



برای آشنایی با مفهوم جلد رمزینه را اسکن کنید.



برای مشاهده
پاسخ، رمزیننه را
اسکن کنید.

سکه های صندوق عجایب

۲ اگر سکه ها
را در ردیف های
۶ تایی قرار دهی
۳ تا باقی می ماند.

۱ در صندوق
کمتر از ۱۰۰ تا
سکه است.

۳ اگر سکه ها را
در ردیف های
۵ تایی قرار دهی
۲ تا باقی می ماند.

۴ اگر سکه ها را
در ردیف های
۴ تایی قرار دهی
یکی باقی می ماند.

۵ اگر در ردیف های
۳ تایی قرار دهی
چیزی باقی نمی ماند.
چند تا سکه داخل
صندوق است؟



بسم الله الرحمن الرحيم

اللهم صل على محمد وآل محمد

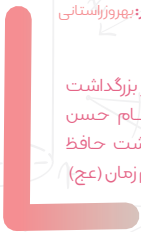
دانش روشنی بخش اندیشه است.
امام علی علیه السلام «غیرالحکم و دررالکلم» ص ۴۸

وزارت آموزش و پرورش سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
WWW.ROSHDMAG.IR
دوره بیست و هفتم / شماره پیاپی در پیاپی ۱۲۳ / مهر ۱۴۰۰
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی برای دانش آموزان دوره اول متوسطه
پایه: ۵-۶ / ISSN: ۱۷۳۵-۱۲۳۵ / پیاپی: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲ / صفحه: ۵۳۰۰۰ / ریسال

مدیر مسئول: محمد ابراهیم محمدی / سردبیر: حسین نامی ساف / مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری، بهنام آرتی پور، خسرو داودی، رضا حیدری قزلجه، محمد رضا
سیدصالحی، عباس قلعه پور اقدم، داود معصومی مهوار، محمود نصیری / وبسایت: بهروز راستانی
مدیر هنری: کوروش پاسانژاد / طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگران: اعظم ترشیزی / سام سلماسی / نسترن غنیری / حسین یوزباشی

در این ماه: مهر ۱۴۰۰ / پنجم: اربعین حسینی / هشتم: روز بزرگداشت
مولوی / سیزدهم: رحلت رسول اکرم (ص) و شهادت امام حسن
مجتبی (ع) / پانزدهم: شهادت امام رضا (ع) / بیستم: بزرگداشت حافظ
/ بیست و سوم: شهادت امام حسن عسکری (ع) و آغاز امامت امام زمان (عج)

رایج



امید علی شهنی کمرزاده در سال ۱۳۲۳ در
مسجد سلیمان چشم به جهان گشود.
دوران ابتدایی و دبیرستان را در این شهر
گذراند. وقتی دیپلم گرفت، شاگرد اول سراسر
خوزستان بود... صفحه ۲۲ و ۲۳ بخوانید.

سخن سردبیر پرواز با ریاضی / حسین نامی ساف / ۲ ریاضی و مدرسه تفکر هندسی و مفهومی های

هندسی / محمود نصیری / ۳

ماجرای کلاس ریاضی؛ محاسبه گر غریب / داود معصومی مهوار / ۶

چطور رسم کنیم؟ مثلث غیر خاص / فاطمه معین الدینی، جلال

سرحدی، حسین کریمی / ۸

گزارش لطفاً سر جلسه امتحان مشورت کنید! گزارشی از

خانه ریاضیات کرج / محمد حسین دیزجی / ۱۱

ریاضی و کاربرد بیایید کمی فکر کنیم؛ واکسن کرونا ترسی

ندارد! / خسرو داودی / ۱۴

تخمین در علوم / روح الله خلیلی بروجنی / ۱۶

رد پای طلایی؛ نسبت طلایی در شانزده اثر باستانی جهان (قسمت اول) /

عباس قلعه پور اقدم / ۱۸

حاج اکبر و نشای و نگو! / قاسم حسین قنبری / ۲۱

یخ ها آب می شوند؛ مسئله این است! (قسمت اول) /

شیرازه تقی دستجردی، محسن رحیمی پیرانفر / ۲۴

شاخه های ریاضیات / جعفر رتانی / ۲۷

قدر مطلق درد و درمان آن / افشین خاصه خان / ۲۸

غلط های درست نما / حسین نامی ساف / ۳۰

هم کلاسی من یک ربات است! / زما جواهری پور / ۳۱

ریاضیات و تاریخ دکتر کمرزاده، ریاضی دان و عاشق

ریاضیات مدرسه ای / رضا حیدری قزلجه / ۳۲

ریاضی و سرگرمی سرگرمی های عددی؛ شگفتانه

ریاضی و راز آن / عباس قلعه پور اقدم / ۳۲

ماریچ تبدیلات هندسی / خسرو داودی / ۳۴

گفت و گو مخاطبان دیروز و امروز بهمان / امیر باقری اقدم / ۳۶

ریاضی و نرم افزار ماشین هندسه / فاطمه درویشی / ۳۸

ریاضی و مسئله لذت ریاضی / لیلا جلیلی / ۴۰

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رای و نظر مسئولان نیست. اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد ریاضی بهمان متوسطه اول؛ شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید: تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۴۷ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲ / نشانی: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۱۱۶۱۰۹ / داخلی ۵۰۱ / نمایان: ۰۲۱-۸۸۳۹۰۳۱۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶ / تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۲۸۴ / صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸ / وب گاه: www.roshdmag.ir / borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir / وبلاگ اختصاصی مجله: borhanrahnamaiee@weblog.roshdmag.ir / چاپ و توزیع: شرکت افست



است. همیشه این سؤال در ذهنم بود که چرا خلبان باید ریاضی را خوب بداند. از او پرسیدم: «در خلبانی چه چیزهایی هست که با ریاضیات ارتباط دارند؟»

او جواب داد: «بهتر است سؤال کنی خلبان چه مهارت‌ها و درس‌هایی می‌آموزد که با ریاضیات ارتباطی ندارد؟ و پاسخ این است که تقریباً هیچ درسی در خلبانی نیست که با ریاضیات ارتباط نداشته باشد. درس‌هایی که در دوره خلبانی می‌خوانند به سه دسته تقسیم می‌شوند: دسته اول درس‌های پایه شامل ریاضی، فیزیک مقدماتی، آمار و احتمالات و معادلات دیفرانسیل که ناگفته و تنها از اسمشان معلوم است چه ارتباطی با ریاضی دارند. دسته دوم درس‌های اصلی، یعنی: کامپیوتر و برنامه‌نویسی، ارتعاشات عمومی، استاتیک، مبانی مهندسی برق، دینامیک عمومی، اصول ایمنی پرواز، الکترونیک عمومی، آیرودینامیک عمومی، اصول هوانوردی، موتورهای هواپیما، سیستم‌های الکتریکی و الکترونیکی هواپیما، نوابری هوایی، هواشناسی، فیزیک و قوانین و مقررات هوانوردی که وابستگی این‌ها هم به ریاضیات کاملاً واضح است. و دسته آخر

درس‌های تخصصی شامل مقاومت مصالح، مبانی مدیریت و تحقیق در عملیات، آیرودینامیک، سیالات تراکم‌پذیر، انتقال حرارت عمومی، مکانیک پرواز کاربردی، زبان تخصصی، پرواز اولیه، پرواز پایه، پرواز پیشرفته نظامی و پرواز تخصصی نظامی. خب کاملاً روشن است که در این سه گروه تقریباً بیش از ۹۰ درصد درس‌ها ریاضی و محاسباتی‌اند و درک و فهم بقیه آن‌ها هم با ریاضی و منطق ریاضی آسان‌تر است.» تازه متوجه شدم که چرا یک خلبان باید ریاضی را خوب بداند و چرا ریاضیات و محاسبات پیشرفته قدرتمندی برای حرفه خلبانی است. بچه‌ها هر کشوری برای امنیت و پیشرفت و توسعه علاوه بر متخصصان دیگر نیاز به خلبانان جنگی و آموزشی و مسافربری دارد. و این شماها هستید که می‌توانید در آینده این نیاز را برآورده کنید؛ پس اگر قصد دارید در آینده خلبان خوبی شوید از همین الان ریاضیات را خوب بخوانید و خوب بفهمید و در اولین گام در دوره متوسطه دوم برای رسیدن به این هدف رشته ریاضی را انتخاب کنید. پیروز باشید.

مهارکروناودوباره کلاس‌های حضوری

شروع سال تحصیلی جدید را به شما تبریک می‌گویم. بچه‌ها من این سال تحصیلی را سال خوبی می‌بینم و خیلی خوش‌حالم که به لطف خدا و تلاش دانشمندان و محققان داخلی و خارجی توانستیم واکسینی برای ایمن شدن در برابر ویروس منحوس کرونا بیابیم. جامعه را واکسینه کنیم و امیدواریم بعد از نزدیک به دو سال دوری از مدرسه و دوستان، انشاءالله به لطف خدا هر چه زودتر دوباره در کلاس‌های حضوری کنار هم جمع شویم. به مدرسه بیاییم و با دوستان و معلمان و مدیر و معاون و ... گپ بزنیم و درس بخوانیم. باز هم خدا را شاکریم.

شغل آینده و ریاضی

یادم هست زمانی که دانش‌آموز دوره اول متوسطه (راهنمایی سابق) بودم، هر وقت که از من سؤال می‌کردند: «دوست داری در آینده چه کاره شوی؟» می‌گفتم: «دوست دارم خلبان شوم.» خیلی از بچه‌ها می‌گفتند که دوست دارند مهندس شوند و بعضی‌ها هم دکتر و شغل‌ها و حرفه‌های دیگر را که هر کدام به جای خودش ارزشمند است. بدون شک هر حرفه و شغلی که به شکلی بتواند مشکلی از جامعه را حل کند، مفید و قابل ستایش است. در همین آرزو و رؤیای خلبان شدن و یافتن مسیری برای رسیدن به آن، در سال نهم تحصیل متوجه شدم که برای خلبان یا مهندس شدن باید رشته ریاضی و فیزیک را انتخاب کنیم. البته امروز همه می‌دانند که نه تنها برای خوب بودن در مهندسی و خلبانی لازم است ریاضی بدانید، بلکه برای اینکه پزشک، اقتصاددان، تاجر یا کاسب خوبی شوید و در هر شغل و حرفه دیگری، باید از ریاضی و حساب و کتاب سر در بیاورید. خب بچه‌ها، من به دلایلی نتوانستم خلبان شوم، ولی امروز دوست خوبی دارم که اتفاقاً خلبان بسیار خوبی هم

پرواز با ریاضی

حسین نامی‌ساعتی

اربعین حسینی، رحلت رسول اکرم (ص)،
شهادت امام حسن مجتبی (ع) و شهادت
امام رضا (ع) را تسلیت می‌گوییم.

سلام. سلام به دوستان خوب دیروز و امروز؛ دوستان قدیمی هشتم و نهم و دوستان جدید هفتم. و سلام به دوستانی که شاید حالا دانش‌آموز دوره دوم متوسطه و حتی از دانشجویان و فارغ‌التحصیلان و معلمان هستند و هنوز هم از خوانندگان و دوست‌داران این مجله‌اند و احتمالاً دیگر مجله را نه تنها برای افزایش دانش ریاضی، بلکه برای اشتیاق و علاقه‌ای که به این مجله دارند ورق می‌زنند؛ هنوز دوست دارند در جریان این مجله باشند و هر وقت هم اگر ایده جدید و یا مطلب مفیدی به خاطرشان رسید، آن را بنویسند و برای برهان بفرستند تا همه از آن استفاده کنند.



● محمود نصیری

تفکر هندسی و مفاهیم هندسی

مقدمه

در این سلسله مقاله‌ها سعی در اشاعه مفاهیم و تفکر هندسی داریم و می‌کوشیم دانش‌آموزان و مخاطبان مجله را با ساختار هندسه و مفاهیم‌های اولیه آن آشنا کنیم. این مجموعه مخصوص دانش‌آموزی است که در دوران ابتدایی تا حدودی با مفاهیم هندسه به‌طور شهودی و غیرمستقیم آشنا شده است. در این مقاله‌ها بررسی و بیان مفاهیم هندسی دقیق‌تر از آن است که دانش‌آموزان در دوره ابتدایی با آن‌ها آشنا می‌شوند. در دوره اول متوسطه، دانش‌آموزان در سطح ۲ و تا حدودی در سطح ۳ از مدل توسعه تفکر هندسی قرار می‌گیرند. یعنی در این سطح دانش‌آموزان باید بتوانند رابطه‌های موجود بین شکل‌های هندسی را تشخیص دهند و آن‌ها را براساس ویژگی‌ها دسته‌بندی کنند. مثلاً در یک چهارضلعی، ضلع‌های مقابل دوجه‌دو موازی‌اند و در نتیجه، زاویه‌های مقابل هم‌اندازه هستند. در این سطح اثبات‌های غیررسمی را دنبال می‌کنیم و دانش‌آموزان را با اثبات‌هایی با گام‌های محدود آشنا می‌سازیم. می‌کوشیم از استدلال‌های غیررسمی گام‌به‌گام وارد درک استنتاج شویم و آن‌ها را با استدلال‌های رسمی‌تر آشنا کنیم. به همین دلیل آموزش هندسه در سال‌های هفتم، هشتم و نهم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این سال‌ها با مرور مفاهیمی که در دوره ابتدایی با آن‌ها آشنا شده‌اند و استفاده از نمادها و حرف‌های لاتین، برای مفاهیمی مانند پاره‌خط، زاویه و اندازه‌های آن‌ها و همچنین مثلث و کلاً چندضلعی‌ها، سعی می‌شود دانش‌آموزان با تعریف‌های بیشتر و دقیق‌تری آشنا شوند. از جمله اساسی‌ترین مفاهیمی که در این دوره شما دانش‌آموزان با آن‌ها آشنا می‌شوید، می‌توان به هم‌نهشتی، تقارن و تبدیل‌های هندسی مانند بازتاب (برگرداندن)، انتقال (غزاندن)، دوران (چرخاندن) و تشابه اشاره کرد. همچنین یکی دیگر از سرفصل‌های مهم، تفکر و تجسم فضایی و بررسی شکل‌های سه‌بعدی است که در این دوره همراه با محاسبه مساحت و حجم مطالعه می‌شوند.

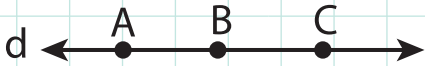
هر مجموعه‌ای از نقطه‌ها را یک شکل می‌نامیم.

اگر A و B دو نقطه باشند، خطی را که از این دو نقطه می‌گذرد با نماد $\overleftrightarrow{AB}$ نشان می‌دهیم که شکلی به صورت شکل ۱ است. خط را گاهی با یک حرف، مثلاً d نیز نشان می‌دهند.



شکل ۱

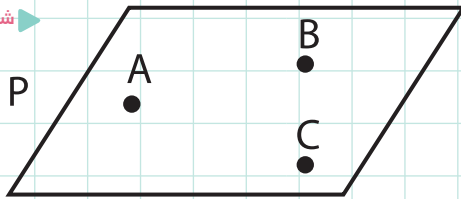
۱. از هر دو نقطه متمایز فقط یک خط می‌گذرد.
۲. نقطه‌هایی را که روی یک خط واقع باشند «هم خط» می‌نامند.



شکل ۲

- در شکل ۲، A ، B و C هم خطاند و نقطه B بین دو نقطه A و C واقع است.
۳. سه نقطه وجود دارند که روی یک خط واقع نیستند.
 ۴. به ازای هر سه نقطه متمایز که روی یک خط نباشند، دقیقاً یک صفحه وجود دارد که شامل این سه نقطه است. صفحه را با حرف‌هایی مانند P ، Q و غیره نشان می‌دهیم.
- در شکل ۳، صفحه P و سه نقطه A ، B و C روی آن را مشاهده می‌کنید.

شکل ۳



در شکل ۳، شکلی مانند متوازی‌الاضلاع را مشاهده می‌کنید، اما توجه داشته باشید که این فقط یک نمایش است. تصویری که از صفحه در هندسه اقلیدسی داریم این است که این صفحه از همه طرف ادامه دارد.

همه گفته‌های بالا در هندسه‌ای مطرح هستند که ما «هندسه اقلیدسی» می‌نامیم. امروزه همان گونه که در همه علوم پیشرفت‌هایی صورت گرفته، هندسه نیز از این امر استثناء نبوده است و انواع و اقسام هندسه‌ها کشف شده‌اند که همگی در جای خود کاربرد خاص خودشان را دارند.

ممکن است در مکان محدودی از کره زمین که ما روی آن زندگی می‌کنیم، مثلاً برای ساختن یک ساختمان، یا ساختن در و پنجره‌های آن، از ویژگی‌های هندسه اقلیدسی استفاده کنیم، اما محاسبه مسیر هواپیما یا محاسبه‌های مربوطه به قرار دادن ماهواره در مدار زمین، به هندسه‌های دیگر نیاز دارد.

وقتی شما از تهران از طریق شهر اصفهان به شیراز مسافرت می‌کنید، می‌گوییم اصفهان بین تهران و شیراز است. این همان مفهوم بین بودن یا «بینیت» در هندسه اقلیدسی است که نقطه B بین دو نقطه A و C است (شکل ۴).

اجزای ساختمان هندسه و مفاهیم‌های اولیه آن

اجزای اصلی ساختمان هندسه را نقطه، خط و صفحه تشکیل می‌دهند. وقتی هندسه را در فضای دوبعدی و سه‌بعدی بررسی می‌کنیم، این سه واژه اساس کار ما هستند. می‌دانیم هندسه از قدیمی‌ترین مفاهیم‌های ریاضی است که سابقه‌ای بیش از دو هزار ساله دارد.

اقلیدس، یکی از مشهورترین ریاضی‌دانان یونان است، او اولین فردی است که هندسه را به صورت یک علم «اصل موضوعی»، مرتب و در کتابی به نام «اصول» آن را تنظیم کرد. این کتاب برای بیش از ۲۰۰۰ سال مورد توجه ریاضی‌دانان بوده است. با نگارش این شاهکار، اقلیدس تجربه و کارهای پیشینیان خود در قرن‌های جلوتر را گردآوری کرده و به صورت مرتب و روند منطقی، با شروع از فرض‌های ساده و بنا کردن هندسه روی آن‌ها، با برهان منطقی ارائه داده است.

اقلیدس سعی کرد که تمام واژه‌ها و کلمه‌ها، مانند نقطه، خط و صفحه را تعریف کند. مثلاً نقطه را به صورت «چیزی که هیچ جزئی ندارد»، یا خط را طولی بدون عرض و خط مستقیم را چنین تعریف کرد: «خطی که تماماً بر نقطه‌هایی که روی خودش هستند واقع باشد».

آشکار است که چنین تعریف‌هایی نه واضح‌اند و نه مفیدند، زیرا باید قبلاً تصویری از آن‌ها داشته باشیم.

امروزه می‌دانیم که غیرممکن است که تمام این واژه‌ها را بتوانیم تعریف کنیم، زیرا با مشکل «دوری بودن» در تعریف‌ها روبه‌رو خواهیم شد. مفهوم دور در ریاضی آن است که شما امکان دارد یک مفهوم A را براساس یک مفهوم B تعریف کنید، اما در تعریف خود B به طور مستقیم یا غیرمستقیم ممکن از مفهوم A استفاده کنید. بنابراین به جای آنکه بکوشیم هر واژه‌ای را تعریف کنیم تعدادی از آن‌ها را که مبنایی برای تعریف واژه‌های دیگر هستند، تعریف نشده در نظر می‌گیریم و بقیه را به کمک آن‌ها تعریف می‌کنیم.

در هندسه صفحه و فضا، سه واژه نقطه، خط و صفحه را تعریف نشده در نظر می‌گیریم و هر جا لازم باشد منظورمان از این کلمه‌ها را بیان می‌کنیم. مثلاً وقتی نقشه یک شهر را در نظر می‌گیریم، خانه شما در این شهر به عنوان یک نقطه در نظر گرفته می‌شود. حال اگر نقشه کشور را در یک صفحه در نظر بگیرید، شهر شما به عنوان یک نقطه در نظر گرفته می‌شود.

در هندسه‌ای که شما می‌خوانید و آن را «هندسه اقلیدسی» می‌نامند، خط را مستقیم در نظر می‌گیریم و ابتدا و انتهای آن قائل نمی‌شویم. اما وقتی هواپیمایی مثلاً از تبریز به بندرعباس می‌رود، مسیر آن واقعاً این خط مستقیم نیست، و روی کمانی از یک دایره حرکت می‌کند. این دایره روی کره زمین، یک خط در نظر گرفته می‌شود و این هندسه‌ای است که «هندسه روی کره» نامیده می‌شود.

همه این مثال‌ها موجب می‌شوند این واژه‌ها را تعریف نشده بپذیریم و بسته به هندسه‌ای که در نظر می‌گیریم، منظور خود را از آن‌ها بیان کنیم. اما در عوض ویژگی‌هایی را برای این واژه‌ها بیان می‌کنیم که هم رابطه بین آن‌ها را مشخص می‌کند و هم می‌توانیم در حل مسئله‌ها یا قضیه‌ها از آن‌ها استفاده کنیم. ابتدا شکل را تعریف می‌کنیم:

اگر A و B دو نقطه متمایز روی یک خط d باشند، نقطه‌های A و B و همه نقطه‌هایی از خط d را که بین A و B واقع باشند، پاره خط AB می‌نامیم و آن را به AB نشان می‌دهیم.

دو نقطه A و B را دو سر یا نقطه‌های انتهایی پاره خط می‌نامند (شکل ۶).

A پاره خط B

A نیم خط B

شکل ۶

نیم خط قسمتی از یک خط است که با یک نقطه از آن جدا می‌شود. آن نقطه را ابتدای نیم خط می‌نامند. چون با یک نقطه روی یک خط دو نیم خط روی آن تعریف می‌شود، پس نقطه دیگری از خط را که روی نیم خط باشد، در نظر می‌گیریم تا نیم خط کاملاً مشخص باشد. در شکل ۶ نیم خط با ابتدای نقطه A و شامل نقطه B را مشاهده می‌کنید که این نیم خط را با نماد $\overrightarrow{AB}$ نشان می‌دهیم.

پس به طور دقیق تر:

نیم خط با ابتدای نقطه A و شامل نقطه B، مجموعه همه نقطه‌های پاره خط AB است با مجموعه همه نقطه‌هایی از خط AB که بین آن‌ها و A قرار دارد (شکل ۷).

نقطه‌هایی از خط AB که A و B بین آن‌ها و A است.

به کمک نیم خط زاویه تعریف می‌شود.

فعالیت: سه نقطه A، B و C روی خط d مفروض اند (شکل ۸). چند پاره خط می‌توانید نام ببرید که این نقطه‌ها دو سر آن‌ها باشند.

شکل ۸

چند نیم خط می‌توانید نام ببرید که این سه نقطه، نقطه‌های ابتدایی آن‌ها باشند. اگر چهار نقطه، پنج نقطه یا شش نقطه روی یک خط داشته باشیم، آیا می‌توانید تعداد پاره خط‌ها و نیم خط‌ها را مطابق الگوی بالا حدس بزنید؟ تعداد نیم خط‌ها را چطور؟

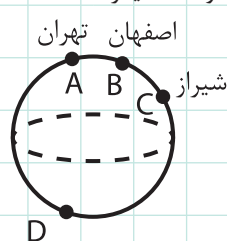
شکل ۹

روی یک خط دو نیم خط را که دارای یک ابتدا باشند نیم خط‌های متقابل می‌نامند. در شکل ۹، $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ دو نیم خط متقابل هستند.



شکل ۴

این تصویری است که ما در هندسه اقلیدسی داریم. اما می‌توانیم هندسه‌ای را تصور کنیم که در آن هنگام مسافرت، اصفهان بین تهران و شیراز نباشد. کره زمین را مانند یک توپ تصور کنید. به جای آنکه برای رفتن از A به C از B عبور کنیم، می‌توانیم از مسیر A و D به C برسیم. می‌توانید تویی را در نظر بگیرید (شکل ۵) و مسیری روی آن مشخص کنید تا مورچه‌ای به جای آنکه از A به B و سپس به C برود، از A به D و سپس به C برود. پس در هندسه‌ای که روی کره زمین در نظر می‌گیریم، مفهوم خط به غیر از آن خطی است که در هندسه اقلیدسی تصور می‌کنید و مفهوم بین بودن از بین می‌رود. یعنی نمی‌توانیم بگوییم کدام نقطه بین دو نقطه دیگر است.



شکل ۵

این هندسه نوعی از هندسه‌هایی است که به هندسه‌های غیراقلیدسی یا «نااقلیدسی» معروف‌اند. در این نوع هندسه روی کره، دایره‌هایی روی کره که مرکز آن‌ها مرکز کره است، خط در نظر گرفته می‌شوند. به همان خوبی که فاصله‌ها و مسئله‌هایی را در هندسه اقلیدسی حل می‌کنیم و به کار می‌بریم، در این هندسه نیز ویژه خودش می‌توانیم این موارد را به کار ببریم. در واقع در این هندسه صفحه ما همان صفحه کره است؛ گرچه از نظر ما خمیده به نظر می‌رسد و آن صفحه‌ای که شما در ذهن دارید نیست.

شاید تا اینجا توانسته باشیم شما را راضی کنیم که چرا مفهوم‌های نقطه، خط و صفحه را تعریف نمی‌کنیم، بلکه در هر هندسه‌ای منظور خودمان را از این واژه‌ها بیان می‌کنیم. البته دلیل‌های خیلی بیشتر و قانع‌کننده‌تری در این مورد وجود دارند که با توجه به مقطعی که شما عزیزان در آن هستید، قابل بیان نیستند، یکی از مهم‌ترین آن‌ها نظریه‌ای به نام «نظریه نسبیت اینشتین» است که بدون هندسه‌های غیراقلیدسی امکان‌پذیر نیست و در سال‌های بعد می‌توانید با آن آشنا شوید.

