

پیامک ۲۰: ۸۹۹۵۱/۳۰۰۰ ۱۷۳۵-۴۹۴۳ ISSN

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

دوره اول متوسطه

رشد

پرهیزان

رشد

وزارت آموزش و پرورش

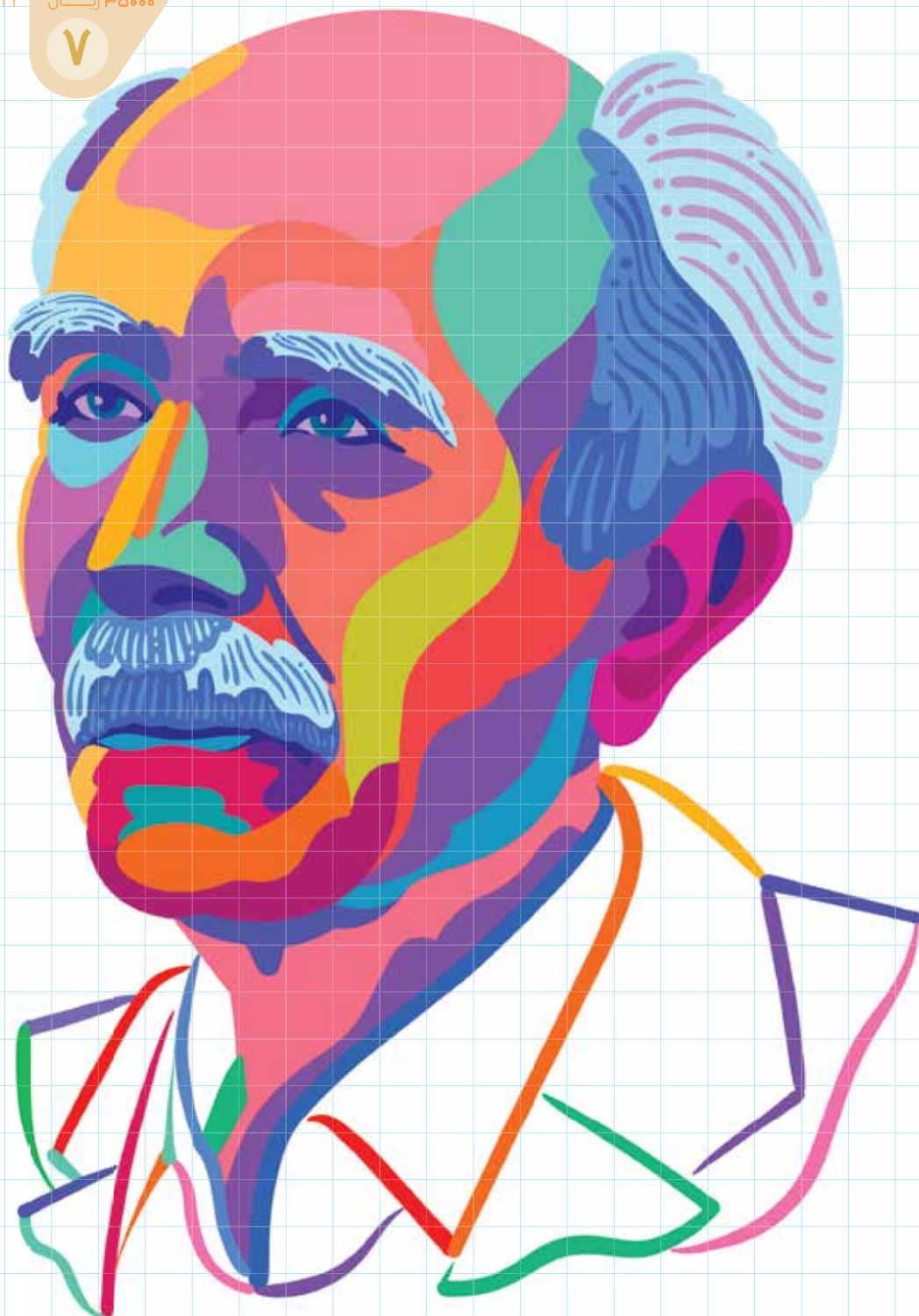
بازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir



دوره بیست و هشتم
شماره ۱۲۱/۳۲ صفحه
سال ۱۴۰۰
ریال ۳۵۰۰۰

۷

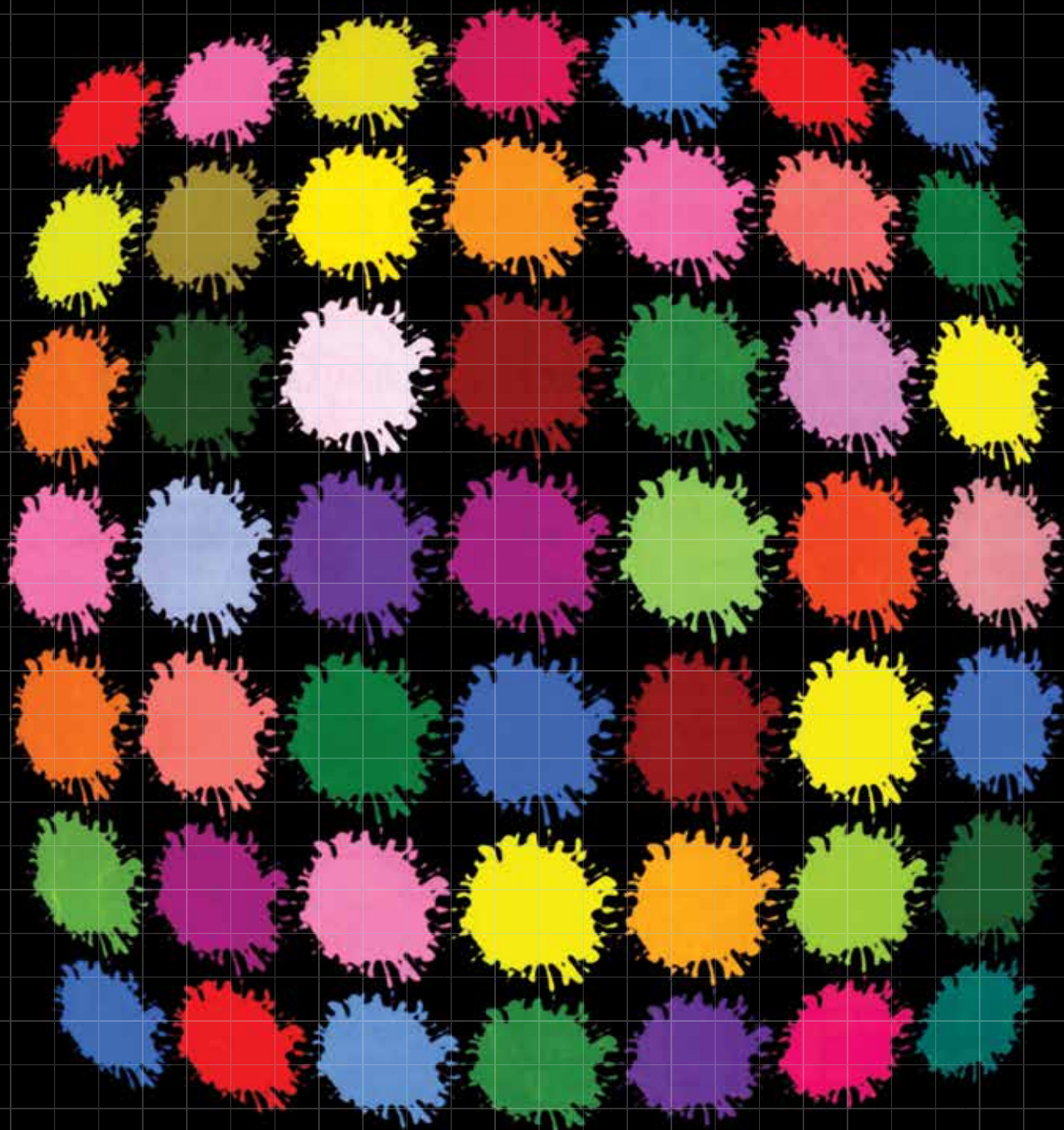
ریاضی دانان معاصر ایران
عبدالحسین مصحفی



عبور بیشتر از



۱۳ ممنوع!



از تکه رنگ بالا سمت چپ شروع کنید و تا تکه پایین سمت راست ادامه دهید. مشروط بر آنکه فقط روی خط راست حرکت کنید، بدون آنکه روی یک مسیر رفته شده بازگردید.
ایا می‌توانید از تمام تکه رنگ‌ها حداقل یک بار با تعداد خطوط کمتر از ۱۳ تا عبور کنید؟

بسم الله الرحمن الرحيم الهم صل على محمد وآل محمد

مدیر مسئول: محمد ابراهیم محمدی

سر دبیر: حسین نامی ساعی

شورای برنامه ریزی: جعفر اسدی گرمارودی، حمیدرضا امیری، رضا حیدری قزلجه، خسرو داودی، محمد رضا سید صالحی، عباس قلعه پور اقدم، داود معصومی مهوار

مدیر داخلی: پری حاجی خانی

ویراستار: بهروز راستانی

مدیر هنری: کوروش پارسناژاد

دبیر عکس: پرویز قراگوزلی

طراح گرافیک و تصویرگر: حسین یوزباشی

حضرت قائم (عج)

اگر خواستار رشد و کمال معنوی
باشی هدایت می شوی، و اگر طلب
کنی می یابی.

«بحار الانوار، ج ۵۱، ص ۳۳۹»

فروردین ۱۴۰۰

اول: آغاز نوروز

پنجم: ولادت حضرت علی اکبر (ع)، روز جوان

نهم: ولادت حضرت قائم (عج)

دوازدهم: روز جمهوری اسلامی

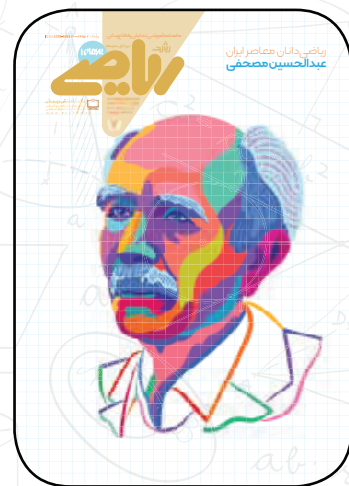
سیزدهم: روز طبیعت

بیستم: روز ملی فناوری هسته‌ای

بیست و پنجم: شروع ماه مبارک رمضان

بیست و نهم: روز ارتش جمهوری اسلامی ایران

و نیروی زمینی



تصویرگر جلد: حسین یوزباشی

مصحفی در اسفند ماه سال ۱۳۵۳ در شهر کرمان به دنیا آمد. در کودکی خواندن قرآن را آموخت و در سال ۱۳۲۰ تحصیلات متوسطه اول را به پایان رساند. یک سال بعد از آن، پدرش درگذشت. پدر نابینایش، قاری و استاد قرآن (مصحف) و معلم بود که به شغل صحافی اشتغال داشت...

صفحه ۱۸ و ۱۹ را مطالعه کنید.

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

دوره اول متوسطه

رشد

برهان

پایامک ۱۳۰۸۹۹۵۱/۳ ISSN: 1735-4943

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir

دوره بیست و ششم
شماره ۱۲۱/۳ صفحه
سال ۱۴۰۰
۳۵۰۰۰ ریال

۷

نشانی: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۴۶

تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ داخلی ۳۷۵

نماینده: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۳۱۶

صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲

صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱

تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸

وبگاه: www.roshdmag.ir

رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

وبلاگ اختصاصی مجله:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaee

چاپ و توزیع: شرکت افست

یادداشت سردبیر

سرای ریاضی دان

کجاست؟/ حسین نامی ساعی/ ۲

ریاضیات و مدرسه

داستان های ریاضی؛

صفر زوج است یا فرد؟/ داود معصومی مهوار/ ۳

ریاضیات و مسئله

ترسیمات منتظم بوزجانی/

حسین کریمی/ ۶

یک مسئله، چند راه حل؛ محصول $2a+3$ از a /

جعفر اسدی گرمارودی/ ۸

لذت محاسبه/ لیلا جلیلی/ ۹

ریاضیات و کاربرد

پایید کمی فکر کنیم؛ کرونا؛ خوب، بد، زشت!؛

خسرو داودی/ ۱۰

فرمول هرون؛ روشی دیگر برای مساحت مثلث ها/ عباس قلعه پور اقدم/ ۱۲

معادله یا اتحاد؟ مشابه های متفاوت! افشین خاچه خان/ ۱۴

زوج یا فرد؟ نگاهی پایانی به تعداد تیم ها در رقابت های لیگ/ جعفر اسدی گرمارودی/ ۱۶

ریاضیات و تاریخ

ریاضی دانان/ احمد حافظ پور/ ۲۰

ریاضیات و منطق/ پینوکیو در دهکده عجایب/ مقداد قاری، شراره تقی دستجردی/ ۲۲

ریاضیات و سرگرمی/ رویای پرواز/ زهرا باقری/ ۲۴

معمای روز المپیک دانش آموزی/ خسرو داودی/ ۳۰

پیشرفت با جمع/ مینا راستی بروجنی/ ۳۲

گزارش شهر کوچک اندیشه های بزرگ/ جلال سرحدی/ ۳۶

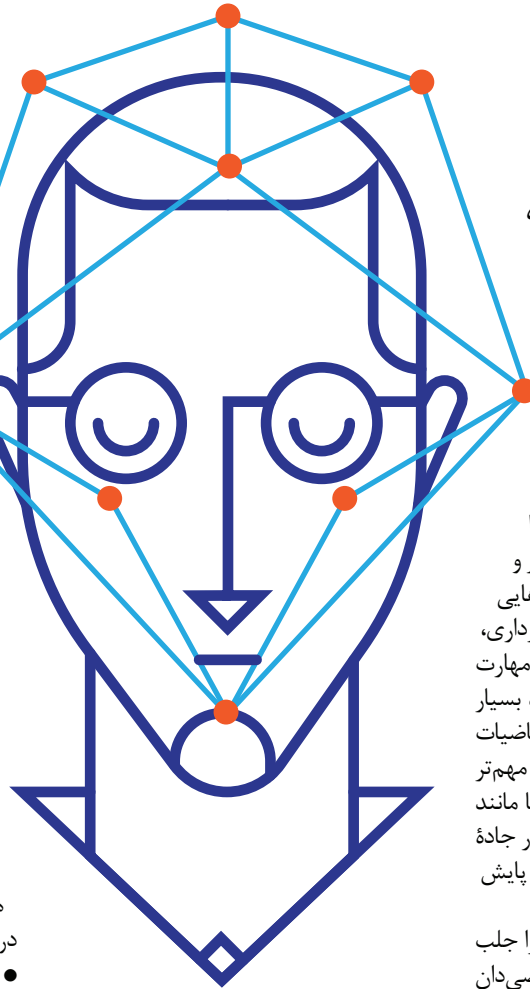
ریاضیات و نرم افزار/ فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه/ فاطمه درویشی/ ۲۸

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛ مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا به ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبات ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران؛ صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۴۷ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۳



ميلاد مهدي موعود (عج) و آغاز ماه مبارك رمضان و سال نو و بهار طبيعت را به همه شما تبریک می‌گوییم.

سلام دوستان. در یادداشت‌های قبلی گفتیم که شما هم می‌توانید ریاضی‌دان باشید و شرط آن داشتن اندیشه‌ای بر پایه منطق و استدلال و از همه مهم‌تر، تفکری بر اساس ریاضی است. همه ما دوست داریم مانند ریاضی‌دانان فکر کنیم و فتنی را فرابگیریم که با آن‌ها ریاضیات را بهتر و آسان‌تر بفهمیم. اگرچه کسب مهارت‌هایی مانند خلاصه‌نویسی، زمان‌بندی، نکته‌برداری، روش امتحان‌دادن، و از این نوع که مهارت چگونه مطالعه کردن را آموزش می‌دهند، بسیار مهم و اثرگذار است، اما برای کسی که ریاضیات را دوست دارد و ریاضیات می‌خواند، بسیار مهم‌تر است که چه مهارت‌هایی را کسب کند تا مانند یک ریاضی‌دان اندیشه و عمل کند و در جاده ریاضیات رد پای ریاضی‌دانان را پیدا کند و پایش را در جای پای آن‌ها قرار دهد و ...

سال ۸۸ بود که عنوان کتابی نظرم را جلب کرد. کتاب: «چگونه مانند یک ریاضی‌دان بیندیشیم؟» این کتاب را: **کوپن هوستون** از دانشگاه لیدز نوشته بود، که توسط گروه ریاضی دانشگاه شاهد ترجمه شده بود. این کتاب مملو از توصیه‌های کاربردی و راهنمایی‌های ارزشمندی است که با آن‌ها می‌توان مهارت‌هایی را کسب کرد تا مانند یک ریاضی‌دان فکر کرد. خیلی جالب اینکه، کوپن هوستون در مقدمه کتاب نوشته است «خیلی دوست داشتم زمانی که دانش آموز بودم این توصیه‌ها را کسی به من می‌گفت و ...»

از این رو، در این یادداشت و یادداشت شماره بعد سعی کرده‌ام نکاتی از توصیه‌های مفید این کتاب و تجربیات دیگری را که در این سال‌ها اندوخته‌ام، بیاورم تا شاید راهی به سوی ریاضیات و ریاضی‌دان شدن بیابیم. بچه‌ها! این خواسته و مقصود دست‌یافتنی و شدنی است. و برای این منظور مسیر، توصیه‌های نظری، عملی و کاربردی، و روشی وجود دارد که با به کار بستن و پیمودن آن به مقصد می‌رسیم.

گام‌های جاده ریاضیات

اولین گام در این راه و برای پا جای پای بزرگان ریاضیات گذاشتن، آموختن چگونگی مطالعه متن، نوشته و کتاب‌های ریاضیات است. بدیهی است که همه ریاضی‌خوان‌ها دوست دارند روش صحیح و آسان مطالعه یک کتاب و متن ریاضی را یاد بگیرند و

کنید و نگاهی دقیق به عقب و آنچه انجام داده‌اید، داشته باشید. • از ترسیم شکل، الگوریتم و فلوچارت استفاده کنید. • فرض و نتیجه مسئله را روی کاغذ بنویسید و دائماً نگاهتان به آن‌ها باشد. • مسائل مشابه و معادل مسئله‌ای را که حل می‌کنید، بیابید و درباره آن‌ها فکر کنید. • دائماً در صورت مسئله به عقب و جلو بروید و آن را مرور کنید. • مسئله را تا حد امکان ساده کنید، و به چند زیرمسئله ساده بشکنید، • بهترین راه حل‌ها را با استدلال و منطق پیدا کنید. • جواب‌ها را بررسی و امتحان کنید و از درستی آن‌ها مطمئن شوید. **چهارمین گام در جاده ریاضیات، انجام ندادن اشتباهات رایج در ریاضیات است.** به این منظور: • آنچه را که قرار است درستی‌اش را بررسی کنید، هرگز درست فرض نکنید. • از ضرب کردن در صفر و یا تقسیم کردن بر صفر اجتناب کنید. • نمادهای شرطی را درست به کار ببرید و در نتیجه‌گیری‌ها دقت کنید. اگر از گزاره «الف» گزاره «ب» را نتیجه می‌گیرید، دلیلی ندارد که «ب» هم «الف» را نتیجه بدهد. مثلاً از جمله «اگر برف بیاید مدرسه تعطیل است»، نمی‌توان نتیجه گرفت که: «هر زمان مدرسه تعطیل بوده، برف آمده است.» و **پنجمین گام این است که یاد بگیرید تعریف‌های ریاضی را چگونه بخوانید تا آن‌ها را عمیقاً درک کنید.** توجه داشته باشید: • در ریاضیات تعریف‌ها نقش حیاتی و کلیدی دارند و پایه اثبات‌های ما را در ریاضی تشکیل می‌دهند. • تعریف باید دقیق، جامع و مانع باشد و اصطلاحاً چیزی کم و زیاد نداشته باشد. • شرایطی که در آن تعریف بیان می‌شود، باید دقیقاً شناخته و درک شود. • لازم است تحقیق و بررسی کنیم و ببینیم، در خارج چه چیزهایی درباره این تعریف وجود دارد و در حقیقت چه دریافتی از آن تعریف در بیرون داریم. • مثال‌هایی را که از تعریف مورد نظرمان داریم، مشخص کنیم و مثال‌های استاندارد را که دقیقاً تعریف به وسیله آن‌ها روشن می‌شود، معین کنیم. • تعریف را تعمیم و گسترش بدهیم و بررسی کنیم که این خاصیت در چه جاهای دیگری از ریاضیات صادق و در چه جاهایی خلاف است. مثلاً اگر خاصیتی در «جمع» صادق است، ببینیم آن خاصیت و تعریف در «ضرب» و «تقسیم» هم صدق می‌کند یا خیر. (ادامه دارد)

بدانند آن را چگونه مطالعه کنند تا به خوبی درک کنند. برای مطالعه یک متن ریاضی لازم است: • هدف از خواندن آن متن را قبل از خواندن بدانید. • دقیقاً مشخص کنید دنبال چه موضوعی هستید. • همیشه یک خودکار و کاغذ در کنارتان باشد و نکات مهم را یادداشت کنید. • سؤالاتی را که در متن آمده و سؤالاتی را که در ذهنتان ایجاد می‌شوند، یادداشت کنید. • همیشه در حین مطالعه متن‌های ریاضی، مثال‌ها، تعریف‌ها و قضیه‌ها را اول بخوانید و اثبات‌ها و حل تمرین‌ها را بعد از آن انجام دهید. **در گام دوم باید بدانید چگونه یک متن را به صورت ریاضی بنویسید.** باید • ساده بنویسید، • نوشته‌ها و منظور خود را دقیق شرح دهید، • از گزاره‌های شرطی «اگر ... آنگاه ...» استفاده کنید؛ برای مثال: «اگر دو ارتفاع مثلثی با یکدیگر برابر باشند، آنگاه مثلث متساوی‌الساقین است.» **سومین گام، گام چگونه حل کردن یک مسئله ریاضی است.** برای حل یک مسئله ریاضی: • بکشید مسئله را بفهمید و تمام کلمه‌های به کار رفته در صورت مسئله را درک کنید. • نقشه‌ای بکشید و آن را اجرا کنید. • کل فرایند حل مسئله را بازبینی

سرای ریاضی‌دان کجاست؟

صفر زوج است یا فرد؟

داود معصومی مهوار

استدلال‌های
بدون پشتوانه
مردودند!



