

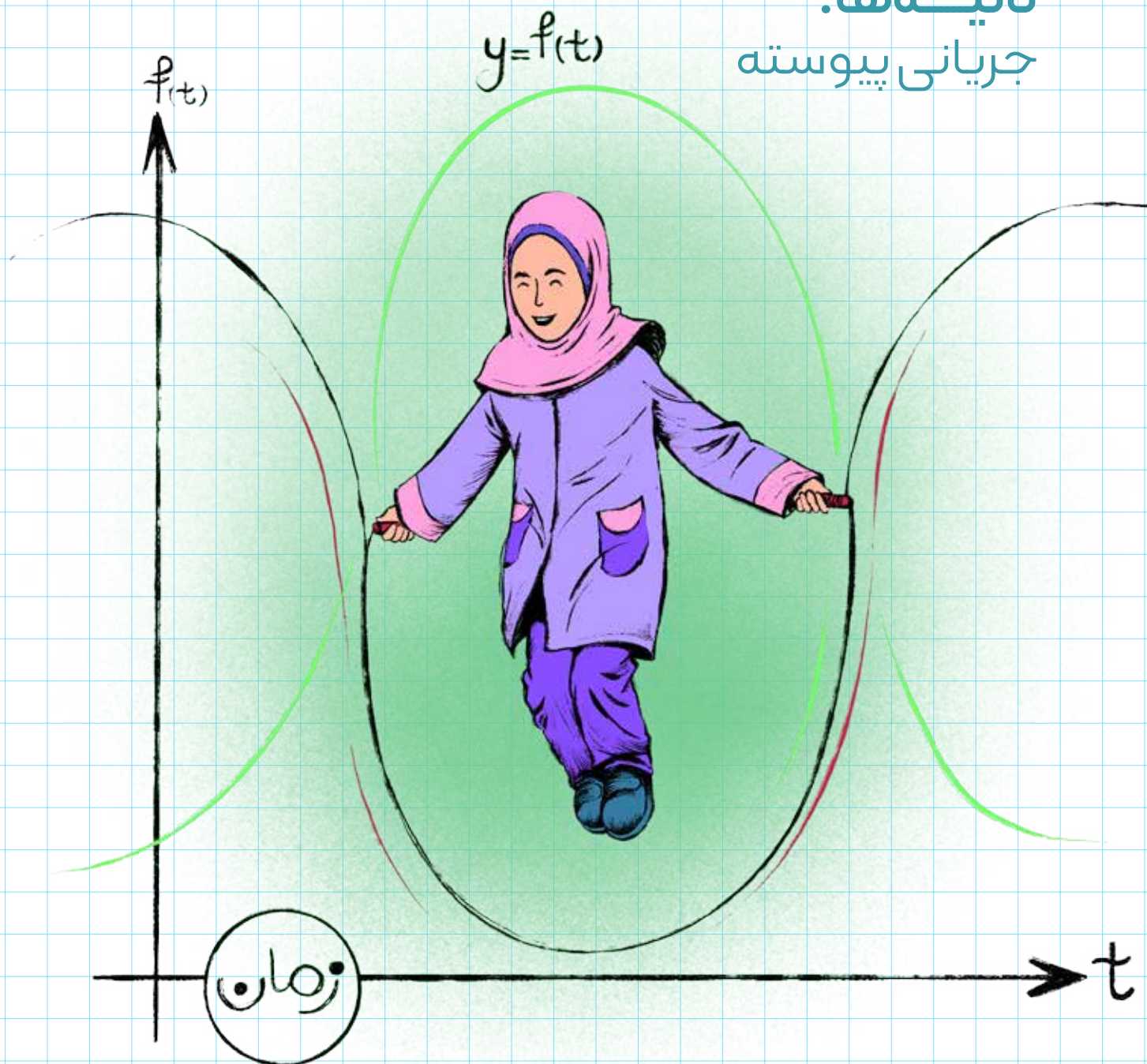
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای
دانش آموزان دوره اول متوسطه
۴۰ صفحه / اسفند ۱۴۰۱
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۳
ISSN : 1735-4943



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir
دوره بیست و هشتم / شماره ۱۳۶



ثانیه ها؛ جریانی پیوسته





برای مشاهده
پاسخ، رمزینه را
پویش کنید.

عدد اولی

۱. عددهای اول و عدد ۶

شما می‌توانید عددهای زوج را با تفریق کردن دو عدد اول متوالی بسازید؛ مثال:

$$11 - 7 = 4$$

$$5 - 3 = 2$$

شش راه متفاوت وجود دارد تا به همین ترتیب عدد ۶ را بسازید؛ یعنی:

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

$$\bigcirc - \bigcirc = 6$$

همه پاسخ‌ها را پیدا کنید.

۲. عددهای اول دوقلو

عددهای اول دوقلو دو عدد اول هستند که بین آن‌ها فقط یک عدد وجود دارد. آیا می‌توانید هشت زوج عدد اول دوقلو در عددهای کمتر از ۱۰۰ پیدا کنید.

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

$$\bigcirc \text{ و } \bigcirc$$

۱۰۰	۹۹	۹۸	۹۷	۹۶	۹۵	۹۴	۹۳	۹۲	۹۱
۶۵	۶۴	۶۳	۶۲	۶۱	۶۰	۵۹	۵۸	۵۷	۹۰
۶۶	۳۷	۳۶	۳۵	۳۴	۳۳	۳۲	۳۱	۵۶	۸۹
۶۷	۳۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۳۰	۵۵	۸۸
۶۸	۳۹	۱۸	۵	۴	۳	۱۲	۲۹	۵۴	۸۷
۶۹	۴۰	۱۹	۶	۱	۲	۱۱	۲۸	۵۳	۸۶
۷۰	۴۱	۲۰	۷	۸	۹	۱۰	۲۷	۵۲	۸۵
۷۱	۴۲	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۵۱	۸۴
۷۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۸۳
۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰	۸۱	۸۲

مارپیچ عددهای اول
را کامل کنید تا پاسخ
معمای بالا برایتان
راحت‌تر شود.

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد وآل محمد وعجل فرجهم

دانش اندک همراه با عمل بهتر از علم بسیار بدون عمل است. حضرت امام علی (ع) «نهج البلاغه، حکمت ۳۱۶»

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی www.roshdmag.ir
دوره بیست و هشتم / شماره پیاپی ۱۳۶ / اسفند ۱۴۰۱
ماهنامه آموزشی و تربیتی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
ISSN: 1735-4943 / پیامک: ۳۰۵۰۸۹۹۵۱۲ / ۴۰ صفحه

مدیر مسئول: محمد صالح مدنی / سردبیر: حسین نامی ساعی / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: محرم ایردموسی، رضا حیدری قزلجه، روح الله خلیلی بروجنی، خسرو داودی،
محمد رضا سید صالحی، مرتضی مرتضوی، داود معصومی مهور، محمود نصیری
ویراستار: بهروز راستانی / مدیر هنری: کوروش پاسانژاد / طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگر: حسین یوزباشی

در این ماه: اسفند ۱۴۰۱: پنجم: ولادت سالار شهیدان، امام حسین (ع) و روز پاسدار
ششم: ولادت حضرت ابوالفضل العباس (ع) و روز جانباز / هفتم:
ولادت امام زین العابدین (ع) / سیزدهم: ولادت حضرت علی اکبر (ع) و
روز جوان / چهاردهم: روز احسان و نیکوکاری / پانزدهم: روز درختکاری
/ هفدهم: ولادت حضرت ولی عصر (عج) / بیستم: ولادت حضرت
رقیه (س) / بیست و دوم: روز بزرگداشت شهدا / بیست و نهم: روز ملی
شدن صنعت نفت
/ شرح مناسبت های ماه را با پوشش رهنما ببینید.



رایج

سخن سردبیر

ثانیه ها: جریانی پیوسته / حسین نامی ساعی / ۲
ریاضی و مدرسه

مفهوم های هندسی و حل مسئله / محمود نصیری / ۳
چکش کاری استدلال (قسمت اول) / داود معصومی مهور / ۴
یک مسئله و چند راه حل: مجموع عددهای طبیعی فرد متوالی / محسن کیخانی،
حسین کریمی / ۸

اول ضرب یا تقسیم؟! / مرتضی مرتضوی / ۳۳
ریاضی و کاربرد

بایید کمی فکر کنیم! تأمین هزینه با عشق و ایمان / خسرو داودی / ۱۲
پنجره ای به سوی بی نهایت / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۸
استدلال های غلط درست نما (قسمت ششم) / شراره تقی دستجردی، صبا قاسمی / ۲۲
نقاط کور محاسبات / مریم جعفرآبادی / ۲۶
درمانگاه ریاضی / افشین خاصه خان / ۲۸
وقتی جواب سلام از دهن می افتد! / جعفر ربانی / ۳۰
حساب و کتاب خورشید / زها جواهری پور / ۳۲
کار دستی های کاغذی / علیرضا محمد صالحی / ۳۸
گفت و گو

لذت گشتی روی تشک ریاضیات / گفت و گو با امیر احمدی، مهندس مکانیک، مدرس
فنی و مخاطب دیروز مجله رشد ریاضی برهان / محمد حسین دیزجی / ۱۴
شتاب دهنده هوش فضایی / گفت و گو با بردیا بهرامی، دانش آموز مبتکری که فهم
معماهای فضایی را آسان کرد / مهدیه مسیپی / ۳۴

ریاضی و تاریخ

همگام با ستارگان / آرش رستگار / ۲۰

ریاضی و سرگرمی

چند بازی با عددها / محرم ایردموسی / ۱۱
آشنایی با معماهای شیکاکو / مجده کشاورز / ۱۷
ذهن دوستان را بخوانید! / عباس قلعه پور اقدم / ۴۰

ریاضی و مسئله

داستان های مریم / محرم ایردموسی / ۲۴

ریاضی و نرم افزار

حل ال نرم مسائل سخت / فاطمه درویشی / ۳۶



وقتی مسئله حل می کرد و دنبال مسئله های مشابه یک مسئله
می گشت، مغزش مانند رابانه ای با چند موتور جست و جو، چند جریان
جست و جوی مستقل را به اجرا می گذاشت. سال ها این برایم سؤال
بود که مگر چنین چیزی می شود....

صفحه های ۲۰ و ۲۱ را بخوانید..



قیمت ۷۵۰۰۰ ریال

خانواده مجلات رشد همه تلاش خود را کرده است تا این مجله در دسترس عموم دانش آموزان
قرار گیرد و همه کودکان و نوجوانان مبین عزیز اسلامی مان امکان تهیه آن را داشته باشند.

برای مشاهده شرایط ارسال مطلب و همکاری با ماهنامه ریاضی برهان متوسطه اول، رهنما را پوشش کنید.

ثانیه‌ها؛ جریانی پیوسته

● حسین نامی‌ساعی



سلام دوستان. قبل از هر سخن ولادت حضرت قائم، مهدی موعود، عجل الله تعالی فرجه شریف و همچنین آغاز سال نو را، البته پیشاپیش، تبریک می‌گویم. بچه‌های عزیز، ما قرارمان یادمان نرفته است؛ این قرار که در این دوره و در هر شماره درباره یکی از مفاهیم اساسی ریاضیات صحبت کنیم. حتماً یادتان هست که در شماره قبل درباره مفهوم «توپولوژی» صحبت کردیم و گفتیم که توپولوژی به ویژگی‌های یک جسم هندسی مربوط می‌شود که تحت تغییر شکل‌های پیوسته، مانند کشش، پیچش، فشرده‌شدن، مچاله‌شدن و خم‌شدن حفظ می‌شوند؛ البته با حفظ پیوستگی جسم و بدون سوراخ‌کردن، پاره کردن و چسباندن قسمت‌های جسم.

همچنین گفتیم که توپولوژی بخشی از ریاضیات است که از هندسه و فضا، بُعد، شکل‌های هندسی، تبدیلات و ... به وجود آمده و در واقع نوعی ریخت‌شناسی است. یعنی توپولوژی خواص شکل‌ها و فضاهایی را مطالعه می‌کند که تحت هر تغییر شکلی پیوسته ثابت‌اند و ضمناً پیوستگی شکل‌ها در پایان تبدیلات حفظ می‌شود. مثال‌های توپ، کش پول و حلقه لاستیکی را هم مطرح کردیم. و اما در این شماره می‌خواهیم کمی درباره مفهوم «پیوستگی» بگویم. قبل از اینکه وارد بحث پیوستگی شویم، بد نیست که به معنای لغوی و مفهومی پیوستگی در ادبیات و ریاضی توجه کنیم. پیوستگی در لغت یعنی استمرار، اتصال، ارتباط، بقا و دوام. پیوستگی نقطه مقابل «گسستگی» است. گسسته به مفهوم جداشده، سوراخ‌شده، گسیخته و پاره شده است. در ادبیات، پیوسته به چیزی می‌گویند که در یک حالت بدون توقف به صورت ثابت و مداوم رخ می‌دهد. در ریاضیات هم شکل و منحنی هنگامی پیوسته است که هیچ سوراخ یا پرش و برشی در آن وجود نداشته باشد. برای اینکه درک بهتری از مفهوم پیوستگی داشته باشید، مداد خود را بردارید و روی برگه سفیدی بگذارید و سعی کنید بدون برداشتن مدادتان از روی برگه یک منحنی رسم کنید. تا زمانی که مداد را از روی برگه برنداشته‌اید و به کشیدن منحنی ادامه می‌دهید، یک منحنی و شکل پیوسته را رسم کرده‌اید. به محض اینکه مداد را از روی

برگه بردارید و سپس با یک فاصله زمانی دوباره به کشیدن منحنی ادامه دهید، منحنی را گسسته کرده‌اید. بنابراین پیوستگی یک منحنی و شکل خاصیتی است که به موجب آن، شکل مثل یک موج پیوسته به هم متصل است. هر عملی که این اتصال را از بین ببرد موجب گسستگی می‌شود. در کنار شما در خیلی جاها پیوستگی قابل مشاهده است؛ مانند:

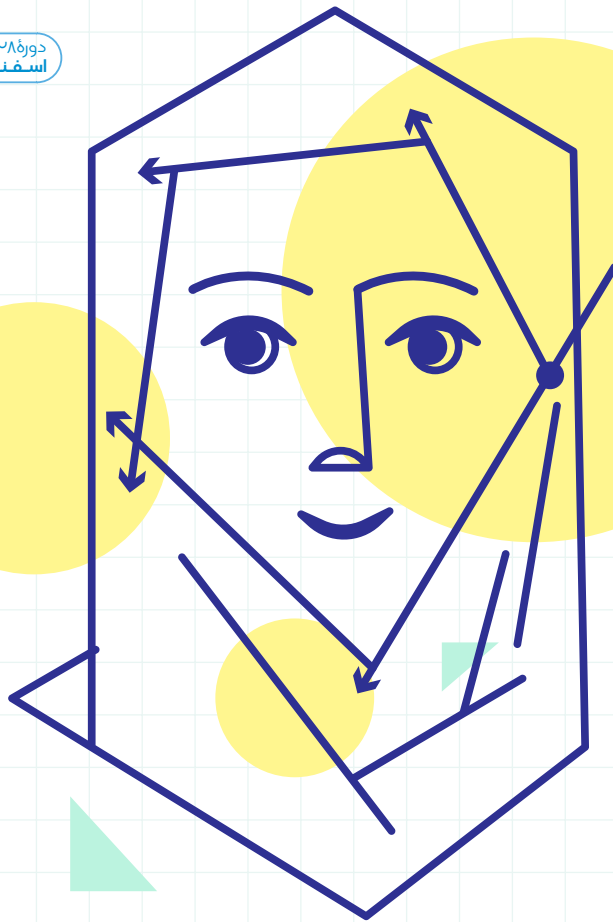
- جریان آب یک رودخانه که جریانی پیوسته و دائم روان است.
- زمان که پدیده و جریانی است که در زندگی ما به صورت پیوسته در حال گذر و حرکت به سوی آینده است.
- گذر عمر که از زمان تولد ما آغاز می‌شود و زندگی‌مان جریانی پیوسته و رو به جلوست.

- افتادن سیبی از درخت که مسیری پیوسته را از زمان جدانشدن از شاخه تا رسیدن به زمین طی می‌کند. یعنی هیچ‌گونه گسستگی در مسیر افتادنش تا زمان برخورد به زمین وجود ندارد.

- گردش ماه و زمین به دور خورشید که جریانی پیوسته است و در نتیجه آن، به وجود آمدن جریان پیوسته روز و شب، بهار و تابستان، و پاییز و زمستان.

- جریان برق در مسیر یک مدار که با بسته‌شدن کلید که در مسیر این جریان قرار دارد، گسسته می‌شود و با زدن و بازکردن مجدد کلید، جریان پیوسته می‌شود و لامپ را روشن می‌کند. و مثال‌ها و نمونه‌های دیگر ...

پیوسته سلامت و شاد و موفق باشید.



محمود نصیری

مفهوم‌های هندسی و حل مسئله

دنیای آینه‌ای؛ نگاهی به کاربردهای تقارن

تقارن

در بخش‌های قبلی با یکی از مهم‌ترین مفهوم‌های هندسی که آن را «تبدیل‌های طولیا» نامیدیم، آشنا شدیم و کاربردی از آن‌ها را در هم‌نهیشتی مثلث‌ها نشان دادیم. یکی از مفهوم‌های مهم هندسه که به وسیله تبدیل‌های طولیا تعریف می‌شود، «تقارن» شکل‌هاست. همه شما ممکن است با تقارن در شکل‌ها به‌طور غیرمستقیم آشنا شده باشید. در کتاب‌های درسی تمام کشورها دانش‌آموزان از همان سال‌های دوره ابتدایی به‌طور غیرمستقیم با تقارن آشنا می‌شوند. تکرار نمونه‌ها یا الگوها در طبیعت به فراوانی یافت می‌شود. بدن اکثر جانوران یک تقارن دوگانه را نشان می‌دهد. به این معنی که «بازتاب آینه‌ای» دو طرف بدن آن‌ها را جابه‌جا می‌کند. در برگ اکثر درختان نیز می‌توانید این بازتاب آینه‌ای را به‌خوبی مشاهده کنید. حتی دانه‌های برف نیز دارای نوعی تقارن هستند (شکل ۱).

نمونه‌های متفاوتی از تقارن توسط خود انسان ساخته می‌شوند. هنرمندان و معماران در هر دورانی و در هر فرهنگی این تکرار الگوها را در طرح‌های خود به‌کار برده‌اند. مثلاً کاشی‌کاری‌ها نمونه‌هایی از تکرار الگوها هستند. در کشور خود ما نمونه‌هایی را در معماری، از ایران باستان تا به امروز در شهرهای گوناگون مشاهده می‌کنیم. تکرار این آثار هنری اکثراً تحت تقارن صورت می‌گیرد.



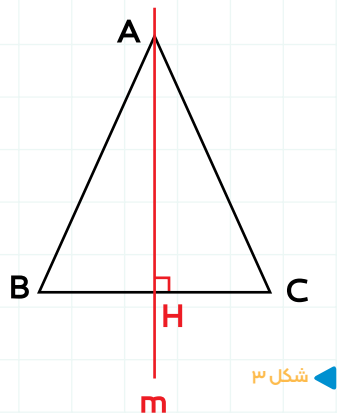
یک طرح ایرانی



دانه برف

شکل ۱

قرار می گیرند و ضلع های $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$ نیز بر هم منطبق می شوند (شکل ۳). از نظر ریاضی این همان مفهوم بازتاب است که قبلاً با آن آشنا شده ایم.



پس می توانیم بگوییم، این عمل مانند آن است که بازتاب $\triangle ABC$ نسبت به خط m بر خودش منطبق شده است. وقتی خطی در یک شکل وجود دارد که دارای این ویژگی است، بازتاب تحت این خط را یک «تقارن خطی» برای آن شکل می نامیم.

در بحث قبلی که شکل را گرد نقطه ای دوران می دادیم تا بر خودش منطبق شود نیز نوعی تقارن تعریف می کنیم که «تقارن دورانی» یا «تقارن چرخشی» نام دارد. با توجه به آنچه در بالا توضیح دادیم، مشاهده می کنیم که برای ادامه این بحث دو تبدیل «طولای بازتاب» و «دوران» نقش اساسی دارند که در بخش های قبلی آن ها را توضیح داده ایم. بنابراین برای ورود رسمی به مفهوم تقارن و بررسی آن از نظر ریاضی، به تبدیل های طولای و به ویژه بازتاب و دوران نیاز داریم.

تاکنون متوجه شده ایم که تقارن یک شکل تبدیلی یا حرکتی است و به وسیله آن شکل ها بر خودشان منطبق می شوند. مفیدترین توضیح در مورد تقارن این است که موقعیت شکل را در نظر بگیریم. سپس بی آنکه بکشیم آن شکل را حرکت دهیم، سعی کنیم به نوعی اجزایی از شکل روی اجزای دیگری از آن منطبق شود؛ به طوری که تمام شکل دوباره بر خودش منطبق شود.

تقارن هستند و می توان با تا کردن کاغذ در راستای یک خط، یک طرف آن ها را بر طرف دیگرشان منطبق کرد. این در شکل های (الف) و (ب) به وضوح مشخص است.

اگر دقت کنیم، در همه این شکل ها با چرخاندن، یا به بیان ریاضی، با دوران دادن گرد یک مرکز و با زاویه یا زاویه هایی باز، می توانیم شکل را بر خودش منطبق کنیم.

این زاویه چرخاندن را در شکل های (الف) و (ب) به خوبی می توانید درک کنید. به نظر می رسد زاویه بین هر شاخه با شاخه بعدی 60° است. مانند آن است که 360° را بر عدد ۶ تقسیم کنید.

اکنون با چرخاندن یا دوران دادن شکل گرد مرکز آن به اندازه زاویه های 60° ، 120° ، 180° ، 240° ، 300° و 360° به نظر می رسد شکل بر خودش منطبق می شود:

در شکل های (پ) و (ت) تعیین این زاویه ها کمی مشکل تر می شود. اما در شکل های (الف) و (ت) این تصور نیز بهتر به ذهن می رسد که با تا کردن شکل در راستای یک خط می توانیم نیمه ای از شکل را بر نیمه دیگری از آن منطبق کنیم. در (الف) و (ب) فکر می کنید چه تعداد از این خط ها را می توانید در نظر بگیرید؟ شاید سه تا از این خط ها به سادگی قابل تشخیص باشند، اما سه تای دیگر نیز وجود دارند که برای دیدنشان باید دقت بیشتری به خرج دهید. در واقع در شکل های (الف) و (ب) شش خط وجود دارند که به کمک آن ها می توانیم نیمه ای از شکل را بر نیمه دیگر آن منطبق کنیم.

هر چند که در بالا مرتباً روی این مفهوم که به کمک خطی توانستیم نیمه ای از شکل را بر نیمه دیگر منطبق کنیم تأکید کردیم، اما هدف از نظر ریاضی معنی دیگری دارد که همان مفهوم «بازتاب» است. وقتی مثلث ABC را در صفحه رسم می کنیم و صفحه را روی خط m که عمود منصف ضلع BC است تا می کنیم، A که روی خود A قرار می گیرد، اما B و C نیز روی یکدیگر

واضح است که شناخت تقارن برای درک بهتر طبیعت و فهم مفهوم های اساسی علوم دیگر، به ویژه زیست شناسی، فیزیک و شیمی، به ما کمک می کند و از نظر هنری، در زیباشناختی و خلق آثار هنری بسیار مفید است. به طور شهودی، نگاه کردن به شکلی که دارای نوعی تقارن است، حتی اگر شناختی از آن تقارن از نظر ریاضی نداشته باشیم، ممکن است حسی را در ما ایجاد کند که خواهیم به نوعی بین اجزای شکل ارتباط برقرار کنیم.



(الف)



(ب)



(پ)



(ت)

شکل ۲

در شکل ۲ در (الف) و (ب) دانه های برف را مشاهده می کنید. در شکل (پ) طرحی را مشاهده می کنید که در فرهنگ ها و ادیان مختلف به صورت های متفاوت تعبیر و تفسیر می شوند. در شکل (ت) نیز یک طرح مارپیچی مشابه دانه های گل آفتاب گردان را مشاهده می کنید. با نگاه کردن به این شکل ها ممکن است تصور کنید که بعضی از آن ها دارای

حل مسئله: باید ثابت کنید بازتاب یا قرینه هر نقطه روی زاویه، نسبت به خط شامل نیمساز زاویه، روی خود زاویه واقع می شود. پس هر نقطه دلخواه مانند B روی زاویه در نظر بگیرید، باید نشان دهید بازتاب آن نسبت به خط شامل نیمساز، روی خود زاویه است.

اگر شما قرینه یا بازتاب B را نسبت به خط m بیابید و بخواهید ثابت کنید روی ضلع دیگر زاویه است، مسئله کمی مشکل تر می شود. اما اگر از B بر خط m، خطی را عمود کنید و نقطه تلاقی آن را با خط m نقطه H و با ضلع دیگر زاویه نقطه B' بنامید، ساده تر می توانید ثابت کنید که B' بازتاب یا قرینه B نسبت به m است. برای اثبات باید نشان دهید:

$$BH = B'H$$

برای اثبات مساوی بودن اندازه های دو پاره خط، یک روش مهم، استفاده از هم نهشتی مثلث هاست. آیا می توانید دو مثلث پیدا کنید که این دو پاره خط دو ضلع آن باشند؟

احتمالاً چندان مشکل نیست که دو مثلث ABH و AB'H را انتخاب کنید.

این دو مثلث بنا بر حالت هم نهشتی دو زاویه و ضلع بین هم نهشت هستند. (چرا؟) آن دو زاویه و ضلع را مشخص کنید. چگونه از ویژگی نیمساز و عمود بودن آن استفاده می کنید؟

بنابراین از: $\triangle ABH \cong \triangle AB'H$ نتیجه

$$BH = B'H$$

می گیریم: یعنی قرینه B نسبت به خط m که شامل نیمساز زاویه است، روی خود زاویه واقع می شود و این یعنی خط m، خط تقارن زاویه است. پس هر زاویه دارای یک تقارن خطی است.

