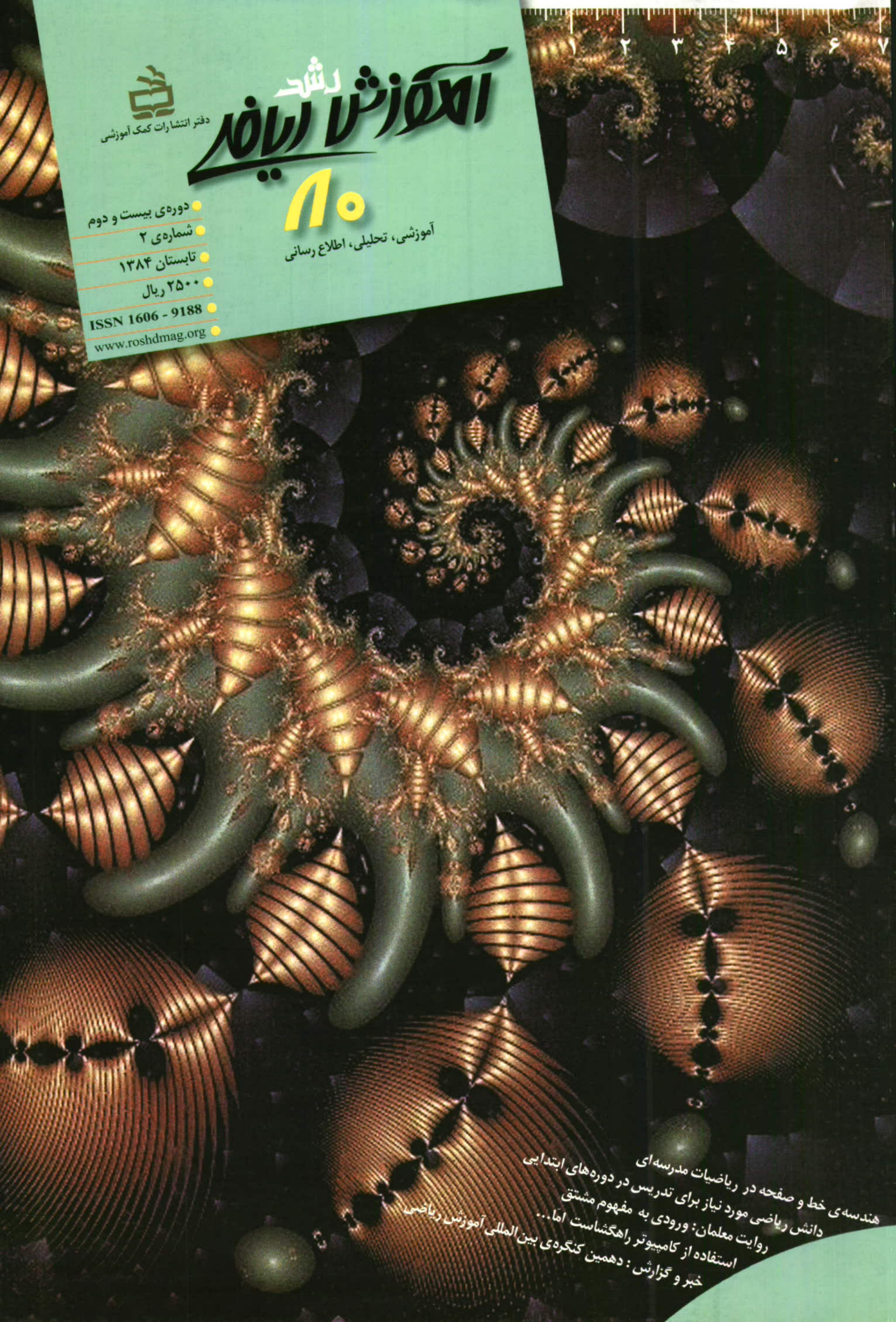


دفتر انتشارات کمک آموزشی

رشد آموزش ریاضی

۸۰

آموزشی، تحلیلی، اطلاع رسانی

دوره‌ی بیست و دوم
شماره‌ی ۲
تابستان ۱۳۸۴
۲۵۰۰ ریال
ISSN 1606 - 9188
www.roshdmag.org

هندسه‌ی خط و صفحه در ریاضیات مدرسه‌ای
دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس در دوره‌های ابتدایی
روایت معلمان: ورودی به مفهوم مشتق
استفاده از کامپیوتر راهگشاست اما...
خبر و گزارش: دهمین کنگره‌ی بین المللی آموزش ریاضی

ریاضیاتی که ریاضی‌دان‌ها با آن کار می‌کنند
با ریاضیاتی که برای تدریس به کودکان لازم است
فرق دارد.

بال و بَس، ۲۰۰۴

ر.ک. مقاله‌ی دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس در دوره‌های ابتدایی
صص ۲۳ تا ۳۰

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۸۰

آموزشی- تحلیلی- اطلاع رسانی

دوره‌ی بیست و دوم
شماره‌ی ۲ - تیراژ ۱۵۰۰۰
تابستان ۱۳۸۴
ISSN 1606 - 9188
www.roshdmag.org

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

نشانی دفتر مجله: تهران ، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن دفتر مجله : ۹- ۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۰ - ۳۷۴)
شمارهٔ پیام گیر سازمان: ۱۱۳- ۸۳۰۱۴۸۲
E-mail:info@roshdmag.org
roshd-riazi@yahoo.com

چاپ : شرکت افست (سهامی عام)

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم وتربیت، به ویژه معلّمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

■ مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
■ شکل قرار گرفتن جدول‌ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
■ نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
■ برای ترجمه‌ی مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه‌ی یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیات تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه‌ی ارایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده‌ی مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت مجله می‌تواند سفارش ترجمه‌ی مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
■ در متن‌های ارسالی تا حد امکان از معادل‌های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
■ زیرنویس‌ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
■ چکیده‌ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه ، همراه مطلب ارسال شود.

هم چنین:

■ مطالب مندرج در مجله ، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
■ مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
■ مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد ، بازگشت داده نمی‌شود.

تابستان، تعطیلات و دانش‌آموزان ...

تابستان از راه رسیده است. دانش‌آموزان، معلمان و حتی پدران و مادران، هر یک به نوبه‌ی خود، نیازمند این ایام هستند تا خستگی نُه‌ماه تلاش و کوشش را از تن به در کنند. در همه جای دنیا، دانش‌آموزان از موهبت تعطیلات تابستانی و سال نو و گاهی تعطیلات زمستانی برخوردارند، تا هم نفسی تازه کنند و هم فرصت دریافت بازخوردی از آموخته‌ها و نیاموخته‌های خویش را داشته باشند، میزان تحقق خواسته‌هایشان را بسنجند، سطح انتظارات خود را بالاتر ببرند، و درنهایت خود را مورد ارزیابی همه جانبه قرار دهند. این کار، باعث می‌شود تا قضاوت منصفانه‌ای نسبت به خودشان و توانایی‌هایشان داشته باشند و بتوانند برای سال تحصیلی جدید، واقع‌بینانه‌تر برنامه‌ریزی کنند.

از این‌ها گذشته، تابستان، زمان منحصر به فردی برای یادگیری‌های غیر رسمی و خارج از چهاردیواری مدرسه است. در این فصل دانش‌آموزان فرصت پیدا می‌کنند تا آن‌چه را که به طور رسمی و در مدرسه آموخته‌اند، در زندگی واقعی خود تمرین کنند. هم‌چنین، دانش‌آموزان فراغتی می‌یابند تا به طور غیر رسمی چیزهایی را بیاموزند که مجال پرداختن به آن‌ها در فضای محدودِ زمانی و مکانی مدرسه وجود ندارد. باهم‌زیستن و اجتماعی شدن، به علایق فردی خویش پرداختن، توانایی‌های بالقوه‌ی خود را رشد دادن، استعدادهای نهفته را بارور کردن، مناسبات انسانی را توسعه دادن، و بالاخره، مرز بین خانه و مدرسه را از بین بردن و به عبارتی مدرسه را به میان خانه آوردن، همه و همه فرصت‌هایی است که تعطیلات تابستان می‌تواند به‌وجود آورد و پی‌آمد آن این است که دانش‌آموزان به توانایی‌هایی که مدرسه در آن‌ها به‌وجود آورده است، واقف و درنتیجه قدردان مدرسه می‌شوند، زیرا در عمل، و در برخورد با مسایل مختلف، تأثیر مثبت مدرسه را بر خود احساس می‌کنند. در این صورت، با اشتیاق، به استقبال سال تحصیلی جدید می‌روند تا باز هم مدرسه، به توانمندتر شدن آن‌ها کمک کند.

گذشته از این، در کشور ما، ایام تابستان، فرصت مغتنمی است که دانش‌آموزان، به مسافرت بروند و آداب سفر بیاموزند، با تاریخ و جغرافیای سرزمین خود آشناتر شوند؛ احیاناً آداب و رسوم فرهنگ‌ها، طبقات و اقوام مختلف ایرانی را از نزدیک مشاهده کنند؛ به شهرگردی و چه‌بسا ایران گردی بپردازند و مسئولیت‌پذیری را تجربه نمایند. طبیعی است که همه‌ی این‌ها، نیازمند برنامه‌ریزی‌های مناسب و افکندن نگاه وسیع‌تری به این «ظرفیت‌های پنهان» و گاهی مغفول، برای یادگیری عمیق و ریشه‌دار است؛ ظرفیت‌هایی که در نظریه‌های برنامه‌ی درسی، از آن‌ها با عنوان **برنامه‌ی درسی پنهان**[۱] یا **برنامه‌ی درسی ضمنی**[۲]، و **برنامه‌ی درسی خالی**[۳] نام برده شده است.

برنامه‌ی درسی پنهان یا برنامه‌ی درسی ضمنی، دو جنبه دارد؛ یک جنبه همان است که برنامه‌ریزان درسی پیش‌بینی آن‌ها را نکرده‌اند اما در عمل اتفاق می‌افتند. به طور نمونه، بسیاری از بدفهمی‌هایی که در زمینه‌ی یادگیری ریاضی رخ

می‌دهد، یا رقابت‌های فرسایشی که ممکن است به دلیل نوع ارزشیابی از موفقیت تحصیلی در بین دانش‌آموزان رواج یافته باشد، از مصادیق برنامه‌ی درسی پنهان است. اما جنبه‌ی دیگر، همان است که برنامه‌ریزان درسی، با درایت و هوشیاری از قبل، پیش‌بینی آن‌ها را کرده و برای آن‌ها، فرصت و ظرفیت ایجاد نموده‌اند، اگرچه مانند درس‌های رسمی به آن‌ها نمی‌پردازند ولی از طریق فرصت‌های مناسب، زمینه‌های یادگیری آن‌ها فراهم می‌کنند.

اوقات فراغت تابستان از جمله فرصت‌های بی‌نظیری است که می‌توان برای آن، در طول سال تحصیلی آمادگی ایجاد نمود و دانش‌آموزان را نسبت به چگونگی گذراندن آن راهنمایی کرد. مثلاً، یاد گرفتن مهارت‌های زندگی، در جریان زندگی واقعی، یعنی خارج از مدرسه، محتمل‌تر است و اوقات تابستان، فرصت مغتنمی است تا دانش‌آموزان، به دور از قیل و قال مدرسه، با این مهارت‌ها آشنا شوند. برنامه‌ریزان می‌توانند به طور ضمنی، در برنامه‌ریزی این ایام، نقش سازنده‌ای ایفا نمایند.

از این گذشته، در تابستان، دختران و پسران می‌توانند بدون دغدغه‌ی رعایت دقیق زمان آموزش، و بدون اجبار برای چیزهایی که باید به طور رسمی در مدرسه یاد بگیرند، انتخابگری کنند و آن‌چه را که خود می‌پسندند، بیاموزند. در واقع، برنامه‌ی درسی خالی، به معنای ظرفیت‌های خالی مانده‌ای است که دانش‌آموزان می‌توانند آن‌ها را به انتخاب خود پر کنند. برای مثال فعالیت‌هایی مانند کتابخوانی، گردشگری، آشپزی، موسیقی، هنر، کاردستی، ورزش، و نظایر این‌ها همه می‌توانند «برنامه‌ی درسی خالی» را پر کند. چه‌بسا در ضمن همین فعالیت‌ها، آن‌ها درس‌هایی را هم که در مدرسه آموخته‌اند خودبه‌خود و در عمل مرور کنند.

با وجود این که ایام تابستان می‌تواند چنین ظرفیت‌های خالی مانده‌ای را که در برنامه‌ی درسی وجود دارد پر کند باز هم هر از گاهی، بحث‌هایی راجع به کاهش این ایام مطرح می‌شود و بدون این که معلوم شود مبنای کارشناسی این بحث‌ها چیست؟

البته معلوم است که اگر آموزش و یادگیری را منحصر به آموزش رسمی بدانیم و به هیچ یک از ظرفیت‌های پنهان یا خالی برنامه‌ی درسی که اشاره شد توجه نکنیم؛ و اگر یادگیری را صرفاً «تغییر رفتار» بدانیم بدون این که نسبت به چگونگی به‌وجودآمدن طرحواره‌های ذهنی و توسعه‌ی مفهوم در یادگیرندگان حساسیت نشان دهیم؛ هم‌چنین اگر هنوز، با وجود زیستن در قرن بیست و یکم، آموزش و یادگیری را جریانی یک‌طرفه و منفعلانه از معلم و مدرسه به دانش‌آموز تصور کنیم و به ظرفیت‌های بی‌نظیر و چشم‌گیر تکنولوژی بی‌توجه باشیم؛ آن‌وقت، طبیعی است که نگران تعطیلات طولانی تابستان باشیم. در واقع چون یادگیری را متکی بر حافظه و از طریق تمرین و تکرار می‌دانیم، نگرانیم که با این ایام، آموخته‌های بچه‌ها به خطر افتد و دچار فترت شود. در عین این که برنامه‌ریزی برای اوقات فراغت، کاری سخت و انرژی‌بر است و نمی‌توان به همان سهولت برنامه‌های رسمی، آن را مهار کرد. اینجاست که هراز گاهی می‌شنویم که نسبت به طولانی بودن تعطیلات تابستانی ابراز نگرانی می‌شود و به جای رویارویی با این چالش جدید و ورود به دنیای جدیدی که مرز بین مدرسه و جامعه را در نوردیده است، و درنهایت، برنامه‌ریزی برای این اوقات، صورت مسأله را پاک می‌کنیم و تصور می‌کنیم که کاهش تعطیلات تابستانی کیفیت آموزش را بالا می‌برد.

این‌ها همه در حالی است که متوسط تعطیلات تابستان، در همه‌ی دنیا، حدود سه ماه است؛ اما نگرانی‌هایی که در همه‌جا نسبت به مشکلات آموزشی ابراز می‌شود، کمتر از همه، از جنس طولانی بودن تعطیلات سال نو و تابستان و بیش‌تر مربوط به عوامل دیگر است. البته همان‌طور که اشاره شد و بدیهی است، سامان دادن به این اوقات، بودجه و همت و حمایت و فکر و تعهد و برنامه‌ریزی‌های اصولی می‌طلبد. پس چه بهتر که راجع به این مسأله‌ی باز، بیش‌تر فکر کنیم و عجولانه، تصمیم نگیریم.

زیرنویس‌ها

1. Hidden Curriculum
2. Implicit Curriculum
3. Null Curriculum

دانش‌آموزان، در سطوح مختلفی از تفکر باشند. در نتیجه، آشنایی با این سطوح تفکر، ضروری است:

سطوح تفکر فن هیلی و فن هیلی

سطح ۱ـ تشخیص (دیداری)
سطح ۲ـ تجزیه و تحلیل، آنالیز
سطح ۳ـ استنتاج غیررسمی [استدلال استقرایی]
سطح ۴ـ استنتاج رسمی [استدلال استنتاجی]
سطح ۵ ـ دقت [تعمیم]

یعنی، اولین مرحله یا سطح یادگیری، تشخیص (دیداری) اجسام هندسی است. در مرحله‌ی دوم، یادگیرنده به تجزیه و تحلیل این تشخیص دیداری می‌پردازد و روابط بین آن‌ها را کشف می‌کند. سپس در مرحله‌ی سوم، با استفاده از استدلال استقرایی، به طور غیررسمی، دست به استنتاج می‌زند و در مرحله‌ی چهارم، با استفاده از استدلال استنتاجی، اقدام به اثبات حدسیه‌های خود می‌کند. سطح پنجم، سطح دقت و تعمیم و تجرید مفاهیم هندسی و ورود به هندسه‌ی مجرد است که معمولاً، این سطح متعلق به دانشگاه است. در حالی که سطوح ۱ و ۲، عمدتاً مربوط به دوره‌های ابتدایی و راهنمایی هستند.

