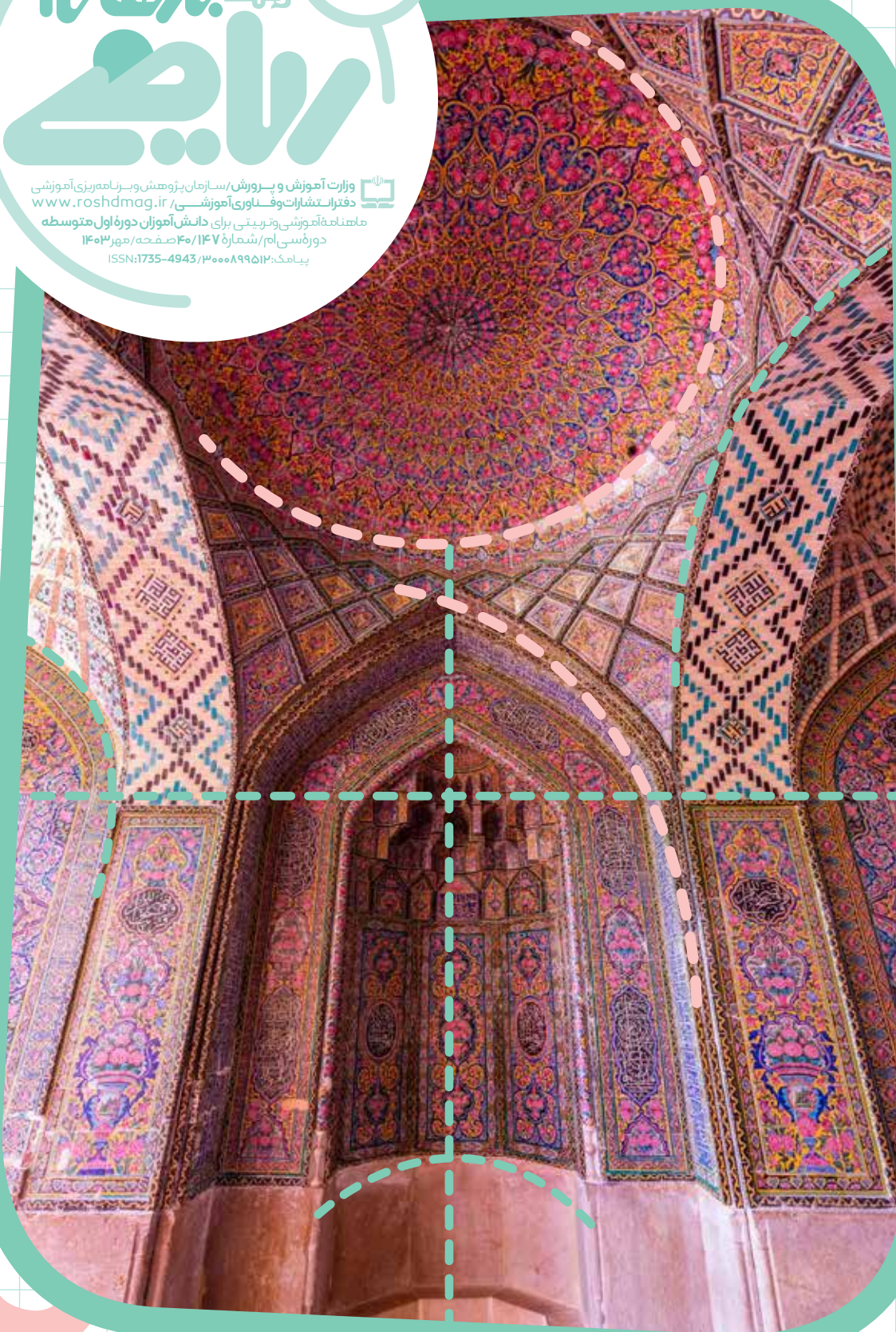




۱

روشن رایج

وزارت آموزش و پرورش / سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی / www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
دوره سی ام / شماره ۱۴۷ / ۴۰ صفحه / مهر ۱۴۰۳
پیامک: ۳۰۰۵۸۹۹۵۱۲ / ۴۹۴۳-۱۷۳۵ ISSN



جلوه ریاضیات در معماری ایران زیبایی‌ها
این شماره: **مسجد نصیرالملک شیراز**

● خسرو داودی
● تصویرگر: عرفان محمدی آذر

تحت تعقیب

مظنونان سرقت بانک



منصور گاوکش



سیامک کله



نادر خط خطی



محمود یکه زن

از این چهار مظنون تحت تعقیب، فقط یکی دزد بانک است. بازپرس از این چهار نفر سؤال کرده است. هر کدام دو جمله گفته‌اند که یکی از این دو جمله درست و یکی نادرست و دروغ است.

منصور: نادر این کار را نکرده است. من دزد نیستم.

محمود: من این کار را نکرده‌ام. سیامک دزد است.

سیامک: نادر این کار را نکرده است. منصور دزد نیست.

نادر: سیامک دزدی نکرد. من دزدی کردم.

بر اساس آنچه آن‌ها گفته‌اند، آیا می‌توانید مشخص کنید چه کسی از بانک دزدی کرده است؟



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه را
پویش کنید.



بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد وآل محمد وعجل فرجه



دوره سیام
شماره پی در پی ۱۴۷

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۸۹۹۵۱۲/۳۰۰۰/۴۰ صفحه / ۱۸۰۰۰۰ ریال
دوره سیام / شماره پی در پی ۱۴۷ / مهرماه ۱۴۰۳

مدیر مسئول: محمد صالح مژدانی / سردبیر: حسین نامی ساعی / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، مریم جعفرآبادی، مجید حکمت، روح الله خلیلی بروجنی،
خسرو داودی، محمدرضا سید صالحی، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / مدیر هنری: کوروش پارسا نژاد / طرح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگران: حسین یوزباشی / شهرام شیرزادی / عرفان محمدی آذر

در این ماه: مهر ۱۴۰۳: چهارم: روز سرباز / پنجم: شکست جبر آبادان در عملیات
ثامن الله^(ع) و روز گردشگری / هفتم: روز آتش نشانی و ایمنی / بیست و یکم: ولادت
امام حسن عسکری^(ع) / بیست و سوم: وفات حضرت معصومه^(س) و
روز جهانی استاندارد / بیست و چهارم: روز ملی پارالمپیک و ورزش
ناپینایان / بیست و ششم: روز تربیت بدنی و ورزش
شرح مناسبت های ماه را با پوشش رزمینه ببینید.

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان
قرار گیرد و همه کودکان و نوجوانان میهن عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند.



سخن سردبیر

معماران جورچین اقتدار و تحول / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳

ریاضی به روش گفت و گو / خسرو داودی، آرش رستگار / ۶

اشتباه های محاسباتی: توان / افشین خاصه خان / ۱۱

مجموعه پروژه های کوچک برای ریاضی دانان کوچک / خسرو داودی، آرش رستگار / ۲۴

در کلاس درس آقای رهنما / محمد تقی طاهری تنجانی / ۲۸

گفت و گو

جهان با الفبای ریاضیات خلق شد! / گفت و گو با دینا عباسی

دارنده مدال برنز مسابقه بین المللی نجوم و اختر فیزیک / محمد دشتی / ۸

درک بهتر جهان با ریاضی / گفت و گو با مهندس هادی میرزاپور، تحلیلگر داده،

دانشجوی فناوری اطلاعات / محمد دشتی / ۳۲

ریاضی و کاربرد

بیا یاد کمی فکر کنیم! کیسه های پلاستیکی را ارزان نخرید! / خسرو داودی / ۱۲

اولین ابزار موقعیت یاب مکانی / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۴

شما پول راهی شناسید؟ / ژاواهری پور / ۱۶

ریاضی در دنیای پیشرفته / مریم جعفرآبادی / ۳۰

چگونه رسم می شود؟ / عباس قلعه پور اقدم / ۳۶

باغ خاطرات

بسی عشق کردم در این سال سی / حبیب یوسف زاده / ۲۰

ریاضی و سرگرمی

شعبده بازی با تاس / عباس قلعه پور اقدم / ۲۲

جدول عدد ها / جعفر یانی / ۲۷

زیاددوزی با شماره دوزی / ندا نعمتی / ۳۸

جدول ریاضی / محمد تقی طاهری تنجانی / ۴۰

ریاضی و مسئله

پنهان شدم، پیدایم کن / محرم ایردموسی / ۱۸

ریاضی و برنامه نویسی

زبان های برنامه نویسی / آریان خلیلی / ۳۴

ایران زیبای ما ۱ / شیراز

مسجد نصیرالملک یا مسجد صورتی

یکی از مسجدهای قدیمی شیراز است. این مسجد زیبا در محله گود عربان ساخته شده که در قدیم به محله اسحق بیگ معروف بوده و در جنوب خیابان لطفعلی خان زند و نزدیک حرم شاه چرام^(ع) واقع است. ساخت مسجد صورتی در سال ۱۲۵۵ (۱۲۹۴ ق) آغاز و در سال ۱۲۶۷ (۱۳۰۵ ق) به پایان رسید. این مسجد به معماری میرزا رضا کاشیگر و حاج محمد حسن معمار ساخته شده و به عنوان یکی از آثار ملی ایران به ثبت رسیده است.



برای مشاهده شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامه
رشد ریاضی برهان متوسطة اول، رزمینه را پوشش کنید.

nazar.roshdmag.ir



نشانی کانال مجله رشد
ریاضی برهان متوسطة
اول در پیام رسان شاد:

@roshd_borhan1





معماران جورچین اقتدار وتحول

● حسین نامی‌ساعی

همراهان قدیمی و دوستان جدید سلام. شروع سال تحصیلی را به شما تبریک می‌گوییم. برای شما آینده‌سازان ایران آرزوی موفقیت داریم. برای ما بدیهی است که هر یک از شما، استعداد و توانایی منحصر به فردی دارید، و همین استعدادهای شما هستند که سبب می‌شوند در ساختن ایرانی قوی‌تر از گذشته و حال نقش داشته باشید. همچنین تلاش و تحصیل امروزتان برای کسب دانش است که مسیر را برای اکتشافات فردا، حل چالش‌های بزرگ کشور و رسیدن به اقتدار ملی هموار می‌کند. دوستان عزیز، امروز ما در دنیای پیچیده‌ای زندگی می‌کنیم که در آن فناوری و دانش به سرعت در حال پیشرفت هستند، و قدرت و اقتدار ملی هر کشوری به این دانش و فنون تازه و نوآوری‌ها و خلاقیت‌ها وابسته است. و صد البته به شما معماران فردای کشور وابسته است که در جادهٔ تحصیل علم و آموختن قدم گذاشته‌اید و به سرعت پیش می‌روید.

نوجوانان عزیز، شما نه تنها معماران این سرزمین، بلکه از پیشگامان تحول و نوآوری، و وارثان این مرز و بوم هستید. به‌خاطر داشته باشید، با هر گام خود در راه کسب علم و دانش و حل هر مسئله و معادله در این مسیر، یک قدم به تقویت اقتدار ملی نزدیک‌تر شده‌اید.

● و اما نقش ریاضیات در این راه چیست؟

شما که امروز در حال ورق‌زدن مجلهٔ ریاضیات و علاقه‌مند به مطالعه و کسب علم ریاضی هستید، تردید نکنید که در راه رسیدن به این اقتدار و توانایی، ریاضیات، عددها و فرمول‌ها، به عنوان ابزاری برای تقویت تفکر و توانایی حل مسئله، و زبان علم و مهندسی و پیشرفت در عصر جدید، نقش مهم و کلیدی دارند و در شکل‌دهی آیندهٔ هر کشوری مؤثرند. چرا

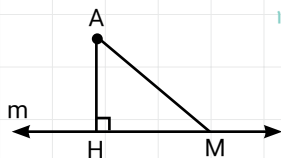
که ریاضیات زبانی جهانی است که از مرزها خارج می‌شود و ما را به جوامع دیگر متصل می‌کند. با تسلط بر این زبان، می‌توانیم با دانشمندان، مهندسان، و متفکران سراسر جهان ارتباط برقرار کنیم و تبادل ایده داشته باشیم. این تبادل ایده و دانش، بستری برای رشد و توسعهٔ ملی فراهم می‌آورد. پس بیاییم در همین اولین روزهای شروع سال تحصیلی و ماه مهر، با علاقه و انگیزه به یادگیری علم، به‌خصوص ریاضیات، عزم خود را جزم کنیم و با حل هر مسئله، به ساختن آینده‌ای بهتر برای خودمان و کشورمان کمک کنیم. نوجوانان عزیز، شما قدرت دارید که جهان را تغییر دهید. به این توان خود باور داشته باشید و فراموش نکنید، هر مسئله و معادله‌ای که حل می‌کنید، بخشی از جورچین اقتدار ملی است که تکمیل می‌کنید.

با پوش رمزینه
سه مجموعه
قبل را ببینید.



طول پاره‌خط را تعریف کنیم. اگر A و B دو نقطه انتهایی پاره‌خط AB باشند، آنگاه فاصله بین A و B را اندازه پاره‌خط AB می‌نامیم. اما در اینجا به دنبال فاصله یک نقطه از یک خط و تعمیم آن به فاصله نقطه از نیم‌خط و پاره‌خط هستیم.

فرض کنید مانند شکل ۱، نقطه A و خط m در یک صفحه قرار دارند. نقطه A روی خط m نیست. چگونه از نقطه A عمودی بر خط m رسم می‌کنید؟



به‌طور شهودی به کمک یک گونیا این کار امکان‌پذیر است، اما بعداً خواهیم دید که به کمک پرگار و خط‌کش روشی

قبلاً با فاصله بین دو نقطه در اولین مجموعه‌های این مقاله‌ها آشنا شده‌اید. اگر خطی را که از دو نقطه A و B می‌گذرد به محور تبدیل کنیم و طول نقطه A برابر a و طول نقطه B برابر b باشد، آنگاه فاصله بین A و B را که به AB نشان می‌دهیم، به صورت $AB = |b - a|$ تعریف می‌کنیم. این علامت دو پاره‌خط عمودی «قدر مطلق» نامیده می‌شود و به این معنی است که حاصل درون آن هر عددی باشد ما آن را مثبت در نظر می‌گیریم؛ مثلاً: $|-5| = 5$. پس اگر طول نقطه A برابر -7 و طول نقطه B برابر 10 باشد، آنگاه فاصله بین A و B برابر است با: $AB = |10 - (-7)| = |10 + 7| = 17$. اگر طول نقطه A برابر -3 و طول نقطه B برابر -4 باشد، فاصله A و B چقدر است؟ اکنون که مروری بر فاصله بین دو نقطه داشتیم، به‌سادگی می‌توانیم اندازه یا

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

نامساوی‌ها در هندسه

● محمود نصیری

اکنون می‌خواهیم مجموعه چهارم مقاله‌هایی را شروع کنیم که در مورد مفهوم‌های هندسی دنبال می‌کردیم. در سه مجموعه قبلی به مفهوم‌های اولیه هندسه پرداختیم و تعریف‌های اساسی در مثلث، به‌ویژه عمودمنصف، ارتفاع، میانه و نیمساز را بیان کردیم. همچنین یک بخش اساسی هندسه را که درباره هم‌نهشتی مثلث‌هاست، با مثال‌های متنوع توضیح دادیم. به همین ترتیب، هم‌نهشتی مثلث‌های خاص، مانند مثلث قائم‌الزاویه و مثلث متساوی‌الساقین را نیز بررسی کردیم. سرانجام هم با بررسی ویژگی‌هایی از عمودمنصف و ارتفاع در مثلث و همچنین در مورد بعضی روش‌های اثبات، مطالب و مثال‌هایی را بیان کردیم. در واقع ارتفاع‌ها را عمودها بر پاره‌خط‌ها و به‌ویژه ضلع‌های مثلث، و نیمسازها و میانه‌ها را منصف‌ها یا نصف‌کننده‌های زاویه‌ها و پاره‌خط‌ها می‌نامیم. عمودمنصف می‌تواند در هر دو دسته باشد، زیرا هم بر پاره‌خط‌ها عمود است و هم آن‌ها را نصف می‌کند. بعد از ویژگی‌های عمودمنصف و ارتفاع که قبلاً با آن‌ها آشنا شدیم، نوبت به نیمساز و میانه می‌رسد. اما چون برای بررسی ویژگی‌های نیمساز، به مفهوم فاصله نقطه از خط نیاز داریم و همچنین مقایسه پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها از نظر اندازه‌های آن‌ها با هم در هندسه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، ابتدا اجازه بدهید در مورد فاصله کمی بیشتر توضیح دهیم.

همراه با اثبات می‌توانیم برای رسم آن بیان کنیم.

حال اگر H پای عمودی باشد که از A بر خط m رسم شده‌است، آنگاه اندازه AH که کوتاه‌ترین فاصله نقطه A از نقطه‌های خط m است، فاصله نقطه A از خط m نامیده می‌شود.

در اینجا واژه‌های کوتاه‌ترین فاصله نقطه از خط را به کار بردیم، آیا می‌توانید آن را توضیح دهید؟

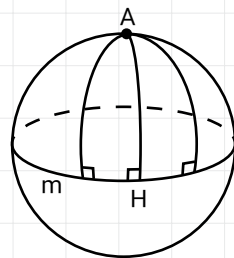
اگر نقطه M هر نقطه دیگری از خط m به غیر از نقطه H باشد، شاید به‌طور شهودی و یا اندازه‌گیری به کمک خط‌کش، بیان کنید که همواره: $AM > AH$. اما هندسه بر اساس یک دسته اصل‌ها و قضیه‌ها بیان شده

است. یا باید مفهومی را بدون اثبات بپذیریم که آن را «اصل» می‌نامیم، یا در غیر این صورت باید آن را ثابت کنیم. امروزه با پیشرفت علوم و کشف هندسه‌های گوناگون که حتی بعضی کاربردی کمتر از هندسه اقلیدسی که در متوسطه می‌خوانیم ندارند، نباید فقط به جنبه شهودی هندسه توجه کنیم.

ریاضی‌دان معروفی به نام **ژان دیودونه** در مقاله‌ای می‌نویسد: «هندسه با خارج شدن از مرزهای سنتی خود، قدرت‌های پنهان، انعطاف‌پذیری و قابلیت انطباق‌پذیری فوق‌العاده‌اش را آشکار کرده و به یکی از پرکاربردترین و جهانی‌ترین ابزار در همه شاخه‌های ریاضی تبدیل شده است.»

بنابراین ما امروزه نباید ذهن خود را فقط به مشاهدات کوچکی که در اطرافمان رخ می‌دهند معطوف کنیم، بلکه باید هر مفهومی را چنان مورد مطالعه قرار دهیم که اگر تغییری در بعضی اصل‌های آن موضوع داده شد، بتوانیم به‌خوبی آن را تجزیه و تحلیل کنیم. برای آنکه موضوع کمی روشن‌تر شود، مثالی ساده می‌زنیم: در اولین مجموعه از این مقاله‌ها توضیح دادیم که خط یکی از مفهومی تعریف نشده است (مجله شماره ۱، دوره ۲۷، مهر ۱۴۰۰، صفحه ۴) و هر جا منظور

خود را از خط بیان می‌کنیم، در آنجا مثالی از هندسه روی کره زمین آورده‌ایم که ما روی آن زندگی می‌کنیم. خط‌ها را دایره‌هایی روی کره زمین در نظر گرفتیم که مرکز این دایره‌ها روی مرکز کره زمین واقع‌اند. بنابراین خط m که همان خط استوا است، یکی از این خط‌های ما در این هندسه است. اکنون نقطه A را روی قطب مثلاً قطب شمال در نظر می‌گیریم (شکل ۲). در اینجا اگر خطی را که از A بر m عمود می‌شود خط AH بنامیم، AH کمترین فاصله نقطه A از خط m است. اما بر خلاف مثال قبلی که در هندسه اقلیدسی بیان کردیم، این پاره‌خط AH یکتا نیست، بلکه بی‌شمار نقطه روی خط m وجود دارند که نقطه A از همه آن‌ها به یک فاصله است.



در واقع مانند آن است که بی‌شمار خط عمود از نقطه A بر خط m رسم شده باشند. در حالی که در مثال قبلی فقط یک عمود می‌توانیم رسم کنیم (شکل ۱) و پاره‌خط‌های دیگر مانند AM همه به گونه‌ای هستند که: $AM > AH$. این تفاوت اساسی ناشی از قضیه مهمی است که به «قضیه زاویه بیرونی» معروف است و به زودی آن را ثابت خواهیم کرد. اما قبل از آن مفهومی اولیه نامساوی‌ها را در هندسه که در رابطه با پاره‌خط و زاویه هستند، بیان می‌کنیم. به کمک این قضیه می‌توانیم نامساوی $AM > AH$ را نیز ثابت کنیم. برای بررسی نامساوی‌ها در مثلث، مقدمه‌هایی را توضیح می‌دهیم.

تاکنون با مطالعه هندسه با هم‌نهمی پاره‌خط‌ها و زاویه‌ها، یعنی مساوی بودن اندازه‌ها، سروکار داشته‌ایم. همچنین بیان کردیم تحت چه شرایطی دو

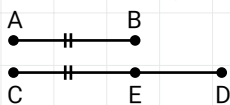
پاره‌خط یا دو زاویه هم‌نهم‌اند. در واقع هم‌نهمی دو پاره‌خط یا دو زاویه را با مساوی بودن اندازه‌های آن دو پاره‌خط یا دو زاویه مقایسه کردیم. اکنون می‌خواهیم بررسی کنیم تحت چه شرایطی پاره‌خطی از پاره‌خط دیگری بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است. همچنین اینکه زاویه‌ای از زاویه دیگر کوچک‌تر یا بزرگ‌تر است به چه معنی است. شاید چنین تصور کنید که برای مقایسه بزرگ‌تر یا کوچک‌تر بودن پاره‌خط‌ها یا زاویه‌ها، می‌توانیم آن‌ها را در کنار هم چنان قرار دهیم که با یکدیگر مقایسه شوند. اما می‌دانیم که در اثبات‌ها و حل مسئله‌ها امکان چنین ابزاری وجود ندارد. پس باید ابزاری در دست داشته باشیم که بتوانیم به سادگی آن‌ها را مقایسه کنیم. از ابتدا عددهای حقیقی را همان‌گونه که در جبر می‌پذیریم و از آن‌ها استفاده می‌کنیم، در هندسه نیز می‌پذیریم و برای تعریف اندازه‌ها آن‌ها را به کار می‌بریم؛ همان‌گونه که برای هم‌نهمی دو پاره‌خط و دو زاویه به کار بردیم. بنابراین می‌گوییم:

$\angle A$ کوچک‌تر از $\angle B$ است، هرگاه $m\angle A < m\angle B$ باشد.

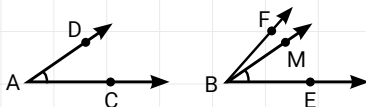
$\angle A < \angle B$ ، هرگاه: $m\angle A < m\angle B$. یعنی اندازه $\angle A$ کوچک‌تر از اندازه $\angle B$ باشد.

به همین ترتیب برای دو پاره‌خط داریم: پاره‌خط AB کوچک‌تر از پاره‌خط CD است، هرگاه اندازه AB کوچک‌تر از اندازه CD باشد؛ یعنی: $AB < CD$ هرگاه: $AB < CD$.

می‌توانیم آن‌ها را به صورت شکل ۳ نیز نشان دهیم و بنویسیم:



$AB < CD$ ، هرگاه نقطه‌ای مانند E بین C و D وجود داشته باشد، به‌طوری که: $AB = CE$.