اکنون می‌توانیم مفهوم‌های پاره خط، نیم خط، زاویه مثلث و به‌طور کلی چندضلعی‌ها را تعریف کنیم. هر چند قبلاً با این مفهوم‌ها آشنا شده‌اید، اما چون در اینجا، بنا بر ساختن هندسه از ابتداست و برای آنکه در بخش‌های بعدی نیاز به توضیح نباشد، آن‌ها را مرور می‌کنیم.

اساس شکل‌های هندسی را پاره خط‌ها و زاویه‌ها تشکیل می‌دهند. پاره خط قسمتی از یک خط است که به دو نقطه متمایز آن محدود می‌شود. اگر بخواهیم دقیق‌تر صحبت کنیم تعریف پاره خط به این صورت است:



● داود معصومی مهوار

ماجرای کلاس ریاضی محاسبه گر غریب

پریسا: ابتدا نام مجموع عددهای طبیعی را S گذاشتیم. سپس یک را جدا کردیم و بقیه را سه تا سه تا جمع زدیم. مجموع ۲، ۳ و ۴ برابر ۹ و مجموع ۵، ۶ و ۷ برابر ۱۸ شده است و ... سپس می بینیم که به جز عدد ۱ بقیه همگی مضرب ۹ هستند. بنا بر خاصیت پخشی، از ۹ فاکتور می گیریم. دوباره مجموع عددهای طبیعی را می بینیم و آن را S می نامیم. معادله $S=1+9S$ به دست می آید که با حل آن مقدار مجموع عددهای طبیعی، یعنی S برابر با منهای یک هشتتم به دست می آید.

من: خب حالا بررسی دقیق تر این استدلال ساده تر شد. راهنمایی می کنم که دو جای این استدلال نادرست است. فکر کنید.

لیلا: خیلی مطمئن نیستم، ولی اگر بخواهم سخت گیری کنم، استفاده از خاصیت پخشی را هدف می گیرم. در کتابهای درسی ما خاصیت پخشی برای جمع دو تا عدد بیان شده است؛ مثلاً: $9 \times 3 + 9 \times 4 = 9 \times (3+4)$. اما نرگس آن را برای بی نهایت عدد به کار برده است.

اعظم: اینکه حاصل جمع چند عدد طبیعی منفی شده است، خود نشانه ای واضح تر برای نادرستی محاسبه هاست. ولی خاصیت پخشی فقط برای دو عدد نیست. بارها آن را برای سه عدد یا بیشتر از آن هم به کار برده ایم.

سوده: بارها دیده ایم که باید ایراد استدلال را پیدا کنیم، وگرنه مجبوریم که نتیجه را، هر چند که عجیب باشد، بپذیریم. پس منفی بودن آن مجموع را نمی توانیم دلیل نادرستی محاسبه ها و استدلال بدانیم.

من: با سوده موافقم. لیلا هم خوب ایراد را پیدا کرد. ولی اعظم باید خوب توجه کند که خاصیت پخشی برای مجموع دو عدد بیان شده و به سادگی می توان آن را برای سه یا چهار تا عدد به کار برد. حتی برای مجموع چهل عدد یا چهل هزار عدد. ولی آیا نرگس همین کار را کرده است؟ او برای مجموع «چند تا» عدد به کار برده است؟

نرگس: لابد دعوای قدیمی را پیش می کشید. موضوع «بی نهایت» است؟

من: بله. اگر این استدلال را برای هر تعداد دلخواهی از عددهای طبیعی به کار ببرید، نتیجه حتما درست و منطقی خواهد بود. اما به کار بردن این استدلال برای بی نهایت عدد، بی پشتوانه

سمانه: نرگس محاسبه عجیبی انجام داده. او مجموع همه عددهای طبیعی را حساب کرده، ولی مجموع عددهای طبیعی مقداری منفی شده! امکان دارد تا درس شروع نشده، شما هم نگاهی بکنید و نظر بدهید؟

$$\begin{aligned} S &= 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\dots \Rightarrow \\ S &= 1+(2+3+4)+(5+6+7)+(8+9+10)+\dots \Rightarrow \\ S &= 1+9+18+27+\dots \Rightarrow \\ S &= 1+9(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\dots) \Rightarrow \\ S &= 1+9S \Rightarrow \\ -1 &= 8S \Rightarrow \\ S &= -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

(الف) محاسبه های پای تخته

من: محاسبه های نرگس را که پای تخته نوشته شده، دیدم. بد نیست آن را بررسی کنیم.

پریسا: نتیجه محاسبه ها درست به نظر نمی رسد، ولی محاسبه ها کاملاً درست و منطقی به نظر می رسند. حتی اگر مثل شما سخت گیری کنیم، باز هم نرگس می تواند از محاسبه هایش دفاع کند و دلیل درستی هر خط از آن را بنویسد.

من: خب این کار را به تو یا نرگس واگذار می کنیم.

پریسا پای تخته رفت و چیزهایی اضافه کرد.

نامگذاری

$$S = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\dots \Rightarrow$$

تغییر آرایش

$$S = 1+(2+3+4)+(5+6+7)+(8+9+10)+\dots \Rightarrow$$

محاسبه ساده

$$S = 1+9+18+27+\dots \Rightarrow$$

خاصیت پخشی

$$S = 1+9(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\dots) \Rightarrow$$

همان نام گذاری

$$S = 1+9S \Rightarrow$$

$$-1 = 8S \Rightarrow$$

$$S = -\frac{1}{8}$$

(ب) محاسبه های دقیق تر

یک خواهد بود.
من: این شکل و همچنین بیان سمیه هر دو خوب هستند و کمک می کنند که ایراد باقی مانده را پیدا کنید. راهنمایی می کنم که به این جمله سمیه توجه کنید: «اگر مجموع بی نهایت کسر را حساب کنیم، حاصل دقیقاً یک خواهد بود.»

سمیه: فکر کنم فهمیدم. همه آنچه که شکل بیان می کند درست است. در ضمن هیچ جای شکل صحبت از مجموع بی نهایت عدد نیست.

من: کاملاً درست است. در شکل چند محاسبه درباره چند عدد دیده می شود که همگی درست اند. اما تعمیم آن به بی نهایت عدد، کار خود شما بود و به شکل ربطی نداشت. از همه مهم تر اینکه بدون پشتوانه و استدلال بود.

زهرا: پس منظور شما این است که هر چه این مجموع را بیشتر حساب کنیم، حاصل بیشتر به یک نزدیک می شود، ولی حق نداریم از مجموع بی نهایت عدد حرف بزنیم؟

من: بله، کاملاً درست می گویی. در ضمن حواست هست که ایراد مهم تر را پیدا کرده ای؟ حالا همه به حرف های زهرا فکر کنند و اشاره او را به این ایراد مهم تر پیدا کنند.

الهام: حدس می زنم واقعاً می خواهید بگویید که ما حق نداریم از «مجموع بی نهایت عدد» حرف بزنیم.

من: بله، موضوع همین است. جمع عددها نیز برای دو، سه یا چند عدد معنا دارد. حتی سه میلیون عدد را می توان با هم جمع زد. ولی اگر کسی می خواهد از مجموع بی نهایت عدد حرف بزند، اول باید منظور خود را دقیقاً توضیح دهد. البته این کار فعلاً در برنامه درسی ما نیست. سال های بعد با آن آشنا خواهید شد و خواهید دید که معنایی شبیه به یکی از جمله های زهرا دارد که گفت: «هر قدر این مجموع را بیشتر حساب کنیم، حاصل بیشتر به یک نزدیک می شود.»

پس خلاصه اینکه همان خط اول محاسبات که نوشته بود $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + \dots$ ایراد دارد. جمع برای تعدادی عدد معنا دارد، ولی این تعداد باید یک عدد طبیعی باشد. هر قدر هم بزرگ باشد، مهم نیست، ولی یک عدد طبیعی باشد.

فرگس: اگر هم استدلال من و هم استدلال سمیه ایراد دارد، چرا نتیجه یکی عجیب و غریب شد، ولی دیگری نه؟

من: این عجیب نیست. همیشه باید انتظار آن را داشته باشید. مثلاً اینکه دو عدد متفاوت داریم، پس حتماً باید مجذور آن ها نیز متفاوت باشند، استدلالی نادرست است. ولی این استدلال گاهی نتیجه درست به بار می آورد و گاهی نادرست. مثلاً اگر دو عدد متفاوت ۵ و منهای ۵ باشند، مجذور آن ها ۲۵ خواهد بود که متفاوت نیستند و در استدلال $(-5)^2 \neq (5)^2 \Rightarrow 5 \neq 25$ نتیجه نادرستی به دست می دهد. اما همین استدلال در $(4)^2 \neq (5)^2 \Rightarrow 5 \neq 25$ نتیجه درستی دارد.

اصلاً به درد نخور بودن استدلال نادرست به همین خاطر است که اعتمادی به درستی یا نادرستی نتیجه آن نیست. اگر مطمئن بودیم که نتیجه استدلال نادرست همیشه نادرست است، پیروزی بزرگی داشتیم. می توانستیم نتیجه را بگیریم و مطمئن باشیم که نادرست است، پس نقیض آن باید درست باشد. یعنی راهی پیدا کرده بودیم که به مطالب درست برسیم. اما هیچ اعتمادی به استدلال های نادرست نیست.

است. به همین سبب نتیجه ممکن است عجیب و غریب به دست بیاید.

زهرا: اتفاقاً من استدلال مشابهی را در کتابی دیدم که نتیجه معقولی هم داشت. ولی شک داشتم که بیان کنم یا نه.

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots \right) \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \right) \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} S \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} S = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

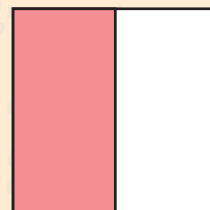
$$S = 1$$

(پ) استدلال مشابه

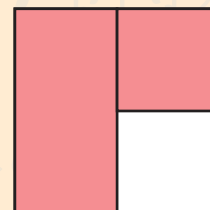
فرگس: اینجا هم تغییر آرایش داده شده و از خاصیت پخشی استفاده شده است. چرا اینجا ایراد نمی گیرید؟ چرا اینجا نتیجه نادرست نیست؟

من: اتفاقاً اینجا هم همان ایرادها وجود دارند. البته دو تا ایراد بود که یکی را لایلاً پیدا کرد. دومی هنوز پیدا نشده است.

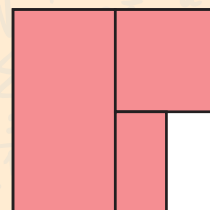
سمیه: ولی به نظر می رسد استدلال زهرا درست باشد. من در کتابی آن را دیده ام و اتفاقاً با شکل هم نمایش داده شده بود.



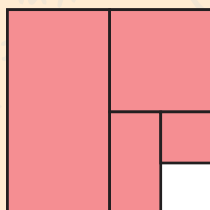
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

سمیه: همان طور که در شکل می بینیم، هر قدر این مجموع را بیشتر حساب کنیم، حاصل به عدد یک نزدیک تر می شود. یعنی اگر مجموع بی نهایت کسر را حساب کنیم، حاصل دقیقاً

چطور رسم کنیم؟

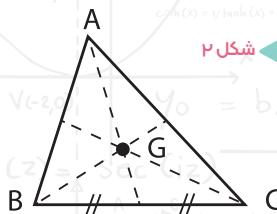
مثلث غیر خاص

- فاطمه معین الدینی
- جلال سرحدی
- حسین کریمی

شکل ۵



شکل ۲



شکل ۳



۴ دو مثلث را متشابه گوییم هرگاه اندازه زاویه‌های متناظر یکسان و اضلاع متناظر متناسب باشند. در صورتی که دو مثلث متشابه باشند و نسبت دو ضلع متناظر K باشد، آن گاه نسبت اندازه ارتفاع‌های متناظر و نسبت اندازه نیم‌سازهای متناظر نیز K خواهد بود.

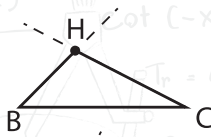
۱ از مثلث ABC دو رأس B و C و نقطه برخورد سه ارتفاع (H) را داریم (شکل ۶). مثلث را رسم کنید.

۲ در هر مثلث اندازه میانه در نقطه هم‌رسی میانه‌ها به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود (شکل ۴)؛ یعنی: $AG = 2GM$ و به عبارت دیگر:

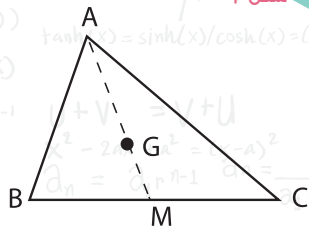
$$\begin{cases} GA = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} m_a \\ GM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} m_a \end{cases}$$

حل: با در دست داشتن سه نقطه A، B، C و H مثلث BCH را رسم می‌کنیم. از رأس B عمودی بر امتداد CH و از رأس C عمودی بر امتداد BH رسم می‌کنیم. نقطه تلاقی دو امتدادی که رسم کرده‌ایم را A می‌نامیم. مثلث ABC (شکل ۷) جواب مسئله است.

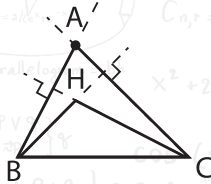
شکل ۶



شکل ۴

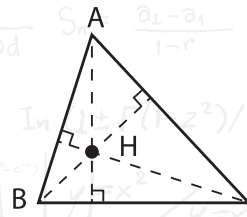


شکل ۷



۳ امتداد دو ضلع یک زاویه نسبت به نیم‌ساز آن زاویه، قرینه یکدیگرند (شکل ۵).

شکل ۱



یکی از مهم‌ترین قسمت‌های درس هندسه، رسم شکل‌هاست. برای رسم یک شکل باید اطلاعات لازم را داشته باشیم. مثلاً برای رسم یک دایره باید مرکز و اندازه شعاع آن را و برای رسم یک مثلث باید اندازه سه ضلع و یا اطلاعاتی را که بتوان به کمک آن‌ها اندازه سه ضلع را به دست آورد، داشته باشیم. یکی از زیبایی‌های درس هندسه آن است که بتوانیم با اطلاعات کم به اطلاعات کافی دست پیدا کنیم. از این رو تصمیم گرفتیم با مطرح کردن یک سلسله مسئله در هر شماره از مجله، به روش رسم شکل‌های معینی بپردازیم.

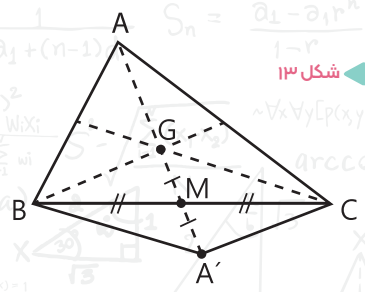
در این شماره می‌خواهیم با طرز رسم مثلث (غیرخاص) با فرض در دست داشتن اطلاعاتی متفاوت آشنا شویم. به این منظور چند نکته را در مورد مثلث یادآوری می‌کنیم:

۱ در هر مثلث سه ارتفاع در یک نقطه (H- مرکز ارتفاعیه) (شکل ۱)، سه میانه در یک نقطه (G- مرکز ثقل) (شکل ۲) و سه نیم‌ساز زاویه داخلی نیز در یک نقطه (I- مرکز دایره محاطی داخلی- نقطه‌ای که از سه ضلع مثلث به یک فاصله است) (شکل ۳) به هم می‌رسند که می‌گوییم هم‌رسی‌اند.

با فرض $h_b = \frac{1}{3}$ و $h_a = \frac{1}{3}$ هرگاه اندازه ارتفاع h_c بین یک تا $\frac{1}{5}$ باشد، می توان مانند مسئله ۴ مثلث ABC را رسم کرد.

با در دست داشتن اندازه سه میانه، $m_c = 15$ و $m_b = 12$ و $m_a = 9$ مثلث ABC را رسم کنید.

حل: فرض کنیم مثلث ABC داشته باشیم (شکل ۱۳). با امتداد GM به اندازه خودش از سمت M نقطه A' به دست می آید. از وصل کردن A' به C نیز به یک چهارضلعی می رسمیم که دو قطر آن (GA' و BC) منصف یکدیگرند. پس چهارضلعی متوازی الاضلاع است. اکنون با معلوم بودن $BA' = CG = \frac{2}{3}m_c = 10$ ، $BG = \frac{2}{3}m_b = 8$ و $BGA' = 2GM = \frac{2}{3}m_a = 6$ قابل رسم است. با نامیدن وسط GA' ، کافی است قرینه B را نسبت به M، C بنامیم و قرینه A' را نسبت به G، A در نظر بگیریم. مثلث ABC جواب مسئله خواهد بود.

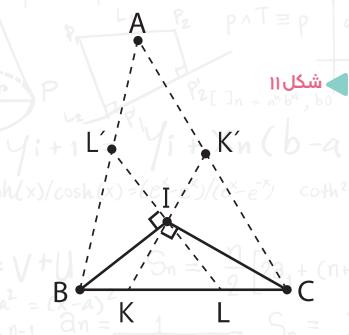


شکل ۱۳

۷ مثلث ABC را با معلوم بودن دو میانه $m_c = 18$ و $m_b = 15$ و ارتفاع $h_b = 12$ رسم کنید.

حل: با توجه به شکل ۱۴، مثلث قائم الزاویه BHM که در آن داشته باشیم: $BH = 12$ و $BM = 15$ قابل رسم است.

چون: $GM = \frac{m_b}{3} = 5$ ، بنابراین نقطه G هم قابل تعیین است. می دانیم: $GC = \frac{2}{3}m_c = 12$ ، پس دایره ای به مرکز G و به شعاع ۱۲ رسم می کنیم تا امتداد HM را در C قطع کند. قرینه C را نسبت به M، A می نامیم. مثلث ABC جواب مسئله است.

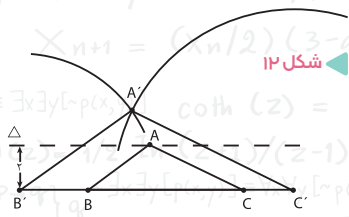


شکل ۱۱

۴ با فرض $BH = h_b = 3$ ، $AH = h_a = 2$ و $CH = h_c = 4$ ، مثلث ABC را رسم کنید.

حل: با توجه به $a.h_a = b.h_b = c.h_c = 2S$ داریم: $a = \frac{2S}{h_a} = \frac{2S}{2} = S$ و $b = \frac{2S}{h_b} = \frac{2S}{3}$ و $c = \frac{2S}{h_c} = \frac{2S}{4} = \frac{S}{2}$ به عبارت دیگر $AC = b = \frac{1}{2}k$ ، $BC = a = \frac{1}{3}k$ و $AB = c = \frac{1}{4}k$ با فرض $k = 12$ ، مثلث $A'B'C'$ را رسم می کنیم و خط Δ را به موازات $B'C'$ و به فاصله ۲ از آن در نظر می گیریم (شکل ۱۲).

نقطه دلخواه A را روی Δ اختیار و از آن نقطه به موازات $A'B'$ و $A'C'$ دو خط رسم می کنیم تا به ترتیب را در نقطه های B و C قطع کند.



شکل ۱۲

۵ حدود m را چنان بیابید که بتوانیم مثلثی با ارتفاع های $h_b = \frac{1}{3}$ ، $h_a = \frac{1}{3}$ و $h_c = \frac{1}{m}$ را رسم کنیم.

حل: $a = \frac{2S}{h_a} = \frac{2S}{\frac{1}{3}} = 6S$ ، $b = \frac{2S}{h_b} = \frac{2S}{\frac{1}{3}} = 6S$ و $c = \frac{2S}{h_c} = \frac{2S}{\frac{1}{m}} = 2mS$

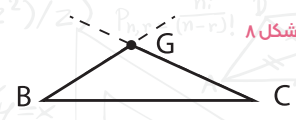
با توجه به نامساوی مثلثی، یعنی در هر مثلث اندازه هر ضلع، بزرگ تر از اختلاف اندازه دو ضلع دیگر و کوچک تر از مجموع اندازه دو ضلع دیگر است، داریم:

$$\begin{aligned}
 |a-b| &< c < a+b \\
 \Rightarrow |6S-6S| &< 2mS < 6S+6S \\
 \Rightarrow 1 &< m < 5
 \end{aligned}$$

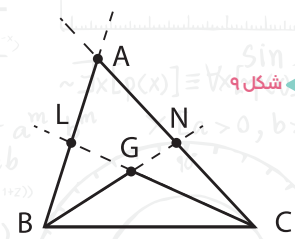
۲ از مثلث ABC دو رأس B و C و نقطه برخورد سه میانه (G) را داریم (شکل ۸). مثلث را رسم کنید.

حل: با در دست داشتن سه نقطه B، C و G مثلث BCG را رسم می کنیم. CG را از سمت G به اندازه نصفش تا L و BG را نیز از سمت G به اندازه نصفش تا N امتداد می دهیم.

امتداد BL و CN یکدیگر را در A قطع می کنند. مثلث ABC (شکل ۹) جواب مسئله است.



شکل ۸

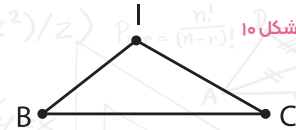


شکل ۹

۳ از مثلث ABC دو رأس B و C و نقطه برخورد سه نیمساز زاویه داخلی (I) را داریم (شکل ۱۰). مثلث را رسم کنید.

حل: با در دست داشتن سه نقطه B، C و I مثلث BCI را رسم می کنیم. چون CI نیمساز زاویه داخلی C در مثلث ABC است، با رسم قرینه امتداد BC نسبت به نیمساز CI، امتداد CA به دست می آید. به این منظور از I عمودی بر CI رسم می کنیم تا BC را در K قطع کند. قرینه K را نسبت به I، K' می نامیم. امتداد CK' همان امتداد CA خواهد بود.

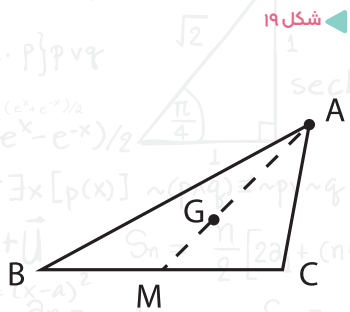
به همین ترتیب قرینه امتداد BC را نسبت به BI رسم می کنیم که همان امتداد BL' خواهد بود. نقطه تلاقی امتداد BL' و CK' را A می نامیم. مثلث ABC (شکل ۱۱) جواب مسئله است.



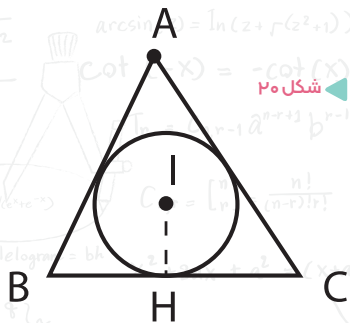
شکل ۱۰

پس برای رسم مثلث ABC ابتدا مثلث BCD را با در دست داشتن $\hat{C} = 46^\circ$ و $DC = 5$ و $\hat{D} = 122^\circ$ رسم می کنیم. سپس مثلث متساوی الساقین BDC با داشتن دو زاویه 58° روی قاعده BD بنا می کنیم. مثلث ABC جواب مسئله است.

حل مسئله ۲: روش دوم
وسط ضلع BC را M می نامیم (شکل ۱۹). از M به G وصل می کنیم و به اندازه دو برابر MG امتداد می دهیم تا به A برسیم. مثلث ABC جواب مسئله است.

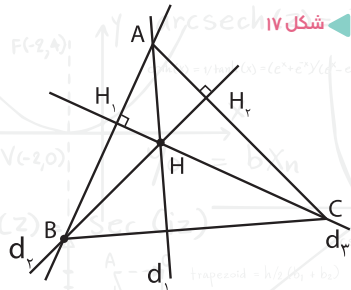


حل مسئله ۳: روش دوم
نقطه هم‌رسی نیم‌سازهاست، پس فاصله‌اش از سه ضلع یکسان است (شکل ۲۰). از I بر BC عمودی رسم می کنیم (IH). سپس دایره‌ای به مرکز I و به شعاع IH می کشیم. دو مماس رسم شده از B و C بر دایره یکدیگر را در A قطع می کنند. مثلث ABC جواب مسئله است.



A روی d_1 داده شده‌اند. مثلی رسم کنید که این سه خط ارتفاع‌های آن و نقطه A یک رأس باشد.

حل: از نقطه A عمودی بر d_1 رسم می کنیم (AH_1) و آن را امتداد می دهیم تا d_1 را در B قطع کند (شکل ۱۷). از A عمودی بر d_1 رسم می کنیم (AH_2) و آن را امتداد می دهیم تا d_1 را در C قطع کند. مثلث ABC جواب مسئله است.



۱. در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 64^\circ$ ، $\hat{B} = 70^\circ$ و $|\hat{C}| - |\hat{A}| = 5$. مثلث ABC را رسم کنید.