فن هیلی و فن هیلی، با اتکا به این سطوح تفکر، نظریه‌ای تبیین کردند، که یکی از محبوب‌ترین نظریه‌های یادگیری در آموزش هندسه‌ی مدرسه‌ای است. طبق این نظریه، یادگیرنده باید در داخل سطوح به ترتیب حرکت کند. به عبارت دیگر، دانش‌آموز بدون کسب مهارت در یک سطح، نمی‌تواند به سطح بالاتر برود. البته بعضی از محققان، نقدهایی برنظریه‌ی یادگیری هندسه‌ی فن هیلی و فن هیلی وارد کرده‌اند که مهم‌ترین آن‌ها، در مورد گسسته بودن مراحل یادگیری است. با این وجود، نتایج حاصل از تحقیقات بیش‌تر، محققان را به این سمت سوق داده است که حرکت از یک سطح به سطح بعدی را، به عنوان یک فرآیند پیوسته در نظر بگیرند، زیرا رسیدن به این سطوح تفکر، تدریجی است و دانش‌آموزان مختلف، می‌توانند در زمینه‌های مختلف هندسه، در سطوح مختلفی قرار گیرند. البته، هدف این مقاله، تشریح این نظریه نیست، بلکه مقدمه‌ای است برای توضیح رویکردی که در چینش محتوای کتاب‌های هندسه (۱) و (۲) اتخاذ شد.

چگونگی چینش محتوای کتاب‌های هندسه (۱) و (۲)

با توجه به این که طبق نظریه‌ی یادگیری هندسه‌ی فن هیلی و فن هیلی، سطوح تفکر برای اغلب دانش‌آموزان دبیرستانی، سطح ۳ و سطح ۴ است، این سؤال مطرح می‌گردد که چگونه می‌توان **سطح ۴**، یعنی استدلال استنتاجی را، به دانش‌آموزان ایرانی آموزش داد؟ آیا **سطح ۴**، خود دارای زیر سطح‌های مختلف است؟ تجربه‌ی آموزش هندسه در ایران و یافته‌های تحقیقات آموزشی در دنیا، نگارنده و همکاران وی را متقاعد کرد که یادگیری تفکر جبری و محاسباتی، از تفکر استنتاجی مجرد، ساده‌تر است. بنابراین، در تنظیم کتاب‌های هندسه (۱) و (۲)، بخش‌های محاسباتی هندسه به ابتدای هندسه (۱) منتقل شدند. هم‌چنین، محاسبات زاویه، مساحت، قضیه‌ی فیثاغورس، تشابه و محاسبه‌ی حجم و سطح اجسام، همگی به هندسه (۱) انتقال یافتند. زیرا یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که اگر از دانش‌آموزی خواسته شود که مثلاً ثابت کند $a^2=bc$، این کار برای او مشکل‌تر است تا از او سؤال شود که با داشتن b و c، a را برحسب آن‌ها محاسبه کند ـ که همان نتیجه‌ی مورد نظر است. نیز، پولیا معتقد است که مسایل «ثابت کنید» برای دانش‌آموز رعب‌آورند، در صورتی که مسایل «به دست آورید»، ساده و دلنشین هستند. بنابراین، در هندسه(۱) سعی شد که بیش‌تر مسایل، به صورت «محاسبه کنید»، بیان شوند. هم‌چنین، ادبیات پژوهشی در حوزه‌ی یادگیری هندسه نشان می‌دهد که ردیف کردن اصول موضوعه در ابتدای آموزش هندسه، باعث بی‌انگیزگی و تنفر دانش‌آموزان از هندسه می‌شود. به همین دلیل، در هندسه (۱)، اصول موضوعه‌ی هم‌نهشت بودن مثلث‌ها؛ یا اصول موضوعه‌ی مساحت، بدون نام بردن واژه‌ی **اصل موضوع**، بیان شدند، در حالی که در کتاب، از آن‌ها، به طور دقیق استفاده شده است. مثلاً، بعضی از مطالبی که در دوره‌ی راهنمایی آموزش داده شده و مطالب مقدماتی هندسه هستند، مجدداً در فصل (۱) و در چارچوب استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی، دوباره بیان شده و آموزش داده شده‌اند و همین تاکتیک، در فصل اول هندسه (۲) نیز، به کار گرفته شده است. در این فصل، آموزش غیرمستقیم نامساوی‌ها در مثلث، همرسی در مثلث‌ها، مکان هندسی و رسم هندسی، در غالب استراتژی حل مسأله، برهان خلف و عکس قضیه، بیان و تدریس شده‌اند. همین طور، هندسه‌ی فراکتالی به عنوان نمونه‌ای از استدلال استقرایی، آموزش داده شده است. پس از آن، فصل

دوم هندسه(۲)، به مبحث موضوعی دایره به‌طور سنتی پرداخته که در اثبات قضیه‌های آن، از مباحث فصل اول هندسه (۲)، مانند برهان خلف و عکس قضیه، استفاده شده است.

فصل (۳) کتاب هندسه (۲)، به مبحث تبدیلات به صورت تحلیلی پرداخته است. لازم به ذکر است که از لحاظ سطح یادگیری، این مبحث در هندسه (۱) قرار می‌گیرد، ولی به لحاظ این که کتاب هندسه (۱) برای سال اول دبیرستان تنظیم شده است و هندسه‌ی مختصاتی در ریاضی سال اول تدریس می‌شود که پیش‌نیاز مبحث تبدیلات با دید تحلیلی بود، به این دلیل به هندسه (۲) منتقل شد. بخش پایانی فصل سوم کتاب هندسه (۲) به مبحث هندسه‌ی تبدیلی اختصاص دارد که از لحاظ سطوح تفکر، تا اندازه‌ای پیشرفته است و در بخش ۳ـ۷، با عنوان **اثبات با استفاده از تبدیل‌ها**، آمده است.

هندسه‌ی خط و صفحه در فضا

هندسه‌ی خط و صفحه در فضا به صورت ترکیبی که در هندسه‌ی دبیرستانی ایران، آمده است، در بالاترین سطح تفکر در نظریه‌ی یادگیری هندسه‌ی فن هیلی و فن هیلی قرار دارد، یعنی از لحاظ تجرید، در بالاترین سطح است و تمام مراحل قبل از خود را در نظریه یادگیری فن هیلی و فن هیلی، به‌طور کامل در بر دارد. البته، هندسه‌ی خط و صفحه در فضا به صورت ترکیبی، سال‌ها است که از برنامه‌ی درسی اغلب کشورهای دنیا، حذف شده است. در نتیجه، اکنون در بسیاری از کشورها، دیگر درباره‌ی کم‌رنگ شدن این مبحث در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای، صحبت نمی‌کنند، چون اصولاً این مبحث، در برنامه‌ی درسی آن‌ها وجود ندارد[۲].

یکی از ظرافت‌های تدوین برنامه‌ی درسی ریاضی در این است که بدانیم از هر مطلب چه اندازه باید گفته شود و آن مطلب با چه گستردگی ارایه شود. با توجه به این که هر روز، مباحث و مطالب جدیدی وارد برنامه‌ی درسی ریاضی دبیرستان می‌شود، واضح است که نمی‌توان تمام مطالبی را که در گذشته تدریس می‌شد، نگه داشت و مطالب جدید را نیز به آن، اضافه کرد

کتاب‌های جدیدتر هندسه نیز، در یک یا دو صفحه، به مباحث خط و صفحه در فضا پرداخته‌اند که از آن میان، می‌توان به جیکوب (۱۹۷۴)، لوید و دیگران (۲۰۰۵) اشاره کرد.

این در حالی است که در اکثر کشورها، برای آموزش هندسه‌ی خط و صفحه، از هندسه‌ی برداری و تحلیلی سود می‌جویند، زیرا معتقدند که یادگیری این نوع هندسه، آسان‌تر است و دیگر نیازی به تدریس هندسه‌ی خط و صفحه به صورت ترکیبی نیست.

پس، بودن یا نبودن هندسه‌ی خط و صفحه به صورت ترکیبی در برنامه‌ی درسی هندسه‌ی مدرسه‌ای، خود یک مسأله‌ی باز است و نیاز به پژوهش‌های بنیادی دارد. در همین راستا، زنگنه (۱۳۷۶)، استاندارد زیر را برای برنامه‌ی درسی ملی ریاضی در ایران، پیشنهاد کرد:

استاندارد ۱: برای حذف هر مفهوم در برنامه‌ی درسی ریاضی، باید دلیل‌های کاملاً قانع‌کننده مبتنی بر پژوهش وجود داشته باشد. در غیر این صورت، وجود آن مفهوم در برنامه‌ی درسی، بلامانع است.

با توجه به استاندارد پیشنهادی بالا، و با توجه به این که هندسه‌ی خط و صفحه در برنامه‌ی درسی ریاضی ایران همیشه وجود داشته و هنوز پژوهش اصیلی برای حذف آن انجام نشده است، وجود این مبحث در برنامه‌ی درسی ریاضی ایران، قابل توجیه بود. به همین دلیل، ابتدا قرار شد که این مبحث، در کتاب هندسه(۳) و همراه مطالب پیشرفته‌تر دیگری از هندسه‌ی مسطحه، مطرح گردد و به‌طور موقت، تا کامل شدن این بخش از کتاب، به مدت یک سال، از بخش مشابه در کتاب هندسه‌ی نظام قدیم استفاده شود و به نام جزوه‌ی تکمیلی هندسه(۲)، به این کتاب پیوست شود. متأسفانه، این تصمیم موقتی، بیش از ۷سال طول کشید و این تأخیر، به دلیل عدم هماهنگی زبان و فرهنگ و رویکرد این جزوه با کتاب هندسه(۲)، باعث اختلال در یادگیری هندسه توسط دانش‌آموزان، و مهم‌شدن اهداف کتاب‌های هندسه (۱) و (۲) برای معلمان شد. به‌طور نمونه، تقریباً در هر جلسه‌ای که نگارنده‌ی این مقاله با دبیران محترم ریاضی داشت، این مسأله، یعنی عدم هماهنگی جزوه‌ی تکمیلی با هندسه (۲) مطرح می‌شد و همکاران، تقاضای تدوین جزوه‌ای برای حل این مشکل می‌کردند. به دلیل این نیاز که بارها

اعلام شده بود، نگارنده به تدوین جزوه‌ای برای دبیران، اقدام نمود (زنگنه، ۱۳۸۲). این جزوه، یک مقاله‌ی موضوع ـ محور بود و روی ابعاد آموزشی آن، کار نشده بود و مخاطب این جزوه، معلمان ریاضی بودند نه دانش‌آموزان. مدتی پس از چاپ این مقاله، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی نیز، تألیف فصل چهام کتاب هندسه (۲) و جایگزینی جزوه‌ی تکمیلی با آن را در دستور کار فوری خود قرار داد.

اهداف آموزشی فصل (۴) هندسه (۲)

برای آشنایی بیش‌تر با فصل (۴) هندسه (۲)، بخش‌های آن به اختصار، معرفی می‌شوند:

۴ـ۱: اصول و مقدمات

۱ـ آموزش اصول موضوعه‌ی هندسه‌ی خط و صفحه، با استفاده از درک شهودی و استدلال استقرایی؛

۲ـ استفاده از این اصول، برای اثبات قضیه‌ها و مسأله‌های جدید؛

۳ـ آموزش مفهوم وجود و یکتایی، و استفاده از این مفهوم به عنوان ابزار قوی حل مسأله‌ی ریاضی؛

۴ـ استفاده از برهان خلف به عنوان ابزاری برای حل مسأله‌ی ریاضی؛

۵ـ توسعه‌ی شهود هندسی در فضای سه بعدی؛

۶ـ درک وضعیت خط‌ها و صفحه‌ها در فضا؛

۷ـ مشخص کردن فضا.

۴ـ۲: خط‌ها و صفحه‌های موازی

۱ـ شرط لازم و کافی توازی خط و صفحه؛

۲ـ شرط لازم و کافی توازی دو صفحه؛

۳ـ استفاده از نتایج خط و صفحه برای حل مسأله‌های جدید.

۴ـ۳: عمود بودن خط و صفحه

۱ـ درک شهودی مفهوم عمود بودن خط و صفحه؛

۲ـ درک قضیه‌ی اساسی تعامد؛

۳ـ یادگیری فرآیند استراتژی اثبات در قضیه‌ی اساسی تعامد؛

۴ـ درک وجود و یگانگی عمود بر یک خط از یک نقطه؛

۵ـ درک وجود و یگانگی خط عمود بر یک صفحه از یک نقطه؛

۶ـ استفاده از مفهوم تعامد برای اثبات قضیه‌ها و مسأله‌های خط و صفحه؛

۷ـ درک مفهوم عمود بودن دو صفحه بر هم.

ترسیمات هندسی به عنوان قلب اثبات در قضیه‌های وجودی

یکی از ظرافت‌های تدوین برنامه‌ی درسی ریاضی در این است که بدانیم از هر مطلب چه اندازه باید گفته شود و آن مطلب با چه گستردگی ارایه شود. با توجه به این که هر روز، مباحث و مطالب جدیدی وارد برنامه‌ی درسی ریاضی دبیرستان می‌شود، واضح است که نمی‌توان تمام مطالبی را که در گذشته تدریس می‌شد، نگه داشت و مطالب جدید را نیز به آن، اضافه کرد. بنابراین، چاره‌ای جز گزینش مطالب نیست. مثلاً در گذشته، هندسه‌ی فضایی در پایه‌ی یازدهم رشته‌ی ریاضی، به عنوان یک درس در یک سال تحصیلی ارایه می‌شد (صفاری و قربانی، ۱۳۳۰ و ۱۳۴۵). با وجودی که در حال حاضر، تمام هندسه‌ی دوره‌ی متوسطه‌ی رشته‌ی ریاضی ـ فیزیک، تنها ۵ واحد، و شامل یک درس ۲ واحدی و یک درس ۳ واحدی است، پس به طور طبیعی، با این کاهش ساعت آموزشی، جایگاه اختصاص داده شده به هندسه‌ی فضایی سابق نیز، کاهش یافت و به صورت یک فصل در کتاب هندسه (۱) و یک فصل در کتاب هندسه (۲)، درآمد. از این گذشته، با عمومی‌تر شدن ریاضی در دو دهه‌ی اخیر، و جمعیت فزاینده‌ای که در رشته‌های ریاضی‌ـفیزیک تحصیل می‌کنند و با مقایسه‌ی آن‌ها با دانش‌آموزان دبیرستانی سال‌های ۱۳۴۲ تا ۱۳۴۶، به این نتیجه می‌رسیم که هم حجم ساعات اختصاص داده شده به این مبحث بسیار کم‌تر از گذشته شده است و هم مخاطبان آن با گذشته، فرق کرده‌اند. پس طبیعی است که با توجه به چنین شرایطی، باید از بین مباحث هندسه‌ی خط و صفحه، دست به گزینش زد و بعضی از قضیه‌ها را انتخاب کرد، و این کاری بود که در جریان تألیف بخش (۴) کتاب هندسه (۲)، انجام شد.

اما انتخاب مباحث و قضیه‌ها، یکی از جالب‌ترین، واقعی‌ترین و چالش‌آورترین بحث‌هایی بود که در جریان تألیف فصل (۴) کتاب هندسه (۲) انجام شد. گاهی، وقتی صحبت از انتخاب و گزینش مطرح می‌شد، بعضی از همکاران تألیف، پیشنهاد حذف اثبات‌های قضیه‌ها و بیان صورت آن را می‌دادند. پیشنهادی که با روح اهداف هندسه (۱) و (۲) در تضاد بود. زیرا صورت قضیه بدون اثبات یا بدون ارایه‌ی ایده‌ی اثبات، به حفظ کردن صورت قضیه‌ها و بیگانگی دانش‌آموزان با محتوای درسی، منجر می‌شد و با اهداف آموزشی بیان شده در تضاد قرار می‌گرفت. آوردن اثبات کامل قضیه‌ها هم،

به حجیم شدن بی‌دلیل این فصل از کتاب می‌انجامید. پس راه‌حل میانه‌ای مورد نیاز بود. این راه میانه، تشریح ایده‌ی اثبات قضیه و در واقع، تشریح آن چیزی بود که اثبات براساس آن، نوشته می‌شود. این همان چیزی بود که از آن، به عنوان ایده‌ی اساسی و اصلی اثبات یا **قلب اثبات** نام برده شد. زیرا اثبات رسمی و دقیق قضیه‌ها، در واقع، منظم کردن و پرکردن شکاف‌های ایده‌ی اثبات یا قلب اثبات است.