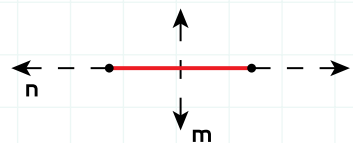
از دو ویژگی که در بالا بیان کردیم، در تعیین تقارن های خطی شکل ها به طور مرتب استفاده خواهیم کرد. در شماره بعد در مورد تقارن های خطی مثلث و چندضلعی ها بحث خواهیم کرد.

نقطه نیز می توانیم شکلی را بر خودش منطبق کنیم. این نوع دوران را «تقارن چرخشی» یا «تقارن دورانی» می نامند. اما چون برای اولین بار با مفهوم تقارن آشنا می شویم، ابتدا تقارن خطی را بیشتر توضیح دادیم و در بحث بعدی به تقارن چرخشی می پردازیم.

چگونه تقارن های یک شکل را در صورت وجود پیدا می کنیم؟ پاسخ به این پرسش برای شکل های هندسی مانند چندضلعی ها چندان سخت نیست. باید خطی را پیدا کنیم که بازتاب هر نقطه شکل نسبت به آن روی خود شکل واقع شود.

بنابراین، دو موضوع مهم در چندضلعی ها بسیار کاربرد دارد:

۱. عمودمنصف هر پاره خط یک تقارن خطی آن است (شکل ۵).



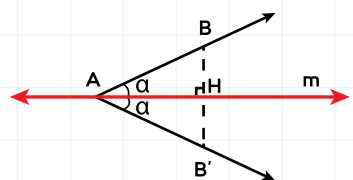
شکل ۵

البته هر پاره خط دارای دو تقارن خطی است: یکی خط شامل خود پاره خط و دیگری عمودمنصف آن پاره خط. هر چند این خیلی مهم نیست، اما توجه داشته باشیم که هر خط دارای بی شمار تقارن خطی است. (چرا؟)

آیا نیم خط دارای تقارن خطی است؟ آیا می توانید نشان دهید که هیچ خط عمود بر یک نیم خط نمی تواند تقارن خطی آن باشد؟

آیا خود نیم خط می تواند تقارن خطی خودش باشد؟

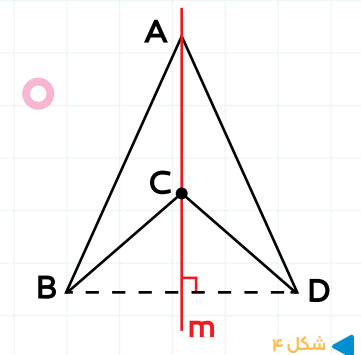
۲. نیمساز هر زاویه تقارن خطی آن است (شکل ۶).



شکل ۶

چگونه آن را ثابت می کنید؟

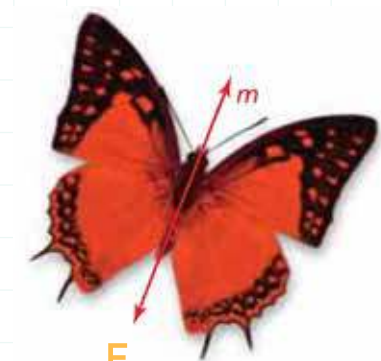
در شکل ۴، خط m عمودمنصف BD است. پس داریم: $AB = AD$ و $BC = CD$.



شکل ۴

می توانید تصور کنید که با بازتاب شکل نسبت به خط m، هر نقطه از شکل روی نقطه دیگری از آن (ممکن است خود همان نقطه نیز باشد) منطبق شود. در این صورت بازتاب نسبت به خط m را یک «تقارن خطی» شکل و خود خط m را «خط تقارن» یا «محور تقارن» می نامیم.

تعریف: شکل F در صفحه مفروض است. هرگاه در صفحه شکل F، یک بازتاب S_m وجود داشته باشد، به طوری که: $S_m(F) = F$ ، یعنی بازتاب یا قرینه F خود F باشد، آن گاه S_m را یک «تقارن خطی» شکل F و خط m را «محور تقارن» شکل m می نامند.



شکل F

در هر تقارن خطی یک شکل، خط تقارن آن را به دو شکل هم نهشت تقسیم می کند. بازتاب خطی را تقارن محوری و خط بازتاب را محور تقارن نیز می نامیم. در ابتدای بحث مشاهده کردید که به وسیله دوران گرد یک



قسمت اول چکش کاری

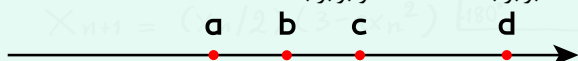
اسفند

● داود معصومی مهوار

الهام: خانم قبول کنید که سؤال میانگین آزمون، پرسش سهمگینی بود. سؤال دقیقاً گفته بود:

روی محور عددها جای چهار عدد a, b, c, d و نسبت به هم در شکل زیر مشخص و نمایش داده شده است. جای میانگین آن‌ها را روی همین محور تعیین کنید و برای ادعای خود دلیل بیاورید. (فاصله a تا b برابر با فاصله b تا c و c برابر با نصف فاصله c تا d است.)

روى محور عددها جای چهار عدد a, b, c, d و نسبت به هم در شکل زیر مشخص و نمایش داده شده است. جای میانگین آن‌ها را روی همین محور تعیین کنید و برای ادعای خود دلیل بیاورید. (فاصله a تا b برابر با فاصله b تا c و c برابر با نصف فاصله c تا d است.)



چهار بین ۲ و ۳ جای ندارد و از ۱، ۲ و ۳ بزرگتر است. **سایه:** درست است. باید کوتاه باییم. اشتباه من این بود که به جای تعریف میانگین سراغ معنایی خودساخته از واژه میانگین رفته بودم. من: سایه درست می‌گوید. بارها گفته‌ام که باید تعریف‌ها را جدی بگیرید. حتی گاهی مشترک‌های لفظی ممکن است شما را به اشتباه بیندازند. مثلاً «فاصله نقطه از نقطه» مفهومی است کاملاً متفاوت از «فاصله نقطه از خط» و واژه فاصله که در هر دو مشترک است، ممکن باعث شود شما هر دو را یکی بگیرید. بگذریم.

لیلا: اما این حرف سایه که محدوده میانگین چند عدد محدوده ویژه‌ای است، حرف درستی است. من احساس می‌کنم که میانگین چند عدد باید از بزرگ‌ترین آن‌ها کوچک‌تر و از کوچک‌ترین آن‌ها نیز بزرگ‌تر باشد. به عبارت دیگر، میانگین چند عدد هر جایی بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آن‌ها ممکن است قرار بگیرد.

من: لیلا درست می‌گوید. جمله اول او را به سادگی می‌توان اثبات کرد و نیز به کمک مثال می‌توان جمله دوم او را نیز ثابت کرد. البته اگر درباره تعداد مشخصی از عددها، مثلاً هفت عدد بررسی می‌کنیم، جمله دوم او به کمک مثال‌ها قابل اثبات هستند، ولی اگر درباره n عدد بررسی می‌کنیم، دیگر مثال کارایی ندارد و اثبات این مطلب در حد برنامه درسی ما نیست.

نفیسه: همین مثال اعظم الان به من کمک کرد تا چیز جالبی را بفهمم. حدسی زده‌ام و فعلاً دلیلی برای آن ندارم. من به عنوان مثال فرض کردم که: $a=1, b=2, c=3, d=5$ باشد. این‌ها با فرض‌های مسئله سازگار هستند و بنا بر این فرض‌ها به سادگی دیدم که:

$$\text{میانگین} = \frac{1+2+3+5}{4} = \frac{11}{4} = 2.75$$

پریسا: شاید اشتباه می‌کنم، ولی من فکر می‌کنم سؤال ایراد اساسی دارد. سؤال از ما می‌خواهد میانگین چهار عدد را مشخص کنیم. در صورتی که خود سؤال آن چهار عدد را مشخص نکرده است! در شکل تنها جهت محور نمایش داده شده است و مبدأ آن مشخص نیست. پس واقعاً این عددها همان‌طور که در صورت پرسش گفته شده است، مشخص نیستند!

زهرا: فکر کنم پریسا کمی شتاب‌زده قضاوت کرد. پرسش نگفته که عددها مشخص شده‌اند! بلکه گفته که جای آن‌ها نسبت به هم مشخص شده‌اند. البته من هنوز نتوانسته‌ام از این موضوع کمک بگیرم. **سایه:** من فکر می‌کنم جای میانگین این چهار عدد دقیقاً مشخص نیست، ولی محدوده مشخصی دارد و باید بین دو عدد b و c جای بگیرد. زیرا قرار است میانگین این چهار عدد باشد و به همین خاطر باید بین آن‌ها قرار بگیرد. یعنی از دو تایی آن‌ها بزرگ‌تر و از دو تایی آن‌ها کوچک‌تر باشد.

اعظم: فکر نمی‌کنم حرف سایه درست باشد. او دلیلی برای گفته‌های خود نیاورد و فقط ادعا کرد که میانگین باید فلان جور جای بگیرد. **سایه:** دلایل واضح است. می‌گوییم «میانگین». طبق همین حرف، میانگین باید میان عددها باشد. امکان ندارد میانگین هر جای دل‌خواهی قرار بگیرد.

یک مسئله و چند راه حل مجموع عددهای طبیعی فرد متوالی

● محسن کیخانی، حسین کریمی

مسئله: مجموع عددهای طبیعی فرد متوالی با شروع از ۱ را بیابید.
همان طور که می دانید، عددهای طبیعی فرد عددهایی هستند که باقی مانده تقسیمشان بر عدد ۲، برابر ۱ است.
دنباله عددهای طبیعی فرد به صورت زیر است:

۱, ۳, ۵, ۷, ...

و با جزئیات بیشتر:

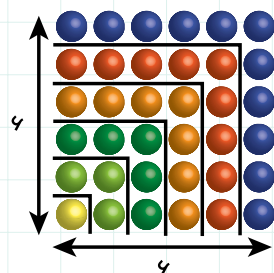
شماره جمله	۱	۲	۳	۴	...	n	...
مقدار جمله	۱	۳	۵	۷	...	...	...
	↓	↓	↓	↓			
	$2 \times 1 - 1$	$2 \times 2 - 1$	$2 \times 3 - 1$	$2 \times 4 - 1$			

بنابراین، جمله nام (جمله عمومی) دنباله عددهای طبیعی فرد متوالی با شروع از ۱، برابر $2n - 1$ است.

مثال ۳. بدون انجام محاسبه، مجموع شش عدد طبیعی فرد متوالی با شروع از ۱ را به دست آورید. دلیلی برای پاسخ خود بیاورید.
پاسخ: با توجه به حدس قبل می توان نوشت:

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$
شکل ۱ درستی این رابطه را به خوبی نشان می دهد. (چرا؟)

شکل ۱



با توجه به مباحث بالا، صورت معادل با مسئله آغازین به زبان ریاضی چنین است:

ثابت کنید:

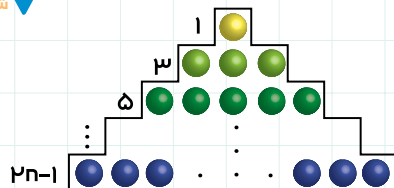
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

اکنون درستی این رابطه را به چند روش نشان می دهیم:

روش اول

شکل ۲ را در نظر بگیرید.

شکل ۲



$$N = 1 + 3 + \dots + (2n - 1)$$

N تعداد کل گوی های موجود در این شکل است.

مثال ۱. پنجاهمین عدد طبیعی فرد چه عددی است؟
پاسخ: با قرار دادن عدد ۵۰ (شماره جمله) به جای n در جمله عمومی به دست آمده در بالا، داریم: $2 \times 50 - 1 = 99$

مثال ۲. در نمونه های زیر:

- (الف) $1 + 3 = 4$
(ب) $1 + 3 + 5 = 9$
(ج) $1 + 3 + 5 + 7 = 16$
(د) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

حاصل هر قسمت مربع کامل است: ۴، ۹، ۱۶ و ۲۵ و با دقت بیشتر می بینیم که در واقع این مربع کامل، مربع تعداد جمله های سمت دیگر تساوی است. مثلاً در حالت (د)، پنج جمله عددهای طبیعی فرد متوالی با شروع از ۱، با هم جمع شده اند و در طرف دیگر داریم: ۲۵ که همان 5^2 است.

پس به نظر می رسد (حدس می زنیم) برای حالت کلی داریم:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

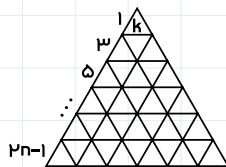
(چرا تعداد جمله های دنباله $1, 3, 5, \dots, (2n - 1)$ برابر n است؟)

با در نظر گرفتن ارتفاع $h = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ و قاعده $BC=x$ مساحت مثلث ABC از این قرار است:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times x \times \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

مثال ۵. مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۱ واحد را به دست آورید.

کافی است در فرمول به دست آمده در مثال ۴، قرار دهیم: $x=1$.
در نتیجه، مساحت این مثلث برابر است با: $\frac{1^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$



روش دوم

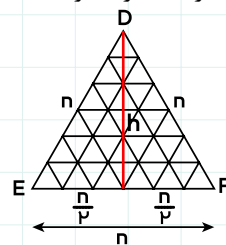
شکل ۶ را در نظر بگیرید.

شکل ۶

تعداد مثلث‌های هر ردیف در کنار آن نوشته شده است. مثلث‌های تشکیل دهنده تمام ردیف‌ها، مثلث متساوی الاضلاع یکسان، به ضلع ۱ واحد و مساحت k هستند. پس مساحت کل برابر است با:

$$S = 1k + 3k + 5k + \dots + (2n-1)k \\ = k[1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)]$$

اکنون این مساحت را به کمک مثال ۴ به دست می‌آوریم. مثلث DEF در شکل ۷ متساوی الاضلاع و طول هر ضلع آن n است. (برای یافتن دلیل، شکل ۶ را یک بار دیگر با دقت ببینید)



شکل ۷

در اینجا قاعده و ارتفاع به ترتیب برابرند با:
 $h = \frac{n\sqrt{3}}{2}$ و $EF=n$

$$S' = \frac{1}{2} \times n \times \frac{n\sqrt{3}}{2} = \frac{n^2\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین:

از آنجا که مساحت یک شکل به هر روشی که به دست بیاید، مقدار ثابتی است، داریم:

$$\Rightarrow S = S' \Rightarrow k[1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)] = \frac{n^2\sqrt{3}}{4}$$

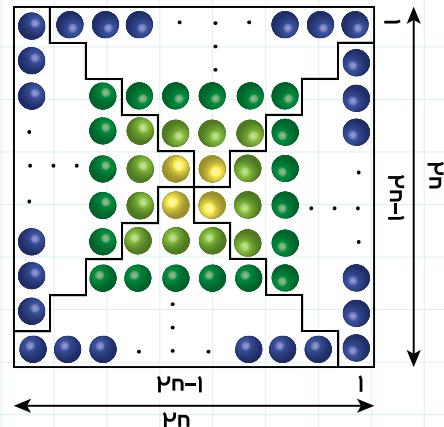
$$\frac{k=\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} [1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)] = \frac{n^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow [1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)] = n^2$$

حالا چهار نسخه از شکل ۲ را در کنار هم قرار می‌دهیم تا شکل ۳ به دست آید. داریم:

$$\Rightarrow N = \frac{N'}{4} = \frac{4n^2}{4} = n^2$$

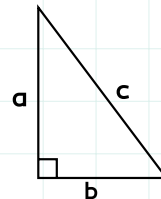
شکل ۳



$$N' = 2n \times 2n = 4n^2$$

که N' تعداد گوی‌های شکل ۳ است. قبل از بیان روش دوم، چند نکته و مثال مرتبط با آن را ببینید.

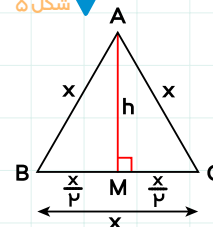
یادآوری: در هر مثلث قائم الزاویه دلخواه مانند شکل ۴، رابطه زیر برقرار است (رابطه فیثاغورس):



شکل ۴

$$b^2 + a^2 = c^2$$

شکل ۵



مثال ۴: مساحت مثلث

متساوی الاضلاعی به ضلع x واحد را به دست آورید.

می‌دانیم در مثلث متساوی الاضلاع ABC ، هر سه ارتفاع دارای اندازه برابر و عمود منصف ضلع مقابل هستند.

با توجه به یادآوری، اندازه ارتفاع h را بر حسب طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع به دست می‌آوریم (مثلث AMC در شکل ۵ قائم الزاویه):

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + h^2 = x^2 \Rightarrow h^2 = x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

روش چهارم

آنچه را در مثال ۳ دیدید، می‌توان برای حالت کلی

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

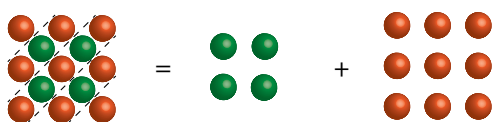
تمرین ۱: مجموع ۱۰۰ عدد طبیعی فرد متوالی با شروع از ۴۷۵ را به دست آورید.

تمرین ۲: با توجه به نمونه‌های داده‌شده در شکل ۹، پاسخ مناسبی برای حالت کلی پیدا کنید.

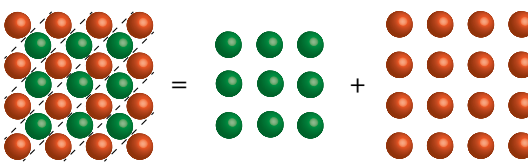
شکل ۹



$$1 + 3 + 1 = 1^2 + 2^2$$



$$1 + 3 + 5 + 3 + 1 = 2^2 + 3^2$$



$$1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 1 = 3^2 + 4^2$$

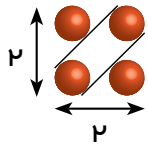
$$1 + 3 + \dots + (2n-1) + (2n+1) + (2n-1) + \dots + 3 + 1 = ?$$

منبع
Nelsen. Roger B, Proofs without Words, v.1, The Mathematical Association of America, 2015.

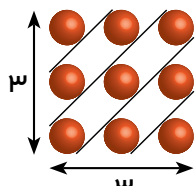
توجه دارید که مقدار k را قبلاً در مثال ۵ به دست آوردیم.

روش سوم

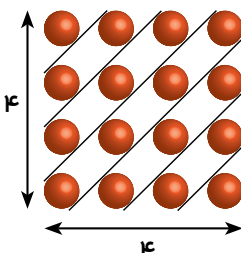
شکل ۸



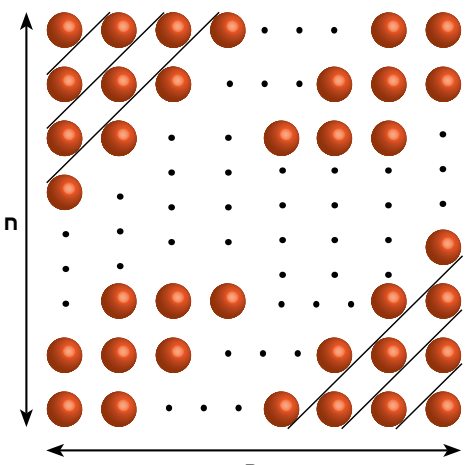
$$1 + 3 = 1 + 2 + 1 = 2^2$$



$$1 + 3 + 5 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 3^2$$



$$1 + 3 + 5 + 7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 4^2$$



$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) =$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n + (n-1) + \dots + 3 + 2 + 1 = n^2$$

چند بازی با عددها

محرم ایرد موسی

بازی اول

به دوستان بگویید عددی سه رقمی با رقم‌های متفاوت انتخاب کند و به خاطر بسپارد، اما آن را به شما نگوید. سپس از او بخواهید ترتیب رقم‌های عدد انتخابی را برعکس کند (برای مثال، اگر عدد ۱۲۴ را انتخاب کرده است، با معکوس کردن ترتیب رقم‌ها به عدد ۴۲۱ می‌رسد). حال از او بخواهید عدد کوچک‌تر را از عدد بزرگ‌تر کم کند (در مثال فوق $421 - 124 = 297$).

حال از دوستان بخواهید، رقم یکان حاصل را به شما بگوید. شما می‌توانید عدد حاصل را به این روش به دوستان بگویید: رقم دهگان همیشه ۹ است و رقم صدگان را می‌توانید از کم کردن رقم یکان از ۹ پیدا کنید. برای مثال، اگر دوستان عدد ۲۵۱ را انتخاب کرده است، عدد دوم (با ترتیب معکوس ارقام) عدد ۱۵۲ است و تفاضل آن‌ها می‌شود:

$$251 - 152 = 99$$

حال اگر رقم یکان حاصل را دوستان به شما بگوید (رقم ۹)، کافی است رقم دهگان را ۹ در نظر بگیرید و رقم صدگان هم ۹- یعنی ۰ است. پس حاصل نهایی ۰۹۹ یا همان ۹۹ خواهد بود. توصیه می‌کنیم:

- سعی کنید این بازی را چند بار تکرار کنید.
- شگرد بازی را برای دوستان توضیح دهید.
- از دوستان بخواهید چند بار بازی را انجام دهد و عدد نهایی شما را حدس بزند.
- درباره آنچه در پایان بازی اتفاق می‌افتد (رقم دهگان عدد حاصل از تفاضل همیشه ۹ است. مجموع رقم‌های اول و سوم همیشه ۹ است) فکر کنید و دلیل آن را بیابید. می‌توانید از این راهنمایی استفاده کنید که عدد سه‌رقمی abc (عددی با رقم یکان c ، رقم دهگان b و رقم صدگان a) برابر است با: $100a + 10b + c$
- اگر موفق به کشف رمز بازی شده‌اید، یافته خود را با معلم یا برادر یا خواهر بزرگ‌تر خود در میان بگذارید.

بازی دوم

با پنج تا از دوستان یک حلقه تشکیل دهید. به نفر اول بگویید یک عدد سه‌رقمی انتخاب کند و آن را روی کاغذ بنویسد؛ طوری که شما عدد را نبینید. سپس کاغذ را به نفر دوم بدهد. به نفر دوم بگویید جلوی عدد سه‌رقمی، همان عدد را دوباره بنویسد تا یک عدد شش‌رقمی حاصل بشود. سپس کاغذ را به نفر سوم بدهد. به نفر سوم بگویید عدد حاصل را بر ۷ تقسیم کند و حاصل را روی کاغذ دیگری بنویسد؛ طوری که شما عدد را نبینید. اگر گفت که شاید عدد شش‌رقمی بر ۷ بخش پذیر نباشد، به او اطمینان بدهید که حتماً بر ۷ بخش پذیر است. پس از نوشتن حاصل تقسیم و تحویل کاغذ به نفر چهارم، به نفر چهارم بگویید عدد حاصل را بر ۱۳ تقسیم کند و روی کاغذ بنویسد و به نفر پنجم بدهد. به نفر پنجم هم بگویید عدد حاصل را بر ۱۱ تقسیم کند و روی یک کاغذ حاصل تقسیم را بنویسد. در پایان، بدون آنکه عدد روی کاغذ را ببینید، عدد روی کاغذ را به نفر اول نشان دهید و بگویید: «این همان عدد انتخابی شماست!»

- روی علت یکسان شدن عدد نفر اول و عدد نهایی نفر پنجم فکر کنید.
- چرا عدد شش‌رقمی نفر دوم بر ۷، ۱۳ و ۱۱ بخش پذیر است؟
- حاصل ضرب ۷، ۱۳ و ۱۱ برابر است با: ۱۰۰۱. به نظرتان این عدد چه نقشی در این بازی دارد؟

بازی سوم

به دوستان بگویید یک عدد چندرقمی انتخاب کند، به طوری که رقم‌ها هیچ کدام صفر نباشند و عدد انتخابی را به شما نگوید. حال از او بخواهید همه رقم‌ها را با هم جمع و از عدد انتخابی کم کند. برای مثال، اگر عدد انتخابی ۸۵۳۱ است، مجموع رقم‌ها می‌شود:

$$8+5+3+1=17$$

پس از کسر ۱۷ از عدد انتخابی، حاصل می‌شود:

$$8531 - 17 = 8514$$

حال از دوست خود بخواهید یکی از رقم‌ها را به دلخواه خود حذف کند و حاصل را به شما بگوید. برای مثال، اگر ۵ را حذف کند، باید عدد ۸۱۴ را به شما بگوید. شما با شگرد زیر می‌توانید رقم حذف شده را مشخص کنید:

«رقم‌های عدد نهایی را با هم جمع کنید: $8+1+4=13$. سپس اولین مضرب ۹ بعد از عدد حاصل را پیدا کنید و حاصل جمع رقم‌ها را از آن کم کنید. در مثال فوق، اولین مضرب ۹ بعد از ۱۳ می‌شود ۱۸ و در نتیجه: $18-13=5$. پس رقم حذف شده برابر ۵ است.»

یک نکته: اگر در روش فوق، مجموع رقم‌ها خودش مضرب ۹ باشد، رقم حذف شده یا صفر است یا ۹.

- بازی را چند بار انجام دهید تا سرعت پاسخ‌گویی‌تان در پایان بیشتر شود!

- روی علت درستی شگرد بازی فکر کنید.
- اگر مجموع رقم‌های هر عدد را از خود عدد کم کنیم، همیشه حاصل، مضرب ۹ خواهد شد. چرا؟

بازی چهارم

به دوستان بگویید تاریخ دقیق ولادتشان را روی کاغذ بنویسند؛ مثلاً ۱۳۸۷/۰۶/۲۱. از آن‌ها بخواهید سنشان را هم بنویسند. در مثال فوق، فرض کنید سن فرد ۱۴ سال باشد. حال از دوستان بخواهید با هشت رقم به کاررفته در تاریخ تولد و با چهار عمل اصلی، عدد سنشان را به دست بیاورند؛ برای مثال:

$$14 = 13 + 8 - 7 + 0 \times 6 + 21$$

دقت کنید که ترتیب رقم‌ها همانند تاریخ تولد باشد. پاسخ دیگری برای مثال فوق می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$14 = 13 + 8 - 7 + 0 \times 6 + 21$$

می‌توانید زمان محدودی (مثلاً ۱۵ دقیقه) در نظر بگیرید و برنده بازی کسی باشد که بتواند تعداد بیشتری از تساوی‌های فوق را برای تاریخ تولدش بنویسد. حتی می‌توانید تاریخ تولدتان را به میلادی بنویسید.