داستان‌های
ریاضی

فرزانه: مگر با داشتن $12 = 2 \times 6$ حکم نمی‌کنیم که ۱۲ زوج است؟ در واقع چون می‌بینیم که ۱۲ مضرب ۲ است، حکم می‌کنیم که ۱۲ زوج است. اینجا هم داریم: $0 = 3 \times 0$ یعنی صفر مضرب ۳ است که ۳ نیز عددی فرد است. پس صفر هم باید عددی فرد باشد.

اعظم: این حرف درست نیست. ما مثالی زدیم که حرفشان را رد می‌کرد. مثلاً $10 = 2 \times 5$ را ببینید. ۱۰ مضرب ۵ است که ۵ هم عددی فرد است. آیا اینجا هم باید بگوییم ۱۰ عددی فرد است؟

من: خب با این استدلال اعظم چه می‌گویید؟ کوتاه نمی‌آید؟ **فریبا:** نه. در خود مثال اعظم به روشنی می‌بینیم که ۱۰ مضرب ۲ هم هست. از اینجا حکم می‌کنیم که ۱۰ زوج است نه فرد. ولی در $0 = 3 \times 0$ اثری از ۲ نیست. در واقع صفر ضرب در هر عددی برابر صفر است و $0 = 2 \times 0$ از این جهت است، نه به‌خاطر اینکه صفر زوج است.
من: کسی حرف دیگری ندارد؟

اعظم: خب شدنی نیست که یک عدد هم زوج باشد و هم فرد. **من** (تازه به کلاس رسیده‌ام): سلام بچه‌ها. امروز زودتر از من شروع کرده‌اید. کجایید؟ بحث چیست؟

فریبا: مربوط به درس و تمرین‌های امروز نیست. درباره‌ی زوج و فرد بودن صفر اختلاف داریم.

آزاده: امکان دارد که این بحث را ادامه بدهیم؟ می‌دانم ربطی به درس امروز ندارد.

من: اتفاقاً با همان یک جمله اعظم که شنیدم، حدس زدم که چه چیزهایی گفته‌اید. راستش را بخواهید بی‌ربط هم نیست. قول داده بودم درباره‌ی استدلال بیشتر گفت‌وگو کنیم و این گفت‌وگوی شما شروع خوبی است. خب بگویید ببینم از کجا شروع کرده‌اید؟

مریم: از اینجا شروع شد. من توجه کردم که: $0 = 3 \times 0$ و از این تساوی حکم کردم که صفر فرد است. طرف‌دار هم دارم.

من: یکی از طرف‌دارها بگوید که چطور از این تساوی حکم کردید که صفر فرد است.

تکیه بدهید. به این دلیل تنها گفته‌های نفیسه و زهرا شبیه استدلال هستند. البته گفته‌های لیلا و سوده هم با کمی اصلاح استدلال هستند.

نفیسه: حرف من چه چیزی کم داشت؟ من از روی تعریف عدد زوج استدلال کردم.

من: خب به همین موضوع باید اشاره می‌کردی. باید تعریف عدد زوج را می‌گفتی. نباید بخشی از استدلال را به عهده شونده بگذاری. الان یک بار دیگر بگو و استدلال را کامل کن. **نفیسه:** بنا بر تعریف، هر عددی که مضرب صحیحی از ۲ باشد، زوج است. چون می‌دانیم $0 \times 2 = 0$ و صفر عددی صحیح است، پس می‌بینیم که صفر نیز حاصل ضرب عددی صحیح در ۲ است. پس بنا بر تعریف باید زوج باشد.

من: این استدلال تقریباً عالی است. هر کس بخواهد آن را قبول نکند باید یکی از پایه‌های آن را با دلیلی قابل قبول رد کند و اگر نتواند باید آن را بپذیرد.

نفیسه: تقریباً عالی است؟ یعنی هنوز هم کم و کاستی دارد؟ **من:** برای شما که تازه استدلال را یاد می‌گیرید، عالی است. ولی راستش را بخواهید یک کاستی دارد. اگر تک‌تک جمله‌ها را به دقت بررسی کنید، پایه‌های استدلال را تشخیص می‌دهید و آن کاستی را پیدا می‌کنید. البته راست و ریست کردن آن کار شما نیست. اطلاعات ریاضی شما خیلی دقیق نیست. بنابراین همین حد بسیار عالی است.

نفیسه: فکر می‌کنم فهمیدم. من در استدلالم گفتم: «می‌دانیم $0 \times 2 = 0$ است» ولی نگفتم از کجا می‌دانیم.

من: بله درست گفتی. اینکه حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر خود صفر می‌شود، یک قضیه است که شما اثبات و استدلال آن را نمی‌دانید. ولی واقعاً لازم نیست که شما الان این قدر دقیق استدلال کنید. پس از آن رد می‌شویم و به مشکلات دیگر می‌پردازیم.

فریبا: ولی به نظر من استدلال نفیسه درست نیست. او اصلاً به آنچه ما گفتیم، توجه نکرده است. اصلاً هیچ پاسخی به ما نداده است.

من: همه حرف من همین است که باید بدانید به چه چیزهایی توجه کنید. الان از شما هم همین را می‌خواهم. اگر استدلال شما برای فرد بودن صفر درست است، باید دقیق‌تر بیان کنید و بگویید که به چه چیزهایی تکیه کرده‌اید. از تعریف کمک گرفته‌اید؟ به قضیه‌ای توجه کرده‌اید؟

فریبا و چند نفر دیگر: ما دیدیم که بنا بر $0 \times 2 = 0$ می‌گویند صفر زوج است. به آن‌ها گفتیم که صفر برابر با 0×3 نیز هست! با این چه می‌کنند؟ آیا نباید از این تساوی حکم به فرد بودن صفر بدهند؟

من: هیچ نگفتم و منتظر ماندم و نگاه می‌کردم. همه فکر می‌کردند. بعضی هم فریبا را تأیید می‌کردند.

لیلا: فکر می‌کنم فریبا درست نمی‌گوید. واقعاً کسی بنا بر

نفیسه: پس بالاخره قبول دارید که $0 \times 2 = 0$ است. خب از همین تساوی باید زوج بودن صفر را بپذیرید.

مه‌ری: فریبا خوب توضیح داد. این تساوی به خاطر خاصیت ویژه صفر است که حاصل ضرب آن در هر عددی برابر خود صفر می‌شود. ربطی به زوج بودن ۲ ندارد. هر عدد دیگری جای آن بگذارید، فرقی در نتیجه نمی‌بینید.

زهرا: مشکل استدلال مه‌ری و فریبا این است که در حاصل ضرب 0×2 به صفر توجه می‌کنند و علت برابری این حاصل ضرب با صفر را به خاطر خاصیت‌های صفر می‌دانند. این چه اهمیتی دارد؟ وقتی 5×2 برابر 10 می‌شود، چه کار به ۵ داریم؟ همین که 10 مضرب ۲ شده است، حکم می‌کنیم که 10 زوج است یا همین که 6×2 برابر 12 می‌شود، حکم می‌کنیم که 12 زوج است. یعنی چه که «این برابری به خاطر ۲ نیست، به خاطر فلان است»؟

لیلا: من گفتم که اگر دو تا از عددهای زوج کم کنیم، یا به آن‌ها اضافه کنیم، حاصل همیشه عددی زوج خواهد بود. اگر هم دو تا از عددی فرد کم کنیم یا دو تا به آن اضافه کنیم، حاصل باز هم عددی زوج خواهد بود. پس اگر صفر عددی فرد باشد، دو تا بیشتر از آن، یعنی عدد $2 = 0 + 2$ ، باید عددی فرد باشد. در صورتی که نیست. می‌دانیم ۲ عددی زوج است. همه در این باره یک نظر داریم.

سوده: من هم شبیه لیلا استدلال کردم که یکی بیشتر یا کمتر از یک عدد زوج باید فرد باشد و همین‌طور، یکی بیشتر یا کمتر از یک عدد فرد هم باید زوج باشد. به عبارت دیگر، هیچ دو عدد زوجی و هیچ دو عدد فردی متوالی نیستند. ولی اگر قبول کنیم که صفر فرد است، آن‌گاه چون عدد ۱ فرد است، دو عدد فرد متوالی خواهیم داشت.

فرزانه: شاید در نظر اول حرف لیلا و سوده درست به نظر بیاید، ولی ما موردی در ریاضیات داریم که خلاف آن را نشان می‌دهد. درباره عددهای اول و مرکب همگی خوب یادمان هست که اگر عددی تنها مضرب خودش یا ۱ باشد، اول به حساب می‌آید: البته به جز خود عدد ۱ که اول به حساب نمی‌آید. یعنی با اینکه عدد ۱ مضرب هیچ عدد دیگری به جز خودش نیست، آن را اول به حساب نمی‌آورند. اینجا هم درباره صفر می‌توانیم همین‌طور فکر کنیم.

من: خب، حرف‌ها و استدلال‌های مختلفی شنیدیم. از این به بعد با دستور من ادامه می‌دهیم و من راه را نشان خواهیم داد. پس خوب گوش کنید.

بیشتر گفته‌هایتان استدلال نیست. مثال نقضتان مثال نقض نیست. در پی شباهت‌ها هستید. راستش را بخواهید، من این‌طور دیدم که برای نقد یک گفته، آن را می‌شنوید، ورنه می‌کنید، کمی فکر می‌کنید و نظر می‌دهید. استدلال این‌گونه نیست. باید پایه‌های استدلال را تشخیص دهید. خودتان هم باید تک‌تک جمله‌هایتان را به دانسته‌ها، قضیه‌ها و تعریف‌ها

من: بله، خیلی خوب گفתי. حرف لیلا و نیز حرف سوده که شبیه آن بود، هر دو درست بودند، ولی همین کاستی را داشتند. از طرف دیگر، این بار بخت با ما یار است. اثبات این گفته‌های لیلا و سوده آسان است. مثل مورد قبلی، یعنی «حاصل ضرب صفر ضرب در هر عدد، برابر صفر است» نیست که گفتیم در حد ما نیست. اما برای شروع و سادگی کار فعلاً ثابت می‌کنیم که دو تا بیشتر از یک عدد زوج، عددی زوج است. اثبات بقیه حرف‌های لیلا و سوده نیز به همین شباهت دارد و سخت نیست.

لیلا با اشاره من پای تخته آمد و استدلال زیر را نوشت:

a عددی زوج است.
بنا بر تعریف باید داشته باشیم:
 $a = 2 \times k$ که k عددی صحیح است.
حالا به $a + 2$ توجه می‌کنیم:
 $a + 2 = 2 \times k + 2 \times 1 = 2 \times (k + 1)$
از آنجا که k عددی صحیح است، یکی بیشتر از آن یعنی $k + 1$ نیز صحیح است.
پس چون داریم: $a + 2 = 2 \times (k + 1)$ ، یعنی $a + 2$ نیز حاصل ضرب ۲ در یک عدد صحیح است و باید زوج باشد.
ثابت کردیم که اگر عددی زوج باشد، دو تا بیشتر از آن هم عددی زوج است.

من: خیلی خوب بود. کامل و بی‌نقص. پس از این به بعد حواستان باشد که باید حرف‌های خود را به تعریف‌ها و قضیه‌ها تکیه دهید و اگر چیزی می‌گویید که از این دست نیست، باید دلیل آن را به روشنی و باز هم با تکیه به تعریف‌ها، قضیه‌ها، اصل‌ها و بدیهی‌ها بیان کنید.

خیلی از بچه‌ها: این کار خیلی سخت است! شدنی نیست.
من: درست می‌گویید. واقعاً قرار نیست که شما همه چیز را این‌طور یاد بگیرید و بیان کنید. مثلاً اگر به گذشته برگردید، انبوهی از چیزهای ریاضی یاد گرفته‌اید که دلیل درستی آن‌ها را نمی‌دانید. مثلاً مخرج مشترک گرفتن، پیدا کردن بزرگ‌ترین بخش‌یاب مشترک و ... واقعاً لازم نیست همه ریاضی‌دان شوند و دلیل درستی همه این‌ها را بدانند.

ولی از طرف دیگر، باید به خوبی با استدلال کردن آشنا شوید تا بیخودی مردم را در معرض سرطان تصور نکنید یا اشتباه‌های دیگری از این دست را باور نکنید و سنجیده قضاوت کنید. کم‌کم بیشتر با استدلال آشنا می‌شوید. همین الان هم خوب آشنا شده‌اید.

« $0 \times 2 = 0$ » نگفته که ۲ زوج است.

من همین جا حرف لیلا را قطع کردم و همه سکوت کردند. کم‌کم بچه‌ها لیلا را تأیید می‌کردند. فریباً هم سرش را تکان داد و تأیید کرد و از او خواستم که صحبت کند.

فریبا: الان فهمیدم. آن‌ها تنها به کمک آن تساوی حکم نکرده‌اند. کلی حرف زده‌اند و از تعریف کمک گرفته‌اند و بالاخره حکم کرده‌اند که ۲ زوج است. اما این کار ما اشتباه بود که تنها یک جمله از استدلال را گرفتیم و به بقیه بی‌توجه بودیم.

فرزانه: شاید اشتباه کنم، ولی شما می‌گویید اصلاً به $0 \times 3 = 0$ توجه نکنیم؟

من: بله، اصلاً توجه نکنید. در تعریف آمده است: «اگر عددی حاصل ضرب ۲ در یک عدد صحیح باشد، آن عدد حتماً زوج است»، همین. حالا اگر حاصل ضرب ۵ در عدد دیگری هم باشد، چه عیبی دارد؟

بچه‌ها خوب توجه کنید. در خیلی موردهای دم دست‌تر، شما این اشتباه را انجام نمی‌دهید. مثلاً فرض کنید یک گروه پژوهشگر نتیجه پژوهش‌های خود را چنین بیان کند: «اگر کسی به‌طور مداوم روزانه پنج قوطی نوشابه بخورد، پس از ۳۵ سال حتماً به سرطان معده مبتلا خواهد شد.»

آیا کسی از شما اعتراض خواهد کرد که: «همسایه ما نوشابه نمی‌خورد، ولی سرطان معده گرفت!» نه! آن‌ها به همه شرط‌ها کاری ندارند. تنها نتیجه ۳۵ سال نوشابه خوردن مداوم، آن هم روزی پنج قوطی را بررسی کرده‌اند. اگر می‌خواهید پژوهش آن‌ها را زیر سؤال ببرید، باید کسی را پیدا کنید که ۳۵ سال به‌طور مداوم روزی پنج قوطی نوشابه خورده باشد، ولی سرطان معده نگرفته باشد. آن‌ها حرف دیگری ندارند. همه عامل‌هایی را که باعث سرطان معده می‌شوند، بررسی نکرده‌اند. حرف مشخصی دارند.

بگذریم. می‌دانم هنوز هم در این باره پرسش دارید، ولی فعلاً همین قدر بس است. یک استدلال دیگر را بررسی می‌کنیم تا ببینم خوب یاد گرفته‌اید یا نه. پس برمی‌گردیم به استدلال لیلا و سوده.

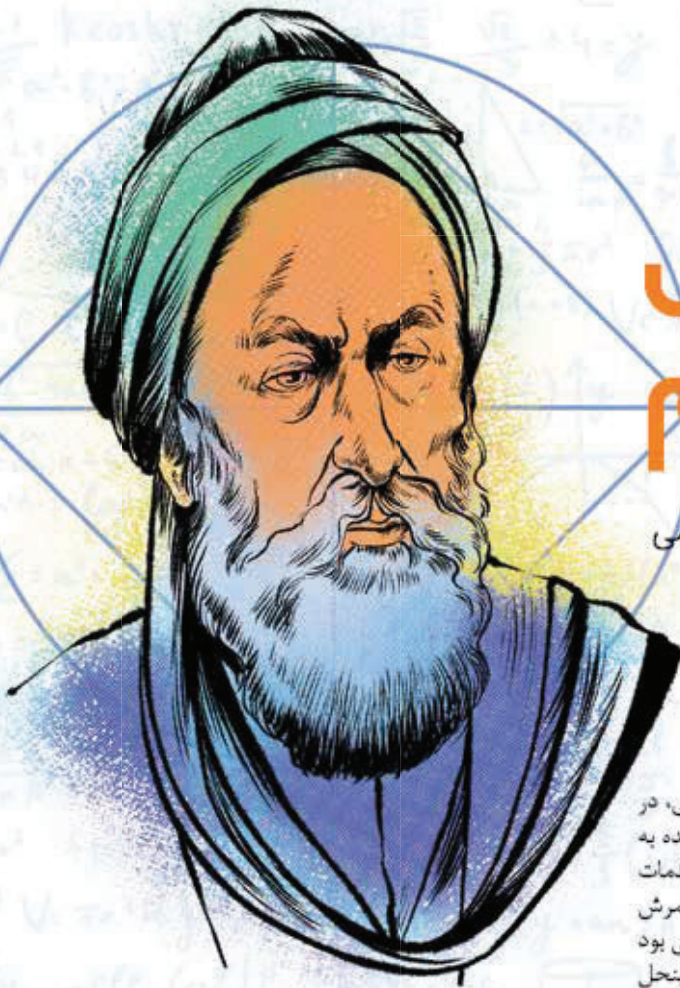
لیلا (با اشاره من): من گفتم که دو تا بیشتر یا دو تا کمتر از هر عدد فرد باید فرد باشد. پس اگر استدلال فریبا را می‌پذیرفتم و حکم می‌کردیم که صفر نیز فرد است، آن‌گاه باید بپذیریم که دو تا بیشتر از صفر هم فرد است؛ یعنی $0 + 2 = 2$ نیز باید فرد باشد که چنین نیست. ولی الان می‌دانم که چرا این استدلال ناقص است.

من نگذاشتم لیلا بیشتر چیزی بگوید و خواستم که همه فکر کنند تا دیگران کاستی را ببینند.