در هندسه‌ی خط و صفحه، طولانی‌ترین اثبات قضیه‌ها، در قضیه‌های وجودی مطرح می‌شوند. نگارنده مدت‌ها فکر کرد که چگونه برای قضیه‌های وجودی، قلب اثبات را پیدا کند به طوری که هم شهودی باشد و هم در خاطر دانش‌آموزان، باقی بماند. بالاخره، این نتیجه حاصل شد که **ترسیمات هندسی**، در واقع قلب اثبات در قضیه‌های وجودی هستند و این خود، یک اثبات ساختنی است. به همین دلیل، از ترسیمات هندسی، به عنوان یک رهیافت برای اثبات قضیه‌های وجودی، استفاده شد.

جمع‌بندی و مؤخره

در این مقاله، با مروری بر سیر تاریخی تألیف کتاب‌های هندسی در ایران، و معرفی یک نظریه‌ی یادگیری هندسه در این مقاله، عوامل دخیل در تدوین کتاب‌های هندسه (۱) و (۲)، نحوه‌ی چینش مطالب، اهداف آموزشی و به‌خصوص، اهداف آموزشی فصل (۴) کتاب هندسه (۲) با تفصیل بیش‌تری شرح داده شد. هدف این مقاله، بیش از هرچیز، ارایه‌ی یک مرجع و راهنمای کتاب برای معلمان ریاضی و منبعی برای پژوهش‌های بنیادی درباره‌ی هندسه در ریاضیات مدرسه‌ای در ایران بود. اهداف برنامه‌ی درسی ریاضی در دبیرستان، نیازمند تدوین یک برنامه‌ی منسجم و مکتوب است تا پژوهشگران و معلمان، بتوانند براساس آن، به تحقیق و نقد و بررسی کتاب‌های درسی ریاضی بپردازند.

هم‌چنین، اولین مرحله‌ی نقد و بررسی کتاب درسی، آگاهی از اهداف و فلسفه‌ی آموزشی کتاب است. منتقد، زمانی می‌تواند به نقد کتاب درسی بپردازد که به اهداف برنامه‌ریزان و مؤلفان آگاهی داشته باشد. متأسفانه، بعضی اوقات، مطالبی نقد می‌شوند که نه در کتاب درسی آمده و نه هدف مؤلفان آن کتاب بوده است. این خلأ، مسلماً تنها به نقادان کتاب‌ها برنمی‌گردد، بلکه بیش‌تر به کمبود مرجعی که برنامه‌ی درسی و اهداف آموزشی کتاب‌ها را شرح داده باشد برمی‌گردد. امید است که این مقاله، اولین قدم در این راه باشد.

زیرنویس‌ها

1. New Math

۲. نگارنده برای پیداکردن یک کتاب هندسه که مطالب خط و صفحه را به صورت ترکیبی ارایه داده باشد، به جز کتاب مویز و دانز (۱۳۷۳) و کتاب ولچونز و همکاران (۱۹۷۶)، کتابی نیافت.

مراجع

۱. اکرمی، موسی. (۱۳۷۷). **بیرشک‌نامه**، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.

۲. صفاری، قربانی(۱۳۳۰). دوره ی هندسه، هندسه‌ی فضایی، برای سال پنجم دبیرستان‌ها، کتاب فروشی‌ها و چاپخانه علی‌اکبر علمی، ۱۳۳۰.

۳. صفاری، قربانی (۱۳۴۵). هندسه، برای سال پنجم ریاضی، وزارت آموزش و پرورش.

۴. ظهوری زنگنه، بیژن؛ گویا، زهرا. (۱۳۷۴). دیدگاه‌های نوین آموزش هندسه، گزارش کارگاه آموزش ریاضی، بیست و ششمین کنفرانس ریاضی کشور، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۵. ظهوری زنگنه، بیژن. برداشتی پیرامون استانداردهای ملی برنامه ی درسی ریاضی، **خبرنامه ی انجمن ریاضی ایران**، اردیبهشت ۱۳۷۶، صص ۱۲ـ۱۰.

۶. ظهوری زنگنه، بیژن. (۱۳۸۲). هندسه‌ی فضایی، **رشد آموزش ریاضی**، شماره‌ی ۷۶، صص --، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

۷. غلام‌آزاد، سهیلا (۸۰ ـ ۱۳۷۹). رویکردهای نوین آموزش هندسه، **رشد آموزش ریاضی**، شماره‌ی ۶۰ـ۵۹. صص۱۸ ـ ۲۶، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

۸. فرودنتال، هانس. (۱۹۸۰). ریاضی جدید یا آموزش جدید؟ ترجمه‌ی سحر ظهوری زنگنه و زهرا گویا، **رشد آموزش ریاضی** (۱۳۸۰). شماره‌ی ۷۰، صص۲۸ تا ۳۹، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

۹. کیل پتریک، جیمز(۱۹۹۴). سیر تاریخی آموزش ریاضی، ترجمه‌ی فردین باتمانی و زهرا گویا، **رشد آموزش ریاضی** (۱۳۸۲). شماره‌ی ۷۱، صص ۴-۱۰، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

۱۰. گزارش نخستین کنفرانس آموزش ریاضی ایران؛ میزگرد آموزش هندسه، ۸ـ۱۱ شهریور ۱۳۷۵، اصفهان.

۱۱. گزارش دومین کنفرانس ریاضی ایران، میزگرد ریاضیات دبیرستانی در ایران، ۱۳۵۰.

۱۲. گویا و همکاران، (۱۳۷۴). هندسه (۱)، سال اول نظام جدید آموزش متوسطه (۱۳۷۴) دفتر برنامه‌ریزی تألیف کتاب‌های درسی، وزارت آموزش و پرورش؛ چاپ اول.

۱۳. گویا و همکاران، (۱۳۷۵). هندسه (۲)، سال دوم نظام جدید آموزش متوسطه، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، وزارت آموزش و پرورش، چاپ اول.

۱۴. مویز و دانز (۱۳۷۳). هندسه، مترجم: محمود دیانی، انتشارات فاطمی، تهران.

15. Boyd, C.J. & et al. (2005). **Geometry**, MaGraw Hill.

16. Jacobs, H. R. (1974). Geometry, W. H. Freeman & Company.

17. Senk, S. (1989) Van Hiele Levels and Ahcivement in Writing Geometry Proofs, **Journal of Research in) Mathematics Education**, 20(30), 309-321.

18. Velchons, A. M. & et al (1976). **Plane Geometry**, Ginn & Company.

معرفی نظریه‌ی پیاژه و نظریه‌ی فن هیلی-فن هیلی در مورد یادگیری هندسه*

ژان پیاژه

پی‌یر فن هیلی

ابراهیم ریحانی
دانشجوی دکتری آموزش ریاضی دانشگاه دولتی مسکو
reyhani@ srttu.edu

چکیده

در حالی که در قسمت اعظم قرن بیستم، تفکر جبری در حوزه‌ی ریاضیات حاکم بوده است، به نظر می‌رسد که تمایلی رو به گسترش و در حال رشد در مورد ایده‌های هندسی و به ویژه با توجه به کاربردهای جدید آن ـ چه در حوزه‌ی ریاضی و چه در دیگر شاخه‌های علوم ـ برانگیخته شده است. این مهم است که ما در دنیای واقعی زندگی می‌کنیم و دنیای واقعی، هندسی است. طبیعت دوگانه‌ی هندسه به عنوان یک حوزه‌ی نظری و یک حوزه‌ی تجربیات عملی، این امکان را فراهم می‌کند که معلمان ریاضی، ارتباطی بین نظریه و دانش روزانه‌ی دانش‌آموزان، برقرار کنند. هندسه برای فهم و تعبیر پدیده‌های گوناگون توسعه پیدا کرده است و بدین جهت، لازم است که تفکر هندسی مورد نیاز برای فهم این پدیده‌ها و چگونگی توسعه‌ی آن‌ها، بررسی شود.

هدف این مقاله، مروری است بر دو نظریه ی مهم ـ نظریه‌ی تحول ذهنی پیاژه و نظریه ی تفکر هندسی فن هیلی ـ فن هیلی.

در دهه‌ی گذشته، نظریه‌های دیگری نیز در مورد تفکر هندسی مطرح شده‌اند که از جامعیت و عمومیت نظریه‌های پیاژه و فن هیلی ـ فن هیلی برخوردار نیستند و هنوز هم به نظر اکثر آموزشگران ریاضی، این دو نظریه شناخته شده‌ترین و مهم‌ترین نظریه‌های تفکر هندسی هستند.

ابراهیم ریحانی، دانشجوی دکتری آموزش ریاضی دانشگاه دولتی مسکو

هندسه چیست؟

یکی از تعاریف مناسب برای هندسه، متعلق به فلیکس کلاین[1] است که هندسه را یک فضای همراهی با گروهی از تبدیلات به توی خودش می‌داند. هندسه‌دان خواصی را مطالعه می‌کند که تحت این تبدیلات، پایا هستند. با توجه به گروه‌های تبدیلات متفاوت، هندسه‌های متفاوتی وجود دارند که یک هندسه‌ی سلسله‌مراتبی[2] را تشکیل می‌دهند. به نظر می‌رسد بیش‌تر توسعه‌ی هندسه در قرن بیستم، برگرفته از کار کلاین بود [۱]. کلاین که تعریف خود را در ۱۸۷۰ ارایه کرد، گروه تبدیلاتی را در نظر می‌گیرد که در حال افزایش هستند.

این تبدیلات از گروه تبدیلات محدود شده به هم‌نهشتی[3]، متناظر با هندسه‌ی اقلیدسی شروع می‌شود و سپس به تصویر موازی[4] متناظر با هندسه‌ی آفینی و در ادامه، به تصویر مرکزی[5] متناظر با هندسه‌ی تصویری، و در نهایت، به نگاشت‌های پیوسته[6] در توپولوژی، افزایش می‌یابد. به همان میزان که گروه تبدیلات بزرگ‌تر می‌شوند، خاصیت‌های کمتری بدون تغییر باقی می‌مانند، مفاهیم مورد مطالعه کمتر می‌شوند و قضیه‌ها عمومیت بیش‌تری پیدا می‌کنند.

والتر وایتلی(۱۹۹۹)، تعدادی از نکات عملی را که از این سلسله مراتب هندسه‌ها پدیدار می‌شوند، بر می‌شمرد. به عنوان مثال، در مواجهه با یک مسأله‌ی جدید هندسه باید ابتدا در مورد نوع هندسه‌ی مناسب برای حل مسأله تصمیم گرفت. زیرا در غیر این صورت، با انتخاب یک هندسه‌ی سطح پایین (از نظر تبدیلات)، شکل‌ها و طرح‌ها، در توده‌ای از روابط نامربوط پنهان می‌شوند. یا این‌که با انتخاب هندسه‌ی خیلی سطح بالا (باز هم از نظر تبدیلات)، شکل‌ها و طرح‌ها را به طور کامل از دست می‌دهیم. نکته‌ی دیگر این‌که تبدیلات، مفاهیم کلیدی هندسه هستند و استدلال با تبدیلات، باید یکی از موضوع‌های اصلی یادگیری هندسی ما باشد[۲].

امروزه یکی از مشکلات اصلی طراحی برنامه‌ی درسی هندسه آن است که هندسه‌های جالب زیادی، خیلی بیش‌تر از آن‌که در برنامه‌ی درسی بگنجد، وجود دارند. در حالی که طی سال‌های متمادی، هندسه‌ی مدرسه‌ای محدود به نامیدن اشکال و اندازه‌گیری زاویه‌ها و نظایر آن می‌شد. برای توصیف و فهم دنیای دوبعدی و سه بعدی که در آن زندگی می‌کنیم، ریاضی‌دانان، هندسه‌های متفاوتی را ایجاد کرده‌اند. برآورد اخیر جونز (۲۰۰۰)، نشان می‌دهد که بیش از ۵۰ نوع هندسه وجود دارد[۱].

به همین روال، هندسه به رشد و توسعه‌ی خود ادامه داده است و در حال حاضر، شامل فهم پدیده‌های گوناگون بصری می‌باشد. تعاریف اخیر از هندسه نیز، به نوبه‌ی خود، حاکی از گسترش آن در زمان حاضر است. جونز(۲۰۰۰)، به نقل از سرکریستوفر زیمان[8]، تعریف اخیر را برای هندسه ارایه داده است: «هندسه دربردارنده‌ی آن شاخه‌هایی از ریاضیات است که درک و بینش بصری (مسلط‌ترین حس ما) را برای یادآوری قضایا، فهم اثبات، القای حدس و درک واقعیت، به کار می‌گیرند و به ما، بصیرت کلی می‌دهند.»[۱]

از طرف دیگر، امروزه هندسه کاربردهای عملی فراوانی یافته است. وایتلی (۱۹۹۹) به تعدادی از کاربردهای اخیر هندسه در CAD[9]، مدل‌سازی هندسی، ربوتیک[10]، پزشکی، متحرک‌سازی کامپیوتری[11]، شیمی محاسباتی[12]، فیزیک، بیولوژی، سیستم اطلاعات جغرافیایی[13] و ریاضیات، اشاره می‌کند[۲].

تشخیص هندسه به عنوان یک مهارت پایه‌ای ریاضی، در برنامه‌ی درسی ریاضی بسیاری از کشورها در سال‌های اخیر، مورد تأکید قرار گرفته است. بنابراین، چگونگی تفکر هندسی و آموزش هندسه، در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای، از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است، و در بین نظریه‌هایی که در مورد آموزش هندسه و تفکر هندسی وجود دارند، شناخته شده‌ترین آن‌ها، نظریه‌ی پیاژه[14] و نظریه‌ی فن‌هیلی-فن‌هیلی[15] است. به همین دلیل، در این مقاله به معرفی این دو نظریه‌ی یادگیری هندسه و ویژگی‌های هریک، می‌پردازیم.

نظریه‌ی پیاژه در مورد یادگیری هندسه

پیاژه و همکارانش، در مورد ایده‌های هندسی و رشد تفکر هندسی دو کتاب با عنوان‌های تصور کودکان از فضا[۱۴] و تصور کودکان از هندسه [۱۵] نوشته‌اند. وی معتقد است که تفکر و تصور ذهنی یادگیرنده از فضا، یک تعبیر ادراکی نیست، بلکه در عوض، کودکان نمایش و تصور خود را از فضا، از طریق عمل خود می‌سازند. پیاژه و همکارانش اعتقاد داشتند که کودکان، قبل ازاین که بتوانند هر چیز دیگری را در مقابل شکل‌های مجرد تشخیص دهند، قادرند که شکل‌های دارای سوراخ و زوایای کاو را، از آن‌هایی که پر و کوژ هستند، تمیز دهند[۷].

هم‌چنین با این که تاریخ رسمی هندسه، با هندسه‌ی اقلیدسی شروع می‌شود، با هندسه‌ی تصویری توسعه می‌یابد و سپس به توپولوژی می‌رسد، از نظر پیاژه، این روند در مورد یادگیری هندسه و تفکر هندسی در نزد کودکان، برعکس است. طبق تحقیقات پیاژه، نخستین تجربیات هندسی کودکان، توپولوژیکی هستند، سپس به طرف ایده‌های تصویری می‌روند، و در نهایت، به ایده‌های اقلیدسی می‌رسند.

مفاهیم توپولوژیکی پایه

از نظر پیاژه، مفاهیم توپولوژیکی پایه، این موارد هستند: ([۱۴] و [۱۵])

۱. مجاورت[16]

مجاورت به موقعیت نسبی یک شیء در فضا برمی‌گردد، یعنی این که چقدر یک شیء یا رخداد نسبت به دیگری، دور یا نزدیک است. به طور طبیعی، کودکان میل دارند که به چیزهایی که نزدیک آن‌هاست، توجه کنند، زیرا می‌توانند آن‌ها را لمس کنند و به دست‌ورزی با آن‌ها، بپردازند. کودکان به تدریج، اشیایی را که خارج از دسترس آن‌ها است، تشخیص می‌دهند و موقعیت آن اشیا را در فضا، مشخص می‌کنند.

اولین تجربیات کودکان با مفاهیم فضایی و واژگانی مانند دور، نزدیک، نزدیک به، زیر، بالای، بالا، پایین، کنار و نظایر آن، از تجربیات روزمره و فعالیت‌های بازی‌گونه‌ی آزاد، شکل می‌گیرد.

۲. جداسازی[17]

یک شی، رخداد، واقعه، یا فضا، بین دو شیء، یا حادثه‌ی دیگر قرار گرفته است. این امر، شامل تمایز بین اشیا و اجزای آن‌ها نیز می‌شود. تا وقتی که کودکان، درکی از جداسازی به دست نیاورند، نمی‌توانند به طور واضح، یک شی را به عنوان چیزی که دارای قسمت‌های مجزاست، یا یک گردایه که از قسمت‌های مجزا تشکیل شده است، ببینند. نقاشی کودکان، به ویژه تصاویری که از انسان‌ها رسم می‌کنند، عدم توانایی آن‌ها را در مورد جداسازی نشان می‌دهد. به مرور، نقاشی کودکان و ایده‌ی آن‌ها، واضح‌تر می‌شود و آن‌ها، چیزهایی شبیه انگشت، پنجه‌ها و قسمت‌های سروصورت را، در جای درست خود، رسم می‌کنند. این پیشرفت به وضوح، نشان دهنده‌ی ایده‌ی جداسازی یا تفاوت بین کل و اجزا است که برای توسعه‌ی این ایده، چند سال وقت لازم است.