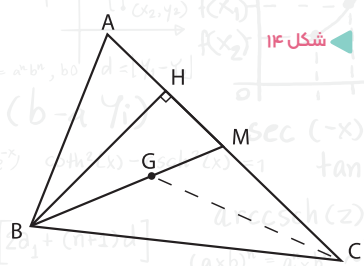
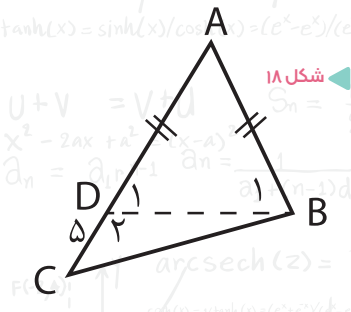
حل: با داشتن سه زاویه نمی توانیم یک مثلث مشخص را رسم کنیم. برای رسم باید یک پاره‌خط ثابت داشته باشیم. با توجه به اینکه: $|\hat{C}| - |\hat{A}| = 5$ ، روی ضلع بزرگ (AC) به اندازه ضلع AB جدا می کنیم که به دو مثلث متساوی الساقین (ABD) و یک مثلث دیگر به ضلع $CD = 5$ مانند شکل ۱۸ می رسیم.

$$\hat{A} = 64^\circ$$

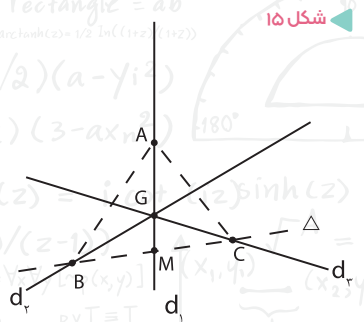
$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 = \frac{180^\circ - 64^\circ}{2} = 58^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}_2 = 122^\circ,$$

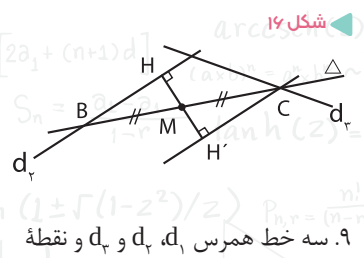
$$\hat{C} = 180^\circ - 64^\circ - 70^\circ = 46^\circ$$



۸. سه خط d_1 ، d_2 و d_3 از نقطه G می گذرند. نقطه دلخواه A را از d_1 در نظر بگیرید. نقطه‌های B از d_2 و C از d_3 را چنان تعیین کنید که میانه‌های مثلث ABC روی خط‌های d_1 ، d_2 و d_3 باشند. **حل:** AG را از سمت G به اندازه نصف امتداد می دهیم تا به نقطه M برسیم (شکل ۱۵). خط Δ را گذرا از M چنان رسم می کنیم که d_1 را در B و d_2 را در C قطع کند و داشته باشیم: $BM = MC$. مثلث ABC جواب مسئله است.



طرز رسم خط Δ
از M عمودی بر d_1 رسم می کنیم و پای عمود را H می نامیم (شکل ۱۶). قرینه H نسبت به M را H' در نظر می گیریم. از H' به موازات d_1 خطی رسم می کنیم تا d_2 را در C قطع کند. امتداد CM همان خط Δ است.



۹. سه خط هم‌رس d_1 ، d_2 و d_3 و نقطه



عکس‌های این گزارش مربوط به دوران پیش از کرونا است.

لطفاً سر جلسه امتحان متن صورت بگیرید!

گزارشی از خانه ریاضیات کرج ● محمدحسین دیزجی ● عکاس: شب‌نم مومیوند، سعید طبیبی

نگاهت را به هر طرف که می‌چرخانی، فقط ریاضیات است و بس. عددها و رقم‌ها، شکل‌ها و نمادها، همه و همه از سر و کول هم بالا می‌روند. تابلوها، تصویرها، عکس‌ها و حتی اطلاعیه‌ها، در یک جمله خلاصه می‌شوند: «از ریاضیات لذت ببریم!» امتحان، آزمون و مسابقه در ظاهر خیلی به هم شباهت دارند. همین کلمه‌های جذاب و به ظاهر مشابه، در یک جا ممکن است به بچه‌ها استرس بدهند، اما در جای دیگر آن‌قدر شیرین و لذت‌بخش باشند که دانش‌آموزان دلشان بخواهد مرتب این کلمات تکرار شوند. راز این تفاوت در کجاست؟ چرا بعضی‌ها در آزمون‌های معمولی یک کلاس ۲۰ نفره احساس نگرانی می‌کنند، اما وقتی در یک رقابت چند هزار نفری شرکت می‌کنند، سرشار از لذت هستند و هیچ گونه دغدغه‌ای ندارند؟ حتی اگر نتیجه یک عدد متوسط برای آنان باشد. امروز می‌خواهیم همراه با شما به خانه ریاضیات استان البرز در شهر کرج برویم تا جواب این سؤال و معما را پیدا کنیم. پس با ما همراه باشید.



مسابقه‌ها و رقابت‌های ریاضی یکی از نقاط مشترک این بچه‌هاست. آن‌ها همراه با چند نفر دیگر از دوستان خود در سی و یکمین مسابقه بین‌المللی الیمپیا^۱ (A-lympiad) ریاضی شرکت کرده و در سطح کشوری خوش درخشیده‌اند.

هستی می‌گوید: «شرکت در مسابقه‌هایی که توسط خانه ریاضیات برگزار می‌شد، علاوه بر اینکه باعث شد خیلی از نکات برای من مرور شوند، سبب شد که من متوجه فایده ریاضیات در زندگی روزمره بشوم و از آن لذت بیشتری ببرم.»

بهاره ادامه می‌دهد: «ما در مسابقات ریاضی زیادی شرکت نکرده‌ایم. در واقع از آذر ماه سال ۱۳۹۸ با شرکت در آزمون الیمپیا به شرکت در آزمون‌های ریاضی علاقه‌مند شدیم و در آزمون‌های دیگر هم شرکت کردیم. در مرحله اول آزمون الیمپیا برگه پاسخ ما رتبه A کشوری آورد. (فقط دو تیم از کشور موفق به کسب رتبه A شدند) و مرحله بین‌المللی آن با توجه به شیوع ویروس «کرونا» برگزار نشد. در مورد گروهی دیگر از مسابقه‌ها هم مرحله اول آزمون آن را قبول شدیم، ولی مرحله دوم آن هم که قرار بود در بهمن ۱۳۹۸ برگزار شود، به تعویق افتاد.»

او ادامه می‌دهد: «خانه ریاضیات برای من شخصاً حکم تشویق‌کننده را داشت. بعد از شرکت در آزمون‌های این مجموعه،

هر خانه ساکنانی دارد و افرادی اجازه رفت‌وآمد به آن را دارند. در برخی خانه‌ها افرادی خاص اجازه ورود دارند و آن‌ها را می‌پذیرند، اما در این خانه به روی هر کسی که ریاضیات را دوست دارد، باز است. از دانش‌آموزان دبستانی تا استادان دانشگاه به این خانه رفت‌وآمد دارند. اینجا همه دنبال لذت بردن از یادگیری، یافتن راه‌حل برای یک مشکل و کمک به دیگران برای بالا رفتن و دانستن بیشتر هستند. بعضی‌ها به صورت مجازی از خدمات و امکانات اینجا استفاده می‌کنند. عده‌ای تماس تلفنی می‌گیرند و سؤال‌های خود را می‌پرسند. تعدادی هم حضوری می‌آیند و از لذت یادگیری بهره‌مند می‌شوند. تا یادم نرفته به شما بگویم که این امکان برای شما هم وجود دارد. حتی اگر در شهر و منطقه شما خانه ریاضیات نیست، مسئولان خانه ریاضیات کرج در حد توان خود به صورت مجازی به شما کمک می‌کنند.

ریاضیات و زندگی

زمانی که ما به خانه ریاضیات آمدیم، **ریحانه و بهاره عین‌اللهی** دو خواهر علاقه‌مند به ریاضیات، و **هستی رضوی** که هر سه دانش‌آموزان پایه نهم دبیرستان فرزاتگان کرج هستند، اینجا بودند. آن‌ها هر کدام به طریقی با خانه ریاضیات آشنا شده‌اند. شرکت در



ریاضیات کرج می‌رویم. همت او و دوستانش باعث شد خانه ریاضیات در کرج برپا شود. پرسش خود را به دانش‌آموزان دوره اول دبیرستان محدود می‌کنیم تا بدانیم اینجا چه خدماتی به این گروه از مخاطبان می‌دهد. او در پاسخ می‌گوید: «اگر بخواهیم فعالیت‌های اینجا را فهرست کنیم، خیلی زیاد است، اما من فقط به چند مورد اشاره می‌کنم.

تورنمنت ریاضی مسکو برای پایه‌های هشتم به بالا، در دو سطح عادی و پیشرفته، در ابتدای پاییز یا انتهای زمستان هر سال برگزار می‌شود که اتفاقاً در دوره اول متوسطه، مشابه ارزشمندی برای **المپیاد ریاضی متوسطه دوم** (IMO) است و دانش‌آموزان کرجی نیز پارسال در آن موفق به کسب یک رتبه برتر کشوری شدند.

معمولاً دانش‌آموزان از معلمان‌شان می‌پرسند: ریاضیات در زندگی واقعی به چه کار می‌آید؟ در همین رابطه، مسابقه دیگری هم با عنوان المپیاد ریاضی توسط **مؤسسه فرونتال دانشگاه اوترخت هلند** در پاییز هر سال برای پایه نهم به بالا برگزار می‌شود که به خلق مدل‌های ریاضی برای حل مسائل کاربردی در زندگی روزمره اختصاص دارد و دانش‌آموزان کرجی دو سال پیاپی موفق به کسب رتبه‌های برتر کشوری در آن شده‌اند.

اهمیت دیگر این مسابقه از لحاظ پاسخ‌باز بودن مسائل آن است. یعنی ممکن است مسئله از راه‌های متعدد به جواب‌های متفاوتی منجر شود که هیچ‌کدام هم اشتباه نباشند. این اتفاق در بسیاری از مسائل دنیای واقعی رخ می‌دهد. دانش‌آموزان در تمام مسابقه‌های مذکور، در قالب گروه‌های سه نفره و مشورت با یکدیگر، به تحلیل مسئله‌های ریاضی برای کشف ایده‌های حل تشریحی آن‌ها می‌پردازند. سبک مسائل هم طوری است که صرفاً با استفاده از حفظ کردن چند فرمول در ذهن قابل حل نیستند. بلکه دانش‌آموز باید مفاهیم ریاضی را عمیقاً درک کرده باشد تا بتواند از آن‌ها در حل مسئله به درستی استفاده کند. همچنین همایش‌ها، دوره‌ها و کارگاه‌هایی از جمله آموزش دست‌ورزی‌ها، آریگامی، روبیک، بازی‌های فکری، حل مسئله خلاق، رمزنگاری، گراف‌ها و کاربردها، نرم‌افزار و اپلیکیشن جئوجبرا، و ... به عنوان برنامه‌های مستقل یا جانبی بر حسب اقتضای زمانی و مکانی اجرا می‌شوند. برخی برنامه‌ها نیز در فضای مجازی برگزار می‌شوند.»

فرصت‌های حضوری و مجازی

یکی دیگر از مسئولان شورای علمی و اجرایی، آقای **شاهد مشهودی**، مدیر خانه ریاضیات کرج که خود دانشجوی دکترای ریاضیات و از معلمان آموزش‌وپرورش و دبیر انجمن معلمان ریاضی استان البرز است، ادامه می‌دهد: «در کانال ارتباطی و اطلاع‌رسانی مجموعه ما تقریباً ۸۰۰ مخاطب از برنامه‌های مجازی خانه ریاضیات کرج استفاده می‌کنند که تقریباً نیمی از آن‌ها در دوره اول متوسطه تحصیل می‌کنند و عده زیادی از آن‌ها در برنامه‌ها و مسابقه‌ها حضوری قبل از دوران قرنطینه نیز شرکت داشته‌اند. از جمله فعالیت‌های غیرحضوری‌مان هم طرح پویش در شبکه‌های اجتماعی را از تابستان ۱۳۹۸ در کانال خانه ریاضیات آغاز کردیم که شامل رویدادهای مجازی زیر برای تعطیلات تابستانی بود و در دوران قرنطینه شیوع بیماری کرونا نیز این طرح‌ها را ادامه و گسترش دادیم:

به ریاضیات بیشتر از قبل علاقه‌مند شدم و همین باعث شد که ریاضیات را بیشتر مطالعه کنم و با این نوع آزمون‌ها به رقابت با هم‌سن و سال‌های خود بپردازم.»

ریحانه خواهرش دنبال حرف او را می‌گیرد و می‌گوید:

«آزمون‌ها و مسابقه‌ها بیشتر از همه ما را جذب خود می‌کردند. مسائلی که در کانال خانه ریاضیات کرج در دوره قرنطینه تحت عنوان **حل مسئله تورنمنت شهرها** مطرح می‌شدند هم توجه مرا جلب می‌کردند. شرکت در مسابقه‌ها و انگیزه برنده شدن باعث می‌شود که دانش‌آموزان از کتاب‌های مدرسه پا را فراتر بگذارند و به دنبال مطالب جدید برای یادگیری باشند. فکر می‌کنم این دقیقاً همان اتفاقی است که برای من و خواهرم افتاد. ما بعد از شرکت در این مسابقه‌ها، به کتاب‌ها و مطالب ریاضی علاقه‌مند شدیم و به سمت یادگیری هرچه بیشتر قدم برداشتیم. برنامه‌های خانه ریاضیات می‌توانند باعث شوند که دانش‌آموزان حس کنجکاوی بیشتری نسبت به مسئله‌ها و راه‌حل‌های آن‌ها پیدا کنند. این حس کنجکاوی می‌تواند آن‌ها را به سمت مطالب ریاضی، اثبات‌ها و مسئله‌های بیشتری سوق دهد. دانش‌آموزانی که به مطالب مدرسه و کلاس درس بسنده می‌کنند، بسیاری از زیبایی‌های ریاضیات را از دست می‌دهند. اگرچه من معتقدم، تفاوت دانش‌آموزان در ریاضیات به تلاش خود آن‌ها بستگی دارد تا برنامه‌های دیگری که پدر و مادر، معلم‌ها و یا حتی خانه ریاضیات سعی در برگزاری آن‌ها دارند.»

از هستی که با مجله برهان ریاضی آشنایی دارد و سه سال است آن را می‌خواند، درباره فایده و کاربرد ریاضیات در زندگی پرسیدم. نگاهش را به یکی از تابلوهای کارگاه آموزشی انداخت و جواب داد: «بدون شک ریاضیات به شدت در زمینه‌های متفاوت و حتی کارهای روزمره ما کاربرد دارد و گاهی ما بدون اینکه آگاه باشیم، از آن استفاده می‌کنیم. اما خیلی از دانش‌آموزان فقط به جنبه سخت و پیچیدگی برخی مسائل ریاضی فکر می‌کنند و توجهی به کاربرد گسترده آن در زندگی ندارند. در حالی که در صورت درک مناسب و آموزش درست، ریاضی می‌تواند ساده باشد. از نظر خود من، احساس رضایتی که بعد از حل یک مسئله به فرد دست می‌دهد، ارزش سختی آن را دارد.»

هستی و حتی دیگر دوستانش اعتقاد دارند که به‌طور حتم وقتی یادگیری از فضای کسل‌کننده کلاس جدا شود، می‌تواند آموزش را بسیار گیراتر و برای دانش‌آموزان سرگرم‌کننده‌تر کند. در این صورت نظر دانش‌آموزان نسبت به درس‌هایی مانند ریاضی که سخت پنداشته می‌شود، تغییر می‌کند.

مسابقه‌های لذت‌بخش

از بچه‌ها جدا می‌شویم و به سمت دیگر خانه ریاضیات می‌رویم تا کمی بیشتر بدانیم. البته به هر طرف که می‌رویم، بچه‌ها هستند و هر کدام به نوعی با ریاضیات سرگرم شده‌اند. ابتدا به سراغ دکتر **اسمعیل بابلیان**، رئیس شورای علمی و اجرایی خانه



اکتشافی نیز وجود دارد که به جای خستگی، باعث شور و نشاط در نوجوانان می‌شود. در خانه‌های ریاضیات، مشورت برای حل مسئله، تقلب و مخرب محسوب نمی‌شود، بلکه آن را هم‌فکری سازنده و هم‌آموزی تلقی می‌کنند. ما معتقدیم که آموزش و سنجش دو فرایند ضمنی و هم‌زمان باید باشند. مثلاً در مسابقه‌های گروهی خانه‌های ریاضیات، دانش‌آموزان در فضای خلاق مشورت برای کشف ایده حل مسئله، از هم بیشتر می‌آموزند، تا در کلاسی که معلم برایشان همان مسائل را حل می‌کند!

کم‌کم زمان ما برای این گزارش رو به پایان بود و باید از بچه‌ها و مسئولان خانه ریاضیات خداحافظی می‌کردیم. ما از خانه ریاضیات بیرون آمدیم، در حالی که چند دانش‌آموز همراه با والدین خود در حال ورود به آنجا بودند. کنار در ورودی خانه ریاضیات کرج ایستاده بودم که یاد حرف‌های آقای مشهودی افتادم؛ یاد این حرف که: در خانه ریاضیات همیشه به روی دانش‌آموزان علاقه‌مند باز است؛ چه آن‌ها که دوست دارند حضوری بیایند و چه آن‌ها که تمایل دارند از طریق شبکه‌های اجتماعی با ما در ارتباط باشند. ما اینجا هستیم تا شما از ریاضیات لذت ببرید.»



پی‌نوشت

۱. مسابقات الیمپیا با هدف افزایش قدرت تفکر، یادگیری تکنیک‌های مدل‌سازی ریاضی، کار گروهی، تمرین نوشتن یافته‌های علمی و جمع‌بندی و ارائه مطالب هر ساله توسط ریاضی‌دانان هلندی طراحی می‌شود و در خانه‌های ریاضیات برگزار می‌شود.

آدرس:

۱. محل برگزاری برنامه‌های دانش‌آموزی: کرج، ابتدای خیابان شهید بهشتی، ابتدای خیابان فروغی، پژوهش‌سرای دانش‌آموزی معلم، معاونت آموزش
۲. محل برگزاری مسابقه‌های دانش‌آموزی: کرج، انتهای خیابان شهید بهشتی، حصارک، دانشگاه خوارزمی، دانشکده ریاضیات و علوم کامپیوتر، معاونت آموزش
تلفن روابط عمومی: ۰۹۱۹۹۴۹۴۵۸۵

• ۱۰ هفته، ۱۰ کتاب

• حل مسئله تورنمنت شهرها

• ریاضیات چیست؟

• معماهای پیشنهادی دانش‌آموزان

• کتاب‌های پیشنهادی دانش‌آموزان

• معرفی و تحلیل بازی‌های فکری

• پیشگیری از شیوع بیماری‌ها به کمک ریاضی»

مدیر خانه ریاضیات در مورد چگونگی ثبت‌نام و استفاده از امکانات و خدمات خانه ریاضیات برای دانش‌آموزان علاقه‌مند گفت: «ما شرایط خاصی در نظر نگرفته‌ایم. از دانشجویان، معلمان ریاضی، و آموزگاران ابتدایی، گرفته تا دانش‌آموزان و والدین علاقه‌مند می‌توانند برای اطلاع از اخبار فعالیت‌ها و برنامه‌های خانه ریاضیات کرج، از طریق تلفن، شبکه‌های اجتماعی یا به صورت حضوری با ما در ارتباط باشند.»

کارگاه‌های کاربرد ریاضی

در یکی از اتاق‌های خانه ریاضیات با امین پورفهمی روبه‌رو شدیم؛ دبیری باتجربه و تحصیل‌کرده در رشته ریاضی که سرگرم راهنمایی و هدایت چند نفر از دانش‌آموزان بود. آن‌ها سؤالاتی را مطرح کرده بودند و او مسیر حرکت را برایشان ترسیم می‌کرد تا خودشان پاسخ را کشف کنند و از یافته‌های خود لذت ببرند. او که مؤلف کتاب و برگزارکننده کلاس‌های خلاقیت است، در فرصتی مناسب به ما گفت: «من معمولاً در قالب تور یا اردوی علمی، دانش‌آموزان خود را به خانه ریاضیات می‌آورم تا از این فضا، کارگاه‌ها و دوره‌ها استفاده کنند، ریاضیات را از زاویه‌های دیگر هم تجربه کنند و با روند ریاضیات در زندگی بیشتر آشنا شوند. اینجا کارگاه‌های خلاقیت روییک و بازی‌های دیگر را هم داریم که به نوعی با مباحث علم ریاضی مرتبط هستند. برگزاری کارگاه‌های کاربرد ریاضی در زندگی در خانه ریاضیات به نوعی آموزشی متفاوت و چشم‌اندازی بی‌نظیر از ریاضیات را در اختیار دانش‌آموزان ما قرار می‌دهد. چون همواره برای دانش‌آموزان ما این سؤال جدی وجود دارد که ریاضی کجای زندگی ما نقش دارد که در این کارگاه به این سؤال به خوبی پاسخ داده می‌شود. همچنین برگزاری المپیادهای خلاق در این مرکز برای رشد و نمو دانش‌آموزان فعال و باانگیزه جذاب و مفید است و می‌تواند برای این دانش‌آموزان سکوی پرتاب علمی باشد. برگزاری دوره‌های آموزشی و جلسات هم‌افزایی برای دبیران از دیگر نقاط قوت این مرکز است.»

اینجا مشورت تقلب نیست

از این اتاق به آن اتاق، یا از این سالن به سالن دیگر که می‌رفتیم، یک نکته خیلی جالب توجه بود. بین دانش‌آموزان، معلمان و مربیان این حس دیده نمی‌شد که مثلاً باید این نکته را یاد بگیرید و ساعتی بعد یا هفته دیگر آن را امتحان بدهید و نمره بیاورید. در این باره از دکتر بابلیان پرسیدیم. پاسخ او جالب بود. او به ما گفت: «خوش‌بختانه استقبال دانش‌آموزان علاقه‌مند به فعالیت‌های گروهی و فردی از برنامه‌های خانه ریاضیات کرج روزافزون است. زیرا آنچه خانه‌های ریاضیات را از آموزشگاه‌ها متمایز می‌سازد، تأکیدشان بر لذت بردن از فعالیت‌های ریاضیاتی در قالب دست‌ورزی یا حل مسئله خلاق به صورت گروهی و با مشورت یکدیگر است. در پس این یادگیری مشارکتی و غیرمستقیم، نوعی هم‌افزایی با رویکرد

واکسن کرونا

ترسی ندارد!

بیایید کمی فکر کنیم!



• خسرو دودی

کمی فکر کنیم

در سال گذشته موضوع ویروس کرونا و شیوع آن خیلی داغ بود. ابتدا همه مشغول تمیز کردن و ضدعفونی سطح‌ها بودند؛ از کف خیابان‌ها و داخل خودروها بگیر تا خودپردازهای بانک‌ها، کارت‌های بانکی و حتی شست‌وشوی هر چیزی که از بیرون وارد خانه می‌شد! خیلی‌ها می‌ترسیدند که تا ۲۴ ساعت حتی به کتاب و دفترهایی که وارد خانه شده بودند، دست نزنند. بعضی‌ها میوه هم که می‌خریدند، تا ۲۴ ساعت پشت در منزل می‌گذاشتند و بعد برمی‌داشتند. با این حال باز هم همه را ضدعفونی می‌کردند. آن زمان کمتر کسی ماسک می‌زد. بعد از مدتی کم‌کم انتقال از سطح‌ها جای خود را به انتقال از هوا داد و زدن ماسک در همه‌جا اجباری شد. نفس کشیدن برای همه سخت شد. من که هر وقت به مدت طولانی ماسک می‌زنم، سرم درد می‌گیرد. شما چطور؟ به طور حتم همه از این وضعیت خسته شده‌اند. از اواخر دی‌ماه سال ۱۳۹۹ خبر کشف موفقیت‌آمیز واکسن‌ها به تدریج مطرح و همه را امیدوار کرد. خوش‌حال بودیم که کار دارد تمام می‌شود. واکسن آمده و به‌زودی ریشه این بیماری خشک خواهد شد. اما داستان هنوز تمام نشده است. تهیه واکسن، کارایی آن و تزریق طبق نوبت، موضوع تازه‌ای برای همه کشورها شد. این موضوع را از ابعاد متفاوت می‌توان بررسی کرد. خرید یا تولید واکسن چقدر زمان می‌برد؟ توزیع و تزریق آن چقدر وقت‌گیر است؟ چقدر طول می‌کشد که بالای ۷۰ درصد جمعیت یک کشور بتوانند واکسن دریافت کنند؟ اثر و ماندگاری تأثیر واکسن چند ماه است؟ اگر کسی واکسن بزند دیگر مبتلا نمی‌شود؟ آیا همه واکسن می‌زنند؟ زدن واکسن کرونا ترس دارد؟ چرا بعضی‌ها از زدن واکسن خودداری می‌کنند؟ و سؤال‌های بسیار زیادی از این دست اکنون مطرح هستند. در اینجا با محاسبه ریاضی به بعضی از این موارد می‌پردازیم تا وسعت کار برای شما بهتر مشخص شود.