اعظم (بعد از ۲۰ ثانیه): فکر کنم روشن است. اینکه دو تا بیشتر یا کمتر از یک عدد فرد، فرد است، حرفی درست است. ولی لیلا اشاره نکرد که چرا این حرف درست است. آیا تعریف است؟ آیا قضیه است؟

ترسیمات منتظم

بوزجانی
حسین کریمی



ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی‌دان و منجم بزرگ ایرانی، در خرداد ماه سال ۳۱۹ در «بوزجان» (تربت جام امروزی) دیده به جهان گشود. وی تا سن ۲۰ سالگی نزد دایی و عمویش مقدمات ریاضیات را فرا گرفت. سپس به بغداد سفر کرد و تا آخر عمرش (سال ۳۷۷ شمسی) در آنجا زندگی کرد. وی اولین کسی بود که مطالعات دقیقی درباره کره ماه انجام داد. وی مسائل لاینحل هندسه کلاسیک را حل کرد و به تحقیقاتی در اصول ترسیمات هندسی دست زد که تا امروز از این حیث شهرت جهانی دارد. در این نوشته از روش‌های ابوالوفا بوزجانی در رسم چند ضلعی‌های منتظم استفاده خواهیم کرد.

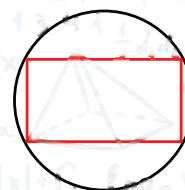
سه تعریف زیر را در نظر می‌گیریم:

۱. یک چند ضلعی را محاطی گوییم، هرگاه تمام رأس‌های آن بتوانند روی یک دایره قرار بگیرند که در این صورت آن دایره را دایره محیطی می‌نامند.

برای مثال، برای هر نوع مثلث (شکل ۱) و یا مستطیل (شکل ۲) دلخواه می‌توان دایره‌ای رسم کرد که شامل تمام رأس‌های آن شکل باشد.

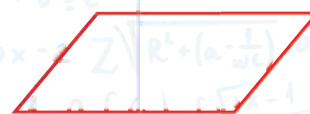


شکل ۱



شکل ۲

و از طرف دیگر، هرگز نمی‌توانیم برای یک متوازی‌الاضلاع (فاقد زوایه قائمه) دایره‌ای محیط بر آن پیدا کنیم (شکل ۳).



شکل ۳

بنابراین، تمام شکل‌ها (چندضلعی‌ها) در یک دایره محاط نیستند. ۲. یک چندضلعی را منتظم گوییم، هرگاه دو شرط زیر را توأماً داشته باشد.

الف) تمام ضلع‌ها هم‌اندازه باشند.

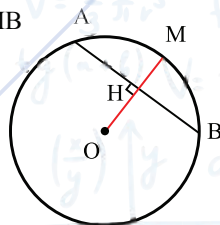
ب) تمام زاویه‌ها هم‌اندازه باشند.

لوزی چهار ضلع هم‌اندازه، اما زاویه‌های غیر یکسان دارد و مستطیل چهار زاویه هم‌اندازه، اما ضلع‌های غیر یکسان دارد. از این رو، لوزی و مستطیل چهارضلعی منتظم نیستند. مربع، چهارضلعی منتظم و مثلث متساوی‌الاضلاع، سه ضلعی منتظم نام دارند.

نکته: تمام چندضلعی‌های منتظم، محاطی هستند.

۳. هرگاه از مرکز دایره به وتر عمودی رسم کنیم، آن عمود، هم وتر و هم کمان را نصف می‌کند. (شکل ۴)

$OH \perp AB \rightarrow AH = HB$ و $AM = MB$



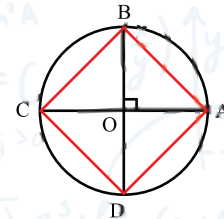
شکل ۴

در این نوشته می‌خواهیم به کمک دایره محیطی و بدون استفاده از نقاله، با طرز رسم چندین n ضلعی منتظم آشنا شویم که البته در قسمتی از رسم‌ها، از بیان دلایل و اثبات‌های دقیق ریاضی طرف‌نظر خواهیم کرد.

نذکر: امکان رسم تمام چندضلعی‌های منتظم (به‌صورت کاملاً دقیق) به کمک فقط پرگار و خط‌کش وجود ندارد.

۱. رسم چهارضلعی منتظم (مربع)

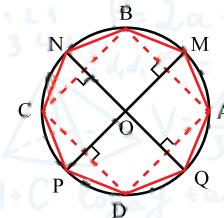
در دایره شکل ۵، قطرهای عمود برهم AC و BD را رسم می‌کنیم. چهارضلعی ABCD همان مربع مورد نظر است.



شکل ۵

۲. رسم هشت ضلعی منتظم

در شکل ۵، از مرکز دایره عمودهایی بر اضلاع AB، BC، CD، DA رسم می‌کنیم تا به ترتیب کمان‌ها را در نقاط P، N، M و Q قطع کنند (شکل ۶). هشت ضلعی منتظم ABCD PQNM مورد نظر است.

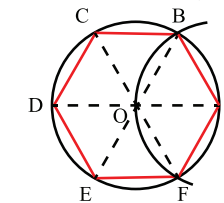


شکل ۶

تذکره: به روش فوق می‌توان ۱۶ ضلعی منتظم، ۳۲ ضلعی منتظم و به طور کلی 2^n ضلعی منتظم ($n \geq 2$) را رسم کرد.

۳. رسم شش ضلعی منتظم

دایره‌ای به مرکز O و به شعاع R رسم می‌کنیم. (شکل ۷) سپس دایره‌ای به همان شعاع و به مرکز A روی دایره رسم می‌کنیم تا دایره قبلی را در B و F قطع کند. امتداد AO، FO و BO به ترتیب دایره را در نقطه‌های C، D و E قطع می‌کند. شش ضلعی منتظم ABCDEF مورد نظر است.

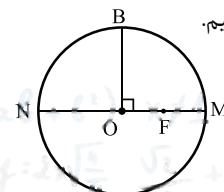


شکل ۷

تمرین: به کمک شش ضلعی منتظم، روش رسم مثلث متساوی‌الاضلاع (سه ضلعی منتظم) و دوازده ضلعی منتظم را توضیح دهید.

۴. رسم پنج ضلعی منتظم

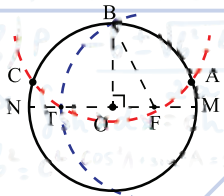
دایره‌ای به مرکز O و به قطر MN رسم می‌کنیم (شکل ۸). از O عمودی بر MN خارج می‌کنیم تا دایره را در B قطع کند و وسط OM را F می‌نامیم.



شکل ۸

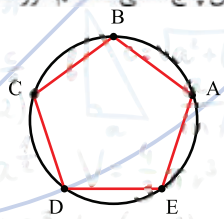
دایره‌ای به مرکز F و به شعاع FB رسم می‌کنیم تا قطر MN را در

T قطع کند. (شکل ۹) اکنون دهانه پرگار را به اندازه BT باز می‌کنیم و دایره‌ای به مرکز B و به شعاع BT رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌های A و C قطع کند.



شکل ۹

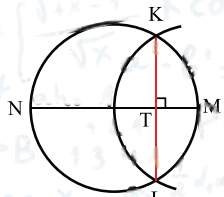
دو کمان به مرکزهای A و C و به همان شعاع (BT) رسم می‌کنیم تا به ترتیب دایره را در نقطه‌های E و D قطع کند (شکل ۱۰). ABCDE همان پنج ضلعی منتظم مورد نظر است.



شکل ۱۰

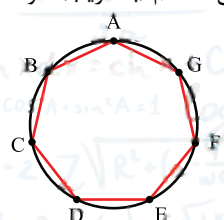
۵. رسم هفت ضلعی منتظم

رسم هفت ضلعی منتظم یکی از چهار مسئله مشهور دنیای قدیم است و ثابت می‌شود که برای رسم دقیق آن به ابزارهایی علاوه بر پرگار و خط‌کش نیاز داریم. در اینجا روشی را مطرح می‌کنیم که با تقریب خوبی (و نه به تحقیق) می‌توان هفت ضلعی منتظم را رسم کرد. ابتدا قطر MN را رسم می‌کنیم (شکل ۱۱). سپس دایره‌ای به مرکز M و به همان شعاع رسم می‌کنیم تا دایره اولیه را در نقطه‌های K و L قطع کند. نقطه تلاقی KL با قطر MN را T می‌نامیم.



شکل ۱۱

دهانه پرگار را به اندازه LT باز می‌کنیم. کمانی به آن شعاع و به مرکز نقطه دلخواه A از دایره رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌های B و G قطع کند (شکل ۱۲). قوس AB یا AG با تقریب خوبی برابر با یک هفتم دایره است. با تکرار همین عمل ABCDEFG یک هفت ضلعی منتظم (با تقریب) خواهد بود.



شکل ۱۲

تذکره: در شماره بعد در مورد ساخت همین چندضلعی‌ها به کمک «گره زدن کاغذ» صحبت خواهیم کرد.

محصول $a^2 - 2a + 3$ از a

یک مسئله
چند راه حل

جعفر اسدی گرمارودی

مسئله: اگر $a = 1 - \sqrt{3}$ ، مقدار $a^2 - 2a + 3$ چقدر است؟
دانش آموزان پایه نهم با اتحاد مربع دو جمله‌ای در محاسبه‌های مربوط به عبارت‌های جبری آشنا شده‌اند. با توجه به این موضوع، راه حل دوم مخصوص نهمی‌ها است. اما در راه حل اول نیز بخشی از مسیر با کمک همین اتحاد کوتاه‌تر خواهد شد؛ که می‌توان از آن بهره برد. البته این کوتاهی مسیر را دانش آموزان پایه نهم می‌توانند تجربه کنند.

راه حل اول:

در صورت مسئله مقدار a داده شده است. بنابراین a^2 را می‌توانیم محاسبه کنیم و مقدار عبارت خواسته شده را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} a &= 1 - \sqrt{3} \xrightarrow[\text{به توان ۲ می‌رسانیم}]{\text{طرفین تساوی را}} a^2 = (1 - \sqrt{3})^2 = (1 - \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) \\ &= 1 - \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} \times \sqrt{3} \\ &= 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

اکنون می‌توان مقدارهای a و a^2 را در $a^2 - 2a + 3$ جاگذاری کرد:

$$\begin{aligned} a^2 - 2a + 3 &= 4 - 2\sqrt{3} - 2(1 - \sqrt{3}) + 3 \\ &= 4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3} + 3 = 5 \end{aligned}$$

راه حل دوم (مخصوص نهمی‌ها):

با $a^2 - 2a + 3 = a^2 - 2a + 1 + 2 = (a-1)^2 + 2$ می‌توان اتحاد مربع دو جمله‌ای را مشاهده کرد:

$$a^2 - 2a + 3 = a^2 - 2a + 1 + 2 = (a-1)^2 + 2 \quad (1)$$

$(a-1)$ از آن جهت مهم است که مقدار داده شده a را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$a = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow a - 1 = -\sqrt{3}$$

اکنون می‌توان $(a-1)$ را به توان ۲ رساند و حاصل آن را در عبارت (۱) قرار داد:

$$\begin{aligned} (a-1)^2 &= (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow (a-1)^2 = 3 \\ \xrightarrow[\text{در عبارت (۱) قرار می‌دهیم}]{\text{در عبارت (۱) قرار می‌دهیم}} a^2 - 2a + 3 &= (a-1)^2 + 2 \\ &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

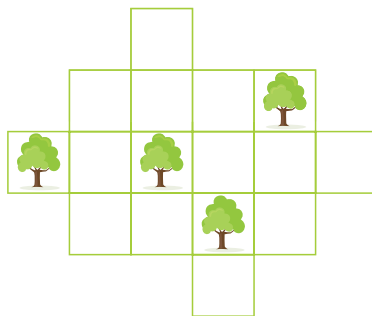
بنابراین در هر دو راه حل پاسخ مقدار خواسته شده برابر ۵ خواهد شد.

لذت محاسبه

لیلا جلیلی

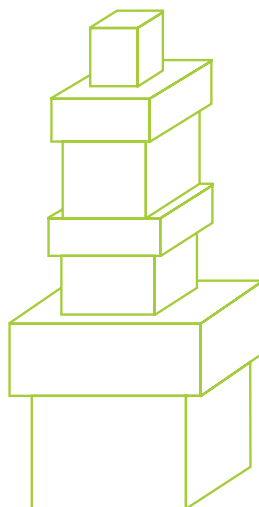
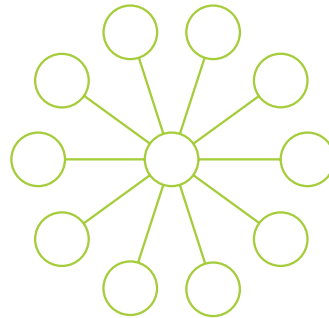


۱ این ساعت‌های شنی، یکی ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا کاملاً از بالا به پایین خالی شود و دیگری ۷ دقیقه. اگر این پسر بخواهد تخم‌مرغ خود را ۱۳ دقیقه بجوشاند، چگونه با استفاده از این ساعت‌ها می‌تواند زمان آن را اندازه‌گیری کند؟



۲ آیا می‌توانید این باغ را به چهار اندازه و شکل یکسان تقسیم کنید، به طوری که در هر قسمت فقط یک درخت باشد؟

۳ عددهای ۱ تا ۱۱ را طوری در این دایره‌ها قرار دهید که حاصل جمع تمام عددهایی که در یک خط قرار می‌گیرند، یکسان باشد.



۴ این هفت بسته که رنگ‌های متفاوتی دارند، روی هم چیده شده‌اند. طبق توضیحات بگویید هر کدام چه رنگی دارند.
الف. بسته سبز درست زیر بسته قهوه‌ای است.
ب. بین بسته سیاه و بسته سبز، تنها یک بسته وجود دارد. ج. بین بسته‌های قرمز و سیاه، چهار بسته قرار دارد. د. بسته صورتی درست بالای بسته آبی است. ه. بسته سفید، بسته زیرین تمام بسته‌ها نیست.





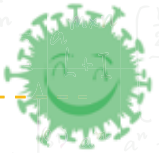
بیایید کمی فکر کنیم!

اولین مطلب «کمی فکر کنیم» در سال تحصیلی را که برای اولین شماره می‌نوشتیم، «ویروس کرونا» باعث تعطیلی مدرسه‌ها شده بود. آن موقع فکرش را هم نمی‌کردیم که مجبور باشیم کل سال تحصیلی را به‌صورت مجازی برگزار کنیم و دانش‌آموزان در مدرسه حاضر نشوند. این تعداد مبتلا به ویروس و با کمال تأسف، این همه فوت‌شده در اثر این بیماری در تصور هیچ‌کس نبود. اما الان، با وجود اینکه واکسن این بیماری آزمایش‌های موفقیت‌آمیزی داشته و تزریق آن در بعضی کشورها شروع شده صحبت از مجازی بودن بخشی از سال تحصیلی آینده نیز به میان آمده است و اگر بدبینانه نگاه کنیم، شاید سال تحصیلی بعد هم مجازی شد!

این ویروس، اگرچه مشکلات فراوانی را برای کل دنیا به‌وجود آورد و ما نیز در کشور خودمان، انواع مشکلات اقتصادی و معیشتی را تجربه کردیم، از معاشرت با نزدیکان، فامیل، دوستان و آشنایان محروم شدیم و تازه ارزش لحظه‌های با هم بودن و در کنار هم بودن در مدرسه‌ها را درک کردیم، اما حکمت خداوند متعال این‌طور است که با همین شرایط ناامیدکننده، هم انسان‌ها را امتحان می‌کند و هم درهای رحمتش را به طرق دیگری می‌گشاید. فرصت‌هایی مبارک و خوب به وجود می‌آیند که گاهی ممکن است

کرونا خوب زنتست!

خسرو داودی



حتی تبعات منفی وجود این ویروس را فراموش کنیم.

خدا گر ز حکمت ببندد دری
ز رحمت گشاید در دیگری

برای این ادعای خودم مثال‌های فراوان دارم. برای نمونه، تعطیلی مدرسه‌ها باعث رشد بسیار سریع توانایی‌های معلمان، دانش‌آموزان و والدین در خصوص استفاده از فضای مجازی و ابزارهای فناوریانه شد. موقعیت‌های جدیدی خلق شدند که هیچ‌کس قبل از آن فکرش را هم نمی‌کرد، یا اگر فکرش را می‌کرد، باورپذیر نبود که در زمانی کوتاه به آن شرایط برسیم. چون در این مطلب می‌خواهیم با عدد و رقم کار کنیم و بررسی خود را آماری و ریاضی‌وار انجام دهیم، مثالی را به‌طور خاص دنبال می‌کنیم.

با حذف حضور دانش‌آموزان در مدرسه، مصرف کاغذ به شدت کاهش یافته است. چون کارها به‌صورت مجازی ارسال و دریافت می‌شوند و نیازی به دفتر و تکثیر برگه‌های تمرین، تکلیف و امتحان نیست. به این ترتیب هم دانش‌آموزان و هم معلمان نیاز کمتری به استفاده از کاغذ احساس می‌کنند.

بیایید محاسبه کنیم

ما در حال حاضر حدود ۱۵۳۰۰۰۰۰ دانش‌آموز داریم. در دوره ابتدایی تعداد درس‌ها و امتحان‌ها کم است، اما در دوره متوسطه اول تعداد درس‌ها بیشتر و همچنین در دوره دوم متوسطه تعداد درس‌ها خیلی بیشتر است و در نتیجه تعداد آزمون‌ها و امتحان‌های بچه‌ها هم بیشتر است. ما در اینجا فقط تعداد آزمون‌ها را بررسی می‌کنیم. فرض کنیم که یک دانش‌آموز در هر درس فقط چهار آزمون به‌عنوان ارزشیابی داشته باشد. با توجه به تعداد درس‌ها که در دوره ابتدایی در پایه اول ۴ درس و در پایه ششم ۸ درس، در دوره متوسطه اول در هر پایه ۱۰ درس، و در دوره متوسطه دوم در هر پایه ۱۲ درس است، به‌طور میانگین و تقریبی برای هر دانش‌آموز ۸ درس را در نظر می‌گیریم. به این ترتیب داریم:

آزمون آزمون درس

در یک سال تحصیلی $8 \times 4 = 32$

برگه برگه آزمون

تعداد برگه‌های آزمون برای هر دانش‌آموز $32 \times 4 = 128$

تعداد برگه آزمون در یک سال تحصیلی $128 \times 15300000 = 1958400000$

اگر هر بسته کاغذ A_4 که به‌طور معمول در تکثیر از آن استفاده می‌شود، ۵۰۰ برگه داشته باشد، خواهیم داشت:

تعداد بسته‌های کاغذ $A_4 = 1958400000 \div 500 = 3916800$

باورتان می‌شود فقط برای آزمون‌های دانش‌آموزان در حدود ۴ میلیون بسته کاغذ A_4 صرفه‌جویی می‌شود؟

حالا بیایید تعداد دفترچه‌هایی را که در یک سال تحصیلی برای نوشتن تکلیف‌ها به مصرف می‌رسید، حساب کنیم. من در تمام فرض‌ها حداقل‌ها را در نظر می‌گیریم. در نظر داشته باشیم که

یک دانش‌آموز حداقل ۶ دفترچه ۶۰ برگ برای خود تهیه می‌کرد؛

در این صورت: برگ دفترچه دانش‌آموز

برگ کاغذ $15300000 \times 6 \times 60 = 5508000000$

اگر هر دو برگ کاغذ دفترچه را معادل یک برگه کاغذ A_4 در نظر بگیریم، داریم:

برگه کاغذ $A_4 = 5508000000 \div 2 = 2754000000$

$2754000000 \div 500 = 5508000$

با این حساب به‌طور تقریبی در مورد آزمون‌ها و دفترچه‌های تکلیف‌های دانش‌آموزان ۵ میلیون و پانصد و هشت هزار بسته کاغذ A_4 صرفه‌جویی شده است.

کمی بیشتر فکر کنیم!

همان‌طور که در محاسبه‌های بالا گفته شد، این تعداد آزمون و دفترچه حداقل‌هایی است که می‌شد در نظر گرفت. برای مثال، در بعضی از مدرسه‌ها به مراتب بیشتر از این‌ها آزمون گرفته می‌شد. آزمون‌های کلاسی که به‌طور هفتگی یا ماهانه گرفته می‌شدند، در حساب و کتاب ما نیامده است. یا در سال‌های پایانی دبیرستان که حدود ۱۳۰۰۰۰۰ نفر می‌خواهند کنکور بدهند و مرتب آزمون می‌دهند، تعداد برگه‌ها بسیار بسیار بیشتر از این‌هاست که محاسبه کردیم.