- می‌توانید علاوه بر چهار عمل اصلی (+، -، × و ÷)، از رادیکال و توان هم استفاده کنید.
- به نظرتان **خواجه نصیرالدین طوسی** که روز پنجم اسفندماه سال ۵۷۹ متولد شده (۵۷۹/۱۲/۰۵) و اگر الان زنده بود، ۸۲۲ ساله بود، چه تساوی‌ای می‌توانست بنویسد؟

پی‌نوشت

۱. پنجم اسفند، سالروز تولد دانشمند ایرانی، خواجه نصیرالدین طوسی، به پاس خدمات علمی این دانشمند، روز «مهندس» نام‌گذاری شده است.



بیایید کمی فکر کنیم! چند حساب سرانگشتی درباره راه‌پیمایی باشکوه اربعین تأمین هزینه با عشق و ایمان

● خسرو داودی

کمی فکر کنیم!

این روزها که در حال نوشتن مطالب مجله برهان هستیم، راه‌پیمایی عظیم و باشکوه اربعین حسینی (علیه‌السلام) در حال انجام است. به‌طور حتم توصیف و تعریف حماسه‌هایی که در این گردهمایی بی‌نظیر خلق می‌شوند، در قاب‌های تصویر سیما و یا بیان رفتگان و سعادتمندان امکان‌پذیر نیست. تنها می‌توان گوشه‌هایی از این همه ایثار و ازخودگذشتگی پذیرایی‌کنندگان و خادمان را به تصویر کشید. همچنین تلاش‌ها و رنج‌های زیادی که زائران با پیاده‌روی طولانی متحمل می‌شوند و با عشق به سوی مزار امامشان شتابان در حرکت هستند، قابل بیان نیست. از مدارج معنوی و تأثیرات شگفت‌انگیز آن بر افراد جامعه محلی، منطقه‌ای و حتی جهانی که بگذریم، بررسی اقتصاد حاکم بر این مراسم از منظر ریاضیات نیز خالی از لطف نیست.

به‌طور حتم، یا در این راه‌پیمایی شرکت کرده و با چشم خود دیده‌اید و یا از طریق انواع و اقسام فیلم‌ها، «تکه فیلم‌ها» (کلیپ‌ها) و مستندها و گزارش‌های پخش شده از سیما مشاهده کرده‌اید که خادمان و علاقه‌مندان خدمت به زائران حسینی، با دایر کردن موکب‌هایی در مسیرهای گسترده راه‌پیمایی، از همه زائران به‌صورت شبانه‌روزی پذیرایی می‌کنند. توزیع غذا، میوه، چای، شربت، قهوه، خرما و ... در هیچ زمانی قطع نمی‌شود. علاوه بر آن، شرایط و امکانات برای استراحت و خوابیدن نیز فراهم است. تعداد زیادی از افراد در مسیر حاضر می‌شوند و زائران را برای پذیرایی به خانه خود می‌برند. علاوه بر پذیرایی، شرایط استراحت و استحمام را هم فراهم می‌کنند.

محاسبه کنیم!

بیایید با استفاده از محاسبه‌های ریاضی نگاهی گذرا و کوتاه به این موضوع بیندازیم. در تابستان سال ۱۴۰۱، در حدود ۲۰ میلیون زائر در این اجتماع عظیم شرکت کرده‌اند. علاوه بر عراقی‌ها که نسبت به راه‌پیمایی اربعین تعصب دارند و خود را موظف به شرکت در آن می‌دانند، نزدیک به ۸۰ کشور نیز در این ایام حضور داشته‌اند. از کشور ایران نیز حدود ۴ میلیون نفر شرکت داشته‌اند. فرض کنیم که هر فرد به‌طور متوسط ۴ شبانه‌روز در رفت و آمد بوده و از این سفره گسترده بهره‌مند باشد. اگر هر فرد دو نوبت غذا بخورد (شام و ناهار) بنابراین:

$$20000000 \times 4 \times 2 = 160000000$$

تعداد غذاهای مورد نیاز وعده شبانه‌روز نفر

اگر برای تهیه هر وعده غذا در حدود ۵۰۰۰ تومان هزینه صرف شده باشد، خواهیم داشت:

$$160000000 \times 5000 = 800000000000$$

(تومان) ۸ هزار میلیارد تومان

اگر برای هر فرد در روز بابت صبحانه و میان‌وعده هم ۳۰۰۰ تومان هزینه شود، خواهیم داشت:

$$20000000 \times 4 \times 3000 = 240000000000$$

تومان شبانه‌روز نفر
(تومان) ۲۴۰۰ میلیارد تومان

$$8000 + 2400 = 10400$$

میلیارد تومان

پس با این فرض‌هایی که داشتیم، فقط هزینه غذای این ۲۰ میلیون نفر که فقط ۴ روز در کشور عراق اقامت داشته باشند، بیش از ۱۰ هزار میلیارد تومان می‌شود.

حالا بیایید هزینه‌هایی مثل حمل‌ونقل را نیز به‌صورت تقریبی حساب کنیم. اگر هر فرد در کشور عراق به‌طور متوسط چهار بار از وسایل نقلیه بین‌شهری استفاده کند و کرایه هر مسیر به‌طور متوسط ۵۰۰۰۰ تومان باشد، خواهیم داشت:

$$20000000 \times 4 \times 50000 = 4000000000000$$

تومان هزینه مسیر نفر

$$4000000000000$$

۴۰ هزار میلیارد تومان

هزینه تقریبی یک شب اقامت برای هر فرد را ۲۰۰۰۰ تومان فقط برای خوابیدن بدون دریافت امکانات ویژه‌ای مثل هتل در نظر می‌گیریم. پس برای چهار شب خواهیم داشت:

$$20000000 \times 4 \times 20000 = 1600000000000$$

(تومان) ۱۶۰۰ میلیارد تومان

جمع این هزینه‌ها برابر است با:

$$10400 + 40000 + 1600 = 52000$$

(میلیارد تومان) ۵۲۰۰۰

فقط بخشی از هزینه‌ها به‌طور تقریبی برای ۲۰ میلیون زائر به‌طور متوسط چهار شبانه‌روز حضور در این اجتماع در حدود ۵۲ هزار میلیارد تومان خواهد شد. این‌ها تنها بخشی از هزینه‌هاست. اگر هزینه برق مصرفی، مواد سوختنی (مثل گاز، نفت، گازوئیل و بنزین) و خدمات شهری مثل جمع‌آوری زباله‌ها و امور بهداشتی و امنیتی را در نظر بگیریم، این عدد بسیار عجیب و غریب‌تر می‌شود. خلاصه اینکه اقتصاد و گردش مالی این حماسه بزرگ و عظیم خود جای تأمل و تفکر بسیار دارد.

البته این نکته را هم در نظر داشته باشید که برای انجام پروژه‌های عظیم عمرانی در کشور، به هزینه‌های بسیار بالاتری نیاز است که شاید با این هزینه نتوان کارهای بزرگی برای توسعه کشور انجام داد.

بیشتر فکر کنیم

در خبرها آمده بود، در عراق ۱۲۵۰۰ موکب برای پذیرایی زائران تدارک دیده شده است. هم‌وطنان ما علاوه بر اینکه در این اجتماع حضور دارند، شیعیان عراق را نیز در تأمین هزینه‌ها و مخارج همراهی می‌کنند و تعداد زیادی موکب برای پذیرایی فراهم می‌آورند. همچنین در خدماتی مثل هلال احمر (امور بهداشتی)، جمع‌آوری زباله‌ها و نظافت و بهداشت عمومی، امکانات ارتباطی، وسایل حمل‌ونقل عمومی و ... مشارکت می‌کنند. علاوه بر آن، تعداد زیادی موکب و اقامت موقت برای زائران در داخل کشور و در شهرهای مرزی که مسیر حرکت زائران است، تدارک دیده شده است. نکته جالب و قابل توجه این است که تمام این حماسه به‌صورت خودجوش و مردمی است و دولت‌ها غیر از نظارت و فراهم کردن بسترها و تسهیلات، از جمله صدور روادید و گذرنامه، کار دیگری انجام نمی‌دهند.

حالا کمی بیشتر فکر کنیم. اگر حضور پرشور و علاقه مردم در این کار نبود، آیا دولت‌ها قادر بودند چنین اجتماعی را فراهم و مدیریت کنند؟ این چه جذبه‌ای است که در وجود امام حسین (علیه‌السلام) وجود دارد که با این قدرت علاقه‌مندان و محبانانش را جمع می‌کند و در این مسیر قرار می‌دهد که نه تنها حضور داشته باشند، بلکه تمام مسائل این گردهمایی، از جمله هزینه‌هایش را، متقبل شوند و چنان مدیریتی کنند که این چند روز با حداقل تلفات و با شکل مطلوب سپری شوند. بی‌دلیل نیست که شعار معروف این ایام که بر در و دیوار نقش می‌بندد و در پرچم‌ها و سربندها دیده می‌شود، این است: «حُب‌الحسین (ع) یجمعنا».



● محمدحسین دیزجی

لذت‌گشتی روی تشک ریاضیات

گفت‌وگو با امیر احمدی، مهندس مکانیک، مدرس فنی و مخاطب دیروز مجله رشد ریاضی برهان

● جذاب‌ترین بخش و شاخه ریاضی از نگاه شما کدام شاخه و مبحث است و چرا؟

○ به نظر من جذابیت، به‌خصوص در ریاضیات، به چند مبحث مرتبط است: اول، میزان تجربه، تسلط و مهارت در آن و دوم، درک کاربرد آن. جدا از ماهیت هر مبحث، هر کس سلیقه خاص خود را در این زمینه دارد. مثلاً بخش هندسه برای من جذابیت بیشتری دارد و این امر به دوران کودکی و علاقه من به حل معماهای تصویری و کشیدن نقاشی‌های هندسی و مانند آن برمی‌گردد. قاعدتاً رشد مغزی من به‌نحوی صورت گرفت که بحث هندسه برای من شیرین‌تر بود. و یا وقتی پی به کاربرد آمار در علوم امروز بردم، این مبحث برایم جذاب‌تر شد.

خیلی از افراد متناسب با ساختار ذهنی، تجربیات و سطح دانش شخصی خود، وقتی با مبحث جدیدی، به‌خصوص در ریاضیات برخورد می‌کنند، عکس‌العمل‌های متفاوتی نشان می‌دهند و آن را به‌صورت حسّی، مثلاً سخت یا آسان، شیرین و جذاب یا بی‌معنی و غیره بیان می‌کنند. احساس اولیه نسبت به یک مبحث باعث می‌شود فرد با علاقه آن را دنبال کند، یا نه، از آن فرار کند. یعنی تا به آن مبحث برسد، دچار خواب‌آلودگی شود و ترجیح دهد مبحثی دیگر را مطالعه کند. به نظر من این‌ها طبیعی هستند. ولی مهم‌تر از آن برخورد منطقی فراتر از احساسات است که با درک جنبه‌های دیگر آن مبحث دچار خستگی زود هنگام نشویم و ارتباط مناسبی را با آن برقرار کنیم. چرا که هر مبحثی که به‌عنوان درس در کتاب‌های درسی قرار می‌گیرد، به منظوری و برای کاربرد مشخصی در نظر گرفته شده است. وقتی زمان می‌گذرد و بعد در آینده متوجه اهمیت آن می‌شویم، نه تنها زحمت یادگیری دوچندان می‌شود، بلکه زمان را هم از دست داده‌ایم. گاهی هم کار از کار گذشته است!

مثلاً درک تغییرات یا نرخ تغییرات یک پارامتر، از درک ریاضی «مشتق» حاصل می‌شود. درک حرکت چرخشی یا دایره‌ای یا حرکت در مسیر منحنی، از درک مثلثات و مفاهیم سینوس و کسینوس ایجاد می‌شود. تحلیل نمودارها، تحلیل‌های آماری اقتصادی و مالی و درک رفتار هوشمند سامانه‌ها و دستگاه‌ها و خیلی از مثال‌های دیگر، ریشه در مفاهیم ریاضیات و درک آن‌ها دارند. دانش‌آموزان و دانشجویان و حتی فارغ‌التحصیلان عموماً نظرات مختلفی نسبت به مباحث دارند و به نظرم فراتر از احساسات شخصی، هر مبحث جدید در ریاضیات را باید پله‌ای برای ارتقای رشد ذهنی خود ببینیم.

● تصور شما از ریاضی و کاربردهای آن در زمان دانش‌آموزی‌تان و

ریاضیات را ابزار قدرتمندی برای ارتقای ذهنی و ابزار نظرات با پشتوانه علمی و تحلیل مسائل می‌شناسد و تأثیر مستقیم و غیرمستقیم آن را در زندگی و کار خود به خوبی حس می‌کند. ذهنی منظم دارد، اهل برنامه‌ریزی، محاسبه و دقت است و با تسلطی که بر دانش دارد، همچنان در حال آموختن است. خودش را این‌طور به ما معرفی می‌کند: «امیر احمدی هستم. متولد شهریور ۱۳۶۰. متأهل و دارای دو فرزند. ساکن شهر رشت. رشته تحصیلی‌ام در دوران دبیرستان ریاضی و فیزیک و در کارشناسی، مهندسی مکانیک، گرایش طراحی جامدات از دانشگاه گیلان و کارشناسی ارشد از دانشگاه علم و صنعت. در حال حاضر هم دانشجوی سال پنجم دکترای مهندسی مکانیک با گرایش دینامیک، کنترل و ارتعاشات در دانشگاه گیلان هستم.» برای آشنایی بیشتر با این مخاطب دیروز مجله رشد ریاضی برهان، این گفت‌وگو را باهم می‌خوانیم.

● کار و حرفه فعلی شما چقدر با ریاضی در ارتباط است؟ یعنی آشنایی با دانش ریاضی تا چه اندازه در کار شما اثرگذار است؟

○ علوم مهندسی بر پایه و اساس ریاضیات و فیزیک بنا شده‌اند؛ به‌خصوص رشته مهندسی مکانیک. دانش مهندسی بر اساس اصولی پایه‌ریزی شده که به‌صورت ریاضی بیان می‌شوند. حقایق علمی ناشی از تجربه‌ها و آزمایش‌ها، به‌وسیله محققان، دانشمندان و مهندسان، به‌صورت فرمول‌ها و قوانین ریاضیات انتشار می‌یابند و در اختیار دیگران قرار می‌گیرند. عملاً علوم‌ی که ما امروز در اختیار داریم، حاصل زحمات هزاران نفر در طول سالیان دراز است. ریاضیات نقش مهمی در حرفه بنده بازی کرده است و می‌کند. این نقش دو جنبه دارد: درک مهندسی و محاسبه‌های مهندسی. درک مهندسی از طریق مطالعات و حل مسائل و چالش‌های درسی در طول دوران تحصیل و بعد از آن در تجربه‌های کاری حاصل می‌شود. مثلاً قابلیت ارائه راه‌حل در صورت بروز یک مشکل، یعنی بررسی راه‌حل‌های موجود در ذهن، مقایسه آن‌ها با یکدیگر، تحلیل هزینه و فایده هر راه‌حل و نتیجه تقریبی آن‌ها، و در نهایت انتخاب و ارائه بهترین یا بهینه‌ترین یا کاربردی‌ترین راه‌حل که در بعضی شرایط باید خیلی سریع و در محل و فقط به صورت ذهنی انجام گیرد. محاسبه‌های مهندسی در عمل برای طراحی و تجزیه و تحلیل مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ مثل محاسبه قطر لوله بعد از پمپ آب در ساختمان چهار طبقه، و یا محاسبه مشخصات پمپ مورد نیاز آن ساختمان.

است. یعنی شما ممکن است در یک مدرسه در مقایسه با سؤال‌ها و دانش‌آموزان دیگر خوب و در مدرسه‌ای دیگر متوسط باشید. معیار ارزیابی بنده بر اساس سطح خودم در همان دوران در مقایسه با دانش‌آموزان کلاس خودمان است. نمره‌هایم حدود ۱۷ تا ۱۹ بودند؛ البته اگر اغراق نکرده باشم! معلمان هم لطف داشتند. شاید در این حد هم نبودم.

● **برخی تصور می‌کنند ریاضی یک درس فرمولی و خشک است و خیلی در زندگی کاربرد ندارد. نظر شما چیست؟ اگر می‌توانید، مثالی از شغل خودتان بزنید.**

○ فرمول‌ها بیان‌کننده اصول و قوانین هستند و یکی از راه‌های انتقال دانش، بدون هیچ ارتباط زبانی و زبان مشترک بین افراد، همین فرمول‌ها هستند. درک شما از یک فرمول ریاضی با یک انگلیسی‌زبان، فرانسوی‌زبان یا آلمانی‌زبان یکسان است. وقتی شما معادله فشار را می‌نویسید، درک همه از آن تقریباً یکسان است و می‌دانند که ارتباط پارامترهای مؤثر در آن به چه شکل است. برای همین است که یک دستگاه در همه دنیا به یک شکل کار می‌کند و تحلیل مهندسان از نحوه کارکرد آن مشابه است.

فرض کنیم یک جک هیدرولیکی عمودی داریم متشکل از یک سیلندر و یک پیستون بالای آنکه داخل سیلندر روغن وجود دارد. با فشار روغن پیستون می‌تواند حرکت کند. هدف این وسیله بالا بردن بار (مثلاً یک خودرو) از سطح زمین تا ارتفاع یک متری است. با درک شهودی می‌توان فهمید که هر قدر بار سنگین‌تر باشد، هم باید ظرفیت جک را بالاتر برد و هم به فشار بیشتری نیاز است.

خب برای آنکه بگوییم به چه پمپ روغنی (چقدر فشار) و با چه نوع جکی (مشخصات ابعادی جک) نیاز داریم، چه باید بکنیم؟ قاعدتاً باید ارتباط پارامترهای مؤثر بر آن‌ها را بدانیم. یعنی ارتباط فشار با سطح مقطع پیستون و وزن بار جابه‌جاشده که این ارتباط با فرمول ریاضی بیان می‌شود و برای درک اولیه عملکرد آن لازم و ضروری است. لازم به ذکر است درک باره و شرایط عملکردی فرمول‌ها و پیش‌فرض‌های در نظر گرفته‌شده بسیار اهمیت دارد و البته در اجرا، مسائل فنی دیگری نیز باید لحاظ شوند.

● **چطور شد شما برای ادامه تحصیل در دانشگاه، رشته خودتان را انتخاب کردید و تا این مقطع پیش رفتید؟ نظرتان درباره رشته خودتان چیست؟**

○ علاقه‌مندی به پژوهش و دانش در سطح بالا. من علاقه خاصی به رشته‌های مکانیک، برق و رایانه داشتم و در انتخاب رشته اولویت را به یک رشته ندادم و بر اساس سطح دانشگاه و رشته، انتخاب رشته کردم. در نتیجه در رشته مهندسی مکانیک دانشگاه گیلان پذیرفته شدم. خوشبختانه وقتی به مطالعه و تحصیل در این رشته پرداختم، میزان علاقه‌مندی‌ام افزایش پیدا کرد. در زمینه کاری هم به علت تنوع کاری بالا و کاربرد وسیع این رشته، مشکلی بابت انتخاب کار متناسب با توانمندی و علاقه خودم نداشتم. با وجود این، علاقه خاصی به حوزه پژوهش داشتم و دارم. همین امر باعث شد بعد از چندین سال کسب تجربیات کاری و صنعتی دوباره به دانشگاه برگردم و در دوره دکترا به تحصیل ادامه دهم.

در اینجا لازم می‌دانم نکته‌ای را بیان کنم: تحصیلات دانشگاهی بیشتر رویکرد کسب دانش در دو جهت کار و پژوهش را دارد. کسب دانش در جهت فارغ‌التحصیلی در دوره‌های کاردانی و کارشناسی و سپس جذب بازار کار شدن و یا ادامه تحصیل در دوره‌های کارشناسی ارشد و دکترا برای انجام فعالیت‌های پژوهشی. به نظر من در انتخاب رشته و دانشگاه لازم است رویکرد تحصیلی تا حدی مشخص شود و بازار کار و نوع روحیه فردی در کار در نظر گرفته شود. به هر حال هیچ چیز به‌طور کامل از قبل قابل پیش‌بینی نیست.

در ضمن تحصیل در یک رشته دانشگاهی به معنی جداسدن از علاقه‌های فردی نیست و امروزه به علت تنوع منابع آموزشی هر شخصی می‌تواند در

امروز که در این شغل هستید، چقدر تفاوت کرده است؟ لطفاً مقایسه کنید.

○ در گذشته، خواندن ریاضیات برای من جدا از علاقه شخصی به بعضی از مباحث، به شکل انجام وظیفه درآمده بود. می‌دانستم بیشترین تأثیر را در کنکور ریاضی و فیزیک دارد و برایم مانند دروازه‌ای برای دستیابی به رشته و دانشگاه مورد علاقه‌ام است. در واقع، کاربرد مستقیمی برای مباحثی که یاد می‌گرفتم متصور نبودم. آن را مقدمات مباحث پیشرفته‌تر در دانشگاه می‌دانستم.

امروز که همچنان با بحث ریاضیات در کار و ادامه تحصیلاتم سروکار دارم، ریاضیات را ابزاری قدرتمند در جهت ارتقای ذهنی و ابراز نظرات با پشتوانه علمی و تحلیل مسائل می‌دانم. تأثیر مستقیم و غیرمستقیم آن را هم در زندگی و کارم حس می‌کنم. قبلاً چنین توقعی از ریاضیات نداشتم و فقط آن را در قالب علوم درسی و دانشگاهی می‌دیدم.

● **اصولاً در دوران مدرسه چقدر به مطالعه مباحث درسی، اما غیر از کتاب درسی توجه داشتید و دنبال یادگیری از این طریق بودید؛ مثل یادگیری از کتاب کمک آموزشی یا مجله؟**

○ مباحث درسی که ارتباط مستقیم داشته باشد خیر، ولی در آن دوران علاقه خاصی به مباحث الکترونیک عملی داشتم. سعی می‌کردم هر کتابی را که تا حدی برایم قابل فهم و در سطح من بود، مطالعه کنم. همان موقع مجموعه کتاب‌های «مدارات الکترونیکی» تألیف آقای مهندس بهروز سهرابی را خریداری و مطالعه می‌کردم. ولی طبیعی است که در حد ظرفیت خودم در آن دوران یاد می‌گرفتم و به موازات آن می‌کوشیدم مدارات را به‌صورت کیت و عملی پیاده‌سازی کنم.

● **وقتی مجله رشد ریاضی برهان را ورق می‌زدید، می‌بینید مطالب متنوعی دارد؛ از یادداشت و سرمقاله تا مقالات علمی، آموزشی، سرگرمی، گفت‌وگو و غیره. اصولاً در وهله اول سراغ چه مطالبی در یک مجله می‌روید و چرا؟**

○ مقالاتی را که مطلبشان برایم ناآشنا باشد یا اطلاعات کمی در موردشان داشته باشم، بهترین فرصت برای افزایش دانش و آگاهی در زمانی کوتاه می‌دانم. همچنین مصاحبه‌هایی را که تجربیات شخصی ارزشمندی را بیان می‌کنند که هنوز تجربه نکرده‌ام، هنوز در کتابی گنجانده نشده‌اند و امکان ارتباط مستقیم با آن فرد هم برایم مقدور نیست، مطالعه می‌کنم.

● **به نظر شما یادگیری از طریق مطالب یک مجله یا کتاب غیردرسی و منابع دیگر، چه تفاوتی با یادگیری از طریق کتاب درسی دارد؟**

○ از نظر محتوا تفاوت خیلی محسوس وجود ندارد، اما معمولاً مطالب گنجانده‌شده در مجله‌ها با رویکردی متفاوت و بسط‌داده‌شده نگارش یافته‌اند و نویسنده عموماً از جنبه‌های متفاوت به موضوع پرداخته و سعی در آشکارکردن زاویه‌های پنهان آن داشته است. ولی از نگاه خواننده کمی موضوع تفاوت دارد. او با مطالب علمی که بار درس و نمره از آن‌ها برداشته شده است، به شکل دیگری مواجه می‌شود و مفاهیم را در قالبی نزدیک‌تر به دنیای واقعی می‌بیند و جذابیت‌های پنهان آن برایش آشکار می‌شود. این گونه مطالعه بستری می‌شود تا با مطالب علمی که به شکل مباحث درسی در کتاب‌های درسی آمده‌اند، ارتباط بهتری شکل بگیرد.

● **در دوران مدرسه وضعیت درس ریاضی شما چطور بود و معمولاً چه نمره‌هایی می‌گرفتید؟**

○ دانش‌آموزی متوسط و تا حدی خوب بودم. البته معیار نمره نسبی

هر حوزه‌ای که علاقه دارد، به‌طور مستقل مطالعه و کسب دانش کند.

● نظر تان دربارهٔ مطالعه چیست؟ چه در دورانی که تحصیل می‌کردید، چه در زمانی که دیگر کاری با درس و دانشگاه نداشته‌اید.

○ ز گهواره تا گور دانش بجوی. این پندی است که در فرهنگ و ادبیات ما جاودانه شده است. فرهنگ و سرزمین ما، نه امروز بلکه از گذشته، پیوسته انسان را به کسب دانش تشویق کرده است. البته درک چنین مفاهیمی به یکباره اتفاق نمی‌افتد و نیازمند تجربه هم هست. امروز دانشمندان و پزشکان علوم اعصاب افراد را به یادگیری پیوسته برای جلوگیری از فرسایش زود هنگام مغز و فراموشی و آلزایمر ترغیب می‌کنند. کما اینکه در هر سنی همواره مطالبی هستند که نیاز است یاد بگیریم و یادگیری فقط در مدرسه و دانشگاه اتفاق نمی‌افتد.

به نظر مطالعه، هم در راستای پاسخ به نیاز انسان و هم در راستای ارتقای ذهنی، کاربرد دارد. کسب تجربه بدون صرف هزینهٔ زمانی، از طریق مطالعه به راحتی حاصل می‌شود. سرگرم شدن از طریق رویای ذهنی فردی دیگر، سفر در گذشته و آینده، مهارت آموزی و بسیاری موارد دیگر از طریق مطالعه به دست می‌آیند.