محاسبه کنیم

اکثر واکسن‌هایی که در ایران تولید می‌شوند و یا از کشورهای دیگر وارد شده‌اند، باید در دو نوبت تزریق شوند. یعنی هر کس باید دو دوز واکسن در یک فاصله زمانی مشخص، دریافت کند. «دوز» واحد تزریق واکسن برای هر فرد است که اگر واکسن به صورت مایع باشد، هر دوز که برای یک نفر استفاده می‌شود، ۲ یا ۳ سانتی‌متر مکعب است. ما جمعیت کشور را به‌طور تقریبی ۸۰ میلیون نفر در نظر می‌گیریم. متخصصان معتقدند که واکسن زدن به ۷۰ درصد جامعه برای ایمن شدن آن کافی است. پس با فرض واکسینه کردن ۷۰ درصد از جمعیت کشور:

$$\begin{aligned} 80/000/000 \times 70\% &= 56/000/000 \\ \text{یعنی: } 56 \text{ میلیون نفر حداقل باید واکسن دریافت کنند.} \\ 56/000/000 \times 2 &= 112/000/000 \\ \text{تعداد واکسن مورد نیاز برای دو بار تزریق (دوز)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{یکی از شرکت‌های ایرانی تولیدکننده واکسن اعلام کرد که در یک ماه یک میلیون دوز واکسن می‌تواند تولید کند.} \\ 112/000/000 \div 1/000/000 &= 112 \text{ (ماه)} \\ 112 \div 12 &= 9/3 \text{ (سال)} \end{aligned}$$

یعنی اگر بخواهیم با یک نوع واکسن با این حجم تولید، کشور را واکسینه کنیم، ۱۱۲ ماه یا ۹/۳ سال طول می‌کشد. خوش‌بختانه در کشور ما، سه شرکت موفق شده‌اند واکسن خود را پس از طی آزمایش‌های طولانی و فراوان به مرحله تولید برسانند. اگر همین سه شرکت هر کدام در ماه یک میلیون دوز واکسن تولید کنند، زمان ثلث خواهد شد:

$$\begin{aligned} 112 \div 3 &\approx 37 \\ \text{تقریباً } 37 \text{ ماه} \\ 37 \div 12 &\approx 3 \\ \text{یعنی حدود } 3 \text{ سال} \end{aligned}$$

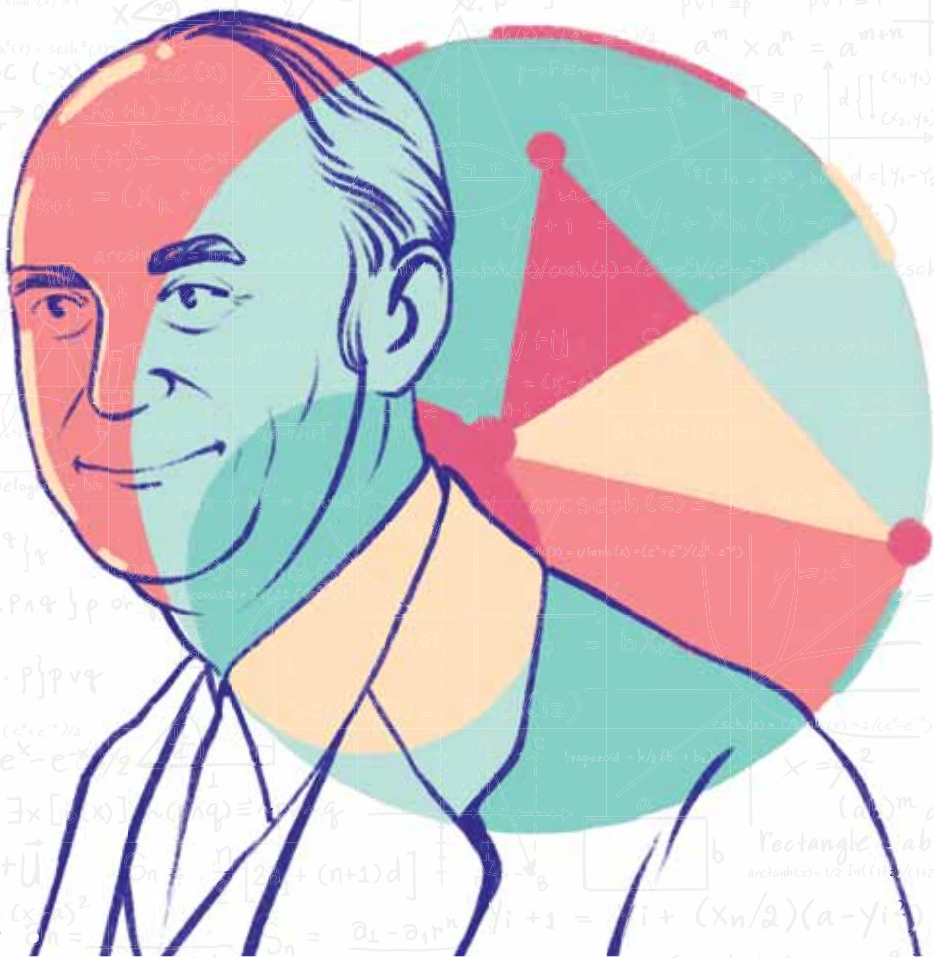
این زمان هم خیلی طولانی است، مگر اینکه مقداری واکسن نیز از خارج وارد کنیم. یک قرارداد برای تولید واکسن مشترک با کشور روسیه و کوبا بسته شده است تا میزان تولید افزایش یابد. فرض کنیم این شرکت مشترک نیز بتواند به اندازه هر سه شرکت داخلی واکسن تولید کند. در این صورت زمان موردنظر نصف خواهد شد.

$$\begin{aligned} 37 \div 2 &= 18/5 \\ 18/5 \div 12 &\approx 1/5 \\ \text{ماه} \\ \text{در حدود یک و نیم سال} \\ \text{به نظر می‌رسد باز هم زمانی طولانی در پیش داریم!} \end{aligned}$$

کمی بیشتر فکر کنیم

طولانی شدن زمان یک مشکل اساسی دارد. ممکن است در مدت تزریق واکسن تعدادی از هم‌وطنان درگیر این بیماری شوند و عده‌ای جان خود را از دست بدهند. از آن مهم‌تر، ممکن است اثر واکسن در بدن کسانی که زودتر واکسن را دریافت کرده‌اند، از بین برود. در واقع پادتن تولیدشده در بدن ممکن است پس از مدتی از بین برود و بدن مقاومت لازم را نداشته باشد. بنابراین سرعت عمل در این زمینه بسیار اهمیت دارد. به این مشکل اساسی باید یک موضوع دیگر را نیز اضافه کرد: ممکن است با طولانی شدن زمان، ویروس جهش یابد و انواع جدید و جهش‌یافته‌ای به وجود بیایند که واکسن‌های موجود روی آن‌ها کارایی نداشته باشند. در همین مدت شاهد بودیم که پس از انتشار ویروس کرونا، انواع جهش‌یافته آن از انگلستان، هند، برزیل و آفریقای جنوبی در بقیه کشورها نیز دیده شد و مشکلات زیادی به وجود آورد. در تمام توضیحات بالا فقط مشکلات و موانع کشور خودمان را بررسی کردیم. با یک نگاه جامع‌تر باید این مشکل را در تمام دنیا بررسی کرد. چرا که اگر در بعضی کشورها با انجام سریع واکسیناسیون به خیال خودشان مشکل را حل کنند، اما اگر سایر کشورها هنوز در این مسیر عقب باشند، کل مشکل کماکان پابرجا خواهد ماند. این مشکل باید به‌صورت جهانی ریشه‌کن شود. با وجود رفت‌وآمدهای فراوان و ارتباطات بسیار گسترده بین کشورهای جهان، در صورتی که این ویروس در کشورهایی ریشه‌کن نشده باشد، پس از چرخش در آن کشور و انتقال توسط عده‌ای، به سایر کشورها مجدداً منتقل می‌شود و ممکن است تمام زحمات قبلی را از بین ببرد: یا اثر واکسن از بین رفته باشد و یا نوع جهش‌یافته ویروس مجدداً مشکلاتی به وجود بیاورد. به همین دلیل است که کشورهای پیشرفته موضوع رفع انحصار و حق کپی کردن را برداشته‌اند تا دسترسی بیشتری برای بقیه کشورها به وجود بیاید و آن‌ها هم در تولید و تکثیر واکسن شریک شوند و بتوانند با همکاری هم این بحران را پشت سر بگذارند. البته باید به کشف داروهای مقابله با این بیماری به مرور زمان نیز امیدوار بود. در حال حاضر تعدادی از کشورها در حال تهیه، آزمایش و تولید دارو هستند. علاوه بر این‌ها، ما به دعای مردم و عنایت خداوند نیز امیدواریم. چرا که بدون خواست خداوند متعال، بشر به‌تنهایی قادر به حل چنین بحران‌هایی نیست و در مقابل عظمت خداوند سیحان ضعیف‌تر و ذلیل‌تر از آن است که بخواهد ادعا کند و تکبر ورزد. پس در کنار تمام تلاش‌های علمی و همکاری در زدن واکسن و رعایت پروتکل‌های بهداشتی، باید دست به دعا برداریم؛ برای رفع مشکلات دعا کنیم و از خداوند کمک بخواهیم.

منبع: خبرگزاری ایسنا، سه‌شنبه ۳ فروردین ۱۴۰۰، دلایل غیرممکن بودن ایمنی گله‌ای در برابر کووید ۱۹، گزارش ایسنا به نقل از ماهنامه علمی پژوهشی نیچر.



انریکو فرمی

تخمین در علوم

روح الله خلیلی بروجنی

روش تخمین

مقدمه

در بسیاری مسائل، دانستن مقدار تقریبی یک کمیت با ضریب ۱۰ کافی است. به همین دلیل اعداد و جواب‌های تخمینی را گرد می‌کنند تا به صورت مضربی از ۱۰ قابل بیان باشد. این مقدار را اصطلاحاً «تخمین مرتبه بزرگی» می‌نامند که به صورت نزدیک‌ترین توان ۱۰ به مقدار واقعی کمیت بیان می‌شود. این نوع تخمین، در علوم و فیزیک و حتی زندگی روزمره کاربرد زیادی دارد. برای مثال، اگر فاصله واقعی دو شهر از یکدیگر ۸۵ کیلومتر باشد، در فرایند تخمین ابتدا آن را به صورت 8.5×10^1 می‌نویسیم. از آنجا که $1/5$ بین ۵ و ۱۰ قرار دارد، آن را به صورت ۱۰ گرد می‌کنیم. در نتیجه فاصله بین این دو شهر را به صورت $10^2 \text{ km} \sim 10^1 \text{ km} = 10 \text{ km}$ تخمین می‌زنیم. در اینجا نماد $\sim$ به معنای «از مرتبه» است (در مسائل ریاضی از این نماد معمولاً برای تقریباً مساوی استفاده می‌شود). به مثالی دیگر توجه کنید. فرض کنید جمعیت واقعی یک شهر ۴۳۸ هزار نفر باشد. برای تخمین مرتبه بزرگی جمعیت این شهر ابتدا آن را به صورت 4.38×10^5 می‌نویسیم. از آنجا که $4/38$ کوچک‌تر از ۵ است، آن را به صورت 10^6 گرد می‌کنیم. در نتیجه مرتبه بزرگی جمعیت این شهر را به صورت زیر تخمین می‌زنیم:

$$438000 = 4.38 \times 10^5 \sim 10^6$$

آیا تا به حال سعی کرده‌اید مدت زمان رسیدن به مقصد را هنگام پیاده‌روی، دوچرخه‌سواری و یا در سفر با خودرو حدس بزنید؟ آیا تاکنون از خود پرسیده‌اید که چگونه می‌توان تعداد ستارگان، جرم آب اقیانوس‌ها، جرم هوای پیرامون زمین (جو زمین)، یا تعداد درختان روی زمین را تخمین زد؟ یا چگونه می‌توان تعداد ضربان‌هایی را برآورد کرد که قلب یک شخص در طول عمرش می‌زند؟ یا چگونه می‌توان تعداد اتم‌های اکسیژن در بدن یک فرد ۶۰ کیلوگرمی را برآورد کرد؟ حدس‌هایی که زده‌اید چقدر به واقعیت نزدیک بوده‌اند؟ گاهی برای شناخت بهتر یک موضوع و کمیت‌های وابسته به آن، نیاز داریم اندازه‌های هرچند غیردقیق (تقریبی) را در علم یا حتی زندگی روزمره خود به کار ببریم. برای این کار از فرایند «تخمین» یا «برآورد» استفاده می‌کنیم. تخمین نه تنها در علم، بلکه در زندگی روزمره نیز روش مفیدی در حل برخی از مسائل است. از تخمین معمولاً در مواردی استفاده می‌کنیم که:

- ۱. دقت بالا در محاسبه‌ها، اهمیت چندانی نداشته باشد.
- ۲. زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.
- ۳. همه یا بخشی از داده‌های موردنیاز در دسترس نباشد.

جو زمین که به مقیاس رسم نشده است.

تصویر



پاسخ: برای برآورد مرتبه بزرگی جرم جو زمین، از رابطه $P = \frac{F}{A}$ استفاده می‌کنیم که در فصل فشار علوم سال نهم با آن آشنا شده‌اید. در این رابطه، به جای F ، وزن جو زمین (mg) و به جای A ، مساحت سطح زمین $(4\pi R^2)$ را قرار می‌دهیم که در آن R شعاع زمین است. به این ترتیب تخمین مرتبه بزرگی مساحت سطح زمین برابر است با:

$$A = 4\pi R^2 = 4 \times 3.14 \times (6400000 \text{ m})^2 = 5.1 \times 10^{14} \text{ m}^2 \sim 10^{15} \text{ m}^2$$

همچنین تخمین مرتبه بزرگی وزن کل جو زمین برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \sim (10^5 \text{ Pa})(10^{15} \text{ m}^2) \Rightarrow F \sim 10^{20} \text{ N}$$

به این ترتیب تخمین مرتبه بزرگی جرم کل جو زمین برابر است با:

$$F = mg \sim 10^{20} \text{ N} \Rightarrow m \sim 10^{14} \text{ kg}$$

تمرین‌های پیشنهادی

- الف) مرتبه بزرگی جرم آب اقیانوس‌ها را تخمین بنزید.
- ب) مرتبه بزرگی جرم نمک موجود در اقیانوس‌ها را تخمین بنزید.
۲. در هر تنفس حدود 500 سانتی‌متر مکعب هوا وارد ریه‌ها می‌شود. مرتبه بزرگی حجم هوایی را که یک انسان در طول عمر خود تنفس می‌کند، بر حسب لیتر تخمین بنزید.
۳. الف) مرتبه بزرگی بخار بنزینی که در هر شبانه‌روز وارد هوای ایران می‌شود چند لیتر است؟
ب) تحقیق کنید در کشورهای دوستدار محیط‌زیست، چه تدابیری می‌اندیشند تا این بخار که برای محیط‌زیست و همچنین سلامتی انسان‌ها بسیار مضر است، وارد هوا نشود.
راهنمایی: برای به دست آوردن مرتبه بزرگی این تخمین، ابتدا باید راه‌هایی را مورد توجه قرار دهید که سبب تولید بخار بنزین و ورود آن به هوا می‌شود. دو مورد از راه‌های تولید بخار بنزین و ورود آن به هوا به صورت زیر است:

- وقتی بنزین خودرویی به تدریج مصرف می‌شود، بالای بنزین درون باک، بخار بنزین تشکیل می‌شود. وقتی خودرو برای سوخت‌گیری به جایگاه پمپ‌بنزین می‌رود، با ورود بنزین به باک، بخار بنزین از آن خارج و به هوای بیرون رانده می‌شود.
- وقتی تانکر سوخت‌رسان در حال تخلیه بنزین به مخزن اصلی جایگاه پمپ‌بنزین است، با ورود بنزین به این مخزن، بخار بنزین درون آن به هوای بیرون رانده می‌شود.

پی‌نوشت:

۱. گروه علوم تجربی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

خوب است بدانید:

انریکو فرمی (۱۹۰۱-۱۹۵۴)، فیزیک‌دان بزرگ ایتالیایی قرن بیستم بود که بیشتر فعالیت‌های علمی خود را در آمریکا دنبال کرد. فرمی نخستین دانشمندی بود که تبدیل عنصرهای سنگین به عنصرهای سبک‌تر را بر اثر بمباران نوترونی بررسی کرد و برای این کار جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۳۸ را دریافت کرد. وی همچنین برای توانایی و علاقه‌اش در طرح و حل مسئله‌های تخمینی (از مرتبه بزرگی) مشهور است. به همین سبب در برخی کتاب‌ها به این گونه مسئله‌ها، مسئله‌های فرمی می‌گویند.

بررسی چند مثال و تمرین

مثال ۱. مرتبه بزرگی حجم (برحسب لیتر) خونی را که قلب یک نفر در طول عمرش پمپ می‌کند تخمین بنزید. قلب در هر ضربان به طور میانگین 70 سانتی‌متر مکعب (70 cm^3) خون به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند.

پاسخ: برای حل این مثال لازم است اطلاعاتی را از قبل بدانید. این اطلاعات را می‌توانید از کتاب‌های درسی سال‌های قبل یا از طریق رسانه‌های دیگر به دست بیاورید.

● قلب یک شخص سالم در هر 80 ثانیه یک بار خون را به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند که می‌توان آن را به صورت 1 S گرد کرد یا برحسب مرتبه بزرگی به صورت 10^0 S نوشت.

● طول عمر میانگین انسان‌ها حدود 75 سال است که به صورت $10^2 \sim 75 \times 10^1 \text{ سال}$ گرد می‌کنیم.

● هر سال تقریباً برابر $365 \times 24 \times 3600 = 3.1536 \times 10^7$ ثانیه نوشت است که می‌توان آن را به صورت $3/1536 \times 10^7$ ثانیه نوشت (برای سادگی و با تقریب خوبی یک سال را می‌توانید به صورت 3×10^7 ثانیه در ذهن خود به خاطر بسپارید!) با توجه به تخمین مرتبه بزرگی و از آنجا که $3/1536$ کوچک‌تر از 5 است، یک سال را به صورت 10^7 ثانیه گرد می‌کنیم.

به این ترتیب، مرتبه بزرگی تعداد ضربان قلب یک انسان در طول عمرش را 10^{21} ضربان تخمین می‌زنیم. با توجه به فرض مسئله، مقدار خونی که در هر ضربان به سرخرگ آئورت پمپ می‌شود را به صورت 70 cm^3 گرد می‌کنیم. بنابراین، حجم خون پمپ شده به سرخرگ آئورت برابر است با:

$$V = 10^9 \times 10^2 \text{ cm}^3 = 10^{11} \text{ cm}^3$$

از آنجا که هر لیتر برابر با 1000 سانتی‌متر مکعب (10^3 cm^3) است، در نتیجه مرتبه بزرگی حجم خونی که قلب یک نفر در طول عمرش پمپ می‌کند برابر 10^8 لیتر است (از مرتبه 10^8 میلیون لیتر!).

مثال ۲. اطراف کره زمین، لایه‌ای از هوا وجود دارد. به این لایه که از گازهای متفاوتی (۷۸ درصد نیتروژن، ۲۱ درصد اکسیژن و ۱ درصد گازهای دیگر) تشکیل شده است، «جو زمین» گفته می‌شود (تصویر ۱). مرتبه بزرگی جرم جو زمین را تخمین بنزید. شعاع زمین را 6400 کیلومتر و فشار جو را در تمام نقاط سطح زمین 10^5 پاسکال فرض کنید.

رد پای طلایی

قسمت اول نسبت طلایی در شانزده اثر باستانی جهان

تخت جمشید/ استان فارس



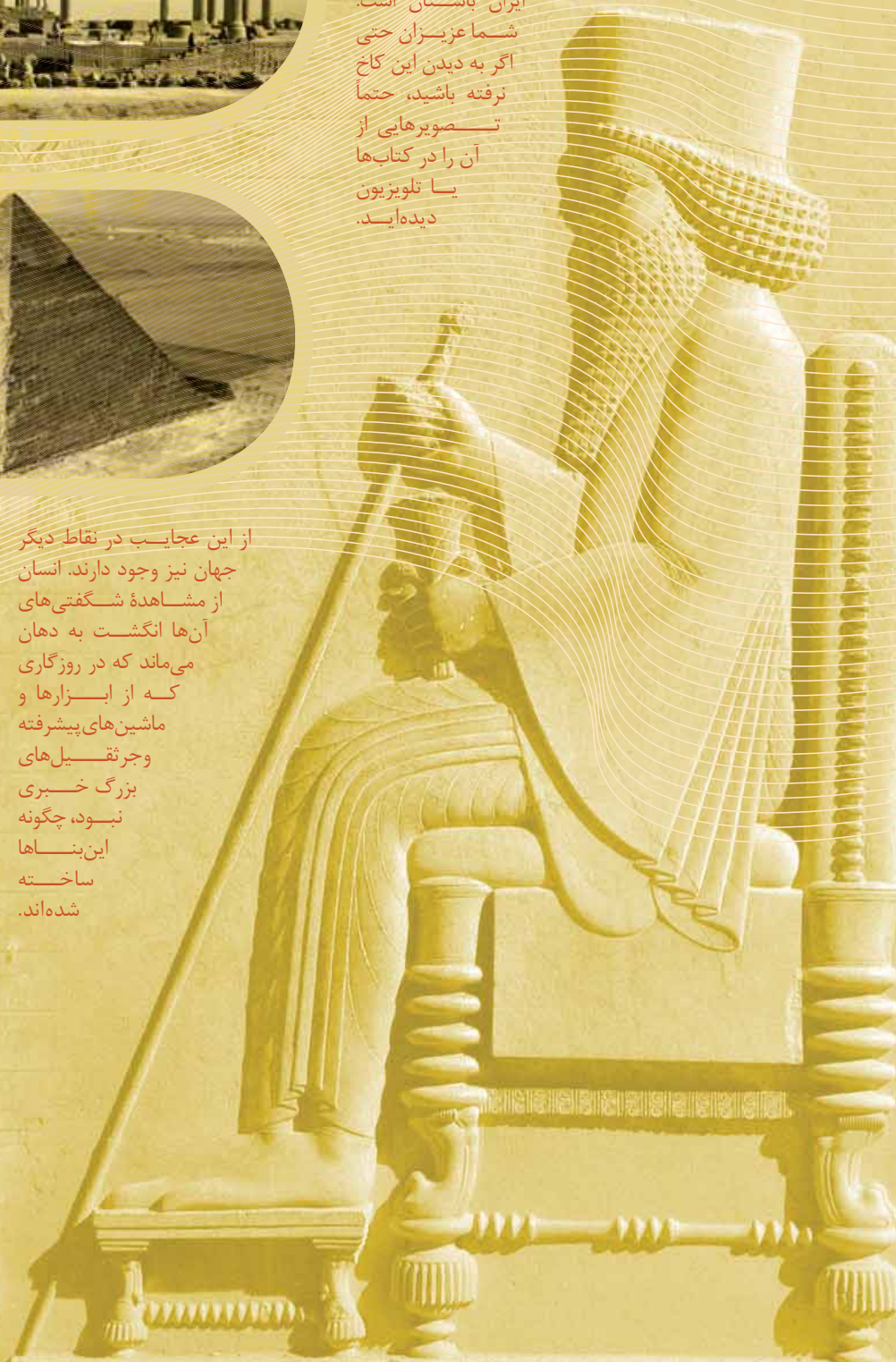
کاخ تخت جمشید (در حدود ۶۰ کیلومتری شیراز) که بقایای آن پس از حدود ۲۵۰۰ سال هنوز عظمت و شکوه این بنای خارق العاده و هوش و فراست سازندگان آن را نشان می دهد، یکی از شاهکارهای معماری ایران باستان است. شما عزیزان حتی اگر به دیدن این کاخ نرفته باشید، حتماً تصویرهایی از آن را در کتابها یا تلویزیون دیده اید.

هرم خوفو/ مصر



پناهایی که در زمان کنونی نیز با وجود انواع وسایل، بشر نه تنها قادر به ساختن آنها نیست، بلکه هنوز تمامی رازها و نکته های ریاضی به کار رفته در ساخت آنها را نیز کشف نکرده است. ما تنها توانسته ایم به گوشه ای از مهندسی و ریاضیات موجود در آنها پی ببریم. یکی دیگر از این عجایب، اهرام ثلاثه مصر است که پس از گذشت حدود ۴۶۰۰ سال هنوز عظمت و زیبایی آنها انسان را به تعجب وامی دارد. تخت جمشید و هرم های مصر دو مورد از ۱۶ اثر باستانی جهان هستند که در این چند مقاله که هر ماه می توانید آنها را دنبال کنید و اکنون در حال مطالعه قسمت اول آن هستید، بررسی خواهند شد. با عدد جالبی به نام «نسبت طلایی» آشنا خواهید شد و خواهید دید که بین فاصله های این ۱۶ اثر، این عدد بسیار دیده می شود. ولی ابتدا باید «عدد فی» یا همان نسبت طلایی را بشناسید.

از این عجایب در نقاط دیگر جهان نیز وجود دارند. انسان از مشاهده شگفتی های آنها انگشت به دهان می ماند که در روزگاری که از ابزارها و ماشین های پیشرفته و جرثقیل های بزرگ خبری نبود، چگونه این بناها ساخته شده اند.



معرفی نسبت طلایی

در ریاضی بعضی عددها خاص هستند، مانند عدد پی (نسبت محیط هر دایره به قطر آن) که در مورد آن چیزهایی می‌دانید. برای مثال آن را با « π » (حرف پی یونانی) نشان می‌دهند. عدد پی، عدد گنگی است و با دقت دو رقم اعشار برابر ۳/۱۴ است. در اینجا می‌خواهم شما را با عدد خاص دیگری که آن هم گنگ است و به «نسبت طلایی» معروف است، آشنا کنم.

عدد $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ را «عدد طلایی» یا «نسبت طلایی» می‌نامند و آن را با ϕ (حرف فی یونانی) نشان می‌دهند. این عدد از دو نظر ویژگی‌های خاصی دارد: یکی از نظر ریاضی و دیگری از نظر وجود آن در طبیعت که باعث زیبایی و جذابیت پدیده‌هایی می‌شود که در اندازه‌های آن‌ها این عدد وجود دارد. به همین خاطر، نقاشان، مجسمه‌سازان، معماران و ... سعی کرده‌اند از این عدد در اثرهای خود استفاده کنند تا باعث زیبایی هرچه بیشتر شود. ویژگی‌های آن عبارت‌اند از:

۱. تنها عدد مثبتی است که اگر یک واحد به آن اضافه شود، مجذورش به دست می‌آید، این یعنی مربع این عدد از خودش یک واحد بزرگ‌تر است. به زبان ریاضی این‌طور می‌شود:

$$\begin{aligned}\phi^2 &= \phi + 1 \\ \phi^2 &= \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{4} \\ &= \frac{5+\sqrt{5}+\sqrt{5}+1}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} \\ &= \frac{2(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{\sqrt{5}+3}{2} \\ \phi + 1 &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+1+2}{2} = \frac{\sqrt{5}+3}{2}\end{aligned}$$

نکته:

عدد $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ نیز دارای همین ویژگی است، ولی توجه داشته باشید که این عدد منفی است و ϕ تنها عدد مثبت با این ویژگی است.

نوبت شما: نشان دهید که مجذور عدد $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ از خودش یک واحد بزرگ‌تر است.