اکنون اگر این آزمون‌ها به‌صورت برخط و با ابزارهای رایانه‌ای برگزار شوند، هیچ برگه‌ای برای دانش‌آموزان تکثیر نمی‌شود. اگر آزمونی هم برگزار شود، پاسخ‌نامه آن به‌صورت یک فایل ارسال می‌شود. آزمون‌های مدرسه‌ها هیچ‌کدام به‌صورت کاغذی برگزار نمی‌شوند. دانش‌آموزان از تکلیف‌های خود عکس می‌گیرند و برای معلمان می‌فرستند. معلمان نیز به‌جای استفاده از فهرست‌های کاغذی نمره‌ها، نمره دانش‌آموزان را در رایانه ثبت می‌کنند. کارنامه‌ها چاپ نمی‌شوند و به‌صورت یک فایل برای خانواده‌ها ارسال می‌شوند. مثال‌های فراوان دیگری هم هستند که شرح آن‌ها از حوصله این مطلب خارج است. شما هم بیشتر فکر کنید و مصداق‌های صرفه‌جویی در مصرف کاغذ را به‌خاطر بیاورید.

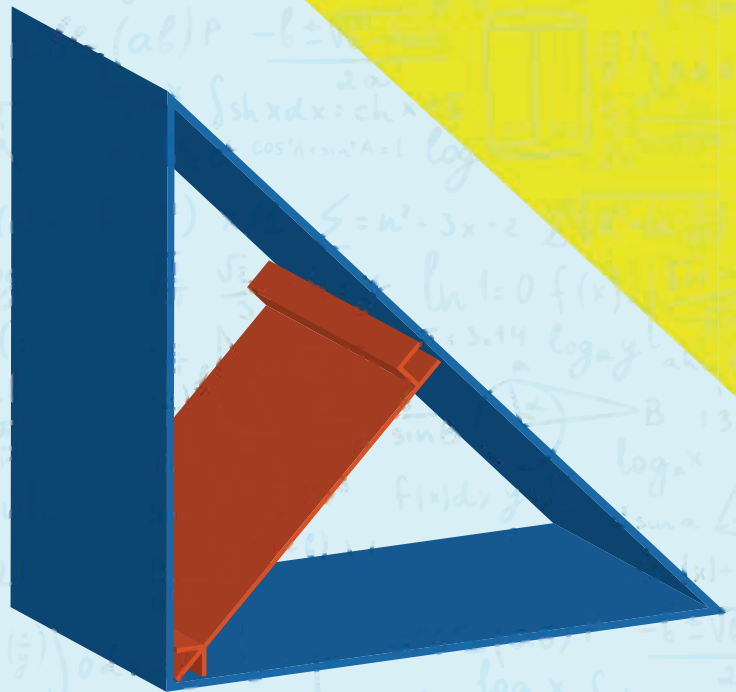
برای تهیه یک بسته کاغذ A_4 چند درخت باید قطع شود؟ صرفه‌جویی در مصرف کاغذ چه پیامدهای مثبت و خوبی برای محیط زیست و آینده انسان‌ها خواهد داشت؟ آیا انسان‌ها از این اتفاق‌های ناخواسته برای زندگی بهتر و سالم‌تر در آینده استفاده خواهند کرد؟

این موضوع بخشی از برکات وجود کرونا بود. از این نوع مثال‌های محیط‌زیستی فراوان می‌توان نام برد. برای مثال، با تردد کمتر مردم در سطح شهر، ترافیک کمتر و مصرف بنزین نیز کمتر و در نتیجه از میزان آلودگی هوا کاسته می‌شود. برخی از دانشمندان حتی به تأثیر کاهش گازهای گلخانه‌ای در ترمیم حفره‌های ایجاد شده در لایه اوزون اشاره کرده‌اند. بیایید به جنبه‌های مثبت فراوان این ابتلای جهانی نیز فکر کنیم. بالاخره کرونا خوب است یا بد؟!

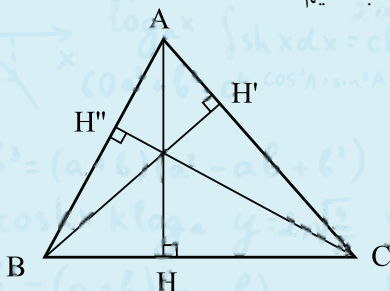


فرمول هرون؛ روشی دیگر برای مساحت مثلث‌ها

عباس قلعه پور اقدم



نظیر رأس C (یعنی CH'') را که بر ضلع AB عمود است، را h_c در نظر می‌گیریم. همچنین قرارداد می‌کنیم که مساحت مثلث ABC را به صورت S_{ABC} نمایش دهیم. در این صورت S_{ABC} را می‌توانیم به سه روش زیر محاسبه کنیم:



$$S_{ABC} = \frac{h_a \times a}{2} = \frac{h_b \times b}{2} = \frac{h_c \times c}{2}$$

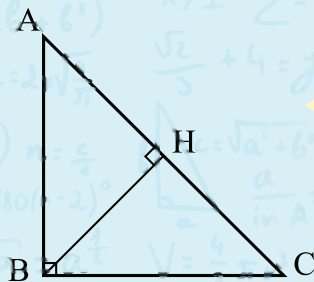
حالا از شما می‌خواهم که پرگار و خط‌کش آماده کنید تا با هم دست به یک کار عملی بزنیم. بخش اول این کار عملی، یادآوری رسم مثلثی است که اندازه‌های سه ضلع آن مشخص‌اند. و بخش دوم، رسم ارتفاع‌های مثلث و اندازه‌گیری طول آن‌ها و محاسبه مساحت مثلث است.

می‌خواهیم مثلث ABC را با مشخصات $AB=8\text{cm}$ ، $AC=7\text{cm}$ و $BC=6\text{cm}$ رسم کنیم. برای این کار ابتدا پاره خط AB را به طول ۸ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. سپس دهانه پرگار را یک بار به اندازه ۷ سانتی‌متر باز می‌کنیم و به مرکز نقطه A کمائی می‌زنیم. و بار دیگر کمائی به اندازه ۶ سانتی‌متر (به شعاع ۶ سانتی‌متر) به مرکز نقطه B رسم می‌کنیم. نقطه تقاطع این دو کمان را C می‌نامیم. با وصل کردن C به A و B ، مثلث ABC ساخته می‌شود. حال به کمک گونیا، سه ارتفاع AH ، BH' و CH'' را رسم می‌کنیم. شکل (۲) را ببینید.

شما عزیزان با مطالعه این بخش، با مساحت مثلث آشنایی بیشتری پیدا خواهید کرد و فرمولی را که به احتمال زیاد با آن آشنا نیستید، یاد خواهید گرفت. همان‌طور که می‌دانید، مساحت هر مستطیل را می‌توان بر حسب اندازه‌های ضلع‌های آن محاسبه کرد. در حالت کلی مساحت مستطیل با طول a و عرض b به صورت عبارت جبری ab است. مساحت مربع را نیز می‌توان با دانستن طول ضلع آن به دست آورد که عبارت جبری مربوط به مساحت مربعی با طول ضلع a به صورت a^2 است. در مورد مثلث، می‌دانید که سه تا ارتفاع دارد و ارتفاع پاره‌خطی است که از یک رأس مثلث بر ضلع روبه‌روی آن عمود می‌شود. همچنین می‌دانید که مساحت مثلث برابر نصف حاصل ضرب اندازه ارتفاع در اندازه قاعده نظیر آن است، این یعنی برای به دست آوردن مساحت مثلث باید اندازه یکی از ارتفاع‌های آن مشخص باشد. ولی آیا می‌توانید مساحت مثلث را تنها بر حسب اندازه‌های سه ضلع آن به دست آورید؟ یعنی با داشتن طول سه ضلع و معلوم نبودن اندازه هیچ‌یک از ارتفاع‌ها می‌توانید مساحت آن را حساب کنید؟ ابتدا اجازه دهید مساحت مثلث را به صورت یک عبارت جبری بر حسب اندازه‌های ارتفاع و قاعده نمایش دهیم. در مثلث ABC داریم: $AB=c$ و $AC=b$ و $BC=a$ (شکل ۱). اندازه ارتفاع نظیر رأس A (یعنی AH) را که بر ضلع BC (قاعده نظیر آن) عمود است، h_a ، اندازه ارتفاع نظیر رأس B (یعنی BH') را که بر ضلع AC عمود است، h_b و اندازه ارتفاع

۲. مساحت مثلث قائم الزویه برابر نصف حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع قائم است، البته نصف حاصل ضرب وتر در اندازه ارتفاع نظیرش نیز همان نتیجه را خواهد داشت (شکل ۴). در واقع برای محاسبه مساحت مثلث قائم الزویه‌ای که طول سه ضلع آن یا حتی طول دو ضلع قائم آن مشخص است، به رسم روی کاغذ نیازی نیست و مقدار دقیق آن، با در نظر گرفتن یکی از ضلع‌های سازنده زاویه قائمه به عنوان ارتفاع و ضلع دیگر به عنوان قاعده، به دست می‌آید.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{BH \times AC}{2}$$



شکل ۴

روش رسم روی کاغذ برای محاسبه مساحت مثلثی که طول سه ضلع آن معلوم است، علاوه بر دقیق نبودن، ایراد دیگری نیز دارد: رسم مثلث‌هایی که طول ضلع‌های آن‌ها عددهای بزرگی هستند، امکان‌پذیر نیست. البته این ایراد راه حل دارد و آن رسم مثلث با مقیاس کوچک‌تر است که به موضوع تشابه مربوط می‌شود و کلاس نهمی‌ها در کتاب ریاضی خود با آن آشنا شده‌اند. حالا وقت آن رسیده است که فرمولی را برای محاسبه مساحت مثلث برحسب اندازه‌های سه ضلع آن معرفی کنیم تا با استفاده از آن بتوانید مساحت مثلث را به طور دقیق حساب کنید. آن فرمول، «فرمول هرون» است.

مثلث ABC را که طول ضلع‌های آن a، b و c هستند، در نظر می‌گیریم. همان‌طور که می‌دانید، محیط این مثلث برابر $a+b+c$ است. قرارداد می‌کنیم که محیط را با P نشان دهیم، پس: $P = a+b+c$. در این صورت فرمول هرون به شکل زیر است:

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{\frac{P}{2} \left(\frac{P}{2} - a \right) \left(\frac{P}{2} - b \right) \left(\frac{P}{2} - c \right)}$$

حال بیاید مساحت همان مثلث ABC را که طول ضلع‌هایش ۶، ۷ و ۸ سانتی‌متر بود و با روش رسم مساحت آن را $20/4$ به دست آوردیم، با این فرمول محاسبه کنیم:

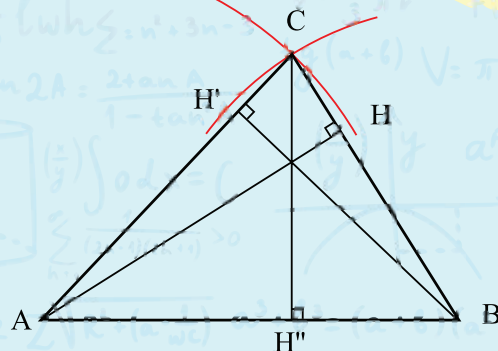
$$P = 8 + 7 + 6 = 21 \Rightarrow \frac{P}{2} = 10.5$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{(10.5)(10.5-8)(10.5-7)(10.5-6)} \\ = \sqrt{414/4375} \approx 20.33$$

عدد 20.33 مقدار دقیق مساحت مثلث ABC با دقت دو رقم اعشار است.

تمرین: مساحت مثلثی را که طول ضلع‌های آن ۹۰، ۱۰۵ و ۱۲۹ سانتی‌متر است، با فرمول هرون محاسبه کنید.

شکل ۲



خب! مثلث آماده است. حال می‌رسیم به موضوع اصلی که محاسبه مساحت آن است. به این منظور یکی از ارتفاع‌های مثلث، مثلاً AH را اندازه می‌گیریم. اندازه‌گیری من عدد $6/8$ سانتی‌متر یا 68 میلی‌متر را نشان می‌دهد.

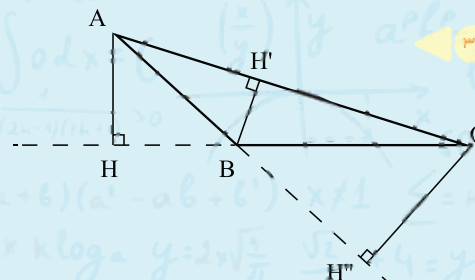
تذکره ۱: ممکن است نتیجه اندازه‌گیری شما عددی متفاوت از $6/8$ باشد. این کاملاً طبیعی است. در واقع باید بگوییم، مقدار دقیق طول AH با مقدارهایی که با روش عملی رسم روی کاغذ توسط افراد متفاوت به دست می‌آیند، ممکن است اختلاف داشته باشد که این خطا به ابزار (خط‌کش، پرگار، گونیا یا حتی مدادی که با آن رسم انجام می‌شود) و میزان دقت شخص اندازه‌گیرنده مربوط است. پس هر قدر دقت خود را بیشتر کنید، محاسبه شما دقیق‌تر خواهد بود.

با این حساب، با در دست داشتن $BC = 6 \text{ cm}$ و $AH = 6/8 \text{ cm}$ برای مساحت مثلث می‌توان نوشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{6/8 \times 6}{2} = 20/4 \text{ سانتی‌متر مربع}$$

تذکره ۲: مقدار واقعی مساحت مثلث ABC به دلیل احتمال وجود خطا در اندازه‌گیری طول ارتفاع، با عددی که من به دست آورده‌ام یا شما به آن رسیده‌اید، ممکن است متفاوت باشد. در ادامه با فرمولی که یاد خواهید گرفت، مقدار دقیق مساحت این مثلث را با هم حساب خواهیم کرد. اینجا لازم است دو نکته یادآوری شود: ۱. اگر یکی از زاویه‌های مثلث باز (منفرجه)، یعنی اندازه‌اش بیشتر از 90° درجه باشد، دو تا از ارتفاع‌ها بر امتداد ضلع‌های مثلث عمود می‌شوند. شکل ۳ را ببینید.

شکل ۳





افشین خاصه خان

هستید؟

معادله یا اتحاد؟ مشابه‌های متفاوت!

جای x قرار بده.

فاطمه دست به کار شد: $2 \times 7 - 1 = \frac{7+1}{2} + 3 \rightarrow 13 \neq 7$

گفت: «در اولی که برقرار نشد، در دومی امتحان می‌کنم:

$$2 \times 7 - 1 = 2 - \frac{6-4 \times 7}{2} \rightarrow 13 = 2 - \frac{6-28}{2}$$

$$\rightarrow 13 = 2 - \frac{-22}{2} \rightarrow 13 = 2 + 11 = 13$$

در دومی برقرار شد.

گفتم: «بسیار خوب، حالا برای یک عدد دلخواه دیگر هم امتحان کن.»

فاطمه گفت: «می‌توانم عددی اعشاری در نظر بگیرم؟» گفتم کاملاً آزادی. گفت $2/7$. به فاطمه گفتم: «اگر برایت خسته‌کننده نیست، $2/7$ را هم در دو معادله قرار بده.»

فاطمه گفت: «نه انجام می‌دهم.»

$$2 \times 2/7 - 1 = \frac{2/7+1}{2} + 3 \rightarrow 4/4 \neq 4/85$$

فاطمه گفت دوباره در معادله اول تساوی برقرار نشد و من گفتم در معادله دوم آزمایش کن.

$$2 \times 2/7 - 1 = 2 - \frac{6-4 \times 2/7}{2} \rightarrow 4/4 = 2 - \frac{6-10/7}{2}$$

$$\rightarrow 4/4 = 2 - \frac{-4/7}{2} \rightarrow 4/4 = 2 + 2/4 = 4/4$$

بچه‌ها وقت شما بخیر. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. این بار قصد دارم درباره یکی از مراجعه‌کنندگان با شما صحبت کنم. **فاطمه جلالی**، دختر یکی از دوستان قدیمی‌ام است که همراه پدرش به درمانگاه ریاضی مراجعه کردند. بعد از سلام و احوال‌پرسی و گپ مختصری با دوست قدیمی‌ام، آن‌ها را به اتاق اصلی راهنمایی کردم. از فاطمه خواستم مشکل خودش را مطرح کند. او بدون درنگ گفت اتحادها. پرسیدم کجای اتحادها؟ فاطمه گفت: «هم مفهومشان، هم اینکه من چرا باید آن‌ها را حفظ کنم و به چه درد ما می‌خورند. همچنین گاهی هم اشتباه‌های جزئی در نوشتن بعضی از آن‌ها دارم.»

معلوم بود که دانش‌آموز خوش‌فکری است و دوست دارد آنچه که انجام می‌دهد، بدون علت نباشد. گفتم: «فاطمه جان حاضری بحثی را با هم شروع کنیم؟»

گفت: «با کمال میل.» گفتم: «با مفهوم اتحاد شروع می‌کنیم. برای تفهیم بهتر دو معادله می‌نویسم تا آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$\text{کنیم: } 2x - 1 = \frac{x+1}{2} + 3 \text{ و } 2x - 1 = 2 - \frac{6-4x}{2}$$

بعد از نوشتن معادله‌ها، فاطمه گفت: «الان من این دو معادله را حل کنم؟»

گفتم: «فعلاً نه. شما یک عدد کاملاً دلخواه بگو.»

فاطمه گفت: «مثلاً ۷.» گفتم: «حالا ۷ را در هر دو معادله به



گفتم بله. پرسید: «پس چرا کتاب ما فقط چند اتحاد نوشته است و چرا ما باید آن‌ها حفظ کنیم؟»
پرسیدیم: «مشتاق هستی که بدانی؟» گفت بله. گفتم: «سعی می‌کنم با اطلاعات قبلی شما به آن پاسخ دهم. می‌توانی بگویی چرا شما جدول ضرب را حفظ کرده‌ای؟»
فاطمه گفت: «چون آن را در محاسبه‌هایم به کار می‌برم.»
گفتم: «من به دنبال جواب عمیق‌تری هستم. یک سؤال دیگر می‌پرسم. شما برای کدام یک از دو جمع زیر می‌توانید ضرب بسازید؟»

$$۳+۳+۳+۳ \text{ و } ۳+۲+۷+۴$$

فاطمه به سرعت گفت آنکه چهارتا ۳ دارد. گفتم: «جدول ضرب برای حالت‌های خاصی از جمع کردن (جمع عددهای همانند) تشکیل شده است و به قول شما سرعت محاسبه را افزایش می‌دهد. برای سایر جمع‌ها نیست. در اتحادها هم تقریباً حاصل ضرب چندجمله‌ای‌هایی گلچین شده‌اند که حالت‌های خاصی دارند. آن‌ها، هم راحت‌تر در یاد می‌مانند و هم در محاسبه‌ها به‌طور مکرر پیش می‌آیند. پس همانند جدول ضرب می‌توانند سرعت محاسبه‌های ما را افزایش بدهند. مثلاً اتحاد مربع دوجمله‌ای، همچنان که از نامش معلوم است، از ضرب یک دوجمله‌ای در خودش حاصل می‌شود. یا اتحاد مزدوج از حاصل ضرب یک دوجمله‌ای در مزدوج خودش و همین‌طور بقیه. اما اتحادی که من در ابتدای بحث نوشتم، به ندرت ممکن است اتفاق بیفتد و حالت خاصی نیست. قالب‌سازی برای حفظ کردن آن هم بی‌معنی به نظر می‌رسد. اما اتحادی همچون اتحاد مربع، به علت کاربرد بودن در محاسبه‌ها، ارزش قالب‌سازی دارد. یعنی به جای اینکه:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

در هر محاسبه نوشته شود، فقط قالب $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ به خاطر سپرده می‌شود.