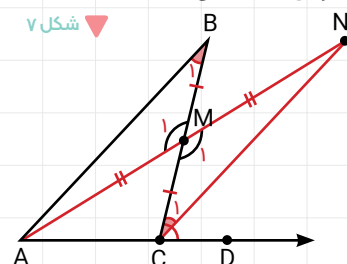
هرگاه نقطه‌ای مانند M درون $\angle EBF$ وجود داشته باشد که: $m\angle CAD = m\angle EBM$ (شکل ۴).

لازمه مساوی بودن اندازه‌های دو زاویه مزبور این است که دو مثلث هم‌نهشت داشته باشیم. حال اگر M وسط ضلع BC را هم در نظر بگیریم، چون: $MB=MC$ ، پس می‌توانند پارامترهای MC و MB دو ضلع این دو مثلث هم‌نهشت باشند. این اطلاعات به ما کمک می‌کنند که دو مثلث هم‌نهشت ABM و MCN را بسازیم. اکنون به اثبات قضیه بسیار نزدیک شده‌ایم. این دو مثلث هم‌نهشت را با اطلاعاتی که داریم می‌سازیم. M وسط ضلع BC را در نظر می‌گیریم و از A به M وصل می‌کنیم و به اندازه خودش تا نقطه N امتداد می‌دهیم؛ یعنی: $AM=MN$. اکنون اگر از N به رأس C متصل کنیم، داریم: $\triangle ABM \cong \triangle NCM$. چرا؟ بنا بر کدام حالت هم‌نهشتی این دو مثلث هم‌نهشت‌اند؟ احتمالاً درست حدس زده‌اید: (ض-ض). $\angle M_1 \cong \angle M_2$ ، $AM=MN$ و $MB=MC$.

از هم‌نهشتی این دو مثلث نتیجه می‌گیریم که: $\angle B \cong \angle C_1$. البته $\angle C_1$ همان $\angle MCN$ است. چون N درون $\angle BCD$ است، پس: $\angle DCM > \angle C_1$. در نتیجه: $\angle DCM > \angle B$ و این همان فرضی است که می‌خواستیم ثابت کنیم. اثبات قضیه زاویه بیرونی به وضوح وابسته به اصل‌ها و قضیه‌هایی است که تا کنون بدون استفاده از «اصل توازی» ثابت کرده‌ایم. اگر ما اصل توازی یا «اصل زاویه‌های متبادل» را که معادل هم هستند بپذیریم، آنگاه به سادگی ثابت می‌کنیم مجموع اندازه‌های زاویه‌های درونی هر مثلث برابر 180° درجه است. در این صورت اثبات قضیه زاویه بیرونی واضح است، زیرا: $m\angle DCB = 180^\circ - m\angle C$. پس: $m\angle DCB = m\angle A + m\angle B > m\angle B$ به همین ترتیب برای $\angle A$ ثابت می‌شود. با توجه به اهمیتی که قضیه زاویه بیرونی دارد، در شماره بعدی توضیح‌های بیشتری در مورد آن خواهیم داد.

اندازه‌های زاویه‌های بیرونی فقط در هر رأس یکی را در نظر می‌گیریم که بعداً نشان خواهیم داد این مجموع برابر 360° درجه است. وقتی زاویه بیرونی یک رأس مثلث را در نظر می‌گیریم، دو زاویه درونی دیگر را زاویه‌های درونی غیرمجاور آن می‌نامیم. قضیه مهمی را که اکنون می‌خواهیم ثابت کنیم در رابطه با همین اندازه‌های زاویه بیرونی و زاویه‌های درونی غیرمجاور است. این قضیه به صورت زیر است:

قضیه زاویه بیرونی: در هر مثلث اندازه هر زاویه بیرونی از اندازه هر زاویه درونی غیرمجاور آن بزرگ‌تر است. اثبات: آنچه را به عنوان فرض داریم و آنچه را که باید ثابت کنیم با نمادهای ریاضی می‌نویسیم. در $\triangle ABC$ ، $\angle DCB$ زاویه بیرونی نظیر رأس C است (شکل ۷). $\angle B$ و $\angle A$ زاویه‌های درونی غیرمجاور $\angle C$ از $\triangle ABC$ هستند. می‌خواهیم ثابت کنیم: $\angle DCB > \angle A$ و $\angle DCB > \angle B$ اولی را ثابت می‌کنیم و دومی مشابه آن است.

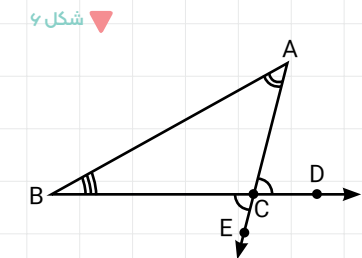


یکی از روش‌های حل مسئله یا اثبات بعضی قضیه‌ها در هندسه رسم خط‌های اضافی است. در واقع خط‌های اضافی قسمت‌های پنهان یک شکل در هندسه هستند. مسلماً در اینجا با توجه به مقدمه‌هایی که در مورد نامساوی بودن زاویه‌ها بیان کردیم، این تصور در ذهن ما تداعی می‌شود که اگر قضیه ما حل شده باشد، ثابت شده است که: $\angle DCB > \angle B$. پس باید نیم‌خطی با ابتدای C ، مانند CN ، از درون $\angle DCB$ گذشته باشد که اندازه $\angle NCB$ با اندازه $\angle B$ برابر باشد (شکل ۷).

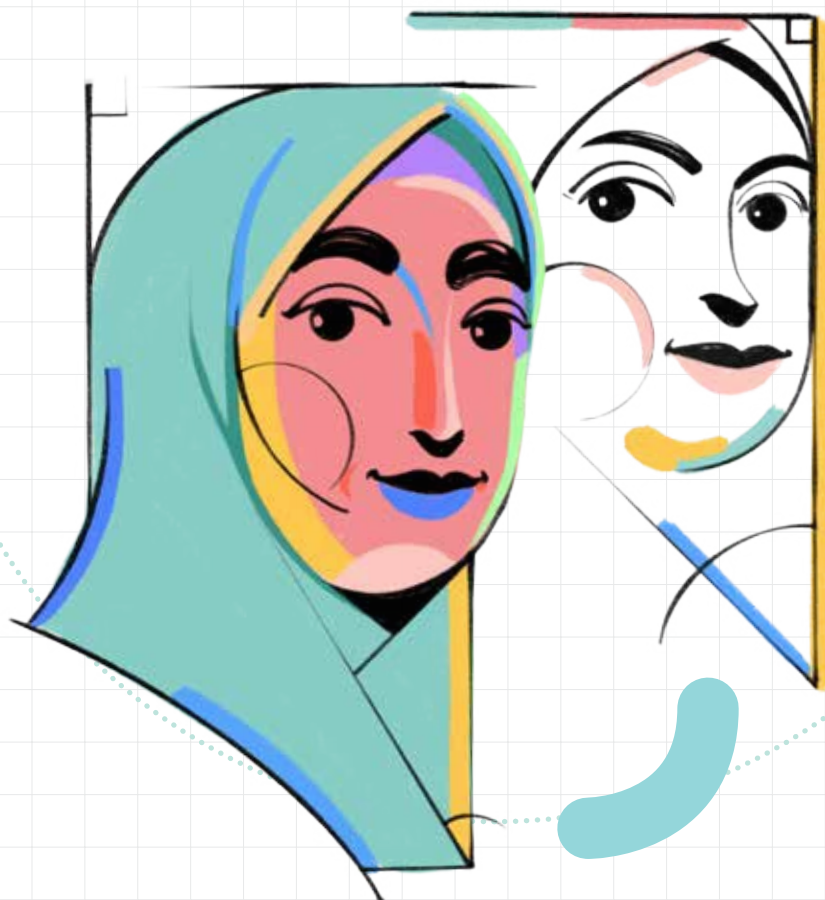
در واقع این مفهوم‌ها دقیقاً مشابه نامساوی بین عددهای حقیقی هستند. وقتی a و b دو عدد حقیقی باشند، به طوری که: $a < b$ ، آنگاه عدد حقیقی مثبت r وجود دارد به طوری که: $b = a + r$. بنابراین، اگر B ، A و C سه نقطه روی یک خط باشند که B بین A و C واقع باشد (شکل ۵)، آنگاه: $AB + BC = AC$. در نتیجه: $AC > AB$. زیرا اندازه پاره‌خط BC عددی مثبت است.

شکل ۵
قضیه زاویه بیرونی

اکنون به یکی از نامساوی‌های مهم و اساسی هندسه می‌رسیم که از نظر مقایسه با سایر هندسه‌های غیراقلیدسی از اهمیت زیادی برخوردار است. این قضیه به «قضیه زاویه بیرونی» معروف است. در شکل ۶، $\angle BAC$ ، $\angle CBA$ و $\angle ACB$ که گاهی آن‌ها را به $\angle A$ ، $\angle B$ و $\angle C$ نیز نشان می‌دهیم، زاویه‌های درونی مثلث ABC هستند.



اما $\angle ACD$ زاویه بیرونی نظیر رأس C می‌نامیم. در اینجا نیم‌خط CD را نیم‌خط متقابل نیم‌خط CB می‌نامند. پس D نقطه‌ای روی نیم‌خط متقابل نیم‌خط CB است. به عبارت دیگر، هر زاویه را که رأس آن رأس مثلث و یک ضلع آن شامل یک ضلع مثلث و ضلع دیگر آن نیم‌خط متقابل یا همان امتداد نیم‌خط شامل ضلع دیگر مثلث است، زاویه بیرونی نظیر آن رأس می‌نامیم. توجه داشته باشید که در هر رأس مثلث همواره دو زاویه بیرونی نظیر آن وجود دارد که متقابل به رأس هستند. در همان شکل ۷ $\angle BCE$ نیز زاویه بیرونی نظیر رأس C است. برای حل مسئله‌ها، بسته به اینکه به کدام نیاز باشد، آن را در نظر می‌گیریم. اما در محاسبه مجموع



ریاضی به روش گفت و گو

● خسرو داودی و آرش رستگار

قسمت اول: توسعه نظریه‌ها به کمک شباهت‌ها با نظریه‌های دیگر

خانم نظری به شباهت دو فرمول که یکی دربارهٔ عددهای طبیعی و دیگری مربوط به مجموعه‌هاست اشاره کرد. او گفت: «برای دو مجموعه A و B که تعداد اعضای آن‌ها متناهی باشند، داریم:

$$\#(A \cap B) + \#(A \cup B) = \#A + \#B$$

که در آن منظور از $\#A$ تعداد اعضای مجموعهٔ متناهی A است. همین‌طور برای دو عدد طبیعی a و b داریم:

$$(a, b)[a, b] = ab$$

که در آن (a, b) نمایندهٔ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و b و $[a, b]$ نمایندهٔ کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌هاست. آیا شما هم متوجه شباهت این فرمول‌ها می‌شوید؟ این شباهت را دقیق‌تر بررسی کنید و بگویید به خاطر این شباهت، نظریهٔ اعداد از نظریهٔ مجموعه‌ها چه می‌آموزد و برعکس نظریهٔ اعداد به نظریهٔ مجموعه‌ها چه یاد می‌دهد.»

طهورا و صفورا همیشه با هم درس می‌خواندند و با هم به مسئله‌ها فکر می‌کردند. حتی گاهی از هم درس می‌پرسیدند. پدر و مادرهای آن‌ها به ایشان اجازه می‌دادند که برای درس خواندن بعد از مدرسه به خانهٔ هم بروند. آخر مادر طهورا و مادر صفورا دوستان صمیمی بودند. خانم نظری هم از دوستی

تناسل اجتماع و اشتراک با k ، m و b ، m ، بعضی از ابعاد شباهت آن‌ها را می‌فهمم. مثلاً اجتماع که می‌گیریم مجموعه‌ها بزرگ می‌شوند و اشتراک که می‌گیریم مجموعه‌ها کوچک می‌شوند. درست مانند k ، m ، m ، دو عدد که از آن‌ها بزرگ‌تر است و b ، m ، دو عدد که از آن‌ها کوچک‌تر است. ضمناً فرمول دیگری به یاد می‌آید که در مورد عددهای طبیعی است، اما حتی از فرمول خانم نظری در مورد k ، m ، و b ، m ، به فرمول نظریهٔ مجموعه‌ها شبیه‌تر است. آن فرمول این است که برای هر دو عدد a و b داریم: $\max(a, b) + \min(a, b) = a + b$. **طهورا:** چه فرمول جالبی گفتی! از دیده پنهان مانند که فرمول تو برای هر دو عدد، حتی اگر عددهای طبیعی هم نباشند، برقرار است؛ همان‌طور که فرمول مجموعه‌ها برای هر دو مجموعهٔ متناهی برقرار است. در حالی که فرمول‌های k ، m ، و b ، m ، فقط برای عددهای طبیعی برقرارند. ضمناً در فرمول شما مجبور نیستیم به جای عمل جمع، عمل ضرب را قرار دهیم که البته شباهت فرمول‌ها را به هم نزدیک می‌کند. **خانم نظری:** بگذارید در بحث شما کمی دخالت کنم. ما برای بررسی شباهت

آن‌ها آگاه بود و به آن‌ها اجازه می‌داد در کلاس درس مباحثه کنند. بچه‌های دیگر هم از این مباحثه‌ها چیزهای زیادی یاد می‌گرفتند. طهورا و صفورا هر دو بسیار با هوش و خلاق بودند. **طهورا** این‌طور شروع کرد: «در نظر اول اگر بخواهم این دو فرمول را شبیه ببینم، ناچارم بعضی مفاهیم در یک طرف را با بعضی مفاهیم در طرف دیگر یکی بگیرم یا متناظر فرض کنم. مثلاً تعداد اعضای یک مجموعه در طرف دیگر با یک عدد متناظر است که البته هر دو از جنس عدد هستند. اما اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها، حتی قبل از اینکه تعداد اعضای آن‌ها را بشماریم، به نظر می‌رسد شبیه k ، m ، و b ، m ، هستند. روشن است که عمل جمع در فرمول مجموعه‌ها با عمل ضرب در فرمول عددهای طبیعی متناظر شده‌است.» **صفورا:** به نظرم شباهت‌هایی که گفتی و تناظرهایی که برقرار کردی ظاهری هستند و خیلی عمیق نیستند. اگر بگویم چرا چنین چیزی را با چنان چیزی متناظر کردی، تصور می‌کنم حرف زیادی نداشته باشی بزنی. به‌غیر از

و آن را به صورت زیر نشان می‌دهند:

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(x)$$

یعنی با وارد شدن x ماشین f کاری انجام می‌دهد تا خروجی $f(x)$ به دست آید. $f(x)$ یعنی عضو وابسته به x توسط f . به زبان مجموعه‌ها می‌توان نشان داد که ورودی از چه مجموعه عددهایی است و خروجی از چه مجموعه‌ای. تابع را به این صورت نشان می‌دهیم: $f: A \rightarrow B$. یعنی تابع (یا ماشین) f ورودی‌ها را در مجموعه A می‌گیرد و خروجی‌ها را مجموعه B را تشکیل می‌دهند. اگر قرار باشد مجموعه‌های A و B زیرمجموعه‌های مجموعه مرجعی مانند M باشند، وزن دادن به اعضای A می‌شود تابعی به عددهای طبیعی یا عددهای صحیح یا عددهای حقیقی $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ که وزن هر عضوی مثبت است. می‌توان f را با مقدارهای صفر در بیرون A توسعه داد و تابعی روی همه مجموعه مرجع را به دست آورد: $f: M \rightarrow \mathbb{R}$.

اگر f روی مجموعه A مقدار یک و بیرون آن مقدار صفر را بگیرد، f به ما همان نظریه مجموعه‌های معمولی را می‌دهد. اگر f بتواند مقدارهای طبیعی را هم بگیرد، همان مدلی را می‌دهد که برای اعضای مجموعه تکرار قائل شدیم. در هر صورت برای هر دو تابع $f, g: M \rightarrow \mathbb{R}$ تعریف می‌کنیم:

$$\max(f, g)(m) = \max(f(m), g(m))$$

$$\min(f, g)(m) = \min(f(m), g(m))$$

در این صورت $\max(f, g)$ و $\min(f, g)$ هم تابع‌هایی روی M هستند و در فرمول زیر صدق می‌کنند:

$$\max(f, g) + \min(f, g) = f + g$$

اگر مقدارهای تابع‌ها را به $\{0, 1\}$ محدود کنیم، فرمول

$$n(A \cap B) + n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

را می‌دهد. اگر دامنه را عددهای اول بگیریم و مقدارها را در $\{0, 1\}$ فرمول $(a, b)[a, b] = ab$ را می‌دهد. شما با نظریه جدید خود، دو نظریه قبلی را به هم پیوند داده‌اید.

و b عددهای گویا باشند هم می‌توان نوشت: $b = p_1^{\beta_1} \dots p_k^{\beta_k}$ و $a = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$ که در آن α_i و β_i عددهای صحیحی هستند، نه فقط عددهای طبیعی نامنفی!

سوم اینکه تو نظریه مجموعه‌ها را متحول کردی و همه دنیا را به هم ریختی. اگر برای اعضای یک مجموعه تکرار قائل شویم، یعنی بگوییم هر عضو $x \in A$ مثلاً n_x بار تکرار شده، باز هم می‌توان اجتماع و اشتراک را تعریف کرد:

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

اگر x در A تکرار n_x در B تکرار m_x باشد، آنگاه تکرار در $A \cap B$ را قرار می‌دهیم: $\min(n_x, m_x)$. همین‌طور تکرار x در $A \cup B$ را قرار می‌دهیم: $\max(n_x, m_x)$. باز هم رابطه

$$n(A \cap B) + n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

برقرار است؛ به شرط اینکه تعداد اعضای یک مجموعه را با احتساب تکرار حساب کنیم. یعنی مجموع تکرارهای اعضای مجموعه را تعداد اعضای آن بگیریم.

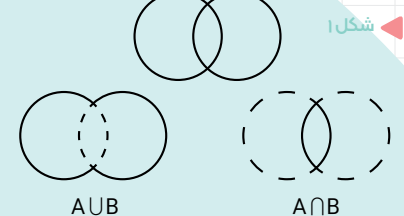
صغور: خب شما می‌توانستی تکرار تعداد اعضای یک مجموعه را عدد صحیح هم بگیری! تازه فرمول $\min(\alpha_i, \beta_i) + \max(\alpha_i, \beta_i) = \alpha_i + \beta_i$ برای α_i و β_i حقیقی دلخواه هم برقرار است. پس تکرار اعضای مجموعه را هم می‌توان عددهای حقیقی دلخواه گرفت.

خانم نظری: آفرین بر شما نظریه‌پردازان بزرگ! حالا من به شما می‌گویم که ریاضی‌دانان حرف‌های شما را چگونه قبلاً فرمول‌بندی کرده‌اند. شما در دوره ابتدایی با ماشین ورودی و خروجی آشنا شده‌اید. برای معرفی عبارت‌های جبری هم از آن در پایه هفتم استفاده کرده‌اید. برای مثال ماشین زیر، ورودی یعنی a را می‌گیرد و آن را دو برابر می‌کند. خروجی برابر $2a$ می‌شود:

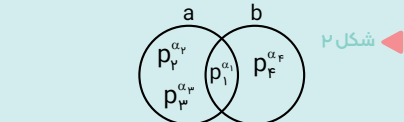
$$a \rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow 2a$$

در سال‌های بعد یاد می‌گیرید که در ریاضی به این ماشین «تابع» می‌گویند

نظریه‌ها ابزارهایی داریم. یکی از ابزارها باز فرمول‌بندی یک نظریه است. مثلاً شما فرمول $\#(A \cap B) + \#(A \cup B) = \#A + \#B$ را می‌توانید به زبان نمودار ون بیان کنید (شکل ۱).



طهور: نظریه اعداد را هم می‌توانم به زبان نمودار ون ترجمه کنم (شکل ۲).

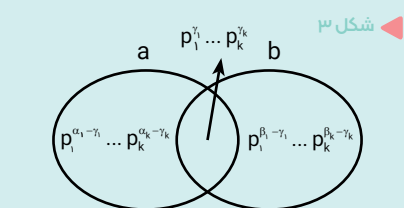


فرض کنید: $b = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ و $a = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_s^{\beta_s}$ در این صورت:

$$[a, b] = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} p_4^{\alpha_4} \dots \text{ و } (a, b) = p_1^{\gamma_1} \dots$$

صغور: می‌توانم آنچه را که طهور گفت به حالت کلی تعمیم دهم:

اگر $b = p_1^{\beta_1} \dots p_k^{\beta_k}$ و $a = p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}$ که در آن $\alpha_i \geq 0$ و $\beta_i \geq 0$ ، آنگاه: $[a, b] = p_1^{\gamma_1} \dots p_k^{\gamma_k}$ و $\gamma_i = \min(\alpha_i, \beta_i)$ در آن: $[a, b] = p_1^{\delta_1} \dots p_k^{\delta_k}$ و $\delta_i = \max(\alpha_i, \beta_i)$ که در آن: $\delta_i = \max(\alpha_i, \beta_i)$ و شکل نمودار ون به شکل ۳ خواهد بود.



طهور: عجب چیزی گفتی و چه حرف‌هایی زدی! ایده‌ها مثل سیلاب به ذهنم فرومی‌ریزند. یکی اینکه با توجه به آنچه گفتی، فرمول $(a, b)[a, b] = ab$ می‌شود همان فرمول $\min(\alpha_i, \beta_i) + \max(\alpha_i, \beta_i) = \alpha_i + \beta_i$ قبلاً اشاره کرده بودی. چه تیری در تاریکی رها کردی و به هدف هم زدی! دوم اینکه با این تعریفی که از ک.م.م و ب.م.م برحسب تجزیه a و b به عددهای اول ارائه کردی، می‌توان ک.م.م و ب.م.م عددهای گویا را تعریف کرد. چرا که اگر a



جهان با الفبای ریاضیات خلق شد!

گفت‌وگو با
دینا عباسی
دارندهٔ مدال برنز
مسابقهٔ بین‌المللی
نجوم و اختر فیزیک

اولین تماسم با دینا را مادرش پاسخ می‌دهد. انگار کمی زود تماس گرفته‌ام و مادر که می‌خواسته است مانعی برای استراحت فرزند عزیزش نباشد، تماسم را پاسخ می‌دهد. بسیار شمرده و کمی هم آهسته صحبت می‌کند. وقتی می‌گویم از مجلهٔ «رشد ریاضی برهان» تماس می‌گیرم و موضوع گفت‌وگو با دینا را مطرح می‌کنم، استقبال می‌کند و می‌گوید: «در اولین فرصت با شما تماس خواهند گرفت.»

پس از هماهنگی بعدی قرار می‌شود به‌زودی گفت‌وگویی داشته باشیم که زمان انجام آن خیلی طولانی نمی‌شود و آنچه در ادامه می‌خوانید، حاصل این گپ‌وگفت صمیمی است.

مستتر خویش را بر روی شما خواهد گشود.

● به‌جز درس ریاضی به درس دیگری هم علاقه‌مند هستید؟
چرا؟

○ به علوم رایانه، فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی و نظایر این‌ها نیز علاقه دارم، چرا که هر کدام جذابیت خاص خود را دارند و به نظر می‌رسد همکاری بین رشته‌ای در بخش‌های گوناگون بوده که سبب کشفیات نوین امروزی شده است.