تقسیم یک کلاس به دو گروه، تقسیم یک کشور به استان‌ها یا ایالت‌های مختلف و نظایر آن، امکانات مفیدی برای نمایش مفهوم جداسازی هستند. تشخیص مجموعه‌ها و زیرمجموعه‌ها نیز، یک وجه مهم از جداسازی است که به فهم تعداد مفاهیم و قسمت‌های مشترک، کمک می‌کند.

۳. ترتیب[18]

ترتیب، به معنای دنباله‌ای از اشیا یا حوادث(زمانی) است که طبق اندازه، رنگ، خاصیت یا مشخصه‌ی دیگری، مرتب شده‌اند. یک دنباله از وقایع، دارای دو ترتیب از ابتدا تا انتها یا از انتها به ابتدا، و به عبارت دیگر، «به جلو»[19] یا «به عقب»[20] است. کودکان خردسال، ترتیب یک مجموعه از حوادث یا وقایع را حفظ نمی‌کنند، زیرا ایجاد و توسعه‌ی حس برگشت‌پذیری یا ترتیب معکوس، یک مهارت فکری مهم است. به طور مثال، هنگامی که کودکان، با زبان خود واقعه‌ای را بیان می‌کنند، اغلب آن را پس و پیش می‌کنند. اما به مرور، با فعالیت‌هایی مانند ابتدا، آخر، وسط، یکی به آخر و نظایر آن، واژگان ترتیب در کودکان، توسعه می‌یابد و دنباله‌ای از فعالیت‌ها، به تحکیم و تثبیت یک ترتیب منطقی از وقایع و اشیا، کمک می‌کند. البته، فکر کردن در مورد ابتدا به انتها یا «به جلو»، ساده‌تر از فکر کردن از انتها به ابتدا یا «به عقب» است. پس معلم، با توجه به این ویژگی‌های کودکان، باید به تنظیم فعالیت‌های مناسب اقدام نماید.

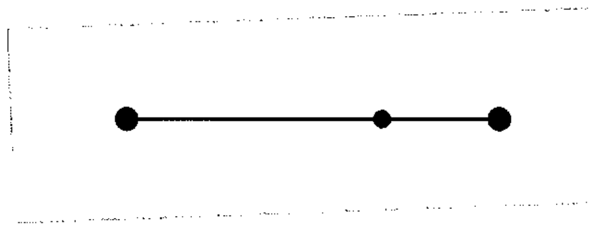
۴. حصر[21]

به ساده‌ترین بیان، حصر، موقعیت‌های **داخل، خارج، توی، خارج از،** و **بین** را تعریف می‌کند. به عبارت دیگر، حصر نشان می‌دهد که شیء یا حادثه‌ای، توسط اشیا یا حوادث دیگر، محاصره شده است. مثلاً، ایده‌ی یک منحنی ساده‌ی بسته مهم است و کمک می‌کند که توضیح داده شود چرا کودکان، شکل‌هایی مانند مربع، دایره و مستطیل را-به ویژه وقتی خودشان آن‌ها را رسم می‌کنند- به عنوان یک شکل، در نظر می‌گیرند.

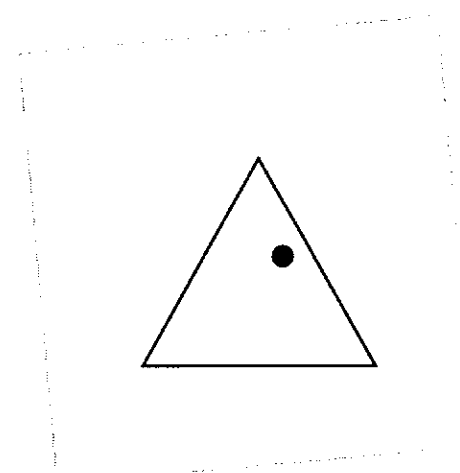
پیوست به این موارد برمی‌گردد:

ابراهیم ریحانی، دانشجوی دکتری آموزش ریاضی دانشگاه دولتی مسکو

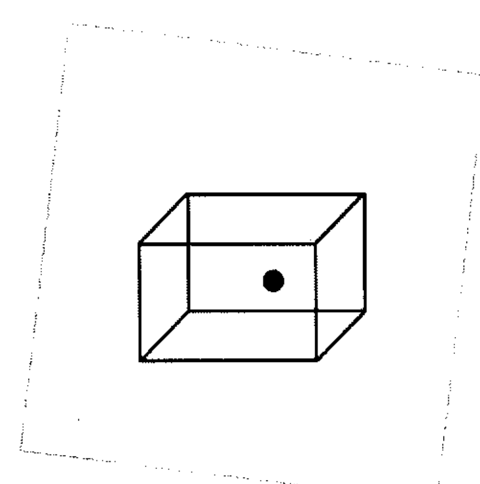
الف) موقعیت یک نقطه بین دو نقطه ی دیگر روی یک خط راست؛



ب) موقعیت یک نقطه داخل یک منحنی بسته روی صفحه؛



ج) موقعیت یک نقطه داخل یک شکل سه‌بعدی در فضا.



با توجه به این مفاهیم توپولوژیکی پایه، پیاژه، یک سری فعالیت های توپولوژیکی را برای کودکان بزرگ تر، پیشنهاد می کند که عمدتاً، شامل کار با نقشه و مازها و بازی ها می شود.

به طور مثال، توصیف راه های متفاوت بین دو شهر A و B روی یک نقشه، یک فعالیت توپولوژیکی مناسب است. علاوه بر این، می توان تأکید کرد که این مسیرها، یکدیگر را قطع نکنند یا مثلاً، دو بار از یک نقطه نگذرند. کمترین تعداد رنگ که با آن بتوان یک نقشه ی جغرافیایی را رنگ کرد، یا رسم اشکال بدون برداشتن قلم از کاغذ نیز، از جمله فعالیت های توپولوژیکی پیشنهادی پیاژه هستند.

هندسه ی تصویری

در تصاویری که کودکان خردسال رسم می کنند، معمولاً آسمان و زمین به عنوان اشیای متمایز رسم می شوند، ولی درکی از افق وجود ندارد. یا ممکن است در یک نقاشی که توسط کودکی از یک حیوان از پهلو کشیده شده است، مشاهده کنیم که هردو چشم حیوان، در یک طرف سر رسم شده اند زیرا برای کودک، مطلب مهم آن است که هر دو چشم، داخل سر شکلی باشند که از حیوان کشیده شده است. به عبارت دیگر، کودک در این مرحله، هنوز به توانایی تفکر هندسی که به وسیله ی هندسه ی تصویری توصیف می شود، دست نیافته است که بتواند طرف دیگر سرحیوان را، تصور کند. به تدریج، بین سنین ۴ تا ۹ سال، کودکان شروع به درک و نمایش اشیا از زوایای متفاوت یا منظرهای مختلف، و توسعه ی ایده های تصویری می کنند. جایگاه و موقعیت اشیا و تصاویر در ارتباط با یکدیگر، و به حساب آوردن ارتباط های عمودی و افقی، قسمتی از روش های کودکان برای نمایش دادن و دیدن دنیاست که این ایده ها، می توانند در نوعی هندسه که هندسه ی تصویری نامیده می شود، طبقه بندی شوند. به طور کلی، شاخه ای از هندسه که با خواص و پایداری اشکال هندسی تحت تصویر کردن سروکار دارد، **هندسه ی تصویری** نامیده می شود. به طور نمونه، در آزمایشی که کودکان ۴ تا ۱۰ ساله در آن شرکت داشتند، از آن ها خواسته شد که مایعی را در یک بطری که به صورت کج روی یک میز قرار گرفته بود، و نیز مردم یا خانه ها و درخت هایی را که روی یک تپه واقع شده بودند، رسم کنند. کودکان خردسال، به وضوح تفکر توپولوژیکی را نشان دادند و به تدریج، تفکر تصویری و هندسی آن ها، توسعه یافت و رابطه های عمومی و افقی نیز دیده شد[۱۰].

هندسه‌ی اقلیدسی

به اعتقاد پیاژه، کودکان پس از ایده‌های توپولوژیکی و مفاهیم تصویری، به طرف هندسه‌ی اقلیدسی حرکت می‌کنند و این جایی است که ارتباطات دقیق بین اشیا مانند اندازه، مطرح می‌شود. از نظر پیاژه، مشخصه‌های اقلیدسی، آن‌هایی که زاویه‌ها، تشابه و طول را توصیف می‌کنند، در آخرین مرحله می‌توانند تشخیص داده شوند.

در حالی که پیاژه و اینهلدر[۲۲]، توسعه‌ی تفکر هندسی را مرحله‌ای (توسعه‌ای) می‌دانند (توپولوژیکی، تصویری، اقلیدسی)، بعضی دیگر از محققان، اعتقاد دارند که هر سه نوع هندسه، هم‌زمان با یکدیگر توسعه می‌یابند ([۷] و [۱۰]). به هر صورت، اورت (۲۰۰۰) اظهار می‌دارد که با وجودی که در مورد فضای تصویری و فضای اقلیدسی-آن طوری که پیاژه در مورد آن‌ها صحبت می‌کند- تحقیقات خوبی انجام شده است، اما در مورد فضای توپولوژیکی، هنوز تحقیق کافی انجام نشده است[۹]. از بین تحقیقات اندکی که در این مورد انجام شده است، تحقیقی است که توسط اورت[۲۳] انجام شد، و معلوم گردید که با افزایش سن، تفکر فضایی توپولوژیکی کودکان هم افزایش می‌یابد[۹]. هم‌چنین، در مواردی، بعضی از ایده‌های هندسی در کودکان، زودتر از آنچه که پیاژه گفته بود، یافت شده است.

به هر حال، به نظر جونز[۲۴] (۲۰۰۰)، حتی در بهترین حالت‌ها، نسبت به نظریه ی پیاژه، نظرات ابهام‌آلودی وجود دارد. وی معتقد است که این ابهام، بدان معنی است که یک برنامه‌ی درسی هندسه‌ی مدرسه‌ای که بر اساس نظریه‌ی پیاژه تدوین شده است، نمی‌تواند به خوبی برنامه‌ی درسی هندسه ی موجود یا بهتر از آن، کار کند. بلکه به نظر می‌رسد که هنوز، به انجام تحقیقات بیش‌تر و مطالعه‌ی عمیق‌تر در مورد برنامه‌ی درسی هندسه‌ی مدرسه‌ای، نیازمندیم[۱].

نظریه‌ی تفکر هندسی فن هیلی و فن هیلی، و مراحل آموزشی آن

دو آموزشگر هلندی به نام‌های دینا فن هیلی[۲۵] و همسرش پی یر فن هیلی[۲۶] در سال ۱۹۵۹، نظریه‌ای را ابداع کردند که شامل سطوح تفکر هندسی است که دانش‌آموزان، طی حرکت خود، از تشخیص صرف تا نوشتن یک اثبات رسمی دقیق هندسی، طی می‌کنند. این مدل نظری توضیح می‌دهد که چرا دانش‌آموزان در یادگیری هندسه به طور عام، و در نوشتن اثبات به طور خاص، با مشکل مواجه می‌شوند. البته، به استثنای شوروی سابق که در دهه‌ی ۶۰، با توجه به مدل نظری فن هیلی، در برنامه‌ی درسی هندسه‌ی مدرسه‌ای تجدید نظر کرد، این نظریه در ابتدا، مورد توجه بین‌المللی قرار نگرفت. تا این که از اوایل دهه‌ی ۸۰ میلادی، این نظریه به طور دقیق، مورد بررسی گسترده قرار گرفت[۷]. به طور مثال، طی دهه‌ی ۱۹۹۰ میلادی، علاقه‌ی روبه گسترشی در آمریکای شمالی، برای انجام تحقیق در مورد مدل فن هیلی، به وجود آمده است، تا جایی که به گفته‌ی فن دوویل(۲۰۰۱)، امروزه فن هیلی، بیش‌ترین عامل مؤثر در برنامه‌ی درسی هندسه‌ی مدرسه‌ای در آمریکا شده است[۵]. لازم به توضیح است که مدل سطوح تفکر هندسی فن هیلی، حاصل تحقیقات دوره‌ی دکتری دینا فن هیلی و پی یرفن هیلی بود و چون دینا، مدتی پس از دفاع از رساله‌ی دکتری خود فوت کرد، پی یر فن هیلی، این نظریه را پالایش و اصلاح کرد و آن را بهبود بخشید[۶]. مدل فن هیلی، شامل ۲ قسمت سطوح تفکر و مراحل آموزشی است.

الف) سطوح تفکر[۲۷]

سطوح تفکر، توصیفی از روش‌های تفکر است که در یادگیری هندسه‌ی دانش‌آموزان، یافت می‌شود. این سطوح، به ما نمی‌گویند که یک شخص، چه مقدار دانش دارد. بلکه در عوض، توصیف می‌کنند که یک شخص، چگونه و در مورد چه نوع از ایده‌های هندسی، فکر می‌کند. این مدل، بیان می‌کند

که یک دانش‌آموز، طی فرایند یادگیری خود، با عبور از چندین سطح تفکر، می‌تواند پیشرفت کند.

سطوح تفکر عبارتند از:

سطح ۱ـ تشخیص[۲۸] (دیداری)

این مرحله، با شناسایی شکل‌ها شروع می‌شود که به طور طبیعی، به عنوان یک کل بدون مؤلفه‌های آن، دیده می‌شوند. دانش‌آموزان از مشاهده‌ی مستقیم، به عنوان اولین ابزار تفکر استفاده می‌کنند و در این مرحله، از فضا، تنها به عنوان چیزی که در اطرافشان وجود دارد، آگاه می‌شوند. شکل‌های هندسی، بر اساس نمود فیزیکی‌شان، تشخیص داده می‌شوند و فقط، به عنوان یک کل به حساب می‌آیند و قسمت‌ها یا خواصشان، در نظر گرفته نمی‌شود.

دانش‌آموزان در این مرحله، می‌توانند شکل‌ها را نام‌گذاری کنند و آن‌ها را تشخیص دهند، ولی نمی‌توانند خواص آن‌ها را بازگو کنند. آن‌ها هیچ توضیحی بر اساس خواص ندارند، ولی ممکن است بین شکل‌ها و مفاهیم آشنا، مشابهت برقرار کنند. مثلاً بگویند که می‌دانم این یک مستطیل است، به خاطر آن‌که شبیه یک در است. اگر چه دراین سطح، امکان آشنا شدن دانش‌آموزان با خواص هندسی اشیا وجود دارد، اما این خاصیت‌ها، به صورت واضح و روشن آموزش داده نمی‌شوند. دانش‌آموزی که در این سطح فکر می‌کند، ممکن است تصور کند اگر مربع را در امتداد ضلعش به اندازه‌ی مثلاً ۴۵ درجه دوران دهیم، دیگر مربع بودنش را از دست می‌دهد زیرا در این سطح، به ظاهر فیزیکی شکل توجه می‌شود و دانش‌آموزان، شکل‌ها را بر اساس ظاهر فیزیکی‌شان، دسته‌بندی و مرتب می‌کنند. در این سطح موضوع تفکر، شکل‌ها و چیزهایی هستند که شکل‌ها شبیه آن‌ها می‌باشند. نتیجه‌ی تفکر در این سطح، کلاس‌ها یا گروه‌هایی از شکل‌ها هستند که شبیه هم می‌باشند.

سطح ۲ـ تجزیه و تحلیل[۲۹]

در این سطح، دانش‌آموزان قادرند که خواص اشکال و مؤلفه‌های جزئی آن‌ها را مشخص کرده، توصیف کنند و توضیح دهند. برای مثال، دانش‌آموز تشخیص می‌دهد که یک مثلث متساوی‌الاضلاع، می‌تواند به وسیله‌ی سه ضلع مساوی، سه زاویه‌ی مساوی و تقارن‌ها، از دیگر مثلث‌ها متمایز شود.