فاطمه: «گفت اتفاقاً من گاهی این قالب را به‌صورت $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ می‌نوشتم که اینجا متوجه اشتباهم شدم.»
گفتم: «پس لازم است داروهای درمانی هم برای این مشکل تجویز شود. توصیه می‌کنم با این پیش‌زمینه ذهنی حتماً متن کتاب نهم، فصل اتحادها را با دقت بخوانی و گام به گام با فعالیت‌ها پیش بروی. سپس کار در کلاس‌ها و تمرین‌های آن را حل کنی. در پایان بیست سؤال از همین اتحادهای پرکاربرد را می‌توانی طراحی کنی و چند روز بعد آن‌ها را جواب بدهی. می‌توانی برای تسلط بیشتر از منابع و کتاب‌های مورد تأیید آموزش و پرورش هم استفاده کنی، اما به شرطی که در پیدا کردن راه‌حل (موقع رسیدن به بن‌بست)، مقاومت به خرج دهی و فوراً به پاسخ‌نامه تشریحی مراجعه نکنی.»
فاطمه تشکر کرد و گفت حتماً این توصیه‌ها را موبه‌مو انجام خواهد داد. با دوست قدیمی‌ام و فاطمه خداحافظی و آن‌ها را تا در ورودی بدرقه کردم.

فاطمه گفت: «باز هم در تساوی دوم برقرار شد.» من که تصور می‌کردم برای $2/7$ برقرار نباشد، گفتم: «حالا من عددی را پیشنهاد می‌کنم. برای هر دو معادله ۳ را امتحان کن.»
فاطمه دوباره محاسبات لازم را انجام داد و گفت ۳ در هر دو معادله برقرار شد. به فاطمه گفتم: «به شما ۱۰ دقیقه فرصت می‌دهم تا چند عدد دیگر غیر از این عددها را در هر دو معادله امتحان کنی و بعد بحث را با هم ادامه دهیم.»
در این فرصت من به سراغ دوست قدیمی خودم رفتم. بعد از ۱۰ دقیقه فاطمه برای ادامه بحث اعلام آمادگی کرد. از او خواستم نظرش را بگوید. گفت: «هر دو معادله‌هایی هستند که در کلاس‌های هفتم و هشتم خوانده‌ایم. ۳ جواب معادله اول بود که شما پیشنهاد دادید. اما در معادله دوم هر عددی قرار دادم، برقرار شد.»

پرسیدم معادله را حل کردی؟ گفت الان آن را حل می‌کنم:

$$2x - 1 = 2 - \frac{6 - 4x}{2} \rightarrow 4x - 2 = 4 - (6 - 4x) \\ \rightarrow 4x - 2 = 4 - 6 + 4x \rightarrow 4x - 4x = -2 + 2 \rightarrow 0 = 0$$

- چیزی باقی نماند!

- چرا؟ آنچه را که در آخر نوشته‌ای، بخوان.

- صفر، مساوی صفر.

- می‌توانی تفسیر کنی چه اتفاقی افتاد؟

- هر دو طرف تساوی صفر است؟

جواب دادم نه. پرسید: «مگر هر دو طرف صفر نشد؟ مجهول که حذف شد! من چگونه آن را معنی کنم؟»

گفتم: «فاطمه جان در این مرحله $4x - 2 = 4 - 6 + 4x$ ، شما هر عدد به جای مجهول قرار بدهی، چه اتفاقی برایش می‌افتد؟»

- حذف می‌شود.

- بعد چه می‌شود؟

- در دو طرف تساوی دو عدد برابر می‌ماند

بعد به یک‌باره گفت: «لان متوجه شدم که چرا برای هر عدد برقرار شد. چون در دو طرف تساوی چهار برابر همان عدد ظاهر می‌شود که با هم حذف می‌شوند و دو عدد باقی‌مانده در دو طرف تساوی همیشه هر دو ۲- هستند.»

به فاطمه گفتم: «تبریک می‌گویم، شما به مفهوم اتحاد رسیدی.»

با تعجب گفت: «مگر این معادله یک اتحاد است؟ هیچ شباهتی به اتحادهایی که خوانده‌ایم ندارد!»

گفتم: «حق با توست. اما کسی نگفته است که اتحادها فقط همان‌هایی هستند که در کتاب شما آمده است. نسخه‌ای که می‌توانم در این مرحله برای شما تجویز کنم آن است که به‌عنوان کار در منزل پنج اتحاد بنویسی که همان شرایط بالا را داشته باشند.»

با تعجب گفت: «یعنی بی‌نهایت اتحاد می‌توان نوشت؟»



زوج یا فرد؟

جعفر اسدی گرمارودی

نگاهی پایانی به تعداد تیم‌ها در رقابت‌های لیگ

در مطلب قبلی به تعداد مسابقه‌ها در ساده‌ترین نوع لیگ، یعنی لیگی چهار تیمی پرداختیم. با توجه به ساده بودن مسئله در حالت چهار تیمی، چهار مسئله را نتیجه گرفتیم و با کمک آن تعداد مسابقه‌های لیگ ۱۶ تیمی را به دست آوردیم. با ارائه و یادآوری چهار مسئله قصد داریم تعداد مسابقه‌ها را در شرایطی که تعداد تیم‌های لیگ فرد است، بررسی کنیم و در نهایت آن را به n تیم تعمیم دهیم. فقط ابتدا این سؤال مطرح می‌شود که آیا تعداد تیم‌ها در لیگ می‌تواند فرد باشد؟ پاسخ به این سؤال مثبت است. تعداد تیم‌ها می‌تواند فرد باشد، فقط با این تفاوت که چون تعداد تیم‌ها فرد است، هر هفته یک تیم بازی نخواهد کرد. برای مثال، این اتفاق در مقدماتی جام جهانی فوتبال در قاره آسیا در سال‌های ۱۹۹۸، ۲۰۰۲، ۲۰۱۰ و ۲۰۱۴ رخ داده است. در این بازی‌ها برای مشخص شدن

تیم‌های صعود کننده به جام جهانی، ۱۰ تیم برتر آسیا در دو گروه پنج تیمی مانند لیگ به صورت رفت و برگشت با هم به رقابت پرداختند. سال ۱۹۹۸ صعود خاطره‌انگیز در شرایطی بود که تیم کشورمان در گروه خود دوم شد و در بازی «پلی‌آف»^۲ مقابل استرالیا صعود تاریخی معروف ۸ آذر ۱۳۷۶ را رقم زد. سال ۲۰۱۴ نیز صعود ایران در شرایطی بود که در گروه ۵ تیمی خود بالاتر از کره جنوبی در صدر قرار گرفت و به طور مستقیم موفق به صعود شد. در جدول، برنامه چنین رقابتی با

حضور ۵ تیم و نام‌گذاری تیم‌ها با A، B، C، D و E را طراحی کردیم.

اکنون مسئله‌های ۱ تا ۴ را که در مطلب قبلی به آن‌ها پرداختیم، مطرح می‌کنیم:

برنامه بازی‌های لیگ پنج تیمی

مرحله	بازی اول	بازی دوم	تیم استراحت‌کننده
مرحله یا دور اول	A با B	C با D	E
مرحله یا دور دوم	A با C	B با E	D
مرحله یا دور سوم	A با D	C با E	B
مرحله یا دور چهارم	A با E	D با B	C
مرحله یا دور پنجم	B با C	D با E	A



اگر تعداد تیم‌ها زوج باشد:

تعداد مسابقات در هر مرحله $\times$ تعداد مرحله = تعداد مسابقات

$$= (n-1) \times \frac{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

اگر تعداد تیم‌ها فرد باشد:

تعداد مسابقات در هر مرحله $\times$ تعداد مرحله = تعداد مسابقات

$$= n \times \frac{(n-1)}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

جالب شد. با ساده کردن عبارتهای جبری تعداد کل مسابقات

در هر دو حالت از طریق یک فرمول به دست می‌آید.

مسئله‌ها

مسئله ۱: در لیگ ۵ تیمی، هر تیم چند مسابقه برگزار می‌کند؟

مسئله ۲: یک لیگ ۵ تیمی چند مرحله یا دور به طول می‌انجامد؟

مسئله ۳: در لیگ ۵ تیمی، در هر مرحله چند مسابقه برگزار می‌شود؟

مسئله ۴: تعداد مسابقاتی برگزار شده در یک لیگ ۵ تیمی را به دست آورید.

با توجه به جدول می‌توانیم بگوییم:

۱. در لیگ پنج تیمی، هر تیم فقط می‌تواند با ۴ تیم مسابقه بدهد.

۲. تعداد مرحله‌ها در حالت فرد از حالت زوج

متفاوت است، زیرا در هر مرحله یک تیم

استراحت خواهد داشت. تعداد مرحله‌ها

با تعداد تیم‌ها برابر خواهد بود. بنابراین

تعداد مرحله‌ها برابر پنج مرحله می‌شود.

۳. چون تعداد تیم‌ها فرد است، مسلماً

یک تیم استراحت خواهد داشت و ۴ تیم

باقی‌مانده در هر مرحله دو مسابقه برگزار

خواهند کرد.

۴. با توجه به شماره‌های ۲ و ۳ کافی است، تعداد

مرحله‌ها در تعداد مسابقه‌هایی که هر هفته برگزار

می‌شوند، ضرب کنیم. بنابراین در کل $5 \times 2 = 10$

مسابقه برگزار خواهد شد.

با توجه به جدول و همچنین حل مسئله‌های ۱ تا ۴

و همچنین توضیحات مطلب شماره قبلی می‌توانیم

مسئله‌ها را به n تیم تعمیم دهیم:

۱. هر تیم در لیگ (چه تعداد زوج چه تعداد فرد) نمی‌تواند

با خودش مسابقه بدهد. بنابراین اگر n تیم داشته باشیم،

تعداد مسابقه‌های هر تیم برابر $n-1$ خواهد بود.

۲. اگر تعداد تیم‌ها زوج باشد، تعداد مرحله‌ها برابر $n-1$ خواهد

بود. اگر تعداد تیم‌ها فرد باشد، با توجه به استراحت داشتن یک

تیم در هر مرحله، تعداد مرحله‌ها برابر n خواهد بود.

۳. اگر تعداد تیم‌ها زوج باشد، در هر مرحله $\frac{n}{2}$ مسابقه و اگر

تعداد تیم‌ها فرد باشد، در هر مرحله $\frac{(n-1)}{2}$ مسابقه برگزار خواهد شد.

۴. همان‌طور که در مسئله‌های قبلی هم مشاهده شد، برای

به دست آوردن تعداد کل مسابقه‌ها کافی است تعداد هفته را در

تعداد مسابقه‌های هر هفته ضرب کنیم. برای دو حالت موضوع

را بررسی می‌کنیم:

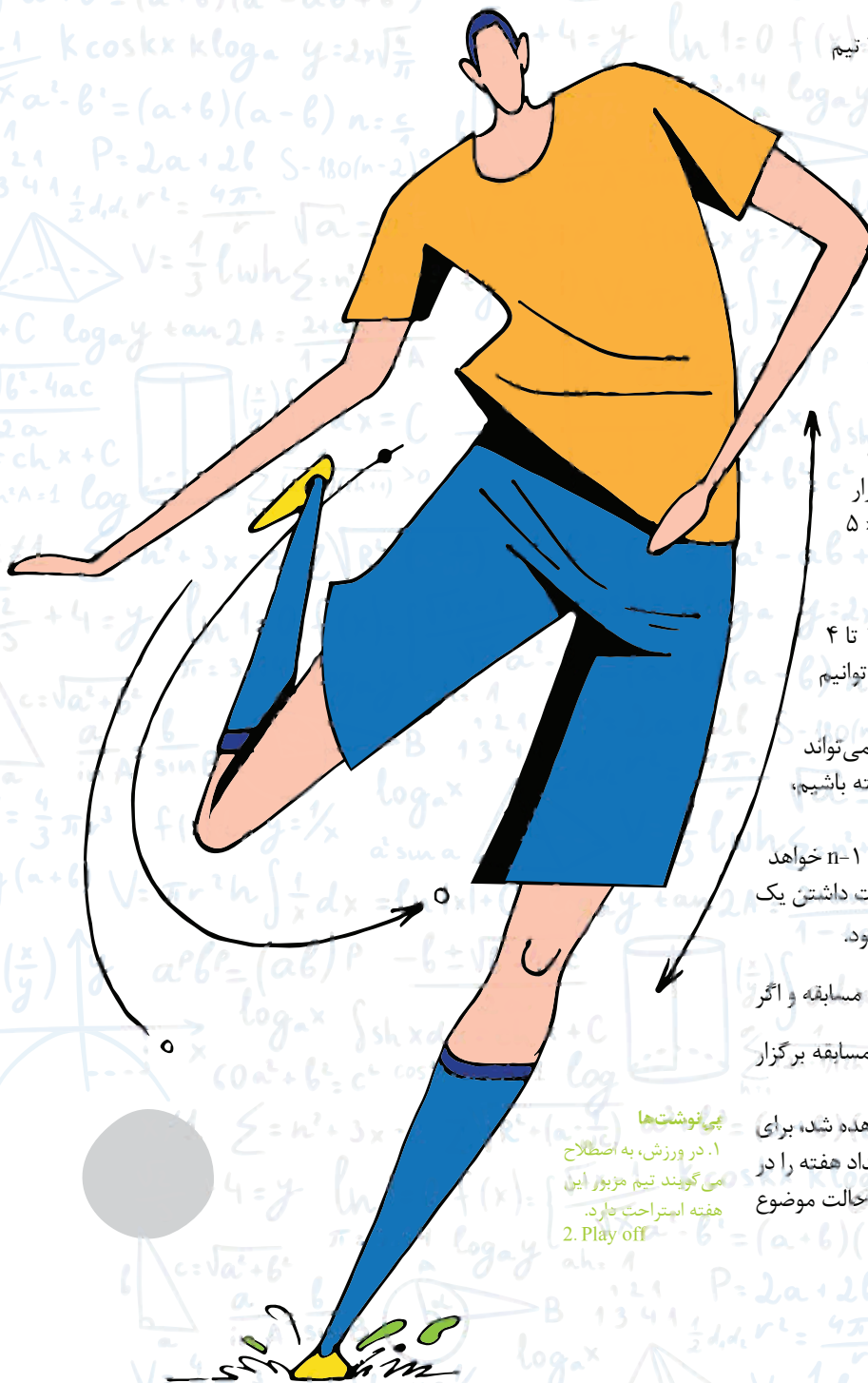
پای‌نوشت‌ها

۱. در ورزش، به اصطلاح

می‌گویند تیم مزبور این

هفته استراحت دارد.

2. Play off



ریاضی دانان معاصر ایران عبدالحسین مصحفی معلم و ناشر ریاضی

● دکتر رضاحیدری قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران
 ● تصویرگر: حمید خلوتی

۱. مصحفی در اسفند ماه سال ۱۳۰۳ در شهر کرمان به دنیا آمد. در کودکی خواندن قرآن را آموخت و در سال ۱۳۲۰ تحصیلات متوسطه اول را به پایان رساند. یک سال بعد از آن، پدرش درگذشت. پدر نابینایش، قاری و استاد قرآن (مصحف) و معلم بود که به شغل صحافی اشتغال داشت. عبدالحسین چون فرزند ارشد خانواده بود، می‌باید به کمک مادرش خانواده‌ای هفت نفری را اداره می‌کرد. بنابراین، در همان مدرسه محل تحصیل خود به تدریس پرداخت و زندگی حرفه‌ای معلمی را آغاز کرد. مدتی گذشت تا بفهمد که معلم خوب بودن کار ساده‌ای نیست و برای آن باید زحمت بسیار کشید. او حدود ۱۰ سال ضمن اداره مفاضة صحافی پدر، تدریس هم می‌کرد.

در سال ۱۳۲۷ امتحانات نهایی پنجم متوسطه را با موفقیت گذراند و راهی خدمت نظام وظیفه شد. در ضمن خدمت سرکاری، درس‌های سال ششم ریاضی را نزد خود آموخت و در سال ۱۳۳۰ و در ۲۷ سالگی! موفق به دریافت دیپلم ریاضی شد. در همان سال در رشته ریاضی دانش‌سرای عالی تهران (دانشگاه خوارزمی فعلی) قبول شد. پس از سه سال لیسانس ریاضی گرفت و به یزد برگشت. هشت سال در یزد به تدریس ریاضی پرداخت. در سال ۱۳۳۷ ازدواج کرد. در سال ۱۳۴۱ به تهران منتقل شد و از آن پس در سمت‌های رسمی زیادی خدمت کرد.

۲. بدون شک، بزرگ‌ترین کار و اثر مصحفی را می‌توان انتشار مستمر و ۱۴ ساله مجله ریاضی «یکان» دانست؛ به طوری که بسیاری از افراد، مصحفی را با یکان می‌شناسند. او بدون چشم‌داشت مادی این مجله تخصصی را منتشر می‌کرد. در این باره می‌گوید: «سال‌ها به فکر تأسیس یک مجله ریاضی بودم، تا اینکه دوره کامل مجله ریاضیاتی که مرحوم دکتر غلامحسین مصاحب در سال ۱۳۰۹ منتشر کرده بود، به دستم رسید و مرا بیشتر تشویق کرد که به فکر انتشار یک مجله ریاضی باشم.»

نخستین شماره این مجله در بهمن ۱۳۴۲ انتشار یافت که بیش از حد انتظار با استقبال روبه‌رو و سه بار تجدید چاپ شد. پس از آن هم این مجله به‌طور مرتب تا ۱۱۸ شماره به‌طور ماهانه منتشر می‌شد. دفتر مجله که در خیابان لاله‌زار بود، تنها دو اتاق داشت و با این بضاعت کم بود که مجله چاپ می‌شد. ۳. محتوای مجله شامل موضوع‌ها و بخش‌های گوناگونی بود؛ نظیر: مسائل ریاضی، مقالات ریاضی، نقد و نظر، داستان‌های ریاضی، جواب سؤال‌های کنکور، تاریخ علم، زندگی‌نامه دانشمندان و غیره. آقای مصحفی ابتدا خودش مسائل را تهیه و یا طرح می‌کرد و سعی داشت مسائل، بدیع و ابتکاری باشند. اما در ادامه، استادان، دانشجویان و دانش‌آموزان به او کمک می‌کردند و مسائل و مقالات خود را برای مجله می‌فرستادند. جلد اول مجله یکان با مقاله‌ای از پروفسور هشترودی درباره «بنیان ریاضیات جدید» و «تاریخ ریاضیات در ایران» از احمد بیرشک شروع شد. اعضای شورای نویسندگان مجله عبارت بودند از: پروفسور هشترودی، پروفسور تقی فاطمی، غلامحسین عسجدی، جهانگیر شمس‌آوری، احمد بیرشک و باقر اعمامی.

۴. مجله یکان ارتباط بسیار وسیعی با دانش‌آموزان و معلمان ریاضی کشورها برقرار کرده بود، به طوری که مخاطبان مجله با اشتیاق منتظر رسیدن آن به شهر خود بودند تا به محض توزیع مجله، آن را تهیه و مطالعه کنند. در هر شماره اسامی جمع زیادی از کسانی که برای مجله نامه و مقاله نوشته یا مسئله فرستاده بودند، چاپ می‌شد و از میان آنان عده‌ای به عنوان نماینده افتخاری مجله در شهرهای خودشان انتخاب می‌شدند. به این ترتیب، مجله توانسته بود علاقه‌مندان زیادی را از سراسر کشور جذب کند و شمارگان قابل قبولی داشته باشد.





۵. سرانجام در سال ۱۳۵۶، مصحفی به خاطر خستگی زیاد و مسائل مالی مجبور به تعطیل کردن مجله یکان شد؛

۶. هر شماره از مجله یکان از دو بخش عمده تشکیل می‌شد: یک بخش مجموعه‌ای از نوشتارها و بخش دیگر مجموعه‌ای از مسئله‌های گوناگون بود. از نوشتارهای هر شماره، دست‌کم دو یا سه مقاله به قلم استاد مصحفی بود که بیشتر آن‌ها بدون ذکر نام چاپ می‌شدند. تعداد این نوشتارها روی هم بیش از ۲۰۰ مقاله است. به غیر از این‌ها، ایشان برای چند مجله علمی و ریاضی دیگر نیز نوشتارهایی ترجمه و تألیف کرده‌اند که موارد چاپ شده آن‌ها به ۷۶ مقاله می‌رسد. استاد در طول عمر پربرکت خود، به تألیف یا ترجمه حدود ۴۰ جلد کتاب هم دست زده است که از میان آن‌ها می‌توان به کتاب‌های درسی دوره متوسطه نظام قدیم، نجوم و کیهان‌شناسی، بازآموزی و بازشناخت هندسه، منطق و استدلال، داستان‌واره‌های ریاضی، و رام کردن و پرورش مسئله‌های ریاضی اشاره کرد.