● به نظر شما جذابیت‌های خاص ریاضی که باعث جذب افراد می‌شود چیست؟

○ به نظرم لحظهٔ برقراری ارتباط بین خلاقیت و منطق، جذاب‌ترین بخش ریاضیات و عامل گرایش ریاضی‌دانان

● ببخشید که سؤال تکراری است، اما می‌دانم برای مخاطبان جذاب خواهد بود که قبل از خواندن این گفت‌وگو با شما آشنایی داشته باشند.

○ موافقم. تکرار همیشه هم بد نیست! برای آشنایی مخاطبان خوب مجلهٔ رشد ریاضی برهان باید بگویم: دینا عباسی هستم، متولد تابستان سال ۱۳۸۸ در شهر تهران. دورهٔ ابتدایی را در «مدرسهٔ شهدای صنایع هواپیمایی» گذراندم و «دبیرستان دکتر ایوب آزاد حسینی» هم تاکنون محل دانش‌اندوزی من بوده است. از شروع علم‌آموزی، ریاضیات از جمله درس‌های مورد علاقهٔ من بود، ولی نقطهٔ اوج آن در دورهٔ اول متوسطه اتفاق افتاد. از نگاه من برجسته‌ترین خصیصهٔ ریاضی به‌چالش کشیدن هم‌زمان تفکر خلاق و تفکر منطقی انسان است که به قول پرفسور مریم میرزاخانی: «با اندکی تلاش و بردباری، وجاهت

المپیادها و ... برگزیده شده‌اید و چه مدال‌هایی کسب کرده‌اید؟ موفقیت در چنین رخدادهایی چه امتیازاتی می‌تواند به دنبال داشته باشد؟

○ امسال در «مسابقه بین‌المللی نجوم و اخترفیزیک» و مسابقه‌های کشوری «برنامه‌نویسی کیدکد» شرکت کردم و موفق به کسب مقام شدم. هم‌اکنون نیز برای «المپیاد جهانی ریاضی‌دانان جوان» آندونزی آماده می‌شوم. این فرصت‌ها از اهمیت بالایی برخوردار هستند و علاوه بر گسترش سطح علمی، به «کارنامک» (رزومه) تحصیلی دانش‌آموز می‌افزایند و شانس دریافت «رتابه» (بورس تحصیلی) را از دانشگاه‌های معتبر جهان بیشتر می‌کنند.

می‌گویند ریاضی پرکاربردترین دانش و مادر تمام علوم است. شما چه نظری دارید و اگر این گفته را تأیید می‌کنید، دلایلتان چیست؟

○ مطمئناً همین‌گونه است؛ از تار عنکبوت گرفته تا کشش سطحی حباب‌ها همگی از قوانین ریاضیات پیروی می‌کنند و علوم دیگر از مشتقات آن هستند. بنابراین غفلت از ریاضیات به همه دانش‌ها آسیب می‌زند. با این گفته‌ها سخنی از **لئوناردو داوینچی** را به یاد می‌آورم: «هیچ دانشی را نمی‌توان دانش واقعی دانست، مگر اینکه به‌صورت ریاضیات متجلی شود.»

عده‌ای دیگر ریاضیات را ابزار قدرتمند درک جهان می‌دانند. آیا شما این ایده را قبول دارید؟ دلایل خود را توضیح دهید.

○ ریاضی پنجره‌ای است به سوی عجایب نهفته در گیتی؛ از بزرگ‌ترین جرم‌ها تا کوچک‌ترین آن‌ها. مثلاً جالب است بدانید که معادله‌ای به نام «معادله دریک» ابداع شده که تعداد تمدن‌های فرازمینی کهکشان راه شیری را تخمین زده است. فکر کنم این گفته **گالیله** صحبت مرا کامل‌تر می‌کند: «کتاب بزرگ طبیعت را با علائم ریاضی نگاشته‌اند. قوانین طبیعت به زبان ریاضیات نوشته شده است. ریاضیات الفبایی است که خداوند جهان را بر مبنای آن خلق کرد.»

یکی از خاطراتتان را از دوره تحصیل و در ارتباط با درس و معلمان ریاضی برابمان بگویید.

○ عملکرد من در این درس همیشه قابل قبول بوده و معلمانم از من راضی بوده‌اند. دوستانم از من کمک می‌گرفتند و یقین داشتند که در این زمینه استعداد دارم. به خاطر می‌آورم که در اولین امتحانم در یکی از سال‌های تحصیلی، به دلیل خلاقیت در حل سؤال، مورد

به آن است. شوق برخی دانش‌آموزان را نسبت به زیبایی ریاضیات هنگام تعیین رشته دیده‌ام و ذوق و خوشحالی آنان همیشه برایم جالب و شیرین بوده است. تصور می‌کنم با جا انداختن درست مفاهیم ریاضی، با از بین بردن نگرش خشک عموم مردم نسبت به ریاضیات، و آشکارسازی ظرفیت‌های ارزشمند آن برای همگان به‌خصوص کودکان، نگاه به این رشته تغییر کند و به‌طور حتم اتفاقات درخشانی در انتظار دانش‌آموزان ما خواهد بود.

روش شما برای یادگیری ریاضی چه بوده است؟ آیا این روش را به دیگران هم توصیه می‌کنید؟

○ گوش فرادادن با اشتیاق و دقت به توضیحات دبیر شیوه فراگیری همیشگی من بوده است. اعتقاد دارم که با این دو عنصر زرین‌فام می‌توان به‌مراتب والا دست یافت. البته که سبک‌های بسیاری وجود دارند و افراد باید با توجه به سلیقه و علاقه‌های خود، راه مختص به خود را پیدا کنند.

آیا به‌جز کتاب درسی کتاب‌هایی دیگری هم مطالعه می‌کنید؟

○ بله، و قصد دارم در تابستان پیش رو کتاب‌های پیشنهادشده توسط استادان ریاضی، زندگی‌نامه آنان و برخی کتاب‌های تخصصی المپیاد را مطالعه کنم و دید خود را در این حوزه گسترش دهم.

از کی با مجله رشد ریاضی برهان آشنا شدید؟ چگونه و توسط چه کسی؟ لطفاً توضیح دهید.

○ از طریق دبیر خوب ریاضی‌ام، خانم طاهری و در پایه نهم که در صحبت‌هایشان بارها به مجله برهان اشاره کردند. به‌نحوی که کنجکاو شدم این مجله را بخوانم و مطالب تازه‌ای حول محور ریاضی یاد بگیرم.

آیا در دوران تحصیل به‌جز مجله رشد ریاضی برهان، دیگر مجلات رشد را هم خوانده‌اید؟ لطفاً نام ببرید و توضیح دهید.

○ در دوره ابتدایی، مدرسه مجله‌های رشد کودک و نوجوان را به مدت دو سال در اختیارمان گذاشت و از آن‌ها بهره بردیم. ولی متأسفانه تعداد معدودی از دانش‌آموزان با مجلات تخصصی رشد آشنا هستند و باید اطلاع‌رسانی وسیع‌تری صورت بگیرد.

در چه دوره‌هایی از تحصیل در مسابقه‌های ریاضی،



کرده‌اند. از آنجا که دنیا به سمت هوش مصنوعی و صنعتی‌تر شدن می‌رود، عموم مردم نگرش بازتر و روشن‌تری به دانش ریاضیات و رایانه دارند.

● به نظر شما ریاضی در آینده چگونه به زندگی بشر کمک خواهد کرد؟

○ ریاضیات از لذت‌بخش‌ترین علوم دنیاست و بزرگان این حوزه پیش‌بینی می‌کنند که ریاضی در آینده نزدیک اهمیت بسزایی می‌یابد و باید بیش از پیش مورد حمایت قرار گیرد.

● از اندیشمندان و صاحب نظران معاصر ریاضی چه کسانی را می‌شناسید و چگونه با آن‌ها آشنا شده‌اید؟

○ با افرادی مانند پروفسور میرزاخانی، بهبهانی، حسابی و ... یا از طریق تحقیق برای مدرسه و یا از طریق گروه‌هایی در فضای مجازی، آشنا شده‌ام. شوربختانه دانش‌آموزان کمی با این الگوها آشنا هستند و باید این بزرگان به‌نحو مؤثرتری به دانش‌آموزان معرفی شوند.

● اگر موضوعی وجود دارد که در سؤال‌ها به آن‌ها پرداخته نشده است، و تمایل دارید درباره آن‌ها صحبت کنید، بیان فرمایید.

○ در آخر باید موضوع تأسف‌باری را بیان کنم: تصور غلطی بین افراد جامعه به‌خصوص معلمان متداول شده است که آن را به والدین، و والدین به دانش‌آموزان انتقال می‌دهند؛ اینکه ریاضی سخت است و طاقت‌فرسا. این مشکل تا حدی برجسته شده است که دانش‌آموزان از شنیدن نام ریاضی دچار فشار روانی می‌شوند و از دست آن فراری هستند. باید تصمیماتی جدی در این باره گرفته شود تا در آینده بیشتر شاهد پرورش نخبگان آتی‌ه‌ساز باشیم.

پی‌نوشت

تمجید قرار گرفت؛ احساس خارق‌العاده‌ای به من دست داد.

● نظرتان در مورد مجله رشد ریاضی برهان و اگر دیگر مجله‌های رشد را خوانده‌اید، در هر دو مورد چیست؟

○ اگر مجلاتی نظیر مجله رشد برهان رایج شوند و حتی زنگ‌های مطالعه بین ساعت‌های ۹ تا ۱۲ دانش‌آموزان آن‌ها را در مدرسه بخوانند، یقیناً جامعه توسعه خواهد یافت.

● دوست دارید در مجله رشد ریاضی برهان، علاوه بر مطالب فعلی، چه مطالبی چاپ شوند؟

○ اگر موضوع‌های بنیادی، نظریات، ناسازنماها (پارادوکس‌ها)، مسائل حل‌نشده، فرمول‌های جذاب، خصوصیات جالب عددها، نقش اساسی ریاضی در طبیعت و زندگی روزمره، و مخصوصاً معرفی مسابقه‌های جهانی نیز به مجله افزوده شوند، قطعاً خوانندگان بیشتری را به تعمق وامی‌دارند و دایره گسترده‌تری از مخاطبان را در بر می‌گیرند؛ برای مثال موضوع‌های جذاب و خواندنی نظیر: عددهای خوش‌حال، هیش، موافق و لیلند، ناسازنماهای زنون و برتراند، قضیه‌های مونت‌پال و بیز، عدد گراهام، ثابت آپری و ...

● به جز کتاب‌های درسی چه کتاب‌هایی با موضوع ریاضی خوانده‌اید؟ آیا آن را به دانش‌آموزان دیگر توصیه می‌کنید؟ لطفاً دلایل خود را توضیح دهید.

○ کتاب‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس و محافل ریاضی: تجربه روس‌ها، به خاطر ضروری بودن آن‌ها برای المپیاد، از مواردی هستند که مطالعه آن‌ها را به دانش‌آموزان توصیه می‌کنم.

● نظر خانواده شما در مورد ریاضی چیست؟ آیا در این زمینه مشوق شما بوده‌اند؟

○ خانواده من همواره در تک‌تک لحظه‌های زندگی مرا حمایت و در هر وهله از مسیر موفقیت مرا همراهی

اشتباه‌های محاسباتی؛ توان

افشین خاصه‌خان

دروود و احترام خدمت دوستداران درمانگاه ریاضی. آغاز سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴ را به شما تبریک عرض می‌کنم. امیدوارم در سال تحصیلی جدید نیز همانند سال‌های قبل ما را دنبال کنید تا ما هم با انرژی در خدمت شما عزیزان باشیم. در اولین شماره این سال تحصیلی هم، طبق روال سال قبل، به یک اشتباه متداول دیگر می‌پردازیم. امیدواریم مورد توجه قرار گیرد.

اشتباه متداول ۱

به توان رساندن یک جمله‌ای‌های ضرب‌دار

یکی از اشتباه‌های متداول دانش‌آموزان در به توان رساندن یک جمله‌ای‌های ضرب‌دار اتفاق می‌افتد. موقع به توان رساندن یک جمله‌ای‌ها، معمولاً ضرب عددی را به توان نمی‌رسانند و توان را فقط بر متغیرها اعمال می‌کنند؛ مانند:

$$(3x^2y)^2 = 3^2x^4y^2 \quad \text{و} \quad (-b^3)^2 = -b^6$$

تشخیص علت

به نظر می‌رسد علت اصلی این خطا بدفهمی دانش‌آموزان از مفهوم توان باشد. اما با کمی دقت بیشتر متوجه می‌شویم، توان برای متغیرها درست اعمال شده است. همچنین، در مثال دوم، توان برای b اعمال شده، اما برای علامت منفی نه. لذا احتمال بدفهمی مفهوم توان بسیار کم‌رنگ‌تر می‌شود. با توجه به تجربه سال‌ها تدریس، به نظر من دانش‌آموزانی که مرتکب چنین خطاهایی می‌شوند، قانون $(ab)^2 = a^2b^2$ را می‌دانند، اما وقتی یک عدد (حتی -۱) به جای متغیر a قرار می‌گیرد، آن‌ها این قانون را برای عددها به کار نمی‌برند. به تصور آن‌ها این قانون فقط برای متغیرها برقرار است و عددها از این قانون مستثنا هستند.

درمان

برای درمان این مشکل لازم است این دانش‌آموزان چگونگی کاربرد قانون‌هایی را که با متغیرها بیان می‌شوند بدانند. به همین خاطر لازم است ابتدا مفهوم متغیر را به درستی بفهمند و سپس کاربرد قانون‌ها و قالب‌هایی را که با متغیرها بیان می‌شوند، درک کنند. آن‌ها باید درک کنند که به جای متغیرها در این قانون‌ها می‌تواند یک عدد (مثلاً -۱) یا یک متغیر دیگر یا یک عبارت یک جمله‌ای و حتی یک عبارت پیچیده‌تر جایگزین شود. دانش‌آموزان باید این قانون را برای هر کدام از آن‌ها اجرا کنند؛ همانند مثال‌های زیر:

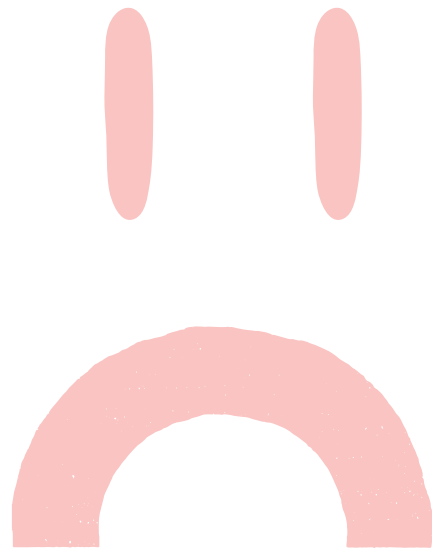
$$\underbrace{(3x^2y)^2}_{a \quad b} = \underbrace{(3)^2}_{a} \underbrace{(x^2y)^2}_{b} = 9x^4y^2 \quad \text{و} \quad \underbrace{(-b^3)^2}_{ab} = \underbrace{(-1)^2}_{a} \underbrace{(b^3)^2}_{b} = 1 \times b^6 = b^6$$

نسخه تکمیلی

بهتر است این دانش‌آموزان مفاهیم توان و قانون‌های آن، همچنین مفاهیم عبارت‌های جبری و اعمال روی آن‌ها را از کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم با دقت یاد بگیرند. یعنی متن کتاب را با تأمل بخوانند، فعالیت‌های کتاب را انجام دهند، مطالب یادگرفته خود را با مثال‌ها تطبیق دهند، کار در کلاس‌ها را و در پایان مسائل آخر هر درس را حل کنند. در این صورت می‌توانند درک درستی از توان و عبارت‌های جبری داشته باشند و در به کاربردن عبارت‌های جبری در قانون‌ها توان مهارت کافی کسب کنند. در صورت علاقه بیشتر می‌توانند سؤالات بیشتری را از کتاب‌های معتبر حل کنند و بر مهارت خود بیفزایند.

● خسرو داودی
بیایید کمی فکر کنیم!

کیسه‌های پلاستیکی را ارزان نخرید!



● کمی فکر کنیم

دو خاطره تعریف کنم تا ذهن شما با مطلبی که می‌خواهم بگویم، ارتباط بهتری برقرار کند. چند سال پیش به یکی از کشورهای اروپایی سفر کردم. یک بلوز به قیمت ۵ یورو به‌عنوان سوغاتی از یک مغازه خریدم. موقع پرداخت پول، فروشنده از من پرسید: آیا کیسه پلاستیکی می‌خواهید؟ من هم به‌طور طبیعی جواب دادم، بله. فروشنده ۶ یورو از من گرفت. با کمال تعجب پرسیدم: قیمت کالا که ۵ یورو بود، چرا ۶ یورو گرفتید؟ فروشنده گفت: یک یورو برای کیسه پلاستیکی! خجالت کشیدم بگویم کیسه را نمی‌خواهم. در مغازه بعدی، وقتی فروشنده همان سؤال را تکرار کرد، سریع جواب دادم: نه، لازم ندارم. پیش خودم گفتم: چقدر خوب است که قیمت کیسه را آن‌قدر بالا برده‌اند که کسی علاقه‌ای به استفاده از آن نداشته باشد.

خاطره دوم به خرید از یک میوه‌فروشی داخل شهر تهران مربوط است. می‌خواستم از هر میوه مقدار کمی خریداری کنم. مجبور بودم چند عدد پرتقال را در یک کیسه پلاستیکی بریزم. چند عدد خیار، چند عدد سیب و چند عدد نارنگی هم به کیسه‌های جدا احتیاج داشتند، چون قیمت میوه‌ها متفاوت بود. در ذهن خودم به‌خاطره بالا فکر می‌کردم که ما چقدر راحت و آسوده کیسه‌های پلاستیکی را مصرف می‌کنیم. تصمیم گرفتم بعد از اینکه فروشنده میوه‌ها را وزن کرد و پول آن‌ها را حساب کرد، همه را در یک کیسه خالی کنم و سه کیسه دیگر را به مغازه‌دار پس بدهم تا این‌طوری تا حدی صرفه‌جویی کنم. اما در کمال تعجب دیدم فروشنده چهار کیسه مرا را در یک کیسه بزرگ‌تر گذاشت و من هرچه اصرار کردم که دیگر این کیسه بزرگ را نگیرم، قبول نکرد! می‌گفت: صاحب مغازه به ما گفته هر کس از مغازه ما خارج می‌شود، باید با یک کیسه بزرگ برود!





● محاسبه کنیم

برای اینکه عمق فاجعه را در مصرف بی‌رویه کیسه‌های پلاستیکی بهتر درک کنیم، چند محاسبه ساده انجام می‌دهیم. فرض کنید هر خانواده فقط هفته‌ای یک بار میوه و سبزی بخرند. با توضیحی که در خاطره دوم دادم، برای هر بار خرید حداقل شش کیسه پلاستیکی در نظر می‌گیریم:

کیسه پلاستیکی $۳۱۲ \times ۵۲ = ۱۶۲۲۴$ هفته

اگر جمعیت کشور را در حدود ۸۰ میلیون نفر در نظر بگیریم و هر خانواده را به‌طور متوسط چهار نفری فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} ۸۰۰۰۰۰۰۰ \div ۴ &= ۲۰۰۰۰۰۰۰ && \text{تعداد خانواده‌ها} \\ ۲۰۰۰۰۰۰۰ \times ۳۱۲ &= ۶۲۴۰۰۰۰۰۰ && \text{تعداد کیسه‌های استفاده‌شده در یک سال} \end{aligned}$$

به عبارت دیگر، در حدود شش میلیارد عدد کیسه پلاستیکی فقط برای خرید میوه و سبزی استفاده می‌شود. این مقدار فقط برای خرید میوه و سبزی است، اگر خریدهای روزانه را در نظر بگیریم، بسیار بیشتر از این خواهد شد. من یک مرتبه برای نمونه تعداد کیسه‌های پلاستیکی را که در یک هفته بابت خریدهای متعدد به منزل ما وارد شده بود، شمردم. حدود ۳۰ عدد بود. همین را برای یک سال و برای کشور محاسبه می‌کنیم.

تعداد کیسه‌های پلاستیکی در یک سال $۱۵۶۰ = ۵۲ \times ۳۰$

$$۲۰۰۰۰۰۰۰ \times ۱۵۶۰ = ۳۱۲۰۰۰۰۰۰۰۰$$

یعنی در یک سال فقط در کشور ما در حدود ۳۱ میلیارد کیسه پلاستیکی مصرف می‌شود. این در حالی است که تمام دنیا در حال بررسی روش‌هایی برای کاهش مصرف کیسه‌های پلاستیکی هستند، چرا که این کیسه‌ها بسیار دیر تجزیه می‌شوند و به محیط‌زیست آسیب زیادی می‌زنند.

● بیشتر فکر کنیم

کشورهای پیشرفته در حال برنامه‌ریزی برای کاهش مصرف پلاستیک هستند. برای مثال، به بازیافت آن از راه‌های متفاوت فکر می‌کنند، یا در زمان خرید مشتریان از فروشگاه‌ها، به جایگزین کردن کیسه‌های قابل بازیافت مثل پاکت‌های کاغذی یا استفاده از کیسه‌های پارچه‌ای و تشویق مشتریان به این موضوع توجه می‌کنند. برای کسانی هم که در هنگام خرید از کیسه‌های پارچه‌ای چند بار مصرف استفاده می‌کنند، جایزه‌هایی تشویقی در نظر می‌گیرند.

به این خبر توجه کنید: «سازمان محیط‌زیست ایران گفته است، فروشگاه‌های زنجیره‌ای دیگر کیسه رایگان پلاستیکی توزیع نکنند. مهدی خادم نائینی، مدیر کل دفتر مدیریت پسماند سازمان حفاظت محیط‌زیست گفته است، به مناسبت هفته زمین پاک، فروشگاه‌ها کیسه پلاستیکی رایگان به مشتریان ارائه نمی‌دهند. به گفته او، سالانه ۲۱ تن کیسه پلاستیکی فقط در میادین میوه و تره‌بار شهر تهران استفاده می‌شود که رقم بسیار بالایی است.»

خدا را شکر می‌کنیم که بالاخره مسئولان ما نیز به فکر افتاده‌اند در این زمینه کاری انجام دهند. شما دانش‌آموز عزیز که این مطلب را می‌خوانید نیز باید در این زمینه اقدام کنید. نسبت به موضوع استفاده بی‌رویه از پلاستیک حساس باشید و به اطرافیان خودتان تذکر دهید. خودتان هم تلاش کنید به مرور این فکر را در ذهنتان به عادت تبدیل کنید و از همین امروز به فکر آینده محیط‌زیست خودتان باشید.



● روح‌الله خلیلی بروجنی

اولین ابزار موقعیت‌یاب مکانی

یکی از دغدغه‌های انسان‌های اولیه، تعیین موقعیت مکانی بود که در آن زندگی می‌کردند، تا اگر به هر دلیلی از آن مکان دور می‌شدند، دوباره بتوانند به آنجا بازگردند. آن‌ها با به‌خاطر سپردن منظره‌های طبیعی و دیدنی سعی می‌کردند پس از دور شدن از محل زندگی خود، دوباره آنجا را پیدا کنند. با گذشت زمان، انسان‌ها برای تعیین عرض جغرافیایی (محدوده شمال یا جنوب) و طول جغرافیایی (محدوده شرق یا غرب) بر اساس جهت خورشید، موقعیت ستارگان و صورت‌های فلکی، روش‌های هوشمندانه‌تری را پیدا کردند تا بتوانند موقعیت یک مکان مشخص را نشان دهند. در این مقاله، با نحوه کار اولین دستگاه ناوبری جهان که ابزاری بسیار ساده ولی هوشمندانه برای ناوبری (تعیین موقعیت مکانی) است آشنا می‌شویم. این ابزار که از یک تخته چوبی کوچک و تکه‌نخی به طول دست شخص در حالت باز تشکیل شده بود، کمال (به معنای راهنما) نام داشت که حدود ۱۱۰۰ سال قبل دانشمندان مسلمان آن را ابداع و معرفی کردند. کمال در دریانوردی در دوران خود و پس از آن نقش بسیار مهمی داشت. کمال به این صورت کار می‌کرد که:

ستاره قطبی بخشی از صورت
فلکی دب‌اصغر است.