دانش‌آموزان در این سطح قادرند که شکل‌ها را داخل یک دسته منظور کنند، به عوض این‌که آن‌ها را به عنوان یک شکل تنها، در نظر بگیرند. با تمرکز بر روی یک دسته از شکل‌ها، آن‌ها قادرند که در مورد آنچه که یک مستطیل را مستطیل می‌سازد، تفکر کنند(چهار ضلع، اضلاع متقابل موازی، اضلاع متقابل مساوی، چهار زاویه‌ی قائمه، قطرهای هم‌نهشت، و غیره). ایده‌ها در مورد یک شکل خاص می‌تواند به همه‌ی شکل‌هایی که در یک دسته قرار می‌گیرند، تعمیم داده شود. اگر یک شکل به یک دسته‌ی خاص مثلاً مکعب‌ها تعلق دارد، آن شکل همه‌ی خواص آن دسته را دارد. به طور مثال، همه‌ی مکعب‌ها دارای ۶ وجه هم‌نهشت هستند و هر کدام از وجه‌ها، یک مربع است.

با این وجود، دانش‌آموزان در این مرحله، خواص را به طور منطقی تنظیم نمی‌کنند و نمی‌توانند تحلیل کنند که از برخی خواص، خواص دیگری نتیجه می‌شود. این امر، نشان می‌دهد که در این سطح، دانش‌آموزان قادر نیستند اهمیت روابط و نسبت‌های بین خواص را، درک کنند. تحقیق شفیلد[۳۰] (۱۹۹۹) نشان می‌دهد که در این سطح، ممکن است که دانش‌آموزان، توانایی درک این را نداشته باشند که اگر یک مثلث دارای سه ضلع مساوی است، سه زاویه‌ی آن نیز مساوی هستند[۷]. برای دانش‌آموزی که در این سطح فکر می‌کند، ممکن است دشوار باشد باور کند که یک شکل، می‌تواند به چندین دسته‌ی متفاوت، تعلق داشته باشد یا حتی، چندین اسم مختلف داشته باشد. دانش‌آموزان در این سطح، اگر چه ممکن است که همه‌ی خواص مربع‌ها، مستطیل‌ها ومتوازی‌الاضلاع‌ها را فهرست کنند، ولی نمی‌توانند ببینند که این‌ها، درون دسته‌ی دیگری قرار می‌گیرند، یا این‌که همه‌ی مربع‌ها، مستطیل هستند و همه‌ی مستطیل‌ها، متوازی‌الاضلاع هستند. در این سطح، به جای شکل‌های تنها، موضوع تفکر دسته‌هایی هستند که شکل‌ها در آن‌ها، قرار می‌گیرند و محصول ونتیجه‌ی تفکر در این سطح، خواص شکل‌ها هستند. علاوه بر این‌ها، در این سطح، دانش‌آموزان نیازمند توسعه‌ی زبان مناسب، برای رسیدن به مفاهیم تازه و ویژه هستند. مثلاً، هنگامی که یک شکل توسط دانش‌آموزی که در این سطح فکر می‌کند توصیف می‌شود، ممکن است که او، همه‌ی خواصی را که دانش‌آموزان در این سطح می‌دانند، فهرست کند، ولی الزاماً، نداند که برای آن‌که یک شکل توصیف شود، کدام شرایط لازم وکافی هستند.

سطح ۳ـ استنتاج غیررسمی[۳۱]

در این سطح، دانش‌آموزان قادرند که خواص شکل‌ها را به صورت منطقی، تنظیم کنند و شکل‌ها و خواصشان را به وسیله‌ی تعریف، به هم ربط دهند. در این سطح هم‌چنین، آن‌ها این قابلیت را دارند که تقدم یک خاصیت را بر دیگری تشخیص دهند و بنابراین، آن‌ها می‌توانند یک خاصیت را از دیگری نتیجه بگیرند. در این سطح، دانش‌آموزان فهمی از اصول موضوعه ندارند و نمی‌توانند به صورت منطقی، رابطه‌ی بین عبارات را تفسیر کنند و استدلال آن‌ها، بر اساس خواص تجربی به‌دست آمده است. در این سطح، فهمی از استنتاج رسمی، نقش اصول، تعاریف رسمی، قضیه‌ها و عکس آن‌ها، جود ندارد. اما در این مرحله، یادگیرنده‌ها ممکن است بتوانند توضیح دهند یک مربع، یک مستطیل است و یک مستطیل، یک متوازی‌الاضلاع است. این دانش‌آموزان، با این‌که معنای کامل استنتاج را درک نمی‌کنند، با این حال، ایده‌ی ترتیب دادن یک بحث و استدلال را، از کتاب یا معلم خود، یاد می‌گیرند. در این سطح، دانش‌آموزان می‌توانند ارتباط‌های داخلی بین خواص اشکال را ـ هم درون یک شکل (مثلاً در یک متوازی‌الاضلاع)، موازی بودن اضلاع مقابل، تساوی زوایای مقابل را ایجاب می‌کند) و هم بین اشکال (یک مربع یک مستطیل است به خاطر این‌که دارای همه‌ی خواص یک مستطیل است) ـ درک کنند و ابراز دارند. یادگیرنده‌ها در این سطح، مستعد تفکر «اگر ـ آن‌گاه» (ولی نه اثبات رسمی)، هستند.

به همین دلیل، این سطح را می‌توان سطح ارتباط‌ها نیز، نامید زیرا در این سطح است که شخص باید بتواند ارتباط مجرد بین شکل‌ها را درک کند. برای مثال، یک لوزی، یک چهارضلعی با ۴ ضلع مساوی، و یک مستطیل، یک چهارضلعی با چهارزاویه‌ی قائمه است. دانش‌آموزی که در این سطح فکر می‌کند، می‌تواند تحلیل کند که پس یک مربع، هم یک لوزی و هم یک مستطیل است. به طور خلاصه، موضوعات تفکر در این سطح، خواص اشکال هستند و حاصل این تفکرات، درک ارتباطات بین خواص اشیای هندسی است.

سطح ۴ـ استنتاج رسمی[۳۲]

این سطح، می‌تواند سطح هندسه‌ی دبیرستانی باشد که شامل اصول، تعاریف رسمی، تعریف نشده‌ها، قضایا، و نظایر آن‌ها می‌باشد. در این مرحله، دانش‌آموزان اهمیت استنتاج را درک می‌کنند و می‌توانند لزوم وجود اصول، تعاریف و قضیه‌ها را درک کنند. آن‌ها هم‌چنین، در این مرحله، نیاز به یک نظام دقیق‌تر استدلال و منطق را درک می‌کنند و می‌توانند ضمن گذر از مرحله‌ی شهود صرف و درک مستقیم، با عبارات مجرد نیز کار کنند و بر اساس استدلال و منطق، نتیجه‌گیری نمایند. در این سطح، اهمیت استنتاج به عنوان روشی برای بنا نهادن یک نظریه‌ی هندسی در داخل یک دستگاه اصل موضوعی، فهمیده می‌شود، شرایط لازم و کافی درک می‌شوند، و درک تمایز بین یک عبارت و معکوس آن، می‌تواند ایجاد گردد. در این سطح، دانش‌آموز می‌تواند به فهم و درکی قابل اتکا و با ثبات از آنچه که قضایای ریاضی و تعریف نشده‌ها هستند، برسد و توانایی نوشتن یک اثبات را پیدا کند. موضوعات تفکر در این سطح، ارتباطات بین خواص اشیای هندسی و نتیجه‌ی چنین تفکری، ایجاد توانایی فهم و درک نظام‌های اصل موضوعی استنتاجی برای هندسه است.

سطح ۵ـ دقت[۳۳]

در این سطح، دانش‌آموزان به جای این‌که روی استدلال در یک نظام داده شده کار کنند، روی خود نظام‌ها تمرکز می‌کنند و به جای درگیر شدن با مصداق‌های خاص، تصاویر و مدل‌های ارجاعی، تنها با اشیای مجرد کار می‌کنند. دانش‌آموزان در این سطح، قادرند اصول متفاوت و تعریف نشده‌ها را با هم مقایسه کنند و با فهم و درک اهمیت دقت در ارتباط درونی ساختارها، قضیه‌ها را فرمول‌بندی کنند. از این گذشته، آن‌ها می‌توانند هندسه را در غیاب مدل‌های ارجاعی فیزیکی، مطالعه کنند و قضایا، اصول و تعاریف را به صورت رسمی، به کار ببرند. موضوع تفکر در این سطح، ارتباطات بین ساختارهای رسمی و محصول آن، برپایی و استقرار نظام‌های اصل موضوعی مقایسه‌ای و مرکب هندسی است. به عبارت دیگر، در این سطح، یادگیرنده‌ها می‌توانند با دستگاه‌های اصل موضوعی متنوع، کار کنند. یعنی، هندسه‌های غیراقلیدسی نیز می‌توانند مورد مطالعه قرار گیرند و نظام‌های متفاوت با هم مقایسه شوند و هندسه، به صورت مجرد دیده شود. واضح است که این مرحله، یک سطح دانشگاهی محسوب می‌شود و برای شخصی مناسب است که هندسه را به عنوان شاخه‌ای از ریاضیات، مطالعه می‌کند.

به گفته ی کرولی، آخرین سطح یعنی دقت، کمترین توسعه را در کارهای اصلی فن هیلی داشته است و از طرف محققان دیگر نیز، کم تر مورد توجه واقع شده است. به طوری که پی یر ماری فن هیلی ابراز کرده بود که خود، به ویژه به سه سطح نخست علاقه مند بوده است، زیرا بخش عمده ی هندسه ی دبیرستانی، در سطوح ۳ یا ۴، آموزش داده می شود. در نتیجه، نباید تعجب برانگیز باشد که چرا بیش تر محققان، روی سطوح پایین تر تمرکز کرده اند. با این حال، همان طور که مدل فن هیلی در حوزه های دیگر توسعه یافته است، (این مدل در هلند، در اقتصاد و شیمی نیز مورد استفاده قرار گرفته است [۶])، ممکن است که این سطح نیز، برجستگی و توجه بیش تری را کسب کند.

سطح پیش تشخیص [۳۴] (سطح صفر)

کلمنتس[۳۵] و باتیستا[۳۶]، پیشنهاد یک سطح صفر یا پیش تشخیص را دادند که به مراحل ذکر شده توسط فن هیلی ها، اضافه شود. به اعتقاد آن ها، کودکان در این سطح، تنها به یک زیر مجموعه از مشخصه های بصری توجه می کنند. برای مثال، ممکن است که کودکان، مثلث ها و چهارضلعی ها را از هم تمیز بدهند، ولی قادر نباشند بین لوزی ها و متوازی الاضلاع ها، تمیز قایل شوند. لازم به یادآوری است که در مدل اولیه ی فن هیلی، شماره گذاری سطوح از صفر تا ۴ بوده است که بعدها، به دلیل افزودن سطح پیش تشخیص یا سطح صفر به این مدل، شماره گذاری از ۱ تا ۵ متداول شد.

ویژگی های مدل فن هیلی

مارگریت میسون، ویژگی های زیر را برای مدل فن هیلی برشمرده است که آشنایی با آن ها، به ویژه برای آموزشگران ریاضی، هنگامی که قصد طراحی برنامه های درسی و آموزشی را دارند، مفید خواهد بود.

۱. دنباله ای بودن[۳۷]

مثل هر نظریه ی توسعه ای ـ تحوّلی یادگیری، در مدل فن هیلی نیز، یادگیرنده باید در داخل سطوح، به ترتیب حرکت کند. برای رسیدن به هر سطح، دانش آموزان باید تمام مراحل قبل از آن سطح را طی کرده باشند به عبارت دیگر، دانش آموز بدون کسب مهارت در یک سطح، نمی تواند به سطح بالاتر برود. البته، گاهی دانش آموزان باهوشی موفق به پرش از یک سطح می شوند که در این حالت، ممکن است که آن ها، توانایی استدلال و تفکر منطقی را از راهی به جز هندسه، در خود ایجاد کرده و توسعه داده باشند. به هر صورت، برای عملکرد موفق در یک سطح، یادگیرنده باید استراتژی های مورد نیاز را در سطوح قبلی، یاد گرفته باشد.

۲. عدم وابستگی به سن

سطوح تفکر هندسی فن هیلی، وابسته به سن نیستند و در عوض، بستگی به تجربیاتی دارند که دانش آموزان کسب کرده اند. به عبارت دیگر، فرایند توسعه از یک مرحله به مرحله ی دیگر، بیش از آن که به سن وابسته باشد، به آموزش و روش های آموزشی وابسته است. نکته ی مهم این است که تجربیات هندسی، عامل مؤثری برای پیشرفت در این سطوح است.

۳. ماهیت درونی ذاتی و بیرونی تغییر[۳۸]

فن هیلی ها تأکید می کنند که این سطوح، به وسیله ی تفاوت در موضوع تفکر، از یکدیگر تمیز داده می شوند، و موضوع های ذاتی در یک سطح، موضوعات مورد مطالعه در سطوح بعد می شوند. برای مثال، در سطح ۱، فقط شکل ظاهری درک می شود. در حالی که یک شکل، به وسیله ی خواص خود تعیین می گردد که این مطلب، تا سطح ۲ که یک شکل به وسیله ی اجزا و مؤلفه هایش تجزیه و تحلیل می شود و خواص آن کشف می گردد، به دست نمی آید.

۴. زبان شناختی[۳۹] بودن

در مدل فن هیلی، هر سطح، دارای نمادهای زبانی مربوط به خود و دستگاه های ارتباطی بین این نهادهاست. اگرچه معلمان و دانش آموزان، باید زبان واحدی را به کار گیرند، ولی تفسیر زبانی آن ها هنوز، کاملاً متفاوت است. برای مثال، برای دانش آموزی که در سطح ۱ است، کلمه ی «مربع»، شکلی شبیه یک مربع است و نه بیش تر. در صورتی که دانش آموزی که در سطح دوم است، به خواص یک مربع نیز فکر می کند، با وجودی که ممکن است هنوز، از شرایط لازم و کافی برای وجود یک مربع، آگاه نباشد. یا ممکن است تصور کند که برای این که ثابت کنیم شکلی مربع است، باید تمام خواص آن را ثابت کنیم. با این حال، معلمی که در سطوح بالاتری فکر می کند، نه تنها خواص یک مربع

را می‌داند، بلکه خواصی را که لازم است ثابت شود که یک شکل مربع است را نیز، می‌داند.

۵. عدم مطابقت[۴۰]

اگر دانش‌آموز در یک سطح و آموزش در سطح دیگری باشد، احتمال دارد که یادگیری و پیشرفت مورد نظر، حاصل نشود. به ویژه، اگر مطالب آموزش شامل محتوا، واژگان و نظایر آن، در سطح بالاتری از سطح یادگیرنده باشند، آن‌گاه ممکن است دانش‌آموزان قادر نباشند که فرآیند تفکر به کار برده شده را، پی‌گیری کنند.

۶. نقش معلم

فن هیلی‌ها، تأکید زیادی بر نقش آموزش و اهمیت کسب تجربه توسط یادگیرنده، برای سهولت عبور از یک سطح به سطح دیگر دارند. این امر، با نقش‌آفرینی معلم و از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب برای یادگیرنده‌های سطوح مختلف، امکان‌پذیر است[۶].

ب) مراحل آموزشی[۴۱]

مراحل آموزشی، مراحل پیشنهادی برای معلمان هستند که چگونگی تدریس هندسه را به منظور تسهیل و کمک به رشد دانش‌آموزان، برای عبور از سطح تفکری که در آن هستند به سطح تفکر بعدی، سازمان‌دهی می‌کند.

برای حرکت در داخل سطوح تفکر فن‌هیلی، چند مرحله‌ی آموزشی طراحی شده‌اند که به معرفی اجمالی آن‌ها، پرداخته می‌شود:

۱. مرحله‌ی کسب اطلاعات[۴۲]

در این مرحله، معلم و دانش‌آموزان، مشغول گفت‌وگو و فعالیت در مورد موضوعات مورد مطالعه می‌شوند و دانش‌آموزان، با زمینه‌ی کار آشنا می‌گردند. مشاهدات انجام می‌پذیرند، سؤال‌ها پرسیده می‌شوند، عبارات خاصی معرفی می‌گردند و سپس، دانش‌آموزان آزاد گذاشته می‌شوند تا به طور مستقل، مشغول کار شوند. بحث و گفت‌وگو با دانش‌آموزان، به معلم کمک می‌کند تا با ایده‌های تفسیری دانش‌آموزان آشنا شود و به جمع‌آوری اطلاعات در مورد نحوه‌ی تفکر آن‌ها بپردازد به‌طوری که با استفاده از این اطلاعات مناسب، بتواند دانش‌آموزان را برای یک فهم و درک مناسب هندسی، و انجام فعالیت‌های جهت‌دار، هدایت کند. برای مثال، معلم می‌پرسد مربع چیست؟ متوازی‌الاضلاع چیست؟ لوزی چیست؟ آیا این‌ها شبیه هستند؟ آیا متفاوتند؟ آیا فکر می‌کنید که یک مربع، می‌تواند یک لوزی باشد؟

طرح چنین سؤال‌هایی، دو فایده‌ی مهم دارد. اول این‌که معلم متوجه می‌شود که دانش اولیه‌ی دانش‌آموزان در مورد این موضوع‌ها چیست. دوم این‌که دانش‌آموزان، با جهت مطالعات بعدی، آشنا می‌شوند. از این گذشته، از طریق بحث و گفت‌وگو، معلم می‌تواند با آنچه که دانش‌آموزان درباره‌ی موضوع می‌دانند، آشنا شود و دانش‌آموزان را به سمت مبحث تازه، سوق دهد.