۷. سازمان کتاب‌های درسی مرکزی علمی بود که در سال ۱۳۴۲ برای سروسامان دادن به کتاب‌های درسی به وجود آمد. در آن سازمان، مصحفی مسئول بخش ریاضی بود. با توجه به عمق و وسعت دانش خود، در این سمت با مسئولیت‌پذیری، پشتکار و علاقه‌مندی، کار نوشتن کتاب‌های درسی ریاضی را با همکاری استادان دیگر به بهترین شکل انجام رساند و نشان داد که یک صاحب نظر آموزشی است. او به آنچه می‌گفت باور داشت و همواره به دانش‌آموزان خود عشق می‌ورزید. جزو آن گروه از هملمان بود که دانش‌آموزان به بنیة علمی و بی‌غرضی او اعتماد داشتند. در زبان فارسی متبحر بود، زبان عربی را برای شناختن ریاضیات کهن و زبان انگلیسی را برای درک ریاضیات امروزی می‌دانست. او یک آموزنده مادام‌العمر بود که شوق یادگیری و خدمتگزاری داشت و معنویت در زندگی او موج می‌زد.

۸. در اردیبهشت سال ۱۳۸۷، به پاس خدماتش در آموزش ریاضی کشور، دانشگاه یزد دکترای افتخاری آموزش ریاضی را به ایشان اعطا کرد. مصحفی اعتقاد داشت استعدادها در خشان منحصر آن‌هایی نیستند که در آزمون‌های ورودی مدرسه‌های خاص پذیرفته می‌شوند. در گوشه‌وکنار کشور و در آبادی‌های دور دست و حتی در شهرهای بزرگ، جوانانی هستند که با داشتن استعدادها، به علت کم‌بضاعتی خانواده‌هایشان به مدرسه و به محیط آموزش راه نیافته‌اند. اینان باید شناسایی شوند و امکان آموزششان فراهم آید. سرانجام، وی پس از عمری زندگی با عزت و خدمات فرهنگی ممتاز، اواخر اسفندماه ۱۳۹۱ بر اثر کھولت سن و پس از یک دوره بیماری، در سن ۸۸ سالگی دار فانی را وداع گفت.

هرگز نمیرد آنکه دلش زنده شد به عشق
 ثبت است بر جریده عالم دوام ما
 (حافظ)

● مسئله‌ای از کتاب داستان‌واره‌های ریاضی، ترجمه عبدالحسین مصحفی:

دو قطار در یک لحظه از دو ایستگاه A و B که در یک مسیر مستقیم به فاصله ۱۶۰ کیلومتر از یکدیگر قرار دارند، به طرف هم حرکت می‌کنند. سرعت هر قطار ۸۰ کیلومتر در ساعت است. در همان لحظه حرکت قطارها، پرنده‌ای از ایستگاه A با سرعت ۱۰۰ کیلومتر در ساعت به طرف ایستگاه B پرواز می‌کند. پرنده در لحظه‌ای که قطار مقابل را ملاقات می‌کند، جهت حرکت خود را تغییر داده به طرف قطار اول برمی‌گردد. بعد از ملاقات با این قطار، مجدداً جهت حرکتش را تغییر داده به طرف قطار دوم پرواز می‌کند، و این عمل را به همین ترتیب و با همان سرعت ثابت اولیه ادامه می‌دهد تا لحظه‌ای که دو قطار به یکدیگر برسند؛ که در این لحظه پرنده متوقف می‌شود. مشخص کنید این پرنده روی هم چند کیلومتر مسافت را در حال پرواز بوده است؟



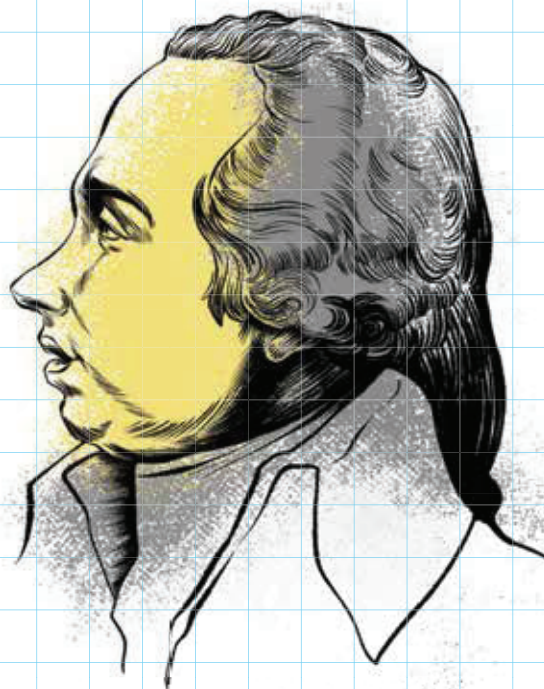
ریاضی دانان

احمد حافظ پور

دانش آموزان عزیز! از دوره قبل، دفتر تازه‌ای را گشوده‌ایم تا شما را با برخی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایران و جهان آشنا کنیم. این معرفی بهانه‌ای خواهد بود که شما در هر شماره تعدادی از این چهره‌ها را به اختصار بشناسید. از آنجا که پاره‌ای از این ریاضی‌دانان به مباحثی فراتر از ریاضیات دبیرستانی پرداخته‌اند که درک آن‌ها برای شما مشکل است، ما می‌کوشیم جنبه‌های ساده‌تر زندگی آنان را برای شما بازگو کنیم.

لوباچفسکی، نیکولاس (۱۸۵۶-۱۷۹۲)

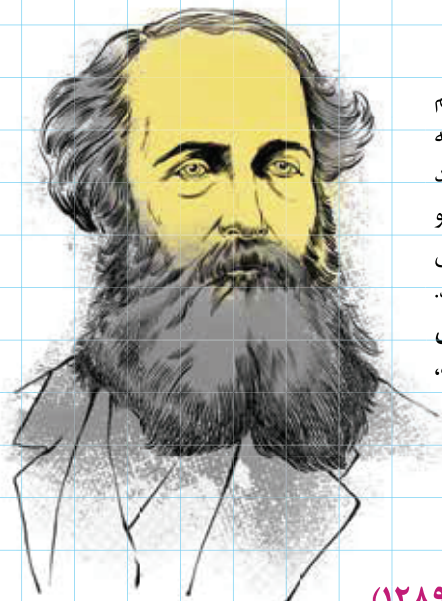
لوباچفسکی ریاضی‌دانی اهل روسیه بود و تحول بزرگی در علم هندسه به وجود آورد و آن ابداع هندسه‌ای بود که به نام خودش، «هندسه لوباچفسکی» و نیز «هندسه ناقطی» خوانده می‌شود. چرا ناقطی؟ شما می‌دانید که یکی از اصول هندسه از قدیم تا امروز این بوده است که: «از یک نقطه خارج از یک خط، فقط یک خط می‌توان به موازات آن کشید.» اما در هندسه ناقطی گفته می‌شود: از یک نقطه خارج از یک خط می‌توان بی‌نهایت خط به موازات آن کشید. البته درک این مسئله برای ما بسیار مشکل است، ولی در جهان ریاضیات تحول بزرگی به شمار می‌آید و در جهان علم تأثیر بسیاری به جا گذاشته است؛ همان‌طور که «انقلاب کپرنیکی» در نجوم تحول بزرگی در دانش بشر به وجود آورد.



لژاندر، آدرین ماری (۱۸۳۳-۱۷۵۲)

لژاندر در شهر پاریس متولد شد. در دانشگاه «مازارین» ریاضیات و فیزیک خواند و چون در این رشته ممتاز بود، برای تدریس در دانشگاه‌ها پذیرفته شد. لژاندر هنوز جوان بود که مقاله‌ای درباره عملکرد پرتابه‌ها در هوا نوشت و به خاطر آن جایزه «فرهنگستان پروس» (آلمان) را دریافت کرد. او در ریاضیات به کشف‌هایی نایل آمد که بعدها در قرن بیستم در «مکانیک کوانتومی» به کار آمد. به پاس خدمات علمی این دانشمند، یکی از دهانه‌های ماه را به نام او، لژاندر، نام گذاشته‌اند. در برج ایفل پاریس نیز نامش جزو ۷۲ دانشمند برجسته فرانسه ثبت شده است.



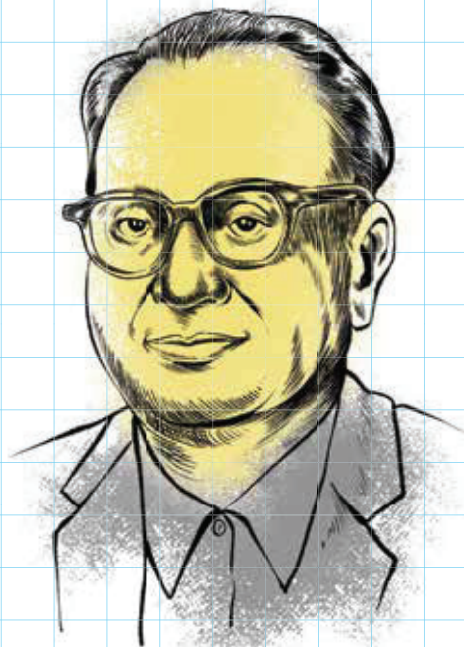


ماکسول، جیمز کلرک (۱۸۳۱-۱۸۷۹)

ماکسول را بیشتر فیزیک‌دان می‌دانند، ولی فیزیک‌دانی که از طریق ریاضیات به مدارج بالای علم فیزیک راه یافت. او در شهر «ادینبورگ»، پایتخت اسکاتلند متولد شد. نبوغ ریاضی ماکسول به حدی بود که در ۱۴ سالگی مقاله‌ای دربارهٔ بیضی‌ها نوشت. او بعداً استاد دانشگاه‌های اسکاتلند و کمبریج در انگلستان شد. ماکسول واضع «نظریهٔ الکترومغناطیس»، یعنی الکتریسیته و مغناطیس است. معادلات ریاضی او که به نام «معادلات ماکسول» مشهورند، اساس مهندسی برق و نیز سیستم‌های مخابراتی، مثل رادیو، تلویزیون، تلفن همراه و شبکهٔ بی‌سیم قرار گرفتند. ماکسول که وی را پدر مهندسی برق می‌دانند، خودش هیچ‌گاه کار مهندسی نکرد. هنریش هرتز، مهندس آلمانی، اولین کسی بود که توانست براساس پیش‌بینی ماکسول در ریاضیات، وجود امواج الکترومغناطیس را در عمل نشان دهد.

مصاحب، غلامحسین (۱۳۵۸-۱۲۸۹)

غلامحسین مصاحب را پدر ریاضیات جدید در ایران گفته‌اند. به‌جز این وی مردی به تمام معنا دانشمند و در زمینه‌های مختلف دارای اطلاعات بود، تا جایی که اولین دایرةالمعارف فارسی را به سبک جدید تألیف کرد و نامش را در این زمینه نیز ماندگار ساخت. اجداد مصاحب از اهالی نایین و عموماً افرادی اهل علم و ادب و فرهنگ بودند. او خودش در تهران به دنیا آمد. در دارالمعلمین عالی در رشتهٔ ریاضی فارغ‌التحصیل و معلم شد. در جوانی مجله‌ای به نام «ریاضیات مقدماتی و عالی» تأسیس کرد که اولین مجلهٔ ریاضی در ایران به شمار می‌رود. سپس به انگلستان رفت و با دریافت دکترای ریاضی به ایران بازگشت و استاد ریاضیات دانش‌سرای عالی شد و سال‌ها در این دانشگاه به تدریس پرداخت. خودش نیز «مؤسسهٔ ریاضیات» را تأسیس کرد که در آن به تربیت استادان ریاضی برجسته‌ای پرداخت. مصاحب حدود ۲۰ کتاب نیز تألیف کرد که مهم‌ترین آن‌ها منطق ریاضی، تئوری مقدماتی اعداد و مدخل منطق صورت است. او دایرةالمعارف فارسی را نیز به شیوهٔ علمی و بسیار دقیق به کمک ده‌ها نویسندهٔ دانشمند در سه جلد تألیف کرد.



میرزاخان، مریم (۱۳۹۶-۱۳۵۶)

مریم میرزاخان را باید جوان‌ترین ریاضی‌دان برجستهٔ ایران در میان مردان و زنان دانست. او در تهران متولد شد. در دورهٔ دبیرستان - مدرسهٔ فرزانه‌گان - علاقه به ریاضیات در او شدت یافت، به‌طوری‌که در همان دوره و همان مدرسه توانست دو بار مدال طلای مسابقات المپیاد ریاضی جهانی را به دست آورد. وی سپس بدون کنکور وارد دانشگاه صنعتی شریف شد و پس از دریافت لیسانس ریاضی از این دانشگاه به آمریکا رفت و در «دانشگاه هاروارد» به تحصیل ادامه داد و مدرک دکترای گرفت. سپس در همان دانشگاه و دو دانشگاه دیگر به تدریس پرداخت. میرزاخان ذهنی بسیار فعال داشت، طوری که از سوی «انجمن ریاضی آمریکا» با عنوان «خلاقیت استثنایی» مورد ستایش قرار گرفت. بزرگ‌ترین جایزه‌ای که میرزاخان گرفت، «مدال فیلدز» بود که به آن «نوبل ریاضیات» می‌گویند. او نخستین زن در جهان بود که این جایزه را دریافت کرد. این بانوی دانشمند متأسفانه به علت بیماری سرطان در ۴۰ سالگی درگذشت.



پینوکیو در دهکده عجایب

مقداد قاری، شراره تقی دستجردی

موارد، کافی است که نشان دهد، این آدم از نوع دروغ‌گوست. ● **خانم جوان:** بسیار خب. حالا اگر بخواهی خودت، به عنوان یک آدم راست‌گو، این جمله را درست بگویی، آن را چگونه بیان می‌کنی؟ ● **پینوکیو:** همه ساکنان این دهکده راست‌گو نیستند. ● **خانم جوان:** یعنی کافی است که برای «درست کردن» آن جمله دروغ، یا به عبارت دیگر برای نقیض کردنش فعل مثبت هستند را به نیستند تبدیل کنی؟

پینوکیو کمی فکر کرد. کلمه «همه» در جمله برایش در دسرساز شده بود. اگر می‌گفتند نقیض جمله «کوئوله چکمه‌سبز، راست‌گوست» را بگو، خیلی راحت می‌توانست بگوید: «کوئوله چکمه‌سبز راست‌گو نیست». بالاخره بعد از کمی تأمل گفت: «خب من نمی‌توانم بگویم همه ساکنان این دهکده راست‌گو نیستند.»

● **خانم جوان:** چرا؟ ● **پینوکیو:** خب این جمله در مورد «همه» ساکنان است. نمی‌توانم صرفاً با تبدیل کردن «راست‌گو هستند» به «راست‌گو نیستند»، آن را درست کنم.

● **خانم جوان:** بله، درست می‌گویی. خب پس چه کنیم؟ ● **پینوکیو:** می‌توانم بگویم در این دهکده یک ساکن وجود دارد که راست‌گو نیست.

● **خانم جوان:** بله، درست است. لطفاً اگر ممکن است هر دو جمله را در دفترچه‌ات بنویس: ● همه ساکنان این دهکده راست‌گو هستند.

● در این دهکده یک ساکن وجود دارد که راست‌گو نیست. پینوکیو دفترچه‌اش را باز کرد و جمله‌های اول و دوم را نوشت. سپس خانم جوان برای اینکه پینوکیو بهتر به ارتباط این دو جمله پی ببرد، از او خواست زیر کلمه‌های «همه» و «یک ... وجود دارد» و همین‌طور «راست‌گو هستند» و «راست‌گو نیست» خط بکشد.

● **خانم جوان:** بسیار خب. حالا بگو آیا یکی از ساکنان این دهکده می‌تواند بگوید یک فیل وجود دارد که پرواز می‌کند؟

● **پینوکیو:** بله. یک آدم دروغ‌گو می‌تواند چنین حرفی بزند.

● خانم جوان: و فرض کن تو به عنوان یک آدم راست‌گو، بخواهی جمله غلطش را درست کنی. در این صورت چه می‌گویی؟

● **پینوکیو:** هیچ فیل پرواز نمی‌کند.

● خانم جوان: بسیار عالی. لطفاً این دو جمله را هم در دفترچه‌ات بنویس و زیر کلمه‌های «یک»، «هیچ»، «پرواز می‌کند» و «پرواز نمی‌کند» خط بکش.

به این ترتیب پینوکیو به کمک خانم جوان متوجه شد که چگونه جمله‌هایی که در مورد «همه» یا «تعدادی» از موارد یک ویژگی را بیان می‌کنند، نقض کند.

او خوش‌حال از آموخته جدیدش به طرف گربه نره و روباه مکار دوید. ادامه دارد ...

در شش قسمت قبل پینوکیو با حل معماهای منطقی در دهکده عجایب، چیزهای زیادی یاد گرفت. این معماها از آنجا به وجود آمدند که اهالی این دهکده یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. پینوکیو کاملاً در معماهای دهکده عجایب غرق شده بود که با شنیدن صدای زنگ ساعت بزرگی که در دهکده بود، متوجه شد که ساعت ۱۲ شده و به کلی حساب زمان از دستش در رفته بوده است. برای همین تصمیم گرفت که از دهکده خارج شود. اما در راه پیرمرد و خانم جوانی را دید که به سمت او می‌آیند. پینوکیو با دیدن پیرمرد فکر کرد پدر ژپتو حتماً تا حالا خیلی نگرانش شده است. پس می‌خواست شروع به دویدن کند، اما این بار پیرمرد با پرسیدن سؤالی مانع از رفتن پینوکیو شد. ● **پیرمرد:** سلام آقای جوان. من فقط یک‌بار از این دهکده خارج شده‌ام. آن هم زمانی که هم سن و سال شما بودم. از مردمی که بیرون از این دهکده زندگی می‌کردند، تصویر روشنی در ذهنم نیست. اما یادم نمی‌آید که کسی مثل شما دیده باشم. منظورم این است که یک آدم چوبی ...

● **پینوکیو:** آه بله. من را پدر ژپتو با چوب درست کرده است. به لطف فرشته‌ی مهربان می‌توانم راه بروم و حرف بزنم. اما ظاهر من مثل یک عروسک حفظ شده.

● **پیرمرد:** یعنی به غیر از شما هیچ آدم چوبی دیگری وجود ندارد؟ ● **پینوکیو:** خب، راستش را بخواهید من نمی‌توانم با اطمینان بگویم که در دنیا هیچ آدم چوبی دیگری نیست. چون من هم مثل شما، همه مردم را که ندیده‌ام! فقط می‌توانم بگویم هیچ یک از مردمانی که من تا به حال دیده‌ام، چوبی نبوده‌اند.

● **خانم جوان:** آه خدایا! چه پسر باهوشی. آفرین! اینکه می‌دانی مشاهدات محدود است و نمی‌توانی این مشاهدات را به همه آدم‌های کره زمین تعمیم بدهی، نشان می‌دهد که چقدر پسر فهمیده‌ای هستی و بنابراین در نتیجه‌گیری شتاب‌زده عمل نمی‌کنی. بسیاری از مردم با دیدن چند مورد، دوست دارند حکمی کلی بدهند.

● **پینوکیو:** راستش را بخواهید من هم با آمدنم به این دهکده دارم بیشتر به جمله‌ها دقت می‌کنم و این موضوع برایم جالب شده است.

● **خانم جوان:** بله. مردم دهکده عجایب، آدم‌ها را به فکر فرو می‌برند. خب حالا که به جمله‌ها توجه می‌کنی، بگو ببینم، آیا امکان دارد یکی از ساکنان این دهکده به تو بگوید: «همه ساکنان این دهکده» راست‌گو هستند؟

● **پینوکیو:** بله. حتماً آن آدم خودش دروغ‌گو بوده است. چون من خودم چندین مورد از ساکنان دروغ‌گو را دیده‌ام و فقط یکی از این

همان‌طور که قبلاً دیدیم، گزاره‌های سوری که در مورد «همه» یا «برخی» از اعضای یک مجموعه خبری می‌دهند، در زندگی روزمره و در ریاضیات بسیار پرکاربرد هستند. همچنین یاد گرفتیم که چگونه درستی یا نادرستی این گزاره‌ها را بسنجیم. در این قسمت از داستان پینوکیو در دهکده عجایب به مثال‌های زیر برخورد کردیم (جدول ۱):

گزاره با سور وجودی	گزاره با سور عمومی	
-	✓	A: همه ساکنان این دهکده راستگو هستند.
✓	-	$\sim A$: در این دهکده یک ساکن وجود دارد که راستگو نیست.
✓	-	B: یک فیل وجود دارد که پرواز می‌کند.
-	✓	$\sim B$: هیچ فیلی پرواز نمی‌کند.