مطالعه فرایندی است که فقط در خواندن یک مطلب و یا مجله، روزنامه و یا کتاب خلاصه نمی‌شود. پیش زمینهٔ ناشی از یک نیاز یا چالش فکری، محرک انتخاب و شروع مطالعه است. در فرایند مطالعه، ارتباط مؤثر با نویسنده، درک مطالب خوانده شده و پس از آن، اندیشه و تفکر در آن‌ها بسیار اهمیت دارد.

هر مطلبی هر قدر کوتاه، به زمانی برای هضم و درونی شدن احتیاج دارد. در مطالعه کمیت مهم نیست، بلکه کیفیت و تغییر و ارتقای ذهنی بعد از آن است که مهم ترین بخش مطالعه به شمار می‌آید. مبنای مقایسهٔ افراد بر اساس میزان مطالعهٔ کمی کتاب‌ها مبنای صحیحی نیست و تفاوت‌ها در کیفیت تفکر است. از این رو انسان‌های مترقی افکار مترقی دارند.

● آیا در طول دوران تحصیل هیچ وقت به کسی هم درس داده‌اید؟ منظورم بیشتر در حوزهٔ ریاضی است. مثلاً آیا شده است به دوستان تان در یادگیری ریاضی کمک کنید یا در دانشگاه مباحثی را به دانشجویان و به دوستان یاد بدهید و آموزش بدهید؟

○ بله، به صورت موردی یک میثت را درس داده‌ام و غالباً مسائلی را که جنبهٔ نامفهوم داشته‌اند یا روش حلشان قابل درک نبوده است، توضیح داده‌ام. توضیح مسئله‌ها همیشه باعث می‌شود، نه تنها آن مطلب بیشتر و عمیق تر در حافظه بنشیند، بلکه دری برای حل مسئله‌های پیچیده تر باز می‌کند.

حتی بارها پیش آمده است که در حین توضیح، آن بخش از مطلب که برای خود من هم مجهول باقی مانده بوده، کم کم روشن شده و یادگیری برای خودم در حین آموزش نیز اتفاق افتاده است.

گاه هنگام یادگیری متعهد به درک کامل مطلب نیستیم و بعضی موارد را بدون تفکر و منطق می‌پذیریم و رد می‌شویم. حال چالش وقتی روی می‌دهد که از ما سؤالی بپرسند و در آن مورد از ما توضیح بخواهند. البته رویکرد پذیرش و رد شدن، نه تنها برای طرف مقابل، بلکه برای خودمان نیز قابل قبول نیست. بنابراین چاره‌ای نیست جز فهم و بازیابی منطق پنهان شده در مسئله‌ها و مطالب که خود به درک عمیق تر آن منجر خواهد شد.

● فعالیت اصلی امروز شما تدریس مباحث فنی مرتبط با حوزهٔ ریاضی به افراد است. در تدریس چه لذتی وجود دارد؟ شاید برخی فکر کنند این کار یک فعالیت صرفاً تکراری است و شاید کسی در آن نوآوری را نبیند.

○ آموزش مباحث فنی سطح‌های متفاوتی دارد. در بعضی موارد، به‌طور مستقیم به فرمول‌ها و مطالب ریاضی اشاره شده است، چرا که افراد دارای زمینهٔ مناسبی در مورد درک و دانش ریاضیات هستند. ولی در بعضی موارد، مطالب ریاضی در تدریس فنی مستتر هستند و فهم ریاضیات از طریق درک تجربی در مباحث فنی حاصل می‌شود.

فرایند تدریس هم شامل آموزش به دیگران و هم شامل یادگیری شخصی است. «مدرس» یک عنوان است، ولی «توانایی تدریس» فرایندی است که به مرور و کسب تجربه حاصل می‌شود و به مطالعه و دانش اندوزی نیاز دارد.

لذت آموزش و انتقال دانش دو جنبه دارد: یکی جنبهٔ فردی و دیگری جنبهٔ اجتماعی.

در جنبهٔ فردی، در فرایند آموزش بازخورد مستقیم اتفاق می‌افتد و مدرس به‌طور مستقیم شاهد رشد دانش آموزانش است. این بازخورد می‌تواند ظرف یک سال و یا در طول چند سال اتفاق بیفتد. مدرسان همواره ثمرهٔ تلاش خود را در رشد محصلان می‌دانند و نه در کسب درآمد. جنبهٔ دوم، همگانی شدن آموزش و آموزش مهارت در سطح جامعه است. وقتی بستری برای انتقال اطلاعات و دانش ایجاد شود، همه می‌توانند از آن بهره ببرند و مهم فرد آموزش دهنده یا فرد آموزش گیرنده نیست، مهم جریان تبادل دانش است.

بسیاری از ما اطلاعات و دانش‌هایی داریم که به یاد نمی‌آوریم منشأ آن‌ها کجا و چه کسی است. حتی ممکن است فکر کنیم این اطلاعات و دانش ناشی از کشف خودمان بوده است! در این جریان، سطح و دانش عمومی جامعه بیانگر زحمات‌های جامعهٔ مدرسان و نظام برنامه‌ریزی و آموزش کشور است که منشأ احترام عمومی به مقام معلم است. چه خوب است این درک که تمام معلمان در حال تلاش و زحمت هستند، به‌طور عمومی در میان همهٔ اقشار جامعه نشر پیدا کند و قیاس و قضاوت با هر منطقی، زحمات آنان را زیر سؤال نبرند.

در تدریس درس‌هایی که از قبل محتوای درسی ثابتی در آن در نظر گرفته شده، ممکن است تدریس تکراری به نظر آید. این مورد از چند نظر قابل بررسی است. یک جنبهٔ مهم آن پویا بودن ذهن انسان در مقابل ثابت بودن محتواست. بدین معنی که گرچه محتوای درس تقریباً ثابت است، ولی محصلان آن و خود مدرس در حال تغییرند.

دانش‌آموزان و دانشجویان جدید خواهان یادگیری، فرایند تدریس را از حالت تکراری بودن خارج می‌کنند. همچنین مدرس نیز با هر بار تدریس و مواجه شدن با چالش‌ها و سؤال‌های مرتبط، درک محتوایی مناسب تری نسبت به موضوع و حواشی آن پیدا می‌کند و با نوع نیاز دانش‌آموزان بیشتر آشنا می‌شود.

همچنین با افزایش تجربه و مطالعه، بینش معلم نسبت به محتوا نیز افزایش می‌یابد و این امر در بهبود کیفیت آموزش وی طبیعتاً تأثیر گذار است. در ضمن به نظر من هنگام تدریس، معلم فقط محتوای یک درس را ارائه نمی‌دهد، بلکه شخصیت، رفتار، اخلاق، منش و ذهنیت و به‌طور خلاصه، نمایی از خود را به‌طور مستقیم و غیرمستقیم مطرح می‌سازد.

● ریاضی علاوه بر کاربرد در زندگی می‌تواند جنبهٔ تفریحی هم داشته باشد؛ مثل حل معما. شما چقدر در زندگی از جنبه‌های تفریحی آن استفاده می‌کنید و لذت می‌برید؟

○ برای بنده همواره مسائلی که باعث چالش ذهنی‌ام می‌شوند، لذت بخش هستند. حل معما یا حل سودوکو همیشه برایم جذاب بوده است؛ به‌خصوص اگر پای رقابت هم در بین باشد!

● صمیمانه از حضور تان برای شرکت در این گفت‌وگو سپاسگزاریم.

محدثه کشاورز

آشنایی با معماهای شیکاگو

می‌توان برای آن ساخت؟

۸. راستی فکر می‌کنی این معما به کدام یک از موضوع‌هایی که در ریاضی این سال‌ها با آن‌ها آشنا شده‌ای، ارتباط دارد؟

پاسخ سؤال‌ها

پاسخ سؤال ۱. چون این عددها هر کدام مساحت یک مستطیل هستند و چون همه این مستطیل‌ها، نه بخشی از صفحه را خالی می‌گذارند و نه روی هم می‌روند، پس مجموع همه این عددها باید مساوی ۱۰۰ باشد.

پاسخ سؤال ۲. معمولاً عددهای بزرگ و مخصوصاً عددهای اول بزرگ، شروع‌های مناسبی برای بازی هستند. به‌رحال خوب است سراغ عددی برویم که مستطیل آن را فقط به یک شکل بتوان در صفحه جا داد. این‌طوری اطمینان داریم که کار را اشتباه شروع نکرده‌ایم.

پاسخ سؤال ۳. در معمای اول، عدد ۵ که در پایین صفحه و سمت راست قرار گرفته است، عدد مناسبی برای شروع به نظر می‌رسد، چون مستطیل آن یک حالت بیشتر نمی‌تواند داشته باشد.

در پازل دوم هم عدد ۹ که در پایین صفحه است همین شرایط را دارد. برای رسم مستطیل آن یک گزینه بیشتر نداریم، پس می‌توانیم با این عدد شروع کنیم.

پاسخ سؤال ۴. برای ۶ چهار تا مستطیل می‌توان ساخت: 1×6 2×3 3×2 6×1

پاسخ سؤال ۵. برای ۹ سه مستطیل می‌توان ساخت: 1×9 3×3 9×1

پاسخ سؤال‌های ۶ و ۷: به تعداد شمارنده‌ها یا مقسوم‌علیه‌های ۳۶ می‌توان برای آن مستطیل ساخت؛ یعنی ۹ تا.

1×36 2×18 3×12 4×9 6×6 9×4 12×3 18×2 36×1

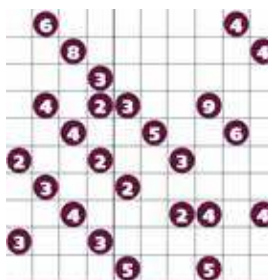
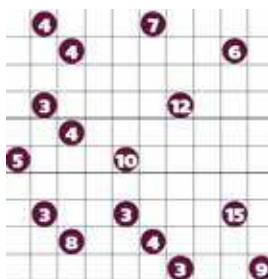
حالا می‌توانید سراغ بازی بروید و لذت ببرید. پیشنهاد می‌کنیم از سطح‌های ساده‌تر شروع کنید و کم‌کم به معماهای سخت‌تر برسید.

بعد از چند بار بازی کردن بد نیست به این سؤال‌ها هم فکر کنید:

۱. فکر می‌کنید جمع عددهایی که روی صفحه معما هستند چند است؟

۲. برای شروع معما، سراغ چه عددهایی می‌روید؟

۳. برای نمونه چند تا از این معماها را ببینید و به این موضوع فکر کنید که خوب است برای شروع، سراغ پیدا کردن مستطیل کدام عدد بروید.



۴. در این صفحه‌ها برای عدد ۶ چه مستطیل‌هایی می‌توان ساخت؟

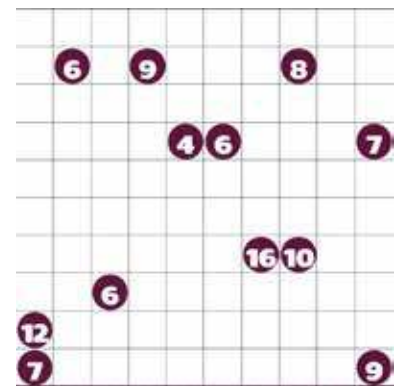
۵. برای عدد ۹ چگونه؟

۶. فرض کن صفحه معمایمان خیلی بزرگ است. در این صورت برای عدد ۳۶ چه مستطیل‌هایی می‌توان ساخت؟

۷. می‌توانی بدون کشیدن مستطیل‌های ۳۶ مشخص کنی که چند تا مستطیل

در این شماره می‌خواهیم به یکی از معماها یا به عبارت دیگر معماهایی که در وبگاه «ریاضی فکر کن!» معرفی شده است، نگاه کنیم. برای دیدن آن می‌توانید به نشانی زیر مراجعه کنید: <https://mathink.ir/شیکاگو-۲۵-خانه-ای>

این یک جدول شیکاگو است.



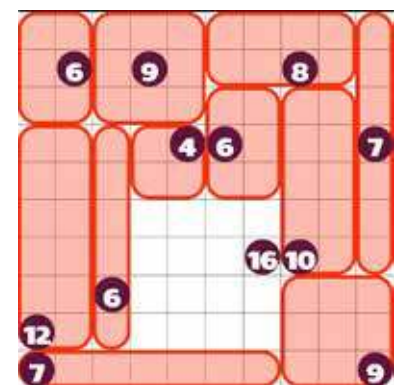
قواعد حل معما به صورت مختصر این‌طور است:

- کل صفحه باید به تعدادی مستطیل تقسیم شود که با یکدیگر هم‌پوشانی ندارند (روی هم نمی‌افتند).

- در هر مستطیل باید یک عدد باشد.

- مساحت هر مستطیل باید مساوی عددی باشد که درون آن نوشته شده است.

مثلاً شکل حل شده این معما چنین است:



آشنایی با رصدخانه‌های پنجره‌ای به سوی بی‌نهایت

برای مشاهده
توضیحات بیشتر،
رمزیننه را پویش
کنید.



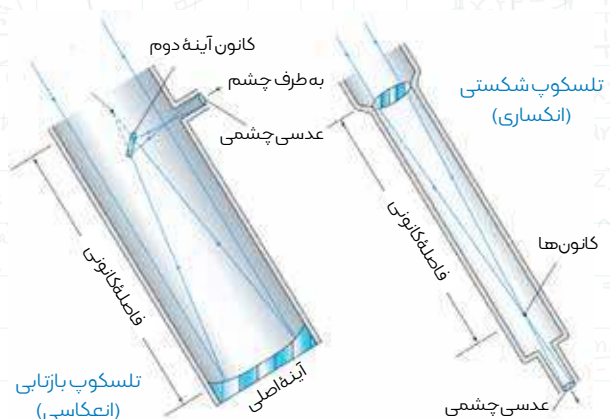
تلسکوپ‌های دانش‌آموزی از نوع تلسکوپ‌های شکستی هستند که در اندازه‌ها و شکل‌های متنوع ساخته می‌شوند. از این تلسکوپ‌ها برای رصدهای غیر حرفه‌ای (آمانوری) می‌توان استفاده کرد (تصویر ۲).



تصویر ۲. چند نوع تلسکوپ دانش‌آموزی و آمانوری که برای رصدهای آمانوری استفاده می‌شوند

مشخصه اصلی هر تلسکوپ «گشودگی» (قطر عدسی یا آینه اصلی) آن است. هر چه قطر گشودگی تلسکوپ بیشتر باشد، نور بیشتری را جمع‌آوری می‌کند و تصویر واضح و روشن‌تری به دست می‌دهد. در این صورت می‌توان اجرام کم‌نوری مثل سحابی‌ها و کهکشان‌ها را دید (تصویر ۳).

به طور کلی تلسکوپ‌ها در دو نوع «شکستی» و «بازتابی» ساخته می‌شوند (تصویر ۱). نخستین تلسکوپ شکستی را در آغاز قرن هفدهم میلادی (سال ۱۶۰۹) گالیله ساخت. همچنین نخستین تلسکوپ بازتابی را در دهه‌های پایانی قرن هفدهم میلادی (سال ۱۶۷۲) نیوتون ساخت.



تصویر ۱. طرحی از تلسکوپ‌های شکستی و بازتابی

قلل مرتفع رشته‌کوه «کرکس» ساخته شده است و از سال ۱۴۰۱ از آن برای فعالیت‌های علمی، پژوهشی و آموزشی در حوزه نجوم و کیهان‌شناسی بهره‌برداری شده است. این رصدخانه با نام INO۳۴۰ در دنیا شناخته می‌شود و دارای بزرگ‌ترین تلسکوپ شکستی در منطقه است. قطر آینه اصلی آن ۳ متر و ۴۰ سانتی‌متر (جرم ۴۰۰۰ کیلوگرم) و قطر آینه ثانویه آن ۶۰ سانتی‌متر است (تصویر ۵). این تلسکوپ از آخرین فناوری‌ها در کنترل حرکت محورها و همچنین کنترل آینه‌های اولیه و ثانویه استفاده می‌کند. جرم سازه تلسکوپ حدود ۹۰ تن است. ثبت اولین نور تلسکوپ رصدخانه ملی ایران که به نوعی آخرین گام در مرحلهٔ جمع زیرمجموعه‌های تلسکوپ و تکمیل بزرگ‌ترین طرح علمی ایران است، در مهرماه ۱۴۰۱ انجام شد (تصویر ۶).



تصویر ۳. کهکشان آندرومدا (M۳۱)، یک کهکشان مارپیچی است که حدود ۲/۵ میلیون سال نوری از کهکشان راه شیری فاصله دارد

توان جمع‌آوری نور توسط یک تلسکوپ، با توان دوم قطر عدسی یا آینه آن متناسب است. قطر مردمک چشم هنگام شب تقریباً ۶ میلی‌متر است. به این ترتیب، یک تلسکوپ شکستی با قطر ۲۴ میلی‌متر (تقریباً چهار برابر قطر چشم)، ۱۶ بار بیشتر از چشم نور جمع‌آوری می‌کند. همچنین یک تلسکوپ ۴۸ میلی‌متری ۶۴ بار بیشتر از چشم نور جمع می‌کند.

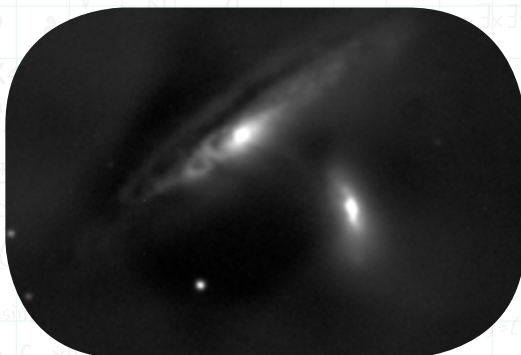
تمرین

الف) قطر آینه اصلی تلسکوپ ملی ۳۴۰ سانتی‌متر است. توان جمع‌آوری نور توسط این تلسکوپ چند برابر قطر مردمک چشم انسان است؟

ب) بزرگ‌ترین تلسکوپ شکستی جهان در سال ۱۸۹۷ در آمریکا ساخته شد. قطر عدسی اصلی (شیئی) این تلسکوپ ۱۰۲ سانتی‌متر است (تصویر ۴). توان جمع‌آوری نور توسط تلسکوپ ملی، چند برابر این تلسکوپ است؟



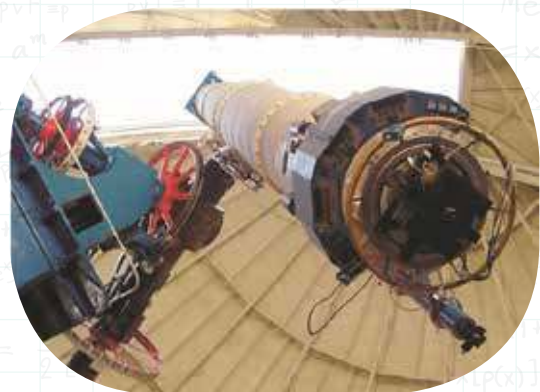
تصویر ۵. تصویری از درون و بیرون رصدخانه ملی ایران، با تلسکوپی در رتبه جهانی



تصویر ۶. تصویر سامانه (سیستم) جفت کهکشان Arp2۸۲ (کهکشان بزرگ‌تر با نام NGC۱۶۹ و همدم آن با نام IC۱۵۵۹) در صورت فلکی «آندرومدا» (امراه مسلسل) در فاصله ۲۲۰ میلیون سال نوری، یکی از نخستین تصویرهای ثبت شده توسط تلسکوپ ۳/۴ متری رصدخانه ملی ایران است. این تصویر یکی از تصویرهای ثبت‌شده با هدف مهندسی در فرایند سنجش قابلیت‌های فنی تلسکوپ است. پردازش‌های متعارف نجومی روی این تصویر انجام نگرفته است.

پی‌نوشت‌ها

۱. از مؤلفان سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
۲. واژه تلسکوپ (telescope)، از دو واژه (tele) به معنی دور و (scope) به معنی دیدن ساخته شده‌است.
۳. عبارت INO340 از ابتدای سه واژه Iranian National Observatory گرفته شده و عدد ۳۴۰ نیز نشان‌دهنده قطر آینه اصلی تلسکوپ بر حسب سانتی‌متر است.



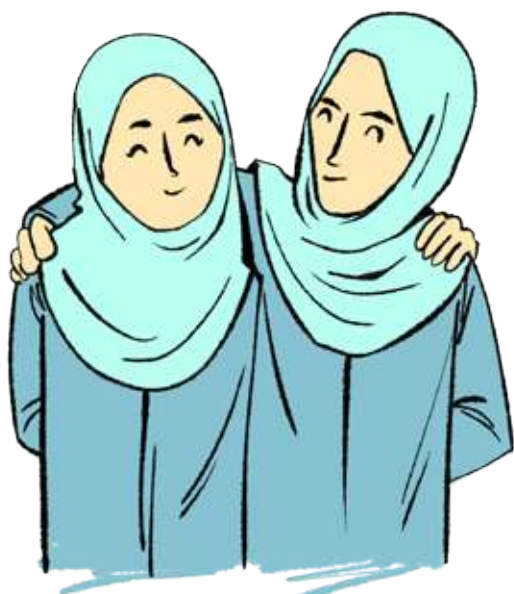
تصویر ۴. بزرگ‌ترین تلسکوپ شکستی جهان

آشنایی با رصدخانه ملی ایران

طرح رصدخانه ملی ایران از سال ۱۳۸۱ با آغاز مطالعات مکان‌یابی آغاز شد و از سال ۱۳۸۸ در مسیر طراحی قرار گرفت. این طرح با پشت سر گذاشتن موفق طراحی تفصیلی در سال ۱۳۹۶ وارد مرحله ساخت شد. رصدخانه ملی ایران در جنوب‌غربی کاشان و در قله ۳۶۰۰ متری «گرگش»، از

● آرش رستگار ● تصویرگر: حسین یوزباشی

همگام با ستارگان آیا او را می‌شناسید؟



در این مطلب با عنوان «همگام با ستارگان، آیا او را می‌شناسید؟» دکتر آرش رستگار که خود از ریاضی‌دانان نخبه، معاصر و از مفاخر نامی ریاضیات ایران و دریافت‌کننده چندین مدال زرین المپیادهای علمی ریاضی کشوری و جهانی دانش آموزی و دانشجویی است و همچنین خود از همگامان با بزرگان و نخبگان ریاضی بوده، کوشیده است که چهره‌ها و نخبگان ریاضی جوان و معاصر ایرانی را به شما معرفی کند. او در این معرفی از ریاضی‌دانی که معرفی می‌کند، نامی نمی‌آورد تا شما را بیشتر کنجکاو کند و باعث شود اطلاعات بیشتری از آن‌ها به دست آورید. علاوه بر این، هنگامی که موضوعی به شکل سؤال و مسئله مطرح می‌شود، اثر آن در ذهن، خاطره و فکر شما بیشتر می‌ماند. از سوی دیگر، در این صفحه‌ها دکتر آرش رستگار عمداً و هدفدار از اطلاعات، عبارات و کلمات تخصصی ریاضی استفاده کرده است که شاید تا به امروز با آن‌ها آشنا نشده‌اید. مقصود دکتر این بوده است که شما ضمن آشنایی با اصطلاحات و کلمات مزبور، خودتان اطلاعاتی در این باره از کتاب‌ها، علمان و غیره به دست آورید.

سرمدیر

وقتی ۳۰ ساله بودم و در فلسفه زمان تحقیق می‌کردم، متوجه شدم که این تعریف، یعنی ذهن او باید دو مفهوم مستقل زمان داشته باشد، غیرممکن است. دو یا سه سال پیش مکاشفه‌ای مرتبط با این موضوع داشتم. عمومیم که پزشک روانکاو است، تلویزیون نگاه می‌کرد و من هم به چشم‌های او نگاه می‌کردم. ناگهان احساس کردم که ذهنم درون ذهنش را می‌بیند. او هم‌زمان دو تلویزیون را تماشا می‌کرد. دو تلویزیون تصویرهای مشترکی داشتند، ولی او با دو شخصیت شناختی آن‌ها را تماشا می‌کرد. یکی خودش بود که تلویزیون نگاه می‌کرد و دیگری شخصیت شناختی او به عنوان یک پزشک روانکاو بود که تلویزیون دیگر را می‌دید. این تجربه شناختی باعث شد بهتر بتوانم دو زمان ذهنی مستقل را بفهمم. اکنون بعد از چند سال حال آن دانشجو را بهتر می‌فهمم. وقتی به ایران برگشتم، در اولین درسی که در شریف دادم، این دو دوست را در کلاس درس هندسه جبری ام ملاقات کردم. خدمتی که توانستم به آن دو بکنم، این بود که یادداشت‌های برابان کنراد از درس هندسه جبری را در اختیارشان قرار دادم. با این کار به آن‌ها نشان دادم یک دانشجوی شاگرد اول هاروارد، چقدر خوب و چقدر توانا می‌تواند باشد! و این به نظرم کمک بزرگی به آن‌ها بود.



من و علی رجایی ۹ سال تمام همیشه با هم بودیم. با هم برای تحصیل در رشته ریاضی به «دانشگاه صنعتی شریف» رفتیم. با هم به سفر می‌رفتیم. با هم برای تحصیلات دکترا به دانشگاه رفتیم و یک استاد راهنما داشتیم. اما پس از گرفتن مدرک دکترا مسیر زندگی‌مان جدا شد.

این بار می‌خواهم درباره دو دوست که آن‌ها هم مانند من و علی همیشه با هم بودند بنویسم؛ یکی از آن‌ها، در سال‌های ۱۳۷۳ و ۱۳۷۴ با نمره کامل برنده دو دوره مدال طلای المپیاد جهانی هنگ کنگ و کانادا شد. در تهران به دنیا آمد و دوران متوسطه را در دبیرستان فرزنانگان تهران گذراند.