۲. مرحله ی جهت دهی[۴۳]

دانش‌آموزان، هر مبحث مورد مطالعه را، از طریق فعالیت‌هایی که توسط معلم طراحی شده‌اند، توسعه می‌دهند و یاد می‌گیرند. این فعالیت‌ها شامل تا کردن، اندازه‌گیری، جست‌وجو برای تقارن و مانند آن‌ها می‌باشند. این فعالیت‌ها به تدریج، مشخصه‌های ساختاری هر سطح را برای دانش‌آموزان، روشن می‌کنند. بنابراین، بیش‌تر مواد تدریسی، به شکل تکالیف کوتاه، و به منظور استخراج پاسخ‌های مناسب، طراحی می‌شوند. دانش‌آموزان از طریق این فعالیت‌ها، و به منظور درک و اکتشاف مفاهیم و روش‌های هندسی مربوط، با موضوعات مناسب، سروکار پیدا می‌کنند. نقش معلم در این مرحله، باید به عنوان هدایت کننده‌ی فعالیت‌های دانش‌آموزان و ارایه‌ی راهنمایی‌های مناسب به آن‌ها به گونه‌ای باشد که به دانش‌آموزان، در کشف و انجام تکلیف طراحی شده، کمک کند.

۳. مرحله ی شفاف‌سازی[۴۴]

دانش‌آموزان در این مرحله، از روابط بین اجزا آگاه می‌شوند و سعی می‌کنند که آن‌ها را با زبان خود، بیان کنند. عباراتی که دانش‌آموزان به کار می‌برند، توسط معلم پالایش می‌شود و عبارات جدید توسط وی، معرفی می‌گردند. در نتیجه، کودکان به طور واضح، از تصورات هندسی خود آگاه می‌شوند، این تصورات را با زبان خویش بیان می‌کنند، و مقداری از ریاضیات متداول را برای موضوع اصلی، یاد می‌گیرند. به بیان دیگر، دانش‌آموزان آنچه را که در مورد مبحث مورد نظر یاد گرفته‌اند، به زبان خودشان بیان می‌کنند و معلم، عبارات ریاضی مربوط و مناسب را معرفی می‌کند. این فرایند، به شفاف‌سازی فهم و درک

دانش‌آموزان از موضوع مورد بحث، کمک مؤثری می‌کند.

۴. مرحله ی جهت‌گیری آزاد[۴۵] (غیر مقید)

در این حالت، دانش‌آموزان به فعالیت‌ها و تکالیف حل مسأله‌ای گماشته می‌شوند که می‌توانند آن‌ها را با روش‌های مختلف و با استفاده از دانش، مهارت‌ها و رابطه‌هایی که قبلاً آموخته‌اند، انجام دهند. هم‌چنین، ارایه‌ی آموزش مناسب و رویه‌ها و طرز عمل‌های متفاوت توسط معلم به دانش‌آموزان به گونه‌ای که آن‌ها را برانگیزاند تا مسایل را حل کنند و آن‌ها را توصیف و تعبیر کنند، دادن تکالیف پیچیده‌تر چند مرحله‌ای که از راه‌های متفاوت قابل حل باشند و دانش‌آموزان بتوانند از تجربه‌های قبلی خویش برای یافتن راه‌حل مناسب یا حل دوباره‌ی مسأله بهره بگیرند، از روش‌های مفید در این مرحله‌ی آموزشی هستند.

۵. مرحله ی تلفیق (یکپارچگی)[۴۶]

دانش‌آموزان قادرند که دانش و اطلاعات و روابط جدید را در قالب یک کل جدید و یکپارچه ببینند. به عبارت دیگر، آن‌ها همه‌ی آنچه را که در مورد یک موضوع یاد گرفته‌اند، با هم تلفیق می‌کنند. برای این کار، از زبان و تصور و درک ریاضی استفاده می‌شود و معلم می‌تواند با داشتن یک دید کلی از آنچه دانش‌آموزان یاد گرفته‌اند، در این مرحله، به آن‌ها کمک کند. در پایان پنجمین مرحله، دانش‌آموزان به سطح جدیدی از تفکر می‌رسند که جایگزین تفکر قبلی آن‌ها می‌شود و در این مرحله، دانش‌آموزان آماده‌اند که این مراحل یادگیری را مجدداً، تکرار کنند.

نقدی بر نظریه‌ی پیاژه و نظریه‌ی فن هیلی

نظریه‌ی سطوح تفکر فن هیلی نیز مانند نظریه‌ی پیاژه، یک نظریه‌ی مرحله‌ای ـ تحولی است. هر دو نظریه، شامل مراحل گسسته‌ای هستند که از طریق آن‌ها، یک شخص در یک زمان معین، پیشرفت می‌کند. یک شخص یا در یک سطح معین هست یا نیست و افراد در یک زمان مشخص، فقط می‌توانند در یک سطح باشند. از این گذشته، مراحل به طور سلسله مراتبی مرتب شده‌اند، به طوری که مراحل بالاتر، اغلب با ساخته شدن روی مراحل ابتدایی ساخته می‌شوند. اگرچه در کار اصلی فن هیلی از گسسته بودن سطوح حمایت شده بود، لیکن نتایج حاصل از تحقیقات بیش‌تر، محققان را به این سمت سوق داده است که حرکت از یک سطح به سطح بعدی را، به عنوان یک فرآیند پیوسته در نظر بگیرند. زیرا کسب و یادگیری یک سطح تفکر توسط یک دانش‌آموز، تدریجی است و می‌توان در طول زمان، شاهد آن بود.

با این حال، با وجود اشتراک، این دو نظریه، دارای تفاوت‌های قابل ملاحظه‌ای هستند. نخست این‌که نظریه‌ی پیاژه، یک نظریه‌ی عمومی رشد است و دامنه‌ی وسیعی از موضوعات را پوشش می‌دهد، در حالی که نظریه‌ی فن هیلی، عمدتاً بر تفکر هندسی تأکید دارد. از این گذشته، طبق نظریه‌ی پیاژه، همه‌ی کودکان، صرف نظر از زمینه‌های قبلی خود، از درون این مراحل، تقریباً در یک زمان عبور می‌کنند. در حالی که نظریه‌ی فن هیلی، به آموزش وابستگی زیادی دارد. به عبارت دیگر، برای این‌که یک شخص به سطح تازه‌ای از سلسله مراتب فن هیلی برسد، باید در معرض تجربیات و آموزش‌های ضروری برای یادگیری راه‌های جدید، قرار گیرد، در غیر این صورت، صرف‌نظر از سن یادگیرنده‌ها، آن‌ها نمی‌توانند به سطح جدیدی از تفکر برسند. در نتیجه، به نظر می‌رسد که این دو نظریه، در واقع، دو فرآیند متفاوت را توصیف می‌کنند؛ نظریه‌ی فن هیلی، مراحل مختلف تفکر هندسی را توصیف می‌کند، در حالی که نظریه‌ی پیاژه، به توصیف انواع متفاوت پاسخ کودکان به موقعیت‌های متفاوت می‌پردازد.

به هر صورت، این دو نظریه، فقط به عنوان مدل‌هایی برای توضیح چگونگی یادگیری هندسه توسط کودکان عمل می‌کنند و نمی‌توانند بیانگر آنچه که واقعاً در فرآیند یادگیری اتفاق می‌افتد، باشند. این مدل‌ها، همه‌ی سؤالات مربوط به یادگیری هندسه توسط دانش‌آموزان را پاسخ نمی‌دهند. با این وجود، هنگامی که سعی می‌کنیم بفهمیم که چگونه کودکان در مورد هندسه فکر می‌کنند، این نظریه‌ها مفید هستند. به هر حال، اگر یک دانش‌آموز در درک مفاهیم خاصی دارای مشکل است، مفید است بفهمیم که این دانش‌آموز، در چه سطحی دارای مشکل است. چنین ادراکاتی، به تدوین برنامه‌های درسی مناسب‌تر و طراحی‌های تدریس کارآمدتر، کمک فراوانی می‌کنند.

زیرنویس‌ها

* این مقاله، توسط دکتر زهرا گویا، بازنگری شده است.

1. Felix Klein
2. Hierarchy
3. Congruence
4. Parallel Projection
5. Central Projection
6. Continuous Map

زیرنویس‌ها (ادامه)

7. Walter Whiteley
8. Sir Christopher Zeeman
9. Computer Aided Design (CAD)
10. Robotics
11. Computer Animation
12. Computational Chemistry
13. Geographic Information Systems (GIS)
14. Piaget
15. Van Hiele
16. Proximity
17. Separation
18. Order
19. Forward
20. Backward
21. Inclosure
22. Inhelder
23. Everett
24. Keith Jones
25. Dina van Hiele-geld of
26. Pierre van Hiele
27. Level of Instruction
28. Recognition/ Visualization
29. Analysis
30. Sheffield
31. Informal Deduction
32. Formal Deduction
33. Rigor
34. Pre-recognition
35. Clements
36. Buttista
37. Sequential
38. Intrinsic and Extrinsic
39. Linquistics
40. Mismatch
41. Phases of Instruction
42. Information
43. Directed Orientation
44. Explicitation
45. Free Orientation
46. Integration

مراجع

[1] Keith Jones, (2000). Critical Issues in the Design of the School Geometry Curriculum. Invited Paper in Bill Barton (Ed) (2000), **Readings in Mathematics Education**. Auckland, New Zealand: University of Auckland.
http://www.soton. ac. uk/~dkj/geompub. html

[2] Walter Whiteley, The Decline and Rise of Geometry in 20th Century North America. To appear in the Proceedings of the 1999 CMESG Conference.
http://www.math.yorku.ca/Who/Faculty/Whiteley/cmesg.pdf

[3] Geometry Working Group, A Report on the Meeting at the King's College, University of London, 28.th February 1998 Convenor: Keith Jones, University of Southampton, UK, Theoretical Frameworks for the Learning of Geometrical Reasoning.
http://www.soton.ac.uk/~dkj/bsrlmgeom/reports/K_Jones_Jan_Feb_1998.pdf

[4] Marguerite Mason, The van Hiele Levels of Geometric Understanding.
http://www.mcdougallittell.com/state/tx/corr/levels.pdf

[5] Van de Walle, John A. (2001). Geometric Thinking and Geometric Concepts. **In Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally**, 4th Ed. Boston: Allyn and Bacon.

[6] Mary L. Crowley, The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought, National Council of Teachers of Mathematics, Yearbook Learning and Teaching Geometry. K-12.

[7] Jamie Sutherland, Deborah Trxinski-Becker, Duggyal Tsering,(2001). Teaching and Learning Geometry C & I 811 May 1.
http://www,math.wisc.edu/~weinberg/MathEd/Geometry_and_Space. doc

[8] Developing Geometric Concepts and Systems
http://64.78.63.75/samples/04EDKennedy Guiding Childrens 10Ch9.pdf

[9] Susan Everett, (2000). Spatial Thinking Strategies. **Science and Children**, 37, (7), 36-39.

[10] Jenni Way, The Development of Spatial and Geometric Thinking
http://nrich.maths.org/public/

[11] Amanda Christman, (2001). Geometric Shapes, December 10, Math Molding For Teachers.
http://myweb.loras.edu/dw078774/christman.pdf

[12] Angel Gutierrez, Exploring the Links Between Van Hiele Levels and 3-Dimensional Geometry.
http://www.uv.es/~gutierre/archivos1/textospdf/Gut92a.pdf

[13] Simone Rein Hold, Topology In Elementary School Mathematics -A Contribution To The Improvement of Children's Spatical Ability?
http://yerme2002.uni-klu.ac.at/papers/participants/sr-reinhold.pdf

[14] Piaget, J. & Inhelder, B.(1967). **The Childs Conception of Space**. New Yourk: Norton.

[15] Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminski, A. (1960). **The Childs Conception of Geometry**. London: Routledge & Kegan Paul.

دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس در دوره های ابتدایی*

زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

مقاله‌ی ارایه شده در هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران
سنندج ـ ۱ تا ۳ شهریور ۱۳۸۳

آسان است که معلم مدرسه‌ی ابتدایی باشیم
اما سخت است که یک معلم خوب مدرسه‌ی ابتدایی باشیم.

لی‌پینگ‌ما، ۱۹۹۹

در دهمین «کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی»[۱] که از ۴ تا ۱۱ جولای ۲۰۰۴ در دانمارک برگزار شد، رئیس «کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی»[۲]، یک سؤال اساسی در سخنرانی افتتاحیه مطرح کرد و با آن، زمینه‌های همکاری معنادار بین **ریاضی‌دان‌های حرفه‌ای و آموزشگران ریاضی** را معرفی نمود. هیمن بَس[۳]، با تأکید بر این که «ریاضی نه تنها دیسیپلین کشف و خلق است، بلکه دیسیپلین یادگیری و تدریس نیز هست»، خاطرنشان ساخت که «جامعه‌ی حرفه‌ای ریاضی، دانش تجمعی ریاضی را جذب، نقد، منتقل و منتشر می‌کند. با این حال، یادگیری ریاضی خارج از حرفه‌ی ریاضی، اغلب باعث بروز مشکل، هم برای کودکان و هم برای معلمانی می‌شود که در حال دست و پنجه نرم کردن برای فهمیدن و استفاده از ایده‌ها و ابزارهای این دیسیپلین هستند، ابزارها و ایده‌هایی که حتی در ابتدایی‌ترین سطح؛ نافذ، قدرتمند و ظریف هستند. در نتیجه، یادگیری ریاضی کودکان، برای کسانی که ریاضی را، هم یکی از ارکان سواد عمومی و هم یک میراث فرهنگی غنی می‌شناسند، یک دغدغه‌ی جدی است» (بَس، ۲۰۰۴).

این دغدغه، درواقع از نوع سؤال‌هایی بود که «لی پینگ ما»[۴] (۱۹۹۹)، در مورد دانش مورد نیاز معلمان ابتدایی، مطرح کرد. سؤال «ما» این نبود که معلمان ابتدایی، **چقدر** ریاضی می‌دانند، بلکه سؤال اصلی وی این بود که آن‌ها، **چه** ریاضی‌ای می‌دانند و **چگونه** می‌توانند آن را درک کنند و در تدریس خود، از آن استفاده نمایند. در حالی که به گفته‌ی وی، اغلب سیاستگزاران آموزش معلمان، تنها بدیلی که می‌شناسند، افزایش پیش‌نیازهای معلمان است. به گفته‌ی ایون و بال[۵] (۲۰۰۳)، نتایج «ما»، اهمیت ایجاد و توسعه‌ی رویکردهای جدید را برای توسعه‌ی دانش ریاضی قابل استفاده‌ی معلمان، و به‌وجود آوردن ابزارهای معتبر و قابل اتکا برای سنجش چنان دانشی، برجسته کرد. امّا، ایجاد و توسعه‌ی چنین رویکردهایی، جز با شناخت همه‌جانبه‌ی عمل تدریس ریاضی توسط معلمان، امکان‌پذیر نیست.

برای انجام این مهم، تحقیقات قابل توجهی از اواخر دهه‌ی ۹۰ میلادی آغاز شده است. به طور مثال، نتایج تحقیقات

انجام‌شده توسط بَس و بال و همکاران آن‌ها در دانشگاه میشیگان، نویدبخش یافته‌های جدید و رویکردهای مؤثرتری برای شناخت دانش ریاضی مورد نیاز تدریس برای معلمان ابتدایی و ایجاد قابلیت‌ها و توانایی‌های ریاضی شناخته‌شده در آن‌ها می‌باشد. به‌خصوص آن‌که این گروه در چند سال گذشته، درگیر ابداع یک «نظریه‌ی عمل-مدار دانش ریاضی»[6] برای معلمان بوده‌اند و برای این کار، به مطالعه‌ی وسیع و عمیق عمل تدریس پرداخته‌اند و توجه ویژه‌ای به مباحث ریاضی مطرح شده در تدریس روزانه داشته‌اند. در این تحقیقات، به ضرورت پیوند بین نظریه و عمل، توجه ویژه شده است و به‌طور خاص، دیدگاه‌های شواب در مورد چگونگی این پیوند، مورد عنایت قرار گرفته است. به‌همین دلیل، برای درک بهتر نظریه‌های تدریس ریاضی عمل-مدار، ابتدا اشاره‌ی مختصری به دیدگاه شواب می‌شود و بعد، این نظریه، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

نظریه‌های تدریس ریاضی عمل-مدار

جوزف شواب در دهه‌ی ۷۰ میلادی، دو رویکرد را برای ایجاد پیوند بین نظریه و عمل، معرفی کرد و بر ضرورت آن‌ها تأکید نمود. به عقیده‌ی شواب، چون این دو رویکرد یا دو روش، قابل کاهش یافتن به قوانین عمومی نیستند، پس هنرهای عمل علمی هستند. شواب (۱۶۶۹ و ۱۹۷۹) یکی را **هنرهای عملی**[7] و دیگری را **هنرهای گلچین**[8] (منتخب) نامید.