جدول ۱

➤ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

➤ با توجه به نتیجه خود جدول ۲ را کامل کنید:

گزاره با سور عمومی	گزاره با سور وجودی	
		A: همه اعداد اول فرد هستند.
		$\sim A$:
		B: مثلی وجود دارد که مجموع زاویه‌های داخلی اش 180° درجه نیست.
		$\sim B$:
		C: همه چند ضلعی‌های منتظم خط تقارن دارند.
		$\sim C$:

جدول ۲

در منطق ریاضی سور عمومی را با نماد $\forall$ و سور وجودی را با نماد $\exists$ نشان می‌دهیم. همچنین، از متغیرهای $x, y, z, \dots$ برای نشان دادن موجودات مختلف و نامعین استفاده می‌کنند. به علاوه می‌توان ویژگی‌های موجودات مختلف یا رابطه بین آن‌ها را نیز به صورت نمادین نشان داد. مثلاً $P(x)$ یعنی x دارای خاصیت P است. $P(x, y)$ یعنی x و y با یکدیگر رابطه P را دارند. فرمول $(\forall x)P(x)$ یعنی هر چیزی (که در اینجا با x نشان داده شده) دارای خاصیت P است، و فرمول $(\exists x)P(x)$ یعنی چیزی (که در اینجا دوباره با x نشان داده شده) وجود دارد که دارای خاصیت P است.

مثلاً اگر بخواهیم بیان کنیم که: «هر کسی یک پدر دارد»، می‌توانیم فرض کنیم $P(x, y)$ به این معناست که y پدر x است. حالا جمله «هر کسی یک پدر دارد» را می‌توانیم به این صورت بازنویسی کنیم که: «برای هر کسی یک شخص وجود دارد که پدر اوست.» این جمله در زبان منطق به صورت زیر بیان می‌شود (البته در اینجا فرض کرده‌ایم که متغیرهای x و y نشان‌دهنده انسان‌ها هستند):

$$(\forall x)(\exists y)P(x, y)$$

➤ جمله «هر کسی یک نفر را دوست دارد» را در زبان منطق بیان کنید.

➤ جمله «کسی هست که همه را دوست دارد» را در زبان منطق بیان کنید.

➤ آیا به نظر شما دو جمله بالا با یکدیگر معادل هستند؟

حالا فرض کنید می‌خواهیم جمله‌های «همه ساکنان این دهکده راست‌گو هستند» و «برخی از ساکنان این دهکده راست‌گو هستند» را بیان کنیم. اگر فرض کنیم $P(x)$ نشان‌دهنده این ویژگی باشد که x ساکنی راست‌گو از این دهکده است، آنگاه جمله «همه ساکنان این دهکده راست‌گو هستند» به صورت زیر قابل نمایش است:

$$(\forall x)P(x)$$

همچنین جمله «برخی از ساکنان این دهکده راست‌گو هستند» به صورت زیر قابل نمایش است:

$$(\exists x)P(x)$$

➤ آیا می‌توانید معادل‌هایی برای عبارت‌های زیر بیابید؟

$$\neg (\forall x)P(x)$$

$$\neg (\exists x)P(x)$$





رویای پرواز

زهرا باقری

اول باید بدانید که در گفت‌وگوهای روزمره به اشتباه جرم را همان وزن می‌شناسند، ولی در فیزیک و مهندسی، وزن به نیروی گرانشی وارد بر جسم‌ها گفته می‌شود. با تغییر نیروی گرانشی در مکان‌های متفاوت، وزن ما و جسم‌های اطرافمان می‌تواند تغییر کند، ولی جرم مفهومی ثابت است. وقتی می‌روید به میوه‌فروشی و مثلاً سیب می‌خواهید و آقای مغازه‌دار از شما می‌پرسد وزنش چقدر باشد و شما می‌گویید که مثلاً ۲ کیلوگرم، اینجاست که به علم فیزیک و مهندسی بی‌توجه هستید. چون کیلوگرم واحد وزن نیست و واحد جرم است و در واقع نیوتن است که واحد وزن است و ترازو برای اندازه‌گیری جرم به کار می‌رود نه وزن!

$$W=mg$$

شتاب گرانشی $\times$ جرم = وزن

بیشتر آدم‌ها وقتی کمی بزرگ می‌شوند، شروع به دیدن خواب‌های تکراری می‌کنند. یعنی در یک حلقه تکراری می‌افتند و دائم یک خواب تکراری را می‌بینند. برای من از اواسط کلاس پنجم شروع شد. نمی‌دانم برای این بود که آن روزها زیاد به این موضوع فکر می‌کردم یا برای این بود که کلاً پرواز جزو آرزوهایم بود. خلاصه که از هر چند شب که می‌خوابیدم، یک شب را خواب می‌دیدم که سبک‌بال شده‌ام و می‌توانم بپریم و در ارتفاع چند متری از سطح زمین باشم و همه چیز را از بالا ببینم. فکر می‌کردم دارم رویایی را می‌بینم که هیچ‌وقت شدنی نیست. تا اینکه آمدم دبیرستان و به درس علوم رسیدیم و با مبحث «شتاب گرانشی» آشنا شدم. آنجا بود که فهمیدم، خواب من می‌تواند به واقعیت بپیوندد. اگر مفهوم وزن و جرم را خوب درک کنید، متوجه می‌شوید که چه می‌گوییم.

به زمین به دست آوریم. با استفاده از شتاب گرانشی دو سیاره خواهیم داشت:

$$\frac{\text{شتاب گرانش روی سیاره کیوان}}{\text{شتاب گرانش روی کره زمین}} = \text{نسبت وزن روی سیاره کیوان به سیاره زمین}$$

$$\frac{10 / 437 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9 / 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1 / 0.65$$

در حالت کلی جدول نسبت وزن روی زمین با سایر سیاره‌ها و ماه عبارت است از:

سیاره	نسبت وزن
تیر	۰/۳۷۸
ناهید	۰/۹۰۷
زمین	۱
ماه	۰/۱۶۵
بهرام	۰/۳۷۷
مشتري	۲/۳۶۴
کیوان	۱/۰۶۵
اورانوس	۰/۸۸۹
نپتون	۱/۱۲۵

یا یک مثال دیگر: مثلاً وزن من روی زمین ۵۳۹N است حالا می‌خواهم بدانم وزن من روی سیاره اورانوس چقدر خواهد بود؟ از جدول استفاده کرده و نسبت وزن روی سیاره اورانوس به زمین را پیدا می‌کنم و در رابطه زیر قرار می‌دهم:

$$\frac{\text{وزن من روی سیاره اورانوس}}{\text{وزن من روی سیاره زمین}} = 0 / 889 = \text{نسبت وزن روی سیاره اورانوس به سیاره زمین}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{وزن من روی سیاره اورانوس}}{539N} =$$

$$\text{وزن من روی سیاره اورانوس} = 0 / 889 \times 539N = 479 / 171N$$

خلاصه اینکه حالا خواب من می‌تواند به واقعیت تبدیل شود. فقط کافی است به سیاره‌ای که شتاب گرانشی آن کمتر از زمین است سفر کنم تا وزن خیلی کمتری پیدا کنم. آن وقت با یک پرش کوچک، چند برابر از روی سطح آن سیاره ارتفاع می‌گیرم و در واقع یک جورهایی پرواز می‌کنم. این از من. شما بیشتر وقت‌ها چی خواب می‌بینید؟

که شتاب گرانشی شتابی است که به جسم‌های مختلف به دلیل وجود گرانش وارد می‌شود. در نقاط مختلف زمین این شتاب بین ۹/۷۸ تا ۹/۸۲ متر بر مجذور ثانیه است و به این ارتباط دارد که در کجای زمین باشیم یعنی همان عرض جغرافیایی که قبلاً برایتان گفته بودم. معمولاً از متوسط شتاب گرانش یعنی عدد ۹/۸ $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ استفاده می‌شود.

جرم در واقع مقدار «ماده» در یک جسم است و مثلاً جسمی که جرم آن ۱ کیلوگرم است، روی سطح زمین که شتاب گرانشی معادل ۹/۸ است، وزنی برابر $1 \times 9/8 = 9/8$ نیوتن خواهد داشت.

خب حالا این سؤال پیش می‌آید که: وزن با چه وسیله‌ای اندازه‌گیری می‌شود و در چه جاهایی فرق می‌کند؟

جواب این است که وزن با وسیله‌ای به نام «نیروسنج» اندازه‌گیری می‌شود. خبر خوب هم این است که یک آدم سنگین وزن با سفر به بعضی سیاره‌ها، مثل مریخ یا کره ماه، دیگر آدم سنگین وزنی نیست و برعکس آن هم، یک آدم سبک وزن با سفر به سیاره‌ای مثل مشتری، می‌تواند به یک آدم سنگین وزن تبدیل شود. تمام نکته هم در شتاب گرانشی متفاوت در سیاره‌های مختلف است. پس قربان علم که اجازه می‌دهد، بدون کلی عمل جراحی و زیبایی، یکدفعه کلی وزن ما کم بشود.

برای مثال، شتاب گرانش روی کره ماه، $\frac{1}{6}$ کره زمین است. پس من که جرمم روی کره زمین ۵۵ کیلوگرم است، وزنم روی زمین و ماه به ترتیب برابر است با:

$$W=mg$$

شتاب گرانشی × جرم = وزن

نیوتن ۵۳۹ = ۵۵ × ۹/۸ = وزن روی زمین

نیوتن ۸۳ / ۸۹ = $\frac{1}{6} \times 9 / 8 \times 55$ = وزن روی ماه

شتاب گرانشی روی سیاره مشتری هم ۲/۴ برابر شتاب گرانشی روی سطح زمین است. پس:

نیوتن ۱۲۹۳/۶ = ۵۵ × ۹/۸ × ۲/۴ = وزن روی مشتری

$$\frac{\text{شتاب گرانش روی سیاره مورد نظر}}{\text{شتاب گرانش روی کره زمین}} = \frac{\text{وزن روی سیاره مورد نظر}}{\text{وزن روی کره زمین}} = \text{نسبت وزن}$$

فرض کنید بخواهیم نسبت وزن من روی کیوان را نسبت



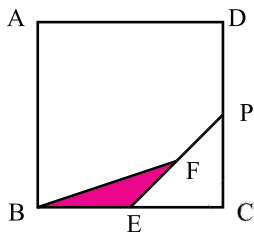
شهر کوچک اندیشه‌های بزرگ

گزارشی از آزمون هوش ریاضی
پژوهش سرای دانش آموزی
(زنده یاد سجاد محمدپور) عباس آباد
جلال سرحدی

شهرستان «عباس آباد» در شمال کشور، بین شهرهای «چالوس» و «تنکابن» واقع است. «پژوهش سرای دانش آموزی» این شهرستان، با هدف استعدادیابی و ایجاد انگیزه برای دانش آموزان مستعد، به برگزاری آزمونی با عنوان «آزمون هوش ریاضی» برای دانش آموزان دوره اول و در روزهای آتی برای دانش آموزان دوره دوم متوسطه اقدام کرده است. امیدواریم این عمل باعث خودباوری و ایجاد انگیزه و اعتماد به نفس در دانش آموزان با استعداد و علاقه مند شود که متأسفانه به خصوص در شهرهای کوچک، امکان دیده شدن توانایی آن‌ها وجود ندارد. پس از درخواست از مدیران مدرسه‌ها، تعدادی از دانش آموزان برای آزمون معرفی شدند. اما بین همین تعداد کم هم دانش آموزانی بودند که به سؤال‌های مطرح شده به روشی زیبا و خلاقانه پاسخ دادند. در ادامه شرح سؤال‌ها و برخی از پاسخ‌ها را آورده‌ایم.

توجه: لطفاً پاسخ مسئله‌ها را به طور کامل و دقیق بنویسید.

مسئله ۱. زمینی به شکل مثلث با اضلاعی به طول ۳۰، ۲۰ و ۴۰ متر داریم. می‌خواهیم دور این زمین را به پهنای ۵ متر با چمن مصنوعی بیوشانیم (توجه کنید که در همه جا پهنای چمن باید ۵ متر باشد).
(الف) به چند متر مربع چمن مصنوعی نیاز داریم؟
(ب) فرض کنیم زمین دیگری به شکل چهارضلعی داریم که محیطش با محیط زمین قبلی مساوی باشد. آیا با همان مقدار چمن می‌توانیم دور چهارضلعی را هم به پهنای ۵ متر با چمن بیوشانیم؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید؟



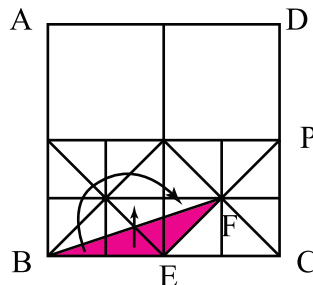
مسئله ۲. در شکل ۱، اگر مساحت مربع برابر با ۳۲ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت قسمت رنگی چقدر است؟

نقاط E و F، P به ترتیب وسط CD، EP، BC قرار دارند،
یعنی:
$$\begin{cases} DP = PC \\ PF = FE \\ EC = EB \end{cases}$$

شکل ۱

آزمون دو مسئله دارد که دانش آموزان باید به آن‌ها پاسخ تشریحی می‌دادند. در مسئله اول موارد با اهمیت عبارت‌اند از اینکه محیط بیرونی ناحیه‌ای که با چمن پوشانده شده، در گوشه‌ها به صورت کمان‌هایی است که اجتماعشان یک دایره کامل را به شعاع ۵ متر تشکیل می‌دهد. همچنین، اگر زمین به شکل هر ناحیه محدبی باشد که محیطی برابر با زمین اول داشته باشد، اجتماع کمان‌ها همان یک دایره می‌شود و مساحت‌ها مساوی‌اند.

روش اول از دانش آموز پایه هشتم:

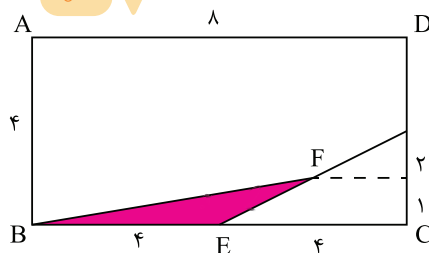


شکل ۴

مربع را به چهار مربع به مساحت ۸ تقسیم می کنیم. سپس هر یک از مربع های کوچک را به هشت قسمت با مساحت مساوی (مطابق شکل ۴) تقسیم می کنیم (مثل پیتزا!) که مساحت هر کدام یک سانتی متر مربع است. با انتقال دو قسمت از شکل مشاهده می شود که مساحت بخش هاشور خورده با مساحت دو مثلث برابر است. بنابراین:

$$S_{BEF} = 2$$

روش دوم از دانش آموز دیگر:



شکل ۵

اگر شکل را مستطیل در نظر بگیریم، نسبت مساحت قسمت هاشور خورده به کل تغییر نمی کند (شکل ۵). بنابراین مسئله را برای مستطیلی به طول و عرض ۸ و ۴ حل می کنیم.

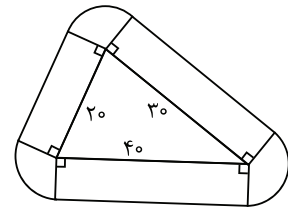
$$BE = 4 \text{ قاعده}, \text{ ارتفاع} = 1$$

$$\Rightarrow S_{BEF} = \frac{4 \times 1}{2} = 2$$

نفرات برتر آزمون هوش ریاضی عبارتند از: مهشید شریعت نژاد، آیلی امیری فرد، روزان پور محمود، تینا مختاری نژاد و رضا سنایی.

در همه جای این سرزمین استعداد های ناب زیادی پیدا می شوند و حداقل کاری که می توان انجام داد، تشویق این عزیزان و ایجاد انگیزه در آنان است. با آرزوی موفقیت برای همه فرزندان این مرز و بوم.

یکی از دانش آموزان این مسئله را به روش زیبایی حل کرد (شکل ۲):



شکل ۲

$$20 + 30 + 40 = 90$$

$$90 \times 5 = 450 \text{ m}^2 \text{ مساحت مستطیل ها}$$

و آنچه که می ماند، دایره های است به شعاع ۵، زیرا ما سه زاویه 36° داریم، یک مثلث که 18° است و شش زاویه 90° که می شود:

$$360 \times 3 = 1080$$

$$1080 - 180 = 900$$

$$900 - (6 \times 90) = 360$$

$$S = 450 + \pi(5 \times 5) = 450 + 25\pi$$

(ب) بله. زیرا هر چند ضلعی با محیط 90 باشد، ما یک (5×90) داریم و یک دایره به شعاع ۵ متر. جواب مثل قسمت الف می شود.

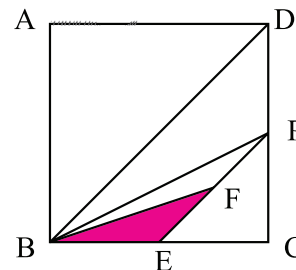
مسئله دوم برای دانش آموزان در نگاه اول ممکن است پیچیده به نظر برسد، اما می توان آن را تنها با دانستن یک نکته ساده حل کرد؛ با بیانی نه چندان دقیق: در هر مثلث با ثابت بودن ارتفاع، اگر قاعده نصف شود، مساحت هم نصف می شود (شکل ۳).

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} S_{BEP} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BCP}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{BCD} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{16} \times 32 = 2$$

شکل ۳



هیچ کدام از دانش آموزان با این روش مسئله را حل نکردند. اما پاسخی که به مسئله دادند و روش حلشان بسیار زیبا و جالب است. دو نمونه تقدیم می شود:

فیتاغورس در مثلث قائم الزاویه

فاطمه درویشی

دوستان عزیزم، همان طور که می دانید «مثلث قائم الزاویه مثلثی است که یک زاویه آن 90° درجه است». در این مقاله قصد داریم بیشتر با این مثلث و روابط آن آشنا شویم. در نهایت هم رابطه ای زیبا در این نوع مثلث را با استفاده از «نرم افزار جئوجبرا» با هم شبیه سازی خواهیم کرد.

شکل ۲

● با انتخاب گزینه **Perpendicular Line** (خط عمود) و انتخاب نقطه A و سپس خط رسم شده از این نقطه، خطی بر خط قبلی عمود کنید (شکل ۳).

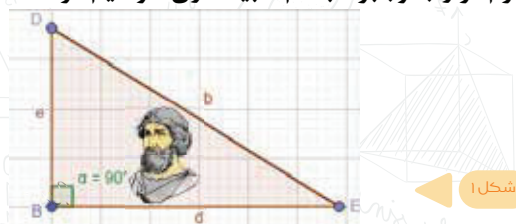
شکل ۳

● با انتخاب گزینه **Point on Object** (نقطه روی شیء) و انتخاب خط های رسم شده، روی هر خط یک نقطه دلخواه رسم کنید. سپس توسط گزینه **Segment** (پاره خط)، دو نقطه رسم شده را توسط یک پاره خط به هم وصل کنید (شکل ۴).

شکل ۴

● تا این مرحله شما تقریباً یک مثلث قائم الزاویه ایجاد کرده اید. اما می دانید که این شکل توسط چند پاره خط شبیه مثلث ایجاد شده است و هنوز یک چندضلعی محسوب نمی شود. بنابراین با انتخاب گزینه **Polygon** (چندضلعی) و انتخاب سه رأس مثلث ایجاد شده، یک چندضلعی در نقطه های ایجاد شده رسم کنید. دقت کنید، با انتخاب این گزینه، همیشه باید نقطه ابتدایی را در انتها انتخاب کنید تا چندضلعی بسته شود.