با اندازه‌گیری زاویه بین ستاره
قطبی و امتداد افق عرض
جغرافیایی محلی که هستیم
به دست می‌آید.

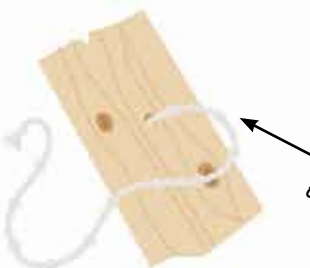
۱. مردم در سراسر جهان به تدریج متوجه شدند نگاه کردن به آسمان شب و اندازه‌گیری عرض جغرافیایی یک راه خوب برای تعیین موقعیت مکانی خودشان است. در حالی که تمامی ستارگان در طول شب حرکت می‌کنند، به نظر می‌رسد تنها ستاره قطبی (که ستاره شمالی نیز نامیده می‌شود) بدون هیچ حرکتی در همان موقعیت خود باقی می‌ماند. ارتفاع ستاره قطبی در آسمان شب به موقعیت شما در زمین بستگی دارد.

خط دید

۳. تخته را به‌گونه‌ای مقابل
صورت خود می‌گرفت که لبه
پایینی آن با افق و لبه بالایی
تخته با ستاره قطبی هم‌تراز
باشد. برای ثبت موقعیت خود،
در طرف آزاد نخ کشیده‌شده یک
گره می‌زد.

۲. مسافر قبل از خروج از خانه، گرهی را در یک طرف
نخ می‌زد و نخ را از طرف دیگر آن، از سوراخ روی
تخته چوبی می‌گذراند و با دندان‌های خود سر آزاد
نخ را محکم نگه می‌داشت. اندازه گره به قدری بود
که مانع عبور نخ از سوراخ روی تخته چوبی می‌شد.

گره



ستاره قطبی و عرض جغرافیایی

ستاره قطبی بخشی از صورت فلکی دب اصغر است. با اندازه‌گیری زاویه بین ستاره قطبی و امتداد افق، عرض جغرافیایی محل قرارگیری ما به دست می‌آید. ستاره قطبی برای یافتن عرض جغرافیایی مفید است، زیرا به طور مستقیم بالای قطب شمال قرار دارد. به همین دلیل، با چرخش زمین حول محور خود، موقعیت آن تغییر نمی‌کند. اگر در خط استوا باشید، عرض جغرافیایی شما برابر صفر است (که به صورت ۰ درجه نوشته می‌شود). همین‌طور که به طرف شمال حرکت می‌کنید، عرض جغرافیایی شما نیز افزایش می‌یابد، به‌طوری که در قطب شمال، که ستاره قطبی درست بالای سر شما قرار می‌گیرد، عرض جغرافیایی به ۹۰ می‌رسد (که به صورت ۹۰ درجه شمالی نوشته می‌شود). متأسفانه، این روش برای مسافران جنوب خط استوا کار نمی‌کند، زیرا ستاره‌های مانند ستاره قطبی در آسمان شب نیمکره جنوبی وجود ندارد.

ستاره قطبی
 (۹۰° شمالی)

استوا (۰°)



در موقعیت جدید مسافر، ستاره قطبی در آسمان بالاتر است، به این معنی که او به سمت شمال حرکت کرده است.

۴. هنگامی که مسافر به مقصد جدیدی می‌رسد، از کمال استفاده می‌کند تا با نزدیک‌تر کردن یا دورتر کردن تخته چوبی به صورت خود، خوانشی جدید از موقعیت ستاره قطبی در آسمان بگیرد. او برای ثبت موقعیت جدید خود گره دیگری به نخ می‌زد.

۵. گاهی لازم بود مسافر در کمال خود گره‌های زیادی بزند تا مکان‌های مهم را در آن ثبت کند. اگر مسافر گم می‌شد، می‌توانست از کمال خود استفاده کند تا بفهمد قبلاً به کدام مکان ثبت‌شده در کمال نزدیک بوده است. هرچند کمال به او نشان نمی‌داد چگونه به محل موردنظر برسد، ولی به او می‌فهماند در شرق یا غرب کدام مکانی است که از قبل مشخص کرده است.

زاویه یاب دریایی

با گذشت زمان، دانشمندان روش‌های پیشرفته‌تری برای پیدا کردن عرض جغرافیایی ابداع کردند؛ مثل استفاده از زاویه یاب دریایی که می‌تواند زاویه بین افق و خورشید و ستارگان را با دقت خوبی اندازه‌گیری کند و به مسافران امکان دهد موقعیت‌های خود را با دقت بیشتری مشخص کنند.



منابع

1. <https://astroedu.iau.org/en/activities/navigating-with-the-kamal-northern-hemisphere>
2. [https://en.wikipedia.org/wiki/Kamal_\(navigation\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Kamal_(navigation))
3. <https://exploration.marinersmuseum.org>

شمار پول را می‌شناسید؟

انواع پول

پول می‌تواند به شکل اسکناس، سکه، پول الکترونیکی و یا اوراق بهادار باشد.

تعریف پول

آیا شما به برنامه‌ریزی مالی و اقتصادی آینده خود فکر کرده‌اید؟ آیا می‌دانید با استفاده از «سواد ریاضی» خود می‌توانید به طرز مؤثری سواد مالی کسب کنید. ریاضی در رشته‌های متفاوت علمی کاربرد دارد. یکی از کاربردهای سواد ریاضی در علم اقتصاد است. مفاهیم پایه‌ای سواد مالی، مانند مفهوم وام، سود، سرمایه‌گذاری و مالیات، همگی نیازمند درک اصول ریاضی هستند. شما با تسلط بر مفاهیم ریاضی قادر به درک بهتر و عمیق‌تر این مفاهیم مالی خواهید بود. در سال جدید می‌خواهیم اصول سواد مالی را یاد بگیریم و در نخستین گام بنا داریم با مفهوم ریاضی «پول» آشنا شویم. پول نقشی اساسی در اقتصاد و زندگی روزمره ما دارد. برای درک بهتر این مفهوم مهم، آشنایی با ماهیت ریاضی و کاربردهای آن ضروری است.

کارکردهای پول

پول به عنوان واحد حساب، مبنایی برای ارزش‌گذاری کالاها و خدمات و همچنین ذخیره ارزش است.

ماهیت پول

پول وسیله مبادله در معاملات اقتصادی است که امکان تبادل کالاها و خدمات را فراهم می‌آورد.

مثال ریاضی انواع پول

فرض کنید شخصی در حساب بانکی خود ۱۰۰۰۰۰ تومان دارد. این مبلغ را می‌تواند به شکل‌های زیر نگهداری کند:

الف) اسکناس:

- ۱۰۰ عدد اسکناس ۱۰۰۰۰ تومانی
- ۲۰ عدد اسکناس ۵۰۰۰۰ تومانی

ب) سکه:

- ۲۰۰۰ عدد سکه ۵۰۰ تومانی

ج) پول الکترونیکی:

- ۱۰۰۰۰۰۰ تومان در حساب بانکی

د) اوراق بهادار:

- ۱۰ عدد اوراق بهادار ۱۰۰۰۰۰ تومانی
در هر چهار حالت، مجموع ارزش اسکناس‌ها، سکه‌ها، پول الکترونیکی یا اوراق بهادار برابر ۱۰۰۰۰۰۰ تومان است. این نشان می‌دهد که پول می‌تواند به شکل‌های متنوع ظاهر شود، اما همه آن‌ها نمایانگر مقدار ارزش یکسانی هستند.

مثال ریاضی کاربردهای اصلی پول

فرض کنید در یک فروشگاه لوازم الکترونیکی هستیم. در این فروشگاه، یک تلویزیون ۵۰ اینچی ۲۵۰۰۰۰۰ تومان، یک رایانه کیفی (لپ‌تاپ) ۱۵ اینچی ۳۵۰۰۰۰۰ تومان، و یک چاپگر جوهرافشان ۵۰۰۰۰۰۰ تومان قیمت دارد. در اینجا، از پول (تومان) به عنوان واحد حساب استفاده می‌کنند تا قیمت کالاها به صورت مقایسه‌پذیر بیان شود. به این ترتیب، مشتری می‌تواند پس از مقایسه قیمت‌های کالاها در این فروشگاه، بهترین گزینه را انتخاب کند. پس در این مثال، پول به عنوان واحد حساب عمل می‌کند و به مشتریان امکان مقایسه قیمت‌ها را می‌دهد.

مثال ریاضی ماهیت پول

فرض کنیم شخصی ۵ کیلوگرم سیب دارد و می‌خواهد آن را با ۱۰ کیلوگرم برنج مبادله کند. در این صورت می‌توانیم مسئله را به صورت زیر نشان دهیم:
۵ کیلوگرم سیب = x پول
۱۰ کیلوگرم برنج = y پول
از آنجا که پول وسیله مبادله کالا است، می‌توانیم بنویسیم:
۵ کیلوگرم سیب = x پول
۱۰ کیلوگرم برنج = y پول
 $x = y$
یعنی ارزش ۵ کیلوگرم سیب برابر با ارزش ۱۰ کیلوگرم برنج است و هر دو با مقدار x پول مبادله می‌شوند. این نشان می‌دهد که پول نقش وسیله مبادله را ایفا می‌کند.

اندازه‌گیری ارزش

پول به عنوان واحد حساب، ارزش کالاها و خدمات را به شکل واحدی قابل اندازه‌گیری می‌کند و امکان مقایسه آن‌ها را فراهم می‌آورد.

تسهیل مبادله‌ها

پول به عنوان واسطه، در مبادله‌های اقتصادی نقش اصلی را ایفا می‌کند و باعث جریان یافتن روان کالاها و خدمات در اقتصاد می‌شود.

تأثیر بر اقتصاد کلان

میزان و چگونگی گردش پول در جامعه می‌تواند بر متغیرهای کلان اقتصادی مانند تورم، رشد اقتصادی و نرخ ارز تأثیر بگذارد.

در اقتصاد
نقش پول

اندازه‌گیری ارزش

فرض کنید شما یک کالای خاص را به قیمت ۵۰ هزار تومان خریده‌اید. بعد از چند سال، این کالا به قیمت ۷۵ هزار تومان فروخته می‌شود. برای محاسبه افزایش ارزش این کالا از نظر پولی، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{درصد افزایش ارزش} = \frac{(\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروش})}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

در این مثال، داریم:

$$\text{درصد افزایش ارزش} = \frac{(75000 - 50000)}{50000} \times 100 = 50\%$$

پس ارزش این کالا در طول زمان ۵۰ درصد افزایش یافته است. به عبارت دیگر، اگر فرد این کالا را با قیمت ۵۰۰۰۰ تومان خریده باشد و بعد از چند سال آن را به قیمت ۷۵۰۰۰ تومان بفروشد، ارزش پولی آن ۵۰ درصد افزایش یافته است. این محاسبه ریاضی به ما کمک می‌کند ارزش واقعی کالا را در طول زمان بهتر درک کنیم و تصمیم‌گیری مالی هوشمندانه‌تری داشته باشیم.

پول و نرخ ارز

فرض کنید در سال ۲۰۲۳، نرخ تبدیل یورو به تومان ۳۰۰۰۰ تومان بوده است. یعنی با ۱ یورو می‌توانستیم ۳۰۰۰۰ تومان خرید کنیم. در سال ۲۰۲۴ این نرخ تبدیل به ۳۵۰۰۰ تومان در برابر یک یورو افزایش یافت. برای محاسبه درصد تغییر نرخ ارز بین این دو سال، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{درصد تغییر نرخ ارز} = \frac{(\text{نرخ ارز قبلی} - \text{نرخ ارز جدید})}{\text{نرخ ارز قبلی}} \times 100$$

در این مثال، داریم:

$$\text{درصد تغییر نرخ ارز} = \frac{(35000 - 30000)}{30000} \times 100 = 16.67\%$$

پس نرخ ارز یورو در مقابل تومان ۱۶/۶۷ درصد افزایش یافته است. به عبارت دیگر، با همان ۱ یورویی که در سال ۲۰۲۳ می‌توانستید ۳۰۰۰۰ تومان بخرید، در سال ۲۰۲۴ دیگر نمی‌توانید همان مقدار تومان خرید کنید و باید ۱۶/۶۷ درصد بیشتر بپردازید.

این محاسبه ریاضی به ما کمک می‌کند تأثیر تغییرات نرخ ارز را بر قدرت خرید پول بهتر درک کنیم و برای مدیریت مالی خود در شرایط نوسان ارزی، برنامه‌ریزی دقیق‌تری داشته باشیم.

به مثال‌های زیر در مورد نقش پول در اقتصاد توجه کنید. آیا می‌توانید مثال‌های دیگری بیان کنید؟

تسهیل مبادله‌ها

فرض کنید شخص B محصول کشاورزی مازاد خود را در ازای ۳۰۰۰۰۰۰ تومان به شخص A می‌فروشد. سپس شخص B از این پول برای خرید یک قطعه مبلمان به ارزش ۳۰۰۰۰۰۰ تومان از شخص C استفاده می‌کند. در نهایت، شخص C این پول را برای خرید یک کمد به ارزش ۳۰۰۰۰۰۰ تومان به شخص D می‌دهد. در این مثال، پول به عنوان یک واسطه مبادله عمل می‌کند و موجب تسهیل جریان مبادلات اقتصادی بین چهار شخص می‌شود. بدون وجود پول، هر شخص باید محصول خود را مستقیماً با نیاز مورد نظر خود مبادله می‌کرد که بسیار پیچیده و زمان‌بر بود. اما با استفاده از پول، هر شخص می‌تواند محصول خود را به پول تبدیل کند و سپس به راحتی با پول، نیاز مورد نظر خود را تأمین کند. این امر موجب افزایش کارایی و سرعت مبادله‌های اقتصادی می‌شود.

پول و تورم

فرض کنید در سال ۱۴۰۲، یک پیراهن با قیمت ۱۰۰۰۰۰ تومان فروخته می‌شود. اما در سال ۱۴۰۳، همان پیراهن با قیمت ۱۱۰۰۰۰ تومان فروخته می‌شود. برای محاسبه نرخ تورم در این مثال، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{نرخ تورم} = \frac{(\text{قیمت قبلی} - \text{قیمت جدید})}{\text{قیمت قبلی}} \times 100$$

در این مثال، داریم:

$$\text{نرخ تورم} = \frac{(110000 - 100000)}{100000} \times 100 = 10\%$$

پس نرخ تورم بین سال‌های ۱۴۰۲ و ۱۴۰۳ برای این پیراهن ۱۰ درصد بوده است. یعنی در طول یک سال، ارزش پول ۱۰ درصد کاهش یافته است. به عبارت دیگر، با همان ۱۰۰۰۰۰ تومانی که در سال ۱۴۰۲ می‌توانستید این پیراهن را بخرید، در سال ۱۴۰۳ دیگر نمی‌توانید همان پیراهن را خریداری کنید و باید ۱۰ درصد بیشتر بپردازید. این محاسبه ریاضی به ما کمک می‌کند تأثیر تورم را بر قدرت خرید پول بهتر درک کنیم و برای مدیریت مالی خود برنامه‌ریزی دقیق‌تری داشته باشیم.

همان‌طور که در مثال‌های بالا ملاحظه کردید، هر اصطلاحی در اقتصاد معنا و مفهوم ریاضی دارد. در یادداشت‌های بعدی تلاش خواهیم کرد با استفاده از این دانش پایه پیشنهادهایی برای کسب‌وکار و سرمایه‌گذاری‌های اقتصادی داشته باشیم.

● محرم ایردموسی

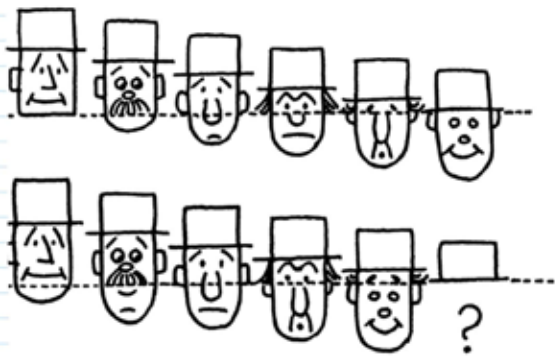
پنهان شدم، پیدایم کن

معمای دوم را اولین بار **ساموئل لوی**، شطرنج باز و خالق مشهور معماهای ریاضی ارائه کرد.



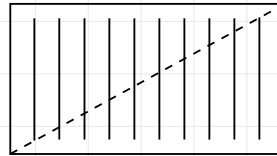
● ۳. روی کاغذی هفت چهره ردیف اول شکل ۴ را رسم کنید؟ سپس روی خطچین کاغذ را به دو قسمت تقسیم کنید. با جابه جایی قسمت پایینی به سمت چپ، یک چهره حذف می شود و تنها کلاهش باقی می ماند!

◀ شکل ۴



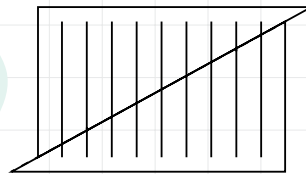
● ۴. معمای تخم مرغ های جادویی در سال ۱۸۸۰ منتشر شد. تصویر ۱ به چهار مستطیل تقسیم شده است. با جابه جایی دو مستطیل پایینی با هم به شکلی با یک تخم مرغ بیشتر (تصویر ۲) می رسم.

● ۱. روی یک کاغذ مستطیلی، ۱۰ پاره خط هم اندازه مطابق شکل ۱ رسم کنید.



◀ شکل ۱

حال با بردن کاغذ روی خطچین، کاغذ مستطیل شکل را به دو مثلث قائم الزاویه تقسیم کنید. اکنون می توانیم معمای اول را مطرح کنیم. با جابه جا کردن یکی از مثلث ها مطابق شکل ۲ به شکلی با ۹ پاره خط می رسم. بشمارید تا مطمئن شوید. پاره خط دهم کجا رفت؟



◀ شکل ۲

پاسخ به این معما، چندان سخت نیست و احتمالاً خود شما توانسته اید راز ناپدید شدن پاره خط دهم را بیابید. اما راه حل: طول هر کدام از ۱۰ پاره خط اولیه را اندازه بگیرید. اگر طول هر پاره خط برابر a باشد، مجموع طول ۱۰ پاره خط برابر $10a$ خواهد بود. حال طول ۹ پاره خط شکل دوم را اندازه بگیرید. آیا طول هر کدام از این ۹ پاره خط با a برابر است؟ قطعاً خیر. طول هر کدام از این ۹ پاره خط بزرگتر بر حسب a چقدر است؟ اگر طول پاره خط ها را x فرض کنیم، خواهیم داشت: $10a = 9x$ و در نتیجه: $x = \frac{10}{9}a$. پس به جای ۱۰ پاره خط با طول a ، اکنون ۹ پاره خط بزرگتر با طول $a + \frac{a}{9}$ دارید. یعنی یک پاره خط حذف و بین ۹ پاره خط دیگر تقسیم شده است. راز معما همین است.

معمای اول معماهای ساده ای بود و تنها برای نشان دادن ایده اصلی معماهای از این دست مطرح شد. می توانیم کمی بر سختی معما بیفزاییم؛ چگونه؟ ادامه مطلب را بخوانید.

● ۲. شکل ۳ را در نظر بگیرید و آن را از روی خطچین آبی رنگ ببرید. حال دو قسمت را جوری به هم بچسبانید که تعداد خط های قرمز افقی، از ۷ خط به ۸ خط تبدیل شود. پیدا کردن راز این افزایش با خودتان!

◀ شکل ۳





تصویر ۲ ▲



تصویر ۱ ▲

۵. سام لویید در سال ۱۸۹۶ معما را ارتقا داد و به شکلی دایره‌ای تبدیل کرد. در کره سمت راست شکل ۴ سیزده ملوان چینی می‌بینید. اگر کره زمین را در این شکل ببرید و بچرخانید، یکی از ملوانان از مدار زمین ناپدید می‌شود (شکل ۵).



شکل ۵ ▲

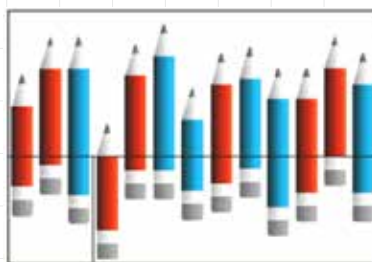


شکل ۴ ▲

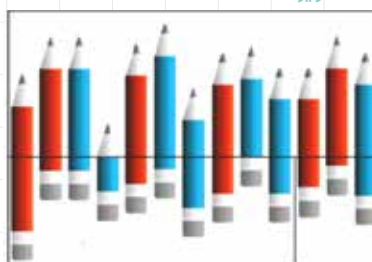
۷. در سال ۱۹۵۱، مل استاور، شعبده‌باز کانادایی، بر اساس معمای «تدی و شیرها» این معما را طراحی کرد: در تصویر ۴ هفت مداد قرمز و شش مداد آبی وجود دارد. با جابه‌جایی دو تکه پایینی با هم، به تصویر ۵ می‌رسیم که شامل شش مداد قرمز و هفت مداد آبی است!

۶. سام لویید در سال ۱۹۰۹ معمای جالب دیگری مانند معمای ۱۳ ملوان چینی طراحی کرد. در این معما که به نام «تدی و شیرها» معروف است (تصویر ۳)، یک شکارچی به یک شیر تبدیل می‌شود!

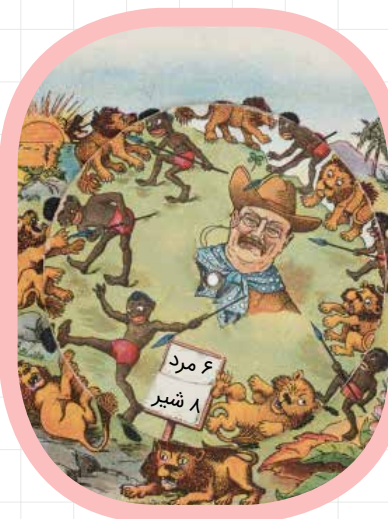
سعی کنید این معماها را در خانه بسازید و برای اعضای خانواده و دوستان خود مطرح کنید. در طراحی‌ها از خلاقیت خود بهره ببرید. آیا می‌توانید معماهای جدیدی بر پایه این معماها طراحی کنید؟ برای مثال مدادهایی با سه رنگ داشته باشید که با جابه‌جایی، تعداد هر رنگ تغییر کند؟



تصویر ۴ ▲



تصویر ۵ ▲



تصویر ۳ ▲

منبع

Gardner, Martin. Mathematics, Magic and Mystery. Dover Publications, Inc., New York, 1956. xii+176 pp.