به گفته‌ی شواب، اگرچه این دو روش، مسایل عملی را محور قرار می‌دهند، اما با این حال، هیچ نظریه‌ای نمی‌تواند کاملاً، توضیح‌دهنده‌ی پویایی عمل باشد. به اعتقاد وی، هنرهای عملی، عمل را به‌گونه‌ای سازمان‌دهی می‌کنند که نظریه، از انجام آن عاجز است. هم‌چنان که هنرهای گلچین، اجازه می‌دهند که یک رویکرد عمل-مدار به نظریه، اتخاذ شود که نظریه را برای فهم و درک عمل و درگیر شدن با آن، مرتبط و مفید سازد. با این هنرها، عالمان و کارورزان، از نظریه در خدمت عمل استفاده می‌کنند و در اثر **انجام این کار**، هم نظریه و هم عمل را بهبود می‌بخشند.

در بهبود تدریس و یادگیری ریاضی نیز، مسأله‌ی محوری و اساسی، عمل است، زیرا که کار کردن و مطالعه‌ی تمام مسایل دیگر، در خدمت آن است. مثلاً، دانستن این که کودکان واقعی، در کلاس درس واقعی چگونه ریاضی یاد می‌گیرند، یک مهارت عملی است. اما مجموعه‌ای از بصیرت‌ها و مهارت‌های به‌وجود آمده از تجربه‌ی کار با ریاضی به‌عنوان یک دیسیپلین، چیز دیگری است. پژوهش نظام‌مند راجع به یادگیری، تدریس و زمینه‌های ریاضی، مکمل چنان خردی از عمل تدریس است؛ در حالی که نظریه، ابزارهایی برای سازمان‌دهی تحقیق ارایه می‌دهد که در عوض، نظریه را تغییر و بهبود می‌بخشد.

به گفته‌ی ایون و بال (۲۰۰۳)، «با وجود چنین نیازی به پیوند بین نظریه و عمل، سابقه‌ی تحقیقات آموزش ریاضی، تفوق نظریه بر عمل، یا انجام عمل بدون ارجاع به نظریه، و عدم‌همکاری بین ریاضی‌دان‌ها، آموزشگران ریاضی، معلمان ریاضی، و کارورزان را نشان می‌دهد» (ص۱۴۲). ایون و بال، در ادامه اضافه می‌کنند که «در زمان‌های مختلف، وفاداری نسبت به نظریه‌های خاص و جناح‌های حرفه‌ای خاص، به تعیین و شناسایی راه‌حل‌های [مختلف] برای مسایل [گوناگون]، منجر شده است. در مواقع دیگری نیز، نفی نظریه و نفی تحقیق، باعث شده است تا عقل سلیم و طرز تلقی افراد، هدایت‌گر عمل آموزشی در ریاضی گردد» (ص۱۴۲).

تاریخ ۴۰ سال اخیر آموزش ریاضی در جهان، شواهد متعددی را از افراط و تفریط نسبت به سلطه‌ی نظریه بر عمل یا عمل بدون پشتوانه‌ی نظری، نشان می‌دهد. رؤیای تعبیرنشده‌ی تبدیل معلم به ماشین تدریس، یا کنترل لحظه به لحظه و گام به گام فرایندیادگیری برای اطمینان از وقوع نتیجه‌ی پیش‌بینی شده؛ ایجاد و توسعه‌ی مؤسسات عظیم **تحقیق ـ توسعه ـ انتشار**[9] به قصد بهبود عمل تدریس و به‌تبع آن، ارتقای یادگیری دانش‌آموزان و نظایر این‌ها، به همان اندازه ناکارآمد بوده است که عمل آموزشی بدون پشتوانه‌ی نظری و متکی به تجربه‌های شخصی و طرز تلقی افراد، غیرمؤثر بوده است. در واقع، چنین جدایی بین نظریه و عمل، زمینه‌ساز ارتقای تدریس و یادگیری ریاضی نیست.

به گفته‌ی ایون و بال (۲۰۰۳)، «رویکرد شوابی باعث می‌شود تا با محور قرار دادن عمل تدریس، منابع نظری به‌گونه‌ای انتخاب یا گلچین شوند تا مسایل و مشکلات عمل تدریس را روشن کنند» (ص۱۴۵). رویکرد شوابی همان روشی است که **ما** (۱۹۹۹) در مطالعه‌ی معروف خود، اتخاذ کرد. هم‌چنان که بال و بس نیز در مطالعه‌ی خود در دانشگاه میشیگان، با اتخاذ رویکرد مشابه، در تلاش برای تدوین یک نظریه‌ی تدریس ریاضی عمل‌مدار هستند.

دغدغه‌ی اصلی ما (۱۹۹۹) و بال و بس (۲۰۰۴)، شناختن

عمیق‌تر دانش ریاضی مورد نیاز معلمان، برای تدریس در دوره‌ی ابتدایی است ـ دانشی که با دانش ریاضی معمولی متفاوت است و پیچیدگی‌های ویژه‌ای دارد. ریشه‌ی چنین دغدغه‌ای، باور شهودی بسیاری از افراد جامعه‌ی ریاضی، نسبت به رابطه‌ی مثبت معنادار بین تعداد درس‌های ریاضی پیشرفته دانشگاهی اخذ شده توسط معلمان آینده و عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان آن‌ها است. در صورتی که نتایج مطالعه‌ی معروف بیگل[10] (۱۹۷۹) نشان داد که رابطه‌ی معناداری بین این دو، وجود ندارد و این نتایج، پشتوانه‌ی دغدغه‌ی این پژوهشگران بوده است. به همین سبب، هدف مطالعات طراحی شده توسط آن‌ها، پیدا کردن جواب‌های قانع کننده برای **چرایی** نتایج به‌دست آمده از مطالعه‌ی بیگل بوده است.

> **یادگیری عینی، وقتی اتفاق می‌افتد که از موارد بامعنی در تجربه‌های فوری کودک، به‌عنوان داربستی برای برافراشتن ایده‌های مجرد، استفاده شود**

به گفته‌ی هوو[11] (۲۰۰۱)، مطالعه‌ی ما نشان داد که چگونه این شهود، که فهم بهتر ریاضی، باعث بهبود تدریس می‌شود، می‌تواند این‌قدر اشتباه باشد، و نشان داد که تکمیل موفقیت‌آمیز درس‌ها و دوره‌های دانشگاهی، دلیلی برای فهم کامل ریاضیات ابتدایی نیست. هوو در ادامه ابراز می‌دارد که: «اکثر ریاضی‌دان‌های دانشگاهی، بیش‌تر ریاضیات پیشرفته را به‌عنوان تعمیق‌کننده، توسعه‌دهنده، پالایش‌دهنده، شفاف‌کننده و گسترش‌دهنده و تکمیل‌کننده‌ی ریاضیات ابتدایی می‌بینند. اما به نظر می‌رسد که می‌توان درس‌های پیشرفته را گذراند، بدون درک این که آن‌ها چگونه مواد مقدماتی‌تر را روشن می‌کنند ـ به‌ویژه اگر درک افراد از موضوعات، سطحی باشد» (هوو، ۲۰۰۱، ص۵۲).

ما در مطالعه‌ی خود، ضمن اشاره به این که معلمان چینی می‌گویند: «بدانید چگونه و نیز، بدانید چرا»، به **ادراک عمیق ریاضیات بنیادی**[12] (PUFM) اشاره می‌کند که به گفته‌ی وی، یکی از مؤلفه‌های ضروری آموزش معلمان ریاضی است و چیزی بیش از تسلط به محتواست ـ که این هم بسیار مهم است. این ادراک، کمک می‌کند تا معلمان بدانند که چگونه دانش‌آموزان می‌توانند محتوا را یاد بگیرند. به عقیده‌ی ما، آموزش ریاضی شامل دو ماده‌ی اولیه‌ی بنیادی است که یکی **محتوا** و دیگری، **دانش‌آموزان** است و شناخت هر دو، از چالش‌های جدی آموزش معلمان ریاضی است.

از این گذشته، بال و بس (۲۰۰۴) به این نتیجه رسیدند که شاید فشردگی ریاضی، با ضرورت باز کردن بسته‌های فشرده‌ی ریاضی که معلمان در تدریس به آن نیازمندند، تداخل پیدا می‌کند و برای آن، مزاحمت ایجاد می‌نماید. یا ممکن است که کار بیش‌تر با ریاضی، همراه با تجربه‌ی بیش‌تر با رویکردهای قراردادی به تدریس ریاضی همراه باشد. چنان تجربه‌ای، ممکن است معلمان را با آن‌چنان تصورات پداگوژیکی و عادت‌هایی مأنوس کند، که به اثربخش کردن تدریس آن‌ها و یادگیری دانش‌آموزان، هیچ کمکی نکند، چنین دلایلی، می‌توانند توجیه‌گر نتایج حاصل از مطالعه‌ی معروف بیگل باشند. زیرا فهم و درک محتوای ریاضی برای تدریس ریاضی، الزاماً با گذراندن درس‌های کلاسیک ریاضی حاصل نمی‌شود و به گفته‌ی بال و بس (۲۰۰۴)، برای ایجاد چنین فهم و درکی، لازم است بدانیم که

ـ چگونه معلمان، نیازمند دانستن چنان ریاضیاتی می‌شوند؟

ـ معلمان، چه دانش دیگری را درباره‌ی ریاضی، باید بدانند؟

ـ کجا ممکن است که معلمان، چنان دانش ریاضی را در عمل، استفاده کنند؟

دانش ریاضی مورد نیاز تدریس

فرض کنید که یک معلم پایه‌ی چهارم ابتدایی، از دانش‌آموزان خود توقع دارد که عمل ضرب ۳۶×۲۶ را مطابق قاعده‌ی زیر، انجام دهند:

$$\begin{array}{r} 26\\ \times\ 36\\ \hline 156\\ 780\\ \hline 936 \end{array}$$

(الف)

اما یکی از دانش‌آموزان این عمل را به طریق زیر، انجام داده است:

(ب)

```
  ۲۶
× ۳۶
----
 ۲۱۶
 ۷۲
----
 ۹۳۶
```

و دانش‌آموز دیگری، از روش زیر استفاده کرده است:

(پ)

```
  ۲۶
× ۳۶
----
  ۳۶
 ۱۲۰
 ۱۸۰
 ۶۰۰
----
 ۹۳۶
```

معلم باید قادر باشد بپرسد که در هر یک از موارد بالا، چه اتفاقی افتاده است، و برای ضرب هر دو عدد حسابی، کدام یک از این سه روش، به کار می‌آیند؟

این‌ها، سؤال‌های جدی ریاضی هستند و سؤال‌های پداگوژیکی نیستند. دانستن، سؤال کردن، و جواب دادن به چنین سؤال‌هایی، برای قضاوت خردمندانه در تدریس ریاضی، حیاتی است.

مثلاً برای تفسیر روش (الف)، حداقل دانش ارزش مکانی و خاصیت جابه‌جایی، لازم است. زیرا اگر دانش‌آموز به جای نوشتن جمع به صورت ستونی، آن را به صورت سطری بنویسد، $۱۵۶ + ۷۸ = ?!$ متوجه خطای خود نمی‌شود.

همین‌طور، برای تفسیر روش (ب)، مرور قاعده‌ی مرسوم ضرب کفایت نمی‌کند و به فهم و درک عمیق‌تری نیازمند است.

اما برای فهمیدن روش (پ)، معلم باید خاصیت پخش‌پذیری و ترکیب آن‌ها را بداند تا تشخیص دهد که در واقع، دانش‌آموز چنین نوشته است:

$$(۶\times۶)+(۲۰\times۶)+(۶\times۳۰)+(۲۰\times۳۰)$$
$$=۶۰۰+۱۸۰+۱۲۰+۳۶$$
$$=۹۳۶$$

سؤال مهم‌تر تدریس این است که آیا هر یک از این روش‌ها، قابل تعمیم هستند یا خیر؟ و این تعمیم، با چه درجه‌ای از پیچیدگی همراه است؟

به گفته‌ی بال و بس (۲۰۰۴)، توانایی ریاضی معلم در حل مسایل ضرب، برای حل مسایل ریاضی تدریس از جمله وارسی روش‌های بدیل، آزمایش ساختارها و اصول ریاضی، و قضاوت نسبت به تعمیم‌پذیری و چگونگی تعمیم‌پذیری هریک، کافی نیست. به همین دلیل، یکی دیگر از مسایل محتوایی یادگیری مورد نیاز برای تدریس ریاضی توسط معلمان، توانایی آن‌ها در تجزیه و تحلیل اشتباه‌های دانش‌آموزان است.

معلمان باید محتوای تدریسی ریاضی را کامل بدانند تا بتوانند آن را به‌طور واضح، به دانش‌آموزان ارایه دهند و ایده‌های ریاضی را، برای طیف وسیعی از دانش‌آموزان، قابل دسترسی نمایند و دانش‌آموزان را درگیر فعالیت‌های چالش‌آور ریاضی کنند

معلم ابتدایی به چنان دانشی در حین تدریس ریاضی نیاز دارد که بداند، گفتن این‌که در ضرب اعداد اعشاری، **اعشارها را بشمارید و به تعداد آن‌ها، ممیز بزنید**، کافی نیست. زیرا تنها گفتن الگوریتم و رویّه، نه از نظر ریاضی قانع‌کننده است و نه از نظر دانش‌آموزان مورد قبول است. بلکه این قاعده، توضیحات جدی‌تری را می‌طلبد، توضیحات محکمی که هم، گام‌های یک الگوریتم یا رویّه را توجیه کند و هم، معانی آن‌ها را شرح دهد و همه‌ی این‌ها، مستلزم فهم و درک بسیار بالایی از ریاضی است.