دوستان قهرمان داستان ما هم ۱۶ سال همه جا با هم بودند. در یک مدرسه راهنمایی، در یک دبیرستان مشترک، در دانشگاه شریف، همه درس‌هایشان را با هم برمی‌داشتند. یک درس هم با من داشتند. در یک شهر دکترای ریاضی گرفتند. یکی از «هاروارد» و یکی از «ام‌آی‌تی». دکتر رامین تکلوییغش درباره دوران دانشجویی ریاضی‌دان مورد صحبت ما می‌گوید: وقتی مسئله حل می‌کرد و دنبال مسئله‌های مشابه یک مسئله می‌گشت، مغزش مانند رایانه‌ای با چند موتور جست‌وجو، چند جریان جست‌وجوی مستقل را به اجرا می‌گذاشت. سال‌ها این برایم سؤال بود که مگر چنین چیزی می‌شود!





سال‌ها بعد که یکی از آن‌ها استاد دانشگاه استنفورد شد، از علی رجایی شنیدم که برآیان کنراد به خاطر دفتر کار بزرگ‌ترش به او حسودی می‌کند. او تحت تأثیر دکتر شهشهانی به شاخه ریاضی سیستم‌های دینامیکی علاقه‌مند شد. دوست دیگر اما، توانستم نهال هندسه جبری را در دل او بکارم و او اکنون هندسه جبری‌دان بزرگی است. این دو دوست صمیمی، هم از لحاظ استعدادهای ریاضی و هم از نظر استعدادهای شناختی هم‌پایه بودند، اما کار دنیا چنین بود که همیشه فقط برای یکی از آن‌ها دست می‌زدند. این دوستی آن قدر عمیق بود که هیچ‌وقت دوست به دوست رشک نمی‌برد و هیچ صدمه‌ای به صمیمیت آن‌ها وارد نمی‌شد. اما من می‌دانستم که آن‌ها استعدادهای هم‌پایه‌ای دارند. یکی باهوش‌تر و سریع‌تر بود اما نه عمیق‌تر. معلم هندسه آن‌ها که از معلمان پیشکسوت آن‌ها بود، مشاهده مشابهی با من داشت.

در سال اولی که به ایران آمدم آن‌ها را ندیدم. پنج یا شش سال پیش که دو سال عضو مهمان «انستیتوی مطالعات عالی پرینستون» بودم، یکی از آن دو دوست برای چند ماهی میهمان مؤسسه (انستیتو) بود. در آن مدت با من و پیتر سرنگ استاد دومم، و دکتر آیت‌الله مدرسی، استاد گروه خاور نزدیک پرینستون، ملاقات‌هایی داشت.

خاطره‌ای از پیتر سرنگ تعریف می‌کنم که از آن استفاده خواهم کرد. در یکی از کلاس‌های سرنگ شرکت می‌کردم و دانشجویانش در آن کلاس برای او ارائه می‌دادند. پیتر به من گفت که شما هم درباره یکی از مقاله‌ها صحبت کن. چنین کردم. در طول سخنرانی یکی دو تا سؤال پرسید و من پاسخ دادم، نمی‌دانم. بعد دیگر سکوت کرد و تا پایان صحبت‌م چیزی نپرسید.

چند روز بعد در زمان چای بعد از ظهر که همه در اتاق راحتی جمع می‌شوند، مرا به کناری کشید و گفت: «آرش من همیشه به صحبت‌های ریاضی‌ات گوش می‌دهم، ولی اگر این‌طور ادامه بدهی مردم از اطرافت پراکنده می‌شوند.» توضیحاتش ادامه داشت. می‌گفت: «وقتی تو به مسئله‌ای فکر می‌کنی، یعنی باید سراسر آن مسئله را شخم زده باشی و فهمیده باشی. مقاله تو تنها گزارشی از مطالعات بزرگ تو است، نه مجموعه‌ای از چند قضیه کوچک. معنی ندارد اگر از کار تو سؤالی بپرسم بگویی نمی‌دانم.»

همین راز احترامی بود که سرنگ برای یکی از دو دوست قائل بود. وقتی سخنرانی می‌کرد هر سؤالی که می‌پرسیدند یا جواب می‌داد و یا می‌گفت به این هم فکر کرده بودیم، اما پاسخ به آن به نظر مشکل می‌رسد؛ به این دلیل و به آن دلیل. بله، این‌ها با چنین روحیه‌ای درس می‌خواندند و تحقیق می‌کردند. برای من این دو دوست همیشه حاضرند. سعی کردم تا جایی که ممکن است راهنمایی نکنم. این دو دوست بسیار معروف هستند. آیا آن‌ها را شناختید؟

مسئله: یک نجار می‌خواهد یک الوار را به ۳۲ قطعه مساوی تقسیم کند. حداقل و حداکثر تعداد دفعه‌هایی که باید از اره برقی‌اش استفاده کند، به ترتیب چقدر است؟

۱۶ و ۴.۵ ۳۲ و ۴.۴ ۳۲ و ۵.۳ ۳۱ و ۵.۲ ۳۱ و ۴.۱



برای مشاهده
پاسخ، رمزینه را
پوش کنید.



برای آشنایی با
شخصیت شماره قبل
رمزینه را پوش کنید.



(قسمت ششم)

شراره تقی دستجردی، صبا قاسمی

استدلال‌های غلط درست‌نما

در کلاس درس

نتیجه کارش. هر چه بیشتر راه‌حلش را نگاه می‌کرد، بیشتر کلافه می‌شد. آخر چطور ممکن است از حل این معادله نتیجه گرفت: $3=0$!

رها گیج و خسته از تلاش برای پیدا کردن اشتباه راه‌حلش، دستش را بالا برد و با حالتی درمانده و مردد گفت: «اجازه!» معلم سرش را به سوی رها برگرداند و با لبخندی به او اجازه صحبت داد.

رها: راستش من معادله را حل نکردم، ولی به نتیجه خیلی عجیبی رسیدم: هر قدر راه‌حل را واریسی می‌کنم، متوجه اشتباهم نمی‌شوم، اما مطمئنم که یک جای کارم می‌لنگد! معلم رها را به خوبی می‌شناخت. رها باهوش، با انگیزه و پرتلاش بود، اما معمولاً هنگام حل مسئله‌ها اشتباه‌های خوبی می‌کرد. به این معنا که بحث در مورد اشتباه‌های او فرصت خوبی را برای فکر کردن و دقت به مفاهیم و استدلال‌های ریاضی در کلاس به وجود می‌آورد. به همین دلیل، معلم از او خواست پای تخته بیاید و راه حلش را برای بچه‌ها توضیح دهد.

رها گج را برداشت و گفت: «خُب، من اول از همه بررسی کردم که صفر جواب معادله نباشد. معادله را با فرض ناصفر بودن x ، بر x تقسیم کردم و به معادله $x + 1 + \frac{1}{x} = 0$ رسیدم.» سپس رها مثل یک معلم باتجربه به سمت هم‌کلاسی‌هایش برگشت و گفت: «بچه‌ها دقت کنید، مهم است که از مخالف صفر بودن x اطمینان داشته باشیم، چون می‌دانیم که تقسیم بر صفر توی ریاضی بی‌معناست.»

هم‌کلاسی‌های رها با دقت به صحبت‌هایش گوش می‌دادند، چرا که می‌دانستند باید جایی در استدلال او خطایی رخ داده باشد. رها دوباره به سمت تخته برگشت و صحبت‌هایش را ادامه داد.

رها: از طرف دیگر، می‌شود معادله اول را به صورت $x + 1 = -x^2$ بازنویسی و در معادله قبل جای‌گذاری کرد:

$$x + 1 + \frac{1}{x} = 0, \quad x + 1 = -x^2$$

$$-x^2 + \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{1}{x} = x^2$$

با ضرب کردن x در دو طرف معادله به $1 = x^3$ می‌رسیم و این یعنی $1 = x$ اما اگر در معادله اول به جای x ، ۱ بگذاریم به $3=0$ می‌رسیم!

سکوت سنگینی کلاس را فرا گرفته بود؛ آن قدر ساکت که نه تنها می‌شد صدای معلم ادبیات کلاس کناری را به راحتی شنید، بلکه صدای وزش بادی که نوید آمدن بهار نو را می‌داد هم به خوبی شنیده می‌شد. بچه‌ها مشغول یادداشت نوشته‌های روی تخته کلاس بودند و معلم در حال ورق‌زدن کتاب ریاضی. بعد از گذشت دقایقی معلم کتاب را روی میز گذاشت و کنار تخته ایستاد.

معلم: نوشتید؟ پاک کنم؟

بچه‌ها که تقریباً کارشان تمام شده بود، پاسخ مثبت دادند. معلم گوشه تخته کلاس را پاک کرد، گج را برداشت و روی تخته نوشت:

$$x^2 + x + 1 = 0$$

سپس به سمت بچه‌ها چرخید و گفت: «در چند جلسه قبل درباره بعضی از معادله‌ها و روش پیدا کردن جواب‌هایشان بحث کردیم. فکر می‌کنم حالا همه شما یاد گرفته‌اید که چگونه جواب چنین معادله‌هایی را به دست آورید. اما آیا همیشه معادله‌ها جواب دارند؟ آیا ممکن است معادله‌ای جواب نداشته باشد؟

سؤال معلم برای بچه‌ها جالب بود، به طوری که همه در کلاس بالا گرفت و به قول معروف بین دانشمندان اختلاف افتاد! معلم که نظاره‌گر این صحنه بود، از بچه‌ها خواست تا سکوت را رعایت کنند و به جای مطرح کردن حدس و گمانشان، بکوشند معادله روی تخته را حل کنند. کلاس دوباره در سکوت فرو رفت.

رها که تا آن موقع ساکت مانده بود و نسبت به جواب سؤال معلم تردید داشت، مشتاقانه دست به قلم شد تا معادله را حل کند. ابتدا چند عدد را در معادله جای‌گذاری کرد: صفر، یک، دو، منفی یک و منفی دو. هیچ کدام جواب معادله نبودند. به سراغ تعدادی از عددهای گویا رفت: $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$. نه، این‌ها هم جواب معادله نبودند. اما رها می‌دانست که امتحان کردن عددها ممکن است کار بی‌پوده‌ای باشد، چرا که بی‌شمار عدد هست که باید امتحان کند. پس فکر کرد که بهتر است به سراغ خود معادله برود و کمی با جمله‌های آن بازی کند. هنوز چند دقیقه‌ای نگذشته بود که چشمانش از نتیجه عجیبی که به دست آورده بود، گرد شد. به سرعت راه‌حلش را دوباره واریسی (چک) کرد. انگار همه چیز درست بود، به جز

منفی بی معناست. یا همان طور که اندکی پیش بحث شد، با دیدن $\frac{1}{x}$ بلافاصله باید ناصفر بودن x را در نظر بگیریم. بنابراین، رها پس از بازنویسی معادله اولیه به صورت $-x^2 + x + 1 = 0$ باید به این نکته توجه می کرد که اگر قرار باشد x ای در این معادله صدق کند، باید کوچک تر یا مساوی با منفی یک باشد؛ زیرا:

$$x + 1 = -x^2 \leq 0 \Rightarrow x + 1 \leq 0 \Rightarrow x \leq -1$$

پس هنگامی که رها به جای عبارت $x + 1$ در معادله $x + 1 + \frac{1}{x} = 0$ ، عبارت $-x^2$ را جای گذاری می کند، یعنی دارد جواب معادله را در بازه عددهای کوچک تر از -1 جست و جو می کند و باید در نظر داشته باشد که اگر معادله اولیه دارای جواب باشد، این معادله هم دارای جواب است و برعکس. یعنی معادله اولیه دارای جواب است اگر معادله اخیر دارای جواب باشد. هم ارزی بین این دو معادله را در ریاضی چنین می نویسیم:

$$x^2 + x + 1 = 0, x \leq -1 \Leftrightarrow x + 1 + \frac{1}{x} = 0, x \leq -1$$

به همین ترتیب در هر مرحله معادله را می توان با یک معادله هم ارز جایگزین کرد. اما آنچه باید در نظر داشت محدوده مقادیر مجاز برای x است.

$$x + 1 + \frac{1}{x} = 0, x \leq -1 \Leftrightarrow$$

$$-x^2 + \frac{1}{x} = 0, x \leq -1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{x} = x^2, x \leq -1 \Leftrightarrow$$

$$1 = x^3, x \leq -1 \Leftrightarrow$$

$$1 = x, x \leq -1$$

به همین دلیل، هنگامی که در نهایت به جواب $1 = x$ می رسیم، این جواب را باید غیر قابل قبول اعلام کنیم؛ زیرا ۱ جزو مقدارهای قابل قبول برای x نیست. به عبارت دیگر، فرض اینکه معادله اولیه دارای جواب باشد ما به این تناقض رساند که هم $1 = x$ و هم $x \leq -1$. یعنی معادله اولیه نمی تواند جواب داشته باشد.

ادامه دارد ...

دهان بچه ها از راه حل رها و نتیجه کارش بازمانده بود. رها که نگاه مبهوت هم کلاسی هایش را دید، به معلمش نگاه کرد تا ببیند نظر او در مورد راه حلش چیست.

حتماً شما هم سعی کرده اید خطای این استدلال را پیدا کنید. گاهی اشکالات یک استدلال به راحتی دیده می شوند، اما بعضی وقت ها این کار به دقت بیشتری نیاز دارد. برای پیدا کردن چنین خطاهایی باید شرایط برداشتن هر گام از استدلال را به خوبی واری کنیم؛ در شماره قبل دیدیم که گاهی خطاهای استدلال ها از تعمیم نابه جای عملیات ها ایجاد می شود. مثلاً جایز است که تساوی ها را با یکدیگر جمع کنیم، ولی اجازه نداریم این کار را برای نامساوی ها انجام دهیم. در واقع گفتیم که در دنیای ریاضیات نمی شود چشم بسته یک نسخه را برای همه عملگرها و مجموعه ها تجویز کرد.

منشأ یکی دیگر از این خطاها، حواس پرتی ما هنگام تقسیم معادله ها بر یک عبارت است. ما معمولاً برای ساده سازی معادله ها یا نامعادله ها آن ها را بر عبارت هایی تقسیم می کنیم، اما همان طور که رها اشاره کرد، چون تقسیم بر صفر در ریاضیات تعریف نشده است، قبل از هر چیز باید از ناصفر بودن آنچه را که می خواهیم بر عبارت مان تقسیم کنیم، اطمینان داشته باشیم. برای اینکه ببینید این خطا به چه نتایج عجیبی منجر می شود، به عنوان مثال استدلال زیر را ببینید:

$$a = b$$

$$a^2 = ab$$

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

$$(a + b)(a - b) = b(a - b)$$

$$a + b = b, a = b$$

$$b + b = b$$

$$2b = b$$

$$2 = 1$$

برگردیم به اشکال استدلال رها

برای معنادار بودن یک عبارت جبری باید به این موضوع توجه داشت که به ازای چه مقدارهایی آن عبارت با معناست. مثلاً وقتی می نویسیم: $\sqrt{x}$ می دانیم که داریم درباره x های نامنفی صحبت می کنیم؛ چرا که برای ما رادیکال مقدارهای



داستان‌های مریم

داستان ششم: کارگاه خلاقیت

را در نظر گرفته‌ام و تو می‌خواهی عدد را حدس بزنی. اگر بتوانی رقم یکان و رقم دهگان عدد را مشخص کنی، آن‌گاه عدد معلوم می‌شود؛ درست است؟

گفتم: «بله، اگر بتوانم کارتهایی طراحی کنم که به کمک آن‌ها رقم یکان و رقم دهگان عدد مجهول معلوم شود، عدد مشخص می‌شود.» مهربانو گفت: «آیا می‌توانی با طراحی ۹ کارت، رقم یکان عددی را که در ذهن من است، مشخص کنی؟»

کمی فکر کردم و گفتم: «به نظر شدنی باشد. روی کارت اول همهٔ عددهایی را می‌نویسیم که رقم یکان آن‌ها ۱ باشد؛ یعنی ۱، ۱۱، ۲۱، ... و ۹۱. روی کارت دوم عددهای همهٔ عددهایی را می‌نویسیم که رقم یکان آن‌ها ۲ باشد و ... و روی کارت نهم هم همهٔ عددهای با رقم یکان ۹ را می‌نویسیم. حالا با مشخص شدن پاسخ شما به هر کارت، من می‌توانم رقم یکان عدد ذهن شما را مشخص کنم.» مهربانو پرسید: «اگر رقم یکان عدد ذهن من ۰ بود چی؟»

انتظار این سؤال را داشتم. گفتم: «قطعاً اگر این‌طور باشد، پاسخ شما به همهٔ ۹ سؤال مربوط به ۹ کارت منفی خواهد بود و من از همهٔ جواب‌های منفی شما می‌فهمم که رقم یکان صفر است.» مهربانو لبخندی زد و گفت: «حالا بگو با طراحی چند کارت می‌توانی عدد ذهن مرا پیدا کنی.»

پاسخ سؤال معلوم بود. ۹ کارت برای تعیین رقم یکان و ۹ کارت برای تعیین رقم دهگان. گفتم: «۱۸ کارت.» مهربانو تأیید کرد و گفت: «درست است، اما آیا فکر می‌کنی با کمتر از ۱۸ کارت هم بشود عدد را پیدا کرد؟»

گفتم: «احتمالاً با تعداد کمتر هم بتوان عدد را پیدا کرد.» مهربانو گفت: «درست است. در واقع با هفت کارت هم می‌توان عدد ذهنی از میان عددهای ۰ تا ۹۹ را مشخص کرد. اما به این نیاز داریم که عددها را به جای مبنای ۱۰ در مبنای ۲ بنویسیم.» سپس مهربانو از من خواست که در اینترنت جست‌وجو و نمایش عددها در مبنای ۲ را مطالعه کنم. به این نمایش عددها، نمایش «دودویی» هم می‌گویند. با جست‌وجو در اینترنت فهمیدم که هر عدد را به جای اینکه برحسب توان‌های ۱۰ بنویسیم، می‌توانیم برحسب توان‌های ۲ بنویسیم. برای مثال، عدد ۴۳ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$43 = 32 + 8 + 2 + 1 = 2^5 + 2^3 + 2^1 + 2^0$$

در نمایش دودویی عدد ۴۳ را به شکل $101011_{(2)}$ نمایش می‌دهیم که مشخص می‌کند کدام توان‌های ۲ با هم جمع می‌شوند تا عدد ۴۳ به دست آید. مثلاً عدد ۹۹ را در مبنای ۲ به صورت $1100011_{(2)}$ می‌نویسیم؛ چون:

$$99 = 64 + 32 + 2 + 1 = 2^6 + 2^5 + 2^1 + 2^0$$

(سعی کنید عدد ۵۸ را در مبنای ۲ بنویسید. همچنین عدد $11111_{(2)}$ را از مبنای ۲ به مبنای ۱۰ برگردانید.)

با فهمیدن نمایش عددها در مبنای ۲، فهمیدم که برای نمایش عددهای ۱ تا ۳۰ حداکثر به ۵ رقم (۰ یا ۱) احتیاج داریم:

زنگ چهارم کارگاه خلاقیت داشتیم. این کلاس برای بچه‌ها خیلی جذاب بود. هر کدام از بچه‌ها روی ایده‌های خودش برای طراحی یک وسیله یا نرم‌افزار مطالعه می‌کند.

ایده‌های من بیشتر شکل معمایی دارند و با ابزارهای ساده ساخته می‌شوند. کارگاه خلاقیت در پایگاه (سایت) رایانهٔ مدرسه تشکیل می‌شود. حتماً می‌پرسید چرا. دو دلیل دارد: اول اینکه بچه‌ها بتوانند از اینترنت استفاده کنند و با تحقیق و جست‌وجو در پایگاه‌های داده، ایده‌های جدید بیابند و علاوه بر آن، به کمک نرم‌افزارها، ایده و محصول خود را شبیه‌سازی کنند. دلیل دوم که شاید جالب‌تر باشد این است که معلم کارگاه خلاقیت ما یک معلم مجازی هوشمند است به نام **مهربانو**. مهربانو، ما را در طول کلاس همراهی می‌کند و چون به تمام داده‌های اینترنتی دسترسی دارد، همیشه پاسخ هر سؤال را می‌داند. البته، خیلی وقت‌ها ما را راهنمایی می‌کند تا بتوانیم خودمان به جواب برسیم.

کلاس که شروع شد، چهرهٔ مهربانو روی صفحهٔ نمایش رایانهٔ همهٔ بچه‌ها ظاهر شد و گفت: «سلام بچه‌ها. به کلاس امروز خوش آمدید. لطفاً دوگوشی‌های (هدفون‌های) خود را بزنید تا کار را شروع کنیم.»

خانم مهربانو این قابلیت را دارد که هم‌زمان با ۱۰۰۰ نفر به‌طور مستقل صحبت کند. دوگوشی را که روی گوشم گذاشتم، پرسید: «خب مریم جان، توانستی ایدهٔ جدیدی برای ساخت معما پیدا کنی؟»

گفتم: «بله خانم. چند تا ایدهٔ مبهم دارم که می‌خواهم آن‌ها را به معما و تردستی ریاضی تبدیل کنم.»

مهربانو پرسید: «خب. ایدهٔ اول را بگو شاید بتوانم کمکت کنم.» گفتم: «یک بار معلم ریاضی‌مان، یک تردستی سرکلاس انجام داد که برای بچه‌ها جالب بود. من متوجه نشدم که شگرد معلم چه بود.»

مهربانو پرسید تردستی چه بود. پاسخ دادم: «معلم از یکی از بچه‌ها خواست که از فهرست ۳۰ نفرهٔ کلاس، اسم یکی از دانش‌آموزان را انتخاب کند و در ذهن خود نگه دارد. سپس معلم پنج کارت که هر کدام شامل چند عدد از میان عددهای ۱ تا ۳۰ بود، به دانش‌آموز نشان داد و پرسید که آیا شمارهٔ دانش‌آموز (در فهرست کلاس) در آن کارت وجود دارد یا نه. پس از اینکه دانش‌آموز پاسخ مربوط به کارت پنجم را داد، معلم بلافاصله اسم دانش‌آموز را بیان کرد!»

مهربانو لبخندی زد و گفت: «چه تردستی جالبی!» بعد ادامه داد: «البته شگرد معلمان برای پیدا کردن نام دانش‌آموز خیلی پیچیده نیست و من با یک مثال سعی می‌کنم راهنمایی‌ات کنم.»

خوشحال شدم و گفتم که سراپا گوش هستم. مهربانو گفت: «فرض کنید من در ذهن خودم یک عدد صحیح از صفر تا ۹۹

اول اینکه عدد نخست هر کارت را پشت کارت بنویسی. این طوری نیازی نیست که هر بار کارت‌ها را برگردانی.

دوم اینکه به ترتیب کارت‌ها در پرسیدن سؤال آیا عدد شما در این کارت هست؟ باید از کارت پنجم به کارت اول باشد. یعنی ابتدا کارت ۱۶ را نشان می‌دهی، بعد کارت ۸، بعد کارت ۴، بعد کارت ۲ و در پایان کارت ۱.

برای اینکه نشان دهم شگرد تردستی را فهمیده‌ام، گفتم: «پس کارت‌ها را با ترتیبی که گفתי نشان می‌دهم و اگر پاسخ مثبت بود، عدد پشت کارت را جمع می‌کنم. این طوری به کارت چهارم که برسم، تقریباً عدد معلوم شده است. اگر پاسخ به کارت پنجم مثبت بود، ۱ را هم اضافه می‌کنم. اگر پاسخ منفی بود، ۱ را اضافه نمی‌کنم. با این شیوه، می‌توانم بلافاصله بعد از پاسخ به کارت پنجم، عدد را اعلام کنم.»

مهربانو گفت: «بیا امتحان کنیم. من عددی از بین عددهای ۱ تا ۳۰ را انتخاب کردم. حالا کارت‌ها را به من نشان بده و سؤال‌هایت را بپرس.»

کارتی را که پشت آن $2^4 = 16$ نوشته بودم نشان دادم و پرسیدم «آیا عددتان در این کارت هست؟»

مهربانو گفت: «خیر.» کارت ۸ را نشان دادم و سؤال را تکرار کردم. مهربانو گفت: «بله.» چون پاسخ بله بود، عدد ۸ را به ذهن سپردم. کارت ۴ را نشان داورین رایانه دادم و سؤال را تکرار کردم. مهربانو گفت: «بله.» با این پاسخ باید ۴ را به ۸ اضافه می‌کردم و عدد ۱۲ را به ذهن می‌سپردم. کارت ۲ را نشان دادم. مهربانو گفت: «خیر.» با توجه به جواب نیازی به اضافه کردن ۲ به ۱۲ نبود. تنها کارت اول مانده بود که پشت آن عدد ۱ را نوشته بودم. اگر پاسخ مهربانو به سؤال این کارت خیر بود، عدد انتخابی ۱۲ و اگر پاسخ مثبت بود، عدد انتخابی $12 + 1 = 13$ بود.

با پاسخ مثبت مهربانو به آخرین سؤال، بلافاصله اعلام کردم که عدد شما ۱۳ است. مهربانو گفت: «درست است، آفرین!» برای اینکه اطمینان پیدا کنم شگرد تردستی را یاد گرفته‌ام، از هم‌کلاسی‌ام خواستم که عددی از میان عددهای ۱ تا ۳۰ انتخاب کند و به من نگوید. سپس کارت‌های ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱ را به ترتیب به او نشان دادم و پاسخ هم‌کلاسی‌ام به چهار سؤال اول به ترتیب بله، بله، بله و خیر بود. قبل از سؤال کارت آخر، عدد $4 + 8 + 16 = 28$ را به خاطر سپردم. پاسخ هم‌کلاسی‌ام به سؤال آخر مثبت بود و من بلافاصله اعلام کردم که عدد انتخابی ۲۹ است. هم‌کلاسی‌ام تعجب کرده بود که چگونه توانسته‌ام این قدر سریع پاسخ را مشخص کنم. اما من می‌دانستم که مبنای کار چیست. کارت‌هایم را جمع کردم تا زنگ تفریح، دوستم رویا را هم غافلگیر کنم.

(سعی کنید این پنج کارت را طراحی کنید و این بازی جالب را با دوستانتان در مدرسه و خانه انجام دهید.) در دقایق پایانی کلاس مهربانو گفت: «یک سؤال دارم که می‌توانی به آن فکر کنی. مطمئن هستم که پاسخ آن را خواهی یافت.» گفتم: «بپرسید.»