معلم خوب من • حبیب یوسفزاده بسی عشق کردم در این سال سی

حمیدرضا اداوی، معلم پیشکسوت، سال ۱۳۵۴ در الیگورز متولد شد. سال ۱۳۷۴ با مدرک فوق دیپلم به عنوان دبیر ریاضی مشغول به کار شده و بعد، لیسانس ریاضی و فوق لیسانس ریاضی محض و فوق لیسانس مدیریت گرفته است. او از سال ۱۳۹۳ در دانشگاه فرهنگیان الیگودرز تدریس کرده و دو سال را هم به عنوان مدیر و معلم در مدرسه های ایرانیان مقیم بلغارستان گذرانده است. کتاب های «ریاضی با طعم هلو»، مجموعه چهار جلدی «حسابستان» برای پایه های ششم، هفتم، هشتم و نهم و کتاب «بلغارستان کشوری برای تمام فصل ها» از تألیفات این معلم خلاق و پرتلاش است. اداوی کتابچه ای شخصی با عنوان «دبیرنامه» هم دارد که در آن اسامی همه همکاران، دانش آموزان و دانشجویانش و تجربه های معلمی اش را طی سی سال جمع کرده است و اول آن هم نوشته است: «بسی عشق کردم در این سال سی ...» او کلی خاطرات شیرین از سی سال معلمی اش دارد که در اینجا سه تا از آن ها را می خوانیم:

• آزمایشگاه با اجاق سفری و کتری و ماهیتابه

سال اول خدمتم، در روستای خُراباد، حوالی آبشار آب سفید الیگودرز، در یک مدرسه شبانه روزی دبیر ریاضی بودم. در کنار ریاضی علوم هم تدریس می کردم. یک روز قرار بود به دانش آموزان معصوم و باصفای خودم تبخیر و «میعان» یا همان تبدیل گاز به مایع را درس بدهم. چون در مدرسه امکانات آزمایشگاه نداشتیم، یک اجاق سفری، یک کتری آب و یک ماهیتابه را بردم سر کلاس. کتری آب را گذاشتم روی اجاق و همین که بخار آن در آمد، زیر ماهیتابه را گرفتم بالای لوله کتری. به این ترتیب، بخاری که از کتری خارج می شد، قطره قطره شروع کرد به چکیدن.

همین طور که پدیده تبخیر و میعان را توضیح می دادم، در کلاس را زدند و رئیس منطقه و معاون مدیرکل آموزش و پرورش الیگودرز همراه مدیر و ناظم مدرسه برای بازرسی

از کلاس، آمدند داخل. آقای معاون با دیدن گاز و کتری و ماهیتابه چهره درهم کشید و گفت: «ماشاءالله خوب به خودتان می رسید! توی کلاس چای تازه دم و نیمرو می زنید به بدن! ایول!»

گفتم: «جناب، این وسایل به خاطر کاردانی و احساس مسئولیت شما مسئولان محترم اینجا هستند!» پرسید: «چطور؟»

گفتم: «این ها که می بینید، وسایل آزمایشگاه ماست که از آبدارچی مدرسه قرض گرفته ام. شما که این قدر آدم دقیقی هستید، اوضاع اینجا را به بالادستی ها گزارش کنید، بلکه فکری به حال ما کنند ...»

آقای معاون که از قضاوت زود هنگام خودش تا حدی شرمند شده بود، گفت: «همین که پایم برسد به مرکز استان، یک مجموعه کامل آزمایشگاه علوم و یک مجموعه کمک آموزشی ریاضی تهیه می کنم و شخصاً برای شما می فرستم.»

من با اینکه معلم تازه کاری بودم، نمی دانم چرا گفتم: «والله مسئولان از این قول ها زیاد داده اند، اما همین که پایشان را از مدرسه ما بیرون گذاشته اند، همه چیز یادشان رفته است.»

او که غیرتی شده بود، گفت: «این بار فرق می کند. چون من دارم قول می دهم. حالا می بینید.»

حدود یک هفته پس از رفتن جناب معاون و همکارانش، دیدم یک وانت مزدا دوکابین سبز رنگ جلوی مدرسه توقف کرد. دوتا کارتن بزرگ هم عقب وانت بود.

راننده پیاده شد و پرسید: «آقای اداوی هستند؟»

گفتم: «بفرمایید، خودم هستم.»

گفت: «این امانتی های شما را آقای زیگوار فرستاده، سفارش کرده شخصاً به خود شما تحویل بدهم.»

کارتن ها را سریع بردیم داخل و دیدیم آقای معاون به قولش عمل کرده. یک تقدیرنامه و یک نامه تشکرآمیز هم همراه وسایل فرستاده بود. هنوز بعد از سی و چهار سال، بخشی از آن وسایل در مدرسه موجود است و من هر وقت سری به آنجا می زنم، خاطرات آن روزها برایم زنده می شود.



● بازیگر مدرسه ما

یکی از شوخی‌هایم با بچه‌ها این بود که زودتر از آن‌ها می‌رفتم گوشه‌ای در ردیف آخر می‌نشستم تا رفتارها و اداب‌های آن‌ها را موقع ورود به کلاس تماشا کنم. یکی داد می‌زد، یکی می‌کوبید روی میز، یکی سرود می‌خواند، یکی صدای خروس درمی‌آورد ... هر کس هم متوجه حضور من می‌شد، با اشاره می‌گفتم چیزی نگو تا ببینیم بقیه چه کار می‌کنند. تا اینکه یکی از دانش‌آموزان همین‌که وارد کلاس شد، یک تکه گچ از پای تخته‌سیاه برداشت و گفت: «بچه‌ها الان آقای ادای می‌آید و این‌جوری شروع می‌کند به درس‌دادن: خب بچه‌های عزیز، بیایید ببینیم این مثلث ناقلا از چه زمانی به دست بشر اهلی شده و اصلاً مشکلش با ما چیه؟! ...» ادای راه رفتن و لحن حرف‌زدن مرا چنان خوب تقلید می‌کرد که حیرت کردم. تا اینکه از نگاه‌ها و خنده‌های دوستانش متوجه حضور من شد و یکهو یخ کرد. او که از خجالت سرخ شده بود، ساکت شد و سریع نشست. من از بچه‌ها خواستم این دانش‌آموز با استعداد و هنرمند را تشویق کنند. یکی از بچه‌ها گفت: «آقا، فقط شما نیستید. او ادای همه معلم‌ها و حتی مدیر را هم عین خودشان درمی‌آورد.» با این حرف فکری در ذهنم جرقه زد. در پایان کلاس به او گفتم خودش را آماده کند برای روز معلم یک برنامه طنز برای معلم‌های مدرسه اجرا کند. روز ۱۲ اردیبهشت آن سال جشن کوچکی در مدرسه ترتیب داده بودیم و معلم‌ها و بچه‌ها با صمیمیت خاصی دور هم نشسته بودند. بعد از سخنان انگیزشی آقای مدیر و تعدادی از معلم‌ها، من گفتم: «اگر اجازه بدهید، امروز با هنرنمایی دوست خوبمان آقای «ب»، یک غافلگیری برای شما همکاران محترم دارم.» بعد آن دانش‌آموز را دعوت کردم برای اجرای برنامه. همکاران از دیدن اداها و طرز بیان خودشان از زبان او از خنده روده‌بر شده بودند و آن سال یکی از شادترین روزهای معلم را تجربه کردیم. چندتا از معلم‌ها هم قول چند نمره ارفاقی به او دادند.



● کاریکاتور من!

یک روز در پایه نهم داشتم «معادله خط» درس می‌دادم، دیدم یکی از دانش‌آموزان که علاقه چندانی هم به ریاضی نداشت، اصلاً حواسش به کلاس نیست و حسابی به کار خودش مشغول است. فکر کردم لابد دارد دستگاه مختصات می‌کشد و یادداشت برمی‌دارد. بعد یواشکی رفتم طرفش و دیدم دارد کاریکاتور می‌کشد. آنقدر با تمرکز کار می‌کرد که متوجه من نشد. من هم مزاحمش نشدم و درس را ادامه دادم. وقتی کارش تکمیل شد، رفتم پیشش و دیدم کاریکاتور خودم را کشیده! آن قدر خوب کشیده بود که واقعاً لذت بردم.

برگه را از دستش گرفتم و گفتم: «به‌به! عجب هنرمندی توی کلاس ما بوده و خبر نداشتیم!»

بعد نقاشی او را به بچه‌ها نشان دادم و همین‌طور که لبخند بر چهره داشتند، با اشاره به خطوط طراحی کاریکاتور، برایشان درباره خط شکسته و منحنی و معادله خط حرف زدم. بعد، تشویقش کردم و بچه‌ها برایش دست زدند. کاریکاتور را هم زدم به تابلوی اعلانات تا همه بچه‌های مدرسه ببینند و لذت ببرند. از روزی که نقاشی آن دانش‌آموز را زدم به تابلوی مدرسه و تشویقش کردم، او هم حسابی با من رفیق شد. آن دانش‌آموز الان یک بنگاه معاملات املاک دارد و هر وقت مرا می‌بیند، یادی از آن روز می‌کنیم. شاید بیشتر درس‌های من یادش رفته باشد، ولی آن روز برای همیشه در خاطرش نقش بسته است.





اسرار تاس • عباس قلعه‌پور اقدم

شعبده‌بازی با تاس

در پایان کتاب ریاضی‌تان آشنا خواهید شد و اگر هشتمی یا نهمی هستید، می‌دانید که وقتی یک تاس را می‌اندازیم، شش پیشامد ممکن است رخ دهد که عبارت‌اند از: رو شدن عدد ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶. البته به غیر از درس ریاضی، حتماً تجربه بازی «منچ» یا «مار و پله» را دارید. در این صورت علاوه بر اینکه تاس را می‌شناسید، احتمالاً در خانه یکی دو تا از این تاس‌ها دارید. آن‌ها را پیدا کنید و دم دست بگذارید که به دردمان خواهند خورد.

پیش از این، در شماره ۱۲۳ همین مجله (مهر ماه ۱۴۰۰)، یک نمونه از اسرار تاس را برایتان نوشته بودم که ارتباط تنگاتنگی با موضوع ضرب و ساده‌کردن عبارت‌های جبری داشت و می‌توانید به آن مراجعه کنید. اینک قصد دارم به دومین

سلام دوستان. امیدوارم سال تحصیلی جدید برایتان سرشار از سلامتی و موفقیت باشد. حتماً شما هم این تجربه را داشته‌اید که یادگیری یک مفهوم ریاضی، در صورتی که به کاربردهای آن اشاره شود یا در قالب یک سرگرمی، بازی یا معما مطرح شود، جذاب‌تر و آسان‌تر می‌شود. به‌خاطر همین، هر وقت خواسته‌ام برای شما عزیزان بنویسم و قصد آموختن مطلبی را داشته‌ام، سعی کرده‌ام از طریق بازی یا معما این کار را انجام دهم. امسال هم می‌خواهم در چند شماره، به شگفتی‌های ریاضی نهفته در تاس بپردازم. بله! تاس. همان مکعبی که روی شش وجه آن عددهای ۱ تا ۶ نوشته شده است.

اگر تازه پایه هفتمی شده‌اید، با کاربرد تاس در بحث احتمال

$$55+2=57$$

و شما:

$$57-25=32$$

به او بگویید که عدد تاس سفید ۳ و عدد تاس سیاه ۲ است. تازه شما می‌توانید با استفاده از این واقعیت که مجموع عددهای دو وجه روبه‌رو برابر ۷ است، عددهای پستی دو تاس را با کم کردن عددهای رویی از ۷، پیدا کنید و به طرف مقابل بگویید.

● راز گشایی از معمای تاس

راز این معما ارتباط تنگاتنگی با عبارت‌های جبری دارد. اگر کلاس هفتمی هستید، در فصل سوم کتاب ریاضی‌تان با این موضوع آشنا خواهید شد. پس تا آن وقت این بازی را با دوستانتان انجام دهید و لذت ببرید. بعد از آشنایی با عبارت‌های جبری، به این مطلب برگردید و راز آن را مطالعه کنید. اگر هم هشتم یا نهم هستید، ابتدا سعی کنید خودتان راز این معما را بیابید. اگر هم نتوانستید مشکلی نیست و چیزی را از دست نداده‌اید که بسیار چیزها هم از این تلاش‌ها عایدتان می‌شود.

فرض کنیم عدد تاس (۱)، x و عدد تاس (۲)، y باشد. اگر x را در ۲ ضرب کنیم، می‌شود: $2x$. ۵ تا به آن بیفزاییم می‌شود: $2x+5$. حاصل را ۵ برابر کنیم، می‌شود: $5(2x+5)=10x+25$. جواب را با عدد تاس (۲) جمع کنیم، می‌شود: $10x+25+y$. پس عددی که دوست شما در پایان مرحله‌ها به شما می‌گوید عبارت است از $10x+25+y$. حال شما با کاستن عدد ۲۵ از آن به $10x+y$ می‌رسید.

اینجا باید به مطلبی اشاره کنم. به تساوی‌های زیر توجه کنید:

$$75=10 \times 7 + 5$$

$$62=10 \times 6 + 2$$

$$43=10 \times 4 + 3$$

در واقع هر عدد دو رقمی را می‌توان به صورت مجموع حاصل ضرب ۱۰ در رقم دهگان و رقم یکان آن نوشت. یعنی $10x+y$ همان بسط عدد xy است که رقم دهگان آن یعنی x عدد تاس یک و رقم یکان آن یعنی y عدد تاس دو است.

در پایان امیدوارم این معما را به دوستانتان هم یاد دهید و در شماره بعدی منتظر بازی جالب‌تری از تاس باشید.

مورد از بازی‌ها و معماهایی بپردازم که می‌توان با تاس راه انداخت. برای این بازی به یک دوست و دو عدد تاس نیاز دارید که اگر تاس‌ها هم‌رنگ نباشند، بهتر است.

پیش از شروع باید این نکته را هم بگویم که در یک تاس استاندارد، مجموع عددهای دو وجه روبه‌رو برابر ۷ است. یعنی وقتی تاس را می‌اندازیم و مثلاً عدد ۳ ظاهر می‌شود، پشت تاس که روی زمین نشسته است، باید عدد ۴ باشد، به همین صورت در وجه روبه‌روی وجهی که عدد ۶ را دارد باید عدد ۱ نوشته شده باشد و پشت عدد ۲ هم عدد ۵ باید باشد.

خب! شروع می‌کنیم. اگر تاس‌ها هم‌رنگ هستند، از دوستان بخواهید آن‌ها را در ذهن خود شماره‌گذاری کند (تاس ۱، تاس ۲). حال از وی بخواهید دو تاس را بیندازد، طوری که شما تاس‌ها و عددهای رو شده آن‌ها را نبینید. شما هر دو عدد روی تاس را پیدا و بدین وسیله او را شگفت‌زده خواهید کرد.

حال از دوستان بخواهید که عدد تاس شماره ۱ را در ۲ ضرب کند.

فرض کنیم عدد تاس (۱)، ۴ و عدد تاس (۲)، ۶ باشد.

$$4 \times 2 = 8$$

حاصل را با ۵ جمع کند: $8+5=13$

حاصل جمع را پنج برابر کند: $13 \times 5 = 65$

جواب را با عدد تاس دوم جمع کند و حاصل جمع را به شما بگوید: $65+6=71$

حال شما از روی عددی که در آخر دوستان به شما می‌گوید، می‌توانید عددهای دو تاس را بیابید. به این منظور شما باید:

از عدد مورد نظر ۲۵ واحد کم کنید: $71-25=46$

رقم دهگان عدد به دست آمده، عدد تاس (۱) و رقم یکان آن عدد تاس (۲) است.

به او بگویید که عدد تاس (۱)، ۴ و تاس (۲)، ۶ بوده است.

● مثالی دیگر: فرض کنیم با دو تاس سفید و سیاه این بازی را انجام می‌دهیم و عدد تاس سفید ۳ و عدد تاس سیاه ۲ باشد. دوست شما مرحله‌های زیر را انجام می‌دهد:

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 + 5 = 11$$

$$11 \times 5 = 55$$



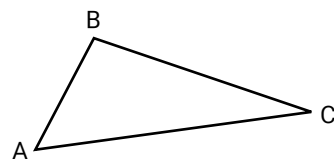
خسرو داودی و آرش رستگار قسمت اول: فاصله دوزیر مجموعه برای ریاضی دانان کوچک

ج) $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$
د) $d(A, B) = d(B, A)$
نامساوی (ج) را «نامساوی مثلث» می‌نامند. چون اگر A ، B و C نقطه‌هایی در صفحه باشند و یک مثلث را تشکیل دهند که برای آن لازم می‌آید هم‌راستا نباشند (شکل ۱)، یعنی روی یک خط قرار نگیرند، در این صورت مجموع طول‌های دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است.

دهید. حرف d از کلمه «distance» به معنای «فاصله» گرفته شده است. با تعریف بالا از فاصله دو نقطه روی خط، مفهوم $d(A, B)$ در خصوصیات زیر صدق می‌کند:
الف) برای هر دو نقطه A و B داریم:
 $d(A, B) \geq 0$
ب) شهوداً لازم است: $d(A, A) = 0$
که باید همیشه برقرار باشد، اما اگر:
 $d(A, B) = 0$ ، به‌ناچار: $A = B$.

اگر دو نقطه A و B روی محور عددها قرار گرفته باشند، به‌طوری که A نماینده عدد a و B نماینده عدد b باشد، فاصله دو نقطه A و B را با نماد $|a - b|$ نمایش می‌دهند. یعنی $a - b$ و $b - a$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم: $b - a = -(a - b)$ پس $a - b$ و $b - a$ قرینه یکدیگرند. بنابراین یکی مثبت و دیگری منفی است. آن را که مثبت است فاصله نقطه‌های A و B در نظر بگیرید و با $d(A, B)$ نمایش

شکل ۱



$$|AB| + |BC| \geq |AC|$$

همین نامساوی وقتی این نقطه‌ها روی یک راستا باشند هم صحیح است. دو نامساوی را در کنار هم مقایسه کنید:

$$d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$$

$$|AB| + |BC| \geq |AC|$$

حالا می‌بینید که چرا به نامساوی (ج) می‌گویید نامساوی مثلث؛ حتی وقتی که A، B و C یک مثلث تشکیل نمی‌دهند. توجه کنید که مهم نیست خطی که A، B و C روی آن قرار دارند، چطور عدم‌مند شده باشد. در هر مختصات‌گذاری دیگری همه خصوصیات (الف) تا (د) باز هم برقرار خواهند ماند. به چنین مفهومی مانند $d(A, B)$ که در خصوصیات بالا صدق کند می‌گوییم: «یک مفهوم فاصله روی نقطه‌های خط».

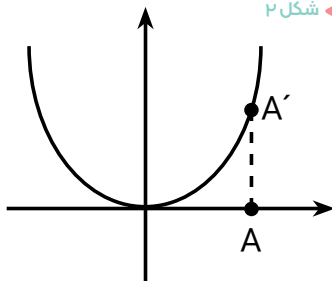
برای اینکه ذهن خواننده باز شود، مفهوم فاصله دیگری روی نقطه‌های خط تعریف می‌کنیم. قبل از آن لازم است شما را با یک موضوع آشنا کنیم. شما با موضوع معادله در پایه‌های هفتم و هشتم آشنا شده‌اید. وقتی می‌گوییم $x=2$ جواب مسئله $2x-1=3$ است، یعنی اگر به جای x عدد ۲ را قرار دهیم یک تساوی درست خواهیم داشت. اگر معادله $y=2x$ را در نظر بگیریم، نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ یکی از جواب‌های این معادله است. یعنی می‌توانید به جای x عدد ۱ و به جای y عدد ۲ را قرار دهید و تساوی درست به دست آید.

معادله $y=2x$ چند جواب دارد؟

معادله $y=x^2$ هم به همین صورت است و بی‌شمار جواب به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ می‌توان برای آن پیدا کرد. اگر این بی‌شمار نقطه را در صفحه محور مختصات پیدا کنیم، با کنار هم قرار گرفتن این بی‌شمار نقطه یک شکل به وجود می‌آید که به آن «سهمی» می‌گویند. اگر بی‌شمار نقطه معادله $y=2x$ را هم پیدا کنیم، یک خط رسم می‌شود. به همین دلیل به معادله $y=2x$ «معادله خط» و به معادله $y=x^2$ «معادله سهمی» می‌گویند.

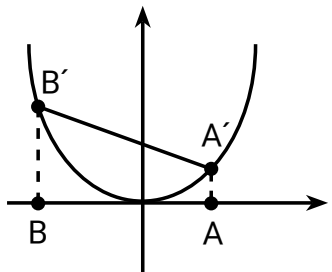
نمودار $y=x^2$ را در نظر بگیرید. بالای سر هر نقطه A روی محور xها یک نقطه یگانه وجود دارد (شکل ۲)، به طوری که روی A تصویر می‌شود. این نقطه را A' بنامید.

شکل ۲



حال فاصله دو نقطه A و B را به کمک A' و B' تعریف کنید (شکل ۳). یعنی قرار دهید: $d(A, B) = d(A', B')$. علامت $=$ یعنی مفهوم سمت چپ را به کمک فرمول سمت راست تعریف می‌کنیم.

شکل ۳



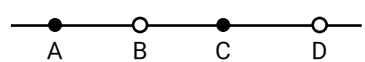
به عبارت دیگر تعریف ما چنین است:

$$d(A, B) = |A'B'|$$

یعنی به جای اینکه خط‌کش را بین A و B قرار دهیم و فاصله آن‌ها را حساب کنیم، خط‌کش را بین A' و B' قرار می‌دهیم و فاصله A و B را همان عددی تعریف می‌کنیم که خط‌کش از A' تا B' را اندازه می‌گیرد.

مفهوم $d(A, B)$ هم در خصوصیات (الف) تا (د) صدق می‌کند. پس به آن هم یک مفهوم فاصله روی نقطه‌های خط می‌توان گفت. پس روی نقطه‌های واقع بر خط چندین مفهوم فاصله وجود دارد. حال اولین قدم در تعریف پروژه ما آغاز می‌شود. اکنون می‌خواهیم فاصله دو زیرمجموعه متناهی از خط عددها را تعریف کنیم. برای شروع دو نقطه $\{A, C\}$ را یک زیرمجموعه بگیرد و دو نقطه $\{B, D\}$ را زیرمجموعه دیگری (شکل ۴) و سعی کنید فاصله این دو زیر مجموعه را تعریف کنید.

شکل ۴



نقطه‌های مجموعه $\{A, C\}$ را با سیاه مشخص و نقطه‌های دیگری را سفید رسم کرده‌ایم. از این پس $\{A, C\}$ را مجموعه سیاه و مجموعه $\{B, D\}$ را مجموعه سفید می‌نامیم. پس می‌خواهیم فاصله بین مجموعه سیاه و مجموعه سفید را تعریف کنیم، به طوری که در اصول موضوعه (الف) تا (د) صدق کند. برای پاسخ اول ببینیم چه در دستمان هست.

در مورد فاصله بین مجموعه‌های سیاه و سفید فاصله‌های نقطه به نقطه را داریم. مثلاً $d(A, B)$ ، $d(A, D)$ ، $d(C, B)$ و $d(C, D)$ را داریم. شاید بتوان به کمک این عددها یک مفهوم فاصله تعریف کرد. مثلاً کمینه این چهار عدد یا بیشینه آن‌ها می‌تواند نامزد (کاندید) خوبی برای یک مفهوم

فاصله باشد. به خصوص که این نامزد به دو زیرمجموعه متناهی از خط هم قابل تعمیم است. یعنی اگر این ایده برای فاصله مجموعه‌های دو نقطه‌ای کار کند، احتمالاً برای فاصله هر دو زیرمجموعه متناهی از خط هم قابل بررسی است. یعنی دوعضوی بودن این مجموعه‌ها مزاحم تعمیم نیست.

روش اول این است که کوچک‌ترین مقدار از عددهای بالا را فاصله مجموعه سیاه و مجموعه سفید تعریف کنیم. در حالت کلی فرض می‌گیریم:

$$d''(A, B) = \min \{d(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$$

توجه داشته باشید که در اینجا زیرمجموعه‌های A و B از خط را متناهی در نظر می‌گیریم. می‌توان آن‌ها را اجتماعی متناهی از بازه‌های بسته هم گرفت و یا به جای $\min$ بزرگ‌ترین کران پایین را گرفت که به آن نمی‌پردازیم.