۲. تنها عدد مثبتی است که وارونش از خودش یک واحد کمتر است؛ یعنی:

$$\frac{1}{\phi} = \phi - 1$$

این را هم آزمایش می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\phi - 1 &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}+1-2}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ \frac{1}{\phi} &= \frac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} \\ &= \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\end{aligned}$$

نوبت شما: در مورد عدد منفی $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ این ویژگی را بررسی کنید.

پیش از اینکه به سراغ ویژگی سوم برویم، نمایش اعشاری عدد فی را یاد بگیریم. برای نمایش ϕ به صورت اعشاری باید ابتدا با ماشین حساب یا جذرگیری، $\sqrt{5}$ را به شکل اعشاری داشته باشیم:

$$\sqrt{5} = 2/2360679774$$

این مقدار تقریبی $\sqrt{5}$ با دقت ۱۰ رقم اعشار است. برای محاسبه ϕ ، به این مقدار یک واحد اضافه و سپس آن را نصف می‌کنیم:

$$2/2360679774 + 1 = 3/2360679774$$

$$3/2360679774 \div 2 = 1/6180339887$$

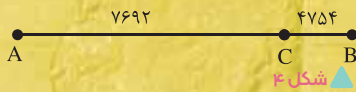
$$\phi \approx 1/6180339887$$

نسبت طلایی با دقت ۱۰ رقم اعشار به دست آمد. البته بیشتر وقت‌ها همان ۱/۶ یا ۱/۶۱۸ را برای ϕ در نظر می‌گیرند؛ همان‌طور که در بعضی از محاسبات که به دقت بالایی نیاز نیست، π را ۳ می‌گیریم. حتماً تا به حال شنیده‌اید که می‌گویند: «وقت طلاست». این یعنی وقت و عمر انسان ارزش زیادی دارد. یا به عنوان مثال، نفت را «طلای سیاه»، زباله را «طلای کثیف» و زعفران را «طلای سرخ» می‌گویند. در واقع چیزهای با ارزش را به طلا تشبیه می‌کنند. خوب! عدد ϕ علاوه بر این دو ویژگی که یاد گرفتیم، چه خصوصیت‌های عجیب دیگری دارد که آن را با ارزش می‌کند؟ همچنین چرا این عدد را نسبت طلایی می‌نامند و نه عدد طلایی؟

دلیل ارزشمند بودن عدد فی این است که انسان آن را در طبیعت کشف کرده است. یعنی نمونه‌های زیادی در جهان هستی و از جمله در بدن خود ما وجود دارند که نسبت برخی از اندازه‌ها با این عدد برابر

$$\frac{MN}{MP} = \frac{72+28}{72} = \frac{100}{72}, \quad \frac{72}{28} \neq \frac{100}{72} \neq \varphi$$

مثال ۲. آیا در شکل ۴ نقطه C پاره خط AB را به نسبت طلایی تقسیم کرده است؟



شکل ۴

$$\frac{AC}{CB} = \frac{7692}{4754} = 1/618005$$

(با دقت ۶ رقم اعشار)

$$\frac{AB}{AC} = \frac{7692+4754}{7692} = \frac{12446}{7692} = 1/618044$$

(با دقت ۶ رقم اعشار)

چون با دقت سه رقم اعشار داریم: $\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC} = \varphi$ پس C نقطه طلایی AB است.

نکته: حتی اگر با دقت دو رقم اعشار یا یک رقم اعشار نسبت‌ها با هم برابر باشند، می‌گوییم پاره خط به نسبت طلایی تقسیم شده است.

برویم سراغ بدن انسان. سه نمونه از وجود عدد فی در اندازه‌های طولی بدن عبارت‌اند از:

۱. نسبت قد انسان به فاصله ناف تا پاشنه پا (ناف یکی از نقطه‌های طلایی بدن است).

نسبت فاصله ناف تا زانو به فاصله زانو تا پاشنه.

نسبت فاصله نوک انگشتان دست تا آرنج به فاصله مچ تا آرنج.

مورد سوم را با شکل ۵ توضیح می‌دهم.



شکل ۵

$$\frac{\text{فاصله آرنج تا نوک انگشت}}{\text{فاصله آرنج تا مچ}} = \frac{\text{فاصله آرنج تا مچ}}{\text{فاصله مچ تا نوک انگشت}} = \varphi$$

می‌توانید آزمایش کنید. البته این تساوی در مورد افرادی که استخوان‌بندی آن‌ها به رشد کامل رسیده (در حدود ۲۰ سال به بالا) به عدد فی نزدیک‌تر است.

در قسمت بعدی با مثلث و مستطیل طلایی و هشت مورد از آن ۱۶ اثر شگرف آشنا خواهید شد.

می‌شود. برای مثال، در گل آفتاب‌گردان دانه‌هایی که به شکل مارپیچ رشد کرده‌اند، نسبت قطر هر مارپیچ به مارپیچ قبلی برابر عدد فی است. در مارپیچ‌های حلزون نیز همین نکته وجود دارد. جای دوری نرویم. در همین بدن انسان (در اندازه‌های استخوان‌ها، فاصله چشم‌ها و گوش‌ها و...) بارها می‌توان حضور این عدد را دید.

تقسیم پاره خط به نسبت طلایی

در شکل ۱، پاره خط PT توسط نقطه S به دو پاره خط PS و ST تقسیم شده است، به طوری که $PS = 30\text{cm}$ و $ST = 8\text{cm}$ می‌گوییم نسبت پاره خط PS به ST برابر $\frac{30}{8}$ یا $3/75$ است.



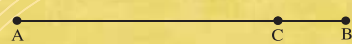
شکل ۱

$$\frac{PS}{ST} = \frac{30}{8} = 3/75$$

اگر پاره خطی را به دو پاره خط غیر هم‌اندازه چنان تقسیم کنیم که نسبت پاره خط بزرگ‌تر به پاره خط کوچک‌تر برابر نسبت کل پاره خط به پاره خط بزرگ‌تر باشد، می‌گوییم این پاره خط به نسبت طلایی تقسیم شده است.

شاید از این تعریف چیز زیادی متوجه نشده باشید، پس روی شکل ۲ توضیح می‌دهم.

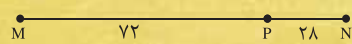
پاره خط AB را در نظر می‌گیریم. فرض کنیم نقطه C روی این پاره خط چنان باشد که $AC > CB$ و $\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC}$ (پاره خط بزرگ‌تر و CB پاره خط کوچک‌تر). در این صورت می‌گوییم نقطه C پاره خط AB را به نسبت طلایی تقسیم کرده است و C را نقطه طلایی AB می‌نامیم. اگر این شرایط به وجود آید، این نسبت برابر عدد فی خواهد بود.



شکل ۲

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC} = \varphi$$

مثال ۱. آیا نقطه P در شکل ۳ پاره خط MN را به نسبت طلایی تقسیم کرده است؟



شکل ۳

پاسخ: نقطه طلایی P پاره خط MN نیست، زیرا: $\frac{MP}{PN} = \frac{72}{28}$

نشای بادمجان هم حساب و کتاب می‌خواهد حاج اکبر و نشای ونگون!

بادمجان یکی از محصولات کشاورزی سبلمان است که هنوز به روش سنتی کشت می‌شود. البته بادمجانی که به روش سنتی کشت می‌شود، طعم خاص خود را هم دارد. در این روش پس از شخم‌زدن زمین و آماده‌سازی آن، جوی‌هایی به عمق تقریباً ۳۰ سانتی‌متر و عرض ۴۰ سانتی‌متر درمی‌آورند و آن را پر آب می‌کنند. سپس نشاهای بادمجان را از خزانه بیرون می‌آورند و در لبه‌های جوی‌های پر آب در زمین کشت می‌کنند.



آقا رضا که کشاورز ماهری بود، می‌گفت فاصله بین هر دو نشا ۲۵ سانتی‌متر است. یعنی برای هر متر به چهار نشا نیاز است. با محاسبه طول مسیری که نشا می‌شود، به راحتی می‌توان تعداد دقیق نشاها را حساب کرد. در آخر برای اینکه احتمال خراب‌شدن بعضی از نشاها وجود دارد، چند نشای اضافه هم در نظر می‌گیریم. مثلاً اگر طول مسیر نشاکاری ۱۲۰ متر باشد، ۴۸۰ نشای اصلی نیاز داریم و ۲۰ نشا هم برای خطاهای احتمالی، و در نهایت به ۵۰۰ نشا نیاز داریم.



این مراحل باید به سرعت انجام شوند تا نشاها سبز شوند. به همین منظور همسایه‌ها و دوستان به کمک هم می‌آیند تا هم کار بهتر انجام شود و هم هزینه‌های کارگری کاهش پیدا کند. حاج اکبر، همسایه ما هم امسال همانند هر سال زمین‌ها را آماده کرده بود که بادمجان‌ها را نشا کند. همسایه‌ها هم آمده بودند و پس از پرشدن جوی‌های آب مشغول نشاکاری شدند. اما پس از مدتی نشا تمام شد و حاج اکبر پسر خود را فرستاد تا ۱۰۰ نشای دیگر بیاورد. در این مدت همسایه‌ها معطل شدند تا نشاها برسد. کار را شروع کردند، اما باز هم پس از مدتی نشا تمام شد. دوباره پسر حاج اکبر رفت و پس از مدتی با نشا برگشت. در این مدت حاج اکبر و همسایه‌ها حساسی عصبانی شده بودند، چرا که همه از کارهای خود عقب مانده بودند.



البته حاج اکبر کشاورز قابلی است، اما چون چندی قبل به بیماری کرونا مبتلا شده بود، نتوانسته بود به این جزئیات بپردازد. این یک مورد کوچک بود که نشان داد محاسبه و پیش‌بینی نکردن چه ضررهایی دارد. اما اگر همه کشاورزان همین کار را بکنند، در کل به کشور ضرر بزرگی وارد می‌شود که جبران آن سخت است.





دکتر کرمزاده

رياضی‌دان و عاشق رياضيات مدرسه‌ای

● دکتر رضا حیدری قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران ● تصویرگزاسام سلماسی

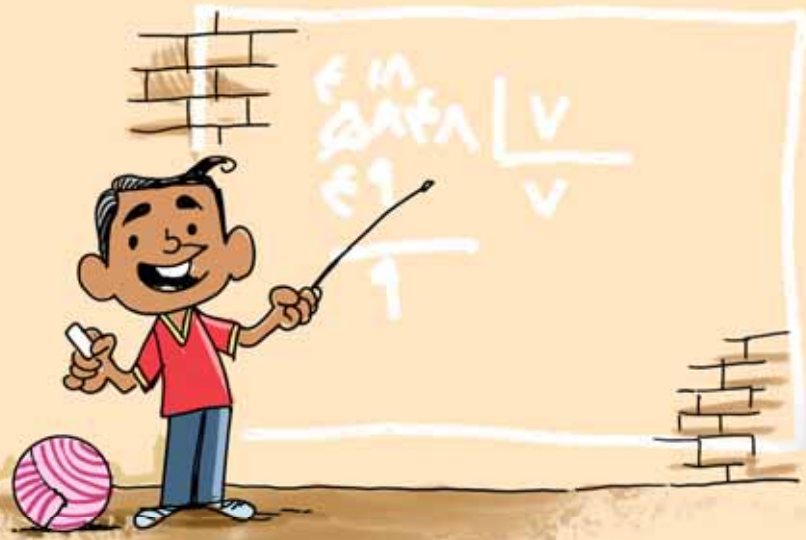


۱ دوستانش او را امید صدا می‌کنند. محبوبیت فراوانی میان دانشجویان و همکارانش دارد. عاشق رياضيات است و آن را بر هر چیز دیگری ترجیح می‌دهد و در عین حال، آماده است تا اشتیاق و لذتش را با دیگران سهیم شود. مهربان، ساده، بذله‌گو، شاد، اهل معاشرت و دوست‌داشتنی است. بعضی وقت‌ها که از کار ریاضی خسته می‌شود، ظرف می‌شوید، در پختن غذا به همسرش کمک می‌کند، گوشت خرد می‌کند یا ماهی تمیز می‌کند. سبزی را حتماً خودش می‌شوید، اما جارو کردن را دوست ندارد. به قول یکی از شاگردانش: قدی میانه، سینه‌ای ستبر و شانه‌هایی پهن دارد که خبر از نیروی بدنی عظیمی می‌دهد. بیشتر به وزنه‌برداری یا کشتی‌گیری کهنه‌کار شبیه است تا ریاضی‌دان! ورزش مورد علاقه‌اش پینگ‌پنگ است و در آن متبحر.

۲ امیدعلی شهینی کرمزاده در سال ۱۳۲۳ در مسجد سلیمان چشم به جهان گشود. دوران ابتدایی و دبیرستان را در این شهر گذراند. وقتی دیپلم گرفت، شاگرد اول سراسر استان خوزستان بود. اما اکنون به عنوان کسی که همیشه شاگرد اول بوده، معتقد است که: «در مملکت ما شاگرد اولی چیز خیلی بدی است.» چون ممکن است شاگرد دوم فاصله خیلی کمی با شاگرد اول داشته باشد. بنابراین توصیه می‌کند که به جای شاگرد اول، دوم و سوم، مجموعه شاگرد اول‌ها، مجموعه شاگرد دوم‌ها، و مجموعه شاگرد سوم‌ها داشته باشیم. در سال ۱۳۴۸ مدرک کارشناسی رياضيات محض را از دانشگاه تهران اخذ کرد و بلافاصله برای ادامه تحصیل راهی انگلستان و «دانشگاه اکستر» شد. سال ۱۳۵۰ دوره کارشناسی ارشد را به پایان برد و در سال ۱۳۵۳ از رساله دکتری خود در رشته «جبر ناجابه‌جایی» دفاع کرد و به کشور بازگشت. از همان سال ۱۳۵۳ کار خود را در دانشگاه شهید چمران اهواز (جندی‌شاپور سابق) آغاز کرد و منشأ خدمات فراوانی در این دانشگاه شد. او سال‌ها به عنوان رئیس دانشکده علوم ریاضی و رایانه این دانشگاه یا مدیر گروه ریاضی آن خدمت کرد و در تأسیس دوره‌های تحصیلات تکمیلی ریاضی در این دانشکده نقش تعیین‌کننده‌ای داشت. با آنکه در سال ۱۳۹۷ بازنشسته شده، اما همچنان مشغول کار و تحقیق است.

۳ امید نویسنده‌ای تواناست. این را می‌توان از مطالعه کتاب‌ها و مقاله‌های وی به خوبی فهمید. از ایشان مقاله‌های تخصصی بسیاری در مجله‌های معتبر داخلی و خارجی به چاپ رسیده است. تعداد کمی ریاضی‌دان اهل قلم داریم که مقاله‌های عمومی قابل توجهی داشته باشند. در این زمینه دکتر کرمزاده کم‌نظیر است. او با شرکت در کنفرانس‌های ریاضی، سخنرانی‌ها و مقاله‌های عمومی نابی در زمینه ریاضیات ارائه می‌کند. به علت تلاش برای عمومی کردن دانش ریاضی، در سال ۱۳۸۳ موفق به کسب «جایزه ترویج علم ایران» شد. کرمزاده در سال ۱۳۸۴ به عنوان چهره ماندگار کشور معرفی شد.





۴ دکتر کرمزاده

را می‌توان یکی از بنیان
المپیادهای علمی ایران
دانست. ۱۵ سال در جریان
کارهای المپیاد ریاضی بود و در آموزش
دانش‌آموزان المپیادی مشارکت جدی داشت.

عشق کرمزاده به حل مسئله، او را به آنجا کشاند که
بارها برای تدریس در کلاس‌های المپیاد ریاضی، راه
طولانی اهواز تا تهران را با قطار یا اتوبوس‌های لکنته
آن زمان طی می‌کرد تا ذهن‌های مشتاق، مستعد و

جوان را در تجربه‌های ریاضی خود سهیم کند. چند سالی هم دانش‌آموزان منتخب را به اهواز می‌بردند تا در کلاس‌های آمادگی المپیاد
استاد شرکت کنند و از بین آن‌ها تیم ایران انتخاب می‌شد. کرمزاده در چند دوره نیز به عنوان سرپرست تیم اعزامی ایران در المپیاد
جهانی ریاضی حضور داشت؛ از جمله در هر دو دوره‌ای که مرحوم مریم میرزاخانی عضو تیم کشورمان بود و مدال طلا گرفت. در سال
۱۳۷۷ در کشور تایوان و در بین حدود ۸۰ کشور، تیم ایران با سرپرستی ایشان مقام اول جهان را کسب کرد. دانش‌آموزان ایرانی از سال
۱۳۶۶ در المپیاد جهانی ریاضی شرکت می‌کنند. آن‌ها در اولین حضور رسمی خود مقام بیست و ششم جهان را به دست آورده بودند.

۵ دکتر کرمزاده معلمی تمام عیار است. تمام کسانی که پای صحبت یا سخنرانی وی نشسته‌اند، از نحوه برخورد وی با مسائل علمی،
آموزشی و تحقیقاتی استفاده کرده و سود برده‌اند. سخنرانی‌های وی در کنفرانس‌های ریاضی برای مخاطبان جذاب و انگیزه‌بخش است.
او نقل می‌کند: از بچگی مثل همه بچه‌ها به اسباب‌بازی علاقه داشتم، ولی به خاطر شرایط مالی نمی‌توانستم هر چه که می‌خواهم داشته
باشم. بنابراین از کلاس سوم دبستان، ریاضی برایم مثل یک اسباب‌بازی و سرگرمی بود.

ابتدا دوست داشتم معلم شوم. چون از پایه پنجم دبستان علاوه بر خواندن درس، تدریس هم می‌کردم و شوق و ذوق معلمی در من
شکل گرفته بود. هر چند که با پول تدریس می‌رفتیم سینما، اما تدریس به بچه‌ها باعث شد که درس‌ها را جدی‌تر بخوانم. در دبیرستان
از معلم ریاضی‌ام، آقای گیتی‌زاده، واقعاً ایده گرفتم. ایشان خیلی مشوق من بود. وقتی علاقه مرا به ریاضی دید، سؤال‌های خیلی سخت
مطرح می‌کرد و برایش پول جایزه می‌گذاشت. من هم همیشه برنامه‌ام این بود که بالاخره این پول را از ایشان بگیرم. به این صورت، مرا
به کار جدی در ریاضی تشویق می‌کرد.

۶ وقتی از دبیرستان فارغ‌التحصیل شدم، هیچ منبع ریاضی نبود که من قبلاً آن را مطالعه و مسئله‌ای از آن را حل نکرده باشم. وقتی
که لیسانس گرفتم متوجه شدم که اگر با مدرک دیپلم هم به انگلستان می‌رفتم، می‌توانستم مدرک فوق لیسانس و دکترا بگیرم؛ چرا که
معلومات بسیاری در مدرسه کسب کرده بودم.

به نظرم ریاضی اصلاً سخت نیست. قشنگی مسائل آن در این است که با کمی تلاش حل می‌شوند. تازه هر کاری که راحت انجام شود
که کار نیست. یکی از معلم‌های ریاضی تأثیرگذار روی من، تکیه کلامش این بود: «تا چشم به هم بزنی، ۵۰ سال گذشته.» اما برای ما از
شنبه تا جمعه یک عمر می‌گذشت! به این خاطر در دل می‌خندیدیم. اما الان احساس می‌کنم که باید می‌گفت: «تا می‌خواهی چشم به
هم بزنی، ۵۰ سال گذشته است.»

۷ دکتر کرمزاده سال‌های متمادی عضو نهادهای علمی ایران، از جمله «پژوهشگاه دانش‌های بنیادی»،
«انجمن ریاضی ایران» و «فرهنگستان علوم» است و دانش‌آموختگان بسیاری را در سطوح دکترا و
کارشناسی ارشد تحویل جامعه ریاضی داده است. او در سال‌های دفاع مقدس به هیچ وجه خانه و
کاشانه خود را، حتی هنگامی که در اثر بمباران منزلشان آسیب دید، ترک نکرد. در ضمن، دختر
ایشان هم استاد ریاضی هستند.

منبع:

ممتحن، احسان (۱۳۸۰). نتایج
باورنکردنی در ریاضیات. انتشارات
دانشگاه شهید چمران. اهواز.



۸ مسئله: آیا دو عدد گنگ مثل a و b وجود دارند،
به طوری که a^b عددی گویا شود؟ (این مسئله، از مقاله
ارائه‌شده در بیست و پنجمین کنفرانس ریاضی کشور
توسط دکتر کرمزاده با عنوان «نتایج باورنکردنی در
ریاضیات» انتخاب شده که استاد به نقل از هالموس آن
را در مقاله خود آورده و راه‌حل‌های متفاوتی برای آن
ذکر کرده است).
تذکر: برای بررسی درستی جوابتان رمزینه را اسکن کنید.

قسمت اول

یخ‌ها آب می‌شوند؛ مسئله این است!

● شراره تقی دستجردی ● محسن رحیمی پیرانفر

می‌داد چرا در درس ریاضیات همه چیز آن‌طور که باید خوب پیش نمی‌رود و اینکه مشکل واقعاً کجاست. این کارها برای هیوا به اندازه کافی اعصاب‌خردکن بودند و حالا این خبر را هم اضافه شده بود.

هیوا خبر را در اینترنت جست‌وجو کرد تا مطمئن شود که جعلی نیست. متأسفانه خبر واقعیت داشت و دنیا داشت پیش چشمان او یکی از نمادین‌ترین حیواناتش را از دست می‌داد. چشمش به صفحه گوشی خیره مانده بود، اما انگار در قطب شمال و بین جمعیت زیادی از خرس‌های سفید در حال مرگ گیر کرده بود. انگشت‌هایش یخ کرده بودند و از سؤال‌های زیادی که هر لحظه هم تعدادشان بیشتر می‌شد، سرش گیج می‌رفت: دنیای بدون خرس‌های قطبی چگونه دنیایی است؟ بچه‌هایی که در چنین دنیایی متولد می‌شوند، از قطب شمال

هیوا در حال جست‌وجو در فضای مجازی بود که به این خبر رسید: «ذوب یخ‌ها و انقراض تدریجی خرس‌های قطبی» خرس‌های قطبی دارند منقرض می‌شوند؟! همان موجودات دوست‌داشتنی که همیشه برای هیوا شگفت‌انگیز و باشکوه بودند. همان پشمالوهای برفی که نمی‌توانست دنیا را بدون آن‌ها تصور کند. دنیا همین‌طوری هم با مدرسه و ریاضیات به‌دردنخورش برای هیوا کلافه‌کننده و بدون جذابیت بود و حالا قرار است خرس‌های قطبی هم او را در آن تنها بگذارند؟ از این دنیا دیگر چه چیز برای او باقی خواهد ماند؟

برای هیوا روزها به‌خوبی نمی‌گذشتند. او سر کلاس درس تمرکز لازم را نداشت. همه درس‌ها یک‌طرف، ریاضی هم یک‌طرف. هیوا چیز زیادی از ریاضیات نمی‌فهمید و اعتمادبه‌نفسش را هم از دست داده بود. بدتر آنکه هر روز باید برای مادرش توضیح



چه تصویری خواهند داشت؟ آیا اصلاً کسی برای خرس‌های چاق و پشمالویی که دارند یواش‌یواش از روی زمین محو می‌شوند، نگران است؟ و اصلاً چرا خرس‌های قطبی باید منقرض شوند؟!

ناگهان صدای بلندی هیوا را به اتاقش در خانه‌شان برگرداند: «به جای اینستاگرام به درست برس. هنوز تکلیف‌های ریاضیات را تمام نکرده‌ای!»

این صدای بلند که مثل چماقی بر سر هیوا فرود آمد و کاسه صبر او را لبریز کرد، صدای مادرش بود. هیوا سرش را از روی گوشه به سمت مادرش برگرداند که با یک بشقاب میوه بالای سرش ایستاده بود و بی‌اختیار داد زد: «من از ریاضی متنفرم!» و اشک از چشم‌هایش جاری شد. مادر که انتظار چنین واکنشی را نداشت، برای چند لحظه نمی‌دانست باید چه کار کند. هیوا تقریباً همیشه بچه آرام و مؤدبی بود و حالا ... مادر با خودش فکر کرد که چه چیز فرزندش را این‌طور از کوره به در برده؟ بدون شک هرچه هست باید زیر سر اینستاگرام باشد. مادر کنار هیوا نشست و خواست تا هیوا گوشه را به او بدهد. هیوا گوشه را به مادر داد، اما همچنان گریه می‌کرد و حالا حتی گریه‌اش به هق‌هق تبدیل شده بود. مادر که سعی می‌کرد خونسردی خودش را حفظ کند، دستش را دور شانه‌های هیوا حلقه کرد و با لحن ملایم‌تری پرسید: «چه خبر شده؟»

هیوا خودش را در آغوش مادر رها کرد و همچنان که هق‌هق می‌زد گفت: «خرس‌های قطبی دارند می‌میرند ... خرس‌های قطبی دارند از روی زمین منقرض می‌شوند!»

برای مادر عجیب بود که این خبر چنین تأثیری بر هیوا داشته است. با این حال اجازه داد که فرزندش در آغوشش آرام گیرد و برای اینکه حرفی زده باشد، به آرامی گفت: «ولی عزیزم هنوز که خرس‌های قطبی منقرض نشده‌اند!»

این جمله برای چند لحظه هیوا را ساکت کرد. سرش را از روی شانه مادرش برداشت و طوری که انگار چراغی در دنیای تاریکش روشن شده باشد، به مادرش زل زد. مادر ادامه داد: «هیوا جان تا جایی که من می‌دانم، خرس‌های قطبی هزاران سال است که روی زمین زندگی می‌کنند. فکر نمی‌کنم حالا حالاها منقرض شوند.»

این جواب با اینکه آن قدری که هیوا انتظار داشت همدلانه نبود، ولی سؤالی را در ذهنش ایجاد کرد که هیوا به جواب آن

واقعاً نیاز داشت. پرسید: «یعنی کی منقرض می‌شوند؟» مادر جواب سؤال را نمی‌دانست. از یک طرف می‌دید که وبگردی‌های گاه و بی‌گاه، تمرکز فرزندش را از او گرفته بودند و از طرف دیگر نمی‌توانست خواهشی را که برای دانستن در چشم‌های هیوا بود، نادیده بگیرد. گوشه را به هیوا پس داد و از او خواست تا خودش جست‌وجو کند. هیوا در اینترنت جست‌وجو کرد.

خبرها حتی برای مادر هم تکان‌دهنده بودند. هیوا با صدایی که به‌زور شنیده می‌شد گفت: «من واقعاً نگران خرس‌های قطبی هستم؛ نمی‌خواهم آن‌ها از بین بروند.» مادر گفت: «به نظرم حالا دیگر می‌دانیم خرس‌های قطبی منقرض می‌شوند.»

لحنش طوری بود که نشان می‌داد این بار موضوع واقعاً برایش اهمیت دارد.

هیوا گفت: «طبق این خبر ظرف ۳۰ سال، دوسوم خرس‌ها از بین می‌روند. فکر کنم یعنی هر ۱۵ سال، یک سومشان، یعنی ۴۵ سال دیگر هیچ خرس قطبی در دنیا وجود ندارد!»

مادر بعد از مدت‌ها فرزندش را این‌طور به حساب علاقه‌مند می‌دید. او می‌دانست که هیوا بچه باهوشی است و اگر این علاقه و پشتکار را در درس‌های مدرسه از خودش نشان بدهد، همه مشکلات آن‌ها حل می‌شود. با این حال هنوز به نظرش چیزی درست نبود. پس گفت: «اما من مطمئن نیستم که اوضاع همیشه همین‌طور بماند.»

هیوا پاسخ داد: «منظورتان را نمی‌فهمم.»
مادر: خب، خرس‌های قطبی روی توده‌های بزرگ یخ در قطب شمال زندگی می‌کنند.

هیوا: بله، برای همین به آن‌ها خرس‌های قطبی می‌گویند.
مادر: فکر می‌کنی چقدر طول بکشد تا همه یخ‌های قطبی آب شوند و خرس‌های قطبی دیگر جایی برای زندگی نداشته باشند؟
هیوا: ۴۵ سال.

مادر: ولی چطور است که در اخبار آمده که خرس‌های قطبی تا سال ۲۱۰۰ منقرض می‌شوند و نه تا ۴۵ سال دیگر که می‌شود سال ۲۰۶۵؟

سؤال به‌جایی بود و هیوا جواب آن را نمی‌دانست. مادر ادامه داد: «خب بیا متن همین خبر را با هم دقیق‌تر بخوانیم.»

هیوا گویی با خودش حرف می‌زد گفت: «خب این یعنی که هر ۱۰ سال، ۱۳ درصد از یخ‌های قطبی آب می‌شوند. یعنی در سه دهه آینده ۳۹ درصد از یخ‌های قطبی آب خواهند شد.»

خبرگزاری ایرنا - خرس‌های قطبی بزرگ‌ترین گوشت‌خواران خشکی هستند اما با گرم شدن زمین زندگی آن‌ها نیز با خطر مواجه شده به‌طوری که گفته می‌شود تا سال ۲۰۵۰ دوم سوم جمعیت ۳۰ هزار قلاده‌ای خرس‌های قطبی نابود خواهد شد.
خبرگزاری ایرنا - تحلیل تصاویر ماهواره‌ای نشان داده است که روند ذوب یخ‌های قطب شمال در اثر گرم‌شدن زمین هر دهه ۱۳ درصد افزایش داشته است.

شاخه‌های ریاضیات • جعفر ربانی

یا اندازه‌ی لباس‌تان، تعداد کتاب‌هایی که دارید و تعداد هر چیز دیگر، شماره‌ی تلفن منزل، شماره‌ی تلفن همراه، کد ملی، کد پستی منزلتان، ساعت در این لحظه، تاریخ امروز، عدد روزهای هفته، ماه و سال، تعداد انگشتان دست، شماره‌ی عینک چشم‌تان (اگر عینک دارید)، وزن بدن‌تان، فاصله‌ی شما با مدرسه‌تان، نقشه‌ی شهر یا کشورتان، تعداد ضربان قلب شما، فشار خون، نمره‌های درسی، شکل‌های هندسی که پیرامون خود می‌بینید (مربع، مثلث و ...)، حجم‌های هندسی که می‌بینید (کره، مخروط، هرم و ...)، قبض آب و برق ماهانه‌ی منزلتان و ...

هر یک از این موارد را تنها با زبان ریاضی می‌توان بیان کرد. اگر کسی فقط و فقط زبان مادری و تکلم کردن را بداند، هیچ یک از موارد بالا برایش قابل درک نخواهد بود. مثلاً اگر از فردی بی‌سواد، اگر چه زبان مادری خود را خوب می‌داند، بپرسید: «چه سالی متولد شده‌ای؟» یا بپرسید: «شماره‌ی شناسنامه‌ات چیست؟» احتمالاً در پاسخ سؤال اول شما، مثلاً می‌گوید: «بعد از برادر بزرگم به دنیا آمدم» و در پاسخ به سؤال دوم، شناسنامه‌اش را اگر داشته باشد به شما بدهد و بگوید: «خودت بخوان ببین چند است!»

بله، ریاضی هم‌زبان است؛ اما زبانی که ما را با طبیعت و محیط بیشتر آشنا می‌سازد. **ریچارد فاینمن**، یکی از فیزیک‌دانان بزرگ عصر ما، گفته است: «طبیعت با ما به زبان ریاضی سخن می‌گوید.»

نیوتن و گالیله

انسان از روزی که خودش را شناخت کم‌کم با زبان ریاضی هم آشنا شد، اما ریاضیاتی که می‌دانست تا قرن‌ها فقط برای شمارش و حساب کردن به کار می‌رفت و هنوز «زبان ریاضی» برایش معنای چندان نداشت. اما از زمانی که دو دانشمند بزرگ و بی‌نظیر، یعنی گالیله (در قرن شانزدهم) و سیس نیوتن (در قرن هفدهم) پا به جهان گذاشتند و از طریق علم ریاضی به اکتشافات بزرگی در نجوم و فیزیک نائل شدند، ریاضی بیش‌ازپیش اهمیت پیدا کرد و «زبان علم» شد؛ به‌طوری که امروز تقریباً هیچ علمی را نمی‌شناسیم که از ریاضیات بی‌نیاز باشد؛ به‌ویژه رشته‌های فنی مهندسی و حرفه‌ای و از این‌ها بالاتر، رشته‌های رایانه و ارتباطات.

شاخه‌های ریاضیات

همان‌طور که گفتیم ریاضیات شاخه‌هایی دارد: شاخه‌هایی اصلی و شاخه‌هایی فرعی که بر پیکر شاخه‌های اصلی روییده‌اند. برای مثال، «عدد» یک شاخه‌ی اصلی در ریاضیات است و شاخه‌های فرعی آن عبارت‌اند از: حساب، چهار عمل اصلی، جذر، توان، لگاریتم، تصاعد و ...

یا «هندسه» شاخه‌ی اصلی است و شاخه‌های فرعی آن عبارت‌اند از: هندسه‌ی مسطحه، هندسه‌ی فضایی، هندسه‌ی راقومی و ...

در پایان تعدادی از شاخه‌های اصلی ریاضیات را نام می‌بریم و از شماره‌ی آینده در هر شماره یکی از آن‌ها را به تفصیل بیشتری برایتان شرح می‌دهیم. این شاخه‌ها عبارت‌اند از: عدد، حساب، هندسه، جبر، مثلثات، مجموعه‌ها، حسابان، آمار و احتمال.

دانش‌آموزان عزیز و خوانندگان عزیزتر برهان ریاضی، در این دوره از مجله دفتر تازه‌ای برایتان گشوده‌ایم به نام «شاخه‌های ریاضیات» تا بدون اینکه وارد بحث عددها و رقم‌ها، مسئله‌ها و حل مسئله‌های ریاضی، و حتی معماها و سرگرمی‌ها شویم، شما را با مباحث گوناگون ریاضی و شاخه‌های این علم، و بهتر است بگوییم این «علم زیبا»، آشنا کنیم. به نظر ما آشنایی با این شاخه‌ها علاوه بر اینکه به دانش ریاضی شما اضافه می‌کند، موجب می‌شود در سال‌های آینده، به‌ویژه در دوره‌ی متوسطه با ذهن بازتری با درس‌های ریاضی روبه‌رو شوید. اکنون برای شروع به این واژه‌ها توجه کنید: عدد، کسر، اعشار، تصاعد، مشتق، لگاریتم، عدد گویا، عدد گنگ، چهار عمل اصلی، حساب، جبر، آمار و احتمال، مثلث، زاویه، عدد اول، عدد حقیقی، عدد طبیعی، مثلثات، سینوس، هذلولی، سهمی، هرم - مخروط، مقاطع مخروطی، تقارن، ماتریس، دترمینان، مجموعه‌ها، میناها، تابع، متغیر، معادلات، اتحادها، هندسه، جبر، مکان هندسی، هندسه تحلیلی، نامعادله، تناظر یک‌به‌یک، قدر مطلق، رادیکال، جذر، کعب، توان، فراکتال، اعداد طلایی، قضیه‌ی هندسی، سور، عدد موهومی، مساحت، حجم، طول، سری‌ها، هندسه اقلیدسی، هندسه نااقلیدسی، دستگاه مختصات و ...

یک بار دیگر این واژه‌ها و اصطلاح‌ها را بخوانید و زیر آن‌هایی را که می‌شناسید، یعنی با آن‌ها آشنا هستید، خط قرمز بکشید. سپس فکر کنید که بقیه هر یک به چه معنا می‌تواند باشند.

این‌ها تعداد اندکی از واژه‌ها و اصطلاح‌های ریاضی هستند و اگر بخواهیم ادامه دهیم، به چندین هزار هم خواهد رسید. ما می‌خواهیم در این سلسله نوشته‌ها که در دوره‌ی جدید مجله (۱۴۰۱-۱۴۰۰) خواهید خواند، شما را با بعضی از مهم‌ترین این واژه‌ها که هر یک به تنهایی شاخه‌ای مهم از علم ریاضیات است، آشنا کنیم. اما قبل از هر چیز می‌خواهیم از «زبان ریاضیات» برایتان بگوییم. پس ادامه می‌دهیم.

زبان ریاضیات

همه‌ی انسان‌های روی زمین دست کم با دو زبان با یکدیگر ارتباط برقرار می‌کنند: یکی زبان مادری و دیگری زبان ریاضی. زبان مادری همین زبانی است که همه‌ی مردم از کودکی خودبه‌خود می‌آموزند و با آن زندگی می‌کنند؛ مثل زبان فارسی، زبان عربی، زبان انگلیسی، زبان چینی و حتی زبان‌های محلی. اما ریاضی هم زبان است! چرا؟ زیرا آن هم وسیله‌ای است برای ارتباط و شناخت؛ هم ارتباط با دیگران، اشیا و پدیده‌ها، و هم شناخت پدیده‌ها. برای اینکه اهمیت زبان ریاضی را بهتر درک کنید، هم اکنون خودتان را در نظر بگیرید و ببینید در هر ساعت یا هر روز و حتی در هر لحظه با مواردی که در زیر می‌خوانید، و همه نیز با ریاضی فهمیده می‌شوند، چقدر سروکار دارید:

شماره‌ی شناسنامه، روز تولد، سن کنونی خودتان، اندازه‌ی قد و نمره‌ی کفش

قدر مطلق درد و درهکان آن!

درمانگاه • افشین خاصه خان
ریاضی



ویزیت

برای تشخیص مشکل تفکر ریاضی مبین، ایده ناموفق او را در مورد حل این سؤال پرسیدم. او گفت: «استاد می‌دانیم اگر عدد یا عبارت داخل قدر مطلق مثبت یا صفر باشد، بدون تغییر از قدر مطلق بیرون می‌آید و اگر منفی باشد، قرینه آن از قدر مطلق خارج می‌شود؛ اما من در مشخص کردن علامت عبارت‌ها اشتباه می‌کنم. مثلاً از فرض $-1 < a < 2$ می‌توانم علامت $a-2$ را تشخیص دهم، اما علامت $b-a$ را نه.»

از او خواستم راه حلش را بنویسد. او نوشت:

$$|a-2| + |b-a| - |b+1| = -(a-2) + b-a - (b+1) \\ = -a+2+b-a-b-1 = -2a+1$$

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی

در تفکر ریاضی مبین در حل این مسئله سه مشکل وجود داشت: مشکل اول و دوم عدم درک درست از مفهوم متغیر و همچنین خاصیت تعدی (تراگذری) در رابطه ترتیب بود و مشکل سوم نادیده گرفتن قرینه در عبارت $|b+1|$ - که یکی از اشتباهات متداول همه دانش‌آموزان در حل این نوع سؤال‌هاست.

درمان

گفتم: «از سه دیدگاه می‌توانیم علامت عبارت‌ها را تشخیص دهیم.»
مبین گفت: «چه جالب، خیلی مشتاقم هر سه را یاد بگیرم.»

سلام دوستان. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. امیدوارم سال جدید برای شما سرشار از سلامتی و موفقیت باشد. **مبین لک‌عیان**، دانش‌آموز نهمی است که قصد دارد در آزمون ورودی تیزهوشان دهم شرکت کند. او به حل سؤال‌های چالشی ریاضی علاقه دارد و هر هفته برای آموزش مفهومی حل این نوع سؤال‌ها به درمانگاه ریاضی مراجعه می‌کند. او در سالن نشسته و منتظر است تا وقت ویزیتش برسد. ویزیت قبلی‌ام تمام می‌شود. مبین را به کلاس درمانی دعوت می‌کنم.

بعد از سلام و احوال‌پرسی، داروهایی را که قبلاً برایش تجویز کرده‌ام (مرور تعریف‌ها و حل تمرین‌ها) بررسی می‌کنم. به چند سؤال چالشی نتوانسته پاسخ بدهد و به توصیه من به جواب‌های تشریحی آن‌ها هم مراجعه نکرده است. می‌خواهیم آن‌ها را در درمانگاه ریاضی حل کنیم تا نوع بیماری تفکر ریاضی او مشخص و سپس درمان شود. یکی از این سؤال‌ها از آزمون‌های مدارس معروف تهران است:

اگر $-1 < a < 2$ باشد،

حاصل $|a-2| + |b-a| - |b+1|$ کدام است؟

(۱) $2b-2a+3$

(۲) $3-2b$

(۳) $a-b$

(۴) 3

داخل قدر مطلق منفی است. بنابراین باید قرینه آن‌ها بدون قدر مطلق نوشته شود.

$$|a-2| + |b-a| - |b+1| = -(a-2) - (b-a) - (-(b+1)) \\ = -a+2-b+a+b+1=3$$

سپس گفت: «پس جواب گزینه چهار است. مایلیم دو روش دیگر را هم بدانیم.»

گفتیم: «با کمال میل. روش دوم برای تعیین علامت عبارت‌های داخل قدر مطلق، روش جبری است. اگر یادت باشد به دو طرف یک نامساوی می‌توان عدد یا عبارتی را اضافه یا کم کرد.»

مبین تأیید کرد. ادامه داد: «اگر $a < b$ و $b < c$ آنگاه ...»

مبین گفت: « $a < c$ ».

گفتیم: «با این مقدمه می‌توانیم روش جبری را هم بازبینی کنیم.»

و نوشتیم:

$$\begin{cases} b < -1 \rightarrow b+1 < 0 \\ b < -1 < a < 2 \rightarrow b < a \rightarrow b-a < 0 \rightarrow \dots \\ a < 2 \rightarrow a-2 < 0 \end{cases}$$

مبین گفت: «خیلی مشتاقم بدانم روش سوم چیست.»

توضیح دادم: «مبین جان روش سوم روش عددی است. شما به راحتی می‌توانید به جای متغیر (a, b) در عبارت داخل قدر مطلق، یک عدد دلخواه در محدوده داده شده فرض کنید. در این صورت علامت عدد محاسبه شده همان علامت عبارت داخل قدر مطلق در محدوده مفروض خواهد بود.»

مبین گفت: «کمی گیج شدم. اگر ممکن است بنویسیم.»

گفتیم: «این بار من می‌نویسم. با توجه به فرض $b < -1 < a < 2$ در نظر می‌گیرم: $a = 1$ و $b = -2$ در این صورت علامت

$$|a-2| \text{ منفی، علامت } |b-a| \text{ هم منفی و در نهایت } |b+1|$$

نیز منفی است و ...»

مبین با تعجب گفت: «استاد چقدر جالب!»

به همین منوال سؤال‌های چالشی دیگری را که مبین نتوانسته بود حل کند، بررسی کردیم.

تجویز داروهای هفتگی

حال زمان آن رسیده بود که برای هفته پیش رو تمریناتی را به‌عنوان داروهای درمانی بیماری تفکر ریاضی مبین تجویز کنیم. به او توصیه کردم:

۱. درس سوم از فصل دوم کتاب نهم (قدر مطلق و محاسبه تقریبی) را با دقت بخواند و کار در کلاس‌ها و تمریناتش را انجام دهد.

۲. تمرینات چالشی قدر مطلق را از کتاب کمک‌درسی که تهیه کرده بود، حل کند؛ با این شرط که اگر نتوانست تمرینی را حل کند، بلافاصله به پاسخ تشریحی مراجعه نکند. در طول هفته مکرر در مورد آن فکر کند و ایده بسازد. ۳. تمریناتی را که هنوز نتوانسته است پاسخ دهد، در وب‌سایت بعدی مطرح کند تا با حل و بحث، خودش ایده جواب را بیابد.

گفتم: «دیدگاه اول تعبیر هندسی است.»

از او خواستم یک محور اعداد حقیقی رسم کند و فرض مسئله را روی محور نشان دهد و تفسیر کند. مبین مکثی طولانی کرد و گفت: «من که نمی‌دانم a و b چه عددهایی هستند.»

تشخیص درست بود. گفتیم: «شما فعلاً یک محور رسم کن و عددهای -1 و 2 را روی آن مشخص کن.»

و او همین کار را کرد.

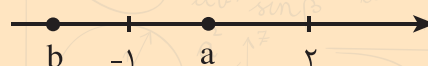


سپس از او خواستم فرض $b < -1 < a < 2$ را به زبان فارسی بیان کند. مبین گفت: «a بین -1 و 2 است و خود -1 هم بین a و b است.»

گفتیم: «حالا می‌توانی جای a و b را روی محور نشان دهی؟»

گفت: «فکر می‌کنم بتوانم.»

و جای آن‌ها را روی محور نشان داد.



از مبین پرسیدیم: «به نظر شما عبارت $b < -1 < a < 2$ روی محور قابل فهم‌تر نیست؟»

او بلافاصله گفت: «چرا! اتفاقاً با محور به سرعت می‌توانیم علامت عبارت‌های داخل قدر مطلق را مشخص کنیم. چون a سمت چپ 2 قرار دارد، از آن کوچک‌تر است. بنابراین علامت $a-2$ منفی است. b هم سمت چپ a قرار دارد، پس $b-a$ هم منفی است.»

پرسیدیم: «علامت $b+1$ را چطور تفسیر می‌کنی؟»

مبین به فکر فرو رفت و جوابی نداد. به او گفتیم: «دلیلش کاملاً مشابه دو عبارت قبلی است. b سمت چپ -1 است و تفاضل آن از b ...»

مبین گفت: «منفی خواهد بود.»

و نوشت:

$$b - (-1) = b + 1 < 0$$

گفتم: «مبین علاوه بر تشخیص علامت، یک اشتباه متداول دیگر هم در روش حل شما وجود دارد. یک بار دیگر روش حل خود را بازبینی کن. احتمالاً متوجه آن اشتباه خواهی شد.»

مبین با دقت به راه‌حل خودش خیره شد و با محور علامت‌ها را کنترل کرد. سپس گفت: «فهمیدم! در تشخیص علامت $|b-a|$ اشتباه کرده‌ام. البته با روش تعبیر هندسی (محور) متوجه آن شدم. علامت $b+1$ منفی است و باید قرینه آن نوشته شود و من هم همین کار را انجام دادم.»

پرسیدیم: «پس علامت قرینه چه می‌شود؟»

با کمی تأمل گفت: «آهان متوجه شدم! من قرینه را اعمال نکرده‌ام.»

به او گفتیم: «لطفاً یک بار دیگر با دیدگاه هندسی (محور اعداد) و دقت بیشتر، جواب را بنویس.»

مبین گفت: «با توجه به بحث‌های قبلی، علامت هر سه عبارت

پاسخ نادرست ریحانه:

$$\begin{aligned} & (-9) \odot (+7) \odot (-8) \odot (+12) \odot (-6) \odot (-14) = \\ & (-9) + (+7) + (-8) + (+12) + (-6) + (-14) = \\ & -9+7-8+12-6-14 = -18 \end{aligned}$$

استدلال ریحانه برای پاسخ نادرستش: دانش آموزانی که برای این سؤال پاسخ نادرست ۱۸- را به دست می آورند، از شکل پاسخشان پیدا است که در تمام جاهای خالی علامت مثبت قرار داده اند. این دانش آموزان علامت مثبت را به عنوان یک عملگر افزایشی در نظر گرفته اند. به نظر می رسد برداشت آن ها از علامت مثبت این است که همیشه باعث افزایش مقدار جواب می شود.

پاسخ نادرست سیمین:

$$\begin{aligned} & (-9) \odot (+7) \odot (-8) \odot (+12) \odot (-6) \odot (-14) = \\ & (-9) + (+7) - (-8) + (+12) - (-6) - (-14) = \\ & -9+7+8+12+6+14 = 56 \end{aligned}$$

استدلال سیمین برای پاسخ نادرستش: دانش آموزانی که به این سؤال پاسخ نادرست بالا را می دهند، از صورت پاسخشان پیداست که دچار اشتباه محاسباتی شده اند. به این معنا که در جای خالی مربوط به علامت ها، علامت های درست را قرار داده اند، اما در محاسبه جواب آخر، اشتباه کرده اند. این موضوع نشان می دهد که آنان مفهوم علامت منفی (و ضرب علامت ها) را به خوبی درک کرده اند، ولی چون از توانایی محاسباتی خوبی برخوردار نبوده اند، جواب نهایی را اشتباه به دست آورده اند.



پاسخ صحیح فاطمه

$$\begin{aligned} & (-9) \odot (+7) \odot (-8) \odot (+12) \odot (-6) \odot (-14) = \\ & (-9) + (+7) - (-8) + (+12) - (-6) - (-14) = \\ & -9+7+8+12+6+14 = 38 \end{aligned}$$

و استدلال فاطمه: دانش آموزانی که به این سؤال پاسخ درست بالا را می دهند، از شکل پاسخشان پیداست که در پنج جای خالی مربوط به علامت ها، علامت های درست را قرار داده اند و جواب نهایی را نیز درست به دست آورده اند. این موضوع نشان می دهد که آنان از این موضوع آگاه هستند که علامت «-» گاهی می تواند به عنوان یک عملگر افزایشی در محاسبات به کار رود. همچنین این دانش آموزان تفاوت بین اندازه و ارزش (مقدار) را درک کرده اند. البته آنان از توانایی محاسباتی خوبی هم برخوردار بوده اند. چون ضمن درک هدف سؤال و انتخاب درست علامت ها برای جاهای خالی، حاصل نهایی را نیز درست به دست آورده اند.

سلام بچه ها! من معلم ریاضی، با فاطمه، سیمین، حنا و ریحانه که از بهترین دانش آموزان ریاضی مدرسه هستند، قرار گذاشتیم که یک بررسی و کار پژوهشی با موضوع ریاضی انجام دهیم. در این کار پژوهشی من یک سؤال ریاضی طرح می کنم و قرار است بچه ها به آن پاسخ بدهند. البته با این شرط که فاطمه همیشه با استدلالی درست پاسخ صحیحی برای سؤال پیدا می کند، اما سیمین، حنا و ریحانه سعی می کنند پاسخ نادرستی برای سؤال بیابند؛ پاسخ نادرستی که امکان می دهند هر دانش آموزی به این سؤال بدهد. البته با روشی منطقی و استدلالی قابل قبول و قابل تفسیر و قابل پذیرش.

سؤال: علامت های (عملگرهای) جمع و تفریق (+ و -) را در جاهای خالی زیر (○) طوری قرار دهید که حاصل جواب بیشترین مقدار ممکن شود؟

$$(-9) \odot (+7) \odot (-8) \odot (+12) \odot (-6) \odot (-14) =$$

پاسخ های نادرست

پاسخ نادرست حنا:

$$\begin{aligned} & (-9) \odot (+7) \odot (-8) \odot (+12) \odot (-6) \odot (-14) = \\ & (-9) - (+7) + (-8) - (+12) + (-6) + (-14) = \\ & -9-7-8-12-6-14 = -56 \end{aligned}$$

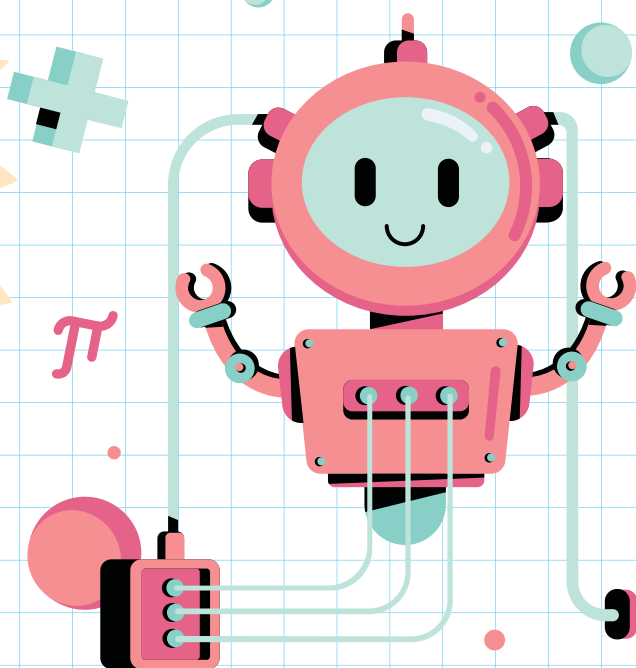
استدلال حنا: برای پاسخ نادرستش: دانش آموزانی که به این سؤال به صورت بالا پاسخ نادرستی بدهند، مفهوم این سؤال را به درستی درک نکرده اند؛ چرا که برداشت آن ها از بیشترین مقدار جواب، بیشترین مقدار از لحاظ اندازه بوده است و ارزش علامت جواب نهایی را در نظر نگرفته اند. بدین معنا که درون جاهای خالی علامت هایی را قرار داده اند که تمامی عددها (هم علامت) منفی باشند تا بزرگ ترین عدد از نظر اندازه که همان ۵۶- است، به دست آید. در صورتی که هدف سؤال به دست آوردن بیشترین مقدار از نظر ارزش بوده است.

دوره

• حسین نامی ساعی

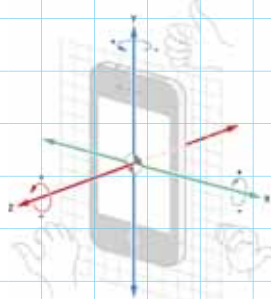
ریاضی و هوش مصنوعی هم کلاسی هن یک ربات است!

ژما جواهری پور



آیا تا به حال فکر کرده‌اید که اگر یک ربات هم کلاسی شما باشد، چطور درس را یاد می‌گیرد؟ آیا این ربات هم مثل شما باهوش است و می‌تواند مفاهیم ریاضی را یاد بگیرد؟ بیایید نام هوش این ربات را «هوش مصنوعی» بگذاریم و ببینیم چطور این هم کلاسی جدید می‌تواند در کلاس ریاضی موفق باشد. به کلاس ریاضی خود فکر کنید. فرض کنید معلم در حال آموزش دستگاه مختصات است. شما چطور این درس را یاد می‌گیرید؟ کلمه‌های جدید، مثل دستگاه مختصات، نقطه‌های صفحه و محورهای مختصات، برای شما مفاهیم‌های جدیدی هستند و با تصویری که معلم ترسیم می‌کند، برای شما معنی پیدا می‌کنند. فرض کنید شما و

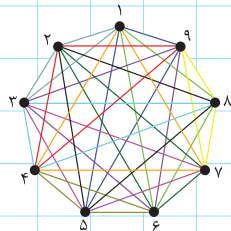
هم کلاسی مصنوعی شما هر دو به تصویر ۱ نگاه می‌کنید. آیا وقتی معلم می‌گوید: «این یک دستگاه مختصات است»، هوش مصنوعی هم کلاسی شما مثل هوش طبیعی خود شما یک مفهوم را درک می‌کند؟ موضوع خیلی پیچیده است. برای آنکه هوش مصنوعی آماده



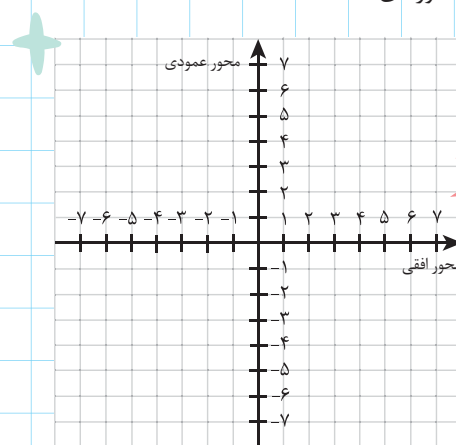
تصویر ۱

یادگیری مفاهیم ریاضی شود، قبلاً کسی باید برخی مسائل اولیه ریاضی را در مغز او قرار داده باشد. هم کلاسی مصنوعی شما باید «دانش مجموعه‌ها» را داشته باشد؛ یعنی بداند مجموعه کلمه‌های مربوط به «درس دستگاه مختصات» چیست. مجموعه‌ها را به خاطر دارید؟ مفهوم مجموعه‌ها در ریاضی: دسته‌ای از اشیا یا اعداد هستند که خاصیت مشترک دارند. به تصویر ۲ نگاه کنید. در این تصویر مجموعه‌ای از عددها و نقطه‌ها وجود دارند. ویژگی مشترک همه عددها وابسته بودن آن‌ها به محورهای مختصات است.

از هم کلاسی خود بپرسید آیا مفهوم مجموعه‌ها را می‌شناسد؟ بدون این آموزش‌های اولیه او نمی‌تواند دستگاه مختصات را یاد بگیرد. موضوع بعدی که هوش مصنوعی لازم است قبل از ورود به کلاس درس آموخته باشد، «علم داده‌ها» است. برای مثال، عددها در ریاضی می‌توانند یک نقطه را روی کاغذ نشان دهند. اینکه هر نقطه در یک دستگاه مختصات با دو عدد (x, y) مشخص می‌شود، یک داده به حساب می‌آید. هوش مصنوعی هم کلاسی شما باید مفهوم عددها و ارتباط آن را با یک کمیت بشناسد و کسی آن را به او آموزش داده باشد.



علاوه بر همه موارد بالا، هوش مصنوعی باید ارتباط بین یک داده را با سایر داده‌ها کشف کند. وقتی به سرعت پردازش همه مفهوم‌های بالا در ذهن خود فکر می‌کنید، می‌بینید که خداوند بزرگ چه هوش پیچیده و جالبی درون ما قرار داده است. اگر ما بخواهیم مشابه آن را در یک ربات مجهز به هوش مصنوعی تولید کنیم و به آن آموزش بدهیم، به محاسبه‌های دقیق ریاضی نیاز داریم.



تصویر ۲

منابع:

1. www.ai.google/education
2. <https://matlabkar.com/intelligence-artificial-book-in-pdf/>

شگفتانه ریاضی

و راز آن سرگرمی‌های عددی

عباس قلعه‌پور اقدام

زیر آن عدد قبلی بنویسد.

مرحله پنجم: فرض کنیم شرکت‌کننده مثلاً عدد ۸۷۲ را روی تخته بنویسد.

۳۲۷۶
۸۷۲

● **مرحله ششم:** این بار مجری خود دست‌به‌کار می‌شود و عددی را زیر ۸۷۲ می‌نویسد. او عدد ۹۱۲۷ را روی تخته می‌نویسد و وانمود می‌کند که کاملاً تصادفی این عدد را انتخاب کرده است. دوباره مجری از طرف مقابل می‌خواهد که عدد دیگری را با همان شرایط قبلی روی تخته بنویسد.

۳۲۷۶
۸۷۲
۹۱۲۷

● **مرحله هفتم:** فرض کنیم شرکت‌کننده مثلاً عدد ۱۷۲۹ را انتخاب کند. مجری بلافاصله دست‌به‌کار می‌شود و این بار عدد ۸۲۷۰ را زیر ۱۷۲۹ می‌نویسد و زیر این پنج عدد خط می‌کشد و به همراه طرف مقابل به جمع کردن آن‌ها مشغول می‌شود. عدد ۲۳۲۷۴ به دست می‌آید.

۳۲۷۶
۸۷۲
۹۱۲۷
+ ۱۷۲۹
۸۲۷۰

۲۳۲۷۴

● **مرحله هشتم:** مجری از طرف مقابل می‌خواهد که کاغذی را که در ابتدای کار روی میز او گذاشته شده بود، برگرداند تا عدد نوشته‌شده روی آن دیده شود. بله! شاید به ذهن شما هم رسیده باشد؛ عددی که روی کاغذ نمایان می‌شود، همان ۲۳۲۷۴، یعنی مجموع پنج عدد است. ولی چگونه ممکن است؟ چگونه مجری می‌توانست با دیدن اولین عدد انتخابی طرف مقابل (یعنی ۳۲۷۶) و بدون اطلاع از عددهای انتخابی بعدی از مجموع این پنج عدد آگاهی داشته باشد؟

اجازه دهید یک مثال دیگر هم بزنیم تا پیدا کردن راز این معما برای شما هموارتر شود. در این مثال، **فرهاد** اجراکننده تردستی و **بابک** شخصی است که باید معما را حل کند. **فرهاد:** عددی پنج‌رقمی انتخاب کن و روی کاغذ بنویس.

بابک: من عدد ۸۳۴۵۱ را می‌نویسم. **فرهاد** بلافاصله عددی را روی کاغذ دیگری می‌نویسد و آن را تا می‌کند؛ به‌طوری که عدد دیده نشود. کاغذ را کنار دست بابک قرار می‌دهد و ادامه می‌دهد: «خب، حالا عدد دیگری، پنج‌رقمی یا کمتر، انتخاب کن و زیر عدد قبلی بنویس.»

بابک: من عدد ۴۰۳۹ را می‌نویسم. **فرهاد** قلم را از بابک می‌گیرد و می‌گوید: «من هم عدد ۹۵۹۶۰ را زیر آن اضافه می‌کنم، حالا عدد دیگری را بنویس.» **بابک:** من این بار عدد ۷۵۶ را انتخاب می‌کنم. **فرهاد:** من هم عدد ۹۹۲۴۳ را زیر آن می‌نویسم.

۸۳۴۵۱
۴۰۳۹
۹۵۹۶۰
+ ۷۵۶
۹۹۲۴۳

۲۸۳۴۴۹

فرهاد زیر پنج عدد خطی می‌کشد و می‌گوید: «حالا بیا این‌ها را با هم جمع کنیم.»

بعد **فرهاد** از بابک می‌خواهد که کاغذ تا شده را باز کند و عدد نوشته شده روی آن را ببیند. بابک با کمال شگفتی عدد ۲۸۳۴۴۹ را روی کاغذ می‌بیند.

در این قسمت از سرگرمی‌های عددی می‌خواهم شما عزیزان را با یک تردستی ریاضی آشنا کنم که هم می‌تواند سرگرمی و بازی خوبی برای اوقات فراغتتان باشد، هم تمرین جمع برای برادر و خواهرهای کوچک‌ترتان که در دوره ابتدایی درس می‌خوانند. به علاوه، با یادگیری اثبات ریاضی راز این تردستی، معلومات ریاضی شما بیشتر شود.

در آغاز به رسم امانت‌داری باید بگویم که این تردستی در برنامه «مسابقه سیم آخر»، شبکه سه تلویزیون با عنوان «شگفتانه ریاضی»، مطرح و رازگشایی از آن به مسابقه گذاشته شد. پس از مدتی وقت گذاشتن (حدود یک روز) و فکر کردن توانستم راز آن را پیدا کنم (هرچند شانس برنده شدن در قرعه‌کشی را نداشتم!). شما نیز باید قول بدهید، پس از آنکه در ادامه موضوع این تردستی را دانستید، بلافاصله به سراغ بخش رازگشایی نروید و خودتان را درگیر حل آن نکنید؛ چرا که حیف است خودتان را از لذت این رازگشایی محروم سازید.

این تردستی توسط دو نفر انجام می‌گیرد که یکی از آن‌ها مجری است که راز معما یا همان کلک تردستی را می‌داند. دیگری هم شخصی است که قرار است شگفت‌زده شود و راز این معما را پیدا کند. در مسابقه سیم آخر، مجری برنامه، اجراکننده تردستی و یکی از شرکت‌کنندگان در مسابقه و بینندگان برنامه طرف مقابل بودند که باید رازگشایی می‌کردند.

● **مرحله اول:** ابتدا مجری از طرف مقابل می‌خواهد که عددی چهاررقمی (تعداد رقم‌ها می‌تواند کمتر یا بیشتر هم باشد) را روی تخته بنویسد (به جای تخته از یک ورق کاغذ هم می‌توان استفاده کرد).

۳۲۷۶

● **مرحله دوم:** فرض کنیم نفر روبه‌رو مثلاً عدد ۳۲۷۶ را روی تخته بنویسد.

● **مرحله سوم:** مجری بلافاصله پس از دیدن عدد ۳۲۷۶، عددی را روی یک ورق کاغذ می‌نویسد و آن را به‌صورت پشت و رو روی میز می‌گذارد؛ به‌طوری که عدد موردنظر دیده نشود. **مرحله چهارم:** حال مجری از او می‌خواهد که عدد دیگری را (چهاررقمی یا با تعداد ارقام کمتر؛ مثلاً سه، دو یا یک رقمی)

اولین عدد انتخابی شرکت کننده	۸۷۵۶	۱۴۳۲۹	۷۸۵۴۲۰	۲۳۴۵	۹۳۴۱۰
مجموع پنج عدد	۲۸۷۵۴	۲۱۴۳۲۷	۲۷۸۵۴۱۸		

- **پرسش دوم:** آیا چهار عدد بعدی بی تأثیر هستند که مجری پیش از دیدن آن‌ها، مجموع را می نویسد؟
- **پاسخ:** معلوم است که نه. چون این چهار عدد با عدد اول جمع می شوند، پس حتماً در حاصل جمع مؤثر هستند.
- **پرسش سوم:** آیا اعدادهای سوم و پنجم که توسط مجری نوشته می شوند، واقعاً تصادفی هستند یا اینکه او اینچنین وانمود می کند؟ اگر تصادفی نیستند، پس به اعدادی که طرف مقابل انتخاب می کند، باید مربوط باشند. آیا این طور نیست؟
- **پاسخ:** واقعیت این است که مجری طوری نشان می دهد که کار او در انتخاب اعداد تصادفی است، در حالی که او کاملاً هوشمندانه اعدادهای خود را انتخاب می کند. به رابطه بین اعدادهای دوم و سوم و همچنین چهارم و پنجم که در زیر آورده ام، دقت کنید:

مثال ۱		مثال ۲	
عدد سوم	عدد دوم	عدد سوم	عدد دوم
۹۱۲۷	۸۷۲	۹۵۹۶۰	۴۰۳۹

مثال ۱		مثال ۲	
عدد پنجم	عدد چهارم	عدد پنجم	عدد چهارم
۸۲۷۰	۱۷۲۹	۹۹۲۴۳	۷۵۶

اگر کمی فکر کنید، به نتیجه زیر می رسید:

- مثال ۱:
 - ۹۹۹۹ = عدد سوم + عدد دوم
 - ۹۹۹۹ = عدد پنجم + عدد چهارم
- مثال ۲:
 - ۹۹۹۹۹ = عدد سوم + عدد دوم
 - ۹۹۹۹۹ = عدد پنجم + عدد چهارم

آیا متوجه شدید، ماجرا از چه قرار است؟

در مثال ۱، اولین عدد انتخابی چهاررقمی است. مجری پس از دیدن عدد دوم (یعنی ۸۷۲)، عدد سوم را ۹۱۲۷ می نویسد؛ زیرا: $۹۱۲۷ + ۸۷۲ = ۹۹۹۹$. یعنی او به نحوی عدد سوم را انتخاب می کند که مجموع آن با عدد دوم برابر ۹۹۹۹ شود. این هم کار سختی نیست. هر کس در عرض یک یا دو ثانیه می تواند این کار را بکند و چنان وانمود کند که عدد را تصادفی نوشته است. مجری همین کار را در مورد عدد چهارم، یعنی ۱۷۲۹ انجام می دهد. او عدد پنجم را ۸۲۷۰ می نویسد تا حاصل جمع آن با ۱۷۲۹ برابر ۹۹۹۹ شود.

در مثال ۲ نیز فرهاد همین کار را می کند. وقتی بابک ۴۰۳۹ را در جایگاه عدد دوم می نویسد، با توجه به اینکه اولین عدد انتخابی پنج رقمی است، فرهاد عدد ۹۵۹۶۰ را در جایگاه عدد سوم می نویسد؛ زیرا: $۹۵۹۶۰ + ۴۰۳۹ = ۹۹۹۹۹$. همچنین او پس از دیدن عدد چهارم، یعنی ۷۵۶، عدد پنجم را ۹۹۲۴۳ انتخاب می کند چون $۹۹۲۴۳ + ۷۵۶ = ۹۹۹۹۹$.

خب! متوجه شدید؟



برای دیدن ادامه مطلب رمزیننه را اسکن کنید.

حال نوبت آن رسیده است که به دنبال رازگشایی از این معما برویم. ولی یادتان باشد که در آغاز قول داده بودید که حتماً تلاش خودتان را می کنید و بعد به مطالعه این قسمت مشغول می شوید.

رازگشایی

پرسش هایی به ذهن شما می آید که اگر بتوانید به آن ها جواب دهید، پاسخ معما را پیدا خواهید کرد.

- **پرسش اول:** مجری با دیدن اولین عدد انتخابی طرف مقابل، مجموع پنج عددی را که هنوز از چهارتای آن ها (بهتر است بگوییم دوتای آن ها، چون عدد سوم و پنجم را خود مجری می نویسد) خبری ندارد، روی کاغذ می نویسد. این چطور ممکن است؛ او که نمی داند طرف مقابل عدد دوم و چهارم را چه چیزی می نویسد. آیا میان اولین عدد انتخابی و عددی که مجری روی کاغذ می نویسد و در آخر تردستی دیده می شود که همان مجموع پنج عدد است، رابطه ای وجود دارد؟

- **پاسخ:** در مثال ۱، مجری پس از دیدن عدد ۳۲۷۶، عدد ۲۳۲۷۴ را روی کاغذ می نویسد. چه شباهتی میان این دو عدد وجود دارد؟ درست است! سه تا از رقم ها یکسان هستند (دهگان، صدگان و هزارگان). چه تفاوتی میان دو عدد وجود دارد؟ بله! اولی چهار رقم دارد ولی دومی پنج رقمی است. برویم سراغ مثال ۲. فرهاد پس از دیدن ۸۳۴۵۱، عدد ۲۸۳۴۴۹ را روی کاغذ می نویسد. باز می بینید که سه تا از رقم ها یکسان هستند و عدد دوم (یعنی حاصل جمع پنج عدد) یک رقم بیشتر دارد. به دو عدد ۲۳۲۷۴ و ۲۸۳۴۴۹ دقت کنید. چه شباهتی میان این دو موجود است؟ آفرین! رقم اضافه شده به عدد اول انتخابی، رقم ۲ است. می توانید برای اطمینان یک یا دو مثال دیگر را نیز خودتان آزمایش کنید.

تا اینجا دانستیم که مجموع پنج عدد همیشه با ۲ شروع می شود و تعداد رقم هایش یکی بیشتر از تعداد رقم های اولین عدد انتخابی است. اجازه دهید این موضوع را به صورت زیر نمایش دهیم تا شاید متوجه چیزهای دیگری بشویم:

مثال	اولین عدد انتخابی	مجموع پنج عدد
۱	۳۲۷۶	۲۳۲۷۴
۲	۸۳۴۵۱	۲۸۳۴۴۹

در مثال ۱، پس از کشیدن خط قرمز دور رقم های یکسان، می بینیم که رقم یکان یعنی ۶ به ۴ تبدیل شده است. در مثال دوم، پس از جدا کردن رقم های یکسان با خط قرمز، عدد ۵۱ (رقم های یکان و دهگان) به عدد ۴۹ تبدیل شده است. این یعنی هر دو به اندازه دو واحد کم شده اند.

پس به طور خلاصه می توان گفت: مجری پس از دیدن اولین عدد انتخابی طرف مقابل، رقم ۲ را به سمت چپ آن اضافه می کند و از رقم یکان آن دو واحد کم می کند. با این توضیح که اگر رقم یکان صفر یا یک بود، از دو رقم آخر، دو واحد کم می کند.

بیایید کمی تمرین کنیم تا بهتر متوجه شوید. در جدول بعد اولین عدد انتخابی شرکت کننده و عددی که مجری روی کاغذ می نویسد (مجموع پنج عدد)، مشخص شده اند. برخی از خانه ها

خسرو داودی

مارپیچ تبدیلات هندسی

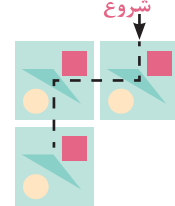
۱ از نقطه شروع وارد شوید. سه مسیر متفاوت برای خروج از این مارپیچ تبدیلات هندسی پیدا کنید.

۲ این مارپیچ را برای شما با سه تا از مشهورترین شکل‌هایی که در نقاشی‌هایم استفاده کرده‌ام، ساختم.

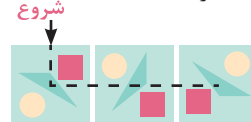
۳ تمام کاشی‌های مربع‌شکل این مارپیچ هم‌اندازه و مثل هم و شامل یک دایره، یک مثلث و یک مربع هستند. در ظاهر با هم فرق دارند، چون بعضی از آن‌ها چرخیده‌اند و یا قرینه شده‌اند.

آیا می‌توانید سه مسیر برای خروج از این مارپیچ پیدا کنید؟

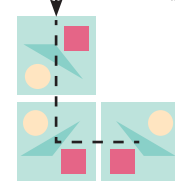
مسیر ۱ فقط از «انتقال» استفاده کنید.



مسیر ۲ فقط از «دوران» ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت استفاده کنید.

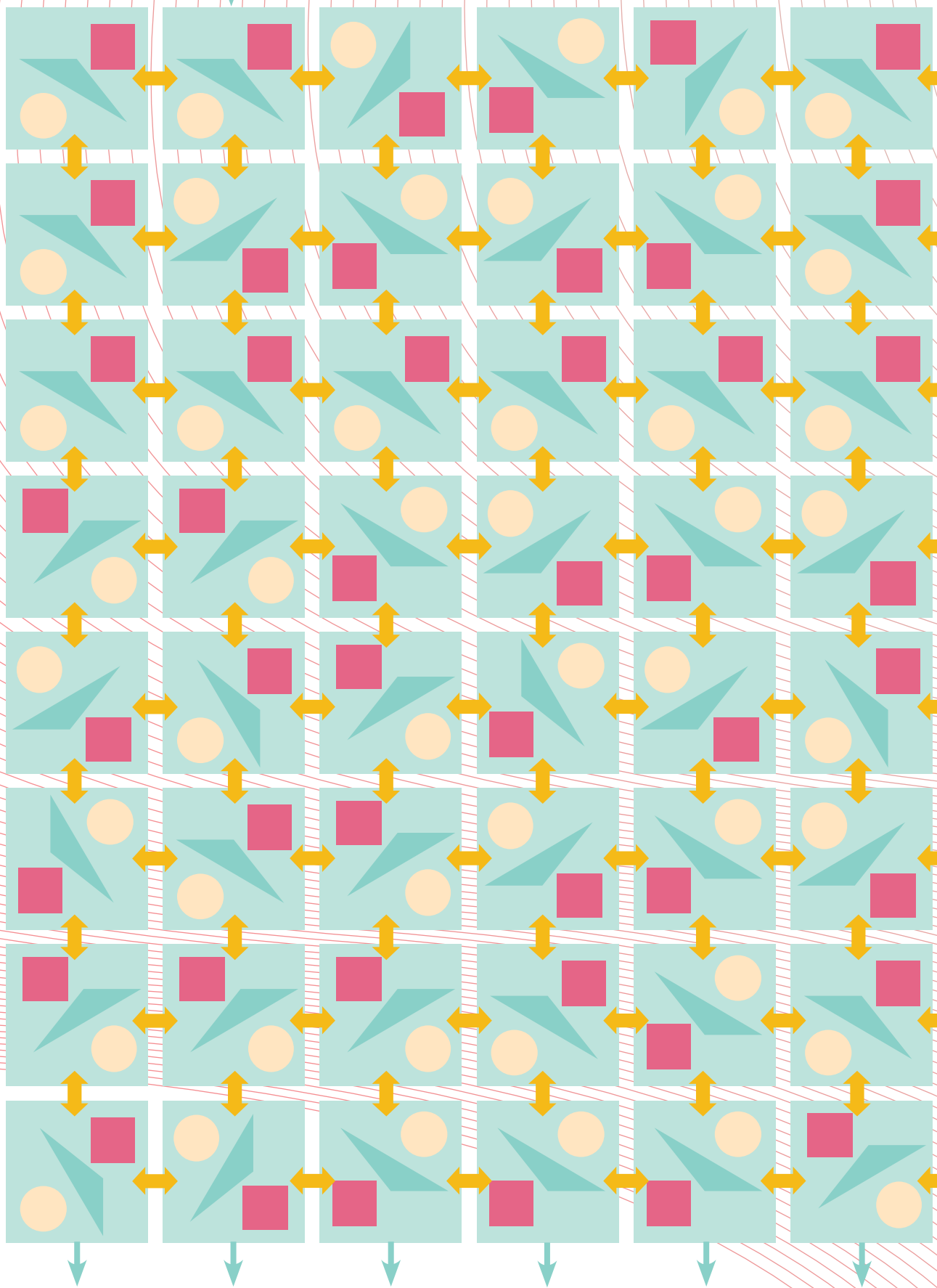


مسیر ۳ فقط از «تقارن محوری» استفاده کنید.



قوانین: ● از مربع شروع کنید و فقط عمودی یا افقی پیش بروید تا راه خروج را بیابید (حرکت قطری نداریم). ● راه خروج یکی از کاشی‌های مربع‌شکل ردیف پایین است. ● این سه مسیر ممکن است یکدیگر را قطع کنند، ولی در هر مسیر فقط از یک نوع تبدیل استفاده کنید.

شروع

برای مشاهده پاسخ
 رمزینهارالسکن کنید.



مخاطبان دیروز و امروز برهان

سلام آقای مهندس عزیز. خیلی خوش حالیم که امروز در خدمت شما هستیم. می‌بینم که روی میز شما مجلات ریاضی و مجله برهان هست و باز هم در حال تألیف کتاب هستید. از دور که داشتم به شما نگاه می‌کردم، قشنگ حس کردم که از ذهنتان سؤال‌های خوب و مفهومی هندسه دارد توی فضا پخش می‌شود. مشغول تألیف کتاب هندسه هستید، درست است؟

دروغ بر شما، خیلی خوش آمدید. بله من عاشق مجلات ریاضی و برهان هستم و هیچ‌وقت ارتباطم را با آن‌ها قطع نمی‌کنم. درست حدس زدید دارم سؤال‌های خوب هندسه را برای دانش آموزان طراحی و تألیف می‌کنم.