مهربانو گفت: «اگر کلاستان به جای ۳۰ نفر، ۳۲ نفر بود، آیا با همان پنج کارت امکان داشت عدد را پیدا کنی؟» پاسخ سؤال مهربانو مشخص بود. شما چه نظری دارید؟

$$1 = 1_{(2)}$$

$$2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10_{(2)}$$

$$3 = 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11_{(2)}$$

$$4 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 100_{(2)}$$

$$5 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 101_{(2)}$$

.

.

.

$$30 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 11110_{(2)}$$

(سعی کنید بقیه عددها، یعنی ۶ تا ۲۹ را هم در مبنای ۲ بنویسید.) مهربانو که نظاره‌گر نوشته‌هایم بود پرسید: «حالا می‌توانی شگرد معلمان را پیدا کنی. او از پنج کارت استفاده می‌کرد و عددهای ۱ تا ۳۰ را هم که شماره دانش‌آموزان در فهرست کلاس است، در مبنای ۲، با حداکثر پنج رقم می‌توان نمایش داد.»

به یاد روشی افتادم که برای تعیین رقم یکان توسط ۹ کارت از آن استفاده کردم. گفتم: «در مبنای ۲ هر رقم ۱ است و یا ۰. پس برای تعیین هر رقم در مبنای ۲، یک کارت کافی است.»

مهربانو گفت: «درست است. حالا می‌توانی عددهای هر کارت را مشخص کنی.»

در مثال عددهای ۰ تا ۹۹، همه عددها با رقم یکان ۱ را روی یک کارت نوشتیم. پس عددهای روی کارت اول با توجه به نمایش دودویی عبارت‌اند از: ۱, ۳, ۵, ۷, ..., ۲۹

در واقع همه عددهای فرد را روی کارت اول می‌نویسیم. روی کارت دوم همه عددهایی را می‌نویسیم که رقم دومشان در مبنای ۲ (از سمت راست) برابر ۱ است: ۲, ۳, ۶, ۷, ۱۰, ۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۱۹, ۲۲, ۲۳, ۲۶, ۲۷, ۳۰

روی کارت سوم همه عددهایی را می‌نویسیم که رقم سومشان در مبنای دو برابر ۱ است: ۴, ۵, ۶, ۷, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ..., ۲۸, ۲۹, ۳۰. عددهای کارت‌های چهارم و پنجم را هم مشخص کردم. مهربانو گفت: «حالا همانند معلمان پنج کارت مقوایی درست کن و عددها را روی یک طرف کارت بنویس.»

کارت‌های زیر را طراحی کردم:

①	۳	۵	۷
۹	۱۱	۱۳	۱۵
۱۷	۱۹	۲۱	۲۳
۲۵	۲۷	۲۹	

②	۳	۶	۷
۱۰	۱۱	۱۴	۱۵
۱۸	۱۹	۲۲	۲۳
۲۶	۲۷	۳۰	

④	۵	۶	۷
۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۸	۲۹	۳۰	

⑧	۹	۱۰	۱۱
۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۸	۲۹	۳۰	

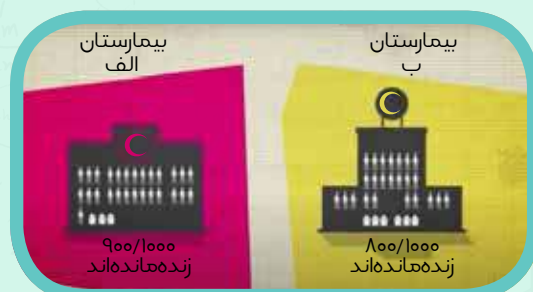
⑩	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
۲۸	۲۹	۳۰	

شگرد معلمان را فهمیده بودم، اما از مهربانو خواستم که امتحان کنیم. مهربانو گفت: «برای اینکه بتوانی همانند معلمان بلافاصله بعد از پاسخ به سؤال پنجم جواب را مشخص کنی، دو کار باید انجام دهی:



نقاط کور محاسبات از متغیرهای مخفی غافل نشویم

اگر حال بیمار وقتی به بیمارستان می‌رسد خوب باشد چطور؟ در بیمارستان ب ۹۸ درصد بیماران با وضع سلامتی نسبتاً خوب مداوا شده‌اند. با توجه به اینکه هم بیماران بدحال و هم بیماران سرپایی در بیمارستان ب بهتر مداوا می‌شوند، چطور بیمارستان الف می‌تواند نرخ بقای کلی بهتری داشته باشد؟ جواب این سؤال را باید در «ناسازنمای (پارادوکس) سیمپسون» پیدا کنیم!



علم آمار معمولاً قابل اعتماد است! خیلی از افراد، سازمان‌ها، و کشورها تصمیم‌های بسیار مهمشان را بر پایه داده‌های طبقه‌بندی شده آماری می‌گیرند. ولی همین اطلاعات معمولاً قابل اتکا، گاهی به صورت پنهانی اشکال‌های بزرگی دارند! هر مجموعه آماری ممکن است خطاهایی ایجاد کند که مخاطب در نگاه اول متوجه آن‌ها نشود، ولی نتیجه را به کلی تغییر دهد. تصور کنید باید از بین دو بیمارستان «الف» و «ب» یکی را برای بستری کردن فردی از خویشاوندان خود انتخاب کنید.

از ۱۰۰۰ نفر بیماری که به تازگی به هر دو بیمارستان مراجعه کرده‌اند، ۹۰۰ نفر در بیمارستان الف به سلامت از بیمارستان خارج شده‌اند، در حالی که در بیمارستان ب ۸۰۰ نفر زنده مانده‌اند. به نظر می‌رسد بیمارستان الف انتخاب بهتری باشد! قبل از اینکه تصمیم نهایی را بگیرید، یادتان باشد همه بیماران با میزان سلامتی یکسان به دو بیمارستان نیامده‌اند.

اگر ۱۰۰۰ بیمار هر بیمارستان را به دو گروه تقسیم کنیم (آن‌هایی که با سلامت به نسبت خوب، و آن‌هایی که با سلامت کمتری به بیمارستان آمدند)، احتمالاً تصمیم شما متفاوت می‌شود. طبق اطلاعاتی که از دو بیمارستان گرفته‌ایم، بیمارستان الف تنها ۱۰۰ بیمار با وضع نامساعد داشته که ۳۰ نفر از آن‌ها زنده ماندند. اما بیمارستان ب ۴۰۰ بیمار با حال وخیم را پذیرش کرده است که ۲۱۰ نفر از آن‌ها نجات یافته‌اند. پس در بیمارستان ب ۵۲/۵ درصد بیماران بدحال مداوا شده‌اند که این عدد در بیمارستان الف حدود ۳۰ درصد است. پس برخلاف تصور اولیه، نرخ حیات در بیمارستان ب بالاتر است.



مثال دیگر، تحلیلی غلط در مورد حکم‌های محکومان در فلوریدا بود که ادعا شده بود هیچ اختلاف نژادی در صدور حکم بین متهمان سفیدپوست و سیاه‌پوست وجود ندارد. اما جداسازی پرونده‌ها بر اساس نژاد، این ادعا را رد کرد. چگونه می‌توانیم از افتادن در دام این تناقض‌ها جلوگیری کنیم؟ متأسفانه پاسخ خوبی برای این سؤال وجود ندارد! داده‌ها را می‌توان به روش‌های متفاوتی طبقه‌بندی کرد و از هر نوع طبقه‌بندی اطلاعات متفاوتی به دست می‌آید. گاهی ممکن است بررسی کل داده‌ها به صورت یکجا، تصویر و اطلاعات بهتری ارائه کند و گاهی تقسیم‌بندی داده‌ها به گروه‌های کوچک‌تر، اطلاعات دقیق‌تری در اختیار ما بگذارد. مهم آن است که به دقت مراقب متغیرهای پنهانی باشیم که ممکن است وجود داشته باشند. گاهی متغیرهای مخفی می‌توانند به کلی نتیجه و تحلیل اطلاعات را تغییر دهند. مراقب باشیم گول نخوریم!

گاهی استفاده از داده‌ها به تنهایی کافی نیست و لازم است چیزهای بیشتری از کل داستان بدانیم تا بتوانیم تصمیم درستی بگیریم. باید تصویر کامل و کافی از اطلاعات، مثلاً نحوه جمع‌آوری آن‌ها، عوامل مؤثر بر پاسخ و چیزهایی که بر هم تأثیر می‌گذارند در دسترس باشد تا موقع تصمیم‌گیری، چیزی از قلم نیفتد و اشتباهاتی مثل آنچه در مثال انتخاب بیمارستان دیدیم، رخ ندهد. در انتخاب بیمارستان، نسبت بیمارانی که با حال خوب یا حال بد به بیمارستان می‌رسند خیلی مهم بود که نزدیک بود ما به آن توجه نکنیم. ناسازنمای سیمپسون خیلی وقت‌ها در دنیای واقعی باعث بروز اشتباه‌های مشابه در تحلیل‌ها و تصمیم‌گیری‌ها می‌شود. تحقیقی نادرست در مدت ۲۰ سال در انگلستان انجام شده بود که طبق آن اعلام کردند افراد سیگاری بیشتر از غیرسیگاری‌ها شانس زنده ماندن دارند! نظر شما چیست؟ اشتباه تحقیق این بود که اطلاعات به‌دست‌آمده از تمام گروه‌های سنی را یکجا روی هم ریخته و آن‌ها را بررسی کرده بود. همان‌طور که می‌توانیم پیش‌بینی کنیم، بین غیرسیگاری‌ها، تعداد افراد بیشتری به سن پیری می‌رسند و ممکن است که در دوره انجام تحقیق فوت کنند. درست به دلیل اینکه آن‌ها زندگی طولانی‌تری نسبت به افراد سیگاری هم‌سن خودشان داشته‌اند و سیگاری‌های هم‌سن آن‌ها، قبل از رسیدن به سن پیری از دنیا رفته‌اند. در اینجا به گروه‌های سنی توجه نشده بود که این بی‌توجهی نتیجه را کاملاً تغییر داد!



درمانگاه ریاضی

افشین خاّصه خان

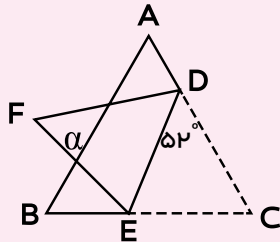


موضوع محاسبه اندازه زاویه بود:

مثلاً متساوی‌الاضلاع ABC را مانند شکل ۱ نسبت به پاره خط DE تا زده‌ایم.

مقدار α برابر کدام است؟ ($\widehat{EDC} = 52^\circ$)

(۱) 104° (۲) 106° (۳) 136° (۴) 156°



شکل ۱

هلیا برای پاسخ به این سؤال ایده‌هایی را مطرح کرد، اما هیچ کدام به پاسخ نرسیدند. تقصیری هم نداشت. او یک دانش آموز سمپادی بود اما چون تبدیلات را در سال هفتم به شکلی کلی (بدون ویژگی‌های آن‌ها) در دوران کرونا خوانده بود، لذا از ارتباط خط تقارن با نیم‌ساز زاویه ایجاد شده هیچ

سلام و وقت بخیر خدمت علاقه‌مندان به درمانگاه ریاضی. ابتدا این جمله زیبای مریم میرزاخانی را یادآوری می‌کنم که: «ریاضیات زیبایی‌های خود را به دانش آموزان صبور نشان می‌دهد.» در همین راستا برای همه دانش آموزان عزیز در یادگیری ریاضیات آرزوی صبر و حوصله می‌کنم. مراجعه‌کننده این هفته دانش آموزی پایه نهمی به نام **هلیا عبدی جداییه** بود. پدر هلیا دوست صمیمی من و مدیر گروه‌های آموزشی متوسطه اول و دوم اداره آموزش و پرورش و مادرش از نیروهای درمانی است. هلیا با پدرش به درمانگاه آمده. بعد از سلام و احوال‌پرسی با آن‌ها، هلیا را به اتاق درمانی دعوت کردم. طبق روال همیشگی «گفت‌وگوی سقراطی» را آغاز کردم و در حین بحث در مورد چند سؤال هندسه که هلیا با خود به درمانگاه آورده بود، مشکل موجود در تفکر ریاضی او را حدس زدم.

تشخیص

همچنان که اشاره کردم، سؤال مورد بحث ما از هندسه مثلثی با

من گفتم: «خب الان چه نتیجه‌ای می‌توانی بگیری؟»

جواب داد: «زاویه FDE هم برابر 52° است.»

او را تشویق کردم و گفتم: «بقیه مسئله آسان‌تر است لطفاً همین راهبرد را ادامه بده.»

هلیا ادامه داد: «زاویه ADF را باید به دست بیاوریم. چون زاویه ADC نیم‌صفحه است، پس: $ADF = 180 - 2(52) = 76$ و چون زاویه A برابر 60 درجه است، لذا: $G_1 = G_2 = 180 - (60 + 76) = 44$ ».

گفتم: «بسیار عالی، حال قدم آخر را می‌توانی برداری و α را محاسبه کنی.»

و او نوشت: $\alpha = 180 - (44 + 60) = 76$

بعد از این نتیجه هلیا گفت: « α با $\widehat{ADF}$ برابر شد. دو زاویه A و F نیز با هم برابرند. پس می‌توانیم بگوییم دو مثلث ADG و FGH با هم متشابه‌اند؟»

معلوم بود هلیا درس تشابه را به خوبی خوانده و حضور ذهن دارد. گفتم: «هلیا کاملاً درست تشخیص دادی و حالت تشابه را هم معلوم است که به خوبی می‌دانی.»

تجویز

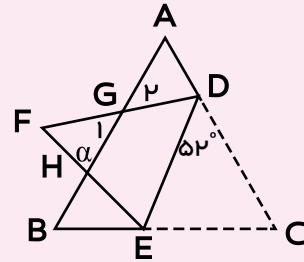
بعد از تشخیص بیماری تفکر ریاضی هلیا، حال نوبت تجویز دستورالعمل‌های درمانی لازم بود:

۱. به او توصیه کردم که قضیه‌های مربوط به مثلث و محاسبه اندازه زاویه‌ها در خطوط متقاطع و همچنین تبدیلات را از کتاب درسی هفتم به دقت بخواند و تمرین‌هایش را حل کند.
۲. بعضی از مفهومی‌های مهم و تکمیلی در ارتباط با همین دو موضوع را از کتاب‌های خود یاد بگیرد و تا می‌تواند در پی علت آن‌ها باشد و بدون دلیل آن‌ها را نپذیرد.
۳. تمرین‌هایی برای تعیین و سفارش کردم که برای حلشان آزمون و خطا انجام دهد و تا حد امکان تلاش کند خودش آن‌ها را اثبات یا حل کند.
۴. برای سؤال‌هایی که نتوانسته جواب دهد، در طول هفته دوباره چالشی انجام دهد، حل یک سؤال بعد از چندین بار تلاش بسیار لذت‌بخش خواهد بود.
۵. اگر امکان داشته باشد سؤال‌ها را با روش‌های متفاوت حل کند و از این کار لذت ببرد.
۶. اگر علاقه‌مند باشد چند سؤال در همین زمینه طراحی کند و با دوستانش به حل و بحث بگذارد تا نقاط قوت و ضعف سؤالش آشکار شود.

تصوری نداشت. علاوه بر آن از ثابت ماندن اندازه زاویه در تقارن هم بی‌اطلاع بود. در واقع او یک دانش‌آموز نهیمی علاقه‌مند به ریاضی بود و انتظار بیشتر از او بی‌انصافی بود.

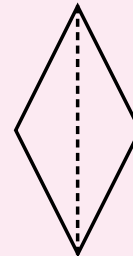
درمان

برای متوجه ساختن هلیا به مشکل موجود در تفکر ریاضی‌اش در حل این مسئله، از او خواستم که با هم فعالیتی را انجام دهیم. هلیا با اشتیاق قبول کرد. به نظرم بهترین کار برای فهماندن مطالبی که در بالا اشاره کردم به هلیا، طراحی یک فعالیت عملی بود. از هلیا خواستم که با برش کاغذ یک مثلث متساوی‌الاضلاع بسازد. نوبت پرسش‌های متداول سقراطی بود. از هلیا پرسیدم هر زاویه این مثلث چند درجه است؟ هلیا بی‌درنگ گفت 60 درجه. سپس از او خواستم مانند شکل ۲ کاغذ مثلثی را تا کند و بعد سؤال کردم به نظر شما زاویه C بعد از تا شدن با چه حرفی در شکل نشان داده شده است؟ هلیا بعد از کمی مکث گفت F، بلافاصله پرسیدم به نظر شما اندازه زاویه بعد از تغییر کرده است؟ پاسخ داد فرقی نکرده و همان زاویه است، پس تغییر نکرده است یعنی برابر 60 درجه است.



شکل ۲

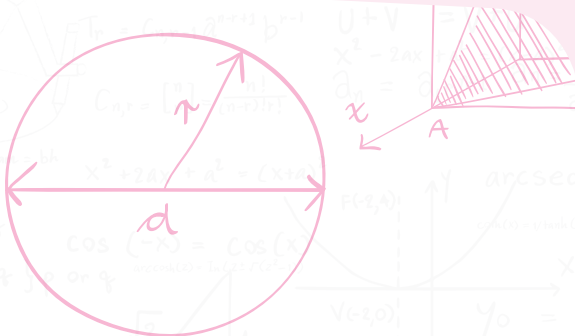
حال نوبت خط تقارن و ارتباط آن با نیم‌ساز زاویه FDC بود. برای اینکه فضایی فراهم کنم تا هلیا این موضوع را نیز راحت‌تر کشف کند، از او خواستم کاغذ دیگری را به شکل لوزی برش دهد (شکل ۳). او با حوصله و دقت این کار را انجام داد. سپس از او خواستم خط‌های تقارن آن را رسم کند. هلیا دو خط تقارن لوزی را رسم کرد. از او خواستم که در امتداد یکی از آن‌ها کاغذ را تا کند. او این کار را انجام داد. گفتم کاغذ تا شده را باز کن، این خط تا شده زاویه لوزی را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟ هلیا پاسخ داد دو قسمت مساوی، پرسیدم یعنی چه چیز زاویه است؟



شکل ۳

جواب داد نیم‌ساز زاویه. گفتم: «اگر به شکل ۲ برگردیم، می‌توانی به روش مشابه تحلیل کنی؟»

هلیا به شکل خیره شد و بعد از مکثی طولانی گفت: «ما مثلث را از پاره خط DE تا کرده‌ایم. بنابراین DE نیم‌ساز زاویه FDC خواهد بود.»





جعفر ربانی

وقتی جواب سلام از دهن می‌افتد!

لا بد شما اسم **بنجامین فرانکلین** را شنیده‌اید و حتی درباره‌ی او و کارهایش چیزی خوانده یا فیلمی دیده‌اید. فرانکلین در نوع خود اعجوبه‌ای بود: نویسنده، سیاست‌مدار، مخترع و خیلی چیزهای دیگر. او در سال ۱۷۰۶ میلادی در آمریکا به دنیا آمد و در ۱۷۹۰ درگذشت. یکی از مشهورترین اختراعات او «برق‌گیر» است و از مهم‌ترین اکتشاف‌های او «کشف جریان‌های سرد و گرم دریایی». و اما در زمینه‌ی عددهای ریاضی هم فرانکلین ابداعاتی دارد که یکی از شگفت‌ترین آن‌ها را برای شما می‌آوریم و آن جدول سحرآمیز صفحه‌ی مقابل است. چگونه؟

فرانکلین عددهای ۱ تا ۶۴ را در یک جدول ۸×۸ طوری مرتب کرد که مجموع عددهای هر ستون، چه عمودی و چه افقی، برابر ۲۶۰ می‌شود. می‌توانید درستی آن را آزمایش کنید: این جدول ویژگی‌های عجیب دیگری هم دارد که در شماره‌های بعد برایتان خواهیم گفت.

سلام در صبح، جواب سلام در شب!

آنچه اینجا برایتان می‌گوییم، موضوعی است مشترک میان ریاضی و فیزیک و درباره‌ی «سرعت صوت». نمی‌دانم تاکنون در میدان بازی فوتبال دیده‌اید که وقتی در آن سر میدان توپی به زمین می‌خورد، شما صدای آن را وقتی می‌شنوید که توپ یک یا چند متر به بالا برگشته است؟! چرا؟

چون سرعت صوت بسیار کمتر از سرعت نوری است که سبب می‌شود در همان لحظه‌ی به زمین خوردن توپ، آن را ببینید. حالا فرض کنید میان تهران و تبریز، به جای خط تلفن یک لوله بکشند؛ از آن لوله‌هایی که مثلاً در کشتی‌ها قرار می‌دهند تا صدا را انتقال دهند و دو نفر بتوانند از طریق آن با هم صحبت و پیام‌هایی را رد و بدل کنند. شما در تهران جلوی دهانه‌ی این لوله ۶۲۱ کیلومتری ایستاده‌اید و می‌خواهید با دوست خود که در تبریز است، صحبت کنید. اول

۵۲	۶۱	۴	۱۳	۲۰	۲۹	۳۶	۴۵
۱۴	۳	۶۲	۵۱	۴۶	۳۵	۳۰	۱۹
۵۳	۶۰	۵	۱۲	۲۱	۲۸	۳۷	۴۴
۱۱	۶	۵۹	۵۴	۴۳	۳۸	۲۷	۲۲
۵۵	۵۸	۷	۱۰	۲۳	۲۶	۳۹	۴۲
۹	۸	۵۷	۵۶	۴۱	۴۰	۲۵	۲۴
۵۰	۶۳	۲	۱۵	۱۸	۳۱	۳۴	۴۷
۱۶	۱	۶۳	۴۹	۴۸	۳۳	۳۲	۱۷

به او سلام می‌کنید و منتظر جواب سلام می‌مانید. پنج دقیقه می‌گذرد، ده دقیقه می‌گذرد، پانزده دقیقه می‌گذرد، اما جوابی نمی‌شنوید. نگران می‌شوید که چه شده است که دوستان جواب نمی‌دهد. اما ناراحتی شما بی‌مورد است زیرا هنوز سلام شما به تبریز نرسیده است. تازه به وسط راه رسیده است (سرعت صوت ۳۴۰ متر بر ثانیه است). ۳۱ دقیقه طول می‌کشد تا او سلام شما را بشنود و اگر در همان لحظه جواب بدهد، ۳۱ دقیقه بعد، شما جواب سلام او را خواهید شنید. چه شد؟! بله، تنها یک سلام و جواب بین تهران و تبریز از طریق لوله فرضی، یک ساعت و دو دقیقه طول می‌کشد!

از این نکته استفاده می‌کنیم و می‌گوییم درباره موضوع سرعت نور هم که ۳۰۰ هزار کیلومتر بر ثانیه است، همین واقعیت صدق می‌کند. اما نه در فاصله‌های کم، بلکه در فاصله‌های نوری. برای مثال، اگر فاصله ستاره‌ای تا زمین فقط ۱۰ سال

نوری باشد، حدود ۳/۵ سال طول می‌کشد تا یک پیام با سرعت نور از ما به آن ستاره برسد و در همین مدت ما پاسخ آن را دریافت کنیم؛ یعنی هفت سال! به همین دلیل دانشمندان می‌گویند تسخیر فضاها برای بشر هرگز امکان ندارد.

سؤال‌های معمایی / ریاضی / ادبی

۱. اگر اتوبوسی را با ۴۳ نفر مسافر از مشهد به سوی تهران برانید و در نیشابور ۵ مسافر را پیاده کنید و ۷ مسافر جدید سوار کنید، به دامغان هم که می‌رسید، ۸ مسافر پیاده و ۴ نفر سوار کنید، و سرانجام بعد از ۱۴ ساعت به تهران برسید، چند نفر خواهید داشت و نام راننده اتوبوس چیست؟

۲. پدر ماری پنج دختر دارد: نانا، ننه، نی‌نی و نونو. اسم پنجمی چیست؟

۳. دو برادر را به دادگاه احضار کردند. رئیس دادگاه از آن‌ها پرسید: شما برادر هستید؟ گفتند: آری. پرسید: پدر شما یکی است؟ گفتند: آری. مادران هم یکی است؟ آری.

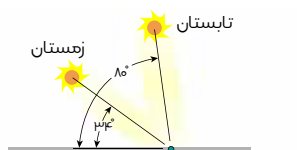
شناسنامه‌تان هم که نشان می‌دهد متولد ۱۲ تیر ۱۳۶۵ خورشیدی هستید. آهان دوقلو هستید! گفتند: نه آیا دروغ گفته‌اند؟

۴. مردی روزی دو بار از کوچه‌ای می‌گذرد که در آن ۱۰ درخت وجود دارد. اگر او یک ماه تمام از این کوچه بگذرد، جمعاً چند درخت در آنجا خواهد دید؟

۵. در فاصله از صفر تا صد چند تا ۹ وجود دارد؟

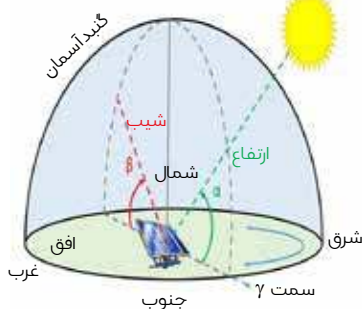


در صورتی که تابش‌های خورشیدی به صورت عمود به صفحه بتابند، صفحه‌های مزبور بیشترین و بهترین دریافت انرژی خورشید را خواهند داشت. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، زاویه تابش خورشید در طول سال متفاوت است. بنابراین، زاویه شیب بهینه برای یک صفحه خورشیدی فتوولتائیک در زمستان با زاویه شیب بهینه برای تابستان متفاوت است. این زاویه نیز بر اساس عرض جغرافیایی متفاوت خواهد بود.



شکل ۱

صفحه‌های خورشیدی همیشه باید به سمت استوا باشند. در کشورهای نیم‌کره شمالی زمین، مثل کشور ایران، این صفحه‌ها باید به سمت جنوب جغرافیایی نصب شوند.