روش دوم این است که به هر مجموعه مانند A میانگین آن را نسبت دهیم که آن را A' می‌نامیم و تعریف می‌کنیم:

$$d_1(A, B) := d(A', B)$$

با این روش هم یک فاصله تعریف کرده‌ایم. اما d'' در اصول موضوعه ما صدق نمی‌کند. مثلاً اگر A و B اشتراک داشته باشند، فاصله آن‌ها صفر خواهد شد؛ بدون اینکه با هم برابر باشند.

حتی اصل موضوع نامساوی مثلث هم برای d'' برقرار نخواهد بود. مثلاً A و B را تک نقطه‌ای بگیرد و C را اجتماع آن‌ها. یک نکته در اینجا اهمیت دارد. نامساوی مثلث بر این نکته تکیه دارد که اگر بخواهیم از A به C برویم، کوتاه‌ترین راه خط مستقیم است و اگر بخواهیم از نقطه B عبور

کنیم که روی امتداد AC نیست، راه طولانی‌تر خواهد شد. اما وقتی این نامساوی را به یک اصل موضوعه تبدیل کردیم، دیگر خبری از مسیر حرکت از زیرمجموعه A به زیرمجموعه B نخواهد بود. پس نامساوی مثلث می‌شود یک خواسته مجرد که ربطی به مثلث نخواهد داشت. فقط برای این است که مفهوم فاصله‌ای که پیشنهاد می‌دهیم با شهود ما تا جایی که ممکن است هماهنگ باشد. این مسئله را که «برای مجموعه‌های متناهی مفهومی از فاصله تعریف کنیم که در اصول موضوعه (الف) تا (د) صدق کند»، ریاضی‌دانی به نام **هاوسدورف**^۱ حل کرد. او این مسئله را به کمک مفهوم r -همسایگی یک زیرمجموعه A حل کرد:

$$N_r(A) = \left\{ x \mid d(x, y) \leq r \text{ برای یک } y \in A \right\}$$

پس $N_r(A)$ مجموعه نقطه‌هایی است که در r -همسایگی حداقل یکی از نقطه‌های A باشند. مثلاً اگر A در صفحه تک نقطه‌ای باشد، $N_r(A)$ می‌شود داخل و روی دایره‌ای به شعاع r و به مرکز A. اگر A روی خط که یک بعدی است، باشد و تک نقطه‌ای باشد $N_r(A)$ می‌شود بازه بسته‌ای به مرکز A. اگر A در فضای سه بعدی باشد و تک نقطه‌ای باشد، $N_r(A)$ می‌شود داخل و روی سطح کره‌ای به شعاع r و به مرکز A. می‌توانید برای همه نقطه‌های A یک r -همسایگی در نظر بگیرید و اجتماع همه این r -همسایگی‌ها می‌شود: $N_r(A)$. $N_r(A)$ یک مجموعه بسته خواهد بود.

یعنی شامل همه نقطه‌های لبه‌ای خود خواهد شد و همه نقطه‌های مرزی آن درونش هستند. مثلاً نقطه‌های داخل یک دایره همراه نقطه‌های لبه‌ای آن شامل نقطه‌های مرزی‌اش است. اما اگر فقط نقطه‌های داخلی را در نظر بگیریم و نقطه‌های مرزی را به حساب نیاوریم، دیگر مجموعه‌ای بسته نخواهد بود.

حال برای دو مجموعه A و B عدد r را کوچک‌ترین r -همسایگی A فرض بگیرید که شامل B باشد و s را کوچک‌ترین s-همسایگی B فرض بگیریم که شامل A باشد. در این صورت $\max\{r, s\}$ ، یعنی هر کدام از r و s که بزرگ‌تر است، مفهوم خوبی از فاصله برای مجموعه‌های متناهی A و B خواهد بود. اگر A و B اجتماعی متناهی از بازه‌های بسته کران‌دار هم باشند، باز همین تعریف هاوسدورف یک مفهوم فاصله بین مجموعه‌های بسته و کران‌دار را به دست خواهد داد که در اصول موضوعه ما صدق می‌کنند.

سؤال پروژه: نوبت شماست که سعی کنید یک مفهوم فاصله برای خط‌های در صفحه تعریف کنید که در اصول موضوعه ما صدق کند. توجه کنید که روش هاوسدورف دیگر کارآمد نیست. پروژه‌های خود را با نرم‌افزار «ورد» حروف‌نگاری کنید و برای شکل‌ها از نرم‌افزار «جئوجبرا» کمک بگیرید. مقالات منتخب شما در رمزینه سریع‌پاسخ مجله برهان چاپ خواهد شد.

پی‌نوشت

جدول عددی

جعفر ربانی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱										
۲										
۳										
۴										
۵										
۶										
۷										
۸										
۹										
۱۰										

عمودی

۱. اولین چهار عدد متوالی- حاصل عبارت x^3+1 به ازای $x=11$ چه عددی است؟
۲. حاصل عبارت $4x^3+15x+32$ به ازای $x=10$ را ۲۱- از ۵ برابر کن و کنارش بنویس.
۳. ۶۰ وارونه - ۷ را ۵ مرتبه در ۲ ضرب کن- مساحت مثلث متساوی الساقین به طول قاعده ۱۰ و ارتفاع ۶ سانتی متر.
۴. اگر یک واحد به آن اضافه کنیم، برابر مجذور عدد ۴ می شود- حاصل ضرب ۷ و ۱۰۳.
۵. تکرار بزرگترین عدد یک رقمی - صفر و ۲ را یک در میان بنویس.
۶. ده برابر ۹۱ را کنارش بنویس- مجذور بزرگترین عدد یک رقمی.
۷. ۷۰ و عشر آن را با هم بنویس- مساحت مربعی به ضلع ۵ سانتی متر.
۸. عددی مجذور، کمتر از ۵۰ و بیشتر از ۴۵ - ۲۰ کبریت هر عدد ۷۵ ریال می شود چند ریال؟- عددی اول کمتر از ۵۰ و بیشتر از ۴۴
۹. عدد ۴۰ را قبل و بعد از ۱ بنویس! - عدد ۲۴ را قرینه کن
۱۰. سه جریب زمین چند متر است؟ - حاصل عبارت $100x^2+19$ به ازای روزهای هفته!

افقی

۱. در چه سال شمسی ای هستیم؟- خواهر کوچک من ۷ سال دارد. در چه سالی ۴۷ ساله خواهد شد؟
۲. عدد ۲ و توان چهارم آن را کنارش بنویس - بزرگترین عدد دو رقمی - عمر حضرت نوح.
۳. دو واحد کمتر از ۴۰ - دو عدد اول کمتر از ۲۰ - کوچکترین عدد دو رقمی که صفر دارد.
۴. مجذور عدد ۶۵ - محمد اکنون ۱۲ سال دارد. او در چه دهه ای متولد شده است؟
۵. عدد ۷ را بنویس. سپس ۰ و ۱ را نسبت به آن قرینه کن.
۶. ۲۴ را بنویس. سپس در ۳۰ ضرب کن - نصف ده درصد.
۷. خطی که آدم پیاده سوار می شود! - نمره املای بی غلط - در چه سال میلادی قرار داریم؟
۸. اولین عدد فرد بالاتر از ۳۰ - سال پیروزی انقلاب مشروطه! - مجذور عدد ۷.
۹. ۱۰۱ را سه برابر کن - رایانه ها فقط این دو رقم را می شناسند- امسال سال ۱۴۴۶ هجری قمری است. شاه عباس در سال ۱۰۰۵ پایتخت کشور را از قزوین به اصفهان انتقال داد. چند سال پیش؟
۱۰. دو تن و نیم آهن چند کیلوگرم است؟ عدد ۹ را بنویس. سپس مکعبش را کنارش بنویس.



برای دیدن پاسخ
رمزین را پویش کنید.



در کلاس درس آقای رهنما

محمد تقی طاهری تنجانی

قسمت اول: استدلال

که در عمل، اگر متحرک متوقف نشود و با بازگشت نکند، نه تنها به نقطه B می‌رسد، بلکه از آن گذر هم می‌کند! در این وضعیت، به ظاهر بین شهود و واقعیت تعارضی به وجود آمده است!

ایمانی: آقا تعارض یعنی چه؟ چه تعارضی به وجود آمده است؟

● **آقای رهنما:** تعارض یعنی ناهمخوانی. یک واژه عربی است به معنی مخالفت کردن، دشمنی کردن و همسو نبودن. ما در اینجا از یک طرف نشان می‌دهیم متحرک به نقطه B نمی‌رسد و در عمل متحرک نقطه B را هم رد می‌کند. این دو مطلب با هم همسو نیستند. پس تعارضی وجود دارد.

احمدی: آقا اگر درست فهمیده باشیم، شهود لازم است ولی به آن نمی‌توان اطمینان کرد؟

آقای رهنما: آفرین! همین‌طور است. ما در بررسی مسائل به شهود احتیاج داریم؛ مثل وقتی که چند شکل برای حل مسئله‌ای می‌کشیم، یا شبیه‌سازی می‌کنیم، و با چند مثال عددی می‌زنیم. شهود همیشه گمراه‌کننده نیست، بلکه در بسیاری از حالت‌ها باعث انگیزه بیشتر و یافتن راه‌حل‌های مناسب می‌شود. ساده‌ترین استدلال که بشر از آن استفاده می‌کند، استدلال تمثیلی است، یا به قول بعضی‌ها استدلال قیاسی. مثالی می‌زنم خوب گوش کنید.

روزی کودکی به مادرش می‌گوید گرسنه

که مودی را بارها مشاهده کرده‌اید و در ظاهر به درستی آن شکی نداشته‌اید. اما پس از مدتی به نادرستی آن پی برده‌اید! آنچه را که شهود انجام می‌دهد، انگیزه و محرک خوبی برای بررسی دقیق‌تر مسئله است، ولی دلیلی بر درستی آن نیست!

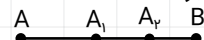
شهود دانش و آگاهی غریزی و احساسی بدون استدلال است.

مصطفوی: آقا اجازه! چرا ما نمی‌توانیم به شهود اطمینان کنیم؟

● **آقای رهنما:** شهود نقطه شروع خوبی است. اجازه بدهید مثالی بزنم. فرض کنید شخصی می‌خواهد از نقطه A به نقطه B برود. (روی تابلو پاره‌خط AB را رسم کرد).



منطق حکم می‌کند که به این منظور شخص مورد نظر حتماً به نقطه A_۱ (وسط پاره‌خط AB) برسد. اگر این شخص به نقطه A_۱ برسد، برای رسیدن به نقطه B باید به نقطه A_۲ (وسط پاره‌خط A_۱B) نیز برسد.



از آنجا که بین هر دو نقطه متمایز واقع بر یک خط راست، بی‌شمار نقطه وجود دارد، عمل گذر از نقطه‌های وسط، پایانی ندارد. پس این شخص به نقطه B نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود، ولی هیچ‌گاه به B نمی‌رسد! در حالی

بشر از روزی که چشم باز کرد به تجربه‌اندوزی و استدلال دست زد و با پیشرفت ذهنش، روش‌های دقیق‌تری برای استدلال یافته است. تجربه نشان می‌دهد اولین نوع استدلال بشری از مشاهداتش «تمثیل» است.

تمثیل بدین معنی است که بین دو واقعه شبیه‌سازی کنیم و سپس نتیجه لازم را بگیریم. برای مثال، کودکی که برای اولین بار گردویی را می‌بیند، در ابتدای امر هر چیزی را که گرد باشد گردو می‌پندارد. ولی با پیشرفت ذهن و تجربه‌اندوزی بیشتر سعی می‌کند هر گردی را گردو نپندارد. او می‌کوشد بین پدیده‌ها شبیه‌سازی کند و وجه‌های تشابه و تمایز پدیده‌ها را درک کند که گاهی به دلیل شباهت بین دو پدیده، درباره آن‌ها نتیجه یکسانی می‌گیرد.

این‌ها جمله‌هایی بودند که آقای رهنما (دبیر ریاضی) در شروع کلاس درس گفت. سپس رو به دانش‌آموزان کرد و گفت: «آغاز هر استدلالی یک شهود است. از این جمله چه می‌فهمید؟!»

احمدی: اگر درست فهمیده باشم، برای شروع دلیل آوردن به منظور حل یک مسئله، ابتدا باید مشاهده خوبی از مسئله داشته باشیم. این‌طور نیست؟

● **آقای رهنما:** حرف شما درست است، ولی جمله من معنای کلی‌تری دارد. حتماً برای شما هم اتفاق افتاده است



مصطفوی: آقا بالاخره یا درست است یا نیست. شما گفتید اگرچه ارزش آن برای ما معلوم نباشد.

● **آقای رهنما:** کاملاً درست است. گزاره‌ها اساس کار استدلال هستند. اما برخی از جمله‌ها ظاهری گزاره‌مانند دارند و خبر می‌دهند، در حالی که درستی یا نادرستی آن‌ها مشخص نیست. مثلاً: «x عددی اول است». این‌گونه جمله‌ها گزاره‌نما هستند. در واقع این x است که ارزش گزاره را تعیین می‌کند. اگر به جای x عدد ۲ را بگذاریم، جمله گزاره می‌شود که ارزش آن درست است. اگر هم به جای x عدد ۴ را بگذاریم نادرست است.

ما در استدلال‌های خودمان با هر دو نوع گزاره و گزاره‌نما برخورد می‌کنیم که باید حواسمان خوب جمع باشد. ما در جلسه بعدی به استدلال ریاضی و روش‌ها و راهبردهای حل مسائل بیشتر خواهیم پرداخت. برای جلسه بعد چند سؤال در نظر گرفته‌ام که روی آن فکر کنید. از مبصر کلاس می‌خواهم برگه‌های سؤال‌ها را توزیع کند.

تمرین

۱. این بیت شعر استاد سخن، سعدی، به چه نوع استدلالی اشاره می‌کند و معنی آن چیست؟

اصل بد نیکو نگردد زان که بنیادش بد است
تربیت نا اهل را چون گردکان برگنبد است

۲. بعضی از افراد برای توجیه نابرابری حقوق انسان‌ها چنین استدلال می‌کنند: «همان گونه که پنج انگشت دست یکسان نیستند، پس حقوق افراد مختلف هم باید متفاوت باشد.»

این استدلال چه نوع استدلالی است؟
۳. کدام یک از جمله‌های زیر گزاره هستند؟

(الف) بعضی از عده‌های اول زوج‌اند.
(ب) آن کتاب را برای من بیاور.
(پ) آیا تعداد پرندگان از تعداد انسان‌ها بیشتر است؟

(ت) مبلغ ... ریال توسط آقای ... پرداخت شد.

می‌دهد. مثلاً وقتی می‌گویند هر عدد اولی فرد است با چند تا مثال، مانند ۳، ۵، ۷ و ۱۱ که همگی اول و فردند، مطلب ثابت نمی‌شود. اصلاً حکم، حکم درستی نیست، چون ۲ عدد اول است ولی فرد نیست. در حل مسئله‌ها استفاده از مثال و یا شکل فقط جنبه کمکی دارد و اثبات تلقی نمی‌شود.

احمدی: پس برای حل مسئله‌ها چگونه باید استدلال کنیم؟

● **آقای رهنما:** کمی مقدمات لازم دارد. هرگاه بخواهیم اثباتی برای مسئله‌ای ارائه دهیم، باید در دستگاهی منطقی این کار را انجام دهیم. منطق ریاضی ابزاری مطمئن برای درستی یا نادرستی احکام است. این احکام و یا گزاره‌ها از یک سلسله گزاره دیگر تشکیل شده‌اند که باید در یک دستگاه منطقی با بررسی گزاره‌ها به حکم مورد نظر برسیم.

ایمانی: آقا اجازه! گزاره یعنی چه؟
● **آقای رهنما:** هر جمله خبری را که درست یا نادرست است، گزاره می‌گویند؛ اگرچه درستی یا نادرستی آن بر ما معلوم نباشد. مثلاً امروز هوا بارانی است، یک گزاره محسوب می‌شود. ولی آیا امروز هوا بارانی است؟ گزاره نیست؛ چرا؟

ایمانی: چون جمله خبری نیست. در واقع پرسشی است.

● **آقای رهنما:** آفرین! حالا بگویید به‌به چه هوای خوبی! گزاره هست یا نه؟
ایمانی: بله آقا چون خبری به ما می‌دهد!

● **آقای رهنما:** نه درست نیست. در واقع به‌به چه هوای خوبی یک جمله تعجبی است. اصولاً خوبی هوا امری نسبی است و در اینجا نمی‌توان برای آن ارزش یکتایی مشخص کرد. حالا بگویید جمله «تعداد درخت‌های روی زمین از تعداد آدم‌ها بیشتر است» آیا گزاره است یا نه؟
بچه‌ها: بله گزاره است.

● **آقای رهنما:** ارزش آن درست است یا نادرست؟

است. مادر بی‌درنگ به سمت یخچال می‌رود و شیشه‌ای پر از شیر همراه با پستانکی که همراه آن است به کودک می‌دهد. کودک پس از مکیدن قسمتی از شیر موجود در شیشه، احساس نشاط توأم با رفع گرسنگی می‌کند. دقایقی بعد برادرش از مدرسه به منزل می‌رسد و با صدای رسا می‌گوید گرسنه است. کودک با مشاهده این منظره شیشه را که هنوز مقداری شیر درون آن باقی مانده بود به طرف برادرش می‌گیرد. بدین معنی که اگر این را بخوری گرسنگی‌ات رفع می‌شود. در واقع کودک مورد نظر ما در اینجا نوعی استدلال ارائه داده است که به آن استدلال تمثیلی یا گاهی استدلال کودکانه می‌گویند.

در بسیاری از ضرب‌المثل‌ها و شعرهای شاعران از استدلال تمثیلی استفاده می‌شود. کسی در این مورد می‌تواند چیزی بیان کند؟

مصطفوی: آقا فکر کنم بتوانم موردی بگویم: درخت گردکان به این بلندی درخت خربزه الله اکبر!

● **آقای رهنما:** آفرین بر شما. شعری که بیان کردی دقیقاً نمونه‌ای از استدلال تمثیلی است. اگر درخت گردو که میوه‌ای نسبتاً کوچک دارد این قدر بزرگ است، درخت خربزه باید خیلی خیلی بزرگ‌تر و تنومندتر باشد! تمثیل برای نزدیکی ذهن به مسئله مورد نظر است. در حقیقت پلی است برای رسیدن به حقیقت، اما خودش حقیقت ناب نیست.

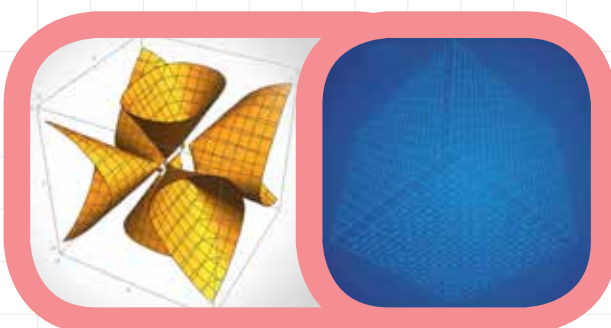
احمدی: آقا ما در ریاضیات هم از مثال زیاد استفاده می‌کنیم. وقتی می‌خواهیم ثابت کنیم جمع هر دو عدد فرد عددی زوج است، مثال می‌زنیم: $۱+۳=۴$ ، $۳+۵=۸$ یا $۵+۵=۱۰$.

● **آقای رهنما:** بله همین‌طور است. این‌ها همه مثال هستند و موضوع مورد نظر را بهتر نشان می‌دهند، ولی هیچ‌کدام اثبات مسئله نیستند. برای آنکه ذهن به مسئله نزدیک شود بد نیست، ولی خطرناک است!

حسینی: آقا چرا خطرناک؟!
● **آقای رهنما:** چون گاهی کار دستانمان

• مریم جعفرآبادی

ریاضی در دنیای پیشرفته



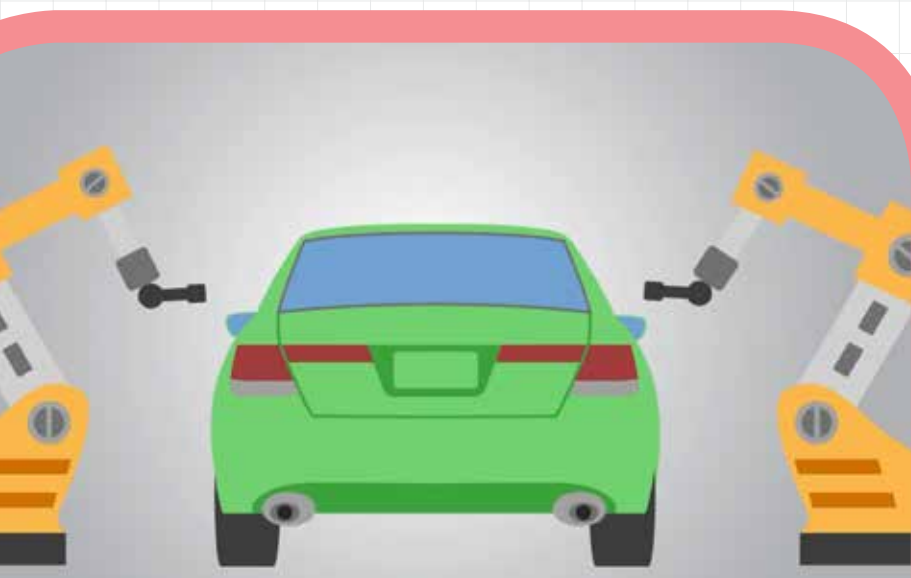
در سال‌های آینده نوعی قدرت دید رایانه‌ای به خودروها می‌دهد تا بتوانند به صورت خودکار و بدون هدایت راننده، در اتوبان‌ها حرکت کنند. در زمینه‌های پزشکی، امروزه اینکه بهترین آزمایش‌ها برای امتحان کردن و تجویز ترکیبات دارویی انجام شود، اهمیت دارد و نوعی موفقیت محسوب می‌شود. توپولوژی جبری در سال‌های آتی روی شبکه‌های تنظیم‌کننده ژن کار می‌کند و بررسی می‌کند که هر دارو چطور بر درمان بیماری‌ها اثر می‌گذارد. امروزه «سامانه‌های دینامیکی»^۴ روی صفحه‌های خورشیدی ماهواره‌ها در محفظه‌های موشک‌ها کار می‌کنند و

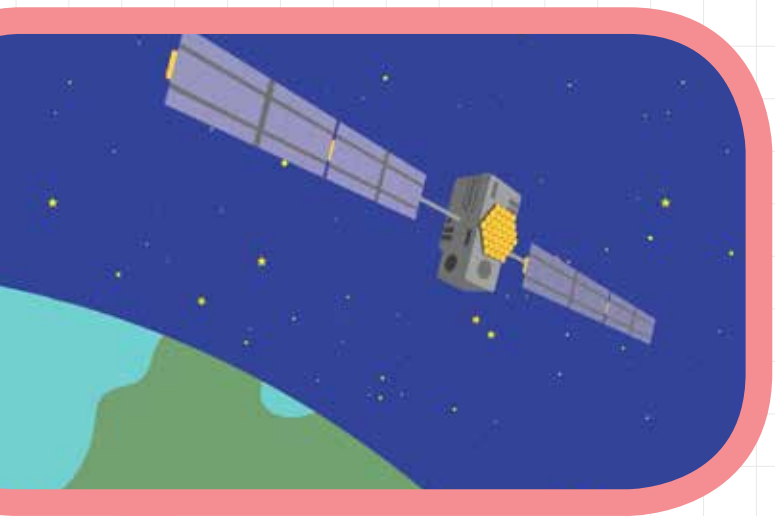
دانشگاه‌ها مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. اما در دهه‌های گذشته شاهد انفجاری از کاربردهای این شاخه‌ها بوده‌ایم؛ و هنوز هم در بخش مطالعات نظری و دانشگاهی، این شاخه‌ها در حال رشد و تغییر و در انتظار کشف و توصیف‌های کامل‌تری هستند. در کاربرد آن‌ها هم منتظر دیدن پدیده‌های شگفت‌انگیز جدیدتری هستیم. برای مثال، برای نصب قطعه‌های یک خودرو در کنار هم (مونتاژ)، از روبات‌ها استفاده می‌شود و «نظریه‌های کنترل»، مسیری را که دست روبات هنگام نصب یک قطعه طی می‌کند، کوتاه‌تر و دقیق‌تر می‌کنند. این در حالی است که هندسهٔ جبری

همه‌گیرشناسی (اپیدمیولوژی)^۱، روباتیک، رمزنگاری و ... رشته‌های جدیدی در حال ایجاد شدن و شکل‌گیری هستند. الگوریتم‌ها و نرم‌افزارها که نقش مهمی در پیش‌بردن و سرعت دادن به تحقیقات و اکتشافات دارند، از اصل و اساس بر پایهٔ هندسه، توپولوژی^۲ و جبر بنا شده‌اند و از این شاخه‌ها نشئت گرفته‌اند. هم‌زمان با اینکه رایانه‌ها قدرتمندتر می‌شوند و امکان‌های جدیدتری در اختیار ما قرار می‌دهند، ما درک بهتر و بیشتری از روابط غیرخطی و پیچیده‌ای پیدا می‌کنیم که بر نظام طبیعت و نظام‌های اجتماعی حاکم هستند. این‌ها دیگر فقط «مفهوم‌هایی انتزاعی»^۳ نیستند.