شما که دانشگاه شریف درس خونده‌اید، از اول درستان خوب بود؟

نه. اوایل درسم خوب نبود، ولی نقطه عطفی در زندگی‌ام پیش آمد که مسیر زندگی‌ام را تغییر داد و مرا یک‌دفعه متحول کرد. بگذارید داستان شبی را برایتان بگویم که زندگی‌ام متحول شد.

پایه هشتم بودم و درسم ضعیف بود. به درس علاقه‌ای نداشتم. معلم ریاضیاتمان مدام تأکید می‌کرد مفهومی درس بخوانید و درس‌ها را حفظ نکنید. آن شب هم داشتم با اکراه و اجبار درس می‌خواندم و روابط ریاضی و فرمول‌ها را حفظ می‌کردم. در میان کار با خودم گفتم: این همه معلم به ما می‌گوید مفهومی درس بخوانید، خوب یک بار امتحان کنم و درباره مفاهیم این فرمول‌ها فکر کنم. شروع کردم به فکر کردن و تحلیل روابط. روابط را که تحلیل کردم و کم‌کم فهمیدمشان لذت فهم مطالب رفت زیر زبانم و فهمیدم که سال‌ها الکی خودم را رنج می‌دادم و فرمول‌ها را به صورت خشک و مثل ربات حفظ می‌کردم. این‌طور شد که همه چیز عوض شد. منی که نیم‌سال اول نفر یکی مانده به آخر کلاس بودم، نیم‌سال دوم نفر سوم کلاس شدم و معلم‌ها و هم‌کلاسی‌ها همه تعجب کردند. این مفهومی درس خواندن کلاً مسیر زندگی‌ام را تغییر داد و نظم ذهنی و قدرت استدلالم را خیلی بهبود بخشید.

راجع به مفهومی درس خواندن، اگر می‌توانید بیشتر توضیح بدهید که یعنی چی؟

مثلاً من تدریسم را معمولاً با طرح یک پرسش شروع می‌کنم و این کار باعث می‌شود که کنجکاوی بچه‌ها تحریک بشود. یا وقتی می‌خواهم ضرب عددهای توان‌دار را درس بدهم، می‌پرسم: بچه‌ها به نظرتان جواب $2^3 \times 2^4$ چه می‌شود؟ بچه‌ها اول شاید به ذهنشان نرسد، ولی قدم به قدم با هم فکر می‌کنیم و جلو می‌رویم. می‌گویم خوب 2^3 تا 2 دارد توی 2^4 ضرب می‌شود. پس $2^3 + 2^3 + 2^3 = 2^4$ تا 2 دارند توی هم ضرب می‌شوند. پس جواب می‌شود: 2^7 . به جای اینکه حفظ کنیم که در ضرب عددهای توان‌دار اگر پایه‌ها مساوی بود، آنگاه توان‌ها جمع می‌شوند، سعی می‌کنیم با بچه‌ها از طریق فکر و استدلال (و نه حفظ کردن) خودمان روابط را به دست بیاوریم.

به نظر تان یکی از مهم‌ترین فنون ریاضی چیست؟
کارل پوپر می‌گوید زندگی سراسر حل مسئله است. ما می‌کشیم

دوستان و همراهان عزیز مجله برهان، سلام! امیدوارم که حالتان خوب باشد و پر از امید و انگیزه و هدف‌های قشنگ باشید. خوش‌حالم که من، یعنی امیر باقری اقدم، از طریق این مجله می‌توانم با شما صحبت کنم و ارتباط بگیرم. من از خوانندگان قدیمی برهان هستم و اعتراف می‌کنم که بخش زیادی از موفقیت امروز خود را مدیون تأثیری هستم که نشریاتی نظیر برهان در زندگی‌ام گذاشته‌اند. من قصد دارم در هر شماره شما را با مخاطبان و خوانندگان دیروز برهان که از نخبگان امروز هستند، آشنا کنم و پای صحبت‌هایشان بنشینم و ببینم نظرشان در مورد ریاضیات چیست، همچنین در بعضی از شماره‌های آینده برهان هم گفت‌وگویی داریم با شما مخاطبان امروز مجله در راستای ریاضیات.

دوستان، چند سالی است که من در زمینه ریاضیات کار می‌کنم و همیشه سعی کرده‌ام دانش‌آموزان و جوان‌های همسن و سال خودم را به ریاضیات علاقه‌مند کنم. خودم که بی‌نهایت از ریاضیات لذت می‌برم و رشته تحصیلی‌ام را هم که مهندسی برق، گرایش مخابرات رمزنگاری است، در راستای همین علاقه‌ام به درس ریاضی انتخاب کرده‌ام. رشته‌ای پر از ریاضیات سخت و عجیب، ولی لذت‌بخش و زیبا. واقعاً وقتی به کاربرد ریاضیات در رشته‌ها و زمینه‌های گوناگون پی می‌برم و باب جدیدی از علم برایم باز می‌شود، چشم‌هایم مثل باب اسفنجی، چشم قلبی می‌شود 😍 و کلی ذوق می‌کنم. انصافاً هم که برای هر کسی همین‌طور است. شما وقتی خودتان یک مسئله ریاضی را با فکر و ذهن خودتان حل می‌کنید و نکته جدیدی را می‌فهمید، خیلی کیف می‌کنید، درست است؟ نگویند نه که باور نمی‌کنم! شاید برایتان سؤال باشد که چرا اسم رشته تحصیلی‌ام را به شما گفتم. علتش این است که اولاً خیلی دوستش دارم 😍 و ثانیاً این رشته کاربردهای فراوانی در علم جدید دارد؛ علمی که به سمت «دیتا» و اطلاعات پیش می‌رود. رفته‌رفته در مورد این رشته و کاربردهایش و ارتباطش با ریاضیات با شما صحبت می‌کنم و بیشتر با هم آشنا می‌شویم. امیدوارم که در هر شماره مجله ما را دنبال کنید تا هم با شما گپ و گفت داشته باشیم و هم با جدیدترین و به‌روزترین علوم مرتبط با ریاضیات بیشتر آشنا شویم.

گفت‌وگو با عرفان شهاب

فارغ‌التحصیل ارشد مهندسی صنایع از دانشگاه صنعتی شریف، رتبه ۴ کنکور ارشد و دبیر درس ریاضیات و هندسه



▲ عرفان شهاب



خب، خیلی ممنونم از آقای مهندس شہاب. ایشون را با ادامه تألیفشان تنها می گذاریم.

حالا می خواهیم با دانش آموز نخبه و شاگرد زرنگ مدرسه شان صحبت کنیم و ببینیم آن ها درس ریاضیات را چطور می بینند.

گفت و گو با حسام عبداللہی

از خوانندگان قدیمی برہان کہ حالا دانش آموز پایہ دوازدهم رشتہ تجربی «مدرسہ علامہ طباطبائی» شہر تہران و از رتبہ های برتر در المپیاد شیمی است.

سلام حسام جان، خدا قوت! تبریک می گویم. شنیدم بہ تازگی در المپیاد شیمی رتبہ آورده ای.

با سلام خدمت شما دبیر عزیزم و ہمہ دانش آموزان گرامی. ممنونم از تبریکتان. قسمتی از این رتبہ آوردن را مدیون درس ریاضیات و مجلات ریاضی و مجلہ برہان ہستم. همان طور کہ شما می گفتید، درس ریاضی می تواند روی درس های دیگر ہم تأثیر مثبتی داشته باشد. من تازہ بہ حرف شما رسیدہ ام. امروز دوست دارم مختصری درباره علم پایہ، یعنی علم ریاضیات با شما صحبت کنم.

خیلی ہم عالی، برایمان بگو، می شنویم. راستی چرا بہ علم ریاضیات گفتی علم پایہ؟

ریاضی درسی است کہ از اولین روز ورود ما بہ مدرسہ با ما بودہ است و خواهد بود. این ہمراہی در سال های منتهی بہ کنکور سراسری بیشتر حس می شود. متأسفانہ باید با حقیقت رو بہ رو شد؛ ریاضیات درسی است کہ شاید بسیاری از دانش آموزان از آن متنفر باشند و احساس کنند کہ درس فوق العادہ سختی است. ولی بندہ معتقدم کہ این حس تنفر مرہون آموزش غلط از اول دورہ ابتدایی بودہ است. یعنی اگر ما دانش آموزان از همان اول ابتدایی، درس ریاضی را بہ طور مفہومی می خواندیم، این حس تنفر ایجاد نمی شد. بہ ہر حال برای یادگیری و درک عمیق ریاضیات باید عاشق ریاضی بود. نباید از ریاضی بترسید و از آن برای خودتان یک گول بسازید. با حل تمرین ها و تست های فراوان و بہ تدریج با کسب درصدها و نمرہ های بالاتر، علاقہ، دیدگاہ و حس شما نسبت بہ ریاضیات تغییر می کند.

توصیہات بہ دانش آموزان پایہ های ہفتم تا نہم چیست؟

توصیہام بہ دوستانی کہ ہم اکنون پایہ نہم ہستند و قرار است رشتہ انتخاب کنند این است کہ آیندہ خودتان را بہ خاطر ترس از ریاضی نابود نکنید. متأسفانہ برخی از دوستان بہ خاطر رهایی از ریاضی، رشتہ های دیگری مثل علوم انسانی را انتخاب می کنند تا کمتر با ریاضی درگیر باشند. اما باید بگویم: ریاضی حتی در رشتہ انسانی ہم دیدہ خواهد شد و شما ہم در آن رشتہ با درس هایی بہ نام ریاضی، آمار و اقتصاد رو بہ رو خواهید بود کہ برای موفقیت شما در کنکور سراسری، درک عمیق این درس ها لازم است. پس عاقلانہ انتخاب کنید.

ممنونم از حسام دوست داشتنی.

از گفت و گو با این دو دوست عزیزمان می خواہم یک نتیجہ مهم بگیرم، مطلبی کہ ہر دو بزرگوار در صحبت هایشان اشارہ کردند؛ استمرار و پشتکار در خواندن ریاضی، یعنی همان اثر مرکب، یعنی تو روزی نیم ساعت ریاضی بخوان، ولی ہر روز بخوان. این نیم ساعت ها، این استمرارها، در دراز مدت جواب می دہد و نتیجہ خویش رو می بینی. امروز نشد درباره کاربردهای ریاضی در علم دادہ با شما صحبت کنم. امیدوارم در شمارہ های بعدی با ہمراہی شما، این اتفاق بیفتد.

بہ خدا می سپارمتان.

مہارت حل مسئلہ را در دانش آموزان تقویت کنیم. ہمیشہ سعی می کنیم بچہ ها خلاق تر باشند و راہ حل های متفاوتی برای یک سؤال ارائه بدهند و فقط بہ راہ حل گفتہ شدہ در کلاس بسندہ نکنند. بہ نظرم یکی از مہم ترین فن ها در ریاضی ترجمہ است! ریاضی دان مترجم خوبی است. چہ چیزی را ترجمہ می کند؟ مسائل زندگی روزمرہ را بہ زبان ریاضی ترجمہ می کند. اگر مسائل روزمرہ را بہ زبان ریاضی ترجمہ کنیم، آن وقت می توانیم از رایانہ کہ زبان ۰ و ۱ و ریاضی دارد، برای حل مسائلمان کمک بگیریم. پس مدل سازی ریاضی برای حل مسائل کاربردی بہ نظرم یکی از مہم ترین فن ہاست. من در کنار اینکہ معلم ریاضی ہستم، مهندس ہم ہستم و بارہا شدہ است کہ با استفادہ از ہمین مفاہیم ریاضی کہ بچہ ها می پرسند بہ چہ دردمان می خورد توانستہ ام مسائل روزمرہ شرکت ها و استارت آپ ها را حل کنم.

آیا کتاب خوبی برای رشد شخصی می توانید بہ ما معرفی کنید؟ و ہمین طور چند فیلم مناسب با ریاضیات؟

بہ عقیدہ من، دانش آموزانی کہ از لحاظ شخصیتی پختہ ہستند و شخصیتی قوی دارند، خود بہ خود از لحاظ درسی ہم موفق ترند. کتاب «اثر مرکب» را پیشنہاد می کنم کہ دانش آموزان متوسطہ اول بخوانند.

۳ تا فیلم کہ بر اساس داستان واقعی می باشد معرفی می کنم کہ با استفادہ از ریاضی مسائل مہمی را حل کردہ اند. ۱. **مانیبال**: نشان می دہد کہ فردی با استفادہ از آمار و احتمال و دادہ کاوی (بچہ ها، ہمون علم اطلاعات ہست کہ اول برایتان گفتم)، یک تیم بیسبال را متحول می کند. ۲. **بازی تقلید**: کہ در حین جنگ جهانی، برای حل مسائل جنگ، کامپیوتر اختراع می شود و ۳. **یک ذہن زیبا**: کہ در رابطہ با جان نش می باشد کہ نظریہ بازی ها را بیان می کند.

خیلی جالب است کہ دو تا کتاب معرفی کردید کہ بہ رشد شخصی بچہ ها کمک می کنند. می توانید بگویید چہ کمکی می کنند؟

در کتاب اثر مرکب می بینیم کہ تلاش های کوچک مستمر، نتایج بزرگی را بہ ہمراہ دارند. مثلاً بعضی از دانش آموزان ضعیف، مقداری تلاش می کنند و بعد سریع می گویند: پس چرا نتیجہ نمی گیرم؟ وقتی با مفہوم اثر مرکب آشنا شوند، می فہمند کہ نباید از ہمین پیشرفت های ذرہ ذرہ ناامید شد. ہمین تغییرات کوچک در طول زمان می توانند بہ نتایج بزرگی برسند. درک مفہوم اثر مرکب برای معلم ها ہم بسیار مہم است. معلم در برابر دانش آموز ضعیف باید صبر بہ خرج بدهد. «اثر پیگمالیون» در روان شناسی می گوید: افراد نسبت بہ سطح انتظارات دیگران واکنش های مستقیم نشان می دہند. اگر معلمی بر این باور باشد کہ بچہ ای کند ذہن است، خود بچہ ہم باور می کند و واقعاً دیر یاد می گیرد. من معلم باید نسبت بہ پیشرفت های کوچک دانش آموزم دید مثبت داشتم و او را باور کنم.

معرفی اپلیکیشن جنومتری

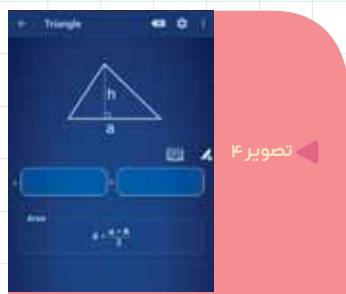
فاطمه درویشی

ماشین هندسه

S: مساحت
P: محیط
a و b و c: طول ضلع‌ها
h: ارتفاع
 α و β و γ : اندازه زاویه‌ها
h: ارتفاع، L: نیم‌ساز و M: میانه
r: شعاع دایره محاطی و D: قطر دایره محاطی



اگر بخش «Scalene» (به مثالی گفته می‌شود که هیچ کدام از ضلع‌ها و زاویه‌هایش با هم مساوی نباشند) را انتخاب کنیم، تصویر ۴ ظاهر می‌شود:



این تصویر نشان می‌دهد چطور با وارد کردن اندازه قاعده و ارتفاع یک مثلث می‌توان Area (مساحت) آن را محاسبه کرد مانند تصویر ۵.



فرض کنید ما بخش Scalene را انتخاب کنیم. بعد از انتخاب این دسته از مثلث‌ها اطلاعاتی به صورت تصویر ۶ ظاهر خواهد شد:

- نمایش فرمول‌های لازم برای محاسبه‌های انجام شده؛
- علامت‌گذاری شکل‌های متفاوت برای دسترسی سریع به معادلات؛
- محیط کاربری بسیار ساده و آسان. برای استفاده از این برنامه کافی است آن را از طریق «Play Store» به صورت رایگان نصب کنید. تصویر ۱ شمایل این برنامه را نشان می‌دهد.



پس از نصب این برنامه صفحه اول آن را به صورت تصویر ۲ مشاهده می‌کنید. در این صفحه می‌توانید شکل هندسی موردنظر خود را انتخاب کنید.



ما از دسته شکل‌های موجود «triangle» یا همان «مثلث» را انتخاب می‌کنیم:

همان‌طور که در تصویر ۳ ملاحظه می‌کنید، انواع مثلث‌ها و مشخصه‌های آن‌ها در تصویر دیده می‌شود که هر کدام نمایانگر مفاهیم بالا هستند:

«آموزش یادگیری حقایق نیست، بلکه پرورش ذهن برای تفکر است.» (آلبرت اینشتین)

در طول دوران معلمی دانش‌آموزان زیادی داشتم که با وجود علاقه به ریاضی، دوست نداشتند وقت خود را هنگام مطالعه برای انجام محاسبه‌های وقت‌گیر صرف کنند و ترجیح می‌دادند بیشتر وقت خود را صرف جنبه‌های حل مسئله کنند. با کنار هم قرار دادن روابط منطقی در ریاضی، مسائل را حل کنند و از مطالعه ریاضی لذت ببرند.

امروز تصمیم داریم ابزاری کاربردی را به شما دوستان معرفی کنیم که شما را از حفظ کردن فرمول و انجام محاسبه‌های ریاضی خلاص می‌کند. به این ترتیب شما عزیزان، ضمن حل تمرین‌های ریاضی، از مطالعه این درس شیرین لذت می‌برید و وقت خود را صرف جنبه‌هایی از ریاضی می‌کنید که به پرورش ذهن شما کمک می‌کنند.

می‌خواهیم یک ماشین حساب هندسی اندرویدی به شما معرفی کنیم و با هم گشتی در محیط این نرم‌افزار بزنیم. اسم این نرم‌افزار «جنومتری» است و پیشرفته‌ترین نرم‌افزار حل مسائل هندسه برای سیستم عامل اندروید محسوب می‌شود.

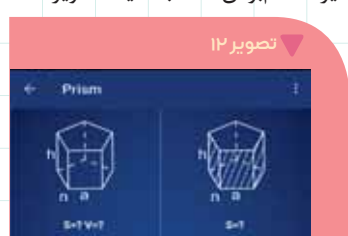
برخی از امکانات و قابلیت‌های برنامه جنومتری اندروید عبارت‌اند از:

- انجام محاسبه‌های هندسی در مدت زمانی بسیار کوتاه؛
- دریافت پاسخ‌هایی دقیق تنها با وارد کردن ابعاد؛
- پشتیبانی از مجموعه شکل‌های هندسی گوناگون و متنوع؛
- اندازه‌گیری پارامترهای گوناگون در هر شکل هندسی؛

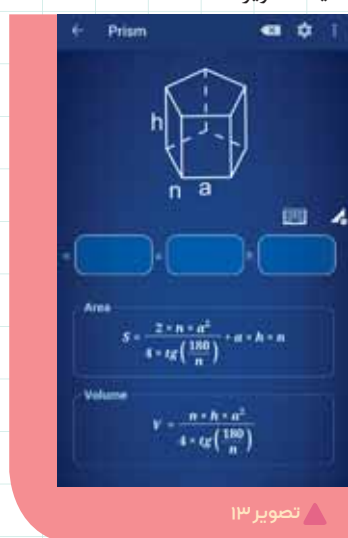
با انتخاب شمایل کره «Sphere» وارد مرحله تصویر ۱۱ خواهیم شد که در آن با وارد کردن شعاع کره (R) مساحت و حجم کره به دست می آید.



با انتخاب منشور «prism» می توانید نوع منشور را به لحاظ منتظم یا غیرمنتظم بودن انتخاب کنید (تصویر ۱۲).



و سپس به عنوان مثال، در منشور منتظم مساحت و حجم را مشاهده و محاسبه کنید (تصویر ۱۳).



با قسمت هایی از این نرم افزار آشنا شدید. امیدوارم «جئومتری» برای شما عزیزان جالب و قابل استفاده باشد. شما می توانید با ورود به بخش های دیگر این نرم افزار از امکانات دیگر آن نیز استفاده کنید.

شکل ها سه بعدی هستند و بیشتر آن ها برای ما شناخته شده اند (تصویرهای ۸ و ۹).



با انتخاب (مکعب مستطیل) خواهیم داشت:

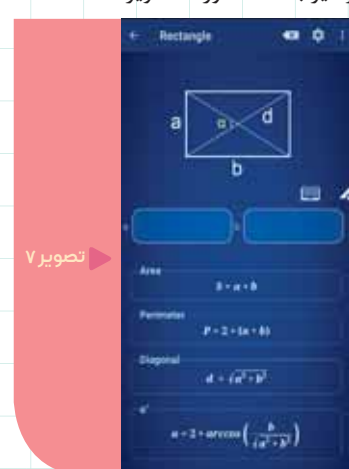


که نشان می دهد نرم افزار مساحت (S)، حجم (V)، قطر اصلی (D) و قطرهای فرعی (d_1, d_2, d_3) را که از مشخصه های اصلی یک مکعب مستطیل هستند، برای شما محاسبه خواهد کرد؛ مانند آنچه در تصویر ۱۰ مشاهده می کنید.



تصویر ۶ نشان می دهند چطور با مشخص بودن سه ضلع یک مثلث می توان موارد زیر را به دست آورد: Area (مساحت)، Perimeter (محیط)، $\alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ$ اندازه زاویه های مثلث، Height (ارتفاع)، Bisectore (نیم ساز) و Median (میانه).

توجه داشته باشید: برخی از روابط ذکر شده در این نرم افزار مربوط به سال های آینده تحصیل شما هستند. با انتخاب شکل مستطیل «rectangle» مشاهده خواهید کرد: که مشخصه های آن مساحت، محیط، قطر و زاویه بین دو قطر است. با وارد کردن طول و عرض مستطیل می توان ضمن مشاهده فرمول ها، مقدارهای آن ها را نیز به دست آورد (تصویر ۷).



با پیمایش صفحه اولیه نرم افزار شکل های بیشتری خواهیم داشت که قسمتی از این



برای مشاهده پاسخ
رمزیننه را اسکن کنید.

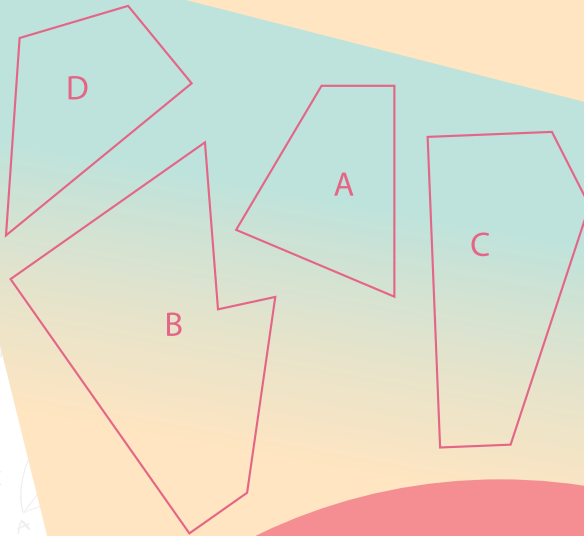


۱ برای علی هر سال جشن تولد گرفته‌اند و به‌ازای هر سال یک شمع روی کیک تولدش روشن کرده‌اند؛ مثلاً در دوسالگی دو شمع، در سه‌سالگی سه شمع و ... اگر برایش تاکنون مجموعاً ۳۲۵ شمع روشن کرده باشند، او چند سال دارد؟

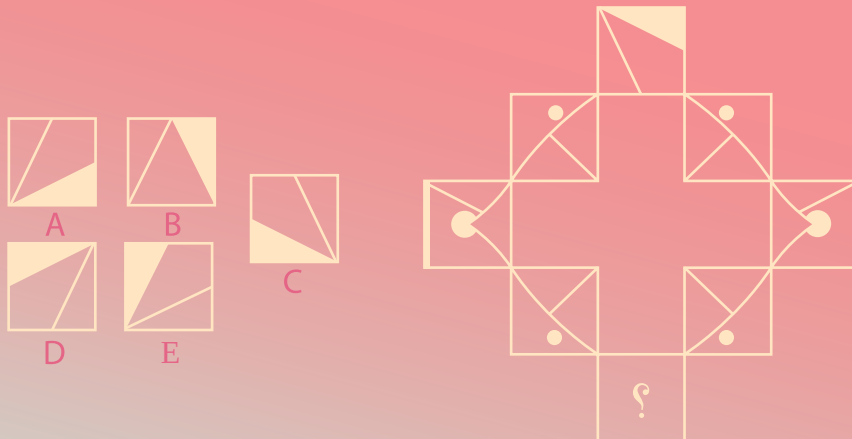
۲ اگر سیاره A هر دو سال یک‌بار دور خورشید بگردد و سیاره B هر سال یک‌بار، چند ماه طول می‌کشد تا دوباره با خورشید در یک خط قرار بگیرند؟



۳ با سه‌تا از این شکل‌ها می‌توان یک مربع کامل ساخت. آن‌ها کدامند؟



۴ جای علامت سؤال کدام یک از شکل‌های زیر باید قرار گیرد؟



ریاضی لذت‌بخش

• لیلا جلیلی

پری حاجی خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

کاغذوتا



مربع نقش آفرین



برای مشاهده
مراحل ساخت
رمزینه را اسکن
کنید.



برای مشاهده
این کاشی کاری در
مسجد جامع نطنز
رمزینه را اسکن کنید.



در این دوره از مجله با استفاده از اریگامی می‌خواهیم طرح‌های کاشی کاری را بسازیم. طرحی که می‌بینید به نام شمسۀ هشت و چهار در کاشی کاری معروف است. نمونه این کاشی کاری را می‌توانید در **مسجد جامع نطنز** ببینید.



چیدمان میزها



۱۰. صاحب رستوران علی را صدا کرد.



۱۶. علی چند تا میز را کنار هم چید تا ۱۹ صندلی دور آن جا شود و جشن تولد برگزار شود؟ علی میزها را چطور چیده است.