شکل ۲

همان‌طور که در شکل ۲ ملاحظه می‌کنید، زاویه قرار گرفتن صفحه خورشیدی در یک دستگاه مختصاتی مشخص می‌شود. از آنجا که اغلب این صفحه‌ها به صورت ثابت نصب می‌شوند، یک زاویه میانگین انتخاب می‌شود تا در تابستان و زمستان به‌طور متوسط بیشترین دریافت نور خورشید را داشته باشند. کشور عزیز ما ایران ظرفیت بسیار خوبی برای استفاده از انرژی خورشیدی دارد و با داشتن دشت‌های وسیع در کویر مرکزی، امکان توسعه استفاده از انرژی خورشیدی برایمان وجود دارد. برنامه‌های حمایتی متفاوتی برای استفاده از این نعمت خدادادی در دست اجرا هستند.



حساب و کتاب خورشید



خورشید پرانرژی است و انرژی خورشیدی از نور خورشیدی می‌آید که به زمین می‌رسد. مقدار نور خورشید که به زمین می‌رسد، بسته به مکان، زمان روز، زمان سال و شرایط آب و هوایی متفاوت است. خورشید میلیاردها سال است که انرژی تولید کرده است! این یعنی مردم صدها سال از انرژی خورشیدی برای پختن غذا، گرم نگه داشتن و خشک کردن لباس‌ها استفاده کرده‌اند. امروزه از آن برای تولید برق نیز استفاده می‌کنیم.

سلول‌های خورشیدی نور خورشید را به برق تبدیل می‌کنند. سلول‌های خورشیدی را سلول‌های «فتوولتائیک» نیز می‌نامند. از مجموع چند سلول خورشیدی «صفحه (پنل) خورشیدی» ساخته می‌شود. صفحه‌های خورشیدی فقط مخصوص خانه‌ها نیستند. در واقع، از این صفحه‌ها برای تأمین انرژی بسیاری از چیزها استفاده می‌شود. صفحه‌های خورشیدی را می‌توان روی کامیون‌های مواد غذایی، خودروها، قایق‌ها، ساختمان‌ها و ماهواره‌های فضایی قرار داد. حتی هواپیماهایی هستند که با انرژی خورشیدی کار می‌کنند! صفحه‌های خورشیدی حتی می‌توانند انرژی وسیله‌های کوچک‌تری مانند ماشین حساب یا تابلوهای بزرگراهی چشمک‌زن را تأمین کنند. اسباب‌بازی‌های جدیدی هم به بازار عرضه شده‌اند که با صفحه خورشیدی کار می‌کنند. از انرژی گرمایی خورشید می‌توان وسایلی مثل «آبگرمکن خورشیدی» ساخت. آیا تا به حال اجاق خورشیدی ساخته‌اید؟

انرژی خورشیدی، انرژی پاک و انرژی آینده است. با برنامه‌هایی که کشورهای جهان دارند، به‌زودی استفاده از این انرژی جایگزین انرژی‌های فسیلی مثل نفت و گاز خواهد شد.

در بسیاری از کشورهای دنیا استفاده از انرژی خورشیدی برای تولید برق و گرم کردن خانه‌ها متداول شده است. شاید شما هم تصویر سقف خانه‌هایی را دیده‌اید که صفحه‌های خورشیدی یا آبگرمکن‌های خورشیدی روی آن قرار دارد. یا در جایی که زندگی می‌کنید، از این روش برای تأمین انرژی استفاده می‌کنند. آیا از خود پرسیده‌اید که این صفحه‌های خورشیدی چگونه نصب می‌شوند؟ یا در ساخت اجاق خورشیدی، صفحه‌های بازتابنده نور خورشید به چه جهتی باید قرار بگیرند؟ یک‌بار دیگر ریاضی به کمک ما می‌آید تا بهترین نقطه را برای نصب و قرار دادن صفحه‌های خورشیدی به ما نشان دهد تا بتوانیم بیشترین جذب نور را داشته باشیم. **زاویه، جهت‌گیری و شیب صفحه خورشیدی**، برای به حداکثر رساندن میزان دریافت نور مستقیم خورشید و بازدهی بهینه آن، بسیار مهم است.

اول ضرب یا تقسیم؟! مرتضی مرتضوی

$$b) \frac{6 - 6(3 - 2 \times 2)}{-3} = 0(-3) = 0$$

در مورد دوم، اولویت پرانتز رعایت شده، اما داخل پرانتز تفریق را زودتر انجام داده و حاصل تفریق، یعنی صفر را در ۲ ضرب کرده و در نتیجه داخل پرانتز برابر صفر شده است. در نهایت هم جواب اشتباه ۶ را به دست آورده است.

$$b) \frac{6 - 6(3 - 2 \times 2)}{5} = 6 - 6(0) = 6$$

در نمونه بعدی، پاسخ‌دهنده محاسبه‌های ساده این سؤال را، به دلیل رعایت نکردن ترتیب عملیات به درستی انجام نداده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، دانش‌آموز گرچه کلیت راه‌حل را درست انجام داده است، به دلیل زودتر محاسبه کردن ضرب (2×2) که بعد از تقسیم قرار دارد، جواب نهایی سؤال را غلط محاسبه کرده است.

$$c) -5 + 4 \div 2 + 14 \div 2 \times 7 = -5 + 2 + 1 = -2$$

نمونه آخر هم مثالی از رعایت نکردن همه اولویت‌های محاسباتی است که به پاسخ نادرست انجامیده است.

$$c) -5 + 4 \div 2 + 14 \div 2 \times 7 = (-5 + 4) \div 2 + 14 - 2 \times 7 = -1 \div 2 + 14 - 14 =$$

آنچه که از موارد و نمونه‌های ذکر شده استنباط می‌شود این است که اغلب دانش‌آموزان قادرند عملیات ریاضی را انجام دهند، اما ترتیب انجام عملیات را به درستی نمی‌دانند و به جواب درست نمی‌رسند. برای رفع این چالش لازم است که جلسه درس جداگانه‌ای برای آموزش اولویت محاسبه‌ها یا همان ترتیب عملگرهای ریاضی، به همراه حل تمرین‌های متنوع در همه پایه‌های دوره اول متوسطه در نظر گرفته شود و شما دانش‌آموزان به تسلط در محاسبه‌هایتان اهتمام ورزید. حالا به نظر شما کدام یک از پاسخ‌های زیر درست است؟

$$10 \div 2(3 + 2) = 10 \div 2(5) = 10 \div 10 = 1$$

$$10 \div 2(3 + 2) = 5(3 + 2) = 5(5) = 25$$

اشاره: در مورد موضوع‌هایی که در شماره‌های قبل نوشتیم، با یکی از دوستان که دبیر ریاضی است، صحبت می‌کردیم. ایشان به یکی از چالش‌های اساسی و رایج کلاس درس ریاضی، یعنی رعایت نکردن اولویت‌های محاسباتی در حل سؤال‌های ریاضی اشاره کرد. لازم دیدم مطلب شماره حاضر به این موضوع اختصاص یابد.

می‌دانید که اگر اولویت عملگرهای ریاضی را درست رعایت نکنید، مطمئناً جواب محاسبه شما اشتباه خواهد بود. در خیلی از سؤال‌های ریاضی، بسیاری از افراد به خاطر رعایت نکردن اولویت‌های محاسبه، دچار مشکل می‌شوند و در نهایت جواب آن سؤال را اشتباه حساب می‌کنند. به خاطر داشته باشید که اگر یک معادله یا صورت مسئله دارای کروه یا پرانتز باشد، اولویت با محاسبه عددهای داخل کروه یا پرانتز است که حاصل آن را از داخلی‌ترین پرانتز به دست می‌آوریم. سپس توان و جذر، از چپ به راست، هر کدام زودتر بودند، اولویت دارند و محاسبه می‌شوند. در اولویت بعدی ضرب و تقسیم دارای اولویت یکسانی هستند که هر کدام زودتر باشند، محاسبه می‌شوند و در اولویت آخر هم جمع و تفریق را از چپ به راست محاسبه می‌کنیم. برای بررسی این چالش، آزمونی شامل یک سؤال چهار قسمتی درباره محاسبه‌ها در کلاس نهم اجرا شد که نتایج قابل توجهی داشت. در بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان موارد زیادی از پاسخ‌های غلط به دلیل رعایت نکردن اولویت محاسبه‌ها یافت شد که در اینجا برخی از انواع اشتباه‌های دانش‌آموزان را مرور می‌کنیم:

$$a) \sqrt{1+2\sqrt{(1+4)^2}} = \sqrt{1+2\sqrt{(1+4)^2}} = \sqrt{1+2 \times 5} = \sqrt{11}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، این دانش‌آموز فقط به دلیل رعایت نکردن اولویت ضرب نسبت به جمع، پاسخ اشتباه داده است. یعنی با وجود اینکه ابتدا حاصل پرانتز و بعد توان و جذر را به درستی محاسبه کرده، ولی به اشتباه عدد ۳ را با ۱ جمع کرده (تقدم جمع نسبت به ضرب) و بعد حاصل را در ۵ ضرب کرده است. در نمونه بعد هم رعایت نکردن اولویت ضرب نسبت به جمع، به اشتباه‌های بعدی و جواب غلط منجر شده است.

$$a) \sqrt{1+2\sqrt{(1+4)^2}} = 2 + 5 = 7$$

دو نمونه دیگر، اشتباه اغلب دانش‌آموزان بود. در مورد اول، دانش‌آموز محاسبه داخل پرانتز را به درستی انجام داده، ولی تفریق را مقدم بر ضرب محاسبه کرده و سپس حاصل آن، یعنی صفر را در پرانتز ضرب کرده و جواب غلط صفر را به دست آورده است.

شتاب‌دهنده هوش فضایی

گفت‌وگو با بردیا بهرامی، دانش‌آموز مبتکری که فهم معماهای فضایی را آسان کرد

● مهدیه مسیبی

بهبود آموزش و افزایش هوش فضایی فردی کمک شایانی می‌کند و باعث رشد بسیاری از عملکردهای مغز، از جمله حافظه، توانایی شناختی و تفکر می‌شود. افرادی که می‌توانند راه‌حل‌ها و الگوهای حل مسئله را به‌خوبی درک و تجسم کنند، همیشه موفق‌تر از افرادی هستند که ناچارند تمام راه‌های ممکن را برای حل مسئله در عمل آزمایش کنند تا در نهایت بتوانند آن را حل کنند.

□ **یادگیری مباحث حجمی و چندبعدی روی صفحه کاغذ کتاب یا تخته کلاس کمی دشوار است. چطور شد این ایده به ذهن شما رسید که وسیله‌ای در این زمینه بسازید؟**

■ وقتی استاد درس می‌دادند به‌خوبی متوجه مباحث نمی‌شدم و همین موضوع برای من آزاردهنده بود. از سوی دیگر می‌دیدم که در بازار فقط و فقط کتاب‌های کمک‌آموزشی هوش فضایی موجود بود و هیچ وسیله‌ای برای بهبود یادگیری یافت نمی‌شد.

تا اینکه با استاد هم‌فکری کردم و این دغدغه و مشکل شخصی خود را که احساس می‌کردم دغدغه خیلی از دانش‌آموزان دیگر هم هست با ایشان مطرح کردم. استاد ابتدا به من پیشنهاد ساختن شکل‌های سه بعدی با کاغذ را دادند و این موضوع تا حدی به درک بهتر شکل‌های سه بعدی کمک کرد، اما ایراد سه‌بعدی کاغذی این بود که فقط مدت زمان محدودی قابل استفاده بود و قابل نگهداری هم نبود.

از آنجا که من کار با چوب انجام می‌دهم و در این حوزه توانمندی ویژه‌ای دارم، به استادم پیشنهاد ساخت وسایل را با چوب و به کمک توانمندی خودم دادم تا سؤال‌ها را بهتر درک کنم و یادگیری صرفاً بر اساس نظریه‌های (تئوری‌های) گفته‌شده در کتاب‌ها نباشد و بتوانم به کمک ابزار و وسایل کمک‌آموزشی که می‌سازم، هم به رشد هوش فضایی خودم و هم به رشد هوش فضایی هم‌سن‌وسال‌های خودم کمک کنم.

□ **تا به حال چه وسایل و ابزارهایی برای فهم بهتر مباحث درس ریاضی ساخته‌اید؟ درباره**

حرکت‌های حریف را نیز پیش‌بینی و خنثا کنید. مثال خوب دیگر برای کاربرد هوش فضایی، «جورچین مکعب روبیک» است. این مکعب شش وجهی با ۹ مربع در هر طرف، عملاً ۵۴ وجه را می‌سازد. هر وجه با یکی از شش رنگ پر شده است که با کوچک‌ترین حرکتی در طول یا در عرض، تمام رنگ‌ها به هم می‌ریزند و شما باید برای مرتب کردن دوباره وجه‌ها با رنگ‌های یکسان، تمام قوای ذهنی و مهارت‌های درک فضایی خود را به کار بگیرید. گرچه که ترفندهای زیادی برای حل پازل مکعب روبیک وجود دارند، اما آنچه در همه این راه‌ها مشترک است، قدرت تحلیل فضایی یا همان هوش فضایی است که شما را به درک و استفاده از راه‌حل قادر می‌سازد.

امروزه با رویکرد جدید آموزش و پرورش، انواع هوش‌ها، مخصوصاً «هوش هیجانی»، اهمیتی بسیار ویژه‌ای پیدا کرده است. به همین خاطر «آزمون‌های سمپاد» بر مبنای انواع هوش برگزار می‌شوند. در آزمون‌های مزبور همواره بخش زیادی از سؤال‌ها از هوش فضایی داده می‌شوند. از آنجا که درک هوش فضایی دشوار است، اهمیت ساخت وسایل کمک‌آموزشی در راستای بهبود فهم این بخش از هوش، در کنار کتاب‌های کمک‌آموزشی موجود، بسیار احساس می‌شود. من چون درگیر آزمون‌های هوش بودم با این دغدغه مواجه شدم، نیاز به ساخت و ابداع وسایل کمک‌آموزشی ویژه برای فهم این موضوع را احساس کردم و تصمیم گرفتم با هم‌فکری استاد توانمندم، جناب آقای دکتر یاسین حیات ابدی، وسایل کمک‌آموزشی مناسبی برای افزایش هوش فضایی بسازم.

□ **ساخت چنین ابزاری چه کمکی به فهم بهتر هوش فضایی می‌کند؟**
■ استفاده از وسایل کمک‌آموزشی، به

دبیر ریاضی مباحثی را در درس «هوش فضایی» تدریس می‌کند، اما درک موضوع برای بردیا و تعدادی از دوستانش کمی دشوار است. به دبیر ریاضی پیشنهاد می‌دهد: «ابزاری کمک‌آموزشی به ما معرفی کنید تا به کمک آن بتوانیم این مبحث را بهتر درک کنیم.» پاسخ استاد این است که: «من تاکنون چنین ابزار یا وسیله‌ای را ندیده‌ام و پیدا نکرده‌ام که به شما معرفی کنم.»

بردیا می‌توانست ماجرا را پایان‌یافته تلقی کند، اما او که دانش‌آموز پایه هفتم است، مسیر دیگری را برگزید و شروع به ساختن وسیله و ابزاری در این زمینه کرد تا هم خودش و هم دوستانش بهتر بتوانند این مبحث را درک کنند. **بردیا بهرامی** که از دوره ابتدایی به کار با چوب علاقه داشت، با راهنمایی استادش گره از این مشکل می‌گشاید. با ما به کرمان بیاید تا در این زمینه بیشتر بدانیم. پدرش کارشناس ارشد رشته برق و مادرش تحصیل کرده تربیت بدنی است. با هم می‌خوانیم.

□ **منظور از هوش فضایی چیست و شما چطور در مدرسه با این مبحث آشنا شدید؟**

■ هوش فضایی قابلیت درک شکل‌ها و تصاویرهای سه بعدی است. معمولاً این قابلیت متعلق به نیم‌کره راست مغز است که هنگام حل پازل‌ها، نقشه‌خوانی و طراحی، خود را نشان می‌دهد. شناخت تصویر، درک رابطه شکل و زمینه، و همچنین سازمان‌دهی و مدل‌سازی ساختار یک ایده به صورت تصویری، از قابلیت‌های هوش فضایی به‌شمار می‌آید. به هوش فضایی، غالباً «تفکر دیداری» نیز گفته می‌شود. برای مثال، وقتی یک نفر مشغول دیدن در محوطه‌ای وسیع بدون جاده یا هیچ علامت راهنمایی است و تنها یک نقشه و یک قطب‌نما به همراه دارد، عمل ذهنی او در تصویرسازی ذهنی برای پیدا کردن مسیر خود بر اساس نقشه و قطب‌نما، چیزی است که هوش فضایی را معنا می‌کند.

هوش فضایی روی توانایی انسان در بازی شطرنج گرفته تا هدایت و فرماندهی نیروهای ارتش در میدان جنگ تأثیر دارد. در بازی شطرنج، نه تنها لازم است شما برای پیروزی بر حریف، راهبردهای خود را تعیین و راهبری کنید، بلکه نیاز است هم‌زمان

پس می‌توانم مشکلاتم را در درس ریاضی خودم و با توانمندی‌ام حل کنم؛ تا هم خودم لذت ببرم و هم مشکلات دیگران را حل کنم.

□ برخی دانش‌آموزان تصور می‌کنند ریاضی درسی خشک و غیرکاربردی است. شما در این زمینه چه نظری دارید؟

■ من به‌شخصه چالش را دوست دارم و وقتی به مسئله به‌ظاهر سختی برمی‌خورم، این قدر راه و روش‌های متفاوت را امتحان می‌کنم تا به جواب برسم. وقتی هم حل می‌شود، خیلی لذت می‌برم و به خودم افتخار می‌کنم. به نظرم ریاضی به ما راه و رسم زندگی می‌آموزد، اما همه دانش‌آموزان دیدگاه مرا ندارند و وقتی مسئله سختی را می‌بینند رهاش می‌کنند. اینجاست که می‌گویند ریاضی خشک است.

من با ساخت وسایل کمک‌آموزشی‌ام بخشی از این خشکی ریاضی را از دیدگاه یک عده از دانش‌آموزان به شیرینی محض تبدیل کردم. در واقع به کمک این ابزار، دانش‌آموزان می‌توانند در یک فضای بازی و دوستانه و به دور از خشکی و نگرانی یک حس جذاب را در کنار هم تجربه کنند. هم بازی کنند، هم رقابت داشته باشند و هم از یادگیری لذت ببرند.

□ آیا برای بالابردن سطح دانش ریاضی خودتان غیر از کتاب درسی مطالعات دیگری هم دارید؟ لطفاً مثال بزنید. مثلاً چه کتاب‌ها و مجله‌هایی را می‌خوانید؟ همچنین آیا مجله رشد ریاضی برهان را هم می‌بینید یا خیر؟

■ بله، برای ارتقای سطح هوش‌هایم از کتاب‌های کمک‌آموزشی استفاده می‌کنم که از حیث نظری به من خیلی کمک می‌کند. اما برای درک بهتر مطالب کتاب‌ها نیازمند ابزارهایی بودم که خوش‌بختانه توانستم آن‌ها را بسازم و به دوستانم کمک کنم.

ریاضی را برای خودم نوعی چالش ذهنی می‌دانم، لذا مطالعه کتاب‌هایی با محوریت هوش و چالش‌های ذهنی را خیلی دوست دارم. با مجلات رشد هم تا حدودی آشنایی دارم و رشد ریاضی برهان را هم از سایت رشد دریافت می‌کنم و می‌خوانم. لازم است در پایان از شما و همه مسئولان مجله رشد ریاضی برهان، به خاطر ارائه چنین نشریه خوبی تشکر کنم.

□ ما نیز موفقیت روزافزون برای شما و همه دانش‌آموزان عزیز آرزو می‌کنیم.

خودم و دوستانم در فهم این موضوع مشکل داریم. به استاد پیشنهاد خرید ابزار کمک‌آموزشی دادم و استاد فرمودند متأسفانه چنین ابزاری در بازار به این صورت موجود نیست. همین موضوع جرقه ساخت چنین ایده‌ای را به ذهن من زد. همین جرقه و حمایت‌های خانواده و استاد باعث شد از ساخت یک مکعب و هرم کاغذی به ساخت چنین کار ارزشمندی برسم.



□ به نظر خودت با استفاده از این وسایل فهم مباحث هوش فضایی برای بچه‌ها چرا راحت‌تر می‌شود؟

■ وقتی اولین وسیله را ساختم خودم از ساخت و استفاده از آن بسیار لذت بردم. اما حس می‌کردم دلیل این حس خوب آن است که خودم سازنده آن بودم. به پیشنهاد خانواده‌ام، وسیله‌ام را برای آزمودن کیفیت آن با دوستانم به اشتراک گذاشتم. پس از استفاده آن‌ها از دوستانم بازخورد گرفتم که خیلی راضی بودند. همگی دوست داشتند که وسیله مرا بخرند. از آنجا بود که متوجه اهمیت یادگیری به کمک دیدن، لمس کردن و ساختن شدم. فهمیدم، از این

وسایل و کاربرد آن‌ها بیشتر برای ما توضیح بدهید.

■ ابتدا مسائل درسی و هوش فضایی خود را به کمک چوب می‌ساختم که برای خودم و اطرافیان خیلی جذاب و ارزشمند بود. البته من خودم خیلی ارزشمندی ابزاری را که ساخته بودم، متوجه نمی‌شدم تا اینکه یک روز یکی از دوستان به من پیشنهاد خرید ابزارهایم را داد. دقیقاً همان روز نقطه عطف فعالیت‌های من بود. از آن روز تصمیم گرفتم برای ساخت ابزارهای کمک‌آموزشی‌ام بیشتر وقت بگذارم و سعی کنم آن‌ها را به گونه‌ای بسازم که صرفاً برای یک مسئله خاص قابل استفاده نباشد و اگر دانش‌آموزی آن را خرید، بتواند به کمک وسیله من تعداد زیادی الگوی هوش فضایی را اجرا کند و باکیفیت بهتری یاد بگیرد. وسیله کمک‌آموزشی که پس از هم‌فکری با استاد خودم، جناب آقای دکتر حیات ابدی ساختم، از یک صفحه رنگی، یک نقشه و چندین مکعب رنگی ساخته شده بود. دانش‌آموز می‌توانست مکعب‌های زیادی را روی هم قرار دهد. شکل مکعب‌ها را از نماهای بالا، گوشه‌ها و پایین مشاهده و رسم کردم که این ابزار به صورت ویژه‌ای به من برای درک بهتر این بخش از سؤالات هوش فضایی کمک کرد.

پس از مدتی احساس کردم برای افزایش سرعت در حل مسائل هوش فضایی به ایجاد حس رقابت بین هم‌کلاسی‌ها نیاز داریم. این مشکل را با قراردادن یک زنگ حل کردم. نقش زنگ این بود که بچه‌ها با هم به ساخت الگو و مشاهده نماهای متفاوت آن مشغول می‌شدند و هر کسی زودتر از بقیه نماهای متفاوت را رسم می‌کرد، زنگ را به صدا می‌آورد. پس از به صدا درآمدن زنگ، طرح ترسیم‌شده توسط ایشان ارزیابی می‌شد. پس از اجرای این کار متوجه هیجان بالای بازی شدم و خودم و دوستانم بسیار از انجام آن لذت بردیم. در واقع من با ابزار کمک‌آموزشی خودم شرایطی را فراهم کردم که دوستانم به کمک بازی این مبحث چالش‌برانگیز را یاد بگیرند.

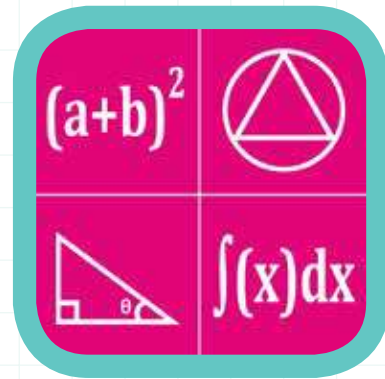
□ ایده‌های ساخت این نوع وسایل را از کجا گرفته‌اید؟ آیا شخص خاصی به شما ایده داده و کمک کرده است؟

■ راستش وقتی در حال آموختن مبحث هوش فضایی و ریاضی در کتاب‌ها بودم، متوجه شدم

Math Formulas

حلال نرم مسائل سخت

معرفی برنامه کاربردی
فرمول ها و تمرین های ریاضی



برای اینکه با محیط این نرم افزار بهتر آشنا شویم، مروری روی برخی از بخش های برنامه خواهیم داشت:



پس از نصب برنامه، این شاملی که دروازه ورود به نرم افزار «فرمول ها و تمرین های ریاضی» است ظاهر خواهد شد. پس از اجرای برنامه، با صفحه شکل ۱ روبه رو خواهید شد که به شما بخش های کاری نرم افزار را معرفی می کند.



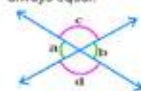
ریاضی درسی است که به انسان راه برخورد با سختی های زندگی را آموزش می دهد. ریاضی به ما امید می دهد که در دل هر مسئله ای راه حلی وجود دارد و با تمرین و استفاده از ذهن می توان آن را پیدا کرد. در نظام آموزشی کشور عزیزمان، چه در قدیم و چه در عصر حاضر، ریاضی دانان بزرگی پرورش یافته اند. ریاضیات در ایران جایگاه خود را دارد و معلمان ایرانی تلاش بسیاری دارند که ریاضی را خوب آموزش دهند و نتیجه آن افرادی هستند که از ایران در سطح بین المللی شناخته شده اند. استفاده از ابزارهایی مثل گوشی، «رایانک» (تبلت)، «ایپد» کیفی (لپ تاپ) و ... که در حال حاضر برای اغلب دانش آموزان جذابیت دارند، به منظور آموزش ریاضی بسیار مؤثر و لازم است. دانش آموزان می توانند با استفاده از جذابیت این ابزارها، کیفیت یادگیری خود را ارتقا دهند و با این روش از یادگیری ریاضی لذت ببرند. در این مقاله قصد داریم که شما را با نرم افزار مخصوص تلفن همراه آشنا کنیم تا ضمن مرور مطالب ریاضی، با اصطلاحات این رشته در زبان انگلیسی هم آشنا شوید. برای دریافت این نرم افزار از «پیوند» (لینک) زیر استفاده کنید:

https://cafebazaar.ir/app/com.aminur.math_formulas

این بخش که از جذاب ترین و پرکاربردترین قسمت های نرم افزار است به بررسی موضوع های ریاضی می پردازد؛ موضوع هایی مانند حل معادلات مقدماتی، تابع ها و ماتریس ها.	a-b/ Algebra
این بخش نیز برای دانش آموزانی که به مباحث هندسی علاقه مندند، بسیار جذاب است. آن ها می توانند درباره موضوع های هندسی، ابتدایی ترین مباحث مانند خط و نقطه، تا شکل های حجم دار اطلاعات کسب کنند.	Geometry
این بخش به مرور مطالب مثلثات می پردازد که بیشتر مطالب آن در دوره دوم دبیرستان مطرح خواهند شد.	Trigonometry
در این قسمت مباحث پیشرفته تر ریاضی در مورد دیفرانسیل و انتگرال ارائه می شوند که آن ها را در سال های بالاتر تحصیل با آن ها آشنا خواهید شد.	Calculus
این قسمت که با عنوان «علاقه مندی ها» نام گذاری شده، شامل مطالبی است که برای شما جذاب بوده اند و شما هنگام مرور، آن ها را علامت گذاری کرده اید.	Favorites
در این بخش شما می توانید وارد مرحله آزمون شوید و با انتخاب بخش مورد نظر، در آزمون دوره مورد نظر شرکت کنید.	Test Yourself

● در این بخش در مورد دو زاویه متقابل به رأس و تساوی آن‌ها توضیح می‌دهد. علاوه بر توضیح در این بخش می‌توانید چند نمونه تمرین را نیز مشاهده کنید.