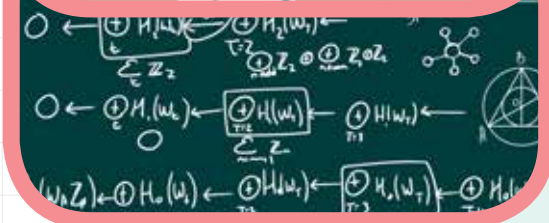
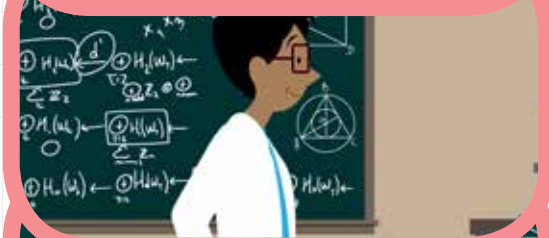
تقریباً در هر مسئله‌ای اگر به اندازهٔ کافی عمیق شویم، خواهیم دید که می‌توانیم آن را به زبان ریاضی تعریف و صورت‌بندی کنیم. ریاضی بر پایهٔ اصول و نظریه‌های هر کدام از این رشته‌ها، می‌تواند به مسئله‌هایی که تازه متولد شده‌اند پاسخ مناسبی بدهد.

سالیان سال است که هندسه، توپولوژی و جبر به صورت نظری در





در آینده شبکه‌های «تانسوری» (موضوعی در جبر مجرد^۵) در فیزیک رایانه‌های «کوانتومی»^۶ درون آن‌ها کندوکاو خواهند کرد. ریاضی‌دانان کارهای شگفت‌انگیزی انجام می‌دهند. آن‌ها زیبایی‌های نهفته در دنیای طبیعی را کشف می‌کنند و به کمک دانش ریاضی، با حرکت از موضوع‌های نظری به کاربردهای آن‌ها، و از نگاه خطی به غیرخطی، جهان را برای بهتر شدن تغییر می‌دهند. شما می‌توانید بخشی از آن تحول باشید. این مطلب بر اساس ویدئویی تدوین شده است که هفت سال پیش برای اولین بار در اینترنت منتشر شد. از آن موقع تا امروز خیلی از نوشته‌های قبل محقق شده‌اند. مثلاً در علم پزشکی، تشخیص بعضی از بیماری‌ها، با توجه به شرح حال و نشانه‌هایی که بیمار ارائه می‌کند، دیگر به کمک الگوریتم‌ها انجام می‌شود و درستی و نادرستی تشخیص یک بیماری وابستگی کمتری به باتجربه و حاذق بودن پزشک دارد. سرعت تغییرات علم و فناوری آن‌قدر زیاد شده است که ما در لحظه از آن‌ها عقب می‌افتیم.



پی‌نوشت‌ها

1. Epidemiology

رشته همه‌گیرشناسی رشته‌ای است در علوم پزشکی که به گردآوری و تجزیه و تحلیل اطلاعات و داده‌های مربوط به توزیع بیماری و عوامل مؤثر بر آن‌ها در سطح جامعه می‌پردازد و راحل و درمان مناسب پیشنهاد می‌دهد و خدمات واحدهای بهداشتی را در سطوح متفاوت ارزیابی می‌کند.

۲. توپولوژی از دو واژه توپو (topo) به معنای (جا) و لوجی (logy) به معنای (شناسایی) گرفته شده و در مجموع به معنی مکان‌شناسی و ریخت‌شناسی است.

۳. مفهوم‌های انتزاعی مفهوم‌هایی هستند که در خارج از ذهن وجود ندارند، بلکه فعالیت‌هایی هستند که توسط ذهن و یک عمل ذهنی انجام می‌گیرند. مفهوم‌های عالم خارج به صورت عقلی دریافت می‌شوند.

۴. سامانه‌های دینامیکی یا پویا سامانه‌هایی هستند که رفتار و مشخصات آن‌ها در طول زمان تغییر می‌کنند.

۵. جبر مجرد مبحثی از ریاضیات است که به مطالعه ساختارهای جبری می‌پردازد. ساختارهای جبری خود شامل قسمت‌های متفاوتی هستند.

۶. فیزیک کوانتومی شاخه‌ای از فیزیک است که ذرات بسیار کوچک را بررسی می‌کند.

منبع

<https://siam.org>



● محمد دشتی

درک بهتر جهان باریاضی

گفت‌وگو با مهندس **هادی میرزاپور**
تحلیلگر داده، دانشجوی فناوری اطلاعات

صمیمت و رفتار گرم و دوستانه عامل بزرگی برای برقراری ارتباط مؤثر است. موضوعی که در اولین ارتباط تلفنی با مهندس هادی میرزاپور مرا به شک انداخت که نکند ما از قبل یکدیگر را می‌شناسیم. وقتی که بعد از قرار تلفنی در «سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی» به سراغش رفتم متوجه شدم که در مورد شناخت قبلی اشتباه کرده‌ام، اما در خصوص اینکه بسیار صمیمی و مهربان است، هیچ شکی برایم باقی نماند. شاهد این مدعا هم صحبت‌های دوستانه و انگیزاننده اوست که با خواندن این گزارش متوجه آن خواهید شد. صحبت‌هایی که از ریاضی آغاز و با ریاضی پایان یافت. این گفت‌وگو را که ضمن آن آشنایی بیشتری با وی پیدا خواهید کرد با هم می‌خوانیم.

● در آن سال‌ها مجله‌های رشد و از جمله رشد ریاضی برهان چگونه به دستتان می‌رسید؟

○ مجله‌ها در مدرسه ما توزیع نمی‌شدند. بعد از این آشنایی اولیه بود که در هر شماره یکی از بچه‌ها مسئولیت خرید آن را بر عهده می‌گرفت و از جایی به بعد مسئولیت این کار به من سپرده شد. در سطح شهر بابل فقط «کتاب‌فروشی حمدی» بود که - البته هنوز هم هست - مجله رشد ریاضی برهان را داشت. مجله را ما از آنجا می‌خریدیم. جایی که از آن خاطره شیرینی دارم و هنوز هم اگر موقعیتش پیش بیاید سری به این کتاب‌فروشی جذاب و دوست‌داشتنی می‌زنم. این را هم اضافه کنم که مجله رشد آن زمان توزیع گسترده امروز را در مدرسه‌ها نداشت. من در مدرسه نمونه دولتی درس می‌خواندم و این مدرسه‌ها معمولاً فاصله زیادی از شهر داشتند. در کل در استان مازندران فقط سه دبیرستان نمونه دولتی وجود داشت. این مدرسه‌ها، بر اساس فلسفه شکل‌گیری‌شان، باید در منطقه‌های محروم راه‌اندازی می‌شدند. به همین دلیل نیز به صورت شبانه‌روزی اداره می‌شدند. دانش‌آموزان از شهرهای متفاوت استان در آزمون ورودی مدرسه نمونه دولتی شرکت می‌کردند که در صورت پذیرفته شدن امکان تحصیل در آن را داشتند.

● این مجله چه جذابیت و کاربردی برای شما داشت که این گونه مصمم شدید، مرتب آن را تهیه کنید؟

○ واقعیتش این است که مجله رشد ریاضی برهان بهانه

● عنوان ریاضی و رشته ریاضی ممکن است حس‌های متناقضی را در افراد برانگیزد، به طوری که جمعی ممکن است با شنیدن آن به یاد مرارت‌های بی‌پایان ناشی از درک‌نکردن درس ریاضی بیفتند و در مقابل، کسانی که با ریاضی ارتباط برقرار کرده‌اند، ممکن است زیبایی‌ها و جذابیت‌های آن را بی‌پایان بدانند. حس و نظر شما در این خصوص چیست؟

○ به گمانم با همین آشنایی مختصری که حاصل شده است، پاسخ سؤال خودتان را می‌دانید و طبیعی است که من عاشق ریاضی باشم. اما موافقم که عده‌ای هستند که هیچ‌گاه ریاضی را دوست نداشته‌اند. امیدوارم این گفت‌وگو مفید باشد و بتواند نظر آن دوستان را تغییر دهد. اجازه بدهید این گونه آغاز کنم و بگویم که در سال‌های ۱۳۷۱ تا ۱۳۷۵ که در شهر بابل در دبیرستان شبانه‌روزی و در رشته ریاضی درس می‌خواندم، روی وجهه علمی برخی درس‌ها، مثل ریاضی، تأکید می‌شد و در نتیجه من هم به حل مسئله‌های ریاضی خیلی علاقه‌مند شده بودم. خاطرم هست که یک بار آقای **حسینی**، معلم جبر و هندسه ما، مسئله خاصی را در کلاس مطرح کرد که بچه‌ها لذت بردند و از آن استقبال کردند. مسئله‌ای که باعث شده بود با هم مباحثه کنند و بعد از چند روز به راه‌حلی برای آن برسند. بعد از آن فهمیدیم که این مسئله از جمله مسئله‌هایی است که در مجله «رشد ریاضی برهان» چاپ می‌شوند. وقتی که بیشتر با مجله آشنا شدم، دریافتم این نشریه محتوای جذابی دارد و ضمناً در صفحه‌های پایانی آن تعدادی مسئله در قالب سؤال و مسابقه مطرح می‌شود.

اکنون نیز مجله و دوست قدیمی خودم، یعنی رشد ریاضی برهان را نیز پایش و رصد می‌کنم. شاید لازم باشد که بگویم علاقه‌مندی به ریاضی همیشه و تاکنون با من همراه بوده است و کار حرفه‌ای که خارج از سازمان، و در زمینه «تحلیل داده، پایتون و ...» انجام می‌دهم، در ارتباط مستقیم با دانش ریاضی است.

● با این علاقه‌مندی و دوستی که بین شما، ریاضی و مجله رشد ریاضی برهان وجود دارد، آیا مایل هستید که در نقد آن برایمان صحبت کنید؟

○ بله و البته که با همه اشکالاتی که ممکن است وجود داشته باشند، وجود چنین مجلاتی را برای مخاطبان مغتنم می‌دانم. اما اگر صحبت از نقد برای کمک به ارتقای کیفیت مجله باشد، باید بگویم به نظر می‌رسد مثل خیلی از محتواهای دیگر، مجله رشد ریاضی برهان هم آن‌گونه که شایسته است، به روز نیست. البته این یک موضوع نسبی است و ما نمی‌توانیم انتظار داشته باشیم که این نشریه با دیگر اجزای نظام، مانند کتاب درسی و محتواهای بسته‌های آموزشی و دیگر اجزا، فاصله معناداری داشته باشد.

● با توجه به محدودیت صفحه‌ها برای گفت‌وگوهای طولانی و اینکه بشود نظر شما را در عمل به کار بست، لطفاً موضوع را خلاصه و البته روشن‌تر بیان کنید.

○ نکته‌ای که در خصوص روزآمد نبودن شایسته مطرح می‌کنم، بیشتر ناظر بر ارتباط مجله با مخاطب امروزی آن است. شاید بتوانم به عنوان کسی که در دوره‌ای خاص (همان سال‌های ۷۱ تا ۷۵) مخاطب این مجله بوده و نسبت به شرایط آن زمان از چنین رسانه‌ای استفاده لازم را برده است، اشاره کنم که رمز توفیق مجله رشد ریاضی برهان در آن دوره «پاسخ‌گویی کارآمد به نیازهای مخاطب» بود.

اگر بخواهیم این مجله همچنان برای مخاطب کارآمدی داشته باشد، باید یادمان بماند که مخاطب امروز نسبت به حدود یک چهارم قرن پیش حتماً تغییرات خیلی زیادی کرده است. لذا انتظار می‌رود مجله هم اگر نه به آن نسبت، حداقل نزدیک به نیازها، نگاه‌ها و دیدگاه‌های مخاطب حرکت و تولید محتوا کند. بدان امید که در فرداهای دیگر باز هم کسانی باشند که مثل من از وجود مجله‌ای کارآمد، مؤثر و جذاب بگویند و حاضر باشند نه از شهری به شهر دیگر بلکه با دسترسی به مجله الکترونیکی رشد ریاضی برهان، از صفحه‌ای به صفحه دیگر بروند و مطالب رشد ریاضی برهان را جست‌وجو کنند.

● و حرف آخر!

○ اگر ریاضی بدانیم، درک بهتری از جهان خواهیم داشت!

خوبی برای دور هم جمع شدن من و هم‌کلاسی‌ها بود که علاوه بر گذراندن ساعت‌های غیردرسی، اوقات خودمان را با فعالیت‌های مفید و در عین حال جذاب و آموزنده پر کنیم. به گمانم وجود چنین مجله‌ای که در واقع رسانه‌ای مفید، تخصصی و در عین حال سازنده بود، این فرصت را در آموزش و پرورش پدید می‌آورد که سازمانی مانند سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، به کمک مجموعه مجلات رشد-که رشد ریاضی برهان یکی از آن‌ها بود- و همچنین تألیف و انتشار کتاب‌های درسی، بر امور و مسائل مدرسه‌های ما احاطه داشته باشد.

یکی دو بار در جلسه‌هایی که با رئیس محترم سازمان، جناب آقای دکتر لطیفی داشتیم خدمتشان گفتم که وجود چنین مجله‌ای باعث شده بود ما با مجموعه سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی بیشتر آشنا شویم. این مجله حتی فضایی را به وجود آورده بود که در آن ما می‌توانستیم با معلمان خودمان در خصوص موضوع‌ها، سرفصل‌ها و مسابقه‌های مجله گفت‌وگو و مباحثه کنیم. به گمانم فرصت ارزشمندی هم برای ما و هم برای سازمانی بود که باعث این وصل و پیوند و بالندگی می‌شد.

این در حالی بود که بنا به دلایلی که به آن اشاره کردم، مجله برهان در مدرسه ما به شکل رسمی توزیع نمی‌شد، اما آن قدر جذابیت، ارزشمندی و کارآمدی داشت که برای خرید و تهیه آن به شهر می‌رفتیم و آن را به موقع و بلافاصله بعد از رسیدن به کتابفروشی حمدی دریافت می‌کردیم. مجله و مجلاتی که سال‌ها آن‌ها را داشتیم و اگر جابه‌جایی‌های منزل و کمبود فضاهای آپارتمانی نبود، شاید هنوز هم آن‌ها را حفظ می‌کردم و چون تحفه‌ای ارزشمند گرامی می‌داشتیم.

● البته به نظر می‌رسد که رشته مهر دوست، شما را تا همسایگی خودش کشانده است. امروز دفتر کار شما در همسایگی تحریریه این مجله و دیگر مجلات رشد قرار دارد!

○ بله، همین طور است. مدرک دیپلم را در رشته ریاضی و فیزیک از «دبیرستان نمونه دولتی شهید عباسعلی فیروزجاییان بابل» دریافت کردم و برای دریافت کارشناسی مهندسی رایانه، گرایش نرم‌افزار به دانشگاه فردوسی مشهد رفتم. در ادامه توانستم در دوره کارشناسی ارشد در «رشته مهندسی فناوری اطلاعات»، گرایش «تجارت الکترونیک» از دانشگاه دولتی قم فارغ‌التحصیل شوم و در حال حاضر از سال ۱۴۰۲ در دوره دکتری مدیریت فناوری اطلاعات، «گرایش کسب‌وکار» مشغول تحصیل هستم. البته دست تقدیر مرا به آموزش و پرورش و مهد تولید مجله‌های رشد، یعنی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی کشاند. بدین گونه که از آبان ماه سال ۱۳۹۶ به عنوان رئیس گروه تولید محتوای الکترونیکی (شبکه رشد) همسایه دیواره‌دیوار «دفتر انتشارات و فناوری آموزشی» بوده‌ام و هم

زبان‌های برنامه‌نویسی

آریان خلیلی

برای دسته‌بندی زبان‌های برنامه‌نویسی راه‌های گوناگونی وجود دارد و بیشتر زبان‌ها در بیش از یک گروه قرار می‌گیرند. یک راه مفید دسته‌بندی زبان‌های برنامه‌نویسی، توجه به ویژگی‌هایی است که هر زبان دارد.

اشاره: در مجموعه مقاله‌های هشت شماره سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲، به زبانی ساده و رویکردی تصویری، برخی از فن‌های برنامه‌نویسی را به شما معرفی کردیم. توصیه می‌شود، اگر آن‌ها را نخوانده‌اید، از طریق رمزینۀ پاسخ سریع مقابل، این مقاله‌ها را بارگیری و مطالعه کنید. در آخرین مقاله با عنوان «زبان‌های برنامه‌نویسی چه می‌کنند؟» اشاره کردیم که زبان‌های برنامه‌نویسی به ما کمک می‌کنند با رایانه‌ها ارتباط برقرار کنیم. در مجموعه مقاله‌هایی که امسال برای شما خواهیم نوشت، تمرکز ما بر معرفی زبان‌های برنامه‌نویسی گوناگون و مقایسه آن‌ها با یکدیگر خواهد بود.



سبک‌های زبان برنامه‌نویسی: سبک‌های گوناگون برنامه‌نویسی، محاسبه‌ها را به شیوه‌های متفاوتی انجام می‌دهند. برای مثال، برخی از سبک‌های برنامه‌نویسی در حل مسئله‌های خاصی از بقیه بهتر هستند. گاهی هم ممکن است هیچ دلیل روشنی وجود نداشته باشد و برنامه‌نویسان ترجیح دهند زبانی را انتخاب کنند که سال‌ها با آن کار کرده‌اند و راحت‌ترند.

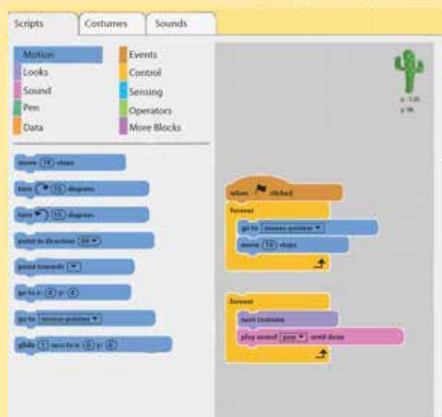
زبان‌های برنامه‌نویسی دستوری: سبک برنامه‌نویسی دستوری مشابه دستورهای پشت سر هم برای پخت غذا یا الگوی بافندگی است. این سبک از برنامه‌نویسی شامل مجموعه‌ای از دستورهاست که یکی پس از دیگری اجرا می‌شوند. دستور غذا حالت یا شرایط مواد خام را از نیخته به پخته تغییر می‌دهد. وضعیت یک رایانه، داده‌های ذخیره‌شده در حافظه آن است. هنگامی که برنامه‌ای را اجرا می‌کند، دستورات موجود در برنامه این وضعیت را تغییر می‌دهند. زبان‌های دستوری شامل متغیرهایی هستند که داده‌ها را نگه می‌دارند و ساختارهایی مانند حلقه‌ها و شاخه‌های شرطی را مدیریت (کنترل) می‌کنند.

زبان‌های برنامه‌نویسی تصویری: غالباً اولین زبان از برنامه‌نویسی که کودکان با آن مواجه می‌شوند، برنامه‌نویسی دیداری یا تصویری است. در این گونه زبان‌ها، برنامه‌نویس مجموعه‌ای از بلوک‌ها را که در واقع نشان‌دهنده دستورات هستند، کنار هم قرار می‌دهد. بسیاری از زبان‌های تصویری به عنوان ابزار آموزشی طراحی شده‌اند. آن‌ها به کودکان یا سایر برنامه‌نویسان جدید اجازه می‌دهند بدون نیاز به حروف‌نگاری (تایپ) دستورات، با مفاهیم برنامه‌نویسی آشنا شوند و بدون نگرانی در مورد خطاهای برنامه‌نویسی، روی چگونگی تبدیل الگوریتم حل مسئله به برنامه تمرکز کنند.

```
#include <stdio.h>
int main()
{
    int i;
    for (i = 0; i < 5; i++){
        printf("Hello, World");
    }
    return 0;
}
```

Hello, World!

C



Scratch

ژرف و عمیق

● "Hello, World!"

به طور سنتی، اولین برنامه‌ای که هر برنامه‌نویس جدید می‌نویسد، «Hello, World!» است. با اجرای این برنامه، عبارت «Hello, World!» روی صفحه نمایش ظاهر می‌شود. حتی برنامه‌نویسان با تجربه که زبان جدیدی را یاد می‌گیرند نیز غالباً با همین کار شروع می‌کنند تا ببینند آیا برنامه جدیدی که با آن کدنویسی می‌کنند، به درستی کار می‌کند یا نه. این سنت مرسوم را کتاب «زبان برنامه‌نویسی C» که در سال ۱۹۷۸ میلادی منتشر شد، معرفی کرد.