نمونه‌های زیر، از جمله چالش‌های جدی پیش روی معلمان ابتدایی، در حین تدریس ریاضی در کلاس درس است:

ـ مراحل انجام تفریق را در کلاس خود، چگونه توضیح می‌دهید؟

۷۸
−۳۹
۳۹

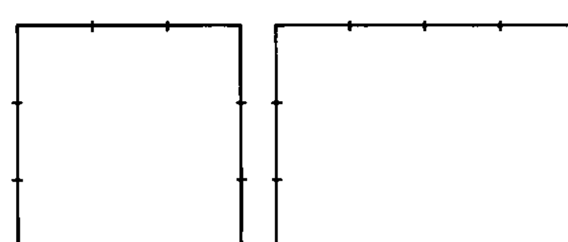
ـ مراحل انجام ضرب را چگونه توضیح می‌دهید؟

۱۳۲
×۴۵۶

اگر دانش‌آموز شما، عملیات زیر را انجام داد، چه می‌کنید؟

۱۳۲
×۴۵۶
۷۹۲
۶۶۰
۵۲۸
۲۰۲۰

ـ اگر دانش‌آموزان کلاس شما گفتند که: «با افزایش محیط، مساحت نیز افزایش می‌یابد» و برای آن، مثال زیر را زدند، چه می‌کنید؟



محیط = ۱۴cm
مساحت = ۱۲cm²

محیط = ۱۲cm
مساحت = ۹cm²

(برگرفته از بال و بس، ۲۰۰۴)

چگونگی توضیح ایده‌های ریاضی غیراستاندارد کودکان

توانایی توضیح ایده‌های ریاضی غیراستاندارد کودکان، یکی از قابلیت‌های مورد نیاز تدریس است، به‌عنوان مثال، اگر یک دانش‌آموز دوره‌ی ابتدایی، تفریق ۹۸ ـ ۱۷۳ را به روش زیر انجام داد؛

۱۷۳
−۹۸
۱−۲−۵
۷۵

ـ آیا این روش، از نظر ریاضی بامعنی است؟

ـ آیا این روش، قابل تعمیم است؟

توضیح این‌که این روش، مشابه تفریق چندجمله‌ای است و الگوریتم تفریق را به رویّه‌ی ساده‌ای که متکی بر تجزیه‌ی ارزش مکانی اعداد است، تبدیل می‌کند تا دانش‌آموز، دیگر نیازمند **قرض گرفتن یا قرض کردن**، نباشد. اما **یک سؤال تدریسی ریاضی مهم این است که**

ـ اگر این روش، درست باشد، آیا برای یک عدد ۱۰ رقمی هم درست است؟

ـ آیا این روش، به همین خوبی، برای هر عددی به کار می‌رود؟

توجه کنید که این دانش، با دانش تفریق دو عدد، فرق دارد. در این روش، دانش‌آموز با استفاده از خاصیت ارزش مکانی، تفریق را انجام داده است. یعنی نوشته است:

۱۷۳
−۹۸
۱−۲−۵
۷۵

یا

$(۱۰)^۲ + ۷(۱۰) + ۳$
$-\quad ۹(۱۰) - ۸$
$(۱۰)^۲ - ۲(۱۰) - ۵$
$= ۱۰۰ - ۲۰ - ۵$
$= ۷۵$

جنبه‌های مهم تدریس ریاضی

تدریس ریاضی، جنبه‌های مهمی دارد. مثلاً یک ویژگی قوی ریاضی، توانایی آن در فشرده کردن اطلاعات به شکل بسیار مجرد و منعطف است. وقتی که ایده‌ها به شکل‌های نمادین فشرده‌شده ارایه می‌شوند، به‌خاطر سادگی ایجادشده به‌وسیله‌ی این فشردگی و تجرید، ساختار آن‌ها نمایان می‌شوند و ایده‌ها و اعمال جدید، ممکن می‌گردند. اما معلمان، باید ایده‌های فشرده‌شده را مبسوط کنند و در واقع، ایده‌ی ریاضی بسته‌بندی شده را باز کنند. یعنی، معلمان ابتدایی، هم‌چنان که به ایجاد ارتباط و اتصال بین ایده‌های ریاضی می‌پردازند، به توانایی پیش‌بینی‌شده‌ی این که چگونه ایده‌های ریاضی، تغییر می‌کنند و رشد می‌یابند نیز، نیازمندند. به طور مثال، ممکن است یک معلم دوم ابتدایی به دانش‌آموز بگوید که

«نمی‌توانی عدد بزرگ‌تر را از عدد کوچک‌تر کم کنی»

اما به‌زودی، دانش‌آموز می‌فهمد که این ادعا، نادرست است! یعنی، فقط در مورد دسته‌ای از اعداد، این ادعا درست است. هم‌چنین، معلم و دانش‌آموز ـ یاددهنده و یادگیرنده ـ هر دو به‌طور مداوم، با عمل ریاضی، درگیر هستند و یک قسمت اصلی انجام ریاضی، توانایی شرح و توضیح کاری است که هریک انجام می‌دهند تا بدین ترتیب، از طریق تدریس، دانش‌آموزان را به یادگیری محتوا ترغیب کنند که این، از هنرهای تدریس است.

با این وجود، انجام موفقیت‌آمیز این کار، مستلزم درک عالی هر دو، هم محتوای ریاضی و هم دانش‌آموز، توسط معلم است. اما همان‌طور که بال و بس (۲۰۰۴) تأکید کرده‌اند، ریاضیاتی که ریاضی‌دان‌ها با آن کار می‌کنند، با ریاضیاتی که برای تدریس به کودکان لازم است، فرق دارد. به گفته‌ی آن‌ها، ریاضی‌دان‌هایی هم که با چنین ریاضیاتی آشنا باشند، کم هستند و این، غیرمترقبه نیست. در هر صورت، ریاضی‌دان‌ها نیز برای کمک به معلمان، باید ریاضی یاد بگیرند و یاد بگیرند که مسایل جدید را حل کنند و این کار، چالش‌آور است.

تحلیل بال و بَس (۲۰۰۴)، نشان می‌دهد که فرصت‌های معلمان برای یادگیری ریاضی، باید شامل تجربه‌های آن‌ها در باز کردن ایده‌های ریاضی آشنا، رویّه‌ها، و اصول باشد. درنتیجه، بر مبنای یافته‌های تحقیقات اخیر، چند توصیه برای

معلم ابتدایی به چنان دانشی در حین تدریس ریاضی نیاز دارد که بداند، گفتن این که در ضرب اعداد اعشاری، اعشارها را بشمارید و به تعداد آن‌ها، ممیز بزنید، کافی نیست. زیرا تنها گفتن الگوریتم و رویّه، نه از نظر ریاضی قانع‌کننده است و نه از نظر دانش‌آموزان مورد قبول است. بلکه این قاعده، توضیحات جدی‌تری را می‌طلبد، توضیحات محکمی که هم، گام‌های یک الگوریتم یا رویّه را توجیه کند و هم، معانی آن‌ها را شرح دهد و همه‌ی این‌ها، مستلزم فهم و درک بسیار بالایی از ریاضی است

ارتقای آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان به منظور ایجاد چنین فرصت‌هایی، ارایه می‌گردد.

توصیه‌هایی برای آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان ریاضی

طبق یافته‌های «شورای ملی تحقیق»[۱۳] (۲۰۰۱)، کیفیت تدریس، تابعی از دانش معلم، چگونگی استفاده از محتوای ریاضی، توجه معلم به دانش‌آموزان، و اشتغال و درگیر شدن دانش‌آموزان در استفاده از تکلیف‌های ریاضی است. یعنی، ارتقای یادگیری ریاضی دانش‌آموزان، بستگی به ارتقای دانش تدریسی معلمان دارد. توصیه‌های زیر، با درنظر گرفتن این وابستگی ارایه شده‌اند.

- ایجاد درس‌های ریاضی که دانشجویان بتوانند دانش موضوعی و دانش پداگوژیکی ریاضی خود را توسعه دهند. چنین کاری، نیازمند همکاری معنادار بین گروه‌های ریاضی و علوم تربیتی،

ریاضی‌دان‌ها و آموزشگران ریاضی است. برای نمونه، مطالعه‌ی نیکول، گویا و مارتین (۲۰۰۲) نشان داد که یک درس محتوایی ریاضی، می‌تواند تأثیر عمیقی بر یادگیری ریاضی دانشجویان به طور عام، و بر طرز تلقی آن‌ها نسبت به ریاضی و توسعه‌ی ایده‌هایی برای تدریس ریاضی به طور خاص، داشته باشد.

■ معلمان باید محتوای تدریسی ریاضی را کامل بدانند تا بتوانند آن را به طور واضح، به دانش‌آموزان ارایه دهند و ایده‌های ریاضی را، برای طیف وسیعی از دانش‌آموزان، قابل دسترسی نمایند و دانش‌آموزان را درگیر فعالیت‌های چالش‌آور ریاضی کنند.

■ دانش محتوایی ـ پداگوژیکی معلمان ریاضی، نیازمند گسترش است. این دانش، محتوا و پداگوژی را به هم، متصل می‌کند، و به طور منحصر به فردی، محتوا را با جنبه‌هایی از تدریس و یادگیری ریاضی، تلفیق می‌نماید. همان طور که قبلاً اشاره شد، این دانش، با گرفتن یا گذراندن درس‌های ریاضی کلاسیک، حاصل نمی‌شود.

■ دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس، جلوه‌هایی دارد که ریشه‌های آن، در تقاضاهای ریاضی در حین تدریس است. این دانش، چیزی نیست که به راحتی، با دانستن این که فرد **چقدر** ریاضی باید بخواند، پاسخ داده شود.

■ برای دانستن این که معلمان به چه ریاضیاتی نیاز دارند، باید بر عمل تدریس آن‌ها متمرکز شویم تا ببینیم معلمان چه می‌کنند و آن کار، چه نوع دانش، استدلال، بصیرت، فهم و درک و مهارت ریاضی را طلب می‌کند (بال و بس، ۲۰۰۴).

■ لازم است که برای دوره‌های آماده‌سازی معلمان، تدریس ریاضی از زاویه‌های جدید دیده شود.

■ به عقیده هوو (۲۰۰۱)، بهتر است به جای سرمایه گذاری برای داشتن کلاس‌هایی با تعداد کمتر، برای آموزش موضوعی معلمان آن کلاس، سرمایه گذاری شود.

■ لازم است که آموزش معلمان، به طور مستمر ادامه یابد، زیرا نمی‌توان به طور منطقی، از معلم انتظار داشت که تمام آن چه را که از محتوا و تدریس به آن نیاز دارد، در آغاز کار، بداند. آموزش مستمر، فرصت‌های بسیاری را برای یادگیری در مورد چگونگی یادگیری ریاضی کودکان، فراهم می‌کند.

■ آموزش معلمان ریاضی به دانشگاه‌ها، واگذار شود و ریاضی‌دان‌های دانشگاهی و آموزشگران، آموزش معلمان را به عنوان یک فعالیت متمایز، متفاوت، و باارزش قابل مقایسه با تربیت دانشمندان و مهندسان و ریاضی‌دان‌ها، به حساب آورند (هوو، ۲۰۰۱).

سؤال‌های پیشنهادی برای تحقیقات آینده

برای تحقق چنین توصیه‌هایی، سؤال‌های تحقیقی زیر، پیشنهاد می‌شوند تا از طریق یافته‌های آن‌ها، عمل تدریس ریاضی در دوره‌های ابتدایی / عمومی، ارتقاء یابد:

■ نقش ریاضی‌دان‌ها و ریاضی «در تحقیقات آموزش ریاضی»، چیست و چه باید باشد؟

■ کودکان به چه ریاضیاتی نیاز دارند؟

■ کودکان، چگونه آن ریاضیات را یاد می‌گیرند؟

■ چگونه باید به طور مؤثر، ریاضی را به کودکان، تدریس کرد؟

■ برای تربیت یک معلم ریاضی، چه باید کرد؟

■ معلمان، نیازمند دانستن چه چیزی هستند تا ریاضی را خوب تدریس کنند؟

■ دانش ریاضی مورد نیاز برای معلمان ابتدایی چیست؟

■ چه نوع دانش ریاضی، در تدریس ریاضی نهفته است؟

■ کجا و چگونه این دانش، در تدریس ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

■ چیزهایی که معلمان **خوب** می‌دانند، کدام‌ها هستند و چیزهایی که **نمی‌دانند**، کدامند؟ دانستن این دانسته‌ها و ندانسته‌ها، چگونه کمک می‌کنند تا بتوانیم منابع خود را، با عقلانیت بیش‌تری، به آموزش معلمان اختصاص دهیم؟

■ چگونه می‌توان دانشی را که برای تدریس ریاضی مفید است و بیش‌تر معلمان فاقد آن هستند، در آن‌ها ایجاد کرد؟

سخن پایانی

همان طور که هوو (۲۰۰۱) اظهار داشته است: «معلّمی که نسبت به هماهنگی ریاضیات نابیناست، نمی‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا آن را ببینند.» برای ایجاد چنین بصیرتی در معلمان، لازم است که دانش ریاضی مورد نیاز برای تدریس در دوره‌های ابتدایی شناخته شود و به دنبال آن، برنامه‌های آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان، طراحی و اجرا گردند. یادگیری ریاضی کودکان، در گرو یادگیری معلمان است و این هر دو یادگیری، از ظرافت‌ها و

پیچیدگی‌های ژرفی برخوردار است. به طور مثال، در یادگیری ریاضی کودکان در دوره‌های ابتدایی، توصیه و تأکید فراوانی بر عینیت تدریس و یادگیری می‌شود. اما باور عمومی آموزشی، عینی بودن را به معنای فیزیکی بودن و استفاده از ابزار و دست‌ورزی‌های فیزیکی تلقی می‌کند. در صورتی که گزارش «شورای ملی تحقیق» (۲۰۰۱)، خاطرنشان ساخته است که عینی به معنای فیزیکی نیست. یادگیری عینی، وقتی اتفاق می‌افتد که از موارد با معنی در تجربه‌های فوری کودک، به عنوان داربستی برای برافراشتن ایده‌های مجرد، استفاده شود. هم‌چنین، چگونگی استفاده از تجربه‌های کودکان، برای برافراشتن ایده‌های مجرد، نیازمند تحقیقات وسیع ملی، مبتنی بر کلاس درس، از نزدیک، و طولانی مدت است و تأخیر در انجام این نوع تحقیقات، خسارت‌بار و فاجعه‌آفرین است.

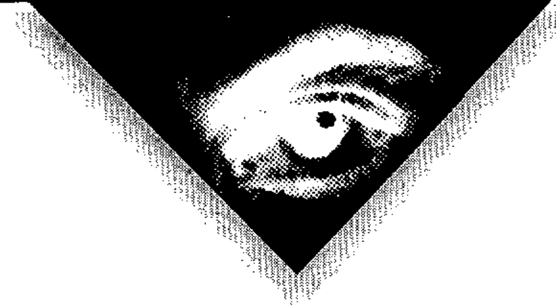
زیرنویس‌ها

1. 10th International Congress of Mathematical Education (ICME 10)
2. International Congress on Mathematical Instruction (ICMI)
3. Hyman Bass
4. Li Ping Ma
5. Ruhama Even & Deborah L. Ball
6. Practice-based Theory of Mathematical Knowledge
7. Practical Arts
8. Eclectic Arts
9. Research -Development- Defusion (RD & D)
10. Begle
11. Rojer Howe
12. Profound Understanding of Fundamental Mathematics (PUFM)
13. National Research Council (NRC)

* منظور از دوره‌های ابتدایی، دوره‌های ابتدایی و راهنمایی یا دوره‌های قبل از دوره‌ی متوسطه است.

منابع

1. Bass, H. (2004). Mathematics, Mathematicians, and Mathematics Education. **First Plenary lecture of the 10th International Congress on Mathematical Education**, 4-11 July, 2004, Denmark.
2. Ball, D. L. (1991). Research on Teaching Mathematics: Making Subject-Matter Knowledge Part of the Equation. In J. Brophy (Ed.), **Advances Research on Teaching: Teachers' Knowledge of Subject-Matter as it Relates to Their Teaching Practice**, Vol 2 (PP 1-48), JAI Press.
3. Ball, D. L., & Bass, H. (2004). Knowing Mathematics for Teaching. In R. Strässer, G. Brandell, B. Grevholm, & O. Helenius (Eds.), **Educating for the Future; Proceedings of an International Symposium on Mathematics Teacher Education**, the Royal Swedish Academy of Sciences & the authors.
4. Begle, E. G. (1979). **Critical Variables in Mathematics Education: Findings From a Survey of the Empirical Literature**. Washington, D. C. : Mathematical Association of America and National Council of Teachers of Mathematics.
5. Even, R. & Ball, D. L. (2003). Connecting Research, Practice, and Theory in the Development and study of Mathematics Education. **Educational Studies in Mathematics: An International Journal**, Volume 64, Nov. 2-3, 2003, (PP 139-146).
6. Ma, L. P. (1999). **Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States.** Mahwah, N J: Lawrence Erlbaum Associates.
7. National Research Council. (2001). **Adding it up: Helping Children Learn Mathematics**. Edited by J. KilPatrick, J. Swafford, and B. Findell. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral & Social Sciences & Education. Washington, D. C.: National Academy Press.
8. Nicol, C., Gooya, Z. & Martin, J. (2002). Learning Mathematics for Teaching: Developing Content Knowledge & Pedagogy in a Mathematics Course for Intending Teachers. In A. D. Cockburn, & E. Nardi (Eds.), **Proceedings of the 26th PME Annual Conference, 3-17 to 30204**. The University of East Anglia, UK.
9. Schwab, J. J. (1969). The Practical: A Language for Curriculum. **School Review**, Nov. 1969, 1-23.
10. Schwab, J. J. (1971). The Practical: Arts of Eclectic. **School Review**, 79(4), 493-572.
11. هوو، راجر (۲۰۰۱)، نقد کتاب: دانش و تدریس ریاضیات ابتدایی: درک معلمان از ریاضیات پایه در چین و ایالات متحده ـ نوشته‌ی لی‌پینگ‌ما، ترجمه‌ی شیوا زمانی، مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۶۷، صص ۵۱ تا ۶۰. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.



ساخت‌وسازگرایی

چشم‌انداز آینده‌ی معلمان

شری کارپنتر

ترجمه: سپیده چمن‌آرا، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و معلم ریاضی راهنمایی منطقه‌ی ۲ تهران

در این مقاله، شری کارپنتر، دیدگاه آیندهٔ معلمان را نسبت به آن‌چه که ساخت‌وسازگرایی برای معلمان در کلاس درس لازم می‌شمارد، ارایه می‌کند. پیش‌بینی‌های وی، شامل یک راهنمای عملی برای آن‌هایی است که در جست‌وجوی معنای عبارت «ساخت‌وسازگرایی» هستند.

مقدمه

پرسشی که امروزه، دائم از معلم‌ها پرسیده می