3. Vertically Opposite Angles:
Vertically opposite angles are the angles formed opposite each other when two lines intersect. Vertically opposite angles are always equal.



In the figure, $\angle a$ and $\angle b$ are vertically opposite angles. $\angle c$ and $\angle d$ are also vertically opposite angles. So here $\angle a = \angle b$ and $\angle c = \angle d$.

Practice ☆

● وارد بخش Test Yourself شوید تا با آزمون‌های آن بتوانید میزان یادگیری خود را از هر بخش بسنجید. مثلاً اگر بخش ALGEBRA را انتخاب کنید، با ۱۵ سؤال چهار گزینه‌ای مواجه خواهید شد.



● اولین سؤال این بخش به صورت زیر است:

Which of the y-values satisfy the following inequality?
 $5 < y - 3$

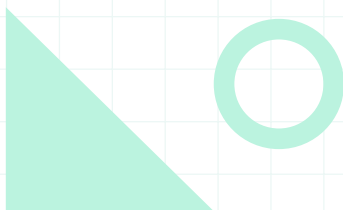
- A. $y = 6$
- B. $y = 7$
- C. $y = 8$
- D. $y = 9$

که از شما می‌خواهد یک نامعادله حل کنید. حل آن به شکل زیر است و مشخص می‌کند گزینه D به عنوان تنها عدد بزرگ‌تر از ۸، گزینه درست است.

$$\begin{cases} 5 < y - 3 \\ 5 + 3 < y \\ 8 < y \end{cases}$$

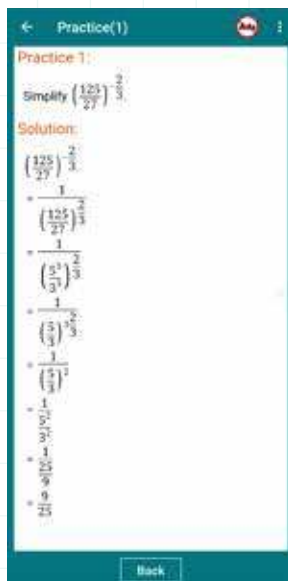
پی نوشت

1. Math Formula & Practice



● در مرحله اول، با معکوس کردن عدد $-\frac{1}{(125/27)^{1/3}}$ ، توان منفی آن به توان مثبت تبدیل شده است.

● در این مرحله عددهای ۱۲۵ و ۲۷ به شکل توان دار نوشته شده‌اند $-\frac{1}{(\frac{5}{3})^3}$ سپس در مراحل بعد با استفاده از قوانین توان‌ها ساده‌ترین حالت عدد، یعنی $\frac{9}{۲۵}$ ، به دست آمده است.



● وارد بخش Geometry و سپس بخش Angles (زاویه‌ها) شوید. در این بخش توضیحات زیر را مشاهده می‌کنید:

● در بخش زیر تعریف زاویه، شکلی است که از برخورد دو خط به وجود می‌آید، بیان شده است.

1. Angle:
When two lines meet at a point, they are said to form an angle. Angle denoted by the symbol $\angle$.



In the figure, $\angle BCA$ is an angle.

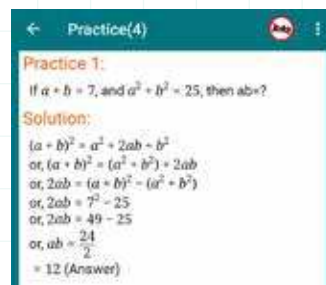
● این بخش در مورد دو زاویه کنار هم توضیح می‌دهد که دارای یک رأس و ضلع مشترک هستند.

2. Adjacent Angles:
The angles having a common side and a common vertex and lying on the opposite sides of their common side are called the adjacent angles.



In the figure, Angle ABC is adjacent to angle CBD.
Where,
● line CB is the Common Side.
● Point B is the common vertex.

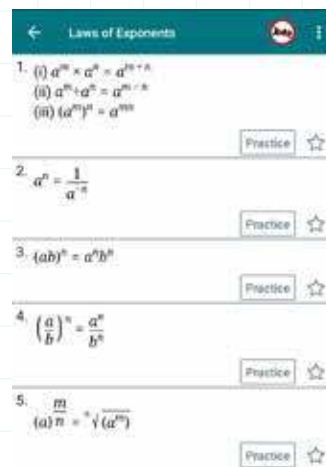
● وارد بخش Algebra شوید و سپس گزینه اول Product & Factoring Formulas را انتخاب کنید. این مبحث فرمول‌های اتحادهای مربع مجموع دو جمله، مربع تفاضل دو جمله، اتحاد مزدوج، مربع مجموع سه جمله، و روابط مربوط به آن‌ها را بیان می‌کند. شما می‌توانید ضمن دیدن فرمول، در صورتی که به یک بخش علاقه‌مند هستید، با انتخاب ☆ آن را در بخش علاقه‌مندی‌های خود قرار دهید و در هر بخش با انتخاب گزینه Practice نمونه تمرین‌هایی از این مطلب را مشاهده کنید. مثلاً وارد اولین تمرین این بخش شوید که مانند شکل ۲ است:



این تمرین بیان می‌کند که اگر $a+b=7$ یعنی مجموع دو عدد ۷ و $a^2+b^2=25$ یعنی مجموع مربعات آن‌ها ۲۵ باشد، حاصل ضرب آن‌ها یعنی ab چند خواهد شد؟

در راه حل هم می‌بینید که معلومات را در فرمول اتحاد جای گذاری کرده و با حل یک معادله، مقدار خواسته شده را به دست آورده است. بدیهی است با انتخاب دکمه > Next می‌توانید تمرین‌های دیگر از این بخش را مشاهده کنید.

● در بخش Algebra، گزینه Laws of Exponents را انتخاب کنید. این بخش به شما قوانین مربوط به توان را توضیح می‌دهد. برای مثال، از شکل زیر گزینه دوم یعنی $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ را انتخاب کنید. تمرین این بخش مانند شکل ۳ است:



کاردستی‌های کاغذی

علیرضا محمد صالحی

پس دیدیم که می‌توانیم با تکرار یک حرکت ساده، ضلع مربع را به قسمت‌های بسیار کوچک تقسیم کرد. یک بار دیگر برگردیم به اولین مرحله. یک گوشه را روی گوشه کناری‌اش قرار دادیم و تایی که زدیم، ضلع را نصف کرد. پس از آن هر گوشه‌ای را که روی خط جدید تا می‌زدیم، در یک طرف (بالا یا پایین) کسر $\frac{1}{4}$ درست می‌شد. فقط با داشتن یک خط به عنوان $\frac{1}{4}$ می‌توانیم صفحه را با تاهای آکاردئونی (یکی در میان به درون و بیرون) به چهار قسمت تقسیم کنیم:



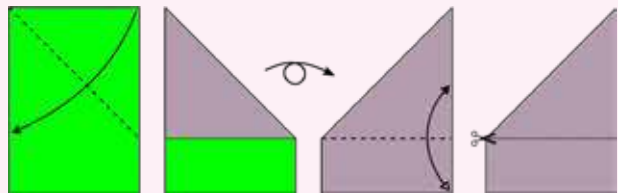
قبول دارم که انگار این وسط یک کسر را جا انداخته‌ایم. در واقع دو قسمت کردن و چهار قسمت کردن را انجام دادیم، ولی سه از قلم افتاد! چطور می‌توانیم ضلع کاغذمان را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم؟ یا به بیان دیگر، چطور می‌توانیم اندازه $\frac{1}{3}$ کنار صفحه را پیدا کنیم؟



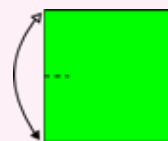
شکل بالا شاید نخستین راهی باشد که به ذهن می‌رسد. فرق این حرکت با تاهایی که پیش از این زدیم چیست؟ اگر یادتان باشد در شماره‌های پیشین که درباره اصول کاغذتایی (اورگامی) حرف می‌زدیم، گفتیم که در اورگامی سر و کار ما با نقطه‌ها و خط‌هاست و هر خطی را که می‌خواهیم تا بزنیم، بر اساس نقطه‌ها و خط‌هایی که داریم مشخص می‌کنیم. آیا می‌توانید بگویید که در شکل بالا باید دقیقاً کدام نقطه یا خط را روی کدام نقطه‌ها و خط‌ها قرار دهیم؟ حواستان باشد که در توصیف و توضیحات از خود $\frac{1}{3}$ استفاده نکنید! (چون ما تازه داریم به دنبال آن می‌گردیم).

روشی که در بالا دیدیم یک روش تقریبی است. ما با لغزاندن و تنظیم لایه‌های متفاوت روی یکدیگر سعی می‌کنیم، کاغذ را به سه قسمت تقسیم کنیم. اگر قانع نشدید که این شیوه دقیق نیست و با روش‌های قبلی متفاوت است، اشکالی ندارد. سعی کنید به همین روش کاغذ را به پنج قسمت تقسیم کنید.

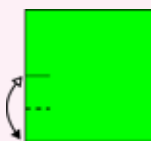
روزی چند بار از خط‌کش استفاده می‌کنید؟ مثلاً امروز چطور؟ اگر ناراحت نمی‌شوید، از شما می‌خواهم در مدت چند دقیقه آینده از خط‌کش استفاده نکنید. همچنین از شما می‌خواهم یک کاغذ مربعی بردارید یا به روش زیر بسازید:



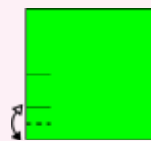
وسط ضلع سمت راست کاغذتان را علامت‌گذاری کنید. پیدا کردن وسط ضلع یا نصف کردن آن بدون خط‌کش کار سختی هم نیست؛ هست؟ همه می‌دانیم برای این کار کافی است یک گوشه را روی گوشه کناری آن بگذاریم:



اگر بخواهیم ضلع را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنیم چه؟ بله گوشه‌ها را روی خط تقارن وسطی قرار می‌دهیم:



گوشه پایین را روی خط $\frac{1}{4}$ قرار دهید. طبیعتاً فاصله پایین صفحه نصف می‌شود. بنابراین قسمت پایینی برابر $\frac{1}{8}$ است:

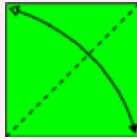


اگر هر بار گوشه پایینی را روی پایین‌ترین خط تا قرار دهیم، چه عددی ساختن می‌شوند؟ با ادامه دادن این روند عددهای زیر به دست می‌آیند:

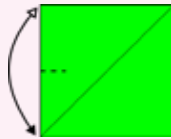
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$$

مثلاً اگر بخواهیم نوار پایین صفحه اندازه $\frac{1}{256}$ ضلع مربع باشد، باید چند بار روند بالا را تکرار کنیم؟

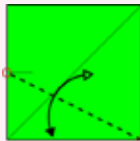
۱. ابتدا قطر مربع را تا بزنید.



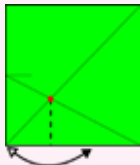
۲. وسط یک ضلع را علامت گذاری کنید.



۳. طوری تا بزنید که از نقطه وسط ضلع و گوشه مشخص شده بگذرد.



دقت کنید که خط تا باید از آن گوشه ای بگذرد که قطر از آن رد نشده است.



۴. از نقطه برخورد دو خط تا به کنار صفحه عمود کنید.

قبلاً می دانستیم برای اینکه تایی که می زنیم بر یک خط عمود باشد، باید آن خط را روی خودش قرار دهیم. پس در اینجا باید ضلع پایینی را روی خودش قرار دهیم؛ به طوری که تایی جدید از نقطه برخورد مشخص شده رد شود.

اگر همه کارها را دقیق انجام دهیم، قسمت جدا شده در کنار صفحه برابر $\frac{1}{3}$ ضلع است.

اینکه چرا این روش جواب می دهد، به تشابه مثلث ها مربوط است. لطفاً به آن فکر کنید. از اینکه چیزی به شکل اضافه کنید نترسید! همین طور بکوشید کشف کنید که چطور می توان کسر $\frac{1}{5}$ یا کسره های دیگر را ساخت.

در آینده دلیل درستی این روش را خواهیم دید و همچنین روش ساخت هر کسر دلخواهی را با همین فن (تکنیک) پیدا می کنیم. پس از آن روش های دیگری نیز برای تقسیم ضلع صفحه معرفی می کنیم.



این بار باید زحمت زیادی بکشید، چون ۵ لایه برای تنظیم دارید. یعنی ۴ خط تایی هم زمان! (چرا؟) اگر قرار باشد ضلع کاغذ را به هفت قسمت تقسیم کنیم چه؟

شاید باورتان نشود، ولی حتی اگر کاغذ تایی (اوربگامی) را فقط به عنوان یک کار هنری یا مهارتی می شناسید، در مورد تقسیم بندی صفحه واقعاً باید دست به دامن ریاضی شویم. در غیر این صورت بیش از حد به زحمت می افتیم. البته در گذشته هم هنرمندان از ریاضیات و هندسه استفاده های بسیاری در خلق آثار هنری خود می کردند. اگر فرصتی دست دهد که یک بار درباره کاشی کاری در کاغذ تایی صحبت کنیم، این استفاده ها را بیشتر معرفی می کنیم.

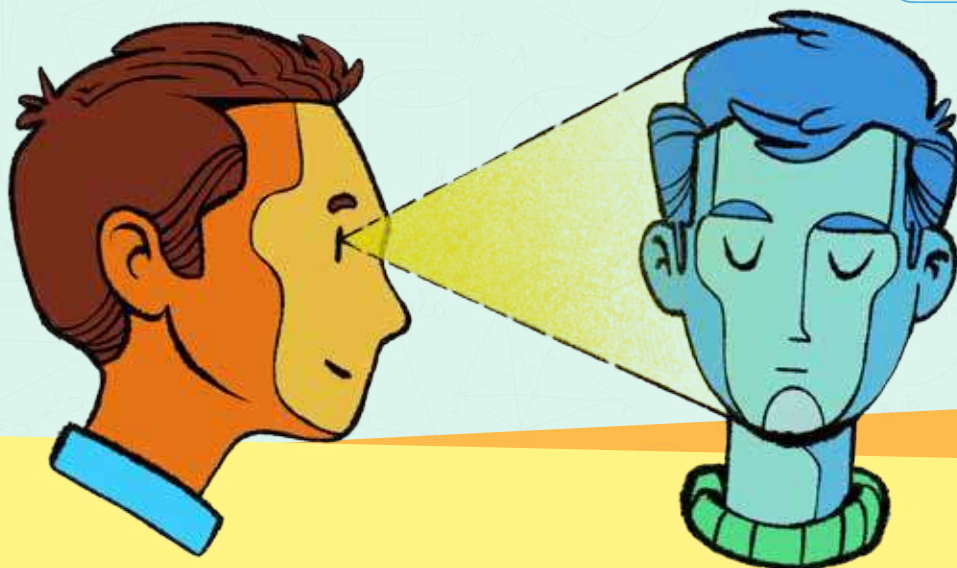
برای تقسیم کردن ضلع مربع به یک نسبت دقیق، روش های زیادی وجود دارند. در ادامه با یک روش ساده آشنا می شویم. پیش از آن بهتر است یکی از چیزهایی را که می دانیم با یک مشاهده مرور کنیم.



در بالا سه جفت مثلث داریم که در هر کدام، زاویه های مثلث کوچک با زاویه های مثلث بزرگ برابرند (اندازه بگیرید). در واقع مثلث های بزرگ یک بزرگ نمایی از مثلث های کوچک هستند. به این گونه مثلث ها که در آن ها زاویه های متناظر با هم برابر باشند، متشابه می گوئیم یا می گوئیم با هم تشابه دارند.

نکته ای که باید بدانیم (یا اگر می دانیم به یاد بیاوریم) این است که ضلع های هر مثلث بزرگ با ضلع های مثلث کوچک متناسب اند. یعنی اگر مثلاً یک ضلع از مثلث بزرگ دو برابر یک ضلع از مثلث کوچک باشد، ضلع های دیگر نیز دو برابرند (مثل مثلث های وسطی). پس اگر زاویه ها برابر باشند، هر نسبتی بین ضلع ها داشته باشیم، حفظ می شود.

در شماره قبلی با تجانس آشنا شدیم که به وسیله آن مثلث های متشابه می ساختیم. حالا می خواهیم با استفاده از تشابه مثلث ها یک روش برای ساختن کسر $\frac{1}{3}$ معرفی کنیم.



ذهن دوستتان را بخوانید!

یک بازی هیجان انگیز با حروف انگلیسی عباس قلعه پور اقدام

بازی به این صورت شروع می شود:
از دوستتان بخواهید که یکی از حروف الفبا را بدون اینکه به شما بگوید در نظر بگیرد.
(مثلاً او حرف N را در نظر می گیرد).
حالا به ترتیب از او بپرسید:
۱. آیا حرف انتخابی تو در ستون اول وجود دارد?
(چون حرف N در ستون اول نیست، پس او پاسخ منفی خواهد داد).

۲. آیا حرف مورد نظر در ستون دوم است؟
- بله.

۳. آیا حرف انتخابی در ستون سوم است؟
- بله.

۴. آیا حرف انتخابی در ستون چهارم است؟
- بله.

۵. آیا حرف منتخب شما در ستون پنجم است؟
- خیر.

حالا شماره های نماینده های ستون هایی را که حرف مورد نظر در آنها هست، باهم جمع کنید. حاصل جمع هر عددی شد، شماره حرف انتخابی توسط دوست شماست.
(چون حرف انتخابی در ستون های دوم، سوم و چهارم است، پس عددهای ۲، ۴ و ۸ را باهم جمع می کنیم که می شود ۱۴).
چون چهاردهمین حرف N است، پس حرف انتخابی N بوده است. با گفتن N دوست شما از اینکه توانسته اید ذهن او را بخوانید هیجان زده خواهد شد.
حالا چند بار این کار را انجام دهید تا مطمئن شوید که جدول درست کار می کند!
آیا می توانید بگویید راز این جدول چیست؟ اگر سعی کنید حتماً خواهید یافت.

آیا با حروف الفبای انگلیسی آشنا هستید؟ اگر کلاس هشتم یا نهم باشید یا خودتان سراغ یادگیری زبان انگلیسی رفته باشید، حتماً می دانید که این زبان ۲۶ حرف دارد. اگر هم کلاس هفتمی هستید، به امید خدا امسال الفبا و خیلی چیزهای دیگر این زبان را یاد خواهید گرفت. اولین حرف الفبای انگلیسی به صورت A (ای) و حرف شماره دو به شکل B (بی) نوشته می شود. بهتر است در جدولی همه ۲۶ حرف را با شماره هایشان مشخص کنیم.

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
حرف	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
اسم	ای	بی	سی	دی	ایف	جی	اچ	ای	جی	کی	ال	ام	
شماره	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶
حرف	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
اسم	ان	او	پی	کیو	آر	ایس	تی	یو	وی	دبلیو	ایکس	زای	زد

حالا می خواهیم یک بازی با این حرف ها به شما یاد بدهم که با آن خواهید توانست ذهن دیگران را بخوانید. ابتدا به جدول زیر دقت کنید. شما باید این جدول را داشته باشید:

A	B	D	H	P
C	C	E	I	Q
E	F	F	J	R
G	G	G	K	S
I	J	L	L	T
K	K	M	M	U
M	N	N	N	V
O	O	O	O	W
Q	R	T	X	X
S	S	U	Y	Y
U	V	V	Z	Z
W	W	W		
Y	Z			

در این جدول که پنج ستون دارد، نماینده ستون اول حرف A، نماینده ستون دوم حرف B، نماینده ستون سوم حرف D، نماینده ستون چهارم حرف H و نماینده ستون پنجم حرف P است. شماره های نماینده های این پنج ستون به ترتیب ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۶ است.

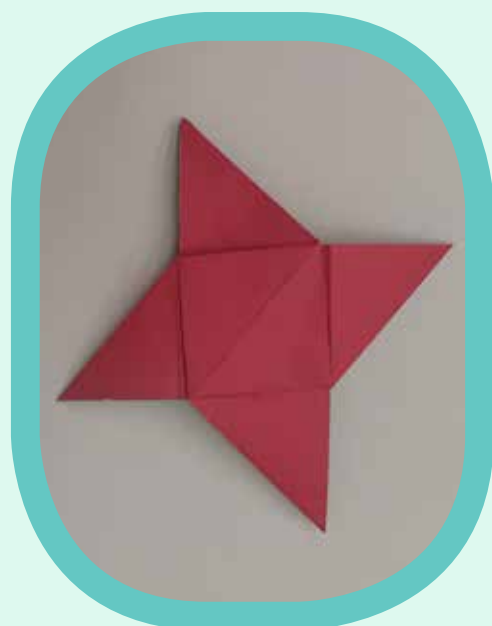
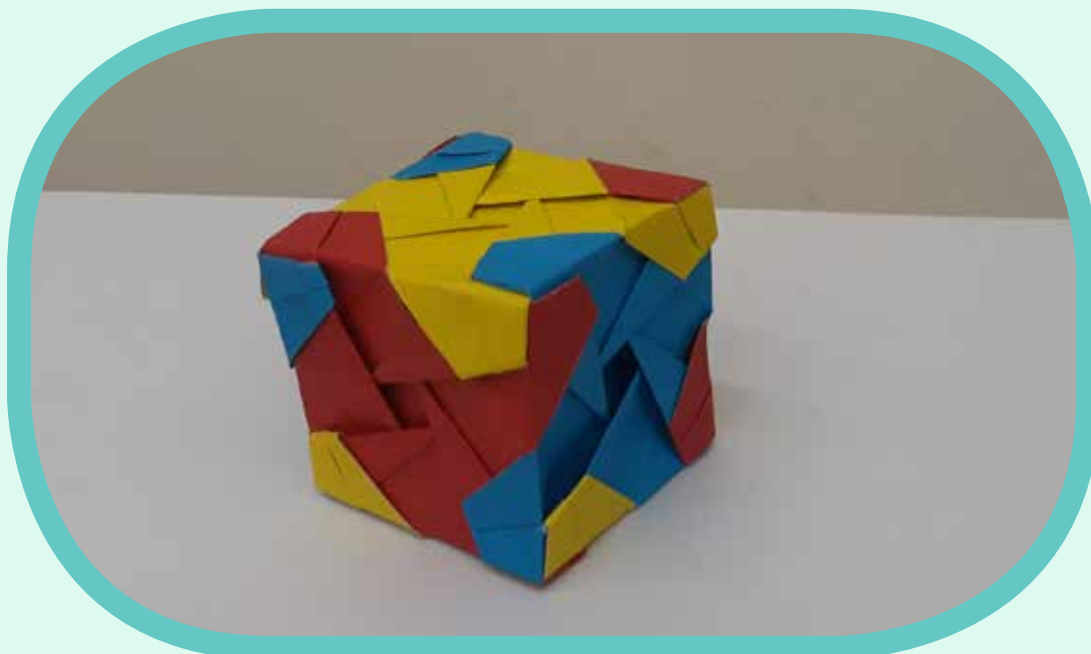


▶ برای مشاهده
مراحل ساخت،
رمزینه را پویش
کنید.



کافدوتا

مکعب فرفره‌ای





برای دیدن پاسخ رمزینهارا پویش کنید.

مربع شگفت‌انگیز

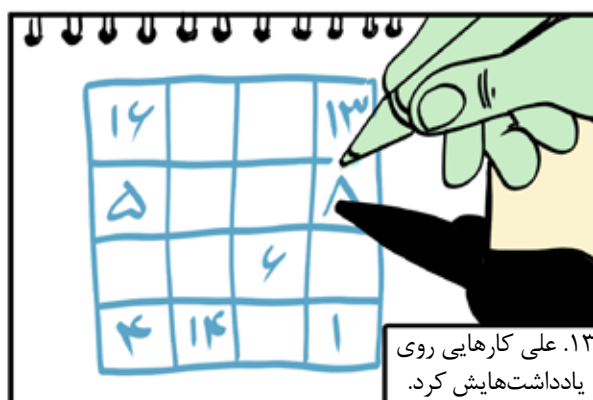


۱۰. حسین افسانه‌ی مربوط به «لوشو» را که در کتاب‌ها خوانده بود، برای علی تعریف کرد.



هر مربع 4×4 شگفت‌انگیز ۱۶ خانه دارد. پس در آن از عددهای ۱ تا ۱۶ استفاده می‌شود. جمع عددهای ردیف‌ها، ستون‌ها و دو قطر آن ۳۴ می‌شود.

۷. علی شروع به کشیدن جدول مربع شکل روی دفتر یادداشت کرد.



۱۴. آیا می‌توانید به علی کمک کنید مربع شگفت‌انگیز 4×4 را کامل کند؟
آیا می‌توانید مربع‌های شگفت‌انگیز خودتان را بسازید؟
آیا می‌دانستید که ۸۸۰ مربع جادویی متفاوت وجود دارد؟