

پیامک ۳۰/۸۹۹۵۱/۳۰۰۰/۱۷۳۵-۴۹۴۳/ISSN

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برهان

دوره اول متوسطه

رشد

رشد

وزارت آموزش و پرورش

بازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir

دوره بیست و هشتم
شماره ۳۲/۱۲۲ صفحه
سال ۱۴۰۰
۳۵۰۰۰ ریال

۸

ریاضی دانان معاصر ایران
میرزا جلیلی

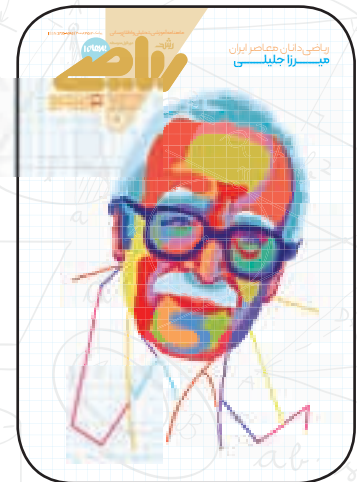


کلید در بسته را پیدا کنید



۱۰ کلید را که در تصویر مخفی شده‌اند، پیدا کنید. کدام یک در را باز می‌کند؟ برای کشف رمز باید از صفحه چرخنده استفاده کنید. برای خواندن آن از حرفی که با علامت پیکان مشخص شده شروع کنید. در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حرکت کنید و یکی در میان حرف‌ها را بنویسید تا عبارت رمز مشخص شود.





تصویرگر جلد: حسین یوزباشی

میرزا جلیلی نامی آشنا برای چند نسل از

مدرسه رفته های ایران است که خدمات

برجسته اش، از او معلمی مثال زدنی

ساخت. او در اردیبهشت سال ۱۳۱۲ در

بوشهر متولد شد، ۸۲ سال در این جهان

زیست، و سرانجام در آذرماه ۱۳۹۴ به لقای

دوست شتافت. میرزا دوره ابتدایی را در

زادگاهش گذراند...

صفحه ۱۸ و ۱۹ را مطالعه کنید.

یادداشت سردبیر نشانی خانه

ریاضیات/ حسین نامی ساعی/ ۲

ریاضیات و مدرسه داستان های ریاضی؛

فرض در لباس حکم! / داود معصومی مهوار/ ۴

گره های نظم آفرین/ محمد هاشم رستمی، حسین کریمی/ ۶

ریاضیات و مسئله يك مسئله، چند راه حل؛

موازی های نامساوی / جعفر اسدی گرمارودی/ ۳

لذت محاسبه / لیلا جلیلی/ ۳۲

ریاضیات و کاربرد بیاید کمی فکر کنیم؛ ۳۲ میلیون وعده

غذا فقط با ۵۰۰ تومان/ خسرو داودی/ ۸

اشتباه نکنید؛ انا را هر گرد نیستند! / قاسم حسین قنبری/ ۱۰

احتمال رخ دادن يك احتمال / افشین خاصه خان/ ۱۲

مسئله ای در يك چهارم نهایی / جعفر اسدی گرمارودی/ ۱۴

دوقلوهای دیجیتالی / ژما جواهری پور/ ۱۶

ریاضیات و تاریخ ریاضی دانان معاصر ایران؛ میرزا جلیلی، معلم فرهیخته

ریاضی و مؤلف کتاب های درسی برای چند نسل / رضا حیدری قزلجه/ ۱۸

ریاضی دانان / احمد حافظ پور/ ۲۰

ریاضیات و منطق پینوکیو در دهکده عجایب / مهرداد قاری، شراره تقی دستجردی/ ۲۲

ریاضیات و سرگرمی طلاهای مسروق / خسرو داودی/ ۲۴

ماندگاری عدد ها / عباس قلعه پور اقدم/ ۲۹

گفت و گو داستان توانا انگشتان بینا، گفت و گو با ریحانه بابرشمس و هستی زارعی از مجتمع

نایبانیان دخترانه نرجس / محمد حسین دیزجی/ ۲۶

شرایط ارسال مطالب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران: صندوق پستی ۶۵۴۷-۱۵۸۷۵ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



حسین نامی ساعی

نشانی خانه ریاضیات

سلام همراهان خوبم. اگر یادتان باشد در یادداشت شماره ۷، فروردین ماه ۱۴۰۰، گفتیم هرکس که ریاضیات را دوست دارد و می‌خواهد مانند یک ریاضی‌دان اندیشه و عمل کند، باید مهارت‌هایی به دست آورد تا بتواند در جاده ریاضیات رد پای ریاضی‌دانان را پیدا کند و پا جای پای آن‌ها بگذارد. همچنین گفتیم که برای رسیدن به این مقصد لازم است گام‌هایی بردارد. در شماره قبل از ۵ گام زیر نام بردیم: ● **چگونگی مطالعه متن، نوشته و کتاب‌های ریاضیات.** ● **چگونه نوشتن یک متن به زبان ریاضی.** ● **چگونه حل کردن یک مسئله ریاضی.** ● **انجام‌دادن اشتباه‌های رایج در ریاضیات.** ● **چگونه خواندن تعریف‌های ریاضی.** توضیح کوتاهی هم درباره هر کدام ارائه دادیم. در این یادداشت گام‌های دیگر این مسیر را نام می‌بریم و درباره هر کدام به اختصار توضیح می‌دهیم.

گام ششم، در جاده ریاضی، چگونه خواندن قضیه‌های ریاضیات است.

بچه‌ها هر قضیه ریاضی فرض و حکمی دارد و همیشه در همه قضیه‌ها حکم از فرض‌های آن نتیجه می‌شود. بنابراین حتماً یادتان باشد که قبل از هر کاری فرض و حکم قضیه را به‌صورت دقیق مشخص کنید. بعد از آن، میزان قوت و ضعف فرض و حکم هر قضیه را معین کنید. قضیه مورد نظرتان را با قضیه‌هایی که قبلاً خوانده‌اید، مقایسه کنید. جزئیات قضیه را به دقت بررسی کنید. کارکرد و کاربرد قضیه را معلوم و آن‌ها را دسته‌بندی کنید. اگر

امکان داشت، برای فهم بهتر قضیه آن را ترسیم کنید و برای آن شکل بکشید. قضیه را روی مثال‌ها و مسئله‌های مرتبطی که می‌شناسید، اجرا کنید و بکوشید با آن قضیه تمرین و مسئله حل کنید. درستی عکس قضیه را هم بررسی کنید (به جای از فرض به حکم رسیدن، از حکم به درستی فرض برسید). قضیه را با کلمه‌ها و نمادهای ریاضی بازنویسی کنید.

گام هفتم، چگونه خواندن یک اثبات است.

فراموش نکنید که اثبات‌ها، قلب ریاضیات هستند و در واقع بدون اثبات‌ها ریاضیات قدرت و مفهومی ندارد. برای خواندن یک اثبات ریاضی باید اثبات را به قسمت‌های کوچک تقسیم کنید. روش به کار رفته برای اثبات را معلوم (استقرا، استنتاج، و ...) و دقیقاً مشخص کنید، از فرض‌ها در کجاها برای اثبات استفاده شده است. درستی متن اثبات را به دقت بررسی کنید و به دنبال یافتن خطا و اشتباه در اثبات باشید. بکوشید اثبات را به طریقی به خاطر بسپارید؛ با استفاده از مهارت‌های چگونه مطالعه کردن.

گام هشتم، چگونه منطقی فکر کردن است.

در این گام لازم است قبل از هر کاری گزاره را بشناسید. گزاره جمله‌ای است خبری که می‌تواند درست یا نادرست باشد، هر چند که درستی یا نادرستی آن بر ما پوشیده باشد؛ مانند: « $\frac{7}{5} > \frac{3}{5}$ » و یا: «عدد $\sqrt{73}$ گنگ است». اما «چه خانه زیبایی» گزاره نیست، چون نمی‌توان درستی یا نادرستی آن را تأیید کرد. یادتان باشد که جمله‌های پرسشی، دستوری و عاطفی نمی‌توانند گزاره باشند؛ چرا که درباره درستی یا نادرستی آن‌ها نمی‌توان هیچ نظری داد. بعد از معلوم شدن گزاره‌ها، گزاره‌های درست و نادرست را مشخص کنید. از گزاره‌های نقیض برای مشخص شدن درستی یا نادرستی گزاره مورد نظرتان استفاده کنید. برای مثال، «عدد ۵ زوج است» گزاره است و نقیض آن می‌شود: «چنین نیست که ۵ عدد زوجی باشد». عکس این گزاره را بررسی کنید: «اگر p آنگاه q » عکس آن می‌شود: «اگر q آنگاه p ». عکس نقیض گزاره را هم بررسی کنید. گزاره «اگر p آنگاه q »، عکس نقیض گزاره «اگر q آنگاه p » است. برای مثال، عکس نقیض گزاره «اگر b فرد است. $2b$ زوج است»، گزاره «اگر $2b$ زوج نیست، آنگاه b فرد نیست» می‌باشد. از درستی « a نتیجه می‌دهد b را» بررسی کنید درستی یا نادرستی a و b را.

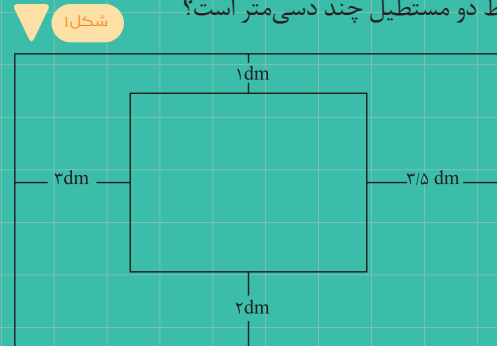
گام نهم، اثبات ادعاها بمان است.

برای اثبات ادعاها بمان در ریاضیات روش‌های متفاوتی وجود دارند. برخی از اثبات‌هایی که شما با آن‌ها آشنا هستید، عبارت‌اند از: ● **اثبات مستقیم** یا استنتاجی: در این برهان، اثبات و نتیجه از ترکیب منطقی اصول، تعریف‌ها و تئوری‌های پیشین به دست می‌آید. ● **اثبات استقرایی**: در اثبات استقرایی، ابتدا یک «حالت اولیه و پایه» اثبات می‌شود که به آن فرض استقرا گفته می‌شود. سپس به کمک «فرض استقرا» مجموعه‌ای از حالات بعدی اثبات می‌شود. ● **اثبات با برهان خلف**: در اثبات با برهان خلف، فرض می‌کنیم گزاره غلط است. سپس به یک تناقض منطقی می‌رسیم و نتیجه می‌گیریم که آن گزاره باید صحیح باشد و اثبات‌های دیگری که بعدها با آن‌ها آشنا می‌شوید، بله بچه‌های عزیز، من مطمئن هستم که اگر از همین الان تصمیم بگیرید که در جاده ریاضیات با توجه به نشانی این ۹ گام حرکت کنید، حتماً به سرای ریاضیات و ریاضی‌دانان خواهید رسید؛ عید سعید فطر مبارک. تابستان خوبی داشته باشید؛ ان‌شاءالله.

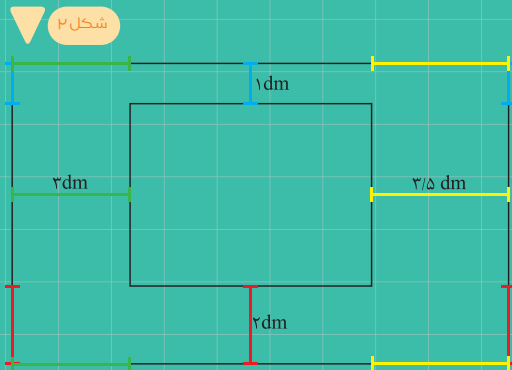
یک مسئله، چند راه حل موازی‌های نامساوی

جعفر اسدی گرماردی

در شکل ۱، ضلع‌های دو مستطیل با هم موازی‌اند. اختلاف محیط دو مستطیل چند دسی‌متر است؟



راه حل اول: مشخص کردن جاهای مورد اختلاف روی شکل هدف به دست آوردن میزان اختلاف دو محیط است. بنابراین در شکل ۲، جاهایی را که محیط مستطیل بزرگ‌تر دارای طول بیشتری از محیط مستطیل کوچک‌تر است، با چهار رنگ مشخص کردیم.



بنابراین اختلاف دو محیط برابر هشت قسمت رنگ شده است که اندازه‌های هر رنگ با اندازه‌های داده شده در صورت مسئله مشخص شده‌اند.

$$19 = 1 + 3/5 + 3/5 + 2 + 2 + 3/5 + 3/5 + 3 = \text{اختلاف دو محیط}$$

راه حل دوم: با استفاده از عبارت جبری

اگر طول مستطیل کوچک را x و عرض مستطیل کوچک را y در نظر بگیریم، در این صورت طول و عرض مستطیل بزرگ را می‌توان بر حسب طول و عرض مستطیل کوچک (همان x و y) به دست آورد.

$$\text{طول مستطیل بزرگ} = x + 3/5 + 3 = x + 6/5$$

$$\text{عرض مستطیل کوچک} = y + 1 + 2 = y + 3$$

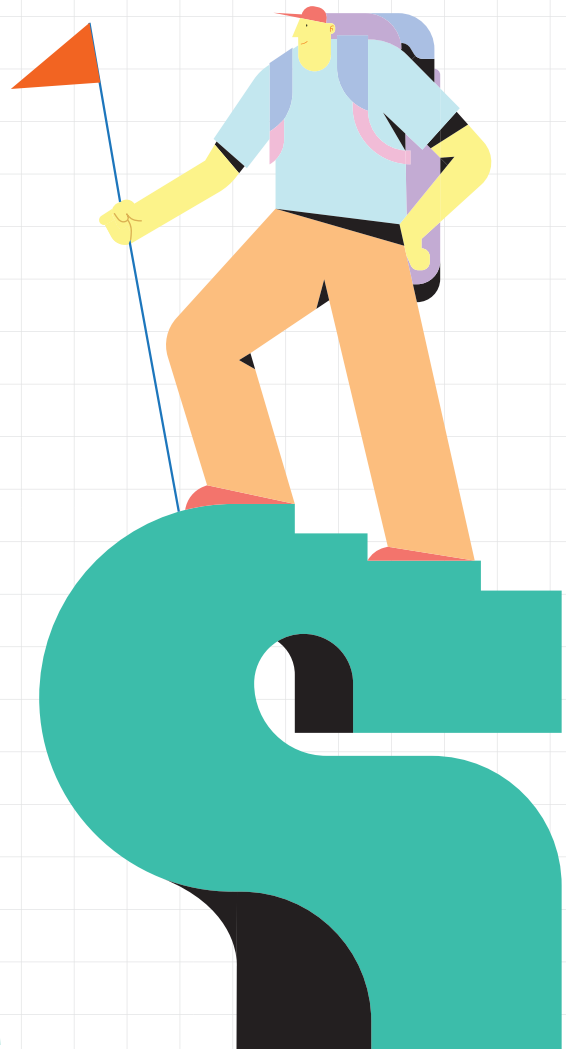
در ادامه می‌توان محیط دو مستطیل را بر حسب x و y محاسبه کرد:

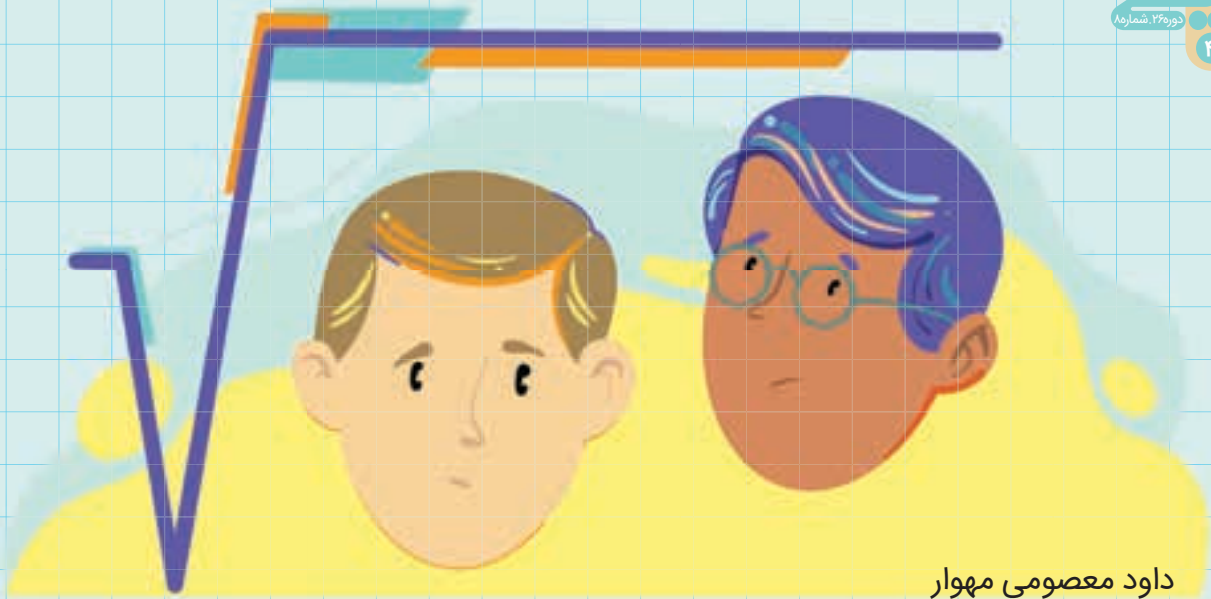
$$\text{محیط مستطیل کوچک} = 2x + 2y$$

$$\begin{aligned} \text{محیط مستطیل بزرگ} &= 2(x + 6/5) + 2(y + 3) = 2x + 12/5 + 2y + 6 \\ &= 2x + 2y + 19 \end{aligned}$$

اکنون اختلاف دو محیط قابل محاسبه است:

$$\begin{aligned} \text{محیط مستطیل کوچک} - \text{محیط مستطیل بزرگ} &= \text{اختلاف محیط دو مستطیل} \\ &= 2x + 2y + 19 - (2x + 2y) \\ &= 2x + 2y + 19 - 2x - 2y = 19 \end{aligned}$$





داود معصومی مهوار

داستان‌های ریاضی

فرض در لباس حکم!

فرهاد: هنوز فکر می‌کنم استدلال الف درست است. در حقیقت، وقتی می‌گویند چیزی را اثبات کنید، می‌خواهند که درستی آن چیز را بررسی کنیم. خب اینجا هم همین کار را کرده‌ایم. بیخودی $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ را درست فرض نکرده‌ایم. می‌خواهیم درستی آن را بررسی کنیم. همین‌جا من به سمت تخته رفتم و شروع به نوشتن کردم و از فرهاد خواستم که ادامه بدهد و به من کاری نداشته باشد.

فرهاد: می‌خواهیم درستی آن جمله را بررسی کنیم. ببینیم که اگر این گزاره درست باشد به کجا می‌رسیم؟ آیا آسمان به زمین می‌آید؟ یا به نتایج معقول و درست می‌رسیم؟ و همان‌طور که می‌بینید به نتیجه معقولی رسیده‌ایم که حاکی از آن است که خود $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ نیز باید درست باشد.

$$2 = 3 \Rightarrow$$

$$0 \times 2 = 0 \times 3 \Rightarrow$$

$$0 = 0$$

نوشتن من پای تخته

حرف فرهاد تمام شده بود و هیچ کس چیزی نمی‌گفت. همه به نوشته تخته خیره شده بودند.

سعید: ولی آقا مقایسه حرف فرهاد با اینکه پای تخته نوشته‌اید، بی‌انصافی است. همه می‌دانیم برابری ۲ و ۳ نادرست است.

من: امیدوارم به فرهاد برنخورد ولی همه گفته‌های او فقط بازی با کلمات بود. «در حقیقت»، «می‌خواهیم درستی آن را بررسی کنیم»، «حاکی از آن است که» این‌ها همه بازی با کلمات هستند. به این مثال من توجه کنید. فرض کنید قرار است در دادگاهی اثبات کنند که آقای الف قاتل است و در همان آغاز وکیل مقتول با این جمله شروع کند که «از آنجا که آقای الف این قتل را مرتکب شده است، ...» آیا فکر می‌کنید به او اجازه ادامه می‌دهند؟ اگر آقای الف قاتل است، این همه دنگ و فنگ و دادگاه و قاضی و وکیل برای چی است؟

خب بچه‌ها با اینکه ممکن است خیلی از شماها مثال دادگاه را پسندیده باشید و خیالتان را راحت کرده باشید، ولی این مثال من هم بازی با

من: خب در یکی از تمرین‌های هفته پیش قرار بود ثابت کنید: $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ که بیشتر شما استدلالی شبیه به هم نوشته بودید و به نظرم با بررسی این استدلال چیزهایی یاد خواهید گرفت. اما استدلال شما:

$$\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15} \Rightarrow$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 < (\sqrt{15})^2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{6}^2 + \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} < 15 \Rightarrow$$

$$6 + 2 + 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} < 15 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{6} \times \sqrt{2} < 7 \Rightarrow$$

$$2\sqrt{6 \times 2} < 49 \Rightarrow$$

$$\sqrt{4 \times 6 \times 2} < \sqrt{49} \Rightarrow$$

$$\sqrt{48} < \sqrt{49}$$

الف

بهرام: به نظرم این استدلال مشکلی اساسی دارد. از همان اول با خود حکم شروع کرده است. یعنی خود حکم را درست فرض کرده است و از آن کمک گرفته است.

سعید: درست است که از حکم شروع کرده‌ایم، ولی همه نتیجه‌گیری‌هایمان بر اساس چیزهایی است که خوانده‌ایم و درست هستند. در پایان نیز به یک جمله درست، یعنی $\sqrt{48} < \sqrt{49}$ رسیده‌ایم. خود شما گفته بودید که «اگر تک‌تک نتیجه‌گیری‌ها را بپذیرید، باید همه استدلال را بپذیرید.»

مرتضی: همه حرف همین است. تک‌تک گزاره‌های الف پذیرفته نیستند. مشکل اصلی همان اولین گزاره است. در استدلال الف همان اول فرض شده است که: $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$. اگر این را بدانیم، دیگر چه چیزی برای اثبات باقی مانده است؟ من با اشاره مرتضی را تأیید کردم و ۲۰ ثانیه تنها سکوت بود.

فرهاد: یعنی تمام دعوا سر این است که باید برعکس می نوشتیم؟

من: نه. تقریباً تمام دعوا سر این است که برعکس نوشته بودید!

مرتضی: خدا به داد برسد! گفتید «تقریباً». یعنی استدلال ب هنوز ایراد دارد؟

من: بله هنوز ایراد کوچکی دارد. وقت نیست، پس خودم آن را اصلاح می کنم.

$$\Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 < \sqrt{15}^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{15}^2 < 0$$

$$i \quad ((\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{15}) \times ((\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \sqrt{15}) < 0$$

$$ii \quad ((\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{15}) > 0 \quad \text{می دانیم}$$

$$\Rightarrow \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{15} < 0 \quad i, ii$$

$$\Rightarrow \sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$$

پ

بعضی از شما در استدلال پ یک باره از $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ نتیجه گرفته بودند که $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ است. من این موضوع را به دقت و به کمک چیزهایی که همه می دانستیم، ثابت کردم.

سعید: پس در حقیقت از $a^2 < b^2$ می توان نتیجه گرفت که $a < b$ است و ما بدون اثبات از آن استفاده کرده بودیم و شما آن را اثبات کردید.

من: نه.

پس از یک دقیقه همه، محمدصدرا نوشته هایش را رها کرد و گفت: «از $(-4)^2 < (-3)^2$ نمی توان نتیجه گرفت که $-4 < -3$ است. ما همگی با بی دقتی مثل سعید حکم کرده بودیم، ولی اگر با همان روشی که شما اثبات کردید از $(-4)^2 < (-3)^2$ شروع کنیم، متوجه می شویم که رسیدن به $-4 < -3$ شدنی نیست و کار گره می خورد. در واقع گاهی از $a^2 < b^2$ می توان $a < b$ را نتیجه گرفت و گاهی نمی توان.»

من: وقتمان کم است. اگر خودتان کارهایی را که محمدصدرا گفت، پیگیری کنید، متوجه خواهید شد. اما در این وقت کم می خواهم ببینم اشکال دیگر استدلال الف را پیدا می کنید یا نه. به حرف های سعید خوب فکر کنید. دو دقیقه وقت دارید.

خود سعید پس از دو دقیقه گفت: «استدلال الف نیز مشکل مشابهی دارد. از $a < b$ نتیجه گرفته شده است $a^2 < b^2$ که این هم ممکن است گاهی درست نباشد. مثلاً $-5 < -2$ است، ولی $(-2)^2 < (-5)^2$ درست نیست. اگر چه از $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ می توان $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 < \sqrt{15}^2$ را نتیجه گرفت.»

سعید به درخواست من پای تخته استدلال خود برای این بخش را چنین نوشت:

$$\Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2}) < \sqrt{15}$$

$$i \quad (\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \sqrt{15} < 0$$

$$ii \quad (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{15} > 0 \quad \text{می دانیم}$$

$$\Rightarrow ((\sqrt{6} + \sqrt{2}) - \sqrt{15})((\sqrt{6} + \sqrt{2}) + \sqrt{15}) < 0 \quad i, ii$$

$$\Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{15}^2 < 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 < \sqrt{15}^2$$

کلمات است. کار ریاضیات دقیق تر از این است که با یک بریده از صفحه حوادث راه بیفتد. باور کنید اصل ماجرا این است که در ریاضیات تصریح می کنند که:

«برای اثبات یک گزاره، باید آن را از گزاره های درست نتیجه بگیرید.» بهرام: ولی در ریاضیات روشی به نام «برهان خلف» برای اثبات پذیرفته شده است که در آن چنین کاری نمی کنند!

من: هنوز در برنامه درسی مان به برهان خلف نرسیده ایم؛ ولی در روش برهان خلف هم همین روند انجام می شود. هیچ وقت از خود حکم نباید شروع کنیم. فعلاً رهاش کنید تا بعداً به آن برسیم.

حالا سعید یک بار دیگر به نوشته تخته نگاه کن. من دو تا نتیجه گیری نوشته ام: اول اینکه دو طرف یک تساوی را ضرب در یک عدد یکسان، یعنی صفر کرده ام و در خط بعدی حاصل را محاسبه کرده ام. من هم چنان که فرهاد گفت خواسته ام تا درستی $3=2$ را بررسی کنم. خوب $a=b \Rightarrow c \times a = c \times b$ نادرست است یا $a=b \Rightarrow 0 \times a = 0 \times b$ آری من اشتباه نتیجه گرفته ام؟ و آیا واقعاً درستی $0=0$ چنان که فرهاد می گفت حاکی از آن است که $3=2$ نیز درست است؟

فرهاد: شما از $3=2$ شروع کرده اید که همه می دانیم نادرست است، ولی من چنین نکرده ام. و مهم تر اینکه چرا ضرب در صفر کردید؟

بهرام: فرهاد به این توجه کن که اگر بدانیم $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ نادرست نیست و درست است، دیگر چه احتیاجی به حرف های دیگر است؟

من: اینکه چرا ضرب در صفر کردم، اعتراض درستی نیست. دو طرف یک تساوی درست را در هر عددی می توان ضرب کرد و تساوی به دست آمده حتماً درست است. این مطلب اگر چه بسیار ساده به نظر می رسد، اما قابل اثبات است. از این اصل بدیهی نتیجه می شود که اگر $a=b$ است، هر جا که بخواهیم حق داریم a را برداریم و به جای آن b بگذاریم. پس در تساوی بدیهی $ac=ac$ به جای یکی از a ها b را قرار می دهیم و به $ac=bc$ می رسیم. بهرام هم کاملاً درست می گوید. بخش اول اعتراض فرهاد را به خوبی پاسخ داد.

به موضوع ظریف و دقیق دیگری نیز توجه کنید. من پای تخته نشان دادم که از یک گزاره نادرست می توان با نتیجه گیری هایی کاملاً درست، به یک گزاره درست رسید و به این ترتیب باطل بودن حکایت فرهاد را نشان دادم. فرهاد می گفت: «درستی $\sqrt{49} < \sqrt{48}$ ، حاکی از درستی $\sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$ است.»

سعید: یعنی منظور تان این است که در یک نتیجه گیری کاملاً درست، از درستی نتیجه نمی توان به درستی گزاره اولیه حکم کرد؟

من: بله. آنچه گفتی بیانی از یک بیان دقیق ریاضی است. شاید بعدها بیان دقیق تر آن را برایتان بگویم. فعلاً سراغ حل درست این مسئله برویم که بعضی نوشته بودند. ببینید:

$$\Rightarrow \sqrt{48} < \sqrt{49}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 \times 6 \times 2} < \sqrt{49}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{6 \times 2} < \sqrt{49}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} < 7$$

$$\Rightarrow 6 + 2 + 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} < 15$$

$$\Rightarrow \sqrt{6}^2 + \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} < 15$$

$$\Rightarrow (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 < \sqrt{15}^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{6} + \sqrt{2} < \sqrt{15}$$

ب

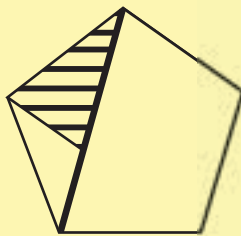


محمد هاشم رستمی
حسن کریمی

گره‌های نظم آفرین

ابتدا نوار را گره ساده بزنید (شکل ۱ - الف). گره راست و ردها را صاف کنید (شکل ۱ - ب) و نوارهای اضافی را ببرید (شکل ۲)

شکل ۲



در شماره قبل با رسم چند شکل منتظم به کمک خط کش و پرگار آشنا شدیم. در این نوشتار می‌خواهیم با ساختن پنج، شش، هفت و هشت ضلعی منتظم به کمک گره زدن کاغذ آشنا شویم. آنچه که لازم است، یک نوار بلند کاغذی با عرض یکسان است. از نظر تاخوردن و پیچ و خم خوردن، نوار ماشین حساب بسیار مناسب است.

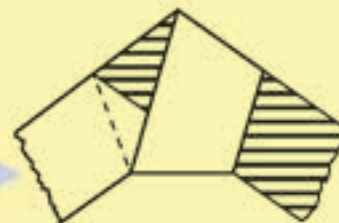
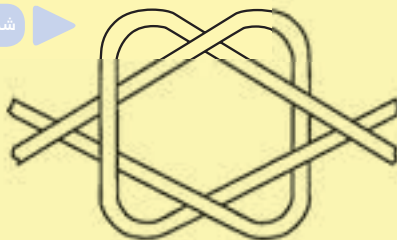
پنج ضلعی منتظم

شش ضلعی منتظم



شکل ۲ - الف

شکل ۳ - الف

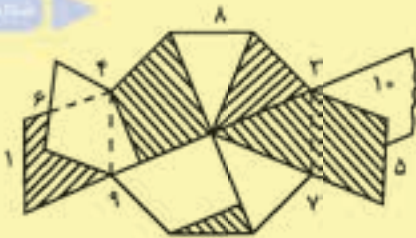


شکل ۴ - الف



شکل ۳

هشت ضلعی منتظم

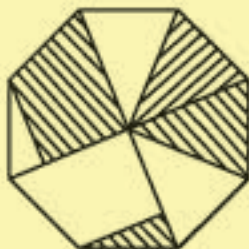


شکل ۴



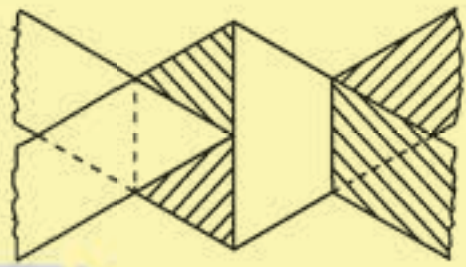
شکل ۵

ابتدا مانند پنج ضلعی، با یک نوار کاغذی یک گره شل بزنید. در شکل ۷- الف، این گره با نوار هاشور خورده که از ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ عبور کرده‌اند، نشان داده شده است. نوار دوم را از قسمت ۶ شروع می‌کنیم و از روی ۱ و سپس ۲ و ۳ و ۴ عبور می‌دهیم. در قسمت ۷ دور می‌زنیم و نوار را از پشت ۴، ۵ و سپس ۱ و ۲ عبور می‌دهیم. در قسمت ۸ هم دور می‌زنیم و نوار را از روی ۳ و ۴ و از زیر ۸، ۷ و سپس ۴ و ۵ عبور می‌دهیم تا در قسمت ۱۰، سر نوار بیرون بیاید. این گره قبل از سفت شدن مانند شکل ۷- ب می‌شود. گره را سفت و ردها را صاف کنید. باقی مانده نوارهای ۱، ۵، ۶ و ۱۰ را برش می‌دهیم (شکل ۸).



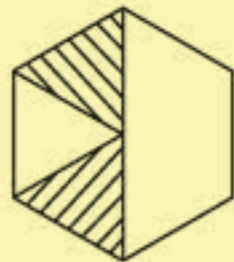
شکل ۶

منبع: رسمی، محمدحسین (۱۳۸۲)، بازی‌های ریاضی (ج ۱)، انتشارات مدرسه
پروژه: تهران



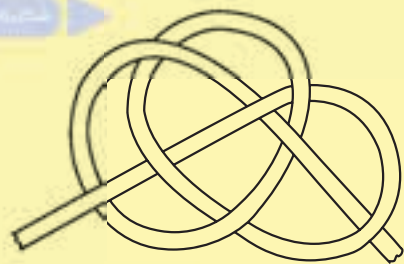
شکل ۳

دو نوار کاغذی هم‌عرض، مانند شکل ۳- الف آماده کنید. آن‌ها را گسره بزنید. انتهای هر نوار را به داخل حلقه دیگر برگردانید. گره را سفت و ردها را صاف کنید (شکل ۳- ب) و نوارهای اضافی را ببرید (شکل ۴).

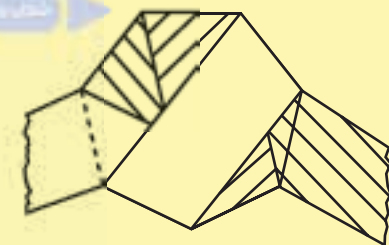


شکل ۴

هفت ضلعی منتظم



شکل ۵



شکل ۶

ابتدا نوار بلند کاغذی را مانند پنج ضلعی منتظم گره بزنید، اما قبل از سفت کردن، یک سر نوار را زیر سر دیگر ببرید و از وسط گره عبور دهید (شکل ۵- الف). گره را سفت و ردها را صاف کنید (شکل ۵- ب) و نوارهای اضافی را ببرید (شکل ۶).



پول توجیبی‌های من! ۳۲ میلیون وعده غذا فقط با ۵۰۰ توهان! همین حالا سفارش بدهید! خسرو داودی

بیا باید کمی فکر کنیم!

مادر بزرگ؟ عمه، خاله، دایی یا عمو چطور؟
خب من در این مطلب فرض می‌کنم که هر دانش‌آموز بالاخره به
گونه‌ای از والدین خود یا اشخاص دیگر پولی‌هایی می‌گیرد. هر
بچه‌ای هم برای خودش قلکی درد و پول‌هایش را در آن جمع
می‌کند. برای مثال، شاید عیدی‌هایش را نگه دارد و مدت‌ها
به این فکر کند که با پول‌هایش چه چیزی بخرد. بعضی‌ها
آرزوهای بزرگ‌تری دارند و باید خیلی صبر کنند و پول‌هایشان
را جمع کنند تا شاید بتوانند آنچه را که علاقه دارند، بخرند.
البته هستند کسانی که به این چیزها فکر نمی‌کنند و همه
چیز برایشان مهیاست. هر وقت اراده کنند، از پدر و مادر پول

خیلی از بچه‌ها از پدر و مادر خود پول توجیبی می‌گیرند و با
پول خود خوراکی می‌خرند. بعضی‌ها دوستانشان را هم مهمان
می‌کنند. اکثر بچه‌ها از اینکه در جیبشان پول باشد و خودشان
خرج کنند، لذت می‌برند. بعضی‌ها در روز یا هفته یا ماه یک
مبلغ مشخصی می‌گیرند. بعضی‌ها هم بدون قاعده از پدر و مادر
خود پول می‌گیرند و خرج می‌کنند. تعدادی از بچه‌ها هم شاید
هیچ پولی با این عنوان از والدین خود نگیرند. شما چطور؟
آیا پول توجیبی می‌گیرید؟ چقدر؟ راستی غیر از پدر و مادر،
افراد دیگری هم به شما پول می‌دهند؟ برای مثال، پدر بزرگ یا

خب این فقط یک مثال بود برای اینکه شما متوجه شوید، با همین پول‌های اندک که می‌توانید از پول توجیبی خود کنار بگذارید، چه کارهای بزرگ و خوبی می‌شود انجام داد. شاید تعجب کنید چرا کاری که به همین سادگی به نظر می‌رسد، انجام نمی‌شود؟ یکی از دلایل این است که ما هنوز باور نکرده‌ایم که با جمع شدن همین کارهای کوچک که در تعداد زیاد (مثل ۱۵ میلیون نفر دانش‌آموز) ضرب می‌شود، چه عده‌های بزرگی خلق می‌شوند. یکی دیگر از دلایل‌ها هم این است که هر کدام از ما به انجام کارهای کوچک ولی پیوسته و دنباله‌دار عادت نکرده‌ایم. مثلاً می‌توانیم عادت کنیم که به‌طور روزانه یا حداقل هفتگی بخشی از پول توجیبی خودمان را به‌عنوان صدقه کنار بگذاریم تا این عادت بین دانش‌آموزان مدرسه به یک فرهنگ تبدیل شود. مهم نیست که در یک مدرسه چقدر پول جمع می‌شود و با آن پول چه کاری می‌شود کرد. مهم تبدیل شدن این سنت حسنه به یک فرهنگ و عادت عمومی است. مهم این است که دانش‌آموز ما دغدغه داشته باشد. به فکر هم‌نوعان و هم‌سن‌های خودش باشد. راستی برای این موضوع چه فکری کرده‌اید؟ آیا شما حاضرید به تنهایی بخشی از پول توجیبی خودتان را کنار بگذارید و برای امور خیر صرف کنید؟

کمی بیشتر فکر کنیم!

اگر شما حاضرید از پول توجیبی خودتان حتی به یک مقدار اندک بگذرید و آن را کنار بگذارید، شروع خیلی خوبی است، اما پایان کار نیست. باید به فکر باشید و دوستان دیگر مدرسه را هم با خود همراه کنید. از کلاس خودتان شروع کنید. بچه‌ها را جمع کنید و یک صندوق کوچک در کلاس ایجاد کنید. با هم قرار بگذارید، هر هفته هر کس هر مقداری که می‌خواهد (هر چند خیلی خیلی کم باشد) از پول توجیبی‌های خودش به این صندوق هدیه کنید. وقتی این کار در کلاس شما جا افتاد و بیشتر بچه‌ها مشارکت کردند، به همراه کردن بقیه کلاس‌های مدرسه خودتان فکر کنید. آن‌ها را هم تشویق کنید تا هر کلاس برای خودش یک صندوق درست کند. به کمک معلمان و مسئولان مدرسه این کار را در کل مدرسه توسعه دهید. اکنون صندوق مدرسه شما وضع بهتری دارد. پول بیشتری جمع‌آوری شده است و می‌توانید تصمیم بگیرید که با این صدقات جمع‌آوری شده، چه کارهای خیری انجام دهید. در این مورد با هم مشورت کنید و راه‌های ناب را بیابید. تلاش شما این باشد که گاهی هر چند کوچک از مشکلات خانواده‌های نیازمند باز کنید. امیدوارم در این راه خیر موفق باشید. مطمئن هستیم که اگر این حرکت را آغاز کنید، معلمان و والدین هم مشارکت می‌کنند و شما می‌توانید کارهای بزرگی انجام دهید. به امید اینکه هر مدرسه در کشورمان یک صندوق صدقه دانش‌آموزی داشته باشد و همه دست به دست هم بدهند و با مشارکت هم کارهای بزرگ‌تری انجام دهند.

می‌گیرند و آن‌ها هم هر چه بخواهند برایشان می‌خرند. شما از کدام دسته از دانش‌آموزان هستید؟ از اینکه از چه راهی چقدر پول به دست آورده‌اید، بگذریم. بیا ببینیم فکر کنیم که با این پول چه کارهایی می‌شود کرد. اگر همه دانش‌آموزان کشور با هم در یک پوشش جدی شرکت کنند، چه کارهای بزرگی می‌توانند انجام دهند؟ برای مثال، آیا می‌توانند به خانواده‌های نیازمند کمک کنند؟ آیا این کار از عهده دانش‌آموزان برمی‌آید؟ اگر همه تصمیم بگیرند، در این کار خیر شرکت کنند، چه اتفاقی می‌افتد؟

بیا ببینیم محاسبه کنیم!

در حال حاضر، حدود ۱۵ میلیون دانش‌آموز در حال تحصیل هستند. آیا امکان‌پذیر است هر دانش‌آموز در هفته فقط ۵۰۰ تومان کنار بگذارد؟ من که هر چه فکر می‌کنم، نمی‌توانم مثالی پیدا کنم که با ۵۰۰ تومان بشود چیزی خرید! یک کیک کوچک معمولی یا یک کلوچه ۱۵۰۰ تومان است. یعنی ۵۰۰ تومان خیلی بی‌ارزش‌تر از آن است که نتوان تصور کرد که پرداخت آن از عهده یک دانش‌آموزی که مدرسه می‌رود، برنیاید. یک سال شامل ۵۲ هفته است، پس:

$$\text{تومان} \quad 52 \times 500 = 26000$$

مقدار این پول در یک سال

$$26000 \times 15,000,000 = 390,000,000,000$$

باورتان می‌شود؟! ۳۹۰ میلیارد تومان پول. به همین سادگی می‌شود جمع‌آوری کرد! اگر در شرایط فعلی بخواهیم یک وعده غذای گرم ساده تهیه کنیم، در حدود ۱۲۰۰۰ تومان باید هزینه کنیم. پس:

$$390,000,000,000 \div 12000 = 32,500,000$$

یعنی در حدود ۳۲ میلیون وعده غذا می‌شود. فرض کنیم هر شخص در هر روز فقط همین وعده غذا را دریافت کند:

$$\text{نفر} \quad 32,500,000 \div 365 (\text{روز}) \approx 89,041$$

پس با این مقدار پول می‌شود غذای یک وعده حدود ۸۹ هزار نفر را در یک سال تأمین کرد.

حالا فرض کنید در کشور ۸۰ میلیونی ما، حدود ۲ میلیون نفر نیازمند باشند به‌طوری که حتی نتوانند یک وعده غذا برای خود تهیه کنند:

$$2000,000 \div 89,000 = 22/47$$

یعنی اگر ما همان ۵۰۰ تومان را ۲۰ برابر کنیم، می‌شود هفته‌ای (۲۰ × ۵۰۰ = ۱۰۰۰۰) تومان. پس می‌توانیم غذای تمام فقراي کشورمان در طول یک سال را تأمین کنیم.

برای خانواده‌هایی که فرزندانیشان را به مدرسه می‌فرستند، هفته‌ای ۱۰ هزار تومان پول زیادی نیست. گمان می‌کنم همه از پس آن برمی‌آیند. به همین راحتی می‌توانیم کاری کنیم که هیچ فقری در کشورمان گرسنه نماند.

اشتباه نکنید؛

انارها گرد نیستند!

قاسم حسین قنبری

آن‌ها را مثل
سیب
پوست
نکنید



این مقاله حاصل کنجکاو‌های پسر، کوروش حسین قنبری، دانش‌آموز پایه سوم ابتدایی در مورد انارهاست. به همین خاطر خیلی از زبان ریاضی در آن استفاده نشده است. انار میوه‌ای ایرانی است و کسی در خوش مزه و مفید بودن آن شکی ندارد. تقریباً همه ما در فصل زمستان و پاییز خاطرات زیادی با آن داریم؛ به‌ویژه در شب یلدا. اما متأسفانه افراد زیادی هستند که از انار خوردن خاطره خوبی ندارند. چرا که موقع خوردن انار به دردسر می‌افتند. لباس خود یا فرش را رنگی می‌کنند، و یا پس از خوردن انار، همه دست و صورتشان چسبناک و رنگی می‌شود. بچه‌ها چه کتک‌هایی به‌خاطر انار نخورده‌اند و چه فرش‌ها و لباس‌های گران‌بهایی به‌خاطر انارخوری لک شده‌اند. اما مشکل چیست؟

الگوریتم شکستن انار

۱. ابتدا همانند تصویر ۱ و ۲ پوست، سقف انار را همراه تاج برمی داریم.
 ۲. چندوجهی انار را مشخص می کنیم.
 ۳. در زاویه های چندضلعی، با توجه به خط های سفید برش های عمود می زنیم.
 ۴. وجه های چندضلعی را به آرامی جدا می کنیم.
- تذکر: در همه مرحله ها فقط پوست انار را برش می زنیم.



اما چند سؤال مطرح می شود:

- بیشترین و کمترین وجه انارها کدامها هستند؟
 - آیا همه انارهای یک درخت وجه های مساوی دارند؟
 - بیشترین وجه ها بین انارها کدام اند؟
- پاسخ به این سؤال ها به ریاضی مربوط نیست و به مشاهده نیاز دارد. مشاهدات ما نشان داده است:
- انار از سه وجهی تا هشت وجهی وجود دارد.
 - همه انارهای یک درخت وجه های مساوی ندارند.
 - بیشترین انارها پنج یا شش وجهی اند.



انار پنج وجهی

مشکل این است که انار گرد نیست، ولی این افراد با فرض اینکه انار گرد است، برای شکستن آن مثل سیب یا پرتقال عمل می کنند. در نتیجه دانه های انار را زخمی می کنند و خون به پا می شود! یکی از دوستانم تعریف می کرد اولین بار که انار دیده بود، آن را مانند سیب پوست کنده بود و معلوم است که چه اتفاقی افتاده بود.

با کمی دقت معلوم می شود که شکل انار یک چندوجهی است که روی یک مخروط یا هرم معکوس بنا شده است. هر یک از وجه ها، پایه ای در درون خود دارند که دانه های انار روی آن ها چیده شده اند و شبیه تاج خروس است. این بخش ها (تاج ها) توسط پرده ای از سایر قسمت ها جدا شده اند. برای روشن شدن موضوع به تصویرهای ۱ و ۲ دقت کنید که برشی از اناری کوچک است.



تصویر ۱

تصویر ۲



به آسانی مشخص می شود که انار تصویر ۱ مقطع مربع دارد که قطرهای آن رسم شده اند. این قطر ها همان پرده ها هستند. انار تصویر ۲ مقطع مثلث دارد و پرده ها تقریباً میانه های مثلث هستند که در یک نقطه یکدیگر را قطع کرده اند.



افشین خاصه خان

احتمال رخ دادن يك احتمال

● از او پرسیدم: «امیرجان چه سؤالی ذهن شما را به خود مشغول کرده است؟»

● مؤدبانه سلام کرد و گفت احتمال.

● پرسیدم مشکل چیست؟ گفت: «چرا غالباً محاسبه‌های احتمال با واقعیت هم‌خوانی ندارد؟ با این اوصاف ما چرا علم احتمال می‌خوانیم، وقتی با قاطعیت نمی‌توانیم به آن استناد کنیم؟»

● تصافاً سؤال تأمل‌برانگیزی بود و امیرمحمد با اشتیاق منتظر جواب من بود. کاملاً متوجه سؤالش شدم، ولی برای نگارش این گفتگو از او خواستم تا با یک مثال، سؤالش را ساده‌تر مطرح کند.

● در پاسخ گفت: «مثلاً در پرتاب تاس، محاسبه‌ها نشان می‌دهد که احتمال رو شدن عدد ۲ برابر $\frac{1}{6}$ است. تفسیر این عدد هم آن است که از هر شش پرتاب یک تاس، باید یک بار عدد ۲ رو شود، ولی من چندین بار آزمایش کردم و خلاف این عدد اتفاق افتاد. در یکی از آزمایش‌ها، از ده پرتاب متوالی هیچ‌کدام ۲ نشد. با این آشفتگی‌ها، چرا ما باید علم احتمال را بخوانیم؟»

● پرسیدم: «آیا بین آزمایش‌ها حالتی را تجربه کردی که عدد $\frac{1}{6}$ را تأیید کند؟»

● گفت: «بله، بعد از کلی آزمایش یک‌بار اتفاق افتاد.»

دوستان سلام، به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. این هفته یکی از مراجعه‌کنندگان دانش‌آموز نخبه‌ای بود به نام امیرمحمد خادم‌وطنی. امیرمحمد که بسیار مؤدب و موقر نشان می‌داد، به اتفاق مادرش به درمانگاه مراجعه کرده بودند. ایشان را به اتاق اصلی راهنمایی کردم و پس از سلام و احوال‌پرسی علت مراجعه را جویا شدم.

ابتدا مادر امیرمحمد او را معرفی کرد و خلاصه‌ای از رزومه او را نشان داد. واقعاً برای یک دانش‌آموز پایه هفتم، رزومه بسیار پربار و تحسین‌برانگیزی بود. مدال طلای ۲۰۱۹، مدال نقره ۲۰۲۰، مسابقه‌های آسیایی المپیاد ریاضی SASMO، نشان لیاقت مسابقه‌های جهانی IMO و چندین دیپلم افتخار از مسابقه‌های کانگورو نشان می‌داد. بحثی که قرار بود بین ما انجام شود، مطمئناً از سطح بالایی برخوردار است.



● کمی مکث کرد و گفت: «بستگی دارد. بعضی از روزها زیاد اتفاق می‌افتد و بعضی از روزها کم.»

● پرسیدم: «در چند مورد پیش‌بینی شما درست از آب درآمده است؟»

● گفت: «گاهی درست بوده است و گاهی نه.»

● گفتم: «در رزومه شما مدال طلای مسابقات آسیایی المپیک ریاضی SASMO وجود دارد. به شما تبریک می‌گویم. حالا یک سؤال از شما دارم: در حل سؤال‌های این مسابقات، پریشانی برای شما پیش آمد که هیچ ایده‌ای برای حل آن نداشتید یا نه؟»

● بلافاصله جواب داد: «بله.»

● پرسیدم: «چرا تصادفی به آن جواب ندادید؟»

● امیرمحمد گفت: «چون نمونه منفی داشت.»

● گفتم: «از کجا معلوم، شاید به قول خودتان جواب تصادفی که انتخاب می‌کردید، گزینه درست بود؛ یعنی غیر از انتظار شما؟ چه چیزی مانع انتخاب جواب تصادفی شد؟»

● گفت: «انتخاب تصادفی یک گزینه درست در مقابل سه گزینه نادرست عقلانی نبود.»

● گفتم: «شما همان موقع از علم احتمال استفاده کرده‌اید، بدون آنکه متوجه شوید. شما در واقع عدد احتمال $\frac{1}{4}$ را (انتظار شما از نادرست بودن گزینه) به عدد $\frac{1}{4}$ (انتظار شما از درست بودن گزینه)، ترجیح دادید.»

● امیرمحمد گفت: «حق با شماست. من همیشه در یک سؤال چندگزینه‌ای که هیچ ایده‌ای ندارم و سؤال نمونه منفی هم دارد، انتخابم جواب ندادن به سؤال است. علت آن، بدون آنکه متوجه شوم، محاسبه و مقایسه عدد احتمالی است که من از درست و نادرست بودن انتخابم انتظار دارم. استاد مثال بسیار جالبی بود، کاملاً قانع شدم. من چون در آزمون‌های تستی زیادی شرکت کردم، این موضوع را کاملاً لمس کرده‌ام.»

● گفتم: «امیرمحمد جان، حالا شما می‌توانید خلاصه‌ای از بحثمان را ارائه دهید؟»

● با طمأنینه گفت: «فکر می‌کنم بتوانم. در علم احتمال ما به هر پدیده تصادفی که قرار است روی دهد، می‌توانیم عددی را نسبت دهیم. این عدد نشان‌دهنده نتیجه مورد انتظار ماست و هیچ تضمینی وجود ندارد که دقیقاً نتیجه پیشامد را پیش‌بینی کند. با این حال در بسیاری از تصمیم‌ها و انتخاب‌ها، عدد احتمال می‌تواند کمک‌کننده و راهگشا باشد.»

● گفتم: «امیرمحمد عزیز، اول اینکه از سؤال‌های شما بسیار لذت بردم و با دیدن رزومه شما انتظار چنین سؤال‌هایی را داشتم. دوم اینکه اگر موافقی در مورد سؤال اول شما بحث کنیم.»

● گفت: «با کمال میل.»

● گفتم: «اگر اشتباه نکنم، در تفسیر شما کلمه باید وجود داشت، درست است؟»

● گفت: «درست است. مگر این‌طور نیست؟»

● جواب دادم: «اگر به جای باید بگوییم انتظار داریم، خیلی قابل قبول‌تر خواهد شد: نظر شما چیست؟ آیا می‌توانید جمله خودتان را تصحیح کنید؟»

● گفت: «یعنی از هر شش پرتاب یک تاس، انتظار داریم یک بار عدد ۱ رو شود. اما استاد این انتظار از کجا نشئت می‌گیرد؟»

● گفتم: «از هم‌شانس بودن روشن شدن هر شش وجه تاس. این جواب برای شما قانع‌کننده است؟»

● گفت: «اگر تاس دست‌کاری نشده باشد، منطقی است، ولی هم‌شانس بودن آن‌ها چرا باعث نمی‌شود از هر شش پرتاب، فقط یک پرتاب عدد ۱ رو شود؟ چرا این نظم در محاسبات، در عمل به هم می‌ریزد و اتفاق نمی‌افتد؟»

● گفتم: «امیرمحمد جان ما با محاسبات، در واقع اتفاقی را که قرار است در دنیای واقعی بیفتد، مدل‌سازی می‌کنیم و یک عدد به نام عدد احتمال را به آن نسبت می‌دهیم. به‌طوری که هر قدر آن عدد به ۱ نزدیک‌تر باشد، انتظار داریم احتمال وقوع آن بیشتر شود و هر قدر آن عدد به صفر نزدیک‌تر باشد، انتظار داریم احتمال وقوع آن کمتر باشد. اما از قبل می‌دانیم، آنچه که محاسبه می‌کنیم و در واقع انتظار داریم، در عمل می‌تواند نتیجه‌ای دور از انتظار ما داشته باشد. علم احتمال به اتفاقاتی که با قطعیت قابل پیش‌بینی نیستند، مقدار می‌دهد. این مقادیر انتظارات ما از نتایج این اتفاقات را نشان می‌دهند، ولی نمی‌توانند آنچه پیش می‌آید را دقیقاً پیش‌گویی کنند. در یک زندگی پویا که موجودات آن دائماً در حال تغییر هستند، واضح است که بسیاری از انتظارات ما اتفاق نمی‌افتند.»

● امیرمحمد گفت: «استاد تا حدی قانع شدم، اما سؤال دوم من همچنان به قوت خود باقی است. وقتی آنچه که انتظار داریم را محاسبه می‌کنیم و نتیجه، بیشتر اوقات با آنچه که اتفاق می‌افتد متفاوت است، پس چرا ما باید علم احتمال را بدانیم؟»

● از او پرسیدم: «شما روزانه چند بار در موقعیت‌هایی قرار می‌گیرید که باید پیش‌بینی و انتخاب کنید؟»

مسئله‌ای در یک چهارم نهایی

جعفر اسدی گرمارودی



روزهایی را سپری می‌کنیم که متأسفانه به دلیل وجود بیماری «کرونا»، بعضی از رقابت‌های جذاب ورزشی در سطح جهانی، از قبیل المپیک ۲۰۲۰ توکیو برگزار نشد. اما با مطلب پیش رو می‌خواهیم با ارائه یک مسئله در ارتباط با نوع برگزاری رقابت‌های ورزشی، از آخرین رقابت جام ملت‌های اروپا در سال ۲۰۱۶ (۱۳۹۵ خورشیدی) یاد می‌کنیم.

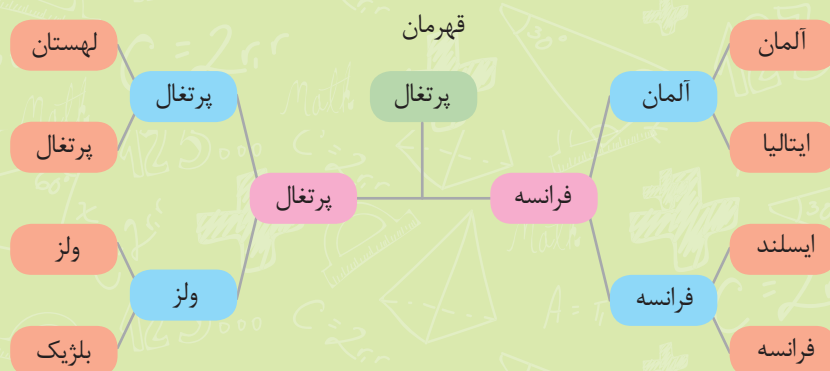
همان‌طور که می‌دانید و در این چند دوره اخیر مجله «رشد برهان ریاضی متوسطه اول» مشاهده کردید، در برگزاری رقابت‌های ورزشی از دانش ریاضی استفاده می‌شود. چنین استفاده‌ای حتی سبب طرح مسئله‌هایی در مسابقه‌های مرتبط با ریاضی شده است. برای مثال، در «مسابقه ریاضی کانگورو» در پایه‌های هفتم و هشتم در سطح متوسط، یعنی چهار امتیازی، در سال ۲۰۱۶ چنین مسئله‌ای مطرح شده است. این مسئله را با اندکی تغییر و در ارتباط با مسابقه‌های جام ملت‌های اروپا ۲۰۱۶ به صورت مقابل بیان می‌کنیم:

مسئله: همان طور که می دانید بعد از رقابت های گروهی در جام ملت های اروپا، ۱۶ تیم صعود می کنند و ادامه رقابت ها را به صورت حذفی از مرحله یک هشتم نهایی برگزار خواهند کرد. بعد از پایان مسابقه ها، ما همان نتیجه های مرحله های یک چهارم نهایی، نیمه نهایی و نهایی جام ملت های اروپا را نوشت؛ البته نه لزوماً به همان ترتیب:

فرانسه از آلمان، پرتغال از لهستان، فرانسه از ايسلند، پرتغال از فرانسه، آلمان از ایتالیا، ولز از بلژیک و پرتغال از ولز بُرد. با نتایج اعلام شده بالا مسابقه های مرتبط با هر سه مرحله حذفی و قهرمان را تعیین کنید و در پایان نمودار حذفی را رسم کنید. **حل:** شاید فوتبال دوستان عزیز هنوز قهرمان آن دوره و بازی نهایی و اتفاقات آن را یادشان باشد اما اگر یادتان نمی آید و شاید آن موقع هنوز چنین مسابقاتی را دنبال نمی کردید اکنون با اطلاعاتی که در ارتباط با جام حذفی خواهیم گفت می توانید تک تک مسابقات هر مرحله را مشخص کنید.

با توجه به اطلاعات بالا و نتایج اعلام شده مسابقه ها از مرحله یک چهارم نهایی، می توان به داشته های زیر دست یافت:

- مرحله یک چهارم نهایی با حضور ۸ تیم برگزار می شود و اگر تعداد تیم های بالا را بشماریم، دقیقاً نام ۸ تیم فرانسه، آلمان، پرتغال، لهستان، ايسلند، ایتالیا، ولز و بلژیک را مشاهده خواهید کرد.
 - تعداد مسابقه های اعلام شده برابر ۷ بازی است که دلیل آن روشن است: ۴ بازی در یک چهارم نهایی، ۲ بازی در نیمه نهایی و تک بازی نهایی که در مجموع ۲ مسابقه را شامل می شود.
 - نام بعضی تیم ها یک بار، نام بعضی تیم ها دو بار، و نام بعضی تیم ها سه بار آمده است. روشن است، به دلیل وجود سه مرحله، نام هیچ تیمی بیش از سه بار نیامده است.
 - با کمی دقت در می یابید، تیم هایی که نامشان فقط یک بار آمده است، در طرف دوم بازی ها اعلام شده اند و بازنده مسابقه ها بوده اند. تعدادشان هم برابر چهار تیم است. این تیم ها حذف شده های مرحله یک چهارم نهایی هستند و با حذف شدن، مجالی برای بازی بیشتر نداشته اند تا نامشان بیشتر بیاید. با این توضیحات نام این تیم ها عبارت است از: لهستان، ايسلند، ایتالیا و بلژیک.
 - تیم هایی که نامشان دو بار آمده است، دارای یک پیروزی و یک شکست هستند و شکست آن ها در مرحله نیمه نهایی است. آلمان و ولز بازنده های مرحله نیمه نهایی هستند.
 - و بالاخره نام دو تیم از هشت تیم بالا سه بار آمده است که دو تیم فرانسه و پرتغال هستند و مشخص است، بازی نهایی بین این دو کشور بوده است. پرتغال در بازی پایانی، حتی با خروج کریستیانو رونالدو در دقیقه ۲۰ بازی به علت مصدومیت، توانست فرانسه را شکست دهد و برای اولین بار قهرمان اروپا شود.
- اکنون می توانیم نموداری از مرحله یک چهارم نهایی به بعد این مسابقه ها رسم کنیم. (به نمودار توجه کنید).



در مسئله اصلی فقط مسابقه نهایی را خواسته بودند، اما در اینجا، جزئیات بیشتری را بررسی کردیم تا به این بهانه حل کامل تری از مسئله نشان داده شود.

تصویر ۳



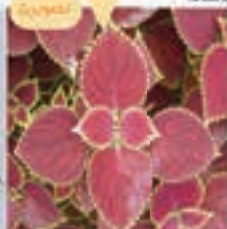
نوع دیگر تقارن مرکزی است. در تقارن مرکزی قرینه یک شکل را نسبت به یک نقطه به دست می‌آوریم که آن نقطه مرکز تقارن شکل است؛ مانند تصویر ۳.

تقارن را می‌توانید در طبیعت نیز ببینید (تصویر ۴ و ۵). وجود تقارن تعادلی ایجاد می‌کند که سبب می‌شود، تماشای طبیعت چشم‌نواز باشد.

تصویر ۶



تصویر ۷



علم تقارن در طراحی ساختمان‌ها و معماری نیز کاربرد فراوان دارد (تصویر ۶ و ۷).

تصویر ۸



ژما جواهری‌پور

دوقلوهای دیجیتالی

با مفهوم «تقارن» در ریاضی و در بخش هندسه آشنا شده‌اید. تقارن یعنی اگر شکلی را حول یک نقطه و یا یک محور چرخانیم، تصویری مشابه داشته باشیم. سه نوع تقارن اساسی داریم: تقارن چرخشی، تقارن انعکاسی، تقارن مرکزی. تقارن چرخشی به تقارنی گفته می‌شود که در آن با چرخش جسم حول محور تقارن خود به اندازه مشخص، شکل آن عوض نشود. شکل‌های ۱ و ۲ تقارن چرخشی را نشان می‌دهند.

شکل ۱



شکل ۲



تقارن انعکاسی تقارنی است که اگر یک محور تقارن رسم کنیم، نقطه‌های یک طرف دقیقاً بر طرف دیگر منطبق شوند؛ مثل تصویرهای ۱ و ۲.

تصویر ۱



تصویر ۹



امروزه از مفهوم تقارن در یکی از ارکان انقلاب صنعتی چهارم استفاده می‌شود که «دوقلوهای دیجیتالی» نام دارد. دوقلوهای دیجیتالی به زبان ساده یک مدل نرم‌افزاری از یک شیء یا سیستم فیزیکی زنده یا غیرزنده است. به زبان دیگر، دوقلوی

تصویر ۱۰





دیجیتال نسخه مجازی یک سیستم فیزیکی مانند موتور هواپیما، موجود زنده، ساختمان، پل، یک دفتر کار و یا هر چیز دیگری است.

مهم‌ترین کاربرد این مدل دیجیتالی و مجازی در این است که دانشمندان و مهندسان می‌توانند پیش از آنکه یک سیستم فیزیکی واقعی بسازند یا حتی مورد تجزیه و تحلیل قرار دهند، همه بررسی‌هایشان را با استفاده از دوقلوی دیجیتال آن انجام دهند.

دوقلوی دیجیتال یک ماکت مجازی از هر جسم با هر اندازه و هر میزان پیچیدگی است. فناوری دوقلوی دیجیتال به کاهش هزینه‌های ساخت سیستم‌های جدید کمک بسیار زیادی می‌کند. زیرا قبل از ساخت و تولید صنعتی سیستم مورد نظر، یک نسخه مجازی آن این امکان را فراهم می‌کند که از همه جواب، آن کالا مورد بررسی قرار گیرد (تصویر ۸ و ۹).

ساخت یک دوقلوی دیجیتال کار بسیار پیچیده‌ای است. این طور نیست که برای هر سیستم فیزیکی یک قالب آماده وجود داشته باشد (تصویر ۱۱).



از این دانش حتی می‌توان در طراحی شهرهای جدید با الودگی هوا و ترافیک کمتر نیز استفاده کرد (تصویر ۱۲).



دانش تقارن امروز تا فناوری بسیار جالب دوقلوه‌ای دیجیتال پیش رفته است. هر یک از مباحث ساده ریاضی به نتایج شگفت‌انگیزی در فناوری‌های روز دنیا منجر شده است. پس تمام مطالب ریاضی را به‌خوبی بیاموزید تا بتوانید در دنیای آینده صاحب شغل باشید.



دوقلوه‌ای دیجیتال حتی در ساخت اندام گسائی پیوندی کاربرد دارد (تصویر ۱۰). برای مثال، یک قلب و یا ریه مصنوعی، قبل از قرار گرفتن در بدن بیمار، تحت نسخه مجازی تولید و آزمایش می‌شود.

ریاضی‌دانان معاصر ایران میرزا جلیلی

معلم فرهیخته ریاضی و مؤلف کتاب‌های درسی برای چند نسل

- دکتر رضا حیدری قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران
- تصویرگر: حمید خلوتی



۱. میرزا جلیلی نامی آشنا برای چند نسل از مدرسه‌رفته‌های ایران است که خدمات برجسته‌اش، از او معلمی مثال‌زدنی ساخت. او در اردیبهشت سال ۱۳۱۲ در بوشهر متولد شد، ۸۲ سال در این جهان زیست، و سرانجام در آذرماه ۱۳۹۴ به لقای دوست شتافت. میرزا دوره ابتدایی را در زادگاهش گذراند. سپس وارد «دبیرستان سعادت» بوشهر شد. این دبیرستان هم‌زمان با تأسیس دارالفنون، تأسیس شده بود. بعد از سپری کردن دوره اول دبیرستان، یعنی پایان کلاس نهم، در آزمون ورودی دانش‌سرای مقدماتی شیراز قبول شد و به شیراز رفت تا با گذراندن دوره دو ساله دانش‌سرا آموزگار شود. این اتفاق در سال ۱۳۳۰ رخ داد و محل کار او شهر کازرون تعیین شد.



۲. مسئولان آموزش و پرورش کازرون چون دیدند که جلیلی در ریاضی توانایی خوبی دارد و از طرف دیگر دبیر ریاضی هم نداشتند، او را به عنوان دبیر ریاضی دبیرستان پذیرفتند. پس از شش سال تدریس در کازرون، در سال ۱۳۳۶ تصمیم گرفت در رشته ریاضی ادامه تحصیل دهد. بنابراین دیپلم ناقص خود را به دیپلم کامل تبدیل کرد! و امتحان داد و در رشته ریاضی «دانش‌سرای عالی تهران» (دانشگاه خوارزمی فعلی) پذیرفته شد. چون دوره لیسانس ریاضی را با رتبه اول به پایان رساند، بنابراین می‌توانست بورس بگیرد و برای ادامه تحصیل به یکی از دانشگاه‌های خارج از کشور برود. اما به دلایل شخصی از این امتیاز استفاده نکرد و به کار تدریس خود در کازرون برگشت. در همین شهر ازدواج کرد و چند سال هم مدیر دبیرستان بود. در سال ۱۳۴۸ مسابقه‌ای بود که از طریق آن، افرادی را برای ادامه تحصیل به کشور انگلستان می‌فرستادند. جلیلی در این مسابقه شرکت کرد.

پس از قبولی در آزمون کتبی، در مصاحبه از او پرسیدند چرا می‌خواهد به انگلستان برود و در چه زمینه‌ای می‌خواهد کار کند. او در جواب گفت: «می‌خواهم بروم ریاضیات جدید را یاد بگیرم و بیایم در ایران تدریس کنم.» بالاخره در این مسابقه انتخاب شد و به لندن رفت. در آنجا یک دوره یک ساله ریاضیات جدید را گذراند که تقریباً در سطح فوق‌لیسانس بود. در این دوره با علاقه‌مندی فراوان، کتاب‌های درسی ریاضی را که در دبیرستان‌های آنجا تدریس می‌شدند، با دقت مطالعه کرد و با مجموعه‌ای از آن کتاب‌ها به ایران بازگشت و به سر کار خود در کازرون رفت. او همچنین گزارشی از آن مأموریت علمی تهیه کرد و



برای وزیر وقت آموزش و پرورش فرستاد. در آن گزارش نوشته بود که وضعیت ریاضیات در دبیرستان‌های ما به‌روز نیست و به مطالبی که در کشورهای دیگر تدریس می‌شدند، اشاره کرده بود. این گزارش مورد توجه وزیر واقع شد و دستور داد که میرزا در سال ۱۳۵۰ به تهران منتقل شود تا در گروه ریاضی «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی» مشغول به کار شود. به این ترتیب، جلیلی در موقعیت و جایگاهی قرار گرفت که می‌توانست تأثیر تعیین‌کننده‌ای بر آموزش ریاضی کشور داشته باشد.

۳. در سال ۱۳۶۶ دانش‌آموزان ایران برای اولین بار در المپیاد جهانی ریاضی در قالب یک تیم شش نفره شرکت داشتند که به خاطر کسب مدال برنز توسط یکی از اعضای تیم، ایران مقام ۲۶ را بین ۴۲ کشور کسب کرد. این نتیجه با توجه به اولین حضور نتیجه خیره‌کننده‌ای محسوب می‌شد. البته ۱۱ سال بعد از آن، در سال ۱۳۷۷ ایران رتبه اول را در المپیاد جهانی ریاضی کسب کرد. سرپرستی تیم ایران در اولین دوره حضور کشور در المپیاد ریاضی که در کشور کوبا برگزار شد، بر عهده استاد جلیلی و یکی از استادان ریاضی «دانشگاه صنعتی شریف» بود.

۴. جلیلی با وجود تسلطی که بر ریاضیات داشت، از روزآمد کردن دانش خود غافل نمی‌شد. او در سال ۱۳۵۲ به آمریکا رفت و یک دوره شش ماهه برنامه‌ریزی آموزشی را در دانشگاه تگزاس گذراند. در این دوره باز هم او به بررسی کتاب‌های درسی ریاضی دبیرستانی ایالت‌های آمریکا از سال ۱۹۳۰ تا ۱۹۷۲ پرداخت. او همچنین در کنفرانس‌های بین‌المللی متعدد از جمله در کشورهای استرالیا، انگلستان و هلند شرکت کرد.





۵. میرزا جلیلی کتاب‌های زیادی تألیف و ترجمه کرد. اما از آنجا که به مدت چند دهه کارشناس یا مدیر گروه ریاضی دفتر تألیف بود، بیشترین کارهای ایشان در زمینه تألیف کتاب‌های درسی بوده است. به طوری که استاد در مقاطع زمانی متفاوت، برای هر سه دوره ابتدایی، راهنمایی (معادل متوسطه اول کنونی) و دبیرستان و همچنین برای دانشجویان مراکز تربیت معلم سابق کتاب درسی نوشته است. در راه‌اندازی مجله «رشد آموزش ریاضی» نیز، به عنوان اولین مجله تخصصی مخصوص دبیران ریاضی، ایشان نقش مهمی داشت؛ مجله‌ای که پس از گذشت حدود ۴۰ سال، همچنان به‌طور منظم منتشر می‌شود.

۶. جلیلی همواره از اعضای تأثیرگذار هیئت تحریریه این مجله بود و تا آخرین هفته‌های عمر، همکاری ایشان با آن تداوم داشت. علاوه بر نوشته‌هایش در سایر مجلات، در مجله رشد آموزش ریاضی نیز حدود ۴۰ مقاله به چاپ رساند. در اینجا، نقل خاطره‌ای از ایشان در مورد علاقه‌مند شدنشان به ریاضی خالی از لطف نیست: «دبیرستان که بودم، تخیل داستان‌نویسی داشتم. اگر ریاضی نمی‌خواندم، شاید داستان‌نویس می‌شدم. اما وقتی دانش‌آموز دوم دبیرستان بودم، اواسط سال معلم جدیدی به کلاس ما آمد که هندسه درس می‌داد. یک روز شکلی روی تخته کلاس کشید و مسئله‌ای را مطرح کرد و گفت: بچه‌ها هرکسی این مسئله را برای جلسه بعد حل کند، جایزه می‌گیرد. من چون قدکوتاه بودم، جایم همیشه در ردیف اول کلاس بود. بعد از چند دقیقه اندیشیدن، دست بلند کردم و گفتم: من حل کردم. معلم جواب داد که بنشین سر جایت و وقت کلاس را نگیر. این مسئله به این سادگی‌ها حل نمی‌شود. من اصرار کردم. عده‌ای از بچه‌ها هم گفتند آقا اجازه دهید برود غلط حل کند تا به او بخنسیم و معلم اجازه داد. پای تخته رفتم. شکل هنوز روی تخته بود. یک خط اضافه کشیدم و به کمک آن مسئله را حل کردم. فردای آن روز در مراسم صبحگاه، جلوی صف دانش‌آموزان در حیاط مدرسه، رئیس دبیرستان مرا به اسم به جایگاه فراخواند و از قول آن معلم ریاضی، از هوش من تعریف کرد. این عمل در روحیه من تأثیر مثبت گذاشت و به ریاضی علاقه‌مند شدم.»



۷. شعار او همیشه این بود: «بچه‌ها هرچه را نمی‌دانید، بپرسید.» خود او نیز در زندگی همین روش را دنبال می‌کرد. در پس چهره خندان و مهربان او، ذهنی فعال و جویای مطالب تازه بود. مطالعه مستمر تا آخرین روزهای زندگی، نظم و جدیت در کارها، سخاوت در انتقال تجربه، رفتار متین و از همه مهم‌تر، عشق به تدریس ریاضی از جمله شاخص‌های فراموش‌نشدنی جلیلی بود. شخصیت وارسته و متعهد این معلم فرزانه موجب شده بود که نگاه او به تعلیم و تربیت و آموزش ریاضی رنگ قداست به خود بگیرد. او هر روز صبح کارش را با گوشودن قرآن مجید و قرانت آیاتی از کلام الهی و توجه به ترجمه آن‌ها شروع می‌کرد و به همه همکاران خود نیز توصیه می‌کرد که چنین کنند. مقید به نماز جماعت بود و همواره دعایش این بود:
 خدایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی و ما رستگار آری، با سفر به سرای رستگاران، ان‌شاءالله که رستگار شده است.

۸. **هکها:** ۱۰ کیسه داریم که هر کدام دارای ۱۰ سکه‌اند. ۹ تا از کیسه‌ها سکه‌های ۱۰ گرمی اصل دارند و تنها یکی از کیسه‌ها حاوی سکه‌های تقلبی ۹ گرمی است. چگونه می‌توانیم فقط با یک بار وزن کردن کیسه سکه‌های تقلبی را مشخص کنیم؟ برای بررسی درستی جواب خود، کد زیر را اسکن کنید.



منبع اصلی:

زهرراگویا و همکاران (۱۳۹۵). ویژه‌نامه زنده‌یاد میرزا جلیلی. مجله رشد آموزش ریاضی. دوره سی و سوم، شماره ۳.



ریاضی دانان

احمد حافظ‌پور

دانش‌آموزان عزیز! از دوره قبل، دفتر تازه‌ای را گشوده‌ایم تا شما را با برخی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایران و جهان آشنا کنیم. این معرفی بهانه‌ای بود که شما در هر شماره تعدادی از این چهره‌ها را به اختصار بشناسید. از آنجا که پاره‌ای از این ریاضی‌دانان به مباحثی فراتر از ریاضیات دبیرستانی پرداخته‌اند که درک آن‌ها برای شما مشکل است، کوشیدیم جنبه‌های ساده‌تر زندگی آنان را برای شما بازگو کنیم. در این شماره آخرین برگ این دفتر را ورق می‌زنیم.

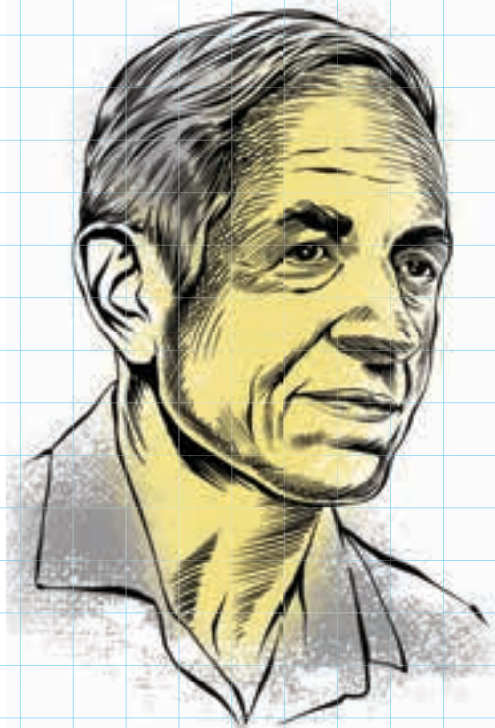
نش، جان فوربس (۱۹۲۸-۲۰۱۵)

جان نش از ریاضی‌دانان عجیب قرن بیستم و اوایل قرن بیست‌ویکم بود. اول اینکه ریاضی‌دانی برجسته بود. دوم اینکه به مدت ۳۰ سال دچار نوعی بیماری بود، ولی به اراده خودش بهبود پیدا کرد و به زندگی بازگشت. و بالاخره اینکه برنده «جایزه نوبل اقتصاد» شد. شهرت نش به خاطر «تعالیل نش» است که خود جزئی از نظریه بازی‌هاست. نظریه بازی‌ها درباره این موضوع است که: «چه راهی وجود دارد که چند رقیب هر یک به سود برسند و هیچ بازنده‌ای وجود نداشته باشد؟!». جان نش روی نظریه بازی‌ها پژوهش کرد که حاصل آن یافتن «تعالیل نش» بود؛ یعنی شرایطی که در آن هر یک از رقیبان به بهترین سود می‌رسند. نش به پاس همین کار در سال ۱۹۹۴ جایزه نوبل اقتصاد گرفت. درباره زندگی جان نش فیلمی به نام «ذهن زیبا» ساخت شده است که شهرت جهانی دارد.



نجم‌الدوله، میرزا عبدالغفار (۱۲۸۷-۱۳۲۰)

نام او میرزا عبدالغفار اصفهانی، مشهور به نجم‌الدوله بود. ریاضی‌دانی برجسته بود که بر دانش‌های نجوم، تقویم‌نگاری، نقشه‌کشی، آمارگیری و فلسفه هم احاطه داشت. پدر نجم‌الدوله، ملاعلی مهندس اصفهانی نام داشت که به او غیاث‌الدین جمشید ثانی می‌گفتند. پدر و پسر هر دو مورد توجه دربار ناصرالدین‌شاه قاجار قرار گرفتند و لقب نجم‌الدوله را شاه به پسر داد. میرزا عبدالغفار معلم ریاضیات در مدرسه دارالفنون بود. در گذشته تقویم رسمی کشور فقط به هجری قمری بود. نجم‌الدوله اولین بار سال شمسی را نیز در سال ۱۲۶۴ شمسی در تقویم خود به کاربرد و برج‌های دوازده‌گانه حمل (فروردین)، ثور (اردیبهشت)، جوزا (خرداد) و ... را نیز به آن افزود. همچنین، اولین سرشماری تهران را و به کمک شاگردان دارالفنون انجام داد و نخستین نقشه شهر تهران را نیز رسم کرد. از آثار اوست: اصول هندسه؛ اصول مثلثات؛ واسط الحساب (ریاضیات دبیرستانی)؛ اصول علمی جغرافیا؛ رساله تشخیص نفوس دارالخلافه تهران (سرشماری).





هیلبرت، دیوید (۱۸۶۲-۱۹۴۳)

هیلبرت در شهر «کونیگسبرگ» آلمان که امروز در خاک روسیه واقع شده است، به دنیا آمد. در همان شهر به مدرسه رفت و سپس در دانشگاه هومبولت برلین - که تاکنون دانشمندان بسیاری از آن بیرون آمده‌اند - به تحصیل ریاضیات پرداخت. وی چندی در شهر زادگاه خود در دانشگاه ریاضی درس داد، ولی بعداً به دانشگاه کونیگن انتقال یافت که بهترین مرکز تحقیقات ریاضی در جهان بود. هیلبرت به‌خاطر نقش مهم خود در پیدایش و گسترش «مکانیک کوانتومی» **ماکس پلانک** و «نظریه نسبیت» اینشتین، جایگاه برجسته‌ای در میان ریاضی‌دانان قرن بیستم دارد. بعضی از دانشجویانی که زیر نظر او دوره دکترای خود را گذراندند، دانشمندان بزرگی شدند؛ از جمله **ارهارد اشمیت**، **هرمان ویل** و **جان فون نویمان**.



یزدی، محمدباقر (فوت ۱۰۵۶ هـ.ق)

محمدباقر یزدی ریاضی‌دان برجسته دوره صفویه و پس از آن بود. وی در یزد متولد شد. در جوانی به اصفهان رفت و نزد استادان ریاضیات، به‌ویژه نزد **شیخ بهایی** به تحصیل پرداخت و در این علم به مقامی بلند دست یافت. از او کتاب‌هایی در ریاضیات باقی مانده که بیشتر به زبان عربی است. برخی از کتاب‌های وی عبارت‌اند از: **عیون الحساب**، شرح مقاله‌ای از اقلیدس، رساله‌ای درباره کره و استوانه، شرح شکل‌های کروی، و رساله درباره اسطرلاب. شباهت نقش‌های هندسی بازمانده از محمدباقر یزدی با برخی تزئینات هندسی در بناهای عصر صفوی، به‌ویژه مساجد، مدارس و کاخ‌ها، نشان می‌دهد که وی در تهیه آن نقشه‌ها تأثیر داشته است.



یزدی ثانی، محمدباقر (فوت ۱۱۰۷)

این ریاضی‌دان نوّه محمدباقر یزدی، ریاضی‌دان بزرگ عصر صفویه بود. وی در زمان هشتمین و نهمین حاکمان دوره صفویان می‌زیست. یزدی ثانی در اصفهان متولد شده بود و نزد پدرش که خود ریاضی‌دان قابل بود، درس خواند و ریاضی‌دانی مشهور شد. از او دو کتاب باقی مانده است: شرح مشکلات کتاب جدش «عیون الحساب»، و نیز کتابی به نام «شرح خلاصه الحساب». خلاصه الحساب کتابی تألیف شیخ بهایی بود که تا سال‌ها در مدارس تدریس می‌شد. یزدی ثانی این کتاب را شرح کرده است.

پینوکیو درد هکده عجایب



مقداد قاری، شراره تقی دستجردی

یاد می‌گیری.

● **پینوکیو:** بله به کمک راهنمایی‌های فرشته مهربان از پس همه معماهای منطقی بر آمدم. علاوه بر این فهمیدم که دیگر نباید به گربه نره و روباه مکار اعتماد کنم.

● **پدر ژپتو:** چه‌طور به این نتیجه رسیدی؟

● **پینوکیو:** خوب، اگر کسی، دروغ بگوید، آن وقت فرد قابل اعتمادی نیست و چون گربه نره و روباه مکار به من دروغ گفته‌اند، پس دیگر قابل اعتماد نیستند.

● **پدر ژپتو:** آفرین پسر. خیلی خوب نتیجه‌گیری کردی. حالا بهتر است کمی استراحت کنی چون حسابی خسته به نظر می‌رسی.

پینوکیو یک ساعتی خوابید. وقتی بیدار شد و خودش را در آینه دید با خوشحالی چنان جیغی زد که پدر ژپتو با ترس به طرفش دوید. پدر ژپتو پسرش پینوکیو را دید که دیگر یک عروسک چوبی نیست و تبدیل به یک آدم واقعی شده است. محکم او را بغل کرد و بوسید. فرشته مهربان هم در آنجا حاضر بود.

● **فرشته مهربان:** پینوکیو جان یادت هست که در دهکده عجایب به تو چه گفتم؟

● **پینوکیو:** بله. شما گفتید اگر بتوانم همه معماهای منطقی را حل کنم من را آدم می‌کنید. اما راستش آن موقع که این جمله را به من گفتید فکر کردم فقط دارید مثالی می‌زنید تا من از جملات «اگر... آنگاه...» درک بهتری پیدا کنم. واقعا از شما ممنونم فرشته مهربان و همیشه راستگو.

● **فرشته مهربان:** یادت باشد که یکی از مهمترین ویژگی‌های یک آدم واقعی «منطقی فکر کردن» است.

پدر ژپتو هم از فرشته مهربان تشکر کرد چرا که صاحب یک پسر واقعی شده بود. سپس به پینوکیو گفت که امیدوار است با منطقی بودنش قدر این لطف فرشته مهربان را بداند.

پایان

در قسمت‌های قبل دیدیم که پینوکیو به اصرار گربه نره و روباه مکار وارد دهکده‌ای شد که اهالی‌اش یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. این خاصیت اهالی دهکده باعث شد تا پینوکیو با یک سری معماهای منطقی روبه‌رو شود. پینوکیو که متوجه شده بود ساعت از ۱۲ ظهر گذشته است با سرعت به همان جایی رفت که گربه نره و روباه مکار را با سبد میوه‌هایش تنها گذاشته بود. اما از آن‌ها خبری نبود. فکر کرد شاید اشتباه آمده است که چشمش به سبد خالی‌اش افتاد. پینوکیو فهمید که گربه نره و روباه مکار او را فریب داده‌اند چرا که آن‌ها گفته بودند هم از سبد میوه‌هایش نگهداری می‌کنند و هم او را به خانه پدر ژپتو می‌رسانند. پینوکیو با ناراحتی به سمت دهکده برگشت تا از کسی کمک بگیرد که ناگهان فرشته مهربان روبه‌رویش ظاهر شد.

● **پینوکیو:** فرشته مهربان چه خوب که اینجا هستید. من خیلی از گربه نره و روباه مکار عصبانی هستم. آن‌ها به من دروغ گفتند.

● **فرشته مهربان:** پینوکیو چرا به آن‌ها اعتماد کردی؟

● **پینوکیو:** آخر همه حرف‌هایشان دروغ نبود. آن‌ها درمورد ویژگی اهالی دهکده عجایب راست گفتند. من نمی‌دانم چه موقع دروغ می‌گویند و چه موقع راست.

● **فرشته مهربان:** بله. اگر آن‌ها هم مثل اهالی دهکده عجایب همیشه راست می‌گفتند و با همیشه دروغ و نه هر دو، تو می‌توانستی به کمک منطق، نوعشان را تشخیص دهی. اما به همین دلیل که گاهی دروغ می‌گویند و گاهی راست، پس قابل اعتماد نیستند.

● **پینوکیو:** بله. همین‌طور است. فرشته مهربان حالا ممکن است راه خانه پدر ژپتو را به من نشان دهید؟

● **فرشته مهربان:** برای همین اینجا هستم.

پینوکیو با کمک فرشته مهربان به خانه پدر ژپتو رفت و در مورد دهکده عجایب هر چه اتفاق افتاده بود برایش گفت.

● **پدر ژپتو:** خیلی خوشحالم که با حل این معماها، داری منطق

۱. قاعدهٔ عکس نقیض شرطی:

$$\frac{A \rightarrow B}{\Box B \rightarrow \Box A}$$

۲. قاعدهٔ برهان خلف: $\frac{\Box A \rightarrow (B \wedge \Box B)}{A}$

که در آن $B \wedge \Box B$ یک فرمول دروغ‌نما (یا به اصطلاح تناقض) است.

۳. قاعدهٔ رفع تالی:

$$\frac{A \rightarrow B, \Box B}{\Box A}$$

به راحتی می‌توان دید که فرمول‌های زیر راست‌نما هستند:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box B \rightarrow \Box A)$$

$$\Box A \rightarrow (B \wedge \Box B) \rightarrow A \text{ و}$$

$$((A \rightarrow B) \wedge \Box B) \rightarrow \Box A$$

پس عکس نقیض، برهان خلف و رفع تالی قاعده‌هایی منطقی هستند و در نتیجه به کار بردن این قاعده‌ها در هر جای ریاضی (و حتی در استدلال‌های خودتان) درست است.

➤ آیا به نظر شما استدلال زیر منطقی است؟

«اگر گربه نره و روباه مکار به من دروغ بگویند، آنگاه آن‌ها افراد قابل اعتمادی نیستند، ولی گربه نره و روباه مکار به من دروغ نگفته‌اند، پس آن‌ها قابل اعتماد هستند.»

اگر p و q مانند قبل انتخاب شوند، می‌توان استدلال بالا را به صورت مقابل نوشت:

$$\frac{p \rightarrow q, \Box p}{\Box q}$$

جدول ارزش زیر نشان می‌دهد که فرمول $\Box q$ $((p \rightarrow q) \wedge \Box p)$ راست‌نما نیست، و بنابراین استدلال بالا منطقی نیست.

$V(p)$	$V(q)$	$V(p \rightarrow q)$	$V(\neg p)$	$V(((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow q)$	$V(\neg q)$	$V(((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q)$
۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱
۱	۰	۰	۰	۰	۱	۱
۰	۱	۱	۱	۱	۰	۰
۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱

پس قاعدهٔ $\frac{p \rightarrow q, \Box p}{\Box q}$ مثالی از یک استدلال نامعتبر (یا غیر منطقی) است.

➤ ثابت کنید استدلال‌های زیر منطقی هستند.

$$\frac{A \wedge B}{A} \text{ و } \frac{A \vee B, \Box A}{B} \text{ و } \frac{A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow C}{C}$$

➤ ثابت کنید استدلال‌های زیر غیرمنطقی هستند.

$$\frac{A \rightarrow B}{B \rightarrow A} \text{ و } \frac{A \vee B}{B} \text{ و } \frac{A \rightarrow B, B}{A}$$

➤ آیا می‌توانید مثال‌های دیگری از استدلال‌های منطقی و غیرمنطقی بیاورید؟

قواعد منطقی: همهٔ استدلال‌های ما در زندگی روزمره و به‌خصوص در ریاضی باید منطقی باشند. حالا که به انتهای داستان رسیدیم خوب است که یاد بگیریم که کدام استدلال‌ها (یا قواعد) منطقی هستند.

در حالت کلی یک استدلال تشکیل شده است از تعدادی مقدمه‌ها (یا فرضیات) و یک نتیجه. اگر مقدمه‌های یک استدلال $A_1, A_2, \dots, A_n$ و نتیجهٔ استدلال B باشد، آنگاه استدلال به صورت خلاصهٔ مقابل نشان داده می‌شود:

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}$$

➤ آیا می‌توانید در داستان پینوکیو یک استدلال بیابید؟ استدلالی معتبر (یا منطقی) نامیده می‌شود که در هر وضعیتی که مقدمه‌های استدلال درست بودند، نتیجهٔ استدلال نیز درست باشد. پس استدلال $\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}$ معتبر (یا منطقی) است هرگاه در هر وضعیتی که مقدمه‌های $A_1, A_2, \dots, A_n$ درست باشند نتیجهٔ B نیز درست باشد، به عبارت ساده‌تر استدلال بالا معتبر (یا منطقی) است اگر فرمول $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow B$ راست‌نما باشد (یعنی همیشه درست باشد).

مثلاً استدلال پینوکیو را در داستان بالا در نظر بگیرید: «اگر کسی دروغ بگوید، آن وقت فرد قابل اعتمادی نیست و چون گربه نره و روباه مکار به من دروغ گفته‌اند، پس دیگر قابل اعتماد نیستند.» این استدلال را می‌توان به این صورت در زبان منطق نوشت. فرض کنید p نشان‌دهندهٔ جملهٔ «گربه نره و روباه مکار به من دروغ گفته‌اند» و q نشان‌دهندهٔ جملهٔ «گربه نره و روباه مکار قابل اعتماد نیستند» باشد. حال استدلال پینوکیو را می‌توان به صورت مقابل نوشت:

$$\frac{p \rightarrow q, p}{q}$$

جدول ارزش زیر نشان می‌دهد که فرمول $(p \rightarrow q) \wedge p$ q راست‌نما است (همان‌طور که در سمت راست‌ترین ستون می‌بینید این فرمول در هر سطر درست است):

$V(p)$	$V(q)$	$V(p \rightarrow q)$	$V((p \rightarrow q) \wedge p)$	$V(((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q)$
۱	۱	۱	۱	۱
۱	۰	۰	۰	۱
۰	۱	۱	۰	۱
۰	۰	۱	۰	۱

پس استدلال پینوکیو منطقی است. در واقع استدلال $\frac{p \rightarrow q, p}{q}$ آنقدر در زندگی پرکاربرد است که منطق‌دانان یک نام برای آن گذاشته‌اند و آن را «قاعدهٔ وضع مقدم» می‌نامند. منطق نظم‌دهنده و وحدت‌بخش ریاضی است. همهٔ استدلال‌های یک ریاضی‌دان باید منطقی باشند. پس در اثبات قضایای ریاضی ما فقط مجاز به استفاده از قواعد منطقی هستیم. چند مثال از قواعد منطقی پرکاربرد در ریاضی عبارتند از:

طلاهای مسروقه خسرو داودی

آیا می‌توانید محل طلاها را پیدا کنید؟

کارآگاه علوی، بعد از پیدا کردن کلید و باز کردن در، نقشهٔ مقابل را پیدا کرد که نشان می‌داد دزد بدجنس طلاهای سرقت‌شده را در محلی دفن و نقشه را رمزگذاری کرده بود. حالا کارآگاه علوی باید رمز نقشه را کشف می‌کرد و محل طلاها را می‌یافت. از ستاره‌های آبی شروع کنید. با استفاده از خط‌کش، یک خط راست بر اساس جهت‌های زیر رسم کنید. به همین ترتیب برای ستاره‌های قرمز، زرد و سبز عمل کنید. طلاها زیر کلاهی مخفی شده‌اند که سه تا از خط‌ها همدیگر را قطع می‌کنند.

ستارهٔ آبی:

- ۱۵/۵ سانتی‌متر به سمت شمال برو.
- ۹ سانتی‌متر به سمت شرق برو.
- ۸/۵ سانتی‌متر به سمت شمال شرقی برو.
- ۳/۵ سانتی‌متر به سمت جنوب شرقی برو.
- ۳/۵ سانتی‌متر به سمت شمال شرقی برو.
- ۵ سانتی‌متر به سمت جنوب شرقی برو.
- ۱۳/۵ سانتی‌متر به سمت جنوب برو.

ستارهٔ قرمز:

- ۱۶ سانتی‌متر به سمت غرب برو.
- ۱۶ سانتی‌متر به سمت شمال برو.
- ۱۶ سانتی‌متر به سمت شرق برو.
- ۲/۵ سانتی‌متر به سمت جنوب برو.
- ۹ سانتی‌متر به سمت جنوب شرقی برو.

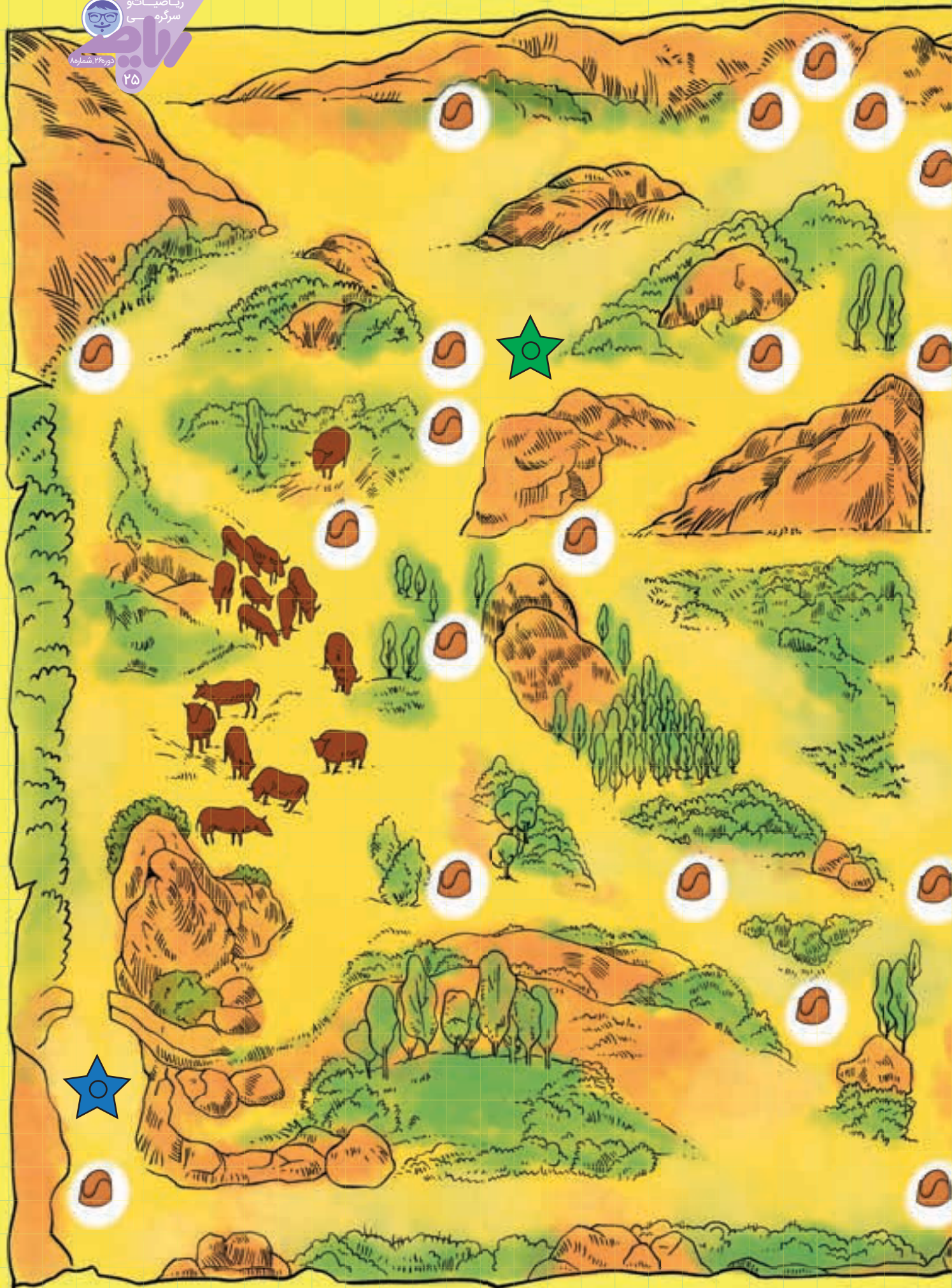
ستارهٔ زرد:

- ۱۴ سانتی‌متر به سمت جنوب غربی برو.
- ۱۴ سانتی‌متر به سمت شمال غربی برو.
- ۱۰/۵ سانتی‌متر به سمت شمال شرقی برو.
- ۱۰/۵ سانتی‌متر به سمت جنوب شرقی برو.
- ۱۴ سانتی‌متر به سمت جنوب غربی برو.
- ۱۴ سانتی‌متر به سمت شمال غربی برو.
- ۵/۵ سانتی‌متر به سمت شمال شرقی برو.

ستارهٔ سبز:

- ۸/۵ سانتی‌متر به سمت شرق برو.
- ۱۷/۵ سانتی‌متر به سمت جنوب برو.
- ۱۷/۵ سانتی‌متر به سمت غرب برو.
- ۲ سانتی‌متر به سمت شمال برو.







دستان توانا انگشتان بینا

گفت‌وگو با ریحانه بابرشمس و
هستی زارعی از مجتمع نابینایان
دخترانه نرجس ● محمدحسین دیزجی

برای مدت چند ساعت چشم‌هایتان را با پارچه‌های پنبه‌ای و بعد به درس ریاضی و مباحث آن فکر کنید. روی تک‌تک موضوع‌ها و مسئله‌هایی که آن‌ها را یاد گرفته و حل کرده‌اید، تمرکز کنید. از خودتان بپرسید: چطور در این شرایط می‌توان ریاضی را یاد گرفت؟ در این شرایط چه احساسی نسبت به درس ریاضی دارید؟ در این شماره به دیدار یک معلم و دانش‌آموزی رفته‌ایم که هر دو نابینا هستند. هر دو با انگیزه در مسیر یاددهی و یادگیری به پیش می‌روند. ابتدا با هستی زارعی، دوست خوب دانش‌آموزمان که در پایه نهم تحصیل می‌کند، گفت‌وگو داریم. در ادامه با ریحانه بابرشمس که مدرک کارشناسی آموزش استثنایی دارد و فارغ‌التحصیل مریکری شطرنج هم هست، صحبت می‌کنیم. او علاوه بر ریاضی، فلسفه، منطق، اقتصاد و چند درس دیگر را هم تدریس می‌کند. این معلم و دانش‌آموز هر دو از «مجتمع آموزشی دخترانه نابینایان نرجس تهران» هستند.

مطلب را بفهمد، در حالی که فرد دیگری برای فهمیدن مطلب به تمرین‌های بیشتری احتیاج داشته باشد. من معتقدم یادگرفتن ریاضی به اندازه تلاش فرد بستگی دارد. به نظر من ریاضی درس سختی نیست.

● آیا شما همان مباحث درسی را در ریاضی می‌خوانید که بچه‌های بینا هم می‌خوانند، یا مباحث شما کمی متفاوت هستند؟ یعنی، کتاب شما همان کتاب است یا تفاوت دارد؟ اگر تفاوت دارد درباره آن بیشتر بگویید.

○ ما همان مباحثی را در درس ریاضی می‌خوانیم که دانش‌آموزان بینا می‌خوانند. البته ما رسم شکل به آن صورت که بقیه دانش‌آموزان دارند، نداریم و شاید تعدادی از شکل‌ها را اصلاً نمی‌خوانیم. مثلاً ما کسر روی محور را نمی‌خوانیم. برخی شکل‌ها را هم ما نمی‌کشیم و اگر لازم باشد، معلم خودش آن‌ها را برای ما رسم می‌کند و توضیحات لازم را می‌دهد تا ما موضوع را درک کنیم و بفهمیم. البته معلم تشخیص می‌دهد که چه چیزی برای ما لازم است. خط ما بریل است و شکل‌ها را هم با دستگاه مخصوصی برای ما می‌کشند. برای امتحانات هم اگر مثلاً بحث زاویه باشد، معلم هر وقت به این سؤال برسیم خودش می‌آید و آن را برای ما توضیح می‌دهد تا مسئله را درک کنیم و بتوانیم جواب بدهیم.

● شما معمولاً چطور درس ریاضی را در کلاس فرا

گفت‌وگو با هستی زارعی دانش‌آموز نابینای پایه نهم

ریاضی را دوست دارم، چون یادگرفتنی است هستی زارعی از آمیختن و فرارگرفتن لذت می‌برد. با همه درس‌ها رفقت دارد و ریاضی را هم خیلی ویژه دوست دارد. او تک‌فرزند خانواده‌اش است و بر اثر مشکلی ژنتیکی دچار نابینایی شده است. او اکنون در پایه نهم مدرسه دخترانه نابینایان نرجس تحصیل می‌کند. شاید این پرسش به ذهن شما هم رسیده باشد که: «هستی چطور با درس ریاضی در شرایط نابینایی کنار می‌آید؟!» ما با هدف یافتن پاسخ این پرسش با او گفت‌وگو کردیم. پس لطفاً بخوانید.

● درباره درس ریاضی چه نظری دارید؟ در مقایسه با سایر درس‌ها، مثل ادبیات یا علوم، آن را چطور می‌دانید؟

○ من درس ریاضی را خیلی دوست دارم. مباحث آن خیلی شیرین‌اند و مطالب ریاضی را خیلی راحت یاد می‌گیرم. چون درس ریاضی حفظ‌کردنی نیست و یادگرفتنی است، آن را از بقیه درس‌ها بیشتر دوست دارم.

● بعضی از دانش‌آموزان فکر می‌کنند ریاضی درس سختی است. شما چه نظری دارید؟

○ به نظر من ریاضی درس آسانی است، اما یادگرفتن آن توسط افراد متفاوت است. گاهی ممکن است یک نفر سریع

و امکانات خاصی دارند؟ اگر هست مثال بزنید.
○ ما از وسیله‌ای که می‌تواند حالت بریل درست کند هم استفاده می‌کنیم. منظور این است که معلم به وسیله آن، شکل مورد نظر را برای ما در قالب بریل درمی‌آورد. این کار یا با قلم و یا با دستگاه پرکینز انجام می‌شود. در واقع از این وسایل برای برجسته کردن شکل‌ها استفاده می‌شود.

● به نظر شما ریاضی به چه درد زندگی افراد می‌خورد؟ منظورم از نظر عمومی و همچنین از نظر شما به عنوان یک فرد نابیناست.

○ ریاضی برای افراد نابینا به عنوان یک رشته تحصیلی به درد نمی‌خورد. افراد نابینا به دلیل مشکل نابینایی و اینکه ریاضی شکل زیاد دارد، نمی‌توانند آن را به عنوان یک رشته تحصیلی انتخاب کنند البته افراد نابینا از بخش‌های دیگر ریاضی، مثل محاسبات می‌توانند استفاده کنند و در زندگی از این محاسبات کمک بگیرند.

● در هر علم و دانشی می‌تواند لذتی وجود داشته باشد. از نظر شما ریاضی هم لذت دارد؟ اگر دارد، مثال بزنید و تعریف کنید.

○ یاد گرفتن ریاضی کلاً خیلی قشنگ و لذت‌بخش است، زیرا مباحثی دارد که وقتی آدم آن‌ها را درست یاد می‌گیرد و درک می‌کند، خیلی برایش جالب و جذاب است. به کمک همین اطلاعات است که می‌توان تمرین‌های حتی خیلی طولانی را هم حل کرد و جواب آن‌ها را یافت. وقتی آدم روش جدیدی را یاد می‌گیرد، خیلی برایش جالب است.

● غیر از کتاب درسی ریاضی خودتان، آیا مطالب ریاضی دیگری را هم مطالعه می‌کنید؟ مثلاً کتاب‌های شنیداری معماهای ریاضی، مقالات ریاضی و غیره. اگر این کار را می‌کنید، چگونه؟
○ نه، من فقط کتاب‌های ریاضی خودمان را می‌خوانم و تا به حال از کتاب‌های ریاضی دیگر استفاده نکرده‌ام.

● اگر در زمینه ریاضی با سؤال و ابهامی روبه‌رو شوید، چطور آن را برطرف می‌کنید و دنبال جواب می‌گردید؟

○ من سعی می‌کنم سؤالم را از معلم خودم یا کسی بپرسم که در این زمینه تخصص دارد.

● کدام بخش از دانش ریاضی از نظر شما جالب‌تر و جذاب‌تر است و چرا؟

○ من در بین مباحث ریاضی جبر را بیشتر دوست دارم.

● برای شما آرزوی بهترین‌ها را داریم.

می‌گیرید و چگونه آن را در خانه مطالعه می‌کنید؟

○ اگر مبحث شکلی نباشد، معلم سر کلاس موضوع را برای ما توضیح می‌دهد. اگر از بچه‌ها کسی بخواهد، می‌تواند آن را ضبط می‌کند تا بعد گوش کند. اگر نشود، همان موقع باید یاد بگیرد. اگر هم شکلی باشد، معلم آن را برای ما رسم می‌کند. برای یاد گرفتن درس ریاضی، بچه‌ها در خانه آنچه را که یادداشت کرده‌اند، مرور می‌کنند و یا فایل‌های صوتی خود را گوش می‌دهند. همچنین برای یادگیری بهتر، معلم به ما تمرین‌هایی می‌دهد و ما در منزل آن تمرین‌ها را حل می‌کنیم تا بهتر موضوع را یاد بگیریم.

بخشی از مطلب را سر کلاس یاد می‌گیریم. معلم تمرین‌ها را می‌بیند و بیشتر با هم کار می‌کنیم تا موضوع را بهتر یاد بگیریم. در ضمن تمرین‌ها را معلم تک به تک برای ما حل می‌کند تا بهتر بفهمیم. ما بیشتر سعی می‌کنیم که تمرین حل کنیم تا بهتر یاد بگیریم. اگر سؤال هم باشد، معلم آن را برای ما توضیح می‌دهد.

● شما تمرین‌های ریاضی را کجا می‌نویسید. مثلاً افراد بینا با خودکار یا مداد روی کاغذ می‌نویسند. شما کجا می‌نویسید؟

○ ما برای حل تمرین‌ها دفتر مخصوصی داریم که جواب تمرین‌ها را در آن می‌نویسیم. سؤال‌ها را از روی کتاب می‌خوانیم و جواب‌ها را در آن دفتر می‌نویسیم.

● ریاضی تنها متن و عدد نیست. خیلی وقت‌ها شکل، حجم و ترسیم هم دارد. شما این شکل‌ها و حجم‌ها را چطور تمرین می‌کنید و یاد می‌گیرید؟ آن‌ها را ترسیم می‌کنید؟

○ شکل‌ها اگر پیچیده نباشند، معلم آن‌ها را برای ما تشریح می‌کند. شکل‌های کتاب برای ما مقداری ناواضح هستند. معلم خودش سعی می‌کند آن‌ها را برای ما رسم کند و توضیح بدهد.

● شما برای اندازه‌گیری طول، حجم یا سایر اندازه‌ها از چه چیزها و ابزارهایی استفاده می‌کنید؟

○ مبحث اندازه‌گیری تقریباً خیلی برای ما مطرح نیست و ما به آن خیلی نمی‌پردازیم. اما اگر اندازه‌گیری لازم باشد، ما خط‌کش، گونیا، نقاله و متر بریل داریم. ولی سؤال‌های زیادی در موضوع اندازه‌گیری برای ما مطرح نمی‌کنند. ما حساب‌ابزار بریل هم داریم که روی آن جمع و تفریق ضرب و تقسیم را انجام می‌دهیم. این وسیله یک جور برای ما نقش چرکنویس را دارد و بعد جواب را روی کاغذ خودمان می‌نویسیم.

● آیا نابینایان برای فراگیری مباحث ریاضی ابزارها

گفت‌وگو با ریحانه بابرشمس معلم ریاضی مجتمع نابینایان دخترانه نرجس

چه شکل انجام می‌شود؟ یعنی شما چگونه از بچه‌ها امتحان می‌گیرید؟

○ دانش‌آموزان همانند افراد عادی روز امتحان برگه امتحانی را به خط بریل یا «درشت‌خط» دریافت می‌کنند و پاسخ‌های خود را به خط بریل یا عادی می‌نویسند.

● از منظر دانش‌آموزان نابینا درس ریاضی چگونه درسی است؟ برخی دانش‌آموزان عادی آن را سخت و دشوار، و برخی دیگر آن را کاربردی می‌دانند. نگاه این بچه‌ها چگونه است؟

○ نباید تصور کنید که دانش‌آموز نابینا در هر زمینه‌ای متفاوت از افراد عادی است. همان‌طور که دانش‌آموزان عادی می‌توانند به درس ریاضی علاقه داشته باشند یا نداشته باشند، فرد نابینا هم به همین شکل می‌تواند به ریاضی علاقه‌مند شود یا نشود.

● حجم‌های هندسی بخشی از مباحث درسی ریاضی‌اند. شما این مبحث را چگونه برای نابینایان تدریس می‌کنید تا آنان درک بهتری از حجم‌ها داشته باشند؟

○ ما در دنیای واقعی حجم‌های هندسی زیادی داریم که برای فرد نابینا هم قابل درک است؛ مانند جعبه‌های کادو که شکل‌های متفاوتی دارند. علاوه بر این، معلم می‌تواند با استفاده از مقوا حجم‌های هندسی متنوعی بسازد.

● به‌طور معمول، آموزش شاگردان نابینا و ارتباط گرفتن با آنان در کلاس درس، با توجه به اینکه خودتان هم نابینا هستید، چگونه است؟ در کلاس‌های معمولی معروف است که معلم و شاگرد ارتباط چشم در چشم دارند. شما کلاس خودتان را چگونه اداره می‌کنید؟

○ معمولاً ارتباط کلامی است. به همین علت دبیر باید تسلط کاملی در مواردی مثل تغییر لحن برای تأثیرگذاری بیشتر و جلوگیری از یکنواخت شدن کلاس داشته باشد. همچنین نباید منفعل در یک نقطه بایستد و یا بنشیند. حرکت معلم در کلاس و نزدیک شدن به دانش‌آموزان می‌تواند این اطمینان را به دانش‌آموز بدهد که معلم به تک‌تک افراد توجه دارد.

● در شرایط کرونا و آموزش مجازی شما چگونه درس می‌دهید و به کارهای بچه‌ها رسیدگی می‌کنید؟

○ دانش‌آموزان نابینا همانند افراد عادی می‌توانند از گوشی، تبلت و ... استفاده کنند. به این صورت که یک نرم‌افزار صفحه‌خوان روی دستگاه نصب می‌کنند که در محیط‌های غیرگرافیکی قابلیت خواندن تمام آیکن‌ها را دارد. این دانش‌آموزان در پیام‌رسان‌های واتس‌آپ، تلگرام، اسکایپ و ... برنامه‌های درسی خود را دنبال می‌کنند.

● از شما صمیمانه تشکر می‌کنیم.

● آیا تدریس مباحث ریاضی برای نابینایان تفاوتی با آموزش به دانش‌آموزان بینا دارد؟ اگر تفاوت دارد، چیست و در چه زمینه‌هایی؟

○ بله تفاوت دارد. چون افراد نابینا برای یادگیری از حس شنوایی و لامسه استفاده می‌کنند، پس روش تدریس تفاوت دارد. برای مثال، وایت‌برد در آموزش آن‌ها کاربرد ندارد. روش آموزش بدین صورت است که ابتدا مبحث مورد نظر به شکل عینی به دانش‌آموز گفته می‌شود و مرحله به مرحله به درک کامل آن مفهوم می‌رسند. مثلاً برای آموزش «محور عددهای صحیح»، یک میز را به‌عنوان نقطه مرکزی محور (عدد صفر) قرار می‌دهیم و بعد با قدم برداشتن به سمت چپ و راست میز، موقعیت عددهای مثبت و منفی را روی محور، و عملیات مقایسه، جمع و تفریق را نشان می‌دهیم. سپس از یک وسیله کمک‌آموزشی مناسب‌سازی‌شده استفاده می‌کنیم که در اینجا یک محور برجسته عددهای قابل لمس است. در نهایت هم مفهوم مورد نظر به‌صورت یک تصویر قابل درک در ذهن دانش‌آموزان ایجاد می‌شود.

● آیا کتاب درس ریاضی پایه‌های هفتم، هشتم و نهم بچه‌های نابینا با کتاب درس ریاضی سایر دانش‌آموزان تفاوتی دارد یا خیر؟ اگر دارد بفرمایید در چه زمینه‌هایی؟

○ کتاب ریاضی دانش‌آموزان نابینا از نظر محتوا و سرفصل‌ها تفاوتی با کتاب عادی ندارد، جز آنکه به «خط بریل» چاپ شده و تنها تفاوت، در فصل‌های مربوط به مبحث هندسه است که دبیر با استفاده از وسایل کمک‌آموزشی دست‌ساز آن را تا حد امکان آموزش می‌دهد. اما به علت دشواری رسم شکل، مقایسه شکل‌ها و ... هیچ‌گونه آزمون‌های گرفته نمی‌شود.

● برخی از مباحث ریاضی جنبه ذهنی دارند و برخی تا حدودی عینی هستند. تدریس این مباحث به دانش‌آموزان نابینا به چه ترتیب انجام می‌شود و از چه ابزارها و وسایل کمک‌آموزشی استفاده می‌کنید؟

○ افراد نابینا در درک مفاهیم ذهنی هیچ تفاوتی با افراد عادی ندارند، اما در درک مفاهیم عینی نیازمند وسایل کمک‌آموزشی هستند که این وسایل معمولاً توسط دبیر ساخته می‌شود. مثلاً برای نشان دادن زاویه‌های خارجی یک شکل می‌توان با دو خط، ضلع‌های یک شکل برجسته را امتداد داد. یا برای اندازه‌گیری از خط کش برجسته دست‌ساز استفاده کرد. همچنین برای محاسبه‌های عددی از وسیله‌ای به نام «حساب‌افزار» استفاده می‌شود.

● نحوه آزمون و امتحان درس ریاضی برای نابینایان به

ماندگاری عددها

عددها هم تاریخ مصرف دارند؟!

عباس قلعه‌پور اقدم



ریاضی‌دانانی که در این عرصه فعالیت داشته‌اند، کشف و به دنیای ریاضی اهدا شده است. شما با یادگیری این دو مفهوم بسیار سرگرم خواهید شد و حتی می‌توانید آن را به‌عنوان تمرینی برای جمع و ضرب، به خواهر و برادرهای کوچک‌تر که در دورهٔ ابتدایی تحصیل می‌کنند، یاد بدهید. وقتی می‌گوییم مثلاً ماندگاری شیر درون یخچال سه روز است، یعنی شیر درون یخچال سه روز دوام می‌آورد و بعد

«ریاضیات سرگرمی» بخشی از دانش ریاضی است که علاقه‌مندان زیادی دارد. زیرا با طرح معماها و بازی‌های ریاضی باعث می‌شود که مطالعه و یادگیری این دانش جذاب‌تر شود. «سرگرمی‌های عددی» شاخه‌ای از ریاضیات سرگرمی است که در شماره‌های پیشین مجله، به نمونه‌هایی از آن‌ها اشاره شد. در این شماره قصد دارم شما را با دو مفهوم ریاضی در مورد عدد آشنا کنم که توسط دو تن از

با ماندگاری ضربی یک است. در حالت کلی دو نتیجه زیر به دست می آید:

۱. تمامی مضرب‌های ۱۰ دارای ماندگاری ضربی یک هستند. (چرا؟)

۲. هر عددی که حداقل یک رقم آن صفر باشد، دارای ماندگاری ضربی یک است. (چرا؟)

پس از پاسخ دادن به چراهای دو نتیجه بالا، به عنوان یک سرگرمی، عددهای ۱۱ تا ۲۴ را بررسی کنید که ماندگاری ضربی آن‌ها نیز یک است. ۲۵ کوچک‌ترین عدد با ماندگاری ضربی دو است.

$$25 \xrightarrow{2 \times 5} 10 \xrightarrow{1 \times 0} 0$$

حالا از ۲۶ شروع کنید و جلوتر بروید تا با اولین عددی که دارای ماندگاری سه است، آشنا شوید. بله، درست پیدا کرده‌اید، عدد مورد نظر ۳۹ است. اگر باز دلتان سرگرمی خواست، عددهای بعدی را آزمایش کنید تا با کوچک‌ترین عددهایی که دارای ماندگاری بالاتر هستند، آشنا شوید. البته جدول ۱ به شما کمک می‌کند تا درستی یافته‌های خود را بسنجید.

جدول ۱

ماندگاری	عدد
۱	۱۰
۲	۲۵
۳	۳۹
۴	۷۷
۵	?
۶	۶۷۸۸
۷	۶۸۸۸۹
۸	۲۶۷۷۸۸۹
۹	۲۶۸۸۸۹۹۹
۱۰	۳۷۷۸۸۸۸۹۹۹
۱۱	۲۷۷۷۷۷۷۸۸۸۸۸۸۹۹

از آن شروع به خراب شدن می‌کند. دو تن از ریاضی‌دانان برای عددهای طبیعی نیز مفهومی با عنوان «ماندگاری عدد» تعریف کرده‌اند. ماندگاری در مورد عددها به مقدار دوام آوردن آن‌ها پس از انجام یک سلسله کارها تا رسیدن به یک عدد یک‌رقمی گفته می‌شود؛ و گرنه عدد که خراب نمی‌شود! آقای اسلونی^۱ مفهوم اول با عنوان «ماندگاری ضربی یک عدد» و به دنبال وی، ریاضی‌دانی به نام هایندین^۲ مفهوم دوم را با نام «ماندگاری جمعی یک عدد»، کشف و به دنیای ریاضی هدیه کردند. با این توضیح که ماندگاری در مورد عددهای حسابی (عددهای طبیعی به همراه صفر) تعریف می‌شود، کار را آغاز می‌کنم.

ماندگاری ضربی عدد

با مثال شروع می‌کنم تا تعریفی را که در ادامه خواهم آورد، بهتر متوجه شوید. فرض کنید بخواهیم ماندگاری ضربی عدد ۸۳ را محاسبه کنیم. نخست رقم‌های این عدد را در هم ضرب می‌کنیم ($8 \times 3 = 24$). حال رقم‌های عدد جدید به دست آمده را در هم ضرب می‌کنیم ($2 \times 4 = 8$). حاصل عددی یک‌رقمی است و کار یافتن ماندگاری ضربی ۸۳ به پایان رسید. چون در دو مرحله ضرب رقم‌ها به عدد یک‌رقمی رسیدیم، گفته می‌شود که ماندگاری ضربی عدد ۸۳ برابر دو است.

پس ماندگاری ضربی یک عدد، تعداد مراحل مورد نیاز برای رسیدن به یک عدد یک‌رقمی است، با ضرب کردن رقم‌های آن عدد در یکدیگر برای رسیدن به عدد دوم، سپس ضرب کردن رقم‌های عدد دوم برای رسیدن به عدد سوم و با همین روند ادامه دادن تا رسیدن به یک عدد یک‌رقمی. به عنوان مثالی دیگر، ماندگاری ضربی عدد ۷۷ را به دست می‌آوریم. نخست حاصل ضرب رقم‌های این عدد را به دست می‌آوریم ($7 \times 7 = 49$). حال حاصل ضرب رقم‌های عدد جدید یعنی ۴۹ را به دست می‌آوریم ($4 \times 9 = 36$). بار دیگر در مورد ۳۶ ($3 \times 6 = 18$) و برای ۱۸ ($1 \times 8 = 8$). کار محاسبه ماندگاری ضربی عدد ۷۷ در چهار مرحله ضرب رقم‌ها به پایان رسید. این یعنی ماندگاری ضربی ۷۷ برابر چهار است.

مثالی دیگر: ماندگاری ضربی عدد ۷۸۴:

$$784 \xrightarrow{7 \times 8 \times 4} 224 \xrightarrow{2 \times 2 \times 4} 16 \xrightarrow{1 \times 6} 6$$

پس ماندگاری ۷۸۴ برابر سه است.

نوبت شما: ماندگاری ضربی عددهای ۳۹ و ۶۷۸۸ را به دست آورید.

نکاتی در مورد ماندگاری ضربی

مشخص است که عددهای یک‌رقمی (۰، ۱، ۲، ...، ۹) دارای ماندگاری ضربی صفر هستند. ۱۰ کوچک‌ترین عدد

معلوم است که عددهای یک رقمی (۰ تا ۹) دارای ماندگاری جمعی صفر هستند. به تجربه و با آزمایش تک تک عددها و البته با به خرج دادن کمی حوصله می‌توانید نتیجه‌های ذیل را تجربه کنید:

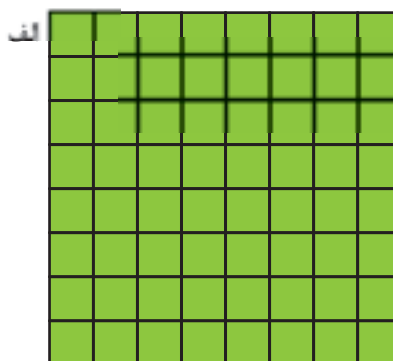
لذت محاسبه

لیلا جلیلی

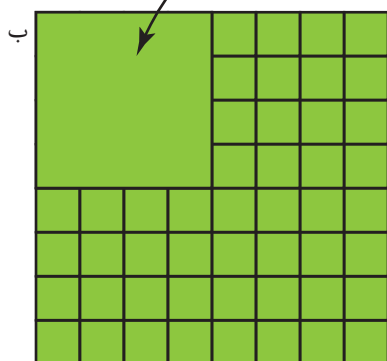


۱ روی این کیک میوه‌ای ۱۰ عدد گیلان دیده می‌شود. آیا می‌توانید فقط با سه برش مستقیم، این کیک را ۵ تکه کنید؛ به‌طوری که روی هر تکه دو گیلان باشد؟

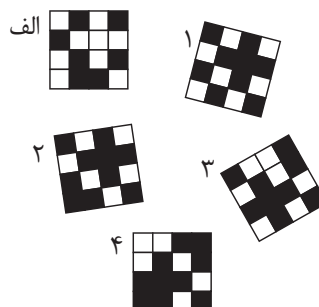
۲ شکل (الف) یک مزرعه را نشان می‌دهد. مرد کشاورز دیگر از عهده اداره آن بر نمی‌آید. او تصمیم گرفته است آن را بین اعضای خانواده تقسیم کند. کشاورز تکه زمینی را که در شکل (ب) مشخص شده است، برای خودش برمی‌دارد. بقیه را به شکل‌ها و اندازه‌های یکسان بین چهار فرزندش قسمت می‌کند. آیا می‌توانید نحوه تقسیم او را نشان دهید؟



کشاورز این قسمت را برای خودش برداشته



۳ در کدام یک از شکل‌های ۱ تا ۴، اگر رنگ خانه‌ها را برعکس کنیم، به شکل (الف) تبدیل خواهد شد؟

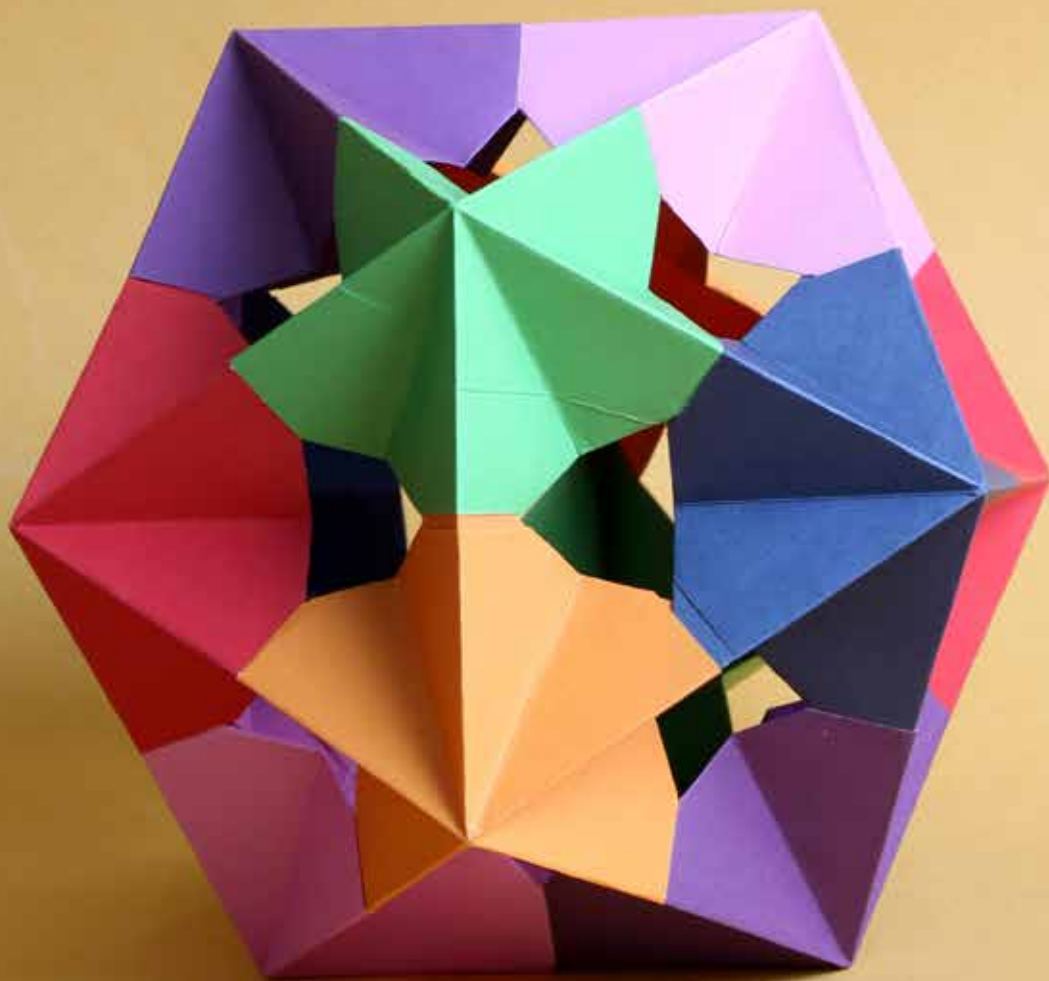




۲۰ وجهی منتظم

پری حاجی خانی

برای ساخت ۲۰ وجهی منتظم باید ۲۰ مثلث متساوی الاضلاع را کنار هم قرار دهیم. در اینجا با استفاده از ۲۴ برگ کاغذ ۱۰×۱۰ سانتی متر این حجم را ساخته ایم.

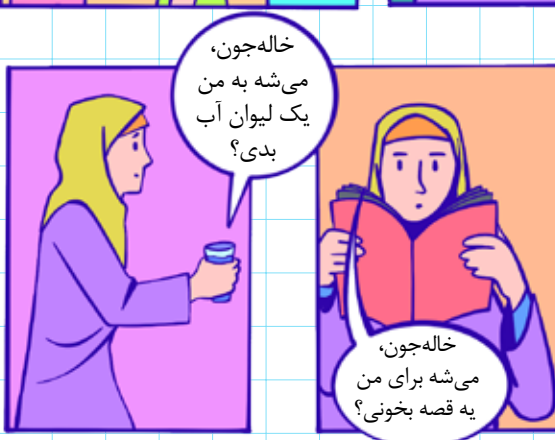


برای مشاهده
مراحل ساخت
این حجم زیبا
نشانی را اسکن
کنید



معمای خواهرزاده‌ها و خاله‌مریم

مریم برای کمک به خواهرش به خانه آن‌ها رفت تا از بچه‌ها در نبود مادرشان، نگهداری کند.



در آن شب فقط یکی از بچه‌ها داد نزد. اسم بچه‌ها عبارت بود از: آتنا، بهروز، محدثه و بهنام.

آن شب آتنا یا محدثه، یا آب خواستند یا از هیولا ترسیدند. یکی از این بچه‌ها، آتنا، محدثه و بهنام، آب خواست و یکی از آن‌ها داستان خواست. یکی از این بچه‌ها، آتنا و بهروز، از هیولا ترسید.

آیا می‌توانید مشخص کنید که هر کدام از بچه‌ها چه چیزی می‌خواستند و چه کسی مستقیم برای خواب رفت؟

