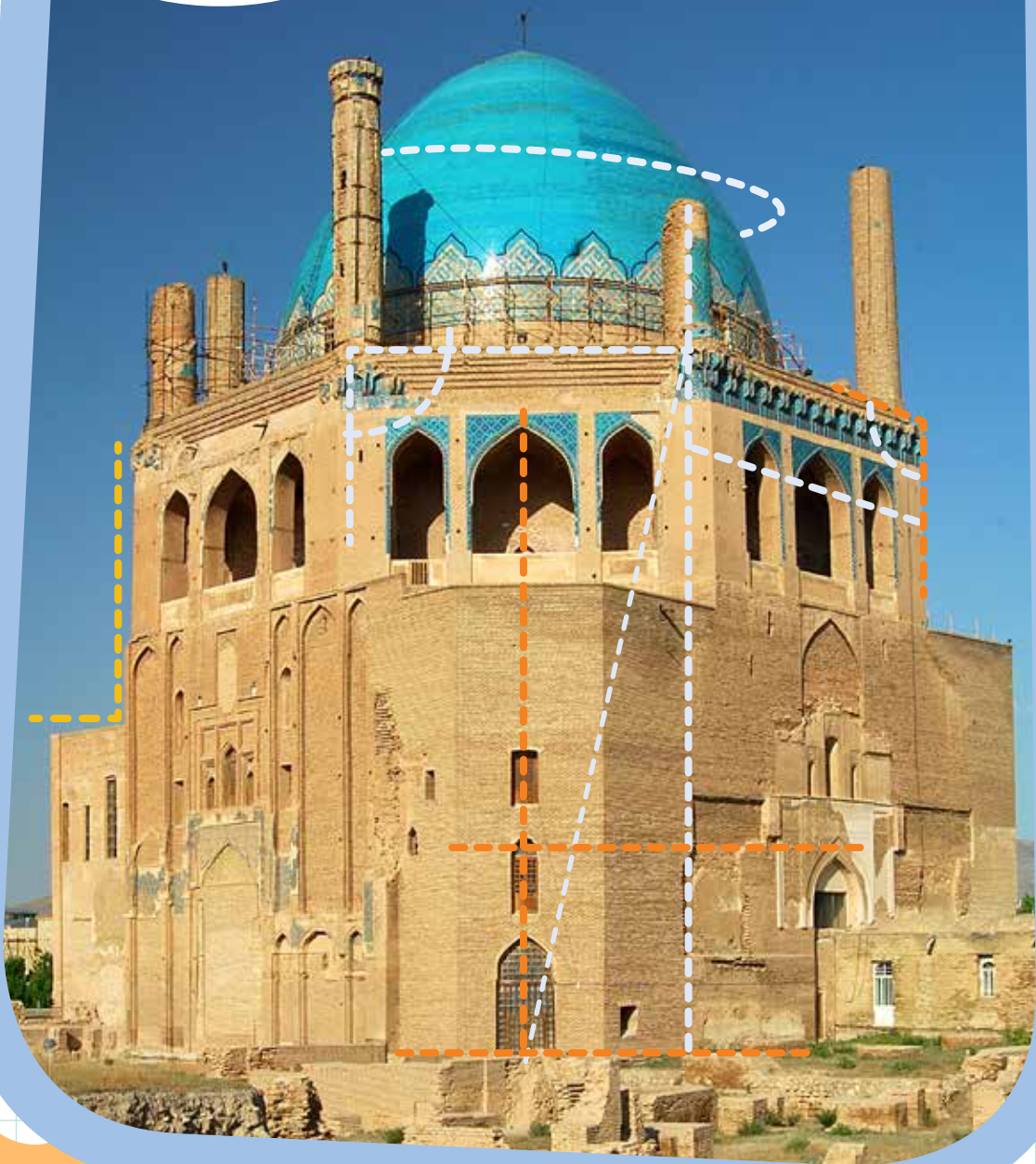


رشد برهان رایج

۲



وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۴۸ / ۴۰ صفحه / آبان ۱۴۰۳
پیامک: ۱۴۰۸۹۹۵۱۳ / ۱۷۳۵-۴۹۴۳ / ISSN



جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبایی ها
این شماره: **گنبد سلطانیه زنجان**

جور کن

خسرو داودی

برای دیدن پاسخ
رمزبانه را پویش
کنید.



کدام یک از واحدهای اندازه‌گیری را ممکن است برای هر کدام از موارد زیر استفاده کنید. (از ۱ تا ۶ کنار عددها واحد درست را بنویسید.) به جدول نام واحدها هم توجه کنید.

ml
mg
L
m
kg
cm

۱ یک بسته شکر



۲ طول یک کمر بند



۳ حجم بطری
آب معدنی



۴ حجم پاکت
کوچک شیر



۵ وزن یک قرص



۶ عرض یک زمین فوتبال



واحد	علامت اختصاری	ارزش
کیلومتر	km	۱۰۰۰ m
متر	m	۱۰۰ cm
سانتی‌متر	cm	۰/۰۱ m
میلی‌متر	mm	۰/۰۰۱ m
تن	t	۱۰۰۰ kg
کیلوگرم	kg	۱۰۰۰ g
گرم	g	۰/۰۰۱ kg
میلی‌گرم	mg	۰/۰۰۱ g
لیتر	L	۱۰۰۰ ml
سانتی‌لیتر	cl	۱۰ ml
میلی‌لیتر	ml	۰/۰۰۱ Litre

۱		۲		۳	
۴		۵		۶	



وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۰۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / ۳۰۰۰ / ۴۰ صفحه / ۱۸۰۰۰۰ ریال
دوره ۳۰ / شماره ۲ / شماره پستی در پی ۱۴۸ / آبان ماه ۱۴۰۳

مدیر مسئول: محمد صالح مذنبي / **سر دبیر:** حسین نامی ساعی / **مدیر داخلی:** پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، مریم جعفرآبادی، مجید حکمت، روح الله خلیلی بروجنی،
خسرو داودی، محمدرضا سید صالحی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / **مدیر هنری:** کوروش پارسا نژاد / **طراح گرافیک:** حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه: آبان ۱۴۰۳: هشتم: روز نوجوان و بسیج دانش آموزی / سیزدهم: تسخیر لانه جاسوسی آمریکا، روز ملی مبارزه با استکبار جهانی و روز دانش آموز / هفدهم: ولادت حضرت زینب (س) و روز پرستار / بیستم: روز جهانی علم در خدمت صلح و توسعه / بیست و چهارم: روز کتاب، کتاب خوانی و کتابدار / سیام: روز قهرمان ملی، روز حکمت و فلسفه و روز بزرگداشت ابونصر فارابی / شرح مناسبت های ماه را با پویش رزمینه ببینید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان قرار گیرد و همه کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند.



سخن سردبیر

اعتماد به نفس، کلید موفقیت و پیشرفت / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳

ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی و آرش رستگار / ۶

اشتباه های محاسباتی: اتحاد مربع دو جمله ای / افشین خاصه خان / ۱۱

مجموعه پروژه های کوچک برای ریاضی دانان کوچک / خسرو داودی و آرش رستگار / ۲۴

در کلاس درس آقای رهنما / استدلال استقرایی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۸

گفت و گو

دانشمندان برای شناخت بهتر جهان نیازمند ریاضی هستند / گفت و گو با رادمهر آذر حزین

دانش آموز پایه هفتم مدرسه هیئت امنایی «فرنون» شهر قدس / محمد دشتی / ۸

ریاضی بر همه ابعاد زندگی انسان تأثیرگذار است / گفت و گو با مهندس محسن قاسمی،

کارشناس ارشد مکانیک بیوسیستم و مؤلف کتب فنی و حرفه ای و گاردانش / محمد دشتی / ۳۲

ریاضی و کاربرد

بیابید کمی فکر کنیم! واگن سواری پر درس! / خسرو داودی / ۱۲

ویژگی های کار علمی / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۴

مدیریت بودجه / چطور بودجه خود را مدیریت کنیم؟ / زما جواهری پور / ۱۶

اهمیت دستگاه اندازه گیری متریک / مریم جعفرآبادی / ۳۰

چگونه رسم می شود؟ / عباس قلعه پور اقدم / ۳۶

باغ خاطرات

صبور و مهربان / حبیب یوسف زاده / ۲۰

ریاضی و سرگرمی

شعبده بازی با تاس / عباس قلعه پور اقدم / ۲۲

جدول عددها / جعفریانی / ۲۷

نگاهی به خط و خوش نویسی در گذر زمان / ندا نعمتی / ۳۸

جدول ریاضی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۴۰

ریاضی و مسئله

آجر چینی / محرم ایردموسی / ۱۸

ریاضی و برنامه نویسی

زبان های برنامه نویسی / آریان خلیلی / ۳۴

ایران زیبای من ۲ / زنجان

گنبد سلطانیه آرامگاه اُنجایتو

سلطان محمد خدابنده (هشتمین سلطان مغول است. این بنا بین سال های ۱۳۰۲ تا ۱۳۱۲ میلادی (۷۰۳ تا ۷۱۳ ه.ق) به دستور سلطان محمد خدابنده و با نظارت رشیدالدین فضل الله همدانی در شهر سلطانیه (پایتخت ایلخانیان) ساخته شد و از آثار مهم معماری ایرانی و اسلامی به شمار می رود. گنبد سلطانیه در سال ۲۰۰۵ میلادی در فهرست آثار میراث جهانی یونسکو به ثبت رسیده است. این بنا سومین گنبد بزرگ آجری جهان است.



فروش و اشتراک
مجلات رشد

برای مشاهده شرایط ارسال
مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطه
اول، رزمینه را پویش کنید.



nazar.roshdmag.ir



نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطه اول
در پیام رسان شاد:

@roshd_borhan1





● حسین نامی ساعی

اعتماد به نفس کلید موفقیت و پیشرفت

یادم می‌آید، زمانی که دانش‌آموز بودم، مدرسه‌مان در نظر داشت یک مسابقهٔ انشا و داستان‌نویسی برگزار کند. عباس رفیق و هم‌کلاسی من که قلم خوبی داشت و توانایی نوشتن داستان را هم داشت، خیلی دلش می‌خواست که در این مسابقه شرکت کند؛ اما از شرکت در فعالیت‌های گروهی می‌ترسید و خجالت می‌کشید. فکر می‌کرد که توانایی ایستادن در مقابل دانش‌آموزان مدرسه و خواندن داستان را برای آن‌ها ندارد. عباس همیشه از اینکه دیگران او را ببینند و درباره‌اش قضاوت کنند، می‌ترسید، و ... اما آقای جواهری معلم انشا و فارسی ما به او گفت: «عباس تو استعداد زیادی داری. فقط باید به خودت اعتماد کنی و باور داشته باشی که می‌توانی.»

خلاصه اینکه عباس با تشویق‌های آقای جواهری و حمایت دوستان، تصمیم گرفت در این مسابقه شرکت کند. او بعد از قطعی شدن تصمیمش به شرکت در مسابقه، هر روز بعد از زنگ آخر در مدرسه می‌ماند و وقت می‌گذاشت و فکر می‌کرد تا داستان خوبی بنویسد. هر روز بخشی از داستانی را که نوشته بود، برای بعضی از دوستانش تعریف می‌کرد و از آن‌ها می‌خواست که نظرشان را به او بگویند. با گذشت چند وقت، عباس دریافت که اعتماد به نفسش بیشتر شده است و دیگر از ایستادن در مقابل جمع و خواندن داستانش برای آن‌ها نمی‌ترسد و ...

تا اینکه روز مسابقه و داستان‌خوانی فرا رسید. عباس با اعتماد به نفس سر صف در جایگاه قرار گرفت و داستانش را خواند. بچه‌ها و داوران هم به دقت به داستان زیبایش گوش دادند و کیف کردند. وقتی نتایج اعلام شد، عباس یکی از برندگان مسابقه بود. از آن روز عباس احساس کرد که به یکی از بزرگ‌ترین موفقیت‌های زندگی‌اش دست یافته است. دیگر آن عباس قدیمی، کم‌رو و خجالتی قبلی نبود و عباس دیگری شده بود. روزه‌روز هم در همهٔ زمینه‌ها پیشرفت می‌کرد؛ حتی در نمره‌های ریاضی‌اش.

این تجربه به عباس نشان داد که اعتماد به نفس چقدر می‌تواند در پیشرفت و موفقیت او تأثیرگذار باشد. او یاد گرفت که با باور به خود و تلاش مستمر، می‌تواند به هر هدفی که دارد دست یابد. دوستان عزیز، اعتماد به نفس یکی از مهم‌ترین عوامل موفقیت در زندگی هر فرد است. اعتماد به نفس به ما کمک می‌کند با اطمینان و باور به توانایی‌های خود، به سوی هدف‌هایمان حرکت کنیم. برای شما که در مرحله‌ای حساس از زندگی خود قرار دارید، داشتن اعتماد به نفس می‌تواند تفاوت بزرگی در مسیر پیشرفت و رشد شخصی‌تان ایجاد کند.

اعتماد به نفس یعنی باور به توانمندی‌ها و قابلیت‌های خود. این باور به شما امکان می‌دهد با اطمینان بیشتری با چالش‌ها و مشکلاتتان روبه‌رو شوید و از فرصت‌ها استفاده کنید. اعتماد به نفس نه تنها در موفقیت‌های تحصیلی و شغلی، بلکه در روابط اجتماعی و شخصی شما نقش مهمی دارد. کسانی که به خود اعتماد دارند، راحت‌تر می‌توانند با دیگران ارتباط برقرار کنند و دوستان جدیدی پیدا کنند. در مواجهه با موقعیت‌های اجتماعی متفاوت، از جمله سخنرانی‌ها، فعالیت‌های گروهی و مسابقه‌ها، با اطمینان بیشتری عمل می‌کنند و از تجربه‌های جدید لذت می‌برند.

اعتماد به نفس می‌تواند اثر مستقیمی بر تحصیل شما داشته باشد. دانش‌آموزانی که به توانایی‌های خود ایمان دارند، با انگیزهٔ بیشتری درس می‌خوانند، از شکست نمی‌ترسند، و به جای ترس از هر فرصتی برای بهتر شدن و رشد و یادگیری استقبال و استفاده می‌کنند.

بچه‌های عزیز، به دست آوردن و افزایش اعتماد به نفس به شناخت، تمرین و تلاش نیاز دارد. کسی که دوست دارد اعتماد به نفسش را بالا ببرد، لازم است که:

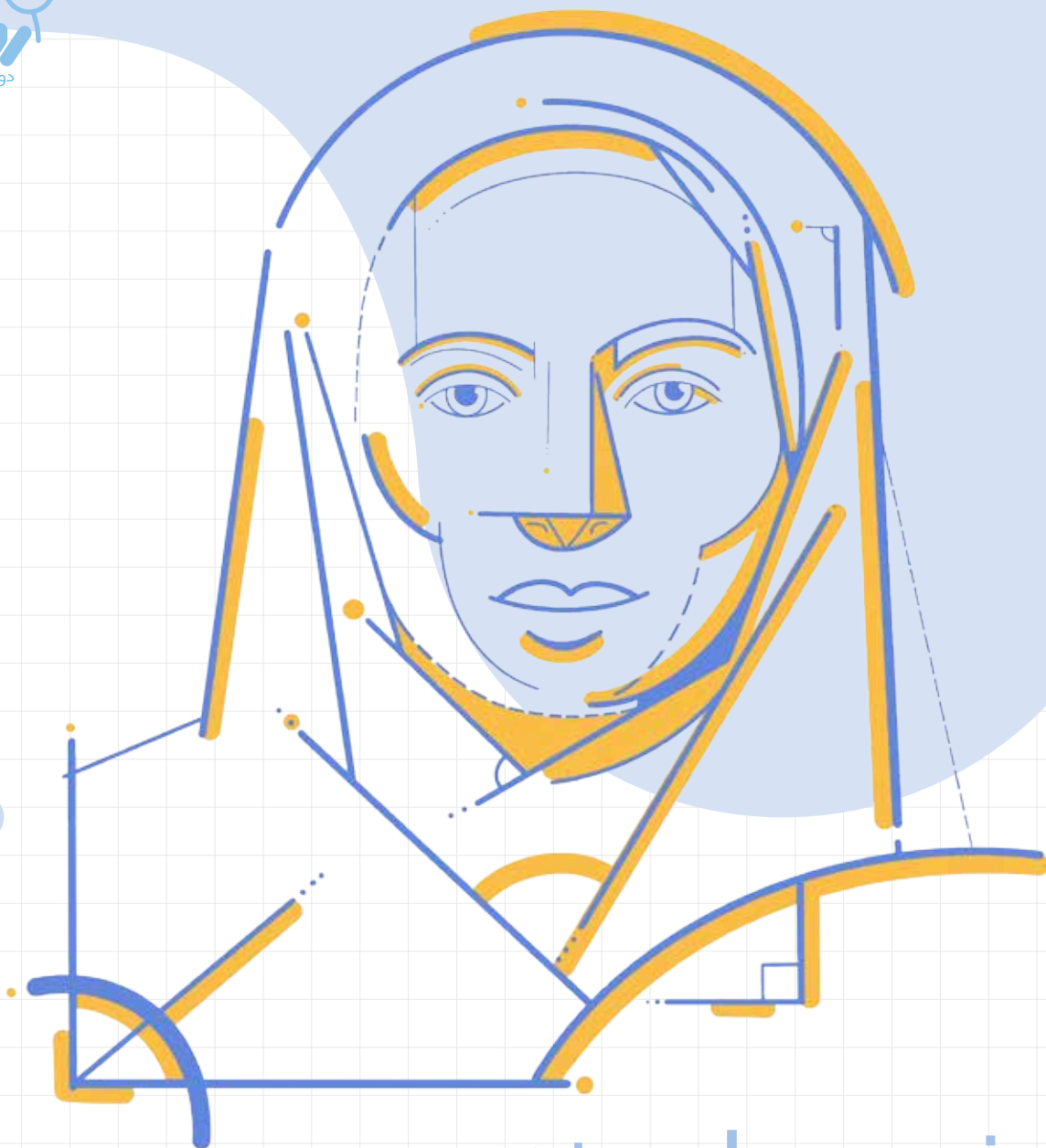
اول، شناخت خوبی از توانایی‌ها و نقاط قوت خود داشته باشد. هر فرد دارای توانایی‌ها و استعدادهای منحصر به فردی است. شناخت و پذیرش این توانایی‌ها می‌تواند به افزایش اعتماد به نفس کمک کند. دوم، در تعیین اهدافش واقع‌نگر و منطقی باشد. تعیین هدف‌های کوچک و قابل دسترسی و تلاش برای رسیدن به آن‌ها، می‌تواند به تدریج اعتماد به نفس شما را افزایش دهد.

سوم، ظرفیت و آمادگی پذیرش شکست را هم داشته باشد. شکست‌ها بخشی از مسیر موفقیت هستند. پذیرش و کسب تجربهٔ جدید از شکست می‌تواند به تقویت اعتماد به نفس کمک کند.

و در آخر اینکه خانواده و دوستان را به عنوان بخش مهمی در مسیر پیشرفتتان در نظر بگیرید. داشتن حمایت از سوی خانواده و دوستان می‌تواند نقش مهمی در افزایش اعتماد به نفس داشته باشد.

همراهان خوب ما فراموش نکنید که اعتماد به نفس یکی از کلیدهای اصلی موفقیت و پیشرفت در زندگی است. و تقویت این ویژگی می‌تواند به شما کمک کند با اطمینان بیشتری به سوی هدف‌های خود حرکت و از فرصت‌های زندگی استفاده کنید. با تمرین و تلاش، شما و هر فردی می‌تواند اعتماد به نفس خود را افزایش دهد و به موفقیت‌های بیشتری دست یابد.

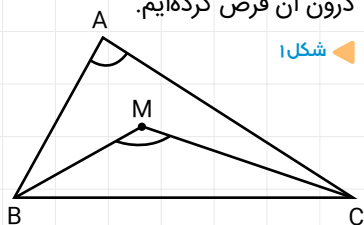
موفق و پیروز باشید.



مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

● محمود نصیری
نامساوی‌ها در
هندسه

هندسه، مسئله‌ها و قضیه‌های مربوط به آن را ثابت کنیم. شکل ۱ را در نظر بگیرید که در آن $\triangle ABC$ و نقطه M را درون آن فرض کرده‌ایم.



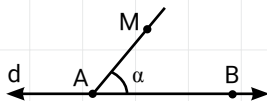
شکل ۱

این قضیه را بیان کنیم، مثال‌هایی را از کاربرد آن بیان می‌کنیم. بیشتر مسئله‌های نامساوی‌ها در مثلث، به‌طور شهودی درست به نظر می‌رسند، اما با گسترش هندسه‌های جدید و انواعی از هندسه‌ها، گاهی فرضی در یکی درست اما در دیگری به شکلی دیگر درست است. پس باید با توجه به اصول و قضیه‌های ثابت‌شده در

در قسمت اول مطلب و در شماره قبل، ابتدا نامساوی‌ها را در مورد پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها تعریف کردیم. سپس قضیه مهمی را به نام قضیه زاویه بیرونی ثابت کردیم. **قضیه زاویه بیرونی در مثلث.** در هر مثلث، اندازه هر زاویه بیرونی از اندازه هر زاویه درونی غیرمجاور آن بزرگ‌تر است. قبل از اینکه یکی از کاربردهای مهم

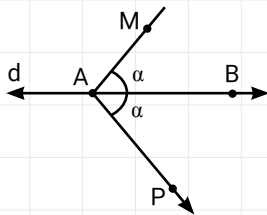
بر آن مفروض اند. نشان دهید خطی وجود دارد که از M می‌گذرد و بر خط d عمود است و این خط فقط یکی است.

شکل ۴



دو نقطه متمایز A و B را روی خط d در نظر بگیرید و خطی را که از A و M می‌گذرد رسم کنید (شکل ۴). فرض کنید اندازه زاویه $\angle MAB$ برابر α باشد. اگر $\alpha = 90^\circ$ باشد، خود خط AM بر d عمود است (طبق تعریف). اما اگر α برابر 90° نباشد، فکر می‌کنید چگونه از نقطه M بر خط d خطی عمود رسم می‌کنیم؟ البته می‌دانید که به طور شهودی این کار با گونیا انجام می‌شود، اما می‌خواهیم بدون به کار بردن گونیا و با اثبات، روشی را برای رسم پیدا کنیم. برای مشخص کردن هر خط، حداقل باید دو نقطه متمایز آن را داشته باشیم، اما یک نقطه این خط معلوم است. باید نقطه دیگری از آن را مشخص کنیم. قبلاً هم توضیح داده‌ایم که در بیشتر مسئله‌های هندسه، رسم خطهای اضافی، کمکی مهم به حل مسئله هستند. در واقع، این خطهای اضافی بخش‌های پنهان مسئله را آشکار می‌کنند.

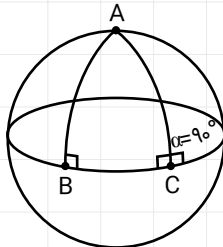
شکل ۵



برای آنکه بتوانیم از آنچه در مورد خطهای عمود و عمودمنصف می‌دانیم، به خوبی استفاده کنیم، به نظر می‌رسد نقطه دیگر در طرفی از خط d باشد که M واقع نیست (شکل ۵). چون در اثبات‌ها معمولاً از هم‌نهشتی‌ها

از پاره‌خطهای $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$ روی خطی واقع‌اند که یک دایره روی کره و به مرکز کره است (شکل ۳). دو تا از این خطها از قطب می‌گذرد و یکی مانند خط استوا روی کره زمین است.

شکل ۳



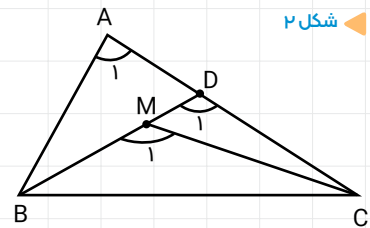
در شکل ۱ دو خط $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ بر خط $\overline{BC}$ عمود هستند. بنابراین، در $\triangle ABC$ اندازه‌های هر یک از زاویه‌های $\angle B$ و $\angle C$ برابر 90° است. در نتیجه اندازه زاویه خارجی در رأس B نیز قائمه و اندازه‌اش برابر اندازه زاویه درونی غیرمجاور آن است. حتی می‌تواند اندازه زاویه در رأس A نیز از 90° بیشتر باشد.

بعداً خواهیم دید، قضیه زاویه بیرونی در مثلث یکی از اساسی‌ترین قضیه‌های هندسه اقلیدسی است که نه تنها ورود به نامساوی‌های مثلثی را هموار می‌کند، بلکه پایه اثبات یکتایی خط عمود بر یک خط از یک نقطه است. قضیه وجود خط عمود و یکتا بودن آن یکی از اساسی‌ترین قضیه‌ها در گسترش هندسه‌ای است که در آن اصل توازی را نداریم. یعنی هندسه‌ای که در آن ممکن است از یک نقطه غیرواقع بر یک خط، بیش از یک خط به موازات آن رسم کرد. اقلیدس ادعا می‌کرد، عمود بودن به وسیله خط‌کش و پرگار ساخته می‌شود، اما با توجه به قضیه‌هایی که تاکنون بیان کرده‌ایم، می‌خواهیم نشان دهیم چگونه از یک نقطه غیرواقع بر یک خط، خطی وجود دارد که بر آن عمود است و چرا این خط یکتاست.

طرح مسئله. خط d و نقطه M غیرواقع

از نقطه M به دو رأس B و C دو خط می‌کشیم. در مورد اندازه زاویه‌های $\angle BAC$ و $\angle BMC$ چه نظری دارید؟ کدام بزرگ‌تر است؟ شاید با دیدن شکل بگویید $\angle BMC$ از $\angle BAC$ بزرگ‌تر به نظر می‌رسد. به کمک قضیه زاویه بیرونی می‌توانیم آن را ثابت کنیم. کافی است ضلع BM را امتداد دهیم تا ضلع AC را در نقطه D قطع کند (شکل ۲). با توجه به شکل و قضیه زاویه بیرونی، رابطه بین زاویه‌ها را از نظر بزرگی و کوچکی چگونه می‌نویسید؟

شکل ۲

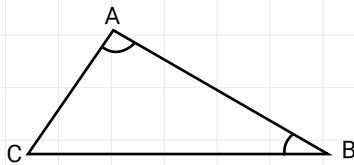


$\angle D_1 > \angle M_1$ و $\angle A_1 > \angle D_1$ چرا؟ بنابراین: $\angle M_1 > \angle A_1$.

اکنون که با مثال ساده‌ای از کاربرد قضیه زاویه بیرونی آشنا شدیم، به دنبال مسئله مهم‌تری از کاربردهای قضیه زاویه بیرونی می‌رویم. وقتی قضیه زاویه بیرونی را ثابت کردیم، مشاهده کردیم، اگر از این قضیه که مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث برابر 180° است استفاده نکنیم، که در روند ساختن دقیق هندسه واقعاً نباید از آن استفاده کنیم، اثباتی که ارائه دادیم، اثباتی عادی نیست و اساس اثبات به تبحر خاص در هندسه نیاز دارد. بنابراین، خود قضیه بدون این فرض‌ها ممکن است نادرست باشد. به عبارت دیگر، رسم خط عمود از یک نقطه غیرواقع بر یک خط، دقیقاً به این قضیه وابسته است؛ به‌ویژه وقتی هنوز اصل توازی را بیان نکرده باشیم. قبلاً در مورد هندسه‌ای که روی کره برقرار است، توضیح دادیم. مشاهده کردید که روی کره، منظور از خط، دایره‌هایی هستند که مرکز آن‌ها روی مرکز کره است. با توجه به این تعریف، هر کدام

دیگر آن می‌پردازیم. از کاربردهای مهم قضیه زاویه بیرونی، سه نامساوی مهم در مثلث است. نامساوی‌ها در مثلث معمولاً به‌طور شهودی واضح به نظر می‌رسند. مثلاً اگر $\triangle ABC$ را چنان رسم کرده باشیم که اندازه ضلع BC که مقابل $\angle A$ است، از اندازه ضلع AC که مقابل $\angle B$ است بزرگتر باشد (شکل ۸)، به‌طور شهودی به نظر می‌رسد زاویه $\angle A$ نیز از $\angle B$ بزرگتر است یا برعکس. اگر $\angle A$ بزرگتر از $\angle B$ باشد، ضلع BC از ضلع AC بزرگتر است.

شکل ۸



همچنین، در هر $\triangle ABC$ مشاهده می‌کنید که مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگتر است. مثلاً $AB+AC > BC$. این نامساوی در هندسه اقلیدسی به نامساوی کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه B و C نیز معروف است. این مسئله‌ها با وجود اینکه به‌طور شهودی واضح به نظر می‌رسند، در هندسه همگی ثابت می‌شوند. در بخش بعدی، این نامساوی‌ها را به‌عنوان سه قضیه مهم هندسه اقلیدسی بیان و ثابت می‌کنیم. سپس سعی می‌کنیم مثال‌ها و مسئله‌های جالبی را از آن‌ها نتیجه بگیریم.

در مورد اثبات به روش تناقض (برهان خلف) توضیح‌هایی داده‌ایم. چگونه به این روش یکتا بودن خط MN را ثابت می‌کنید؟ مسلماً باید فرض کنید خط دیگری وجود داشته باشد و سپس به یک تناقض برسید. فرض کنید از نقطه M دو خط متمایز MH و MK عمود بر خط d رسم شده باشند (شکل ۷).

شکل ۷



احتمالاً به‌سادگی بیان می‌کنید که در $\triangle MHK$ مجموع اندازه‌های دو زاویه برابر 180° است و این غیرممکن است، زیرا در این صورت مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی مثلث از 180° بیشتر می‌شود و این در هندسه اقلیدسی غیرممکن است، اما این اثبات زمانی درست است که قبل از آن ثابت کرده باشیم مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث برابر 180° است. معمولاً هم در هندسه‌های مقدماتی چنین استدلالی مطرح می‌شود، اما اگر روش ساختن هندسه به‌طوری مطرح شده باشد که هنوز اصل توازی یا معادل آن بیان نشده باشد، به کمک قضیه زاویه بیرونی که در بخش قبلی ثابت کردیم نیز به‌سادگی ثابت می‌شود، اگر هر دو خط MH و MK بر خط d عمود باشند، آنگاه اندازه زاویه بیرونی $\angle MKB$ برابر اندازه زاویه درونی $\angle MHB$ شده است و این نیز یک تناقض است.

بنابراین، به هر دو روش بالا به یک تناقض می‌رسیم. این تناقض از فرضی ناشی می‌شود که بیان شده دو خط عمود بر d رسم کرده‌ایم. پس این فرض نادرست است و در نتیجه فرض فقط یک خط عمود، می‌تواند درست باشد. به این ترتیب اثبات قضیه کامل است. اکنون که با یکی از کاربردهای قضیه زاویه بیرونی آشنا شدیم، به کاربردهای

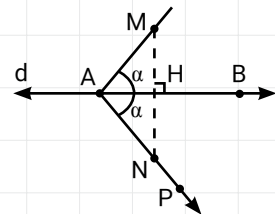
بسیار استفاده می‌کنیم، در اینجا سعی می‌کنیم از A خط AP را که P در طرف دیگر خط d است، چنان رسم کنیم که اندازه $\angle BAP$ برابر همان α یعنی اندازه $\angle BAM$ باشد.

در واقع مانند آن است که نیمساز زاویه $\angle MAP$ روی خط d واقع است. فکر کنم به اثبات خیلی نزدیک شده‌ایم. چرا؟

ساختن دو مثلث هم‌نهشت یا یک مثلث خاص چگونه به حل مسئله کمک می‌کند؟ احتمالاً ساختن یک مثلث متساوی‌الساقین اثبات را کامل می‌کند.

N را روی نیم‌خط $\overrightarrow{AP}$ چنان در نظر می‌گیریم که $AN=AM$ (شکل ۶). اکنون در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle AMN$ ، $\overline{AB}$ که نیمساز است، شامل ارتفاع AH نیز می‌شود و این یعنی خط MN بر خط d عمود است و این همان خطی است که به دنبال آن بودیم.

شکل ۶



البته برای بخش آخر مسئله می‌توانیم از هم‌نهشتی دو مثلث $\triangle AMH$ و $\triangle ANH$ نیز استفاده کنیم.

$AN=AM$ ، $\angle MAH \cong \angle NAH$ ، $AH=AH$. بنابراین (ض ز ض) این دو مثلث هم‌نهشت و دو زاویه $\angle MAH$ و $\angle NAH$ هم‌اندازه‌اند، اما مجموع اندازه‌های آن‌ها برابر 180° است. در نتیجه اندازه هر یک برابر 90° است: $m\angle AHM = 90^\circ$. یعنی خط MH بر خط d عمود است. در اینجا اثبات وجود خطی عمود بر یک خط از یک نقطه غیرواقع بر آن کامل می‌شود.

اما اثبات بخش دوم مسئله، یعنی یکتا بودن این خط، چندان سخت نیست. کمی روی آن فکر کنید. قبلاً



ریاضی به روش گفتگو

خسرو داودی و آرش رستگار

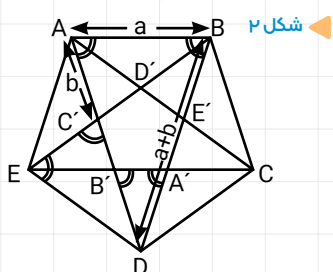
$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و نشان دهید طرف چپ برابر صفر است.^۱

اما توجه کنیم که معادله درجه دو باید دو ریشه داشته باشد. پس شاید ϕ که در معادله $x^2 - x - 1 = 0$ صدق می کند برابر ریشه دیگر باشد!

حامد: حدس من این است که ریشه دیگر $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ است. اگر محاسبه های خودت را به دقت دنبال کنی خواهی دید که من درست می گویم. اما نکته این است که $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ عددی منفی است، در حالی که نسبت طلایی عددی مثبت است. پس به ناچار داریم: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

آقای طلایی از مکالمه های حامد و احمد خیلی خوش حال شد و چشم هایش برق زد و گفت: «بگذارید شما را امتحان کنم. آیا می توانید نشان دهید نسبت قطر به طول ضلع در یک پنج ضلعی منتظم نیز برابر عدد طلایی است.»

حامد به سرعت یک پنج ضلعی کشید و رأس های آن را نام گذاری کرد. او برای اینکه هندسه پنج ضلعی را بهتر بفهمد همه قطره های آن را رسم کرد.



دست به کار شوید و ببینید می توانید این نسبت را محاسبه کنید.

حامد و احمد: که همیشه با هم مسئله حل می کردند دست به کار شدند. حامد در هندسه و تفکر تصویری قوی بود و احمد در جبر و تفکر کلامی و نمادین. به همین دلیل همکاری آن ها همیشه به پایان خوبی می انجامید.

حامد: از تشابه مستطیل ها داریم: نسبت طول به عرض برابر است، پس: $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ بنابراین با ضرب کردن دو طرف در ab داریم:

$$a^2 = b(a+b) \\ = ba + b^2$$

$$a^2 - b^2 = ab$$

$$(a-b)(a+b) = ab$$

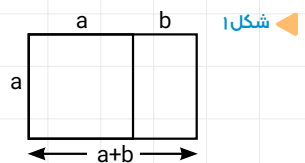
که تساوی جالبی است. ضرب دو عدد برابر است با ضرب مجموع آن ها در تفاضل آن ها!

احمد: اما ما با نسبت $\frac{a}{b}$ سروکار داریم. آن را با ϕ نمایش می دهیم که یک حرف یونانی است. چون قبلاً در کتاب ها دیده ام که عدد طلایی را با ϕ نمایش می دهند.

از رابطه $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ داریم: $\frac{a}{b} = 1 + \frac{b}{a}$ پس: $\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$

رابطه را در ϕ ضرب کنیم، داریم: $\phi^2 = \phi + 1$ پس ϕ ریشه این معادله درجه دوم است: $x^2 - x - 1 = 0$. به سادگی می توان دید $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ریشه این معادله است. کافی است به جای x قرار دهید:

آقای طلایی هم معلم جبر بود و هم معلم هندسه! او جبر و هندسه را با هم ترکیب می کرد و هر دورا به دانش آموزان می آموخت. **آقای طلایی:** زیباترین مستطیل به نظر شما کدام مستطیل است؟ یک منظر این است که زیباترین مستطیل، مستطیلی است که ساختار پنهان ساده ای داشته باشد. برای مثال فیثاغورسیان داخل مستطیل یک مربع جای می دادند و این طور فکر می کردند که اگر مستطیل کوچک باقی مانده شبیه همان مستطیل اولیه باشد، این یک ساختار پنهان ساده است که موجب می شود ما ناخودآگاه این مستطیل را زیبا ببینیم.



در شکل ۱، اگر مستطیل کوچک متشابه مستطیل بزرگ باشد، خواهیم داشت:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

آیا می توانید نشان دهید که در این صورت

$$\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

همیشه خواهیم داشت: از **فیثاغورس و اقلیدس** در یونان باستان تا ریاضی دان ایتالیایی **لئوناردو پیزا**، و منجم عصر رنسانس، کپلر تا دانشمندان بزرگ هم عصر ما، مانند **راجر پنروز** و بسیاری زیست شناسان، هنرمندان، تاریخ دانان، معماران، روان شناسان و حتی عرفا، درباره این نسبت تحقیق کرده اند. در مورد آن بیشتر از این خواهیم گفت، اما شما اول

احمد: می‌توان هم با یک مستطیل $k \times l$ از مربع‌های به طول a شروع کرد و بعد مستطیلی کنار آن قرار داد که با کل شکل متشابه باشد (شکل ۷).

شکل ۷



در این صورت: $\frac{ka+b}{la} = \frac{la}{b} (=lu)$
یعنی اگر قرار دهیم: $\frac{a}{b} = u$ داریم:

$$\frac{k}{l} + \frac{1}{lu} = lu$$

بنابراین: $ku+1=l^2u^2$ و لذا: $ku+1=l^2u^2$

پس $\frac{k+\sqrt{k^2+4l^2}}{l}$ عددی گنگ است!

اما می‌دانیم هر عدد اول p که باقی‌مانده

آن بر چهار مساوی یک باشد، به شکل

k^2+4l^2 است. این شد یک اثبات

هندسی برای گنگ بودن $\sqrt{p}$ وقتی p

چنین عدد اولی باشد. چون اگر lu گنگ

باشد، آنگاه u نیز چنین است.

آقای طلایی رو به دانش‌آموزان کرد

و گفت: «آیا می‌توانید اثبات احمد را

دقیق کنید؟ در این اثبات آخر احمد

اشکالی هست. چون: $k^2+4l^2=m^2$

همان معادله فیثاغورس است و

چندین جواب دارد. اگر k^2+4l^2 مربع

کامل باشد، دیگر $\sqrt{k^2+4l^2}$ عددی گنگ

نخواهد بود.

احمد چه اشتباهی مرتکب شده است؟

پی‌نوشت

۱. در پایه دهم با معادله درجه دوم آشنا می‌شوید. به

شما خواهند آموخت که اگر یک معادله درجه دوم به

صورت $ax^2+bx+c=0$ داشته باشیم، پاسخ یا جواب

معادله (یعنی x) یا ریشه‌های معادله مزبور را می‌توان

از این رابطه به‌دست آورد: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

این ترتیب برای معادله $x^2-x-1=0$ خواهیم داشت:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

اما با توجه به اینکه شما

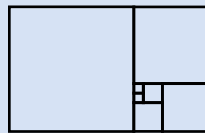
هنوز معادله درجه دوم را نخوانده‌اید، می‌توانید با

قرار دادن $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ در معادله نشان دهید که این

عدد پاسخ معادله است.

۴ یک اثبات از گنگ بودن عدد طلایی است.

شکل ۴



احمد: اگر به جای یک مربع، k مربع

پشت سر هم قرار دهیم (شکل ۵) و بعد

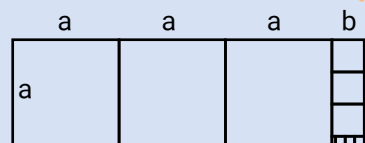
یک مستطیل کوچک که با کل شکل

متشابه باشد، رسم کنیم، نشان داده‌ایم

که عددهایی به شکل $\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}$ گنگ

هستند.

شکل ۵



زیرا: $\frac{ka+b}{a} = \frac{a}{b} = t$ ، پس: $k + \frac{1}{t} = t$

و از آنجا داریم: $t^2 - kt - 1 = 0$ که ریشه آن

همان $\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}$ است. اگر به جای t

بگذارید: $\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}$ خواهیم دید که

راست می‌گوییم. در حالت $k=2$ داریم:

$$\frac{2+\sqrt{2^2+4}}{2} = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$$

که اثباتی هندسی برای گنگ بودن $\sqrt{2}$

است! جل‌خالق!

حامد: عجب! نگاه کنید بدون رابطه

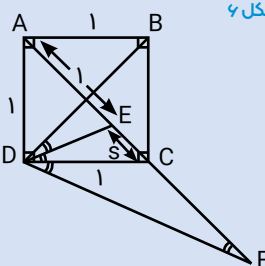
فیثاغورس می‌توانم ثابت کنم طول

قطر مربع واحد $\sqrt{2}$ است. به شکل ۶

و تشابه مثلث‌های $\triangle ADF$ و $\triangle DEC$

توجه کنید:

شکل ۶



داریم: $\frac{AF}{AD} = \frac{DC}{EC}$ ، پس: $\frac{1}{2} = \frac{1}{S} + S$ و

لذا: $0 = S^2 + 2S - 1$ که می‌گوید: $S = \sqrt{2} - 1$.

جای‌گذاری کنید.

حامد: با یک نگاه به شکل می‌توان گفت

که مثلث‌های کوچک، مانند $\triangle DA'B'$ ، باید

مثل مثلث‌های کمی بزرگ‌تر، مانند $\triangle DEC$ و

مثلث‌های بزرگ‌تر مانند $\triangle DAB$ ، مثلث‌هایی

متساوی‌الساقین باشند. این نکته با

محاسبه زاویه‌های شکل ۲ به راحتی قابل

اثبات خواهد بود.

در مثلث‌های متساوی‌الساقین $\triangle DAB$ و $\triangle ABE$

نسبت ساق به قاعده برابر خواهد بود. اگر

طول ضلع پنج‌ضلعی را a بگیریم و AC' را

b بنامیم، خواهیم داشت: $\frac{DB}{AB} = \frac{AB}{AC'}$ که

$$\text{یعنی: } \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

این همان رابطه مستطیل طلایی است!

آقای طلایی: آفرین! فیثاغورسیان و بعد

سایر یونانیان به همین دلیل ارتباط عدد ϕ

با هندسه آن را مطالعه می‌کردند. هپاسوس

در سال ۴۵۰ ق.م نشان داد که ϕ نمی‌تواند

عددی گویا باشد و غوغایی به پا کرد.

روش هپاسوس برای اثبات گنگ بودن عدد

طلایی هندسی بود و از الگوریتم اقلیدسی

استفاده می‌کرد. روش او بر این مبنا استوار

بود که اگر مستطیلی با ضلع‌های صحیح

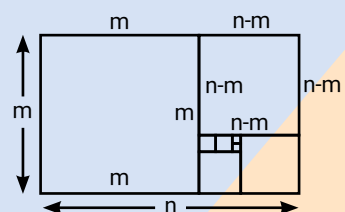
را با مربع‌هایی به صورتی که در شکل ۳

می‌بینیم بپوشانیم، در نهایت به یک مربع

واحد می‌رسیم که در متناهی مرحله، کار

پایان می‌یابد.

شکل ۳



اما هپاسوس نشان داد که این روش برای

a و b با نسبت عدد طلایی کار نمی‌کند و

برای این کار از هندسه پنج‌ضلعی منتظم

استفاده کرد. آیا می‌توانید نشان دهید

اگر یک مستطیل با متناهی مربع پُر شود،

یعنی با کاشی‌هایی به شکل مربع بتوان آن

مستطیل را کاشی‌کاری کرد، حتماً نسبت

طول به عرض آن عددی گویاست؟

حامد: با این وصف می‌توان دید که شکل



دانشمندان برای شناخت بهتر جهان نیازمند ریاضی هستند

گفت‌وگو با
رادمهر آذرخزین
دانش آموز پایه هفتم
مدرسه هنیت امنایی
«فرنو» شهر قدس

● محمد دشتی

گفت‌وگو حتی با دانش آموزانی که ما گمان می‌کنیم مشغله کمتری نسبت به بزرگ‌ترها دارند، خیلی راحت اتفاق نمی‌افتد. آقای رادمهر آذرخزین اولین تماسم را خیلی زود پاسخ داد، اما حدود یک ماهی زمان برد تا گفت‌وگو و پیام‌های تکمیلی ما به نتیجه برسد. با خودم می‌گویم حتماً دانش آموز موفق‌ی مثل رادمهر که یکی دوباری او را مهرداد صدا زده بودم و به روی خودش نیآورده بود، گرفتاری‌های درسی و مشغله‌های خاص جوانان را دارد. در نتیجه من هم باید صف را رعایت کنم و برای تکمیل گفت‌وگو منتظرش بمانم. اما بالاخره انتظار به پایان رسید و با هم گفت‌وگو کردیم که لازم می‌دانم بابت وقتی که گذاشت و ادب و مهری که نشان داد ممنونش باشم. با این توضیح کوتاه شما را به خواندن این گپ‌وگفت صمیمی دعوت می‌کنم.

به درس ریاضی علاقه‌مند شدم، چون رشته پدرم ریاضی بود و ضمناً معلم‌هایی داشتم که مرا به ریاضی علاقه‌مند کردند. قدردان زحمات پدر و همه معلمانم هستم. باید توجه داشته باشیم که دوران کودکی زمان خوبی است که دانش‌آموزان به سمت علاقه‌هایشان و آنچه دوست دارند هدایت شوند.

● به چه درس دیگری مثل ریاضی علاقه دارید و چرا؟

○ من به درس زیست‌شناسی هم علاقه‌مندم. دلیلش هم این است که رشته تحصیلی مادرم زیست‌شناسی بوده و از همان دوران کودکی در کنار مادر به این درس هم علاقه‌مند شدم. البته ادامه این علاقه به دلیل جذابیت‌هایی است که درس و رشته زیست‌شناسی دارد و به نوعی ما را با جهانی

● ممنون که دعوت مجله رشد ریاضی برهان را پذیرفتید و در این گفت‌وگو شرکت کردید. بفرمایید چه سالی متولد شده‌اید، محل تولدتان کجاست و کجا درس می‌خوانید؟
○ من هم ممنونم که می‌توانم از طریق مجله برهان با دوستان و هم‌سن و سال‌های خودم ارتباط برقرار کنم. رادمهر آذرخزین هستم، متولد سال ۱۳۸۹ در تهران و در پایه هفتم مدرسه هنیت امنایی فرنو در شهر قدس تحصیل می‌کنم.

● از چه زمانی و چرا به درس ریاضی علاقه‌مند شدید؟ البته امیدوارم این سؤال را درست طرح کرده باشیم.

○ خیالتان راحت! کسی که مجله رشد ریاضی برهان می‌خواند حتماً ریاضی را دوست دارد. من از شش سالگی



و هم‌کلاسی‌ها دوست دارند. این موفقیت به من حس سربلندی می‌دهد و میل به پیشرفت در زمینه ریاضی را در من بیشتر می‌کند.

• آیا به‌جز در مدرسه در جای دیگری هم موفقیتی کسب کرده‌اید که برایتان جذاب باشد و انگیزه شما را برای درس و تحصیل و تلاش در این زمینه بیشتر کند؟

بله، من علاوه بر مدرسه در محل آموزش و کانونی که به صورت فوق‌العاده تحصیل می‌کردم، جزو نفرات برتر در سطح شهرستان قدس شدم و کتاب و لوح تقدیری به‌عنوان جایزه گرفتم که آن هم برایم جالب و خاطره‌انگیز بود. اساساً تشویق در روحیه بچه‌ها، نوجوانان و جوانان تأثیر عمیقی دارد که بزرگ‌ترها نباید از آن غافل باشند. باید بدانند که هر تشویق می‌تواند عامل مهمی برای تقویت اعتمادبه‌نفس دانش‌آموزان و ترغیب آنان برای تلاش بیشتر باشد.

• معروف است که می‌گویند ریاضی پرکاربردترین دانش و مادر تمام علوم است. نظر شما چیست و اگر این گفته را قبول دارید، دلایلتان چیست؟

صددرصد این گفته را قبول دارم، چون در علوم دیگر هم از علم ریاضی زیاد استفاده می‌شود. در ضمن با دانستن علم و دانش ریاضی و گرایش‌های متفاوت آن می‌توانیم درک بهتری از این جهان بزرگ و پیچیده داشته باشیم. این امر اهمیت و جایگاه ارزشمند ریاضی را در جهان نشان می‌دهد. به گمان من دانشمندان بزرگ برای شناخت بهتر جهان نیازمند ریاضی هستند.

• همه درس‌ها برای دانش‌آموزان خاطرات خوش و گاه ناخوشی را به همراه دارند. لطفاً از خاطرات خود در زنگ ریاضی بگویید.

بهترین خاطره من خاطره‌ای است که تقریباً شامل همه ساعت‌های درس ریاضی می‌شود، چون در زنگ ریاضی همواره ارتباط خوبی با معلم‌هایم داشته‌ام. همیشه با تمرینات درسی انجام‌شده سر کلاس حاضر بودم و تمرین‌ها

که در آن زیست می‌کنیم، بیشتر و بهتر آشنا می‌کند.

• لذت ریاضی را در چه می‌دانید و چه روشی را برای یادگیری این درس پیشنهاد می‌کنید؟

○ قرار نبود سؤال‌های سخت سخت بپرسید، اما اشکالی ندارد جواب می‌دهم. به نظر من وقتی که موفق می‌شویم با استفاده از یک فرمول، سؤال و پرسشی را حل و مسئله‌ای را بفهمیم، این کار لذت خاص خودش را دارد و می‌تواند ما را به درسی مثل ریاضی که بیشترین میزان

محتوای آن طرح مسئله و حل آن است، علاقه‌مندتر کند. هر کس می‌تواند بنا به تجربه و وضعیت ذهنی و توان فکری خود روشی خاص برای یادگیری ریاضی داشته باشد. اما روش من برای یادگیری ریاضی، تکرار و تمرین و نوشتن است. این روش را به همه کسانی که این گفت‌وگو را می‌خوانند توصیه می‌کنم. این مطلب را هم خودم اضافه می‌کنم که به‌جز کتاب‌های درسی، کتاب‌های فلسفی مثل «دنیای سوفی» و کتاب‌های مشابه آن را مطالعه می‌کنم. اساساً مطالعه در هر زمینه‌ای می‌تواند مفید باشد. مهم این است که کتاب‌های خوب را بشناسیم و مطالعات ما استمرار داشته باشد.

• از چه سالی و توسط چه کسی با مجلات رشد آشنا شدید و آیا مجلات دیگری را هم مطالعه می‌کنید؟

○ من از طریق پدرم با مجله رشد ریاضی برهان آشنا شدم و خیلی خوش‌حالم که پدرم آن را به من معرفی کرد. فعلاً بین مجلات رشد فقط از همین مجله استفاده می‌کنم.

• چه موفقیت‌هایی در زمینه ریاضی و به‌خصوص درس ریاضی کسب کرده‌اید و این موفقیت‌ها چه اثری در روحیه و برنامه‌های زندگی شما داشته است؟

باید بگویم که در سطح مدرسه محل تحصیل جزو نفرات برتر در زمینه ریاضی شدم. این اتفاق قطعاً برای هر دانش‌آموزی خوشایند است و به‌خصوص نوجوانان و جوانان در این سن و سال، موفقیت و پیشرفت را به‌خصوص بین همسالان

مادر به‌عنوان کسی که زیست‌شناسی را به شما شناساند یاد کردید. آیا مشوق‌های شما در زندگی پدر و مادر بوده‌اند؟

بله خوشبختانه. من این شانس را داشته‌ام که پدر و مادرم همیشه مشوقم باشند و در همهٔ درس‌ها و از جمله ریاضی کمک‌های زیادی به من کرده‌اند. پدر و مادرم هر دو به ریاضی علاقه‌مند هستند و این امر در علاقه‌مندی من به ریاضی خیلی مؤثر بوده است.

● **به نظر شما ریاضی در آینده**

چگونه به زندگی بشر کمک خواهد کرد؟ آیا خودتان هم در زمینهٔ ریاضی به کسی کمک کرده‌اید؟

ریاضی با ویژگی‌های خاصی که دارد همواره در زندگی انسان‌ها تأثیرگذار است.

در خصوص کمک هم باید بگویم که هر کس در خانواده سؤالی در زمینهٔ ریاضی داشته باشد می‌تواند روی کمک من حساب کند. ضمن اینکه چنین کمکی برایم خیلی جذاب است و نسبت به اینکه بتوانم به دیگران کمک کنم، حس خیلی خوبی دارم.

● **از اندیشمندان و صاحب‌نظران معاصر**

ریاضی چه کسانی را می‌شناسید و چگونه با آن‌ها آشنا شده‌اید؟

آقای مایکل فارادی، فیثاغورس و هپیتایا و چند نفر دیگر. من در شبکه‌های اجتماعی با این دانشمندان آشنا شدم و برایم خیلی جالب است که دنیای مجازی فرصتی را فراهم کرده است تا در رشته‌هایی مانند ریاضی که دانشی جهانی است، بتوانیم بی‌واسطه با بزرگان این حوزه آشنا شویم.

را برای دوستانم در کلاس توضیح می‌دادم؛ کاری که باعث می‌شد ضمن یادگیری بهتر، حس خوبی داشته باشم.

● **گفتید که با مجلهٔ رشد ریاضی برهان از طریق پدر آشنا شدید. نظرتان در خصوص این مجله چیست؟ انتظار**

دارید چه مطالبی در این مجله چاپ شوند؟

خوش‌حالم که با این مجله آشنا شدم و بابت این اتفاق باید از پدرم تشکر کنم. به نظر

برهان از جمله بهترین مجله‌هایی

است که می‌توان در جامعهٔ

ریاضی به آن دسترسی

داشت. از نگاه من، اگر

در این نشریه مطالب

کاربردی بیابند و مطالبی

مطرح شوند که با امور

روزانه و مسائل زندگی

در ارتباط هستند،

مجله کارایی بیشتری

برای مخاطبان خود،

یعنی دانش‌آموزان

خواهد داشت.

● **به‌جز کتاب‌های**

درسی چه کتاب‌هایی

با موضوع ریاضی

خوانده‌اید؟ آیا آن‌را

به دانش‌آموزان دیگر

توصیه می‌کنید؟ لطفاً

دلایل خود را توضیح دهید.

کتاب‌های درسی موضوع اصلی

مطالعهٔ من هستند، اما کتاب‌های

کمک درسی ریاضی را هم مطالعه می‌کنم

و طبیعتاً به دانش‌آموزان دیگر هم مطالعهٔ آن‌ها را توصیه

می‌کنم. زیرا این گونه کتاب‌ها، زمانی که کتاب‌های درسی

را به خوبی خوانده باشیم کمک خواهند کرد مطالب درسی

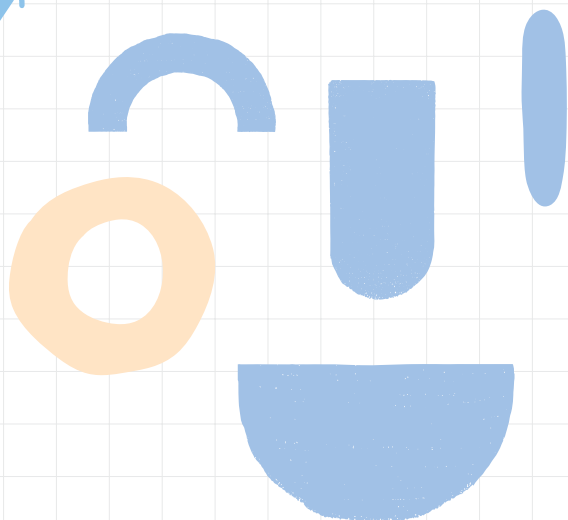
را عمیق‌تر و بهتر بفهمیم و درک کنیم. البته همان گونه که

گفتم شرطش این است که کتاب درسی را خوب خوانده

باشیم.

● **شما از پدر به‌عنوان کسی که شما را با ریاضی آشنا کرد و**





اشتباه‌های محاسباتی اتحاد مربع دوجمله‌ای

● افشین خاصه‌خان

دانش‌آموزان عزیز در سال تحصیلی جدید
آرزوی تلاش‌های پرتنر و مؤثر را برای شما
دارم. امیدوارم بتوانم مطالب مفیدی را در
اختیار شما عزیزان قرار دهم و از بازخوردهای
مثبت آن انرژی دوجندان بگیرم. در دومین
شماره سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴، طبق روال اخیر به
معرفی یک اشتباه متداول دیگر می‌پردازم. امیدوارم
مورد توجه قرار گیرد.

● تجویز و درمان

برای درمان این مشکل لازم است از این دانش‌آموزان بخواهید دو
قانون یاد شده را بنویسند و با هم مقایسه کنند و با مثال‌های متعدد
عددی به آزمون و خطا دست بزنند. مثال‌های متعدد، ماندگاری
قالب صحیح هر دو قانون را در ذهن دانش‌آموزان افزایش
می‌دهد و مهارت به کار بردن آن‌ها را تقویت می‌کند؛ به این
صورت:

$$(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2 \rightarrow 15^2 = 9 \times 25 = 225 = 225 \quad \checkmark$$

$$(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2 \rightarrow 8^2 = 9 + 25 = 64 = 34 \quad \times$$

● نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش‌آموزان مفهوم‌های توان و
قانون‌های آن، و همچنین اتحادهای جبری را از
کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم با دقت
یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند،
فعالیت‌های کتاب را انجام دهند و مطالب یاد
گرفته خود را با مثال‌ها تطبیق دهند. سپس
«کار در کلاس‌ها» و در پایان مسائل آخر هر
درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند
درک درستی از توان و بسط اتحادها
داشته باشند. در صورت علاقه بیشتر
می‌توانند سؤال‌های بیشتری را از
کتاب‌های کمک‌درسی حل کنند و
مهارت خود را افزایش دهند. هر
قدر این تمرین‌ها بیشتر باشند،
مهارت آن‌ها در به کار بردن آن
قوانین بهتر خواهد شد.

● اشتباه متداول ۲

بسط اتحاد مربع دوجمله‌ای

یکی از اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان در بسط اتحاد مربع
دوجمله‌ای اتفاق می‌افتد. تعداد قابل توجهی از دانش‌آموزان
سال نهم، حتی دهم و یازدهم، هنگام به توان ۲ رساندن یک
دوجمله‌ای، فقط مجموع مربع دو جمله را می‌نویسند و نوشتن دو
برابر حاصل ضرب آن‌ها را فراموش می‌کنند؛ مانند نمونه زیر:

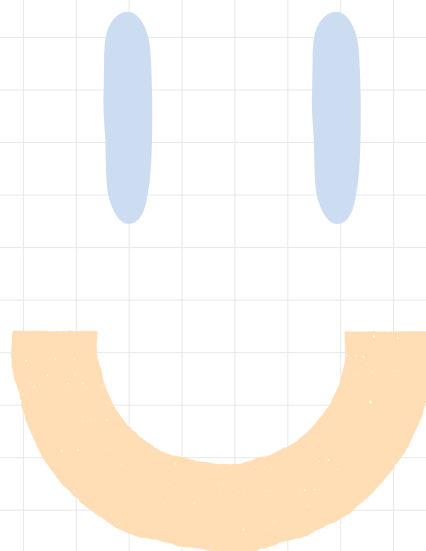
$$(x+3)^2 = x^2 + 9$$

● تشخیص علت

ممکن است علت اصلی این خطا، اختلاط در به توان ۲ رساندن مجموع
دو عبارت جبری با محاسبه مربع حاصل ضرب همان دو عبارت باشد. یعنی
این دانش‌آموزان رابطه $(x \times y)^2 = x^2 \times y^2$ را با همین فرمت در قانون $(x+y)^2$
به کار می‌برند. معمولاً دانش‌آموزان قوانین پایه در توان را با تأمل نمی‌خوانند
و با گذشت زمان و مرور نکردن مداوم، چنین اختلاطی در ذهن آن‌ها طبیعی
به نظر می‌رسد.

واگن سواری پر در دسر! بیایید کمی فکر کنیم!

● خسرو داودی



● کمی فکر کنیم

چند سالی است که در شهرهای بزرگ برای کاهش شدّ آمد (ترافیک)، قطارهای شهری (مترو) راه اندازی شده‌اند. در شهر بزرگ تهران که سابقهٔ بیشتری در این زمینه دارد، تعداد خط‌ها، طول آن‌ها و تعداد ایستگاه‌ها از سایر شهرها بیشتر و کماکان در حال افزایش و توسعه است. با وجود تلاش‌های صورت گرفته در این سال‌ها هنوز هم جای توسعه و پیشرفت زیادی دارد و تعداد خط‌ها و ایستگاه‌ها قابلیت توسعه دارند. در حال حاضر به نقل از آقای **هادی زند**، مدیر ارتباطات شرکت بهره‌برداری مترو تهران: «با توجه به فرسودگی و سن بالای ناوگان فعلی، در خوش‌بینانه‌ترین حالت معادل همین تعداد موجود، یعنی ۱۱۸۱ واگن کمبود داریم.»

از شنیدن این خبر چند مسئله توجه‌مان را جلب می‌کنند: اول آنکه سن واگن‌های موجود بالا رفته و در حال فرسوده شدن هستند. دوم آنکه در حال حاضر ۱۱۸۱ واگن در حال کارند. و در نهایت اینکه به همین تعداد واگن نیاز داریم. در حال حاضر هفت خط راه‌آهن شهری در شهر تهران دایر است. ساعت شروع کار آن به‌طور معمول ۵:۳۰ صبح تا ۲۲ شب است. یعنی به‌طور معمول (در روزهای تعطیل و پنج‌شنبه‌ها کمی متفاوت است) و به‌طور متوسط هر روز ۱۶ ساعت فعالیت دارند. آقای زند به خبرگزاری مهر گفته است: «روزانه یک میلیون و ۶۹۰ هزار مسافر در تهران با مترو رفت و آمد می‌کنند.» بیایید با همین اطلاعات کمی محاسبه کنیم.





● محاسبه کنیم

اگر فرض کنیم که تعداد مسافران جابه‌جاشده در شهر تهران در هر خط به‌طور متوسط برابر هستند، خواهیم داشت:

$$\text{نفر} \quad 241430 \div 7 = 34490$$

یعنی به‌طور متوسط در هر خط حدود ۲۴ هزار نفر هر روز جابه‌جا می‌شوند. با توجه به ساعت کار قطار شهری در هر روز خواهیم داشت:

$$\text{نفر} \quad 34490 \div 16 = 2155$$

یعنی در هر ساعت در هر خط حدود ۱۵ هزار نفر در حال استفاده از قطار شهری هستند. اگر فرض کنیم در هر خط هر پنج دقیقه یک قطار به ایستگاه وارد شود، پس در هر ساعت خواهیم داشت: تعداد قطارهای فعال در هر ساعت $12 = 60 \div 5$ دقیقه و چون در هر ساعت در هر خط یک مسیر در رفت و یک مسیر در برگشت خواهیم داشت، می‌توان نتیجه گرفت که ۲۴ قطار در حال جابه‌جایی ۱۵۰۰۰ مسافر هستند؛ یعنی:

$$\text{نفر} \quad 24 \times 15000 = 360000$$

به عبارت دیگر در هر قطار ۶۳۰ نفر هر روز در حال جابه‌جایی هستند. هر قطار به‌طور معمول ۱۰ واگن دارد، بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{نفر} \quad 360000 \div 10 = 36000$$

به این ترتیب می‌توان این‌طور فرض کرد که هر واگن قطار باید حدود ۶۰ نفر را در هر لحظه سوار کرده باشد تا بتوان نتیجه گرفت که در طول یک روز یک میلیون و ۶۹۰ هزار نفر در شهر تهران از قطار شهری استفاده می‌کنند و در سطح شهر جابه‌جا می‌شوند. از طریق دیگری هم می‌شود این محاسبه را بررسی کرد. با توجه به توضیح آقای زند که ۱۱۸۱ واگن فعال در شهر تهران داریم، برای جابه‌جایی این تعداد مسافر خواهیم داشت:

$$\text{نفر} \quad 36000 \times 1181 = 42516000$$

یعنی هر روز از هر واگن شهر تهران ۱۴۳۰ نفر به‌طور متوسط استفاده می‌کنند. اگر این تعداد را بر ساعت کار مترو تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{نفر} \quad 42516000 \div 16 = 2657250$$

بر اساس این محاسبه‌ها باید این‌طور فرض کنیم که هر واگن در طول روز به‌طور متوسط به ۹۰ مسافر در هر ساعت خدمات می‌دهد.

● بیشتر فکر کنیم

این تعداد مسافر هر روز در شهر تهران فقط از قطار شهری استفاده می‌کنند. تعداد زیادی از افراد روزانه از خودروی شخصی و تعدادی هم از سایر وسایل نقلیه عمومی، مثل تاکسی، مسافرکش شخصی، تاکسی اینترنتی، اتوبوس و اتوبوس تندرو استفاده می‌کنند. با این همه خدماتی که قطار شهری تهران می‌دهد، باز هم شاهد ترافیک در ساعات‌های متفاوت در منطقه‌های گوناگون شهر هستیم. برای مثال اگر کسی از شمال شهر تهران بخواهد خودروی خود را به اتوبان تهران - قم برساند، در بعضی از ساعات‌ها این مسیر در حدود دو ساعت زمان می‌خواهد، در حالی‌که مسیر تهران تا قم را می‌توان در یک ساعت طی کرد.

حالا تصور کنیم که اگر قطار شهری در شهر تهران راه‌اندازی نشده بود، چقدر بار شدآمد شهری بیشتر می‌شد. شاید دیگر شدآمد سنگین آن قابل تحمل نبود و وقت گران‌بهای افراد در آن به‌شدت تلف می‌شد. همین وضعیت را می‌توان برای شهرهای بزرگ مثل مشهد مقدس، اصفهان، یزد، تبریز، اهواز و ... متصور شد. اگر برنامه‌ریزی مناسبی برای توسعه ناوگان حمل و نقل عمومی و قطار شهری در شهر تهران نشود، شهروندانش در آینده نزدیک با مشکلات بسیار زیادی مواجه خواهند شد.

منبع

افزایش - <https://nasimeeghtesad.ir/news/101270/>
10- درصدی-مسافران-مترو-علل-تاخیر-در-حرکت-قطارها

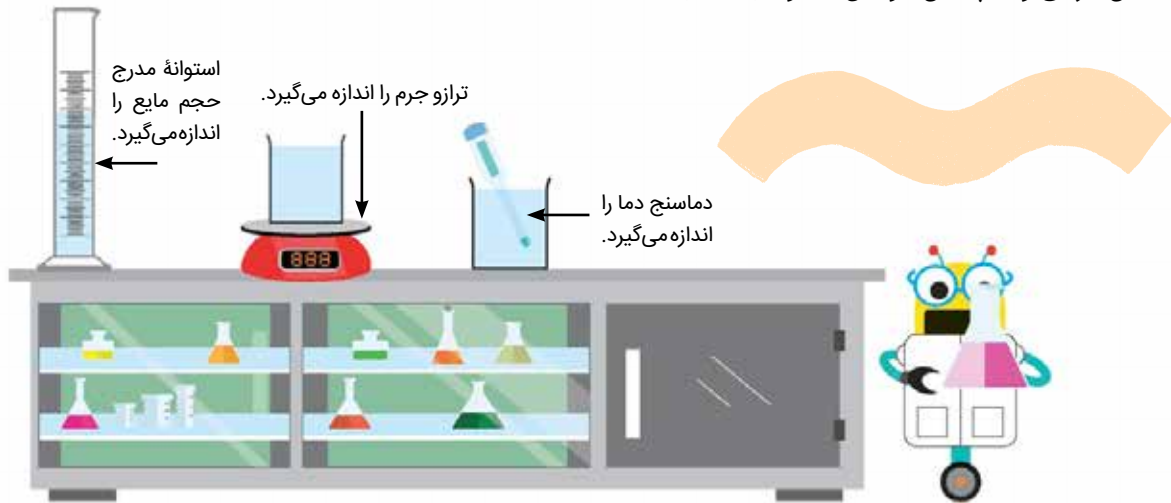
ویژگی‌های کار علمی

روح‌الله خلیلی بروجنی

کار علمی به معنای کارکردن به روشی دقیق و روشمند است که از احتمال وقوع خطا می‌کاهد. دانشمندان هنگام انجام آزمایش بسیار مراقب هستند تا از اشتباه جلوگیری کنند.

اندازه‌گیری

بسیاری از آزمایش‌ها شامل اندازه‌گیری کمیت‌های گوناگون هستند. برای مثال، در آزمایش شیمی ممکن است لازم باشد دمای مایعی را اندازه بگیرید. برای اطمینان از درست بودن نتیجه اندازه‌گیری، عاقلانه است دما را چندین بار اندازه‌گیری کنید، اما این کار می‌تواند چندین خوانش متفاوت به شما بدهد.



۱. دقت دارد، اما صحت ندارد.

تصور کنید با دماسنج معیوب، دما را چهار بار اندازه‌گیری می‌کنید و هر چهار مقدار خوانده شده، یک عدد متفاوت را با دو رقم اعشار نشان می‌دهد. در اینجا هر چند خوانش‌ها دقت دارند، اما صحت ندارند.

۲. صحت دارد، اما دقت ندارد.

اکنون تصور کنید از دماسنج دیگری استفاده می‌کنید که معیوب نیست، اما خوانش‌ها کمی متفاوت هستند. شاید هر بار سر دماسنج در مکان دیگری قرار می‌گیرد! در این حالت خوانش‌ها صحت دارند، اما دقت ندارند.

۳. هم دقت و هم صحت دارد.

با دماسنج سالم، مایع را قبل از اندازه‌گیری دما به خوبی هم بزنید. در این صورت، هر چهار خوانش تقریباً یکسان و همه درست هستند. در این حالت خوانش‌ها هم صحت و هم دقت دارند.

دانشمندان هنگام اندازه‌گیری هر کمیت، تلاش زیادی می‌کنند تا نتیجه اندازه‌گیری آن‌ها هم دقت داشته باشد و هم صحت.

خطا

دانشمندان همچنین تلاش می‌کنند تا جایی که ممکن است از خطا در هنگام اندازه‌گیری اجتناب کنند یا آن را به حداقل برسانند. برای مثال، تصور کنید از یک زمان‌سنج دقیق (کرونومتر) برای اندازه‌گیری مدت‌زمان یک واکنش شیمیایی استفاده می‌کنید. زمان‌سنج ممکن است کاملاً دقیق و درست باشد، اما چون نیم‌ثانیه طول می‌کشد تا دکمه آن را فشار دهید، تمام خوانش‌های شما به همان میزان نادرست می‌شوند.



کار با متغیرها

مهم‌ترین چیزهایی که هر دانشمند هنگام آزمایش اندازه می‌گیرد، متغیر نامیده می‌شود. سه نوع متغیر مهم وجود دارد: مستقل، وابسته و شاهد (کنترل).



۱. متغیر مستقل

متغیر مستقل چیزی است که هر دانشمند به عمد به عنوان بخشی از آزمایش، آن را تغییر می‌دهد. در آزمایشی، برای اینکه ببینید نمک در آب سرد سریع‌تر حل می‌شود یا نه، ممکن است از دو ظرف آب، یکی گرم و دیگری سرد، استفاده کنید. دمای آب متغیر مستقل است.

۲. متغیر وابسته

متغیری است که شما برای به دست آوردن نتیجه خود اندازه‌گیری می‌کنید. برای مثال، در آزمایش نمک، متغیر وابسته، مدت‌زمان حل شدن نمک است. این متغیر وابسته نامیده می‌شود، زیرا ممکن است به متغیر دیگری مانند گرم‌بودن آب نیز بستگی داشته باشد.

۳. متغیر شاهد (کنترل شده)

این‌ها متغیرهایی هستند که آن‌ها را به دقت بررسی می‌کنید و ثابت نگه می‌دارید تا به آزمایش آسیبی نرسانند. در آزمایش نمک، مقدار نمک و مقدار آب را شامل می‌شوند. این‌ها باید در هر دو ظرف ثابت نگه داشته شوند تا روی متغیر وابسته تأثیر نگذارند.

کار گروهی

امروزه در تمامی شاخه‌های علوم و مهندسی کار گروهی صورت می‌گیرد. در بیشتر موارد، کار دانشمندان بر اساس کار دانشمندان قبلی است. در برخی موارد هم دانشمندان تلاش می‌کنند ایده‌های خود را با شاهدهای

جدید تقویت کنند؛ به طوری که ممکن است بر اساس نتیجه جدیدی که به دست آورده‌اند، نظریه‌های قدیمی را به کلی کنار بگذارند. از آنجا که هر مسئله جنبه‌های متعددی دارد که به تخصص‌های گوناگون نیاز دارد، دانشمندان به صورت گروهی با یکدیگر کار می‌کنند. گروه‌های دانشمندان برای اینکه جزو نخستین افرادی باشند که یک آزمایش را موفق انجام می‌دهند، معمولاً با گروه‌های دیگر رقابت می‌کنند.



ژما جواهری پور

مدیریت بودجه

آیا در طول زندگی با این مشکل مواجه شده‌اید که پول کافی برای تأمین یکی از نیازهای خود نداشته باشید؟ شاید در آن لحظه به این موضوع فکر کرده باشید که: اگر کمی پس انداز داشتم، می‌توانستم کالای مورد نیازم را بخرم. اصولاً شما فردی ولخرج هستید یا حسابگر؟ چگونه بودجه خود را مدیریت می‌کنید؟ ممکن است این بودجه را از خانواده تأمین کنید و یا شاید شما هم از آن دسته نوجوانانی باشید که از کسب‌وکار کوچک خود شخصاً درآمد دارد. در هر صورت این مقاله شما را با اصول مدیریت بودجه و هزینه به کمک ابزار ریاضی آشنا خواهد کرد؟

مفهوم‌های پایه در مدیریت بودجه

پس انداز

پس انداز بخشی از درآمد است که صرف هزینه‌های جاری نمی‌شود. به عبارت دیگر، این پولی است که برای استفاده در آینده کنار گذاشته می‌شود و بلافاصله خرج نمی‌شود.

هزینه

به مبلغ پرداختی برای خرید هر کالا و خدمات هزینه گفته می‌شود که شامل هزینه منابع استفاده شده، زمان صرف شده و امکانات مصرف شده برای تولید هر کالا و خدمت است.

درآمد

درآمد به مجموع مبلغ‌هایی گفته می‌شود که هر فرد یا خانواده در یک دوره زمانی مشخص (معمولاً یک ماه یا یک سال) به دست می‌آورد.

با مثال‌های ریاضی مفهوم‌های بالا را بیشتر توضیح خواهیم داد.

اگر فردی حقوق ماهانه ۴ میلیون تومان، و همچنین درآمد اجاره‌ای ۱ میلیون تومان در ماه داشته باشد، درآمد ماهانه او به این شکل محاسبه می‌شود:

درآمد ماهانه = حقوق ماهانه + درآمد اجاره‌ای

$$4,000,000 + 1,000,000 = 5,000,000$$

تومان

در این مثال، درآمد ماهانه فرد ۵ میلیون تومان است که از دو منبع حقوق و اجاره به دست آمده است. درآمد می‌تواند از منابع متفاوتی حاصل شده باشد؛ مانند:

- حقوق و مزایای شغلی؛
- درآمدهای سرمایه‌ای مانند سود سهام، اجاره و بهره بانکی؛
- درآمدهای کسب‌وکار؛
- درآمدهای مکمل مانند کار پاره‌وقت یا انجام کارهای آزاد.

فرض کنید علی درآمد ماهانه ثابتی به مبلغ ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان دارد. هزینه‌های ماهانه او شامل این موارد است:

۱. هزینه اجاره خانه: ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان
۲. هزینه خوراک و پوشاک: ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان
۳. هزینه حمل و نقل: ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان
۴. هزینه خدمات (آب، برق، گاز): ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان
۵. هزینه بیمه و مالیات: ۱,۰۰۰,۰۰۰ تومان

بنابراین مجموع هزینه‌های ماهانه علی برابر است با:

$$1,000,000 + 1,000,000 + 1,000,000 + 3,000,000 + 1,000,000 = 7,000,000$$

تومان

حال درآمد ماهانه علی ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان است و هزینه‌های ماهانه او ۷,۰۰۰,۰۰۰ تومان. پس مقدار پس انداز ماهانه او چنین خواهد بود:

پس انداز = هزینه - درآمد

$$7,000,000 - 3,000,000 = 4,000,000$$

تومان

یعنی علی هر ماه می‌تواند ۴,۰۰۰,۰۰۰ تومان پس انداز کند.

اگر علی بخواهد این مقدار پس انداز را به مدت یک سال (۱۲ ماه) ادامه دهد، مجموع پس انداز او در پایان سال خواهد بود:

پس انداز سالانه = پس انداز ماهانه × تعداد ماه‌ها

$$4,000,000 \times 12 = 48,000,000$$

تومان

بنابراین، در این مثال علی می‌تواند در طول یک سال مبلغ ۴۸,۰۰۰,۰۰۰ تومان پس انداز کند.

در بخش بعدی باید با دو مفهوم دیگر آشنا شوید: «نسبت پس انداز به درآمد» و «نسبت هزینه‌ها به درآمد»

مثال‌های ریاضی درآمد، هزینه، پس انداز

هزینه

پس انداز

درآمد

نسبت هزینه به درآمد

فرض کنید:

درآمد ماهانه شما: ۸,۰۰۰,۰۰۰ تومان
هزینه‌های ماهانه شما: ۶,۵۰۰,۰۰۰ تومان
برای محاسبه نسبت هزینه‌ها به درآمد:
ابتدا محاسبه نسبت هزینه‌ها به درآمد:

$$\text{نسبت هزینه‌های ماهانه به درآمد ماهانه} = \frac{\text{هزینه‌های ماهانه}}{\text{درآمد ماهانه}}$$

$$\text{نسبت هزینه‌ها به درآمد} = \frac{۶,۵۰۰,۰۰۰}{۸,۰۰۰,۰۰۰} = ۰/۸۱۲۵ \text{ یا } ۸۱/۲۵\%$$

بنابراین در این مثال، نسبت هزینه‌ها به درآمد برابر با ۸۱/۲۵ درصد است.
یعنی از هر ۱۰۰ تومان درآمد ماهانه، ۸۱/۲۵ تومان صرف هزینه‌ها می‌شود.
این نسبت مهم است، زیرا نشان می‌دهد چه درصدی از درآمد صرف هزینه‌ها می‌شود. هرچه این نسبت پایین‌تر باشد، به معنای مدیریت بهتر هزینه‌ها و درآمد بیشتر است.

نسبت پس‌انداز به درآمد

فرض کنید:

درآمد ماهانه شما: ۶,۰۰۰,۰۰۰ تومان
هزینه‌های ماهانه شما: ۴,۵۰۰,۰۰۰ تومان
برای محاسبه نسبت پس‌انداز به درآمد:
۱. ابتدا محاسبه میزان پس‌انداز ماهانه:

$$\text{پس‌انداز ماهانه} = \text{درآمد ماهانه} - \text{هزینه‌های ماهانه}$$

$$\text{تومان } ۱,۵۰۰,۰۰۰ = ۶,۰۰۰,۰۰۰ - ۴,۵۰۰,۰۰۰$$

۲. سپس محاسبه نسبت پس‌انداز به درآمد:

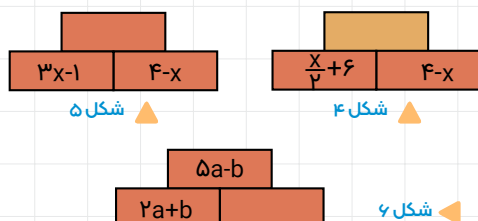
$$\text{نسبت پس‌انداز به درآمد} = \frac{\text{پس‌انداز ماهانه}}{\text{درآمد ماهانه}}$$

$$\text{نسبت پس‌انداز به درآمد} = \frac{۱,۵۰۰,۰۰۰}{۶,۰۰۰,۰۰۰} = ۰/۲۵ \text{ یا } ۲۵\%$$

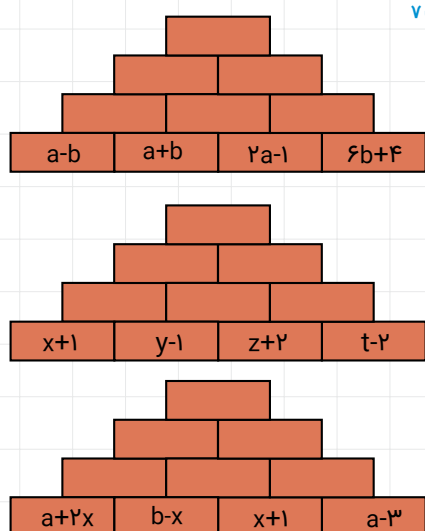
بنابراین در این مثال، نسبت پس‌انداز به درآمد برابر با ۲۵ درصد است.
یعنی از هر ۱۰۰ تومان درآمد ماهانه، ۲۵ تومان به عنوان پس‌انداز کنار گذاشته می‌شود. این نسبت مهم است زیرا نشان می‌دهد چه درصدی از درآمد پس‌انداز می‌شود. هرچه این نسبت بالاتر باشد، به معنای پس‌انداز بیشتر و مدیریت بهتر مالی است.
در مقاله حاضر با مفاهیم کلیدی در مدیریت بودجه آشنایی پیدا کردید. برای اینکه بتوانید از نتایج محاسبه‌ها استفاده کنید، به نکته‌های زیر توجه کنید:

- نیازهای ضروری و خواسته‌های خود را تشخیص دهید.
- هدف‌های مالی کوتاه‌مدت و بلندمدتی برای خود تعیین کنید.
- بودجه شخصی خود را متناسب با هدف‌هایتان اختصاص دهید.
- بین هزینه‌ها و پس‌انداز تعادل برقرار کنید.

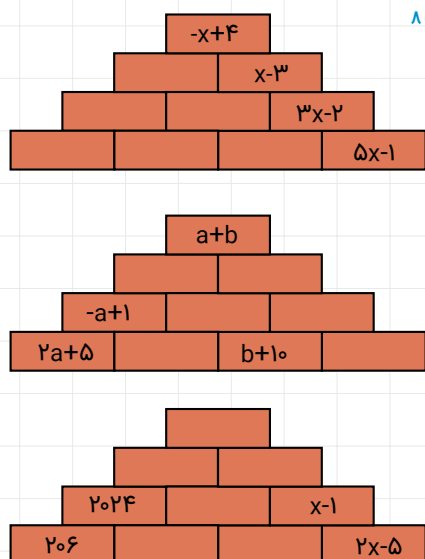
برای اینکه با این نوع آجرچینی آشنا شوید، آجرهای جبری شکل‌های ۴ تا ۶ را مشخص کنید.



حالا که با قاعده آجرچینی جبری آشنا شدید، آجرچینی‌های نیمه‌کاره شکل ۷ را کامل کنید.



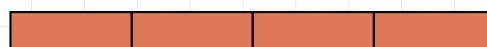
در آجرچینی‌های شکل ۸، برجسب بعضی از آجرها هم آن طرف دیوار است که ما دسترسی نداریم. عبارت جبری آن‌ها را مشخص کنید.



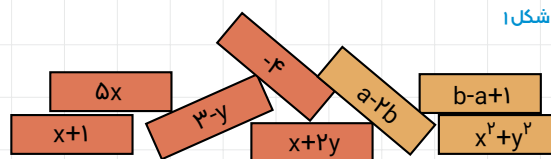
محرم ایردموسی

آجرچینی

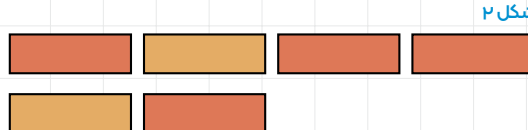
حتماً به آرایش آجرها در یک دیوار آجری دقت کرده‌اید. بعد از چیدن ردیف اول آجرها، در ردیف دوم، آجرها به اندازه نیمی از یک آجر، جابه‌جا می‌شوند و هر آجر روی دو آجر از ردیف اول سوار می‌شود. این چینش آجرها، سوای ملاتی که بین آجرها به کار می‌رود، سبب استحکام بیشتر دیوار می‌شود. به این نوع آجرچینی «رگ‌چینی نیمانی» می‌گویند. حال ما می‌خواهیم یک فعالیت آجرچینی جبری به شما معرفی کنیم که سبب استحکام بیشتر محاسبه‌های جبری شما می‌شود! چگونه؟ انجام دهید تا خودتان ببینید.



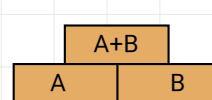
در یک آجرچینی جبری ما از آجرهای جبری استفاده می‌کنیم. هر آجر جبری آجری است که روی آن یک عبارت جبری نقش بسته است؛ مانند آجرهای شکل ۱.



لطفاً آجرهای شکل ۲ را به آجرهای جبری تبدیل کنید:



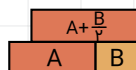
برای آجرچینی جبری مستحکم ما یک قاعده داریم: عبارت جبری روی آجر بالایی در شکل ۳ باید برابر مجموع عبارت‌های جبری آجرهای زیرین باشد.



برای مثال، روی دو آجر مجاور $3x-1$ و $x+2$ باید آجر جبری $4x+1$ را قرار دهیم؛ چون:

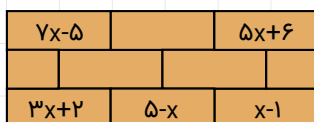
$$(x+2)+(3x-1)=4x+1$$

باشیم، تعداد کل آجرها برحسب n چقدر است؟ می‌توانید با الگویابی پاسخ را پیدا کنید.
استاد معمار ما گاهی در آجرچینی از **آجرپاره** که نصف یک آجر است استفاده می‌کند. در این حالت قاعده به صورت شکل ۱۱ تغییر می‌کند.



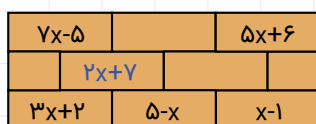
شکل ۱۱

مثلاً در آجرچینی شکل ۱۲، آجرهای بدون برچسب را مشخص کنید.

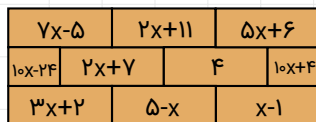
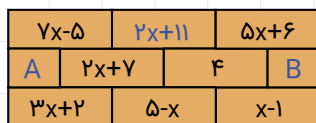
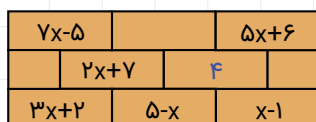


شکل ۱۲

راه‌حل:



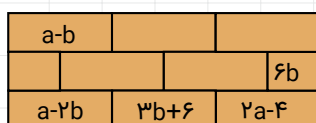
شکل ۱۳



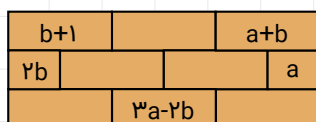
$$\frac{A}{2} + (2x+7) = 7x-5 \Rightarrow \frac{A}{2} = 5x-12 \Rightarrow A = 10x-24$$

$$\frac{B}{2} + 4 = 5x+6 \Rightarrow \frac{B}{2} = 5x+2 \Rightarrow B = 10x+4$$

به‌عنوان آخرین تمرین، آجرهای جبری بدون برچسب در دو آجرچینی شکل ۱۴ را مشخص کنید.

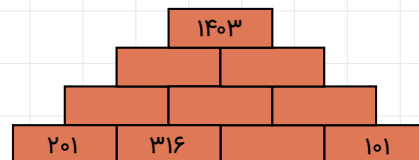


شکل ۱۴



استاد معمار می‌خواهد در آجرچینی شکل ۹ آجرهای باقی‌مانده را تنها با عددها طوری برچسب‌گذاری کند که آجر بالایی برابر ۱۴۰۳ باشد. می‌توانید کمکش کنید؟

شکل ۹



ایده اول برای حل

اگر برچسب آجر باقی‌مانده از ردیف اول زیرین را a فرض کنیم و سپس برچسب آجرهای بالایی را برحسب a به‌دست آوریم، در آخر به معادله‌ای برحسب a می‌رسیم که a و در نتیجه تمام آجرها مشخص می‌شوند. ببینید:

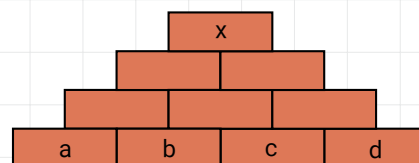
$$a + 833 + 2a + 417 = 1403$$

$$\Rightarrow 3a = 1403 - 1250 = 153$$

$$\Rightarrow a = 51$$

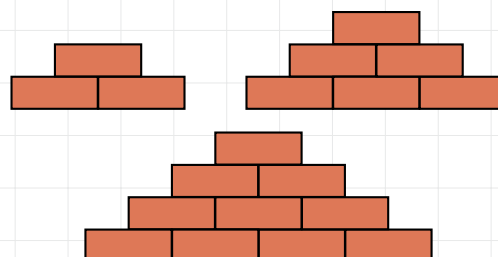
ایده دوم برای حل

به‌طور کلی اگر آجرهای ردیف زیرین را با پارامترهای a, b, c و d و آجرهای بالایی را با x نمایش دهیم چه رابطه‌ای بین x و چهار مقدار a, b, c و d وجود دارد؟ تکمیل این راه‌حل کلی‌تر را به عهده خودتان می‌گذاریم.



یک مسئله کمی چالشی‌تر: در هر یک از آجرچینی‌های شکل ۱۰ مشخص کنید برچسب حداقل چند آجر مشخص باشد تا شما بتوانید بقیه آجرها را هم مشخص کنید.

شکل ۱۰



باز هم یک مسئله چالشی: به‌طور کلی اگر در یک آجرچینی n ردیف آجر چیده باشیم و در ردیف بالایی تنها یک آجر، چیده

معلم خوب من • حبیب یوسفزاده

صبور و مهربان

اسماعیل طاهری مقدم سال ۱۳۶۱ در تهران متولد شد. با رتبه‌ای که در آزمون سراسری سال ۱۳۸۰ کسب کرده بود، می‌توانست در رشته‌های مهندسی برق قدرت، مهندسی رادارهای موشکی دانشگاه هوافضا و تربیت معلم تهران به تحصیل خود ادامه دهد. اما در نهایت معلمی را انتخاب کرد. چون پرورش انسان‌های کارآمد را بیشتر از هر چیزی دوست داشت.

سال ۱۳۸۲ در مدرسه‌های شهرستان قدس تهران مشغول به کار شد. سال ۱۳۸۳ باز هم در آزمون سراسری شرکت کرد و در رشته کارشناسی حسابداری دانشگاه صنعتی شاهرود قبول شد و سه ساله لیسانس گرفت. در سال ۱۳۹۱ هم از دانشگاه تهران فوق‌لیسانس حسابداری گرفت. در همه این سال‌ها هم‌زمان با تحصیل، درس هم می‌داد و سال‌های پرتلاشی را تجربه می‌کرد. خاطره‌هایی که در ادامه می‌خوانید، از جمله تجربه‌های شیرین معلمی اوست.

• امتحان اصلی

یک روز قرار بود امتحان کلاسی بگیرم. وارد کلاس که شدم، بچه‌ها التماس دعا داشتند و عاجزانه التماس می‌کردند امتحان نگیرم. اما من قاطعانه گفتم برگه‌هایشان را آماده کنند و با کشیدن یک خط تخته را از بالا به پایین به دو بخش تقسیم کردم. سپس مطالبی را در سمت چپ تخته نوشتم و با خط‌هایی که زیرشان کشیدم، آن‌ها را از هم جدا کردم. چند نفر دست بلند کردند: «آقا اینا رو بنویسیم؟» گفتم: «این‌ها سؤال نیستند و الان لازم نیست بنویسید.» بعد سمت راست تخته چند سؤال نوشتم و گفتم: «این سؤال‌ها رو در برگه بنویسید و پاسخ بدید.» همه نوشتند و شروع کردند به پاسخ‌گویی. بعد از پایان امتحان و جمع‌آوری برگه‌های امتحانی گفتم: «حالا سؤال‌ها را با پاسخ آن‌ها در دفترهایتان بنویسید.» گفتند: «آقا سؤال‌ها رو که هنوز پاسخ ندادید!» گفتم: «امتحان اصلی امروز، امتحان دقت و مشاهده بود. چون پاسخ‌ها را از قبل سمت چپ تخته نوشته بودم!» یک‌دفعه کلاس ساکت و همه متعجب شدند. بعد صدای خنده بچه‌ها کلاس را منفجر کرد. قیافه آن‌هایی که نتوانسته بودند به سؤال‌ها جواب دهند، تماشایی بود.



• معجزه!

زمانی که در پایه هفتم درس می‌دادم، یک روز دیدم دبیر کلاس کناری دو تا از دانش‌آموزان خیلی ضعیف خودش را از کلاس بیرون انداخته و به آن‌ها برگه دعوت‌نامه اولیا داده است. دیدم حسابی به دست‌وپا افتاده‌اند و خیلی خواهش و تمنا می‌کنند. واسطه شدم و گفتم: «همکار محترم اجازه بدید این زنگ بیان سر کلاس من. اگر بعد از پایان کلاس شما از شون امتحان ریاضی گرفتید و نمره خوبی گرفتند، این دفعه رو ببخشید.»

همکارم پذیرفت و آن‌ها هم مثل آدم در حال سقوطی که یک‌دفعه به شاخه‌ای چنگ بزنند، با کمال اشتیاق قبول کردند و با موافقت معلمشان آمدند سر کلاس من. آن روز معادله‌ها را تدریس می‌کردم. قبل از زنگ تفریح آن‌ها را فرستادم سر کلاسشان و معلمشان امتحان گرفت. خودشان هم باور نمی‌کردند چنان نمره خوبی بگیرند. گویا فهمیده بودند مشکلشان هوش و یادگیری نیست، بلکه به توجه و تمرکز نیاز دارند.

آن روز بچه‌های کلاسشان می‌خندیدند و می‌گفتند: «آقا این‌ها تا حالا به نمره قبولی نگرفتند، حتماً معجزه شده!»

گفتم: «بله، ترس از کتک‌خوردن هم گاهی معجزه می‌کنه!»



● شاگرد آخر کلاس

سال ۱۳۸۶ در یکی از کلاس‌های سوم راهنمایی دانش‌آموزی به نام محمد داشتیم که سال قبل در کلاس نهم مردود شده بود. هیکلش درشت بود و ریش و سیبیل درآورده بود. برای همین، بچه‌ها از او حساب می‌بردند. بعد از گذشت یکی دو هفته از اول سال، داشتیم می‌رفتم سر کلاس که دیدم محمد بیرون کلاس ایستاده. گفتم: «چرا اینجا؟» گفت: «آقا از اول سال همه معلم‌ها منو از کلاس می‌اندازن بیرون. می‌گن اگه تو سر کلاس باشی درس نمی‌دیم.» گفتم: «چرا؟ حتماً دلیلی داره!»

گفت: «می‌گن سر کلاس شیطونی و اذیت می‌کنم...» البته از حق نگذریم، همین‌طور هم بود. حوصله کلاس را نداشت و ته کلاس همیشه در حال صحبت کردن یا اذیت کردن بقیه بچه‌ها بود. آن قدر به او گفته بودند چیزی نمی‌فهمد و درس توی کله‌اش نمی‌رود که خودش هم باورش شده بود. بنابراین توجهی به درس و کلاس نداشت. گویا ترجیح می‌داد گوش نکند و نفهمد تا اینکه گوش کند و نفهمد. اما من می‌دیدم که بیشتر وقت‌ها محاسبه‌ها را ذهنی انجام می‌دهد و مفهومی‌های ریاضی را زود درک می‌کند. با اینکه چیزی نمی‌نوشت، یادش بود که مثلاً جلسه پیش در مورد چی صحبت کرده بودم.

گفتم: «با بقیه کاری ندارم. باید سر کلاس‌های من حاضر باشی. اگه غیبت کنی بهت نامه دعوت اولیا می‌دم.» گفت: «عجب گیری کردم! در بقیه کلاس‌ها اگه شرکت کنم، نامه دعوت اولیا بهم می‌دن، سر کلاس شما اگه نیام نامه دعوت اولیا می‌گیرم.»

گفتم: «امروز می‌خوام امتحان بگیرم، باید حضور داشته باشی.» آمد سر کلاس و در امتحان ۱۰ صفحه اول کتاب برگه سفید داد و صفر شد. همیشه بعد از امتحان جواب سؤال‌ها را می‌دادم و حتی بارم‌بندی قسمت‌های متفاوت سؤال‌ها را مشخص می‌کردم. بعد از توضیح سؤال‌ها گفتم: «محمد واقعاً هیچی بلد نبود؟»

گفت: «آقا چند تاش رو بلد بودم، ولی ننوشتم. فقط اون سؤالی رو که فرمول داشت بلد نبودم.» گفتم: «اگه بقیه رو می‌نوشتی از ۱۰ نمره ۶ می‌گرفتی و نمره خوبی برای شروع بود. حداقل از صفر که بهتر بود.» گفت: «نمی‌دونستم شمارک (بارم‌بندی) چه جوریه. پیش خودم گفتم الکی داری منو تحمل می‌کنی و فاز مهربونی گرفتی. پس فرقی نمی‌کنه که بنویسیم یا نه.»

بعد گفت: «آقا حالا که امتحانم رو صفر شدم. شما هم که آخرش می‌خوای منو بندازی. سال قبل هم فقط به خاطر ریاضی دوساله شدم. پس بذار برم توی حیاط خوش بگذرونم. می‌خوام ترک تحصیل کنم، برم سر کار.» گفتم: «من با حضور تو در کلاس مشکلی ندارم. درس‌ها رو خوب گوش کن و جزوه بنویس. اگه جزوه‌ها کامل باشه و ببینم پیشرفت می‌کنی، من هم کمکت می‌کنم قبول بشی...» خلاصه، با کلی صحبت بالاخره اعتماد کرد و گفت: «باشه تمام سعی خودم رو می‌کنم. ولی قول بده اگه هفت هم شدم، قبول کنی!»

گفتم: «باشه، اگه توی برگه هفت بشی، با نمره مستمر کلاسی قبولت می‌کنم.»

محمد گفت: «هفت که کاری نداره، حتماً بیشتر می‌شم.»

از صحبت‌های محمد متوجه شدم وقتی شمارک نمره‌های

هر سؤال را می‌گفتم، راحت‌تر بود. شاید هم این

مشکل همه بچه‌ها بود ولی جرئت

گفتنش را نداشتند. در امتحان

بعدی شمارک‌بندی سؤال‌ها

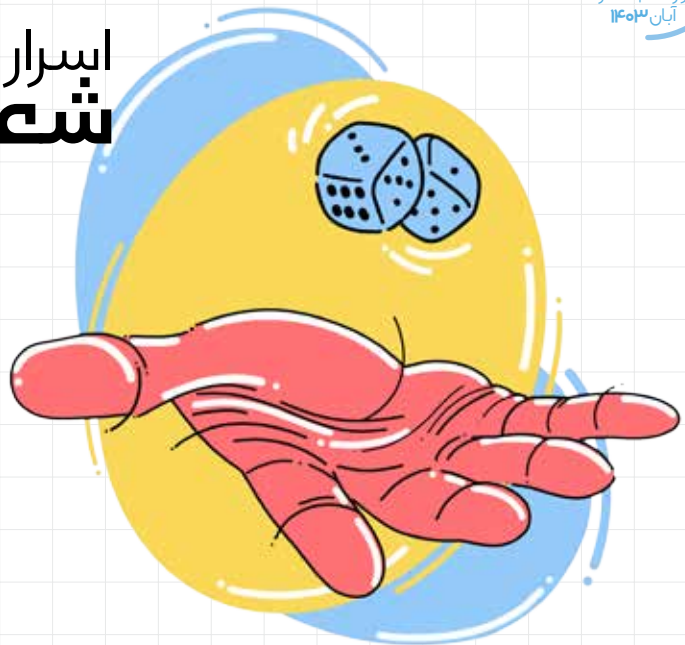
را دادم و نمره‌اش شد

«نیم».

برای خواندن بقیه
ماجرای رمزینه را
پویش کنید.



ایسار تاس شعبده بازی باتاس

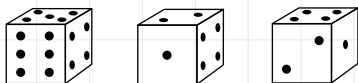


آیا می‌توانید دلیل غیراستاندارد بودن آن را پیدا کنید؟ ببینید، وجه بالایی عدد ۲ را نشان می‌دهد، پس وجه روبه‌روی آن، یعنی وجه زیرین مکعب که دیده نمی‌شود باید عدد ۵ را داشته باشد. ولی همان‌طور که دیده می‌شود وجه کناری ۵ است.

همین قاعدهٔ هفت، کلید حل مسئله‌های مربوط به یک یا چند تاس بازی است. در واقع اگر شما از این خصوصیت تاس‌ها بی‌اطلاع باشید، به‌سختی می‌توانید معماهای تاس را حل کنید. ولی حالا که آن را یاد گرفتید، باید سعی کنید در هر قسمت از معماهای تاس، پیش از رفتن به سراغ بخش رازگشایی، تلاش خود را بکنید. اینک معمای دیگری از تاس که می‌توانید آن را با یکی از دوستانتان انجام دهید.

سه عدد تاس بازی، یک مداد و یک تکه کاغذ به دوستان بدهید و از او بخواهید پشت به شما طوری که شما تاس‌ها را نبینید، تاس‌ها را بیندازد و سپس به همان صورتی که روی زمین نشسته‌اند به ترتیب پشت سر هم قرار دهد؛ مانند شکل ۳:

شکل ۳

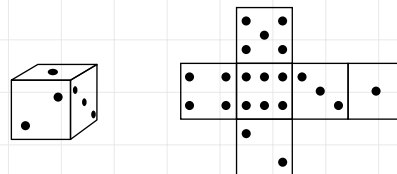


به این ترتیب از کنار هم قرار دادن عددهای وجه‌های بالایی یا به اصطلاح عددهای رو شدهٔ تاس‌ها، یک عدد سه رقمی به دست می‌آید. مثلاً در ردیفی که تاس‌های شکل ۳ قرار گرفته‌اند، عدد ۵۲۴ درست شده است. از دوستان بخواهید عدد مربوطه را روی کاغذ بنویسد و سپس در کنار آن عدد (در سمت راست)، به ترتیب تعداد خال‌های وجه‌های پایینی تاس‌ها را یادداشت کند. در شکل ۳ معلوم است که عدد وجه پایینی تاس سمت چپی ۲، عدد وجه پایینی تاس وسطی ۵ و بالاخره عدد وجه پایینی تاس سمت راستی ۳ است. پس با قراردادن عدد ۲۵۳ در سمت راست عدد ۵۲۴، عدد شش رقمی ۵۲۴۲۵۳ به دست می‌آید. حالا از دوستان بخواهید که عدد شش رقمی به دست آمده را بر ۱۱۱ تقسیم و نتیجه را به شما بگوید. نتیجه را که به شما گفت، بدون اینکه آن را در ۱۱۱ ضرب

قانون هفت در تاس

تاس بازی جسم کوچک مکعب شکلی است که روی سطح‌های آن خال‌هایی گذاشته‌اند. روی یکی از وجه‌های آن، یک خال، روی وجه دیگر دو خال، و همین‌طور روی وجه‌های دیگر آن به ترتیب ۳، ۴، ۵ و ۶ خال. در یک تاس استاندارد، خال‌ها را روی وجه‌ها طوری گذاشته‌اند که مجموع خال‌ها در هر دو وجه روبه‌رو مساوی ۷ باشد. مثلاً وجه روبه‌روی عدد ۱ عدد ۶ را در خود دارد. در شکل ۱ یک تاس درست شماره‌گذاری شده و گستردهٔ آن را می‌بینید.

شکل ۱



این نوع خال‌گذاری در تاس به قانون هفت موسوم است و هر تاس استاندارد باید طبق این قانون شماره‌گذاری شده باشد. البته بهتر است بدانید که تاس‌های غیراستانداردی هم وجود دارند که اصلاً به درد معماهای تاس نمی‌خورند. مثلاً من خودم چهار عدد تاس دارم که سه تای آن‌ها طبق قانون هفت شماره‌گذاری شده‌اند، ولی یکی این گونه نیست. در شکل ۲ تاس غیراستانداردی را که من دارم، می‌بینید.

شکل ۲



عدد b روی آن ظاهر شده، عدد b در وجه پایینی‌اش قرار دارد است و بالاخره تاسی که عدد c روی آن ظاهر شده، در وجه پایین عدد c را دارد. بنابراین عدد سه رقمی که سمت راست A قرار می‌گیرد، عددی به این صورت است:

$$B = (Y-a)(Y-b)(Y-c)$$

آیا قبول دارید که:

$$A+B=777 \quad (1)$$

بگذارید با یک مثال عددی توضیح بدهیم. فرض کنید $A=352$ ، در این صورت خواهیم داشت:

$$B = (7-3)(7-5)(7-2) = 425$$

و داریم: $352+425=777$. در واقع، مجموع رقم‌های یکان، مجموع رقم‌های دهگان و نیز مجموع رقم‌های صدگان دو عدد A و B ، برابر ۷ است.

پس از رابطه (۱) می‌توان نتیجه گرفت:

$$B = 777 - A \quad (2)$$

حال اگر B را در سمت راست A قرار دهیم، عدد شش رقمی AB به دست می‌آید که صورت گسترده آن به این شکل است: $abc(Y-a)(Y-b)(Y-c)$. عدد AB را می‌توان به صورت زیر هم نوشت:

$$AB = 1000A + B \quad (3)$$

چرا؟ این در واقع جدا کردن طبقه هزارها در جدول ارزش مکانی است. به مثال زیر توجه کنید:

$$315476 = 315000 + 476 = 1000 \times 315 + 476$$

با قرار دادن رابطه (۲) در رابطه (۳) خواهیم داشت:

$$AB = 1000A + (777 - A)$$

با ساده کردن سمت راست برابری اخیر داریم:

$$AB = 999A + 777$$

معلوم است که هم ۹۹۹ و هم ۷۷۷، هر دو بر ۱۱۱ بخش‌پذیرند. بنابراین:

$$AB = 999A + 777 = 111(9A + 7)$$

اگر AB یعنی همان عدد شش رقمی را بر ۱۱۱ تقسیم کنیم، $9A+7$ می‌ماند. این همان عددی است که دوست شما در پایان محاسبه‌هایش به شما می‌گوید و شما با کم کردن ۷ به $9A$ می‌رسید و بعد با تقسیم بر ۹ به A می‌رسید.

در پایان امیدوارم این بازی را با دوستانتان انجام دهید و از آن لذت ببرید. ضمن اینکه با مطالعه دقیق رازگشایی، عبارتهای جبری را نیز تمرین می‌کنید.

کنید، می‌توانید به سرعت عدد سه رقمی اصلی را که در واقع رقم‌های آن، عددهای رو شده تاس‌ها هستند، پیدا کنید و به او بگویید تا شگفت‌زده شود.

روش کار: از عددی که دوستان به شما می‌گوید، ۷ واحد کم کنید و نتیجه را بر ۹ تقسیم کنید. رقم‌های عددی که به دست می‌آید، ردیف تاس‌ها را به شما می‌دهد.

مثال اول

در همین شکل ۲ که عدد سه رقمی ۵۲۴ است و با قراردادن عددهای پایینی تاس‌ها عدد شش رقمی ۵۲۴۲۵۳ به دست می‌آید، دوست شما با تقسیم ۵۲۴۲۵۳ بر ۱۱۱، به عدد ۴۷۲۳ می‌رسد و آن را به شما می‌گوید و شما این‌گونه عمل می‌کنید:

$$4723 - 7 = 4716$$

$$4716 \div 9 = 524$$

شما به دوستان می‌گویید که عددهای رو شده تاس‌ها به ترتیب ۵، ۲ و ۴ هستند.

مثال دوم

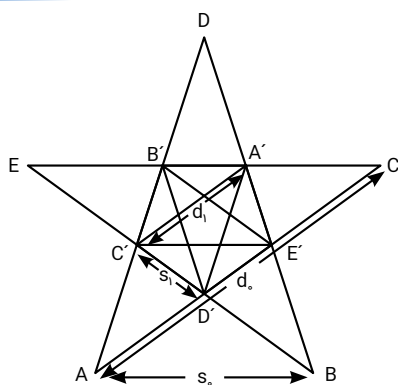
فرض کنیم دوست شما تاس‌ها را می‌اندازد و به ترتیب ۳، ۵ و ۶ ظاهر می‌شوند. دوست شما به وجه‌های پایینی تاس‌ها نگاه می‌کند و آن‌ها را به ترتیب در سمت راست عدد ۶۳۵ می‌نویسد و به عدد شش رقمی ۶۳۵۱۴۲ می‌رسد. توجه داشته باشید که تاس اول که وجه بالایش ۶ بود، وجه پایینی‌اش می‌شود ۱؛ چون جمع عددهای بالا و پایین باید هفت بشود. تاس دوم و سوم هم به همین ترتیب هستند. حالا دوست شما پس از درخواست شما عدد ۶۳۵۱۴۲ را بر ۱۱۱ تقسیم می‌کند و به عدد ۵۷۲۲ می‌رسد و آن را به شما می‌گوید. حالا شما به سرعت ۷ تا از آن کم می‌کنید که می‌شود ۵۷۱۵، بعد ۵۷۱۵ را بر ۹ تقسیم می‌کنید که می‌شود ۶۳۵. حالا به دوستان می‌گویید: اولی ۶، بعدی ۳ و بعدی ۵.

راز گشایی

فرض کنیم عددهای رو شده سه تاس به ترتیب a ، b و c باشند که هر سه عددی طبیعی از ۱ تا ۶ می‌توانند باشند. از کنار هم قرار دادن این سه عدد، عدد سه رقمی abc درست می‌شود که ما آن را $A=abc$ می‌نامیم. ارقام عدد سه رقمی که سمت راست A نوشته می‌شوند، عددهای وجه‌های پایینی تاس‌ها هستند. تاسی که عدد a در وجه بالای آن قرار دارد، در وجه پایینی خود عدد $Y-a$ را دارد، تاسی که



خسرو داودی و آرش رستگار
قسمت دوم:
مجموعه پروژه‌های کوچک
برای ریاضی دانان کوچک
عددهای گویا و گنگ



فیثاغورسیان ستاره پنج‌پر را که از قطرهای یک پنج‌ضلعی منتظم درست می‌شود، به‌عنوان نشان‌واره (لوگوی) مدرسه خود به کار می‌بردند. البته مفهوم نشان‌واره در آن زمان وجود نداشت. ستاره پنج‌پر یک نماد فلسفی محسوب می‌شود. شاید به همین دلیل بود که به مطالعه خصوصیات هندسی این شکل پرداختند. کمی این شکل را مطالعه کنید و ببینید چه چیزهایی را می‌توانید درباره آن ثابت کنید.

آیا توجه کردید که $AB=BA'$ ، یا اینکه نسبت‌های زیر برابرند:

$$\frac{AC}{AB'} = \frac{AB'}{A'C'} = \frac{A'C'}{B'C'}$$

این نسبت را «نسبت طلایی» می‌نامند که برابر $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ یا تقریباً $1/618033989$ است. هیپاسوس در حدود سال ۴۵۰ ق.م نشان داد که این نسبت نمی‌تواند عددی گویا باشد. او از مشابه هندسی الگوریتم اقلیدس برای تقسیم کمک گرفت تا نشان دهد $\frac{d_i}{s_i}$ عددی گنگ است. اگر قطر و ضلع پنج‌ضلعی داخلی را d_1 و s_1 ، و قطر و ضلع پنج‌ضلعی داخلی بعدی را d_2 و s_2 بگیریم و همین‌طور تا آخر، داریم:

$$d_2 - s_2 = d_1 < s_1$$

$$s_2 - d_2 = s_1 < d_1$$

$$d_1 - s_1 = d_2 < s_2$$

$$s_1 - d_1 = s_2 < d_2$$

$$d_2 - s_2 = d_3 < s_3$$

$$s_2 - d_2 = s_3 < d_3$$

پس در واقع هیپاسوس نشان داد الگوریتم اقلیدس هرگز تمام نمی‌شود و $\frac{d_i}{s_i}$ را نمی‌توان به صورت یک عدد گویا نمایش داد.

معمول این است که برای ساده‌تر شدن فهم عددهای گنگ از روش جبری استفاده می‌کنند. برای مثال اگر بخواهیم نشان دهیم عدد طلایی $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ عددی گنگ است، کافی است نشان دهیم $\sqrt{5}$ عددی گنگ است. فرض کنیم - اگر چه فرضی محال - که داشته باشیم: $\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای طبیعی و نسبت به هم اول هستند. در این صورت داریم: $a^2 = 5b^2$ پس a^2 بر ۵ بخش‌پذیر است و می‌نویسیم: $5|a^2$ پس a بر ۵ بخش‌پذیر است و می‌نویسیم: $5|a$

$$\Rightarrow a = 5k$$

$$\Rightarrow a^2 = 5^2 k^2$$

$$\Rightarrow 5^2 k^2 = 5b^2$$

$$\Rightarrow 5k^2 = b^2$$

پس b^2 بر ۵ بخش‌پذیر است و می‌نویسیم: $5|b^2$

پس b بر ۵ بخش‌پذیر است و می‌نویسیم: $5|b$

که این با نسبت به هم اول بودن a و b تناقض دارد. یعنی ما گنگ بودن $\sqrt{5}$ را با فرض خلاف که به تناقض رسید، ثابت کردیم. داستان چنین می‌گوید که هیپاسوس این نسبت گنگ را روی کشتی پیدا کرد و فیثاغورسیان به گناه پیدا کردن یک عدد که ناگویا بود، او را در دریا غرق کردند. چرا که این برخلاف باور آنان بود که همه عددها گویا هستند. داستان دیگری می‌گوید که او را تبعید کردند.

پیداشدن عددهای گنگ برخلاف باور فلسفی فیثاغورسیان بود که عددها و هندسه دو علم جدایی‌ناپذیرند. نگاهی که بعدها ارسطو کاملاً خلاف آن را ادعا کرد: «ریاضیات مقدارهای گسسته و ریاضیات مقدارهای پیوسته را نباید با هم مخلوط کرد.» نگاه فلسفی ارسطو بعدها توسط خوارزمی در هم شکست. چرا که خوارزمی روش جبری را ارائه کرد که برای مقدارهای پیوسته و گسسته، هر دو به کار می‌رفت.

حال این سؤال را مطرح می‌کنیم که چگونه عددهای گنگ را بسازیم. در واقع سؤال این است که چگونه با داشتن عددهای گویا، عددهای گنگ را بسازیم. یک پاسخ ممکن، استفاده از بازفرمول‌بندی است. نمایش دهدهی یک عدد گویا همیشه از جایی به بعد تناوبی است و نمایش دهدهی یک عدد گنگ هرگز به تناوب ختم نمی‌شود. می‌توانیم همین نکته را دست‌مایه کنیم

تا نمایش‌های دهدهی را به عنوان یک باز فرمول‌بندی از عددها در نظر بگیریم. توجه داشته باشید که نمایش دهدهی یک نماد است و برابر یک عدد نیست.

برای آنکه به:

$$p = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1/618033989749$$

یک عدد نسبت دهیم، باید آن را به صورت یک مجموعه نامتناهی بسط دهیم:

$$p = 1 + 6 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-3} + 0 \times 10^{-4} + 3 \times 10^{-5} + \dots$$

$$= 1 + 0/6 + 0/01 + 0/008 + 0/0003 + \dots$$

حاصل این مجموع به نقطه یا عددی روی محور نزدیک‌تر و نزدیک‌تر می‌شود که همان نقطه متناظر با p یا عدد طلایی است.

پس در قدم اول، همه بسط‌های اعشاری ممکن را یک عدد می‌گیریم. هر عددی که تناوب در بسط اعشاری آن ظاهر شود، گویاست. مثلاً اگر:

$$0/123123... = 0/123 = x$$

$$1000x = 123 + x$$

پس $x = \frac{123}{999}$ که البته می‌توان این کسر را ساده کرد.

می‌توان دید بسط اعشاری هر عدد گویا هم از جایی به بعد تناوبی است. پس بسط‌های اعشاری از جایی به بعد همان عددهای گویا هستند. توجه کنید که: $1/2 = 0/50$.

مسئله ۱. دو بسط اعشاری را چنان زیر هم بنویسید که یکان زیر یکان، دهگان زیر دهگان، دهم زیر دهم، صدم زیر صدم و مانند آن باشد. الگوریتم جمع عددها با بسط متناهی را به جمع عددها با بسط نامتناهی توسعه دهید. سپس نشان دهید عددهایی که از جایی به بعد بسط اعشاری متناوب دارند، نسبت به عمل جمع بسته هستند. یعنی، اینکه جمع دو عدد گویا باز هم عددی گویاست را به زبان جدید ثابت کنید.

مسئله ۲. ضرب دو بسط اعشاری را نیز باید تعریف کرد. همان روشی را که برای ضرب دو بسط اعشاری متناهی داریم به بسط‌های اعشاری نامتناهی توسعه دهید. برای این کار باید هر بسط را مانند بالا به صورت یک مجموع از توان‌های مثبت و منفی ۱۰ نوشت که ضرایب تکریمی دارند. سپس نشان دهید عددهایی که از جایی به بعد بسط اعشاری متناوب دارند، نسبت به عمل ضرب هم بسته هستند. یعنی اینکه ضرب دو عدد گویا باز هم عددی گویاست را به زبان جدید ثابت کنید.

پروژه‌های انجام‌شده خود را با قالب «ورد» (word) حروف‌نگاری کنید و برای ما بفرستید. بهترین پروژه‌ها از طریق رمزینه پاسخ‌سریع (کیوآر کد) در شماره آتی چاپ خواهند شد.



برای مطالعه پروژه
مقدمه‌ی نسیمی
رمزینه را پویش
کنید.

مسئله ۳. دو بسط اعشاری از دو سر نامتناهی را چنان زیر هم بنویسید که یکان زیر یکان، دهگان زیر دهگان، دهم زیر دهم و صدم زیر صدم، و مانند آن باشد. الگوریتم جمع عددها با بسط متناهی را به جمع بسط‌های اعشاری دو سر نامتناهی تعمیم دهید. آیا با این کار، جمع دو عدد گویا با بسط از دو طرف متناوب، دوباره عددی گویا خواهد بود؟ به عبارت دیگر، آیا جمع عددهای گویا با فرمول‌بندی جدید، بر عددهایی که همان بسط‌های از دو سر نامتناهی باشند و جمع آن‌ها که در بالا تعریف کردیم، منطبق است؟

آیا همین کار را می‌توان با ضرب نمایش‌های دهدهی دو سرنامتناهی انجام داد؟ آیا دوباره ضرب دو عدد گویا، عددی گویاست؟

یادتان باشد که یک بسط از دو نامتناهی، متناظر با یک مجموع نامتناهی از توان‌های مثبت و منفی ۱۰ است. جمع توان‌های مثبت ۱۰ هم که همیشه نهایت ندارد. پس ما با این جمع توان‌ها که وابسته به نماد نمایش دهدهی است، کار نمی‌کنیم. ما نمایش‌های دهدهی را به صورت نمادین عدد می‌گیریم؛ عددهایی که گاهی متناهی و گاهی نامتناهی هستند و برای آن‌ها جمع و ضرب تعریف می‌کنیم. توجه کنید که ظاهراً قرار است $\frac{123}{10}$ و $\frac{123}{10}$ هر دو عددهایی مثبت باشند. اما دیدیم که محاسبه نشان داد $\frac{123}{10}$ یک عدد گویای منفی است. حال جای آن دارد که دوباره از خودمان بپرسیم: «آیا عدد همین نمادهاست یا فراتر از نمادهاست؟» اگر می‌خواستیم فقط با نمادها بازی کنیم، گاهی مجبور می‌شدیم حرف‌های عجیبی را باور کنیم.

توجه داشته باشید که اگر قرار دهیم: $\frac{10}{9} = x$ ، آنگاه: $10x = 9 + x$. لذا: $x = 1$ که نشان می‌دهد: $\frac{10}{9} = 1$. پس گاهی نمایش دهدهی عددها یگانه نیست، اما می‌توان ثابت کرد، تنها وقتی ۹ از جایی به بعد رقم تکرارشدنی است، این نمایش یگانه نیست. این نکته را هم در ساختن عددهای حقیقی با بسط‌های اعشاری در نظر داشته باشید.

اما حالا یک سؤال چالشی را مطرح می‌کنیم. اگر همان‌طور که بسط اعشاری را اجازه داریم از سمت راست تا بی‌نهایت ادامه دهیم، به ما اجازه می‌دادند آن را از سمت چپ هم تا بی‌نهایت ادامه دهیم چه اتفاقی می‌افتاد؟

توجه کنید که: $x = \overline{123123123} = 123123123 \dots$

از آنجا: $\frac{10}{1001}x = x + \frac{10}{123}$

زیرا: $\frac{10}{1001}x = \frac{123}{123} / \frac{1001}{123}$

پس: $\frac{10}{999}x = -\frac{10}{123}$

و آنگاه: $x = \frac{-\frac{10}{123}}{\frac{10}{999}} = \frac{-123}{999}$

پس اگر نمایش نامتناهی ما از سمت چپ متناوب باشد، به ما عددهای گویای منفی را می‌دهد!

آیا این موضوع شما را کنجکاو نمی‌کند؟

جدول عددی

جعفر ربانی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱										
۲										
۳										
۴										
۵										
۶										
۷										
۸										
۹										
۱۰										

عمودی

۱. از پیش‌شماره‌های ایرانسل (بدون صفر) - حاصل عبارت $x^3 - x^2 + x + 4$ به ازای $(x=3)$ - مجذور عدد قبلی.
۲. مربع ۴ - عدد شب‌های شهرزاد قصه‌گو - بنایی است در سمنان که نام آن با این تعداد دختر گره خورده است.
۳. حاصل ضرب ۳۳۷ و ۳۳۳.
۴. یک دو جین - هیچ و هیچ! - اولین عدد مضرب ۷ بعد از عدد ۲۰.
۵. CC را به عدد بنویس! - چه عددی است؟ بزرگ‌تر از ۷۰۰۰، بر ۵ تقسیم می‌شود، آخرین رقم آن ۵ برابر رقم دوم است و رقم سوم آن بزرگ‌ترین عدد یک رقمی است.
۶. واقعه معروف ۱۵ خرداد در چه سالی اتفاق افتاده است؟ - ۲۱ و سپس چهار برابر آن.
۷. عدد دورقمی که بر ۳ و ۵ قابل‌قسمت است - جذر عدد ۱۲۱ - دو دوجین.
۸. شش عدد متوالی نزولی و دیگر هیچ!
۹. سن قانونی - کاخ هشت بهشت اصفهان در این سال قمری ساخته شد - این شب هم از شب‌های قدر است.
۱۰. می‌خواهی بدانی از مرگ شیخ‌بهای چند سال می‌گذرد؟ مربع ۴ را با ۴۰۰ جمع کن - نیم CC! - بعضی از دستگاه‌های آب‌میوه‌گیری و گوشت‌خردکن را به این نام می‌خوانند.

افقی

۱. پیش‌شماره همراه اول (در تهران بدون صفر) - اولین عدد بزرگ‌تر از ۳۰ که بر هیچ عددی جز یک و خودش قابل قسمت نیست - صد برابر عدد پی.
۲. مربع عدد ۶ - اگر حکیم ابوالقاسم فردوسی در سال ۴۱۶ هجری قمری فوت شده باشد، اکنون (سال ۱۴۴۷) چند سال از مرگ او می‌گذرد؟ - عدد ۳ را به توان ۴ برسانید.
۳. اولین شش عدد متوالی.
۴. دومین عدد دورقمی - بیست وارونه - نخستین عدد فرد بعد از ۵۰.
۵. اکنون چهار سال از این سال میلادی می‌گذرد - اکنون در چه سالی شمسی هستیم؟
۶. حاصل عبارت $x^3 + 6x - 5$ به ازای $(x=17)$ - مساحت دوزنقه‌ای به طول دو قاعده ۱۴۰ و ۱۳۸ و ارتفاع ۱۰ متر چقدر است؟
۷. عدد حواریون حضرت عیسی (ع) - حافظ گوید: جنگ ... ملت همه را عذر بنه - بالاترین نمره.
۸. مربع عدد ۱۱ را دوبار بنویس.
۹. دو دوجین مداد چند عدد است؟ مقلوب عدد ۴۸۹۱ - روزی مهم در بهمن ماه.
۱۰. نور خورشید در ۸ دقیقه و ۲۰ ثانیه به زمین می‌رسد. این زمان چند ثانیه می‌شود؟ - مضروب ۹ و ۶ - تکرار سومین عدد طبیعی.



برای دیدن پاسخ
رمزین را پویش کنید.



● محمدتقی طاهری تنجانی

در کلاس درس آقای رهنما

استدلال استقرایی

فاصله کمی از هم، ایستاده می‌چیدیم و بعد از چیدن آجرها، با انداختن آجر اول روی آجر دوم به تماشا می‌نشستیم و افتادن بقیه آجرها و حرکت موج‌وار آن منظره‌ای دیدنی به وجود می‌آورد. ما از این کار لذت می‌بردیم.

آقای رهنما: آفرین. روش استقرا مشابیهت زیادی به بازی دومینو دارد. حالا که ذهنتان آماده شد قضیه استقرای ریاضی را مطرح می‌کنم: «فرض کنید $p(n)$ گزاره‌ای در حوزه عددهای طبیعی و دارای دو ویژگی زیر باشد:

الف) $p(1)$ درست باشد (یعنی به ازای $n=1$ گزاره $p(1)$ درست باشد)
ب) اگر $p(k)$ درست باشد، نتیجه شود $p(k+1)$ نیز درست است.

در این صورت گزاره $p(n)$ برای هر عدد طبیعی n درست خواهد بود.»

حسینی: آقا اجازه! چطور ما می‌توانیم افتادن آجرها را در بازی دومینو با قضیه استقرای ریاضی شبیه‌سازی کنیم؟

آقای رهنما: در حقیقت $p(n)$ می‌شود افتادن آجرها روی هم و $p(1)$ هم افتادن آجر اولی روی دومی و شرط (ب) قضیه استقرای ریاضی در اینجا این است که اگر آجر k افتاد، بپذیریم آجر $k+1$ هم می‌افتد. نکته مهم همین اطمینان از افتادن آجر $k+1$ است که با در نظر گرفتن شرایط مسئله اتفاق می‌افتد. در حقیقت این افتادن آجرها از آجر اول به آجرهای بعدی سرایت می‌کند.

مصطفوی: آقا در مورد طلایی بودن حلقه‌های زنجیر که مثال زدید هم همین‌طور است؟

آقای رهنما: بله کاملاً شبیه هم هستند. در آنجا خاصیت $p(n)$ همان طلایی بودن حلقه‌هاست و $p(1)$ طلایی بودن حلقه اول است و شرط (ب)

آقای رهنما: بچه‌ها توجه کنید فرض کردیم تعداد نامحدودی حلقه داریم، پس نمی‌توانیم رنگ همه حلقه‌ها را بررسی کنیم! حالا قبل از آنکه راهی اساسی را بیان کنم که در حقیقت همان درس امروزمان است، سؤال دیگری را مطرح می‌کنم. فرض کنید ۱۰ نفر که سرما خورده‌اند با خوردن شورها سرماخوردگی‌شان بر طرف شود. آیا می‌توان نتیجه گرفت نفر یازدهم هم که سرما خورده است با خوردن شورها بهبودی می‌یابد؟

حسینی: وقتی ۱۰ نفر خوب شده‌اند، طبیعی است انتظار داشته باشیم نفر یازدهم هم خوب شود.

آقای رهنما: و اگر خوب نشد در استدلالمان دچار مشکل شده‌ایم. به این کار ما که تعدادی رخداد مشابه را تعمیم می‌دهیم «استدلال استقرایی» می‌گویند؛ استدلالی که از جزء به کل می‌رسیم. در حقیقت ما دنبال قاعده‌ای هستیم که مطابق آن بتوانیم برای یک خاصیت که در مورد تعدادی حالت برقرار است، نتیجه کلی بگیریم. در زندگی روزمره ما از استقرای تجربی زیاد استفاده می‌کنیم. مثلاً وقتی در یک روستا تعدادی خانه با سقف گنبدی می‌بینیم، حکم می‌کنیم که همه خانه‌های روستا گنبدی شکل هستند. این یک استقرای تجربی است. واضح است که می‌تواند درست نباشد. روش استقرای ریاضی یک جوری شبیه بازی دومینو است. کسی تا به حال دومینویی دیده یا بازی کرده است؟

حسینی: آقا ما که بچه بودیم کنار منزلمان ساختمانی می‌ساختند و ما آجرها را با

آقای رهنما: (دبیر ریاضی) وارد کلاس شد. چیزی که جلب توجه می‌کرد یک زنجیر طلایی بود که بخشی از آن داخل مشت او و چند حلقه آن بیرون مشتش بود. رو به دانش‌آموزان کرد و گفت: «بچه‌ها چیزی که در مشت من است یک زنجیر است. شما تعدادی از حلقه‌های آن را که از مشت بیرون است می‌بینید. درس امروز ما بی‌رابطه با این زنجیر نیست. چطور می‌توانیم ثابت کنیم همه حلقه‌های این زنجیر طلایی رنگ است؟ بچه‌ها: (یک‌صدا) خب معلوم است، بقیه زنجیر هم مثل حلقه‌های بیرونی از یک رنگ‌اند.

آقای رهنما: اشتباه نکنید! شما از رنگ حلقه‌های زنجیر داخل مشت خبر ندارید.

مصطفوی: آقا از حلقه اول چک می‌کنیم. هر حلقه را از نظر می‌گذاریم تا آخرین حلقه. اگر همه طلایی رنگ بودند، حکم بر طلایی بودن همه حلقه‌های زنجیر می‌کنیم.

آقای رهنما: ضمن آنکه مشتش را باز می‌کرد و زنجیر را به دانش‌آموزان نشان می‌داد گفت: «من با نظر آقای مصطفوی موافقم و همان‌طور که مشاهده می‌کنید همه حلقه‌های زنجیر طلایی‌اند. حالا بیا بیاید فرض کنید من زنجیری دارم که بی‌شمار حلقه دارد و ادعا می‌کنم همه حلقه‌هایش طلایی‌اند. چگونه می‌شود ادعای مرا ثابت کرد؟»

احمدی: خب از حلقه اول شروع می‌کنیم و حلقه‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم که آیا طلایی هستند یا نه. اگر به اولین حلقه غیرطلایی رسیدیم، حکم را رد می‌کنیم.

حسینی: و اگر نرسیدیم؟!
احمدی: ادامه می‌دهیم!



درستی حکم روشن است؛ چرا؟

پچه‌ها: چون هر عدد با خودش برابر است!
آقای رهنما: فرض کنیم حکم برای هر مجموعه که دارای k عضو باشد درست باشد و فرض کنیم مجموعه مورد نظر دارای عضوهای a_1 و a_2 و ... و a_k باشد. بنا به فرض استقرا داریم: $a_1 = a_2 = \dots = a_k$. حالا مجموعه‌ای شامل $k+1$ عضو a_1 و a_2 و ... و a_k و a_{k+1} را در نظر می‌گیریم. و مجموعه $\{a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}\}$ هم که دارای k عضو است را در نظر می‌گیریم. بنا به فرض استقرا این مجموعه k عضوی باید همه عضوهایش برابر باشند؛ یعنی: $a_1 = a_2 = \dots = a_k = a_{k+1}$.
داریم: $a_1 = a_2 = \dots = a_k = a_{k+1}$.

به این ترتیب ثابت شد با فرض برابر بودن عضوهای هر مجموعه k عضوی، همه عضوهای مجموعه $k+1$ عضوی هم با یکدیگر برابرند! استدلال به ظاهر بی‌نقص است. آیا می‌توانید اشتباه استدلال را پیدا کنید؟

مصطفوی: آقا اجازه مشکل خاصی نمی‌بینیم. دو شرط قضیه استقرای ریاضی را تحقیق کردیم. هم $p(1)$ درست بود و هم از درستی $p(k)$ به درستی $p(k+1)$ رسیدیم. ولی ما می‌دانیم در هر مجموعه محدود، همه عضوهایش نمی‌توانند با هم برابر باشند. باید شکالی در استدلال وجود داشته باشد که ما به آن توجه نداریم!

آقای رهنما: نکته همین جاست. گام استقرایی گذرا از k به $k+1$ را تنها برای $k \geq 2$ می‌توان نوشت. با استدلالی که کردیم، از $n=1$ به $n=2$ نمی‌توان عبور کرد. وقتی از $n=1$ صحبت می‌کنیم تنها با یک عدد سروکار داریم و در نتیجه مفهوم مقایسه معنای خودش را از دست می‌دهد. در حقیقت حلقه نخست مبنای استقرا $n=2$ است و نه $n=1$. واضح است که اگر از $n=2$ آغاز کنیم می‌توان به نتیجه مورد نظر رسید.

دیدید استدلال استقرایی گاهی دردسرساز می‌شود. باید شرایط استفاده از آن همواره برقرار باشد تا بتوان از آن استفاده کرد. فرصت ما محدود است و نمی‌توانیم به ریزه‌کاری‌های بیشتری بپردازیم. برای جلسه بعد چند سؤال خدمتان تقدیم می‌شود. بکوشید آن‌ها را حل کنید تا با استدلال استقرایی بیشتر آشنا شوید. مبصر کلاس برگه‌های تمرین را توزیع کنید.



برای دیدن تمرین‌ها
رمزبانه را پویش کنید.

در سمت چپ عدد ۱ داریم و سمت راست هم داریم: $1^2 = 1$. پس $p(1)$ برقرار است. حالا یک نفر بیاید و ضمن نوشتن فرض و حکم استقرا آن را ثابت کند.»

موسوی: آقا اجازه دهید من انجام بدهم.
آقای رهنما: بفرمایید.

موسوی پای تابلو می‌آید و می‌نویسد:
$$k^2 = (1+3+5+\dots+(2k-1)) = k^2$$

$$p(k+1): 1+3+5+\dots+(2k-1)+(2k+1) = (k+1)^2$$

برای اثبات حکم از سمت چپ شروع می‌کنیم و به سمت راست می‌رسیم:

بنا به فرض استقرا
$$1+3+5+\dots+(2k-1) = k^2$$

$$1+3+5+\dots+(2k-1)+(2k+1) = k^2 + (2k+1) = (k+1)^2$$

آقای رهنما: آفرین. در حقیقت با استفاده از شرط‌های الف و ب در قضیه استقرای ریاضی، حکم برای هر عدد طبیعی n برقرار شد. حالا می‌توانید بگویید مجموع عددهای فرد طبیعی از یک تا 1403 چند می‌شود؟

احمدی: آقا (1403^2) ؛ طبق همین مسئله‌ای که ثابت شد.

آقای رهنما: مگر تعداد عددهای فرد طبیعی از یک تا 1403 برابر 1403 می‌شود؟! در حقیقت داریم:

$$1+3+5+\dots+(2(702)-1) = (702)^2$$

حسینی: آقا ما هر چه مسئله داریم که

می‌خواهیم ثابت کنیم، می‌شود از همین قضیه استقرای ریاضی ثابت کنیم؟!

آقای رهنما: نه جانم به این سادگی‌ها نیست! اول، برای مسئله‌هایی می‌توان به سراغ قضیه استقرای ریاضی رفت که در آن‌ها کمیت مطرح باشد نه کیفیت. وقتی نتوانیم درباره پدیده‌ای تعریف کمیتی دقیقی ارائه کنیم، بی‌شک برای بررسی آن نمی‌توان به سراغ استقرای ریاضی رفت.

دوم، تنها برای عددهای طبیعی می‌توان از این روش استفاده کرد.

سوم، گام اول استقرا با وجود سهولت اثبات آن، گاهی برقرار نیست، ولی به ظاهر گام دوم برقرار است و نتیجه وحشتناکی گرفته می‌شود. برایتان مثالی می‌زنم. خوب توجه کنید

آیا می‌توان ثابت کرد در هر مجموعه که تعداد عضوهای آن معلوم باشد، همه عضوهای مجموعه با هم برابرند؟! برای $n=1$

در قضیه این می‌شود که با فرض اینکه k امین حلقه طلایی باشد بتوانیم نتیجه بگیریم حلقه $k+1$ ام نیز طلایی است.

پچه‌ها: چه جالب!

آقای رهنما: حالا برایتان از ریاضیات مثالی می‌زنم. می‌خواهیم نشان دهیم مجموع عددهای طبیعی از یک تا n برابر $\frac{n(n+1)}{2}$ می‌شود؛ یعنی:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

حالا شرایط قضیه را بررسی کنیم: $p(n)$ همین رابطه است که می‌خواهیم ثابت کنیم. $p(1)$ هم که واضح است؛ سمت چپ برابر ۱ و سمت راست هم $\frac{1(1+1)}{2} = 1$ می‌شود که برقراری آن مشخص است. حالا بفرمایید فرض و حکم استقرا که در قسمت (ب) قضیه مطرح شده کدام است؟

حسینی: باید به ازای $n=k$ فرض کنیم گزاره‌ما برقرار است و به ازای $n=k+1$ ثابت کنیم $p(n)$ برقرار می‌شود.

آقای رهنما: آقای حسینی درست بیان کردید. پای تابلو بیایید و علاوه بر مشخص کردن فرض و حکم استقرا مسئله را ثابت کنید.

حسینی: پای تابلو می‌آید و می‌نویسد:

$$p(k): 1+2+3+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$$

$$p(k+1): 1+2+3+\dots+k+(k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

آقای رهنما: آفرین حالا از سمت چپ حکم، با استفاده از فرض استقرا، به سمت راست حکم مسئله برس.

حسینی: روی تابلو می‌نویسد:

$$1+2+3+\dots+k+(k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

بنا به فرض استقرا
آقای رهنما: حالا اگر در سمت راست از $(k+1)$ فاکتور بگیریم حکم استقرا ثابت می‌شود.

$$\text{حسینی: } = (k+1) \left(\frac{k}{2} + 1 \right) = (k+1) \left(\frac{k+2}{2} \right)$$

آقای رهنما: حالا ثابت کردیم که استقرا برقرار است. پس نتیجه می‌گیریم طبق قضیه استقرای ریاضی این حکم برای هر عدد طبیعی n برقرار است.

دیدید چقدر کار ساده‌ای بود! حالا شما خودتان ثابت کنید مجموع n عدد فرد طبیعی با شروع از یک برابر مربع تعداد جمله‌ها می‌شود؛ یعنی: $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = n^3$

سیس به دانش‌آموزان راهنمایی‌های لازم را گوشزد کرد. پس از چند دقیقه رو به دانش‌آموزان کرد و گفت: «حتماً همگی موفق به اثبات شدید. حالا با هم اثبات مسئله را مرور می‌کنیم: خب شرط (الف) برقراری $p(1)$ است. زیرا واضح است

اهمیت دستگاه اندازه‌گیری متریک

• مریم جعفر آبادی

کرد که بر اساس سنت‌های محلی یا به اختیار افراد مناطق بنا شده بودند. مثلاً واحد متر از کلمه‌ای یونانی برای اندازه‌گیری طول به عنوان $\frac{1}{10000000}$ (یک ده میلیونوم) فاصله بین استوا و قطب شمال تعریف شده است.



دستگاه متریک جدید به قول **مارکز دو کندورسه**، ریاضی‌دان و سیاستمدار عصر روشنگری در فرانسه، «برای همه مردم، برای همه زمان‌ها» بود. استانداردشدن واحدهای اندازه‌گیری، برای انقلابیون فرانسه نیز مزایای سیاسی داشت. اشراف دیگر نمی‌توانستند از واحدهای محلی برای گرفتن اجاره بیشتر از مردم استفاده کنند، در حالی‌که دولت می‌توانست مالیات را به شیوه‌های بهتری جمع‌آوری کند.



در اواخر قرون وسطا، دستگاه اعشاری هندو-عربی تا حد زیادی جایگزین عددها و کسرهای رومی در اروپا شد، اما تلاش‌های محققانی مانند **جان ویلکینز** برای جا انداختن عددهای اعشاری استاندارد چندان موفقیت‌آمیز نبود. در آن زمان فقط در کشور فرانسه، از حدود یک چهارم میلیون، چیزی نزدیک به ۲۵۰ هزار واحد متفاوت استفاده می‌شد و ایجاد هر گونه تغییری نیازمند کارهای انقلابی و حرکت‌های بزرگی بود.



در سال ۱۷۸۹ این اتفاق رخ داد. رهبران انقلاب فرانسه فقط سلطنت را سرنگون نکردند. آن‌ها به دنبال روشنگری و ایجاد تغییرات اساسی و کاملی در همه ابعاد جامعه بر اساس اصول عقلانی بودند.



هنگامی‌که دولت جدید در فرانسه قدرت را در دست گرفت، فرهنگستان علوم برای اصلاح دستگاه‌های اندازه‌گیری جلسه‌ای تشکیل داد و روابط ریاضی و طبیعی را جایگزین واحدهای اندازه‌گیری قدیمی

انقلاب فرانسه چه ربطی به زمانی دارد که یک فضاپیما ۲۰۰ میلیون دلاری ناسا، وقتی در مدار مریخ در حال چرخش بود، در سطح آن سقوط کرد؟ در واقع این دو اتفاق اصلاً بی‌ربط به هم نیستند! سقوط و انفجار فضاپیما ناسا، به دلیل متفاوت بودن دستگاه (سیستم) اندازه‌گیری در ایالات متحده آمریکا با واحدهای اندازه‌گیری SI و اشکال‌هایی رخ داد که در تبدیل کردن این واحدها به هم پیش آمده بود.

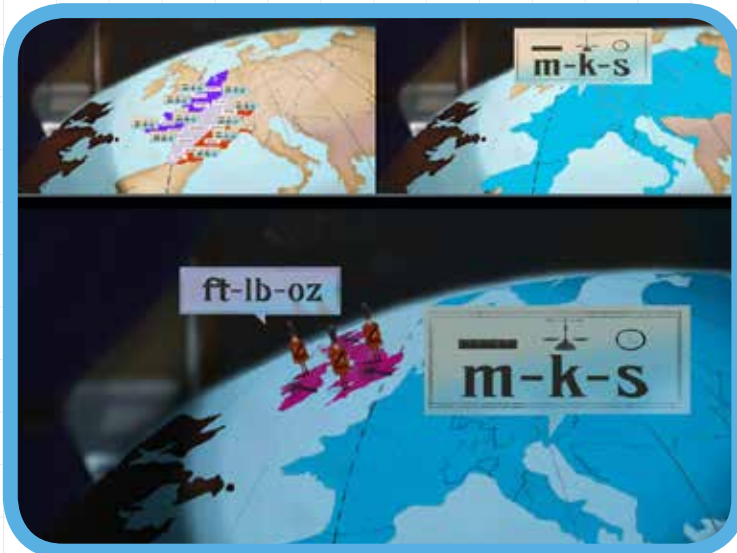


حالا این موضوع چه ربطی به انقلاب فرانسه دارد؟ بیا ببینیم داستان از چه قرار است. در اکثر منابع تاریخی که به دست ما رسیده‌اند، برای اندازه‌گیری وزن از وزن دانه‌ها، مثل دانه‌های غلات، و برای اندازه‌گیری واحدهای طول، از اندازه اعضای بدن انسان استفاده می‌کردند. این اندازه‌ها دقیق نبودند و از مکانی به مکان دیگر و از فردی به فرد دیگر فرق داشتند. همین‌طور، مناطق متفاوت کره زمین دستگاه عددنویسی خودشان را داشتند و مدل یکسانی برای نمایش عددها هم وجود نداشت.

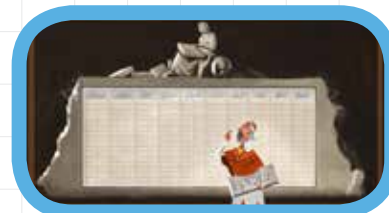


با این حال در همه جای دنیا در کارهای پزشکی و در بخش‌های علمی و تحقیقاتی از واحدهای استاندارد استفاده می‌شود.

به تدریج آن را رسمی کرد. با این حال این تغییر برای ۱۳ مستعمره سابق که قبلاً استقلال پیدا کرده بودند بسیار دیر انجام شد.



همین‌طور تغییر الگوی تقویم! تقویم‌های قبل ۱۰ روزه بودند و با تغییر آن‌ها و حذف یکشنبه‌ها قدرت کلیسا کم شد. پذیرش این نظام جدید آسان نبود و در ابتدا به هم‌ریختگی‌های زیادی را ایجاد کرد. در اوایل این تغییر، مردم از واحدهای جدید در کنار واحدهای قدیمی استفاده می‌کردند و کم‌کم تقویم جمهوری‌خواهان کنار گذاشته شد.



ایالات متحده آمریکا به واحدهای گذشته خود چسبیده و امروز یکی از تنها سه کشوری است که به‌طور کامل از دستگاه متریک استقبال نکرده است.



در کشور آمریکا که از واحدهایی مثل فوت، پوند، مایل، یارد و ... استفاده می‌شود، بعضی از مردم بر این باورند که این واحدها، ملموس‌تر و قابل فهم‌ترند. در مقابل بعضی از افراد فکر می‌کنند استفاده از واحدهای متریک منطبق‌شدن و همراهی با استانداردهای جهانی است.



تا مدت‌ها، برای واحدهای اندازه‌گیری استاندارد معادل‌های فیزیکی واقعی داشتند و به دقت از آن‌ها نگهداری می‌کردند؛ مثلاً میله‌ای که طول آن یک متر باشد. اما دسترسی به آن‌ها محدود بود، برای رعایت دقت اندازه‌گیری آن‌ها ممکن بود به مشکلاتی برخورد و همین‌طور نمی‌شد به طول عمر آن اجسام هم اعتماد زیادی کرد. کم‌کم خیلی از واحدهای اندازه‌گیری به کمک رشد فناوری و ابزارهای جدید جایگزین‌های بهتری پیدا کردند؛ مثلاً جایگزین شدن سرعت نور برای واحدهای طولی. امروزه به‌قدری استفاده از واحدهای اندازه‌گیری استاندارد برای ما عادی شده است که حتی نمی‌توانیم درک کنیم این تغییر چه دستاورد بزرگی برای بشر بوده است.

منبع:

ترجمه آزاد از ویدئوی وبگاه «تد» با عنوان:

Why The Metric System Matters
<https://ed.ted.com/lessons/why-the-metric-system-matters-matt-anticole>

زمانی که **ناپلئون بناپارت** قدرت را در دست گرفت، به کسب و کارهای کوچک اجازه داد از واحدهای اندازه‌گیری سنتی استفاده کنند. اما در بقیه موارد، باید از دستگاه متریک استفاده می‌شد. به‌مرور این تغییرات از مرزهای فرانسه خارج شد و سرتاسر قاره اروپا را فراگرفت. امپراتوری ناپلئون هشت سال طول کشید اما میراث آن بسیار طولانی‌تر باقی ماند. برخی از کشورهای اروپایی پس از استقلال دوباره به معیارهای قدیمی بازگشتند و بقیه به ارزش استانداردسازی واحدها در عصر تجارت بین‌المللی پی بردند. پس از اینکه پرتغال و هلند داوطلبانه به دستگاه متریک روی آوردند، کشورهای دیگر نیز راه آن‌ها را دنبال کردند. امپراتوری‌های استعماری این دستگاه را در سراسر جهان گسترش دادند، در حالی که بریتانیا (انگلستان به عنوان رقیب اصلی فرانسه) در برابر ایده‌های انقلابی مقاومت می‌کرد و واحدهای سنتی خود را حفظ کرده بود. اما در طول دو قرن امپراتوری بریتانیا هم به آرامی تغییر کرد و ابتدا دستگاه متریک را به عنوان یک جایگزین اختیاری تأیید و سپس



ریاضی بر همه ابعاد زندگی انسان تأثیرگذار است

• گفت‌وگو از: محمد دشتی

گفت‌وگو با مهندس محسن قاسمی،
کارشناس ارشد مکانیک بیوسیستم و
مؤلف کتب فنی و حرفه‌ای و کاردانش

خدمت در حوزه ستادی آموزش و پرورش و در کنار آن تدریس در هنرستان‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش و سپس حضور در «سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی»، دست‌مایه خوبی است که فرد بتواند در حوزه گسترده و فراگیر آموزش و پرورش مؤثر واقع شود. ویژگی‌هایی که آقای مهندس محسن قاسمی آن را دارد و علاوه بر آن سوابق خدمتی در شرکت‌هایی مثل سایپا یدک و کمباین‌سازی ایران، و خدمت در جهاد کشاورزی را می‌توان به این تجربه‌های زیسته اضافه کرد. فرصتی دست داد تا با ایشان که مدرک فوق‌لیسانس مهندسی مکانیک بیوسیستم با گرایش طراحی و ساخت را در سال ۱۳۹۶ از دانشگاه تهران دریافت کرده است، گفت‌وگویی داشته باشیم. گفت‌وگویی پیرامون این موضوع که اساساً رشته‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش به چه میزان با ریاضیات ارتباط دارند و آشنایی و دانستن ریاضیات تا چه اندازه می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند و در تحصیل و موفقیت آنان اثرگذار باشد. بپ‌گفتنی صمیمی که در ادامه می‌خوانید.

زمانی که یادآوری می‌شود و به آن‌ها توجه می‌کنیم، به ابعاد تأثیرگذار ریاضی در زندگی انسان پی می‌بریم. رشته‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش نیز از این قاعده مستثنا نیستند و موفقیت در آن‌ها ارتباط مستقیم و پیوسته‌ای با علم ریاضی دارد. البته با این توضیح که هر رشته به فراخور ماهیتش به تسلط بر بخش‌هایی از ریاضی نیاز دارد و ممکن است سایر بخش‌های ریاضی در آن رشته (به خصوص در دوره متوسطه) کاربرد زیادی نداشته باشند. برای مثال در رشته ماشین‌های کشاورزی، در زمینه واسنجیدن (کالیبره کردن) ماشین‌های کودپاش و یا بذارکار، مفهوم‌های نسبت، تناسب، درصد و آمار بسیار کاربردی و ضروری است، ولی مباحثی مانند لگاریتم و نسبت‌های مثلثاتی کاربرد چندانی ندارند. از طرف دیگر در رشته‌های ساخت و تولید، مانند ماشین‌ابزار و تراشکاری، مفهوم‌های نسبت‌های مثلثاتی زاویه، رادیان، شیب خط، تانژانت زاویه، توابع خطی و ... بسیار اساسی و کاربردی هستند. در مجموع تمام رشته‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش با ریاضی ارتباط دارند و یکی از شرط‌های موفقیت در این رشته‌ها درک صحیح از مباحث ریاضی کاربردی و مناسب آن رشته است.

• ممنون آقای مهندس قاسمی که دعوت مجله رشد ریاضی برهان را برای گفت‌وگو پذیرفتید. لطفاً بفرمایید رشته‌های فنی و حرفه‌ای و کاردانش چقدر با ریاضیات ارتباط دارند و آشنایی و دانستن ریاضیات تا چه اندازه به این دانش‌آموزان کمک می‌کند و در تحصیل و موفقیت آنان اثرگذار است؟

○ ریاضی علمی است که انسان نادانسته از دوران کودکی، هم‌زمان با یادگیری راه رفتن و حرف زدن، با مفهوم‌های اولیه آن آشنا می‌شود. به نظر بنده در تمام دوران تحصیل، از ابتدایی تا تحصیلات دانشگاهی و حتی در تمام دوران زندگی، ریاضی نقش بسیار مهمی دارد.

برای مثال، کودک در شروع فعالیت‌های مالی خود که با پس‌انداز کردن پول در قلم یا خرید از یک مغازه آغاز می‌شود، نیازمند آشنایی با مفهوم‌های شمارش عددها و جمع و تفریق است. و یا رانندگی یک فرد بزرگ‌سال و تصمیمات مهم او در رانندگی، از قبیل سبقت گرفتن، رعایت فاصله از خودروی جلو، ترمزگیری و ... ارتباط مستقیم با تسلط و درک او از ریاضی دارد و چه بسیار تصادف‌هایی که ناشی از اشتباه در محاسبه‌ها و تخمین نادرست راننده در موقعیت‌های پیش رو بوده‌اند. ممکن است به این اتفاق‌ها و محاسبه‌های ساده توجهی نداشته باشیم، اما

اکنون نیز ما در حوزه کشاورزی ظرفیت‌های فراوانی داریم که اگر به‌درستی به ظهور و بروز برسد، می‌تواند در توسعه کشور تأثیرگذار باشد. در این شرایط کشاورزی که توانایی محاسبه‌های ریاضی را دارد، انسان موفق‌تری خواهد بود. زیرا به‌راحتی در انجام فعالیت‌های زراعی و باغی، مناسب‌ترین مسیر حرکت ادوات کشاورزی را انتخاب می‌کند و موجب تردد کمتر تراکتور در سطح مزرعه، کاهش فشردگی سطح خاک و افزایش راندمان ماشین‌آلات می‌شود. ضمن اینکه می‌تواند با تخمین صحیح سرعت باد و تعیین ارتفاع مناسب سم‌پاشی، از بادبردگی سم و افزایش هزینه‌های عملیات «داشت» جلوگیری کند.

یا به‌عنوان مثال دیگر، در حرفه طراحی داخلی که خلاقیت، اصلی‌ترین عنصر تصمیم‌گیری طراح است، ریاضی نقش بسیار پررنگی ایفا می‌کند؛ از محاسبه بودجه برای تغییرات در دکوراسیون گرفته تا محاسبه مساحت فضای مورد نظر و چیدمان وسایل، همه و همه از درک و سواد ریاضی طراح تأثیر می‌پذیرند.

● **از نگاه شما و با تجربه‌های زیسته‌ای که در حوزه آموزش و پرورش و مراکز فنی‌وحرفه‌ای دارید، آیا کسی که ریاضیات نمی‌داند می‌تواند آن گونه که مورد نظر است در رشته‌های فنی موفق شود؟ چرا؟**

○ موفقیت عامل‌های گوناگون و زیادی دارد که باید به آن‌ها توجه شود. اما واقعیت این است که تحصیل در رشته‌های فنی و مهارتی، نیازمند درک حداقل‌های علم ریاضی است. در نتیجه می‌توان گفت افرادی که علاقه‌ای به مباحث ریاضی و یادگیری آن ندارند، موفقیت چندانی در رشته‌ها و شغل‌های فنی کسب نخواهند کرد. و یا می‌توان موضوع را این‌گونه مطرح کرد و گفت کسانی که از دانش پایه و حداقل‌های ریاضی برخوردار باشند، در رشته‌ها و شغل‌های فنی موفق‌تر ظاهر خواهند شد.

البته نمی‌خواهم بگویم که راه بر افرادی که ریاضی نمی‌دانند و یا در حد لازم نمی‌دانند، بسته است. کما اینکه پیشنهاد بنده به افراد علاقه‌مند به رشته‌های فنی که پایه ریاضی ضعیفی دارند و یا به دلیل ذهنیت فعلی خود از یادگیری ریاضی می‌ترسند، این است که از جزوه‌های آموزشی و یا کلاس‌هایی که ریاضی را با شیوه‌های جذاب و کاربردی آموزش می‌دهند، استفاده و پایه ریاضی خود را تقویت کنند. البته این امر مقدمه‌ای است که علاوه بر موفقیت در تحصیل، توفیق آنان را در آینده تضمین خواهد کرد. زیرا در هر صورت در هر جایگاه و شغلی که در آن قرار خواهند گرفت، حتماً با علم ریاضی سروکار خواهند داشت و خواسته یا ناخواسته با این موضوع، یعنی دانستن و توانایی ریاضی، درگیر خواهند شد.

● **از نگاه شما به عنوان کارشناس دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های فنی‌وحرفه‌ای و کاردانش در سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، ریاضیات چقدر در انتخاب شغل آینده نقش دارد؟**

○ هر شغلی در هر رده‌ای نیازمند حداقل‌های علم ریاضی است و شغل‌هایی که حساسیت‌ها و دقت‌های بیشتری می‌طلبند، ارتباط بیشتری با ریاضی دارند. مثلاً در شغل‌های مرتبط با مهندسی، سرمایه‌گذاری، ساخت‌وساز، حسابداری و از این قبیل، ریاضی نقش بسیار پررنگی دارد و در شغل‌هایی مانند مهمانداری، مددکاری، آشپزی، موسیقی و ... کاربرد نسبی دارد. همان‌طور که قبلاً هم اشاره کردم، اساساً ریاضیات می‌تواند به هر دانش‌آموزی در هر زمینه‌ای که تحصیل می‌کند کمک کند. به گمانم مجله‌ای مانند مجله رشد ریاضی برهان به‌عنوان رسانه‌ای مؤثر می‌تواند در بازنمایی و توضیح اهمیت ریاضی برای مخاطبان خیلی مؤثر و کارساز باشد.

● **در رشته‌های کاردانش و فنی‌وحرفه‌ای آموختن مهارت‌ها جایگاه خاص و مهمی دارد. از نگاه شما ریاضیات در زمینه آموزش مهارت‌ها چقدر می‌تواند تأثیرگذار باشد؟**

○ می‌توان گفت ریاضیات در همه جا مورد نیاز است و تقریباً فناوری و علمی نیست که رد پای ریاضی در آن وجود نداشته باشد. به گونه‌ای که اساساً تجزیه و تحلیل داده‌ها و درک مسائل پیچیده به کمک ریاضی ممکن می‌شود. لذا ریاضی علاوه بر کمک به حل مسائل و تحلیل انواع علوم، باعث یادگیری بهتر مهارت‌ها، درک مباحث فنی و موفقیت در تصدی شغل‌ها خواهد شد.

● **یکی از توانایی‌های شما این است که «متخصص نرم‌افزارهای اداری و فنی- مهندسی با تمرکز بر طراحی، هوش مصنوعی و پردازش تصویر» هستید. با چنین پیشینه‌ای، آیا به نظر شما ریاضیات در پرورش و شکوفایی خلاقیت نقش دارد؟**

○ همان‌طور که بارها شنیده‌ایم و گفته‌اند، خلاقیت حد و مرز ندارد و به همین دلیل در هر زمینه‌ای و از جمله در همه فعالیت‌های فنی و مهارتی می‌تواند نمود پیدا کند. مثلاً اگر در حرفه‌هایی مانند طراحی لباس، آرایه‌بندی (دکوراسیون) داخلی، ساخت و تولید قطعات و ماشین‌آلات، هنر، کشاورزی و ... فرد بتواند خلاقیت خود را بروز دهد، بیش از دیگران موفقیت کسب خواهد کرد. نکته مهمی که باید به آن توجه داشته باشیم این است که لازمه بروز خلاقیت در این حرفه‌ها و شغل‌ها، داشتن تفکر انتقادی و قدرت ارائه پیشنهادهایی برای بهتر شدن محصول یا خدمت ارائه شده است. در نتیجه از شرط‌های لازم برای محقق شدن چنین تفکر و خلاقیتی درک ریاضی و توانایی انجام محاسبه‌های ذهنی است.

اجازه بدهید مثال دیگری بزنم. کشاورزی از جمله حرفه‌هایی است که در زندگی ایرانیان سابقه‌ای طولانی دارد و هم

زبان های برنامه نویسی

آریان خلیلی

مقدمه

برای بسیاری از پروژه های برنامه نویسی، استفاده از زبان های برنامه نویسی سطح بالا بسیار بهتر و ساده تر از کد ماشین یا زبان هم گذاری (اسمبلی) است. در آغاز این داستان، دو زبان برنامه نویسی اولیه به نام های «فرترن» و «بیسیک»، به متقاعد کردن برنامه نویسان در این مورد کمک زیادی کردند.

زبان برنامه نویسی «فرترن»^۱

فرترن کوتاه شده عبارت «Formula Translation» است که در سال ۱۹۵۷ میلادی توسط جمعی از مهندسان رایانه در شرکت «آی بی ام» و با هدایت و راهنمایی جان بکاس (۱۹۲۴-۲۰۰۷)، مهندس رایانه آمریکایی، توسعه یافت. فرترن نوعی زبان برنامه نویسی ترجمه شونده (کامپایل شونده) برای محاسبه های علمی و عددی است. مترجم (کامپایلر) برنامه نوشته شده را به کد ماشین تبدیل می کند. به دلیل بهینه بودن دستورهای

برنامه نویسی با فرترن، مترجم آن سرعت بسیار بالایی در تبدیل برنامه نوشته شده به کد ماشین دارد.

مزیت فرترن

ساختار دستوری فرترن در مقایسه با زبان های هم گذاری، به زبان انگلیسی بسیار نزدیک تر بود. همین عامل، برنامه نویسی را بسیار آسان تر می کرد و سبب موفقیت فرترن شد.

```
C AREA OF A TRIANGLE - HERON'S FORMULA
C INPUT - CARD READER UNIT 5, INTEGER INPUT
C OUTPUT -
  READ(5,501) A,B,C
  501 FORMAT(3I5)
  IF(A.EQ.0 .OR. B.EQ.0 .OR. C.EQ.0) STOP 1
  S = (A + B + C) / 2.0
  AREA = SQRT( S * (S - A) * (S - B) * (S - C) )
  WRITE(6,601) A,B,C,AREA
  601 FORMAT(4H A= ,I5,5H B= ,I5,5H C= ,I5,8H AREA=
  ,F10.2,
  $13H SQUARE UNITS)
  STOP
  END
```



زندگی نامه گریس موری هاپر

گریس هاپر (۱۹۰۶-۱۹۹۲)، ریاضی دان آمریکایی، به عنوان نخستین بانوی نرم افزار و مدرس برنامه نویسی رایانه شناخته می شود. وی در توسعه زبان برنامه نویسی «کوبول» که برای کسب و کار مناسب است مشارکت داشت. او یکی از اولین مترجم ها را توسعه داد و ایده او برای ابداع زبان های برنامه نویسی سطح بالا که به زبان انگلیسی شبیه باشند، به فراگیر شدن استفاده از رایانه ها کمک کرد.

زبان فرترن برای کدام برنامه ها مناسب تر است؟

از فرترن عمدتاً برای نوشتن برنامه هایی مرتبط با مسائل علمی و ریاضی استفاده می شود. این اولین زبانی بود که از مفاهیم گوناگون ریاضی که در بسیاری از شاخه های فیزیک استفاده می شد، پشتیبانی می کرد. برای مثال فرترن در فیزیک هسته ای، فیزیک کوانتومی، مکانیک شاره ها (سیالات)، طرز کار هواپیماها و سامانه هایی مانند توربین های بادی، کاربرد فراوانی دارد.



سامانه های علمی

فرترن هنوز هم در موارد زیادی در حال استفاده است. بسیاری از سامانه های علمی از کدهایی استفاده می کنند که هر چند دهه ها پیش نوشته شده اند، اما در طول زمان ثابت شده است که بسیار قابل اعتماد هستند. از فرترن همچنین برای پیش بینی آب و هوا بهره گرفته می شود.

زبان برنامه‌نویسی بیسیک

بیسیک کوتاه شده عبارت «Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code» به معنای «کد دستورالعمل نمادین همه منظوره مبتدیان» است که در سال ۱۹۶۴ میلادی ابداع شد. **جان جی کیمنی** (۱۹۲۶-۱۹۹۲) و **توماس ای کورتز** (متولد ۱۹۲۸)، از استادان ریاضی «دانشگاه دارتموث» در آمریکا، زبان برنامه‌نویسی ساده‌ای می‌خواستند که بتوانند از آن برای تدریس استفاده کنند. آن‌ها همچنین سامانه‌ای را توسعه دادند که در آن برنامه‌نویسان می‌توانستند برنامه‌های نوشته شده خود را بلافاصله پس از وارد کردن آن در رایانه، اجرا کنند.

بیسیک برای همه

بیسیک طوری طراحی شده بود که یادگیری آن نه فقط برای ریاضی‌دانان، بلکه برای همه آسان باشد. به همین دلیل برنامه‌نویسی بیسیک خیلی زود پس از معرفی، جزو برنامه درسی بسیاری از دانشگاه‌ها شد. دانشجویان همه رشته‌ها (مانند مهندسی، علوم پایه، پزشکی و هنر) پس از یادگیری این زبان می‌توانستند از آن در پروژه‌های خود استفاده کنند.



دانش‌آموزان و دانشجویان در رشته‌های متفاوت برای انجام پروژه‌های خود از زبان بیسیک استفاده می‌کردند.



رزبری پای^۲

از اوایل دهه ۱۹۹۰ میلادی به بعد، رایانه‌ها به‌طور فزاینده‌ای کاربرپسند شدند؛ تا جایی که این امر کاربران را از نوشتن برنامه‌نویسی دور کرد. **آپتن**، مخترع انگلیسی (متولد ۱۹۷۸)، رایانه‌های رزبری پای را در سال ۲۰۱۲ میلادی در تلاشی برای معکوس کردن این روند توسعه داد. رزبری پای رایانه‌ای بسیار کم‌هزینه و ساده است که به صورت استاندارد «پایتون» و «اسکرچ» روی آن قرار دارند و برای انواع پروژه‌ها می‌توان از آن استفاده کرد.

پی‌نوشت‌ها

1. Fortran
2. Raspberry Pi

بیسیک دانش‌آموزی

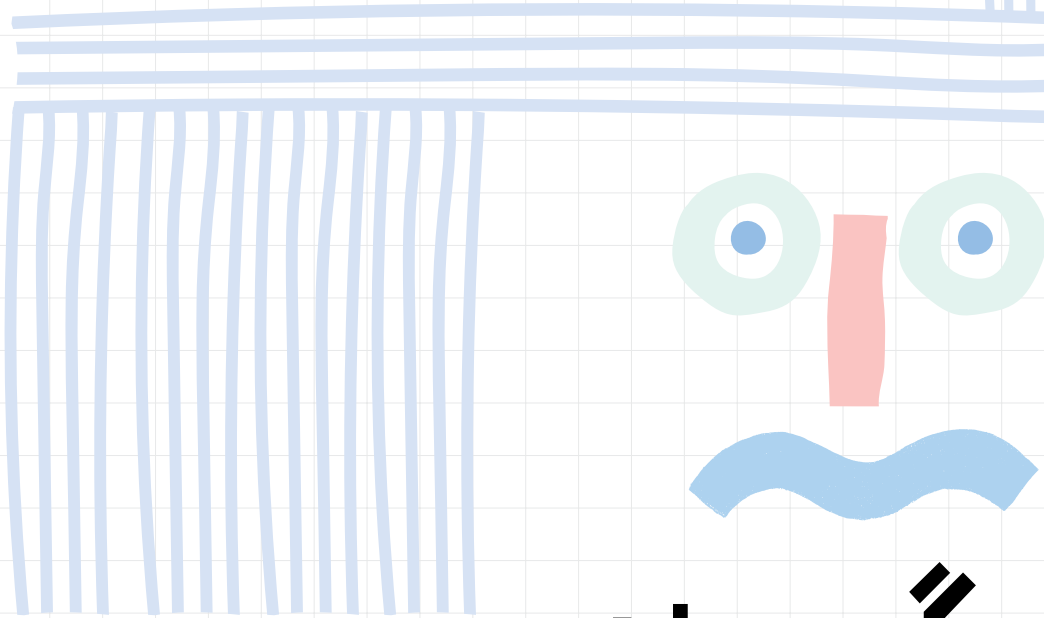
در سال ۱۹۸۱ میلادی نسخه‌ای از بیسیک معرفی شد که برای دانش‌آموزان علاقه‌مند در سراسر دنیا امکان یادگیری کدنویسی به زبان بیسیک را فراهم می‌کرد.

رایانه‌های شخصی

محبوبیت بیسیک در دهه‌های ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰ میلادی، و به خصوص زمانی که در اواسط دهه ۱۹۸۰ رایانه‌های شخصی برای اولین بار در دسترس عموم قرار گرفتند، افزایش یافت. حتی بیشتر رایانه‌ها با نسخه‌ای از پیش نصب‌شده بیسیک عرضه می‌شدند که همین امر سبب شد بسیاری از کاربران به موضوع برنامه‌نویسی علاقه‌مند شوند. زبان برنامه‌نویسی بیسیک ساختاری ساده داشت و برای یادگیری آسان بود. به‌علاوه به کاربران اجازه می‌داد برنامه‌ای بنویسند که در کسب‌وکارشان یا به عنوان سرگرمی به آن‌ها کمک کند.

این برنامه به چاپ «Hello, World!» ادامه می‌دهد تا زمانی که متوقف شود:

```
READY
10 PRINT "HELLO,
WORLD!"
20 GOTO 10
RUN
```

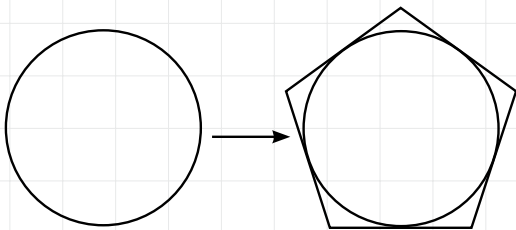


چگونه رسم می‌شود؟

عباس قلعه‌پور اقدم

۲. محیط کردن پنج ضلعی منتظم بر یک دایره

شکل ۲



پیش از پرداختن به موارد فوق، مقدمات زیر را که به آن‌ها نیاز پیدا خواهیم کرد، تمرین کنید. سه مورد نخست در شماره قبل مجله در همین بخش «چگونه رسم می‌شود؟» توضیح داده شده‌اند که حتماً باید به آن مراجعه کنید. ولی مورد چهارم که رسم نیمساز زاویه است، توضیح داده می‌شود.

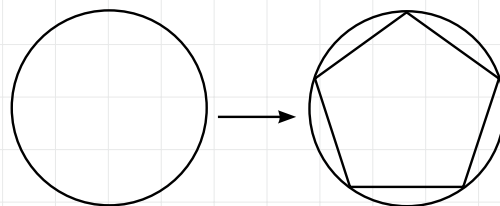
(الف) عمود منصف یک پاره خط چگونه رسم می‌شود؟
(ب) چگونه بر پاره خط AB، در یک سر آن مثلاً A، خطی عمود رسم کنیم بدون آنکه پاره خط را از طرف A امتداد دهیم.
(پ) ترسیم خط مماس بر یک دایره از نقطه‌ای واقع بر روی آن
(ت) رسم نیمساز یک زاویه

سلام دوستان. در این قسمت از «چگونه رسم می‌شود؟» می‌خواهیم روش محاط کردن پنج ضلعی منتظم در یک دایره معلوم و محیط کردن پنج ضلعی منتظم بر یک دایره را بررسی کنیم.

وسایل مورد نیاز: پرگار، خط‌کش، مداد و کاغذ و البته کمی حوصله و خیلی دقت

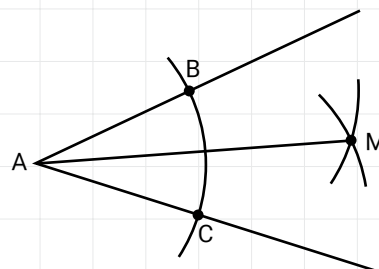
۱. محاط کردن پنج ضلعی منتظم در یک دایره معلوم

شکل ۱



به مرکز نقطه A که رأس زاویه مفروض است و به شعاعی دلخواه، دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه را در نقطه‌هایی که آن‌ها را B و C می‌نامیم، قطع کند. این دو نقطه را مرکز قرار می‌دهیم و با همان شعاع دو قوس رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. AM نیمساز زاویه است (شکل ۳).

شکل ۳

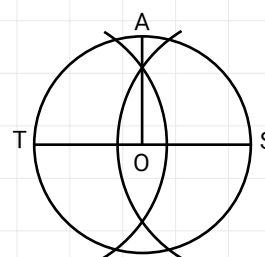


حالا می‌توانیم به رسم مورد یک، یعنی محاط کردن پنج ضلعی منتظم درون یک دایره معلوم بپردازیم:

طریقه رسم شکل ۱

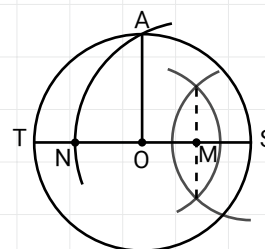
قطر TS از دایره را رسم می‌کنیم (شکل ۴). اکنون باید شعاعی از دایره را رسم کنیم که در نقطه O (مرکز دایره) بر قطر TS عمود باشد. معلوم است که O وسط TS است. پس کافی است که عمود منصف پاره خط TS را رسم کنیم. عمود منصف TS را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطه A قطع کند.

شکل ۴



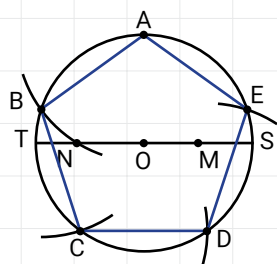
حال وسط OS را پیدا و آن را M می‌نامیم (شکل ۵). به مرکز M و شعاع AM کمانی می‌زنیم تا TO را در نقطه N قطع کند.

شکل ۵



سپس به مرکز A و شعاع AN کمانی رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌ای که آن را B می‌نامیم، قطع کند (شکل ۶). A را به B وصل می‌کنیم. AB یکی از ضلع‌های پنج ضلعی منتظم است.

شکل ۶

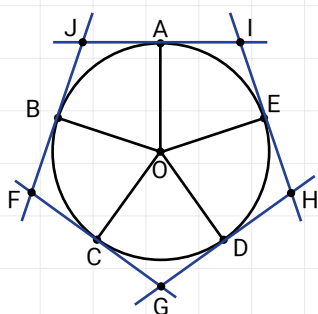


حالا نوبت رسم شکل (۲) است. باید پنج ضلعی منتظمی را بر دایره داده شده محیط کنیم.

طریقه رسم شکل ۲

ابتدا باید پنج ضلعی منتظم محاطی این دایره را با روشی که توضیح داده شد، رسم کنیم (شکل ۷). حال در نقطه‌های A, B, C, D, E مماس‌هایی بر دایره رسم می‌کنیم. این مماس‌ها یکدیگر را در نقطه‌هایی که آن‌ها را F, G, H, I, J می‌نامیم، قطع می‌کنند. پنج ضلعی FGHIJ بر دایره محیط است.

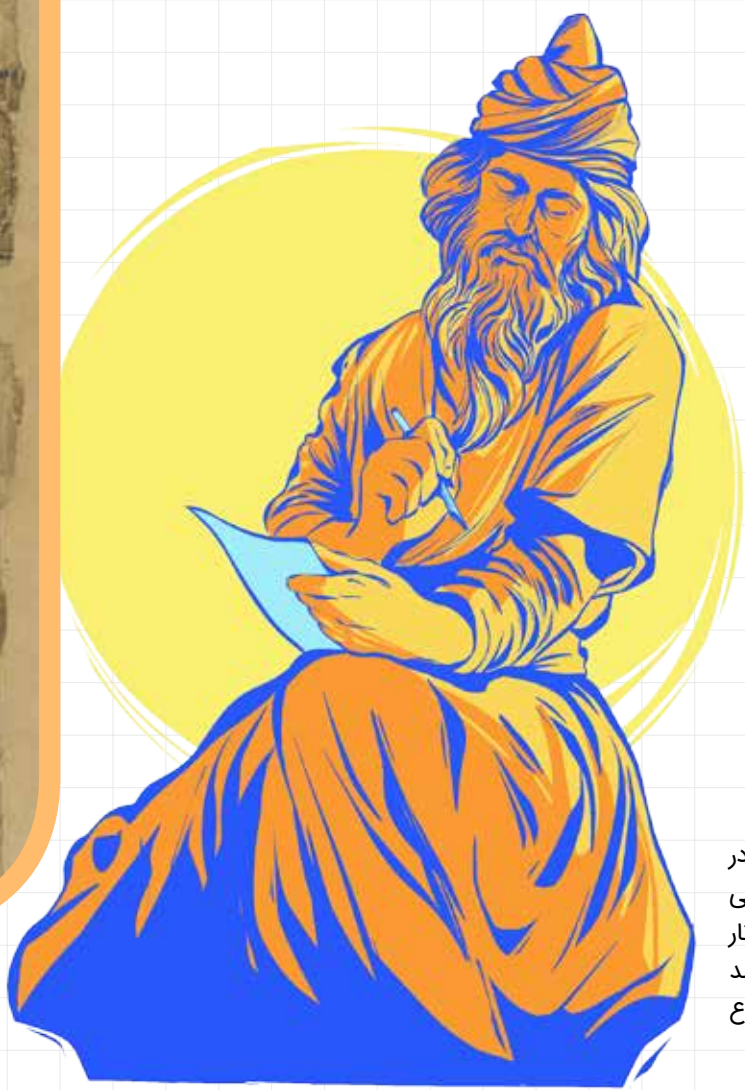
شکل ۷



۱۳ امین جشنواره کتابخوانی رضوی



بچه‌های باین
درباره امام رضا (ع)
و پیامبر اکرم (ص)
در پیام‌رسان شاد
کتاب بخونیم و جایزه بگیریم.



نگاهی به خط و خوشنویسی در گذر زمان

● ندا نعمتی

خط و نوشتار یکی از راه‌های ارتباطی بین انسان‌هاست. در گذشته و پیش از اختراع خط، با استفاده از نقاشی و حکاکی روی سنگ‌ها، اطلاعات را ثبت و منتقل می‌کردند. آثار به‌جا مانده از علامت‌ها و تصویرهای ثبت شده، می‌توانند نشان‌دهنده چگونگی تحول خط باشند. در گذر زمان انواع گوناگونی از خط ابداع شدند.

پیش از اسلام، قبیله‌های عرب ترجیح می‌دادند شعرها و متن‌های خود را حفظ کنند. با ظهور اسلام، مسلمانان برای کتابت قرآن نیازمند خطی خوانا بودند. آن‌ها از سبک «حجاری» و «کوفی» برای ثبت قرآن استفاده می‌کردند. خط کوفی در نوشتن عهدنامه‌ها، حکم‌ها و فرمان‌ها نیز کاربرد داشت. این خط بدون نقطه و اعراب نوشته می‌شد، در نتیجه خواندن و نوشتن آن برای افرادی که عربی زبان مادری‌شان نبود، سخت بود. پس از ورود اسلام به ایران، ایرانیان نیز از این خط استفاده کردند؛ اما برای راحتی کاربرد آن تغییراتی در خط کوفی ایجاد کردند که به ابداع خط «کوفی پیرآموز» منجر شد. این خط احتمالاً به آن سبب پیرآموز نام‌گذاری شده که آموختن آن برای اکثر افراد، از جمله افراد مسن، آسان بوده است. این کار بعدها به پیشرفت شیوه‌های نوشتن در سرزمین‌های اسلامی و ظهور خط‌های شش‌گانه (اقلام سسته) در خوشنویسی منجر شد. این خط‌ها عبارت‌اند از: ثلث، نسخ، محقق، توقیع، رقاع و ریحان.

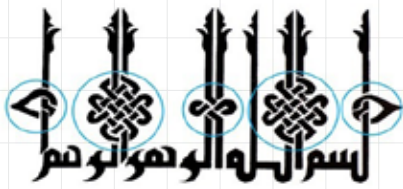


▲ خط تصویری در مصر باستان

▼ خط میخی پارسی باستان

▼ سنگ‌نگاره‌های تیمره در استان اصفهان





▲ خط کوفی معقد

خروج خط کوفی از حالت اولیه اش و تغییراتی که در آن به وجود آمد، به ایجاد خطی به نام «کوفی بنایی» یا «کوفی معقلی» انجامید. این خط بر پایه خط کوفی، از رسم شکل‌ها و تکرار واحدهای هندسی، به صورت عمودی، افقی یا موازی روی یک شبکه حاصل می‌شود. محاسبه‌های ریاضی و پیچیدگی هندسی این خط سبب شده است که از آن در ترکیب با مصالح کاشی معرق، کاشی هفت‌رنگ، آجر و آینه‌کاری، در مسجدها و سایر مکان‌های مقدس به عنوان تزیینات استفاده شود. در شماره بعدی مجله بیشتر با این خط آشنا می‌شوید.

▼ خط کوفی مورق



▼ خط کوفی بنایی-مسجد عتیق اصفهان



▲ قرآن به خط کوفی پیرآموز



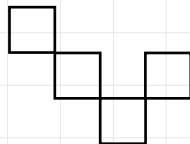
▲ خط کوفی

استفاده از خط کوفی که از نخستین خط‌های دوران اسلامی است و در سده‌های نخست بسیار پرکاربرد بود، به دلیل سختی نوشتار، خواندن و فقدان استادانی که بتوانند همه آن ظرافت‌ها را منتقل کنند، به مرور زمان محدود و فقط در تزئین بناها و ظرف‌های فلزی و سفالی به کار گرفته شد. در خط کوفی تزئینی که انواع گوناگون دارد، از نقش‌های متنوع برای پرکردن فضای خالی یا گاهی به صورت ترکیب با حرف‌ها برای زیبایی بیشتر، استفاده می‌شود. کوفی تزئینی شامل: کوفی مورق یا برگ‌دار، کوفی مشجر، کوفی مزهر، کوفی معقد و ... است.

جدول ریاضی

محمدتقی طاهری تنجانی

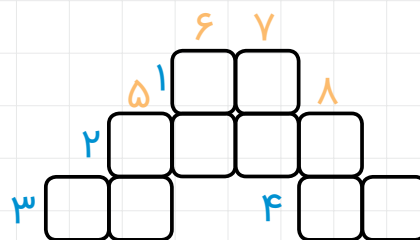
۳. علی می‌گوید ۲۵ درصد کتاب‌های من داستانی و $\frac{1}{9}$ آن‌ها علمی هستند. علی چند کتاب دارد؟
۴. زاویه‌های یک مثلث با رقم‌های ۱، ۲ و ۳ متناسب‌اند. اندازه زاویه بزرگ‌تر چقدر است؟
۵. به شکل ۲ دست‌کم چند مربع باید افزود تا یک مربع بزرگ را تشکیل دهند.



شکل ۲

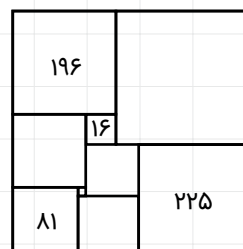
۶. گل‌فروشی اگر گل‌هایش را شاخه‌ای ۱۰۰۰ تومان بفروشد، ۲۳۰۰ تومان ضرر می‌کند. اما اگر دانه‌ای ۱۲۰۰ تومان بفروشد ۲۷۰۰ تومان سود می‌برد. او چند شاخه گل دارد؟
۷. در سمت راست عدد $4^{13} \times 3^{19} \times 25^8 \times 15^4$ ، پس از ساده‌شدن، چند صفر وجود دارد؟
۸. تعدادی لیوان برای یک جشن تهیه شده است. اگر این لیوان‌ها را ۶ تا ۶ تا، ۸ تا ۸ تا، یا ۹ تا ۹ تا بشماریم، هر دفعه ۴ لیوان اضافه می‌آید. اگر در پایان کار هفت لیوان بشکنند، تعداد لیوان‌های سالم چند تا می‌شود؟

جدول زیر شامل یک عدد چهار رقمی و هفت عدد دو رقمی است که شرح آن‌ها در ادامه آمده است. در شرح افقی عددها از چپ به راست و در شرح عمودی عددها از بالا به پایین نوشته می‌شوند.



شرح جدول

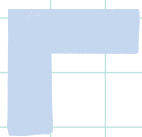
۱. یک بسته شکلات ۱۰۰۰ تومان قیمت دارد و در هر بسته آن یک فیش هست. با هر سه فیش می‌توان یک بسته شکلات مجانی گرفت. بیشترین تعداد بسته‌های شکلاتی که می‌توان با ۱۵۰۰۰ تومان گرفت چند تا است؟
۲. در مستطیل شکل ۱، شکل مربع با اندازه‌های متفاوت رسم شده است که مساحت تعدادی از آن‌ها روی شکل مشخص شده است. مساحت کل مستطیل چقدر است؟



شکل ۱

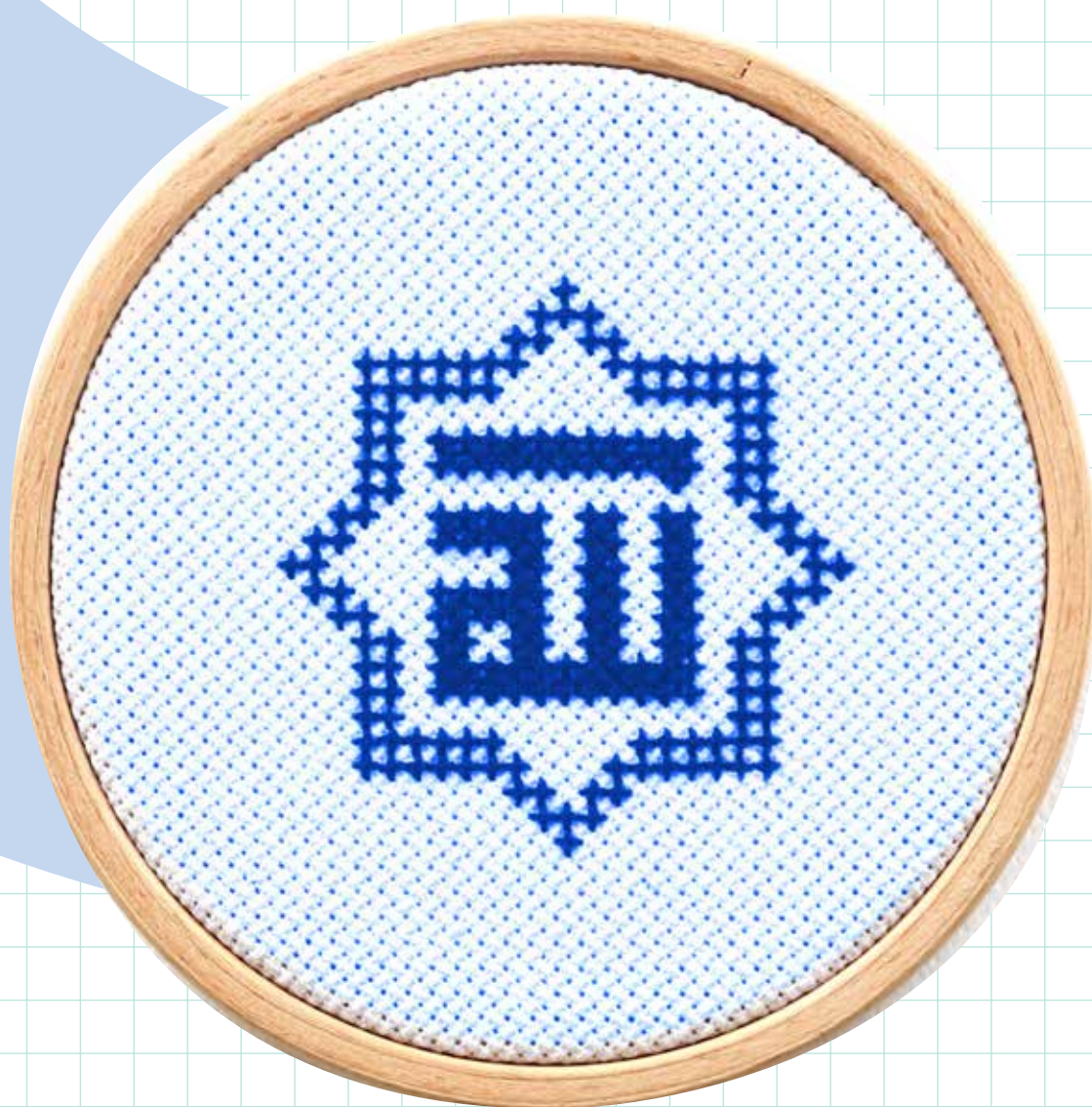


برای دیدن پاسخ
رمزین را پویش
کنید.



برای مشاهده
مراحل دوخت،
رمزیننه را پویش
کنید.

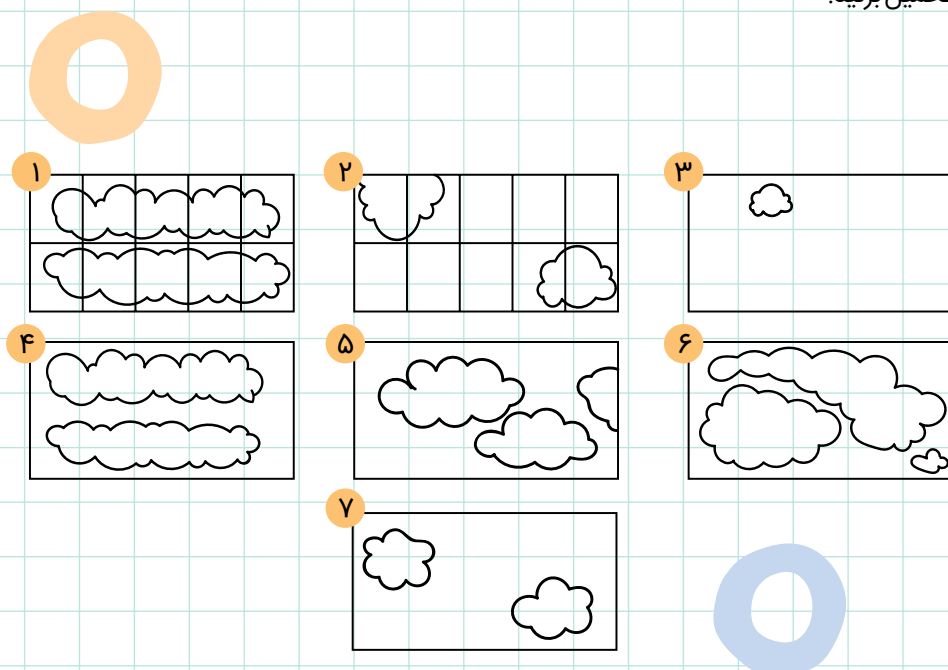
شماره دوزی کلمه الله



کسرهای ابری

خسرو داودی

در اینجا چند تصویر از هوای ابری می‌بینید. تصویرهای ۱ و ۲ به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند تا بتوان میزان ابرها را در آسمان با یک کسر تقریب زد. با همین شیوه کسر مربوط به هر شکل را تخمین بزنید.



کسر	کمتر از $\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{10}$	بیشتر از $\frac{9}{10}$
حرف	ر	ی	س	م	ب	ر	ن	ا	ک
شماره									

شماره را زیر کسر مربوطه در جدول زیر بنویسید. اگر حرف‌ها را به ترتیب شماره‌ها بیان کنید یک عبارت ساخته می‌شود.

برای دیدن پاسخ
رمزینه را پویش
کنید.