● زبان‌های برنامه‌نویسی شیء‌گرا: این سبک از

برنامه‌نویسی شامل مفهوم اشیایی است که چیزهای دنیای واقعی را مدل می‌کنند. یک شیء معمولاً زمینه‌هایی (شامل داده) و روش‌هایی (شامل کد) دارد که رفتارها را نشان می‌دهند. برای مثال، یک توپ به عنوان یک شیء، رنگ و اندازه دارد و همچنین شامل دستوراتی برای چگونگی بازی با آن است. به طور کلی، هر شیء در یک رده‌بندی قرار می‌گیرد و این رده‌بندی (کلاس) نشان می‌دهد که آن شیء خاص چگونه به نظر می‌رسد. زبان برنامه‌نویسی پایتون که در دوره اول متوسطه در درس کار و فناوری با آن آشنا می‌شوید، نمونه معروفی از زبان برنامه‌نویسی شیء‌گراست.

```
class Ball:
    colour = ""
    size = 0
    def throw(self):
        print("ball being thrown!")
    def catch(self):
        print("ball being caught!")
myball = Ball()
myball.colour = "red"
myball.size = 5
```



Python

● زبان‌های برنامه‌نویسی تابعی: زبان‌های تابعی

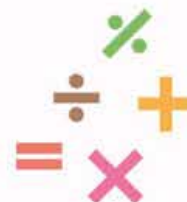
برنامه را به عنوان مجموعه‌ای از تابع‌های ریاضی تعریف می‌کنند. یکی از ویژگی‌های اصلی زبان‌های تابعی این است که از حلقه‌ها برای تکرار عملیات استفاده نمی‌کنند. در عوض، از یک تابع بازگشتی استفاده می‌کنند که خود را بخشی از تعریف خود می‌نامد. یکی دیگر از ویژگی‌های قابل توجه، تطبیق الگوست که در آن، یک تابع با مشاهده مقداری که به آن داده شده است و دیدن اینکه با کدام یک از چندین الگو مطابقت دارد، تصمیم می‌گیرد چه کاری انجام دهد.

دنیای واقعی

● برنامه‌نویسی به زبان عادی

امروزه انواع گوناگون زبان‌های برنامه‌نویسی ابداع شده‌اند که در آن‌ها کدها مشابه یک متن معمولی هستند که به زبان عادی نوشته شده‌است. با این حال، چنین زبان‌هایی برای برنامه‌نویسی مناسب نیستند. حتی برای برنامه‌ای که می‌خواهد یک محاسبه ساده انجام دهد، لازم است مقدار زیادی کد با این زبان‌ها نوشته شود. «زبان شکسپیر» و «زبان سرآشپز»، دو نمونه از این زبان‌ها هستند که صرفاً برای سرگرمی ابداع شده‌اند.

```
fac 0 = 1
fac n = n * fac (n-1)
main = print (fac 7)
```

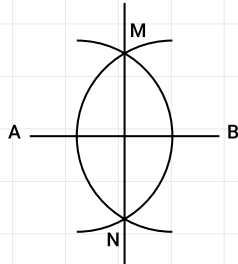


Haskell

چگونه رسم می‌شود؟

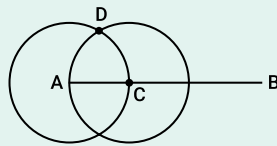
عباس قلعه پور اقدم

عمود منصف این پاره‌خط، به مرکزهای A و B و شعاعی بیشتر از نصف طول AB، دو کمان می‌زنیم تا همدیگر را در دو نقطه M و N قطع کنند. خط گذرا از این دو نقطه عمود منصف است (شکل ۱).



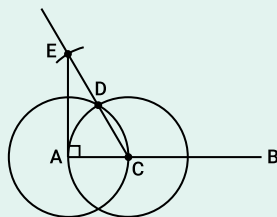
شکل ۱

ب) چگونه بر پاره‌خط AB، در یک سر آن مثلاً A، خطی عمود رسم کنیم؛ بدون آنکه پاره‌خط را از طرف A امتداد دهیم. پاره‌خط AB را در نظر می‌گیریم (شکل ۲). می‌خواهیم در نقطه A عمودی بر AB رسم کنیم. معلوم است که اگر بخواهیم این عمود را با گونیا رسم کنیم، باید پاره‌خط را ابتدا از طرف A امتداد دهیم. ولی بدون امتداد دادن پاره‌خط، به صورت زیر می‌توانیم عمود را رسم کنیم: روی پاره‌خط AB نقطه دلخواه C را در نظر می‌گیریم. به مرکزهای A و C، و شعاعی برابر با طول AC، دو دایره رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ای که آن را D می‌نامیم، قطع کنند (شکل ۲).



شکل ۲

حال D را به C وصل می‌کنیم (شکل ۳) و پاره‌خط CD را از طرف D به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه E برسیم (برای امتداد دادن CD از طرف D به اندازه خودش، کافی است دهانه پرگار را به اندازه CD باز کنیم و به مرکز D دایره‌ای بکشیم و بعد CD را امتداد دهیم تا این دایره را در E قطع کند). حال E را به A وصل می‌کنیم. EA بر AB در A عمود است.



شکل ۳

پ) ترسیم خط مماس بر یک دایره از نقطه‌ای واقع بر آن می‌خواهیم در نقطه A که روی دایره واقع است، مماسی بر آن رسم کنیم. به این منظور نقطه A را به مرکز دایره (نقطه O) وصل می‌کنیم (شکل ۴). سپس در نقطه A به صورتی که در قسمت ب) شرح داده شد، عمودی بر آن رسم کنیم. این خط در نقطه A بر دایره مماس است.

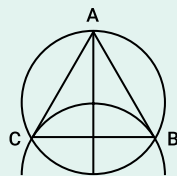
سلام دوستان. در هشت شماره قبلی طرز رسم برخی شکل‌ها را به شما آموزش دادم. امیدوارم امسال هم با بخش «چگونه رسم می‌شود؟» همراه باشید. در تمامی ترسیم‌هایی که تمرین خواهیم کرد، تنها از یک پرگار و یک خط‌کش که می‌تواند حتی غیرمدرج هم باشد، استفاده خواهیم کرد. خط‌کش غیرمدرج دقیقاً مانند یک خط‌کش مدرج است، اما روی آن نشانه‌های اندازه‌گیری یعنی عددها وجود ندارند.

در واقع ما از یک خط‌کش مدرج معمولی استفاده خواهیم کرد، ولی در زمان ترسیم چیزی را با آن اندازه نخواهیم گرفت. برای مثال، اگر از شما خواسته شود که یک پاره‌خط را نصف کنید، یا به عبارت دیگر، وسط آن پاره‌خط را بیابید، شما اولین کاری که خواهید کرد، اندازه‌گیری طول آن پاره‌خط با خط‌کش و نصف کردن عدد به دست آمده و سپس اندازه‌گیری از یک سر پاره‌خط خواهد بود. مثلاً اگر پاره‌خط ۶۰ میلی‌متر باشد، نصف ۶۰ می‌شود ۳۰. پس شما با خط‌کش از یک سر پاره‌خط به اندازه ۳۰ میلی‌متر جدا می‌کنید و به وسط پاره‌خط می‌رسید. در ترسیماتی که تنها با خط‌کش غیرمدرج و پرگار انجام می‌گیرند، مثلاً در این مورد (یافتن وسط پاره‌خط) نیازی به اندازه‌گیری طول پاره‌خط نیست. اگر می‌خواهید این روش را یاد بگیرید، به شماره ۱۴۶ (اردیبهشت ۱۴۰۳) مجله، بخش «چگونه رسم می‌شود؟» مراجعه کنید.

ریاضی‌دانان یونان باستان در موضوع رسم با خط‌کش و پرگار و توسعه آن نقش زیادی داشته‌اند. در واقع، هندسه‌دانان یونان باستان از اینکه دنبال شکل‌هایی بگردند که تنها با پرگار و خط‌کش غیرمدرج قابل رسم باشند، لذت می‌بردند. البته باید بگویم که ریاضی‌دانان ایرانی نیز در این زمینه نقش بسزایی داشته‌اند. حال به سراغ ترسیمات برویم. در آغاز به دو مورد مهم می‌پردازیم که به آن‌ها نیاز خواهیم داشت.

الف) عمود منصف یک پاره‌خط چگونه رسم می‌شود؟

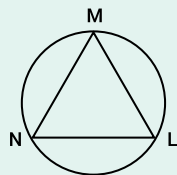
عمود منصف یک پاره‌خط خطی است که بر آن عمود می‌شود و آن را نصف می‌کند. پاره‌خط AB را در نظر می‌گیریم. برای رسم



شکل ۱۰

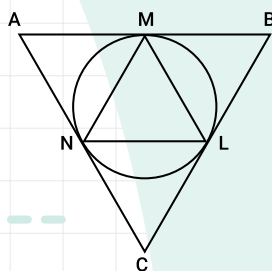
رسم شکل ۶

برای محیط کردن مثلث متساوی الاضلاع بر یک دایره معلوم، ابتدا باید با روشی که در رسم شکل ۳ شرح داده شد، مثلث محاطی دایره را که MNL می‌نامیم، رسم کنیم (شکل ۱۱).



شکل ۱۱

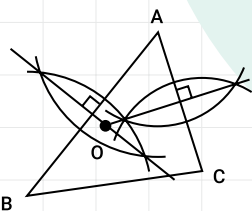
حال با روشی که در قسمت (پ) شرح داده شد، در نقطه‌های M، N و L سه خط مماس بر دایره رسم می‌کنیم تا مثلث ABC به دست آید (شکل ۱۲). ABC بر دایره محیط است.



شکل ۱۲

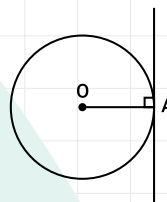
رسم شکل ۷

مثلث ABC یک مثلث مختلف الاضلاع است؛ یعنی اندازه اضلاعش متفاوت است. می‌خواهیم بر ABC یک دایره محیط کنیم. به این منظور کافی است با روشی که در قسمت (الف) شرح داده شد، عمود منصف‌های دو ضلع از مثلث را رسم کنیم (شکل ۱۳).



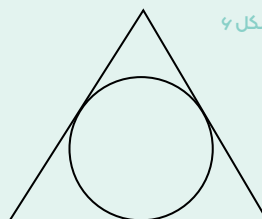
شکل ۱۳

نقطه تقاطع این عمود منصف‌ها (یعنی O) مرکز دایره محیطی مثلث است. پس کافی است به مرکز این نقطه و شعاع AO دایره‌ای رسم کنیم. این دایره از هر سه رأس مثلث خواهد گذشت و دایره محیطی آن است. در پایان امیدوارم با دقت و حوصله این رسم‌ها را تمرین کنید.

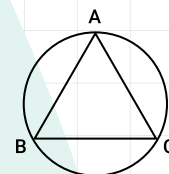


شکل ۴

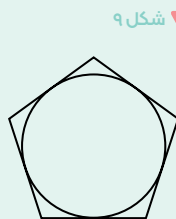
حال به موضوع اصلی می‌رسیم: شکل‌های ۵ تا ۹ چگونه رسم می‌شوند؟



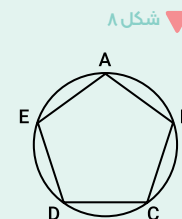
شکل ۶



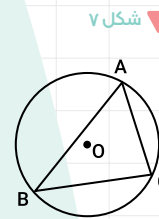
شکل ۵



شکل ۹



شکل ۸



شکل ۷

در شکل ۵ دایره از هر سه رأس مثلث متساوی الاضلاع ABC گذشته است. در این حالت گفته می‌شود: دایره بر مثلث ABC محیط است یا مثلث ABC در دایره محاط است.

در شکل ۶ دایره بر هر سه ضلع مثلث متساوی الاضلاع ABC مماس است. در این حالت گفته می‌شود: مثلث بر دایره محیط است یا دایره در مثلث محاط شده است.

در شکل ۷ مثلث مختلف الاضلعی داریم که همانند شکل ۳ در دایره محاط شده است.

در شکل ۸ دایره بر پنج ضلعی منتظم ABCDE محیط شده است؛ یعنی از پنج رأس آن گذشته است.

در شکل ۹ پنج ضلعی منتظم بر دایره محیط است؛ یعنی هر پنج ضلع آن بر دایره مماس هستند.

روش رسم شکل‌های ۵، ۶ و ۷ در این شماره و شکل‌های ۸ و ۹ در شماره بعدی توضیح داده می‌شوند.

رسم شکل ۵

برای محاط کردن یک مثلث متساوی الاضلاع در یک دایره معلوم، ابتدا قطری از دایره مانند AD را رسم می‌کنیم (شکل ۱۰). سپس به مرکز D و با شعاعی مساوی با شعاع دایره، قوسی رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌های B و C قطع کند. نقطه‌های A، B و C را به هم وصل می‌کنیم. مثلث ABC در دایره محاط است.



برای دیدن مراحل
دوخت نشان گذار
رمزیننه را پویش
کنید.



زیبادوزی

باشماره دوزی

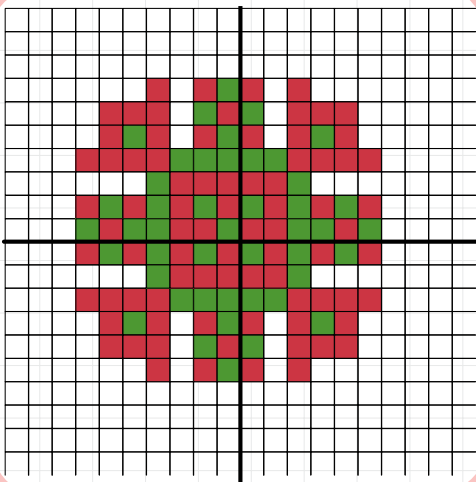
● ندا نعمتی

شاید برای شما هم این سؤال پیش آمده باشد که: «آنچه در ریاضیات می‌آموزیم، در زندگی روزمره چه کاربردی دارد؟» برای رسیدن به پاسخ این پرسش پیشنهاد می‌کنم نگاهی به محیط اطراف خود بیندازید. ریاضیات در معماری، مجسمه‌سازی، نقاشی و حتی دوخت و پارچه‌بافی کاربرد دارد. به بیان دیگر، ریاضیات با دنیای هنر ارتباط نزدیکی دارد. برای آشنایی بیشتر شما با ارتباط این دو حوزه، هنر شماره‌دوزی را در نظر گرفته‌ایم. شماره‌دوزی هنری مرتبط با ریاضی است و این ارتباط در مرحله‌های متفاوت انجام کار قابل مشاهده است؛ از انتخاب پارچه گرفته تا نقشه‌خوانی، برش و در نهایت دوخت طرح. ابتدایی‌ترین کار در دوخت طرح‌های شماره‌دوزی انتخاب پارچه است.

ابزار شماره‌دوزی

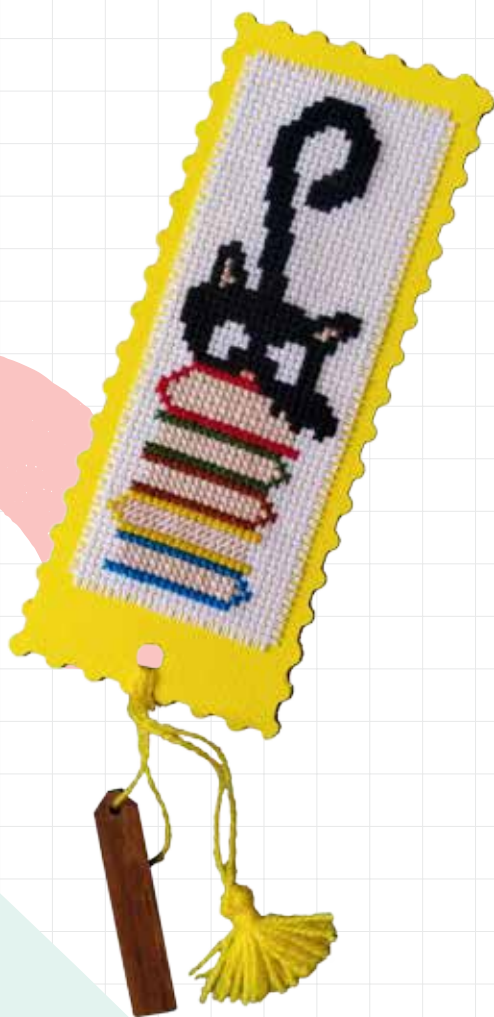
نقشه: طرح‌های شماره‌دوزی را از روی نقشه می‌دوزند و نقشه‌ها به خانه‌های ۱۰ اتایی تقسیم می‌شوند. مربع کامل روی نقشه به معنی آن است که دو کوک ضربدری به جای قطره‌های مربع باید دوخته شود. دوخت در رأس‌های مربع انجام می‌گیرد.

پارچه شماره‌دوزی: این پارچه دارای بافت مشخص و از خانه‌های مربعی تشکیل شده است. با شمارش تعداد خانه‌های مربعی در یک اینچ (حدود ۲/۵ سانتی‌متر) از پارچه، نوع پارچه مشخص می‌شود. با توجه به تراکم بافت، از عبارت‌های ۱۰ کانت، ۱۴ کانت، ۲۴ کانت و ... برای مشخص کردن نوع پارچه استفاده می‌شود. هرچه بافت پارچه متراکم‌تر باشد، عدد آن بزرگ‌تر است و طرح دوخته شده ظریف‌تر خواهد شد. برای مثال اگر در ۲/۵ سانتی‌متر از پارچه، ۱۴ خانه مربعی وجود داشته باشد، این پارچه ۱۴ کانت است.

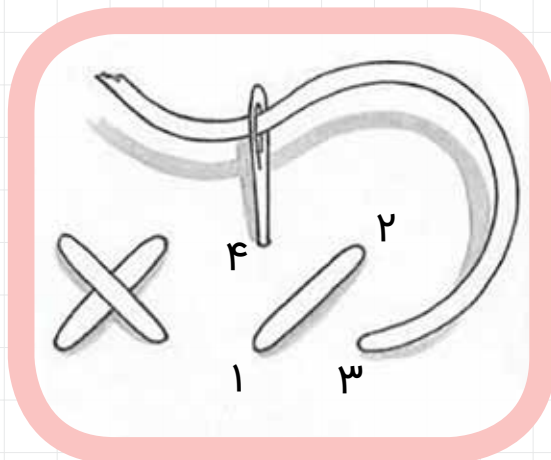


سایر وسایلی که به آن نیاز خواهید داشت، قیچی و در برخی موارد کارگاه و خودکار حرارتی است. برای آشنایی بیشتر با جزئیات مربوط به این هنر و یادگیری آن به صفحه سوم جلد مجله مراجعه کنید.

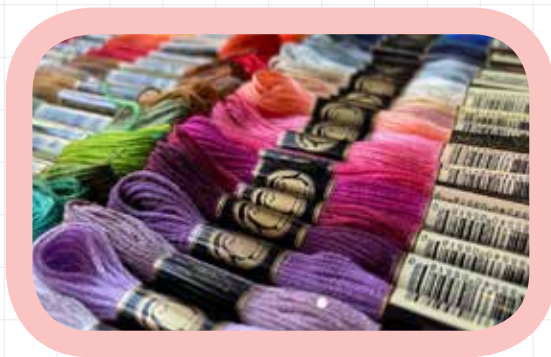
شماره‌دوزی نوعی مهارت کار با نخ و سوزن است که با صبری و دقت، به راحتی می‌توانید آن را بیاموزید. امیدواریم به کمک این هنر و توجه به اصول اولیه آن، محصولاتی زیبا و کاربردی تولید کنید.



برای دیدن مراحل
ساخت رمزینه را
پویش کنید.



نخ: در شماره‌دوزی معمولاً از کلاف‌های نخ هشت متری که شش رشته دارند، استفاده می‌شود. تعداد رشته‌های مورد استفاده برای شماره‌دوزی را با توجه به بافت پارچه تعیین می‌کنند.



سوزن: سوزن‌های شماره‌دوزی چشمی‌های درشتی دارند. اندازه سوزن با توجه به پارچه شماره‌دوزی انتخاب می‌شود.



جدول ریاضی

محمدتقی طاهری تنجانی

	۶	۷		
۱				
۲			۸	۹
۳				
	۴			
	۵			

جدول بالا شامل چهار عدد دو رقمی، چهار عدد سه رقمی و یک عدد چهار رقمی است که شرح هشت تای آن‌ها را داده‌ایم. در شرح افقی عددها از چپ به راست و در شرح عمودی عددها از بالا به پایین نوشته می‌شوند. پس از آنکه مطابق شرح داده شده جدول را پر کردید، رمز جدول که همان عدد سطر سوم افقی است به دست می‌آید که عددی چهار رقمی است. پس از نوشتن عدد، شرح مناسبی که شامل یک جمله باشد برای آن بنویسید و برای ما بفرستید.

سوالات جدول

۱. عدد چهار رقمی $\overline{aabb}$ مربع کامل است. مجموع ارقام آن کدام است؟
۲. یک پسر با سن بین ۱۳ تا ۱۹ سال، سن خودش را بعد از سن پدرش می‌نویسد، از این عدد چهار رقمی تفاوت سن‌ها را کم می‌کند و عدد ۴۲۸۹ را به دست می‌آورد. مجموع سن پدر و پسر چند سال است؟
۳. عددی است که بر هیچ یک از عددهای اول یک رقمی بخش پذیر نیست.
۴. مجموع رقم‌های عدد $10^n - 4$ برابر ۲۵۸ است. عدد n کدام است؟
۵. برای تهیه رنگ سبز، رنگ زرد و آبی به نسبت‌های ۳ و ۵ مخلوط می‌شوند. در ۶۷۲ کیلو رنگ سبز چند کیلوگرم رنگ زرد وجود دارد؟
۶. عدد سه رقمی فرد که بر ۵ بخش پذیر است.
۷. تفاضل دو عدد ۳۷۱ است. از تقسیم عدد بزرگتر بر عدد کوچکتر خارج قسمت ۴ و باقی‌مانده ۸ می‌شود. عدد بزرگتر کدام است؟



برای دیدن پاسخ
رمزبانه را پویش کنید.

۹. اگر $A = \frac{1 - \frac{1}{p}}{1 + \frac{1}{p}}$ و $B = \frac{1 - A}{1 + B}$ باشد حاصل $(\frac{A}{B} + \frac{5}{B})$ کدام است؟

نشان‌گذار کتاب



ریاضیات ابزار قدرتمندی است که در همه جا وجود دارد و می‌تواند به ما در حل مسئله‌های زندگی واقعی در حوزه‌های گوناگون مانند علوم، مهندسی، کسب و کار، سلامت، هنر و غیره کمک کند. به عبارت دیگر، ریاضیات و محاسبات آن در بسیاری از بخش‌های زندگی روزمره انسان نقش دارد.

در این مطلب با یک کاردستی کاربردی آشنا می‌شویم که بچه‌های اهل کتاب و مطالعه با آن سر و کار دارند.



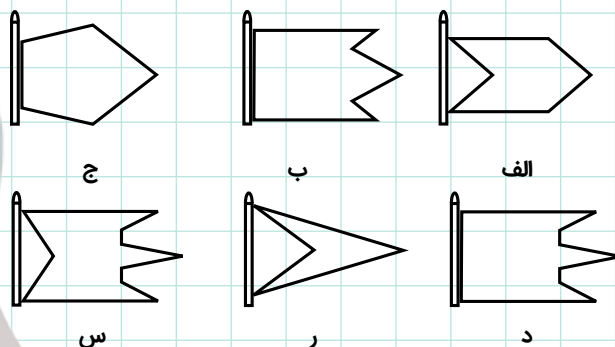
برای مشاهده مراحل ساخت، رمزینه را پویش کنید.

خسرو داودی
تصویرگر: شهرام شیرزادی

زاویه پرچم‌ها



این شش پرچم را شش ریاضی‌دان بالا طراحی کرده‌اند. هر کدام از آن‌ها مجموع زاویه‌های داخلی پرچم خود را اعلام کرده‌اند. حرف هر پرچم را کنار نام ریاضی‌دان بنویسید.



پرچم	نام ریاضی‌دان
	خوارزمی
	خیام
	بیرونی
	کاشانی
	شیخ بهایی
	فارابی

من هم بوزجانی هستم. پرچم ما ۱۲ ضلع دارد. مجموع زاویه‌های داخلی پرچم ما چند درجه است؟

برای مشاهده پاسخ، رمزینه را پویش کنید.

