت نسبت دو عدد کامل به یکدیگر یا حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم بیان شود. ما می توانیم خیلی خیلی به این نسبت نزدیک شویم، اما مهم نیست که کسر چقدر دقیق باشد. همیشه مقدار کمی فاصله با خطا وجود دارد. به منظور نوشتن آن به شکل اعشاری، یک بسط اعشاری تمام نشدنی داریم که با $3/14159$ شروع می شود و برای همیشه ادامه دارد.



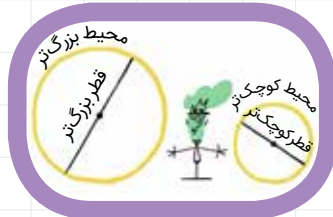
تخمین هایی از این عدد در آثار ریاضی دانان یونان باستان، بابلی، چینی و هندی آمده است. حتی معتقدند از این عدد در ساخت اهرام مصر هم استفاده شده است.



اما برای به دست آوردن محیط دایره به یک متر که به راحتی خم بشود یا یک تکه نخ نیاز داریم؛ مگر اینکه راه بهتری وجود داشته باشد. واضح است که اگر قطر یک دایره بزرگتر باشد، محیط آن بزرگتر و اگر قطرش کوچکتر باشد، محیطش هم کوچکتر می شود.



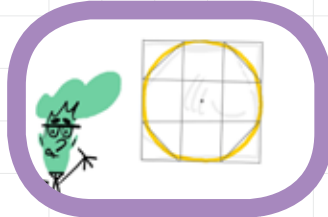
ریاضی دانان عدد پی را با رسم چندضلعی هایی داخل دایره، به طوری که تا حد امکان آن چندضلعی به محیط دایره نزدیک و نزدیک تر باشند، تخمین زدند.



اما از این رابطه می توانیم فراتر برویم. نسبت بین این دو کمیت محیط تقسیم بر قطر، همیشه عدد ثابت «پی» خواهد بود و مهم نیست که دایره چقدر بزرگ یا کوچک شود.



برای همین است که هر بار که می خواهیم عدد پی را بنویسیم، به جای اینکه تعداد نامتناهی تا رقم اعشاری را بنویسیم، از حرف یونانی پی به عنوان یک نماد به جای آن استفاده می کنیم.



آن ها تا سال ۱۴۰۰ میلادی توانستند تا 10^7 رقم اعشار این عدد را محاسبه کنند.



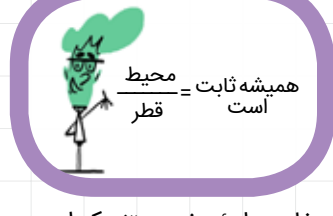
مورخان مطمئن نیستند که این عدد برای اولین بار چه زمانی و چگونه کشف شد. اما تقریباً ۴۰۰۰ سال است که به



امروزه برای اینکه سرعت و توان



اما چه زمانی آن ها بالاخره به جای



همیشه ثابت = محیط / قطر است

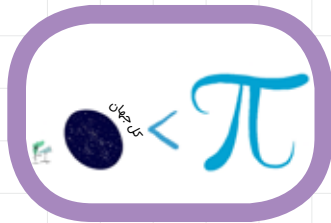


ذره موج الکترومغناطیسی

دانشمندان از عدد پی برای بررسی اینکه نور به شکل یک ذره عمل می‌کند یا یک موج الکترومغناطیسی هم استفاده کرده‌اند. شاید جالب‌تر از همه این کاربردها، برای محاسبه چگالی کل جهان ما باشد که تعداد همه ذرات بی‌نهایتی که آن را ساخته‌اند، باز هم از تعداد کل رقم‌های اعشاری عدد پی کمتر است!



کل جهان



برای دیدن یک محاسبه جالب، وبگاه زیر را ببینید:

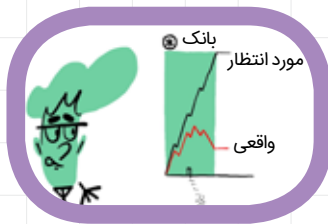
<https://www.piday.org/find-birthday-in-pi/>

شما می‌توانید با وارد کردن تاریخ تولدتان به تقویم میلادی، ببینید که عده‌های روز و ماه و سال تولد شما پشت سر هم در رقم چندم اعشار عدد پی آمده است.

همچنین، عدد پی در مطالعه خم‌ها نیز کاربرد دارد. مثلاً کمک می‌کند نظام‌های (سیستم‌های) تناوبی یا نوسانی مثل پاندول ساعت، امواج الکترومغناطیسی و حتی موسیقی را بهتر درک و مدل‌سازی کنیم.



در آمار از عدد پی برای محاسبه مساحت زیرمنحنی توزیع نرمال استفاده می‌شود که یکی از پرکاربردترین نمودارها در همه حوزه‌هاست؛ از ریاضی و اقتصاد گرفته تا جامعه‌شناسی و ...



بانک

مورد انتظار

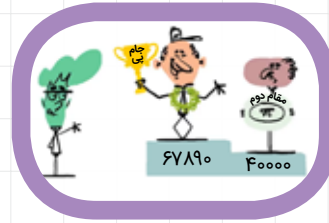
واقعی

رایانه‌ها را بسنجند، نگاه می‌کنند که آن رایانه محاسبه‌های عدد پی را در چه مدتی و تا چندمین رقم انجام می‌دهد. رایانه‌های کوانتومی توانسته‌اند آن را تا دو کوادریلیون رقم محاسبه کنند.

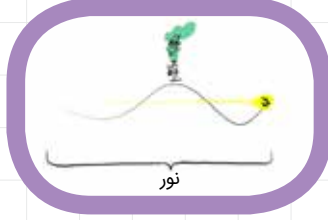


دو کوادریلیون رقم

مردم مسابقه‌هایی برای حفظ کردن تعداد رقم‌های اعشاری پی برگزار می‌کنند و رکوردهای عجیب و غریبی هم برای خودشان ثبت کرده‌اند. مثلاً رکوردهایی برای حفظ کردن بیش از ۶۷۰۰۰ رقم اعشار عدد پی بین مردم وجود دارد.



اما برای بیشتر کارهای علمی فقط به چهل رقم اول یا کمی بیشتر نیاز است. این کاربردهای علمی چیست؟ یک گروه از این کاربردها، تقریباً هر محاسبه‌ای است که شامل دایره‌ها می‌شود؛ از محاسبه حجم یک قوطی نوشابه گرفته تا مداری که ماهواره‌ها روی آن می‌چرخند.



نور



منبع

<https://ed.ted.com/lessons/the-infinite-life-of-pi-reynaldo-lopes>



محمد دشتی

قبل از هر تصمیم بزرگی کمی مکث کنید!

گفت‌وگو با یونس محمدی،
فیلم‌ساز و پادپخش‌ساز (پادکستر)

اکثر کسانی که **یونس محمدی** را می‌شناسند، نام او را با برنامه تلویزیونی «مکث» در شبکه یک صداوسیما به یاد می‌آورند. برنامه‌ای که مدت پخش آن برای هر نوبت حدود ۱۰ دقیقه بیشتر نیست، اما بین اقشار گوناگون جامعه مخاطبان زیادی دارد. این برنامه در عین حال ویژگی‌های خاص خودش را دارد که اتفاقاً برخی از این ویژگی‌های به خصوصیات فردی سازنده و مجری آن برمی‌گردد. شاید یکی از بارزترین این ویژگی‌ها لحن صمیمی و ساده محمدی باشد که بیشتر بینندگان برنامه «مکث» بر آن تأکید دارند. اما زیاتر و امیدبخش‌تر رفتار بی‌تکلف و صمیمانه اوست. وقتی برای گفت‌وگو در رسانه‌ای دیگری او را می‌بینم، صحبت‌مان به مدرسه و رشته ریاضی و مجله‌های رشد می‌گردد. با کمی تردید و اینکه شاید موضوع را به فرصتی دیگر موکول کند، می‌گویم: «آقای محمدی مایل هستید صحبتی هم برای مخاطبان مجله رشد ریاضی برهان داشته باشید؟» «مکثی» می‌کند و می‌گوید: «چرا که نه؟ نوجوان‌ها و جوان‌ها مهم‌ترین مخاطبان برنامه‌های من هستند.» به نظر می‌رسد همین صفا و صمیمیت وجودی یونس محمدی، به عنوان یک سازنده خلاق و خوش قلب، برای موفقیت او و توفیق یک برنامه تلویزیونی در جلب نظر مخاطبان کافی است! در ادامه گفت‌وگو را می‌خوانید:

هر سه نسخه را دوستان هم‌محله‌ای خریدند. تولید آن محصول فرهنگی کار بزرگی بود، اما متوجه شدم عرضه محصول و پیدا کردن مخاطب کار بزرگ‌تری است! چون کتاب‌های خوانده‌نشده زیادی توی قفسه کتابخانه مدرسه‌ها، مسجدها و خانه‌ها، در انتظار بچه‌ها بودند، اما کتاب من هم فروخته شد و مهم‌تر اینکه خوانده شد.

کودکی و نوجوانی‌ام به همین ترتیب در آرزو، عمل و خلق کردن چیزهای جورواجور گذشت. یک سال بعد به همراه برادر کوچک‌ترم یک تلویزیون اختراع کردیم! اما این تلویزیون با همه نمایشگرها یک فرق بزرگ داشت. من و برادرم که مجری برنامه بودیم، دقیقاً داخل تلویزیون بودیم و از توی جعبه بچه‌ها را سرگرم می‌کردیم؛ یک جعبه بزرگ یخچال با یک دریچه ۱۴ اینچی (تقریباً ۳۵/۵ سانتی‌متر). من مسئول پخش موسیقی و روایت داستان بودم و برادرم مسئول عوض کردن نقاشی‌های قصه، پشت دریچه تلویزیون بود! و البته هر دو داخل کارتن یخچال!

این اولین برنامه تلویزیونی بود که تهیه کردم. بعدها فراتاب (پروژکتور) ساختم و فیلم‌های نگاتیو خانوادگی را انداختم روی دیوار. چند تا پرده‌نگار (اسلاید) موجودات زنده هم از کلاس زیست‌شناسی به دستم رسید و تجربه بهتری را برایم رقم زد. محصولات الکترونیکی متفاوتی ساختم؛ از دزدگیر و چراغ چشمک‌زن گرفته تا هواپیمای کوچک هدایت از راه دور. دستی

● کسانی که برنامه «مکث» را در تلویزیون دیده‌اند، با شما آشنا هستند. اما برای آشنایی بیشتر مخاطبان این گفت‌وگو، لطفاً به‌طور مختصر خودتان را برای مخاطبان نوجوان مجله معرفی کنید.

○ من فیلم‌ساز هستم، تولیدکننده پادپخش (پادکستر) و یونس محمدی! در مدرسه‌های «سمپاد» و در رشته ریاضی-فیزیک تحصیل کردم. و در رشته سینما به تحصیل ادامه دادم. بیشتر مخاطب‌ها مرا با برنامه «مکث» که از شبکه یک پخش می‌شود می‌شناسند.

● از دوران تحصیل و به‌خصوص مسیری که در نهایت به هنر و به‌خصوص سینما و تهیه‌کنندگی در دنیای مجازی و رسانه‌های فراگیر رسید، برایمان بگویید.

○ به خاطر دارم هشت ساله بودم که تصمیم گرفتم داستانکی بنویسم. در حقیقت دلم می‌خواست کار بزرگی انجام بدهم. شاید فکر می‌کردم آن کار بزرگ می‌تواند نوشتن کتاب باشد. برای همین قلم به دست گرفتم و یک داستان هفت هشت صفحه‌ای در قطع دفترچه یادداشت نوشتم. یادم نیست که اصلاً درباره چی بود! سر و ته داشت یا نه؟ این اولین تجربه نوشتن من بود. اما خوب به یاد دارم که آن داستانک قرار نبود توی طاقچه اتاقم بماند یا داخل کمد بایگانی بشود. قرار بود من چیزی را منتشر کنم؛ آن هم به عنوان یک کار بزرگ. پس شروع کردم به رونویسی داستانک. بعدش دو نسخه دیگر هم از روی آن نوشتم. به این ترتیب من یک کتاب منتشر کرده بودم که شمارگانش سه نسخه بود!

سفرشستان در این زمینه به مخاطبان مجله رشد ریاضی برهان چیست؟

○ دنیا هر روز پیچیده‌تر می‌شود. هوش مصنوعی با همه خوبی‌ها و فرصت‌هایش، تهدیدهای جدی هم به همراه دارد. یکی از تهدیدهای آن، ساده‌کردن کارها و از بین بردن روحیه تلاش برای کسب تجربه است. من نگرانم که بچه‌ها به اطلاعاتی که هوش مصنوعی تولید می‌کند وابسته بشوند و عادت کنند جواب سؤال‌هایشان را در کسری از ثانیه از آن بخواهند و این کار جای تحقیق، مطالعه عمیق و تجربه را بگیرد. فکر کنید کسانی که امکان واپایش (کنترل) و محدودکردن اطلاعات را دارند، جواب‌های برنامه‌ریزی شده‌ای برای سؤال‌های ما طراحی کنند! مثلاً جعل‌های عمیق (دیپ‌فیک‌ها) هر روز واقعی‌تر می‌شوند. حتی قاضی‌ها در سراسر دنیا ابراز نگرانی کرده‌اند که دیگر نمی‌شود برای اثبات جرم یا بی‌گناهی متهم به تصویرها اعتماد کرد. با این وصف چه بلایی بر سر آگاهی ما خواهد آمد اگر به هوش مصنوعی به عنوان دانای کل اعتماد کنیم؟! این می‌تواند مسیر زندگی بچه‌ها را عوض کند. پس به نظرم یک سرگرمی هوشمند نباید جای مطالعه و پژوهش دقیق و هدفمند را بگیرد.

● از تجربه برنامه «مکت» بگویید که این روزها از شبکه یک سیمای جمهوری اسلامی پخش می‌شود؛ به‌ویژه که شنیده‌ایم، در حال ساخت برنامه‌ای برای نوجوانان و جوانان هستید.

○ پیام‌های متعددی به دستم می‌رسد که پدر و مادرها می‌گویند برنامه تو را با پسر ۱۱ ساله یا دختر ۱۳ ساله‌ام می‌بینیم. گاهی هم بچه‌ها با شماره ۱۶۲ روابط عمومی سازمان صداوسیما تماس می‌گیرند و درباره این برنامه نظر می‌دهند. چند بار هم با نوجوانان دیدار داشته‌ام که برایم جالب بود. این دوستان حتی موضوع‌های برنامه‌ها را به خاطر داشتند. به نظرم این جهش بزرگی است. به باری خدا، من تمام عمرم را صرف نوجوانان خواهم کرد. مثل همین مجموعه جدیدی که برای این مخاطبان ارزشمندم در دست ساخت دارم.

ونکته پایانی!

○ دوست داشتم ساعت‌ها از فرهنگ «کار» برای بچه‌ها حرف بزنم. مهارت‌های میان‌رشته‌ای می‌توانند معجزه کنند. اگر عنوان رشته تحصیلی ما را به همان رشته محدود کند، اولین آسیبش رکود خلاقیت ماست. آدم‌هایی که دستشان توی دنیاهای متفاوت بلند است و حرفی برای گفتن دارند، همیشه مثل عطر نعنای تازه هستند و حرف‌هایشان جدید و جذاب است. پس انجام هر «کاری» یک تجربه جدید است و به مهارت‌های ما می‌افزاید. این به معنای شاخه‌به‌شاخه شدن نیست، بلکه کسب مهارت‌های متنوع می‌تواند درهای جدیدی به روی ابتکار و خلاقیت باز کند. مثل پزشکی که برنامه نویسی هم بلد است، پلیسی که ورزشکار است، آهنگ‌سازی که فیزیک صوت می‌داند، ریاضی‌دانی که رمان‌نویس است، یا دبیر ادبیاتی که متخصص فضای مجازی هم هست. حتماً همه این‌ها متخصصان مفیدتر و موفق‌تری نسبت به نمونه‌های معمولی و تک‌بُعدی خواهند بود. کار جوهره انسان است؛ فراموش نکنیم!

هم بر آتش نشریه داشتم؛ نشریه مدرسه، نشریه فیزیک، نشریه اتحادیه انجمن‌های اسلامی دانش‌آموزان. اصلاً شاید تلاقی این دو علاقه‌مندی «فیزیک - الکترونیک» با «نشر»، باعث شد من فیلم‌ساز بشوم. الکترونیک تصویر، فیزیک نور، و لذت انتشار داستان‌ها و روایت‌ها. البته من تمام این تجربه‌ها را در شهری دورافتاده و مرزی کسب کردم و بعد برای تحصیل در رشته سینما راهی پایتخت شدم. من اهل بجنورد، از استان خراسان شمالی.

● با توجه به سابقه مهاجرت به خارج از ایران، لطفاً از این تجربه برای نوجوانان مخاطب مجله رشد برهان ریاضی صحبت کنید.

○ وقتی کارم را شروع کردم موفق شدم صدها پروژه کوچک و بزرگ تبلیغاتی را در ایران مدیریت کنم. تجربه کردم، یاد گرفتم، خسارت زدم، جبران کردم و تشویق شدم.

این تجربیات درپچه جدیدی برایم باز کرد. متوجه شدم که می‌توانم همکاری برون‌مرزی داشته باشم. کم‌کم به این فکر کردم که شاید با مهاجرت بتوانم تجربه‌های بیشتری کسب کنم، صنایع جدیدتری را بشناسم و در کنار آن دانش و کسب‌وکارم را توسعه بدهم. همین طور هم شد. مهاجرت کردم.

مهاجرت موفقیت‌های زیادی برای من داشت اما اتفاقات دیگری هم صورت گرفتند که نظرم نسبت به موضوع «مهاجرت» تغییر کرد. اول اینکه من در ایران کارم را تجربه کرده، یاد گرفته و درس خوانده بودم و حالا به خارجی‌ها خدمت می‌کردم. بنابراین هر روز که می‌گذشت، شوق من برای برگشتن و خدمت به ایران بیشتر می‌شد؛ مخصوصاً وقتی می‌دیدم خارجی‌ها برای ساختن کشورشان چقدر تلاش می‌کنند و من در بهترین حالت، یک مهاجر مسئولیت‌پذیرم که روزی باید آنجا را ترک کنم. این درس بزرگی بود. به نظرم رسید خوب است قبل از هر تصمیم بزرگی کمی «مکت» کنم. دوم اینکه نگاه شخصی و حرفه‌ای‌ام به تبلیغات تغییر کرد. بعضی آگهی‌ها خلاف واقع بودند و بیشتر اوقات مجبور بودیم یک محصول بی‌کیفیت را خیلی جذاب و اصیل نمایش بدهیم. این کار به نظرم اخلاقی نبود. پس برای همیشه حرفه تبلیغات را گذاشتم کنار و به ایران برگشتم. سعی کردم با استفاده از هنر، استعدادهای خدادادی و تجربه‌هایی را که در دوره مهاجرت کسب کرده بودم، در خدمت حقیقت و آگاهی قرار دهم و برنامه بسازم؛ فعالیتی که دقیقاً نقطه مقابل تبلیغات است!

● گفتید مشتری مجله‌های رشد بوده‌اید. کمی از این تجربه صحبت کنید.

○ چون به کار رسانه خیلی علاقه داشتم و اتفاقاً در مدرسه هم نشریه تولید و منتشر می‌کردیم، طبیعی بود که مشتری مجله‌های گوناگون باشم؛ مثل کیهان بچه‌ها، پوپک و البته مجلات رشد. خواندن مجله خیلی برایم جذاب و سرگرم‌کننده بود، زیرا علاوه بر سرگرمی باعث افزایش اطلاعات عمومی‌ام می‌شد. فکر می‌کنم هنوز هم بعضی حرف‌ها و ایده‌های امروز از همان مجله‌ها تأثیر گرفته‌اند. این یک اثر نامرئی است که البته کار خودش را می‌کند!

● موضوع اصلی برنامه شما آگاهی‌بخشی و یادآوری واقعیت‌ها به مخاطب، از جمله مخاطب جوان و نوجوان، و نوعی روشنگری با استناد به حقایق (فکت‌های) تاریخی و ... است. توصیه و

آشنایی با زبان‌های برنامه‌نویسی C و C++

آریان خلیلی

نام‌های عجیب C و C++ در حال حاضر نام‌های دو تا از محبوب‌ترین زبان‌های برنامه‌نویسی هستند. خوب است بدانید با این زبان‌های برنامه‌نویسی تعداد بسیار زیادی از نرم‌افزارهایی را ساخته‌اند که امروزه از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

زبان برنامه‌نویسی C

دنيس ریچی^۱ زبان برنامه‌نویسی C را در سال ۱۹۸۷ منتشر کرد. وی این زبان را در ضمن کار روی سامانه (سیستم) عامل «یونیکس» توسعه داد. یونیکس به زبان هم‌گذاری (اسمبلی) کدگذاری شده بود که آن را به نوع خاصی از رایانه متصل می‌کرد. این بدان معنی بود که تعداد کاربرانی که به خرید آن رایانه تمایل داشتند، بسیار محدود بود. ریچی زبان C را ابداع کرد تا نسخه جدیدی از سامانه عامل یونیکس ساخته شود که بتواند روی هر رایانه‌ای به اجرا درآید.

محیط توسعه یکپارچه

«محیط توسعه یکپارچه»^۲ به برنامه‌نویسان اجازه می‌دهد با استفاده از یک برنامه واحد با یک رابط گرافیکی، برنامه مورد نظر خود را پس از نوشتن، ترجمه (کامپایل) و اجرا کنند. به عبارت دیگر، محیط‌های توسعه یکپارچه، نوشتن برنامه‌های بزرگ را به فرایندی قابل مدیریت تبدیل می‌کنند.

زبان برنامه‌نویسی C چگونه کار می‌کند؟

زبان برنامه‌نویسی C نوعی زبان دستوری است که به سبک زبان‌های برنامه‌نویسی شیء‌گرا یا تابعی نیست. دستور زبان (گرامر) C، با استفاده از آکولاد { } برای محصور کردن بستک‌های (بلوک‌های) کد، روی بسیاری از زبان‌های برنامه‌نویسی دیگر تأثیر گذاشته است.

از زبان برنامه‌نویسی C برای چه کاری استفاده می‌شود؟

ترکیبی از ویژگی‌های سطح بالا و سطح پایین زبان C، آن را برای نوشتن سامانه‌های عامل، به‌ویژه برای ضروری‌ترین بخش‌ها، محبوب کرده است. با توجه به انعطاف‌پذیری زبان C، این زبان کاربردهای بسیار متنوعی پیدا کرده است. در شکل‌های زیر تنها به چند نمونه از این کاربردها اشاره شده است.



ریزپردازنده آردوینو



رایانه اصلی ماهواره‌ها



روباتیک



سامانه (سیستم) عامل رایانه



دنيس ريچي (۱۹۴۱ - ۲۰۱۱)،
مهندس رایانه

خوب است بدانید

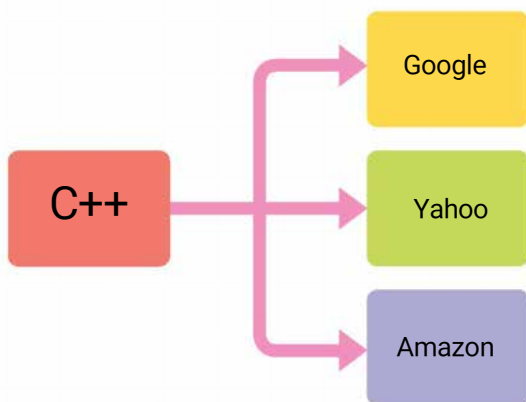
زبانی که ریچی ابتدا سعی کرد سامانهٔ عامل یونیکس را در آن پیاده‌سازی کند، زبان B نام داشت که از حرف اول زبان برنامه‌نویسی «BCPL» گرفته شده بود. از آنجا که C حرف بعدی الفبا بود، به عنوان نام زبان جدید انتخاب شد. قرار دادن «++» بعد از یک متغیر در C به رایانه می‌گوید که یک واحد به آن اضافه کند (یعنی ++۲). انتخاب نام C++ نشان دهندهٔ این واقعیت بود که زبان جدید، همانند زبان C است، اما با برخی اضافه‌ها.

زبان برنامه‌نویسی C++

در سال ۱۹۷۹ بی‌پارزنه استراس‌تروپ^۴ (متولد ۱۹۵۰)، برنامه‌نویس دانمارکی، در یک آزمایشگاه تحقیقاتی در آمریکا شروع به کار کرد. او قبلاً با «سیمولا ۶۷»^۵ که به عنوان اولین زبان برنامه‌نویسی شیء‌گرا شناخته می‌شد، کار کرده بود. سیمولا ۶۷ به گونه‌ای طراحی شده بود که به برنامه‌نویسان اجازه می‌داد سامانه‌های دنیای واقعی را به سادگی مدل‌سازی کنند، اما از نظر استراس‌تروپ، سیمولا ۶۷ بسیار کند بود. او تصمیم گرفت ویژگی‌های شیء‌گرا را به C اضافه کند تا زبانی سریع برای ساختن سامانه‌های بزرگ ایجاد کند. این کار استراس‌تروپ به ابداع زبان C++ منجر شد که در سال ۱۹۸۳ انتشار یافت.

زبان برنامه‌نویسی C++ چگونه کار می‌کند؟

C++ بسیار شبیه به C است. این زبان همانند زبان C به برنامه‌نویسان اجازه می‌دهد به بخش‌هایی از سخت‌افزار رایانه نیز دسترسی داشته باشند. با این حال، برخلاف C، دارای ویژگی‌هایی است که به برنامه‌نویسان اجازه می‌دهد بدون کاهش سرعت کد خود، از سخت‌افزار رایانه جدا شوند. برای مثال، ساختارهای داده راه‌هایی برای سازمان‌دهی داده‌ها در یک برنامه هستند. C++ شامل ساختارهای داده‌های داخلی است، در حالی که برنامه‌نویسان C باید خودشان این ساختارها را کدنویسی کنند.



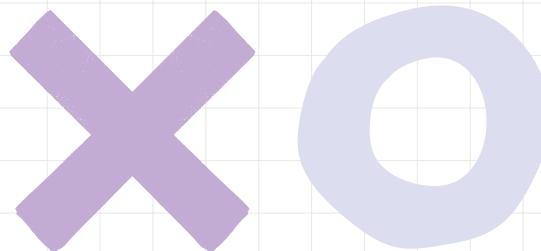
از زبان C++ برای چه کاری استفاده می‌شود؟

از C++ برای ساختن سامانه‌های بزرگ، از جمله آمازون، گوگل و یاهو استفاده شده است. C و C++ معمولاً از جمله سه زبان برتر برنامه‌نویسی هستند.

نرم افزار پویانمایی‌سازی (انیمیشن‌سازی) «مایا آتودسک»^۶ به زبان C++ نوشته شده است. از نرم‌افزار مایا به‌منظور ایجاد جلوه‌های بصری برای بسیاری از فیلم‌های محبوب، از جمله جنگ ستارگان (قسمت اول)، مرد عنکبوتی، ارباب حلقه‌ها و چندین قسمت از فیلم هری پاتر استفاده شده است. این امکان برای برنامه‌نویسان وجود دارد که افزونه‌های (پلاگین‌های) خود را در C++ بنویسند تا عملکرد مورد نظر را به نرم‌افزار مایا اضافه کنند.

پی‌نوشت‌ها

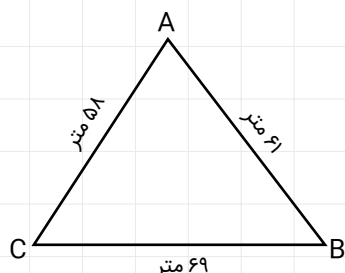
1. Dennis Ritchie
2. Integrated Development Environment (IDE)
3. Basic Combined Programming Language
4. Bjarne Stroustrup
5. Simula 67
6. Maya Autodesk



عباس قلعه پور اقدم

چگونه رسم می‌شود؟

زراعی مثلثی شکل، دایی من و فروشنده در مورد محاسبه مساحت این زمین به مشکل برخورد بودند. دایی که می‌دانست من ریاضی خوانده‌ام، با من تماس گرفت و از من خواست که مساحت زمین مثلثی شکلی را که طول اضلاع آن ۵۸، ۶۱ و ۶۹ متر بود، محاسبه کنم (شکل ۳).



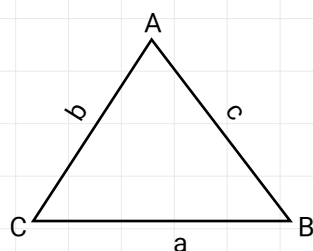
همان‌طور که می‌دانید، اغلب زمین‌های کشاورزی و باغ‌ها شکلی تقریباً شبیه مستطیل یا دوزنقه دارند و محاسبه مساحت آن‌ها کار خیلی دشواری نیست. ولی در مورد زمین مثلثی شکل که کمتر چنین موردی پیش می‌آید، محاسبه کار آسانی نیست. مگر اینکه شخص مورد نظر با فرمولی که به رابطه هرون معروف است و با آن می‌توان مساحت هر مثلثی را تنها با دانستن طول‌های سه ضلع و بدون دانستن ارتفاع محاسبه کرد، آشنایی داشته باشد. البته از هر فردی که حداقل تا دوره اول متوسطه را خوانده است، انتظار می‌رود که با فرمول مساحت مثلث که عبارت از نصف حاصل ضرب ارتفاع در قاعده است، آشنایی داشته باشد.

ولی استفاده از این فرمول برای محاسبه مساحت زمین کشاورزی کار ساده‌ای نیست. چرا که به فرض اگر بخواهیم طول یکی از ارتفاع‌های مثلث سازنده زمین را به دست آوریم، باید از رأس مربوطه عمودی بر ضلع مقابل رسم کنیم که با توجه به پستی و بلندی‌هایی که وجود آن‌ها در چنین زمین‌هایی طبیعی است، کار سخت و شاید غیرممکنی باشد. حال برگردیم به داستان من و دایی و زمین مربوطه:

ابعاد زمین را که از دایی گرفتم، قول دادم تا چند دقیقه دیگر مساحت دقیق زمین را حساب کنم و به او بگویم. زود رابطه هرون را روی کاغذ نوشتم.

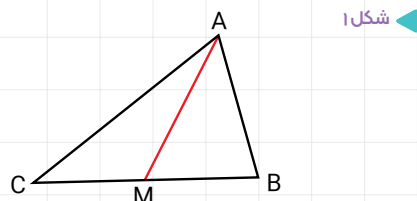
رابطه هرون: در مثلث ABC (شکل ۴)، اندازه‌های ضلع‌ها را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$BC=a, AC=b, AB=c$$



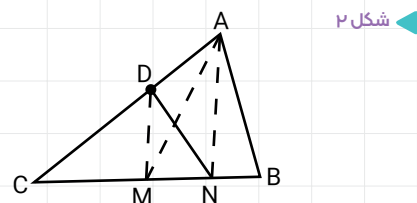
در این قسمت از «چگونه رسم می‌شود»، دو مسئله زیر را بررسی خواهیم کرد:

مسئله ۱. چگونه سطح یک مثلث را با رسم خطی که از یکی از رأس‌های آن می‌گذرد، به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم کنیم (شکل ۱).



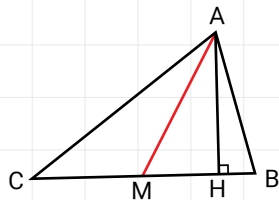
در شکل ۱، AM مثلث ABC را به دو مثلث هم مساحت تقسیم کرده است.

مسئله ۲. تقسیم سطح مثلث مفروض ABC به دو سطح هم مساحت با رسم خطی که از نقطه‌ای مانند D واقع بر یکی از ضلع‌های آن، مثلاً AC بگذرد (شکل ۲).



در شکل ۲، DN مثلث ABC را به دو قسمت هم مساحت تقسیم می‌کند.

حل مسئله ۱. ابتدا اجازه دهید داستانی را که برای خود من پیش آمده است و با موضوع این مقاله بی‌ارتباط نیست، برایتان نقل کنم: دایی من کشاورز است و در روستا زندگی می‌کند. چند سال پیش، در جریان خرید یک قطعه زمین



شکل ۶

• باید نشان بدهیم که میانه AM مثلث ABC را به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم کرده است. به عبارت دیگر باید نشان دهیم که مثلث‌های ABM و ACM هم‌مساحت‌اند. برای این کار چنین می‌نویسیم:

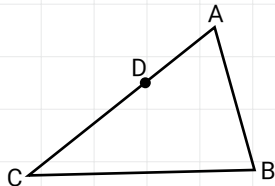
$$S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} AH \cdot CM, S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} AH \cdot BM$$

• چون AM میانه است، پس: $CM=BM$. لذا خواهیم داشت:

$$S_{\triangle AMC} = S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

• پس برای تقسیم مثلث ABC در شکل ۱ کافی است یکی از میانه‌ها را رسم کنیم که در شکل ۱ میانه وارد بر ضلع BC رسم شده است.

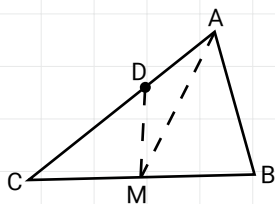
حل مسئله ۲. حالا فرض کنید زمینی مثلثی شکل که نام آن را ABC می‌گذاریم، به صورت شکل ۷ داریم که در نقطه D که روی ضلع AC مشخص شده است، مثلاً چاه آبی وجود دارد (شکل ۷).



شکل ۷

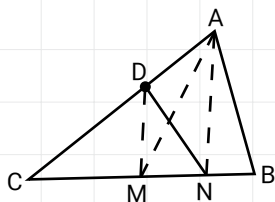
می‌خواهیم این زمین را به‌طور مساوی بین دو نفر تقسیم کنیم، با این شرط که چاهی که در نقطه D قرار دارد در مرز قرار بگیرد. یعنی اینکه هر یک از صاحبان نصف زمین مجبور نباشند برای استفاده از آب چاه به داخل زمین دیگری وارد شوند، به عبارت ساده‌تر، یعنی خط تقسیم مانند مسئله ۱ از رأس نمی‌گذرد و باید از نقطه D بگذرد. برای این کار به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

• میانه AM را رسم و M را به D وصل می‌کنیم (شکل ۸).



شکل ۸

• از رأس A پاره‌خط AN را موازی DM رسم می‌کنیم و سپس D را به N وصل می‌کنیم (شکل ۹). جواب مسئله است که مثلث ABC را به دو قسمت هم‌مساحت DCN و ADN تقسیم می‌کند.



شکل ۹

سعی کنید مشابه مسئله ۱ درستی جواب مسئله ۲ را نیز پیدا کنید و اگر هم نتوانستید از دبیر محترمتان کمک بگیرید.

رابطه هرون برای محاسبه مساحت این مثلث به صورت زیر است:

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{\left(\frac{a+b+c}{2}\right)\left(\frac{a+b+c}{2} - a\right)\left(\frac{a+b+c}{2} - b\right)\left(\frac{a+b+c}{2} - c\right)}$$

در این رابطه معلوم است که $a+b+c$ برابر محیط مثلث است و $\frac{a+b+c}{2}$ ، نصف محیط می‌شود که غالباً آن را با P نشان می‌دهند و رابطه هرون را به صورت زیر می‌نویسند:

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

با توجه به اندازه‌هایی که از دایی گرفته بودم، محاسبه‌ها را به صورت زیر انجام دادم و نتیجه را به وی اعلام و خیالش را از دقیق بودن این محاسبه راحت کردم.

$$P = \frac{69+61+58}{2} = \frac{188}{2} = 94 \text{ متر}$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{94(94-69)(94-61)(94-58)} = \sqrt{2791800} = 1671$$

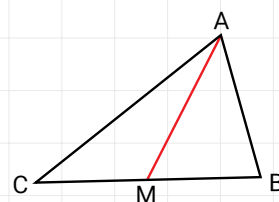
مترمربع

حالا می‌خواهم پرسشی را مطرح کنم که به دو مسئله‌ای که در ابتدا آورده شده‌اند، ارتباط دارد.

پرسش: اگر دایی از من می‌خواست این زمین را به‌طور مساوی بین دو نفر تقسیم کنم، به‌طوری که دو قطعه زمین مثلثی شکل هم‌مساحت داشته باشیم، من چگونه باید پاسخ می‌دادم؟ این همان مسئله ۱ است. همان‌گونه که می‌دانید، برای تقسیم شکل‌هایی مانند دایره، مربع، مستطیل و متوازی‌الاضلاع به دو قسمت مساوی، کافی است یکی از قطر‌ها را رسم کنیم. ولی در مورد مثلث شرایط متفاوت است. پاسخ این پرسش را باید در یکی از اجزای فرعی مثلث که نام آن «میانه» است، جست‌وجو کرد. همان‌طور که می‌دانید، میانه در یک مثلث پاره‌خطی است که از یک رأس به وسط ضلع مقابل کشیده می‌شود. بنابراین هر مثلثی سه میانه دارد که هم‌رسانند؛ یعنی در یک نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند. میانه‌های مثلث چندین ویژگی دارند که یکی از آن‌ها، یعنی پاسخ مسئله ۱ به شرح زیر است که پس از بیان صورت آن، با استدلال هندسی، درستی آن را نشان می‌دهیم:

- هر یک از میانه‌های مثلث آن را به دو مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کنند.

• مثلث ABC را که در آن میانه نظیر رأس A (AM) رسم شده است در نظر می‌گیریم (شکل ۵).



شکل ۵

• ارتفاع نظیر رأس A یعنی AH را رسم می‌کنیم. علاوه بر اینکه ارتفاع نظیر رأس A در مثلث ABC است، ارتفاع نظیر رأس A در دو مثلث ABM و ACM نیز هست (شکل ۶).



در شماره قبل با خط کوفی آشنا شدیم. در این شماره قصد داریم از خط کوفی «مَعْقِلی» یا «بنایی» بگوییم. این خط برای تزئین بناها و نوشتن کتیبه‌ها کاربرد داشته است. مَعْقِلی (بر وزن مَفْعِل) در فرهنگ‌ها به معنی پناهگاه، کوه بلند و دیوار است و کوفی مَعْقِلی خطی است که معماران و بناها بر سینه دیوارهای بلند با آجر یا کاشی کار می‌کنند. این خط در کتابت استفاده نمی‌شود و تزئینی است که در آغاز به صورت آجر و سپس کاشی‌کاری بر بناها و بقاع متبرکه استفاده شده است.

در این خط حرف‌ها به صورت درهم نوشته می‌شوند، با زاویه‌ای قائمه و یا کوچک‌تر، و در قالب مربع، مثلث، مستطیل و یا لوزی در کنار هم قرار می‌گیرند و شکل‌های هندسی به وجود می‌آورند. خط کوفی مَعْقِلی انواع گوناگون دارد؛ مانند

خط کوفی مَعْقِلی

ندا نعمتی



نوعی از کوفی معقلی را که در طرح‌ها و نقش‌های هندسی (ستاره و مانند آن) و حجم‌ها طراحی می‌شود، معقلی مشگل می‌نامند.

مَعْقَلِی گره‌دار

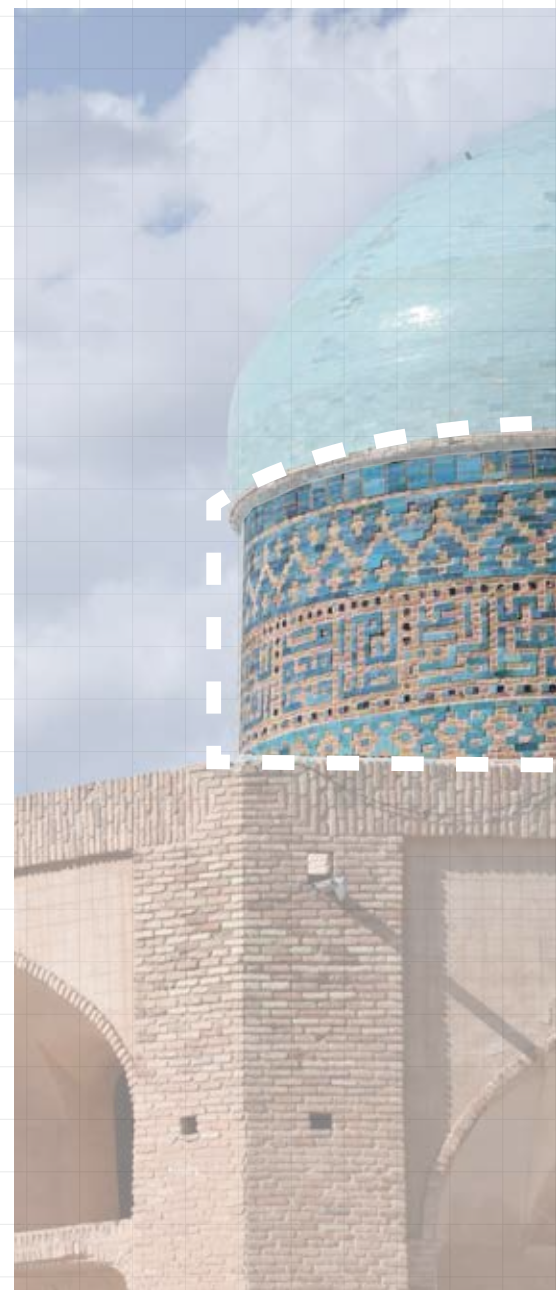
مَعْقَلِی مشگل



در کوفی معقلی گره‌دار، حرف‌ها و کلمه‌ها در سطح‌های متفاوت هندسی به هم گره خورده‌اند. طراح با گره‌های ساده یا مشبک آثار زیبایی را خلق می‌کند.

در کوفی معقلی متناظر و متعکس کلمه یا عبارت نسبت به یک محور معین، قرینه‌سازی می‌شود و پس از آن به صورت دوتایی یا چهار تایی آن را رسم می‌کنند.

مَعْقَلِی متناظر و متعکس



مَعْقَلِی سادَه، مَعْقَلِی متوسط، مَعْقَلِی گره‌دار، مُشگل، متعکس و ... پس از معرفی مختصر برخی از این انواع، نخ و سوزن به دست می‌گیریم تا طرحی از کوفی بنایی را بدوزیم.

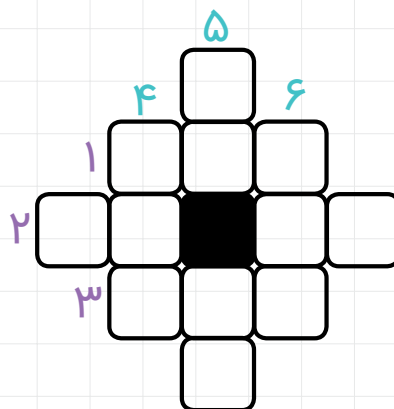
خط کوفی معقلی ساده در یک سطح هندسی با فاصله‌های معین و یکنواخت، در کاغذ شطرنجی رسم می‌شود. دنباله حرف‌ها با خط‌های اضافی زائده‌ها پر می‌شود. تمام عبارت مد نظر باید در فضای هندسی ترسیم شده قرار گیرد. این خط به شکل مربع، مثلث، پنج ضلعی و ... تنظیم می‌شود.



محمدتقی طاهری تنجانی

جدول ریاضی

جدول زیر شامل چهار عدد سه رقمی و چهار عدد دو رقمی است که شرح آن‌ها در ادامه آمده است. در شرح افقی عددها از چپ به راست و در شرح عمودی عددها از بالا به پایین نوشته می‌شوند.



شرح جدول

۱. مجموع همهٔ عضوهای مجموعهٔ $\left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{141}{x} \in \mathbb{N} \right\}$.
۲. عددی است مکعب کامل - هشتاد درصد نصف یک میلهٔ دو متری به سانتی‌متر.
۳. محیط مربعی که مساحت آن $3^8 + 3^8 + 3^8 + 3^8$ است.
۴. اگر $A = \frac{2^m + 2^{m+1}}{2^{m+2} + 2 \times 2^m}$ و $B = \frac{2^{m+2} - 2^{m+1}}{2^m}$ باشند، حاصل $\frac{FB}{A}$ چقدر است؟
۵. حاصل عبارت $35 - 6 \times 2 + 24 \div 8 \times 2$ - با فرض $a^2 + b^2 + c^2 = 20$ و $ab + ac + bc = 12$ ، مقدار $(a+b+c)^2$ چقدر است؟
۶. تعداد عضوهای مجموعهٔ عددهای طبیعی که جذر آن‌ها کمتر از ۱۷ است.

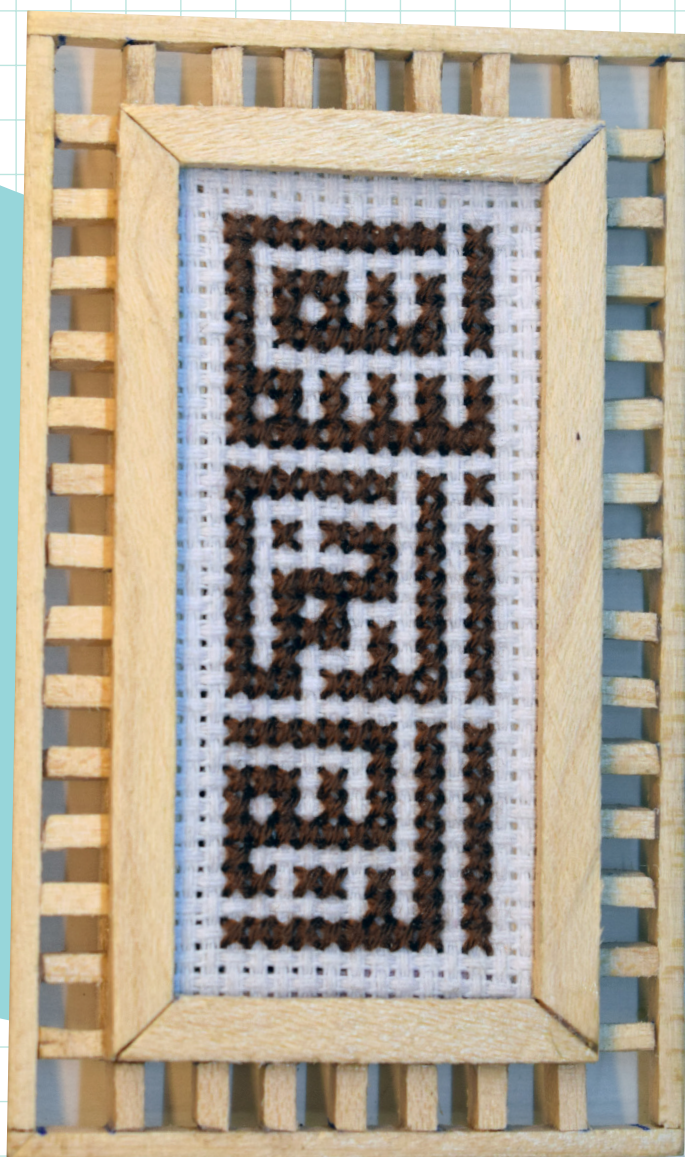


برای دیدن
پاسخ رمزینه را
پویش کنید.



برای مشاهده
مراحل ساخت،
رمزینه را پویش
کنید.

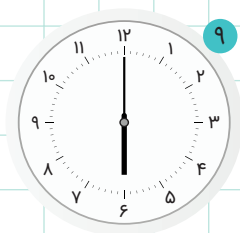
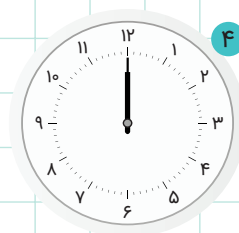
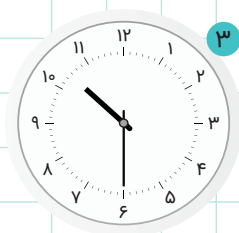
دوخت دیوارکوب



خسرو داودی

زمان‌های عجیب و غریب

حرف مربوط به بیان زمان را با شمارهٔ ساعت مربوطه جور کنید تا با دنبال هم خواندن حرف‌ها، عبارت رمز را کشف کنید.



۳:۴۵ p.m. ۶

۴:۲۰ a.m. ۲

۱۲ و نیم صبح ۱۰

۴:۲۰ p.m. ۸

یک ربع به ۴ صبح ۷

ب	ساعت شانزده و بیست
ی	۰۴:۲۰ hr
ی	۱۰:۱۵ hr
ر	۲۲:۱۰ hr
ا	ساعت ده و سی
ض	۱۲:۰۰ hr
و	۰۳:۴۵ hr
م	۱۸:۰۰ hr
ن	ساعت صفر و سی
خ	ساعت پانزده و چهل و پنج

حرف	شماره
	۱
	۲
	۳
	۴
	۵
	۶
	۷
	۸
	۹
	۱۰

کلمهٔ رمز:

برای دیدن پاسخ
رمزینه را پویش کنید.