● با انتخاب گزینه **Angle** (زاویه) و انتخاب سه رأس A, D, C و به ترتیب زاویه 90° درجه رأس A را نمایش دهید. سپس خط ها و نقطه های اضافی را با کلیک راست و انتخاب گزینه **Show Object** (نمایش شیء) مخفی کنید تا شکل به صورت شکل ۵ درآید. اکنون با استفاده از **Move** و جابه جا کردن رأس ها می توانید یک مثلث قائم الزاویه پویا را مشاهده کنید.



شکل ۱

ابتدا به منظور یادآوری، تعریف های زیر را بیان می کنیم:

- در مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل زاویه 90° درجه، «وتر» نامیده می شود و بزرگ ترین ضلع این نوع مثلث است (ضلع DE یا b).

- به دو ضلع کنار زاویه 90° درجه ساق می گویند (ضلع های BD یا e و BE یا d).

می دانید که در مثلث قائم الزاویه، مجموع مربع های طول دو ساق برابر با مربع طول وتر است که این رابطه در مثلث شکل ۱ به صورت ریاضی این گونه است: $b^2 = e^2 + d^2$

این قضیه مهم و پرکاربرد را در ریاضیات «رابطه فیثاغورس» می نامند. ما قصد داریم در مقاله حاضر قضیه فیثاغورس را گسترده تر بیان کنیم و آن را به صورت کاربرد پویا در نرم افزار جئوجبرا نمایش دهیم.

اگر روی ضلع های یک مثلث قائم الزاویه مستطیل، مربع و یا نیم دایره تشکیل دهیم، مساحت شکلی که روی وتر ساخته می شود، برابر مجموع مساحت هایی است که روی دو ضلع دیگر (ساق ها) تشکیل شده اند.

● ابتدا از طریق آدرس <https://www.geogebra.org> وارد محیط جئوجبرا شوید و سپس با کلیک روی در گوشه بالا سمت راست صفحه، و انتخاب گزینه **GeoGebra Classic** به محیط جئوجبرا بروید. در این محیط به کمک ابزارها و خط فرمان، امکانات کار در محیط جئوجبرا به راحتی فراهم شده است.

● با کلیک راست روی پنجره ترسیم و انتخاب گزینه **Axes** ترتیبی دهید که محورها مخفی شوند.

● با انتخاب گزینه **A Point** (نقطه) در صفحه ترسیم، دو نقطه دلخواه رسم کنید. ترجیح دارد این نقطه ها را در محل تقاطع شطرنجی صفحه رسم کنید تا شکل زیباتری داشته باشید.

● با انتخاب گزینه **Line** (خط) و انتخاب دو نقطه ای که در صفحه دارید، خطی بکشید که از این دو نقطه بگذرد (شکل ۲).

$b = \text{Area}(e)$
→ 9.82
$i = \text{Area}(p)$
→ 3.53
$j = \text{Area}(k)$
→ 6.28

شکل ۹

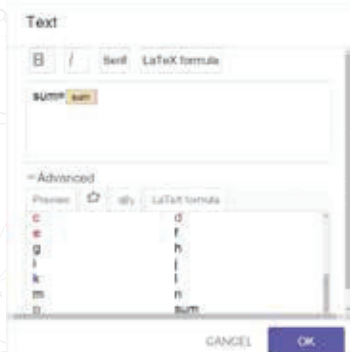
● اگر به پنجره سمت راست جئوجبرا که پنجره فرمان‌ها نامیده می‌شود، نگاه کنید، خواهید دید که اندازه مساحت‌ها به ترتیب در چند متغیر قرار گرفته است که در شکل من این متغیرها عبارتند از: b ، i و j (شکل ۹). بنابراین شما برای اینکه رابطه ابتدای مقاله را نشان دهید، می‌توانید از این سه متغیر استفاده کنید.

● همان‌طور که در مرحله قبل گفتیم، می‌خواهیم از متغیرهای i و j استفاده کنیم تا نشان دهیم، مجموع این دو متغیر برابر با متغیر b خواهد شد که مساحت نیم‌دایره روی وتر است. به این منظور در خط فرمان دستور $\text{sum}=i+j$ را مانند شکل ۱۰ اجرا کنید (پس از تایپ این دستور، کلید Enter را بزنید تا اجرا شود).

$\text{sum} = i + j$

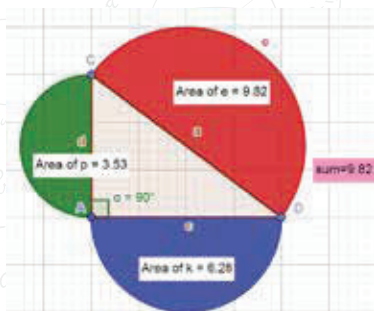
شکل ۱۰

● حال دستور (متن) را انتخاب کنید و در یک قسمت سفید از صفحه کلیک کنید. در قسمت بالا، با استفاده از صفحه‌کلید، کلمه $\text{sum} =$ را تایپ و در قسمت پایین پس از انتخاب گزینه Advance و کلیک روی آیکن ، فهرست متغیرهای محیطی خود را باز و متغیر sum را انتخاب کنید تا مقدار آن در محل متن درج شود. (شکل ۱۱) سپس با کلیک روی گزینه ok، پنجره متن را ببندید.



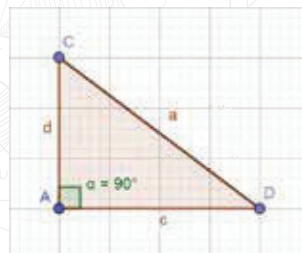
شکل ۱۱

● در شکل نهایی (شکل ۱۲) مشاهده می‌کنید که مقدار متغیر sum برابر با مساحت نیم‌دایره روی وتر است. با تغییر رأس‌های مثلث مشاهده می‌کنید که این رابطه همواره برقرار است.



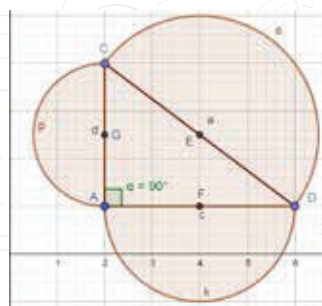
شکل ۱۲

تمرین: حال شما دوستان عزیز، به منظور تمرین، همین رابطه را با مربع و مستطیل نمایش دهید.



شکل ۵

● در این مرحله سعی داریم که نیم دایره‌ای روی هر ضلع مثلث رسم کنیم. بنابراین با انتخاب گزینه Midpoint or Center (نقطه وسط یا مرکز) و کلیک روی سه ضلع مثلث، نقطه‌های وسط ضلع‌های مثلث را پیدا کنید (نقطه‌های E، F و G). سپس با انتخاب گزینه Circular Sector (کمان) و انتخاب به ترتیب نقطه



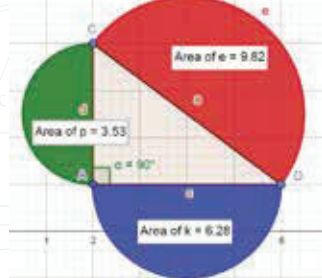
شکل ۶

● با انتخاب  در گوشه بالا و سمت راست، گزینه‌هایی برای تغییر ویژگی‌های شکل باز خواهند شد که می‌توانید با کلیک روی نیم‌دایره‌های رسم شده، از این گزینه‌ها برای تغییر رنگ کمان‌ها و میزان تیرگی آن‌ها استفاده کنید. و همین‌طور، با مخفی کردن اشیاء و عناوین اضافه، شکل را به صورت شکل ۷ درآورید.



شکل ۷

● با انتخاب گزینه Area (مساحت) و سپس انتخاب سه نیم‌دایره می‌توانید مساحت این شکل‌ها را مشخص کنید (شکل ۸).



شکل ۸

معمای روز المپیک

دانش آموزی • خسرو داودی

۲. مسابقه دوی ۶۰ متر

D مسابقه را در ۴۸ ثانیه دوید.

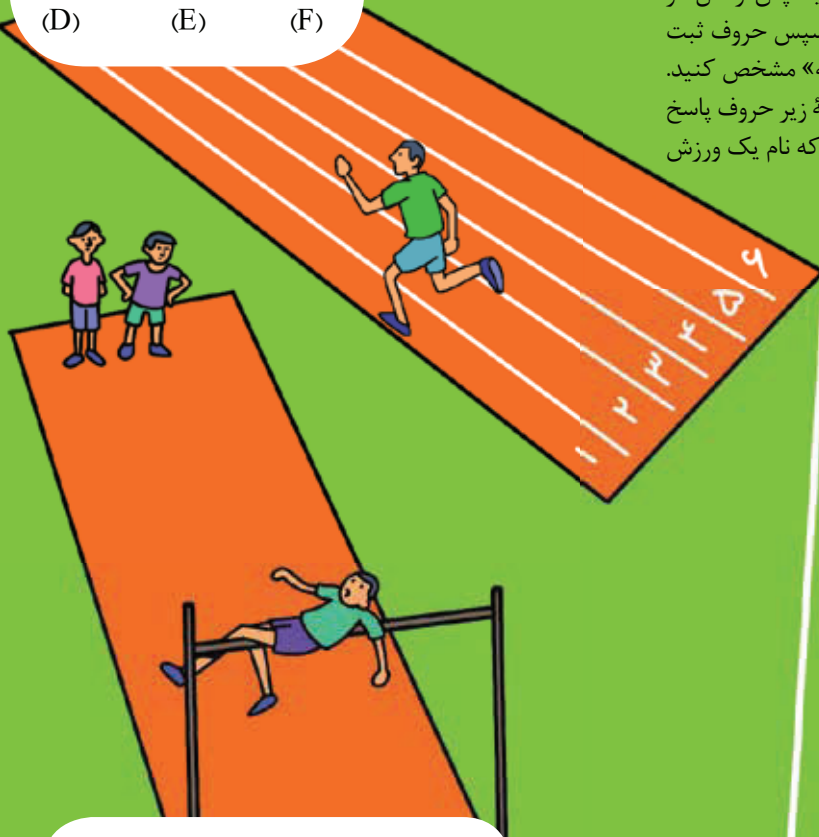
E مسیر را در $\frac{4}{5}$ دقیقه دوید.

F مسیر را در $\frac{75}{100}$ دقیقه دوید.

چه کسی برنده است؟

(D) (E) (F)

المپیک سالانه دانش آموزی در حال برگزاری است به ترتیب مسیر را در اطراف بخش های مختلف المپیک طی کنید و معماهایی که می یابید را حل کنید. پس از حل هر معما، پاسخ را در کارت نتایج ثبت کنید، سپس حروف ثبت شده را در سطر اول جدول «رمز مسابقه» مشخص کنید. برای به دست آوردن رمز، حرفی که در خانه زیر حروف پاسخ است را به ترتیب بنویسید و ترجمه کنید که نام یک ورزش محبوب در دنیا است.

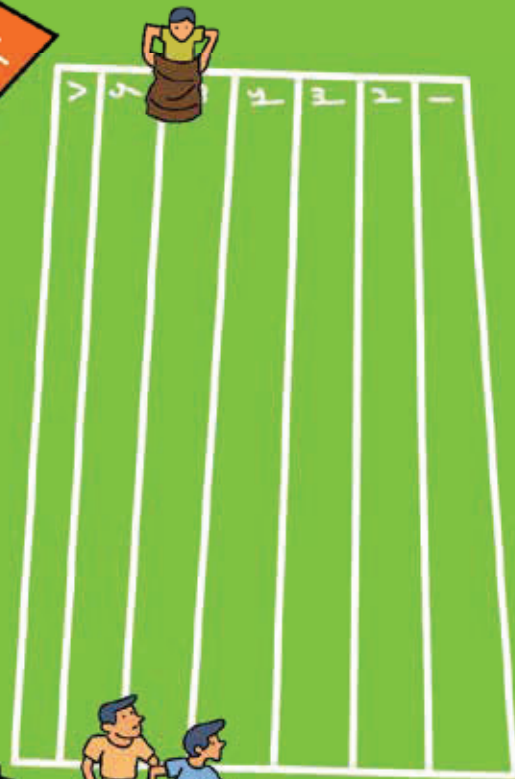


۳. پرش ارتفاع

در مسابقه پرش ارتفاع، پرش دوم کامران ۱۲٪ بالاتر از پرش اول او که $\frac{1}{5}$ متر بود انجام شد.

پرش دوم کامران چند میلی متر بالاتر بود؟

(G) ۲۵۰ mm (H) ۴۶۰ mm (I) ۱۸۰ mm



۱. دو با گونی

الان ساعت ۱۴:۲۱ است. مسابقه دوی با گونی ۵۴۰ ثانیه طول کشید. این مسابقه چه زمانی تمام شد؟

(A) ۱۴:۴۰ (B) ۱۴:۳۰ (C) ۱۴:۴۵



۴. دوی سه پایی

۷ گروه دو نفره در این مسابقه شرکت کرده بودند که پای دو نفر به هم بسته شده بود. چند تا پا در این مسابقه شرکت کرده بودند؟

(J) ۱۷ (K) ۲۱ (L) ۲۷

۵. مسابقه قاشق و تخم مرغ

۶۰ شرکت کننده باید مسیر را با نگه داشتن تخم مرغ روی قاشق می‌دویدند. فقط ۱۵٪ از تخم‌مرغ‌ها سالم به انتهای خط رسید. چند تخم‌مرغ روی زمین افتاد؟

(M) ۵۴ (N) ۴۵ (O) ۵۱

۶. دوی با مانع

فقط ۳ تا از شرکت‌کنندگان مسیر دوی با مانع را تمام کردند. رحیم آن را دقیقاً در ۵ دقیقه تمام کرد. جواد ۵٪ بیشتر طول داد. کریم در ۳۱۰ ثانیه مسابقه را تمام کرد. چه کسی نفر دوم می‌شود؟

رحیم (R) کریم (Q) جواد (P)

کارت نتایج

- ☐ ۱. دو با گونی
- ☐ ۲. دوی ۶۰ متر
- ☐ ۳. پرش ارتفاع
- ☐ ۴. دوی سرپایی
- ☐ ۵. قاشق و تخم‌مرغ
- ☐ ۶. دوی با مانع

رمز مسابقه

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
B	S	A	C	K	O	E	R	C	I	C	U	L	I	E	G	R	J

وقتی حروف درست را در تابلوی «رمز مسابقه» انتخاب کردید نام یک ورزش را پیدا کنید.

شروع

بیشرفت تجمع

مینا راستی بروجنی

بیشتر تجمع

مینا راستی بروجنی

3^3	-81	$(-4)^2$			
$(-5)^3$	$(-1)^4$	-1^1			
$\sqrt{169}$	$+(+5)$	-7			
-7^2	$\frac{14}{7}$	44	-30	84	-29
$+18$	-9	$-(-(+24))$	45	$-\sqrt{121}$	66
$-\sqrt{25}$	23	$+(+(+6))$	65	$\sqrt{64}$	2019
$\frac{-(-24)}{6}$	$\frac{-100}{50}$	$(-58)'$			
$-(-(-2))$	$-(-38)$	$\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}}$			
$\cdot$	$(-9)'$	$(-1)^{1398}$			

موضوع مسئله از این قرار است که از نقطه شروع وارد جدول شده و حرکت می‌کنید تا به نقطه خروج برسید، در حین حرکت عمل جمع را بین اعداد نوشته شده انجام دهید. (البته اگر اعداد قابل ساده شدن هستند قبل از جمع کردن آن‌ها را ساده کنید) هر جا حاصل جمع برابر شد با خانه بعد از آن، آن خانه محل خروج است. قوانین حرکت به صورت زیر است.

● (الف) می‌توان از هر خانه به خانه مجاور رفت به شرط اینکه عدد موجود را به عدد واقع در آن خانه اضافه کنید.

● (ب) رفتن به چپ و راست و بالا و پایین آزاد است.

● (ج) از هر خانه‌ای فقط می‌شود یک بار عبور کرد. (نیاز نیست

همه خانه‌ها عبور کنید)

موضوع مسئله از این قرار است که از نقطه شروع وارد جدول شده و حرکت می‌کنید تا به نقطه خروج برسید، در حین حرکت عمل جمع را بین اعداد نوشته شده انجام دهید. (البته اگر اعداد قابل ساده شدن هستند قبل از جمع کردن آن‌ها را ساده کنید) هر جا حاصل جمع برابر شد با خانه بعد از آن، آن خانه محل خروج است. قوانین حرکت به صورت زیر است.

- الف) می‌توان از هر خانه به خانه مجاور رفت به شرط اینکه عدد موجود را به عدد واقع در آن خانه اضافه کنید.
- ب) رفتن به چپ و راست و بالا و پایین آزاد است.
- ج) از هر خانه‌ای فقط می‌شود یک بار عبور کرد. (نیاز نیست از همه خانه‌ها عبور کنید)



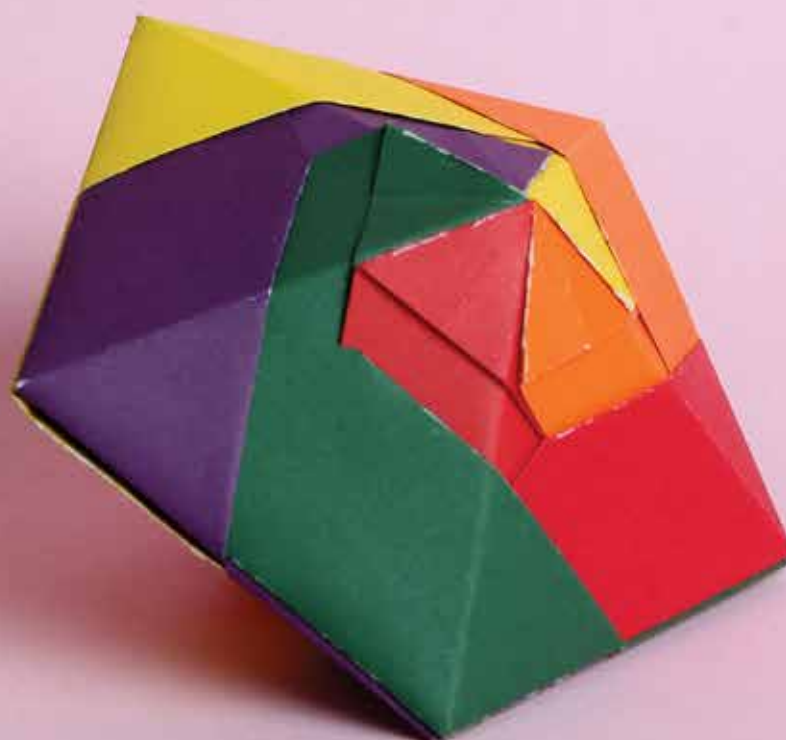


دهوجهی منتظم

• پری حاجی خانی

• عکاس: اعظم لاریجانی

دهوجهی منتظم با کنار هم قرار دادن ۱۰ مثلث متساوی الاضلاع ساخته می شود. در اینجا با استفاده از ۵ برگ کاغذ مربع شکل این حجم زیبا را ساخته ایم.



برای مشاهده
مراحل ساخت
این دهوجهی
رمزینہ را اسکن
کنید.



برنده کیست؟



۱. مربی در حال وقت گرفتن و ثبت رکوردهای علی و محسن است که در حال تمرین و آماده کردن خود برای مسابقات مقدماتی پارالمپیک در رشته ۲۰۰ متر هستند.

۲. علی با اختلاف ۲۰ متر برنده شد.

۳. بعد از مسابقه علی و محسن در کنار زمین با هم صحبت می کردند:

۴. ویلچر تو نوع جدید است که باعث شده سرعتت بیشتر شود.

۵. نه بابا! قیمت ویلچر تو دو برابر ویلچر من است.

۷. الان حاضری؟

۶. خب. پس من به اندازه کافی تمرکز نکرده‌ام.

۸. بله

۹. باشه. پس بیا دوباره مسابقه بدیم.

۱۰. علی و محسن دوباره به ابتدای مسیر برگشتند. اما این بار علی ۲۰ متر عقب‌تر از محسن در خط شروع قرار گرفت.

۱۱. هر دو نفر استراحت کردند و دوباره مسابقه را شروع کردند در حالیکه سرعتشان دقیقاً با سرعت آن‌ها در دور اول مسابقه برابر بود.

آیا مربی درست حدس زده بود که علی برنده می‌شود؟ یا اینکه مسابقه مساوی می‌شود؟

۱۲. مربی به آن‌ها نگاه می‌کرد. من فکر می‌کنم این بار هم علی برنده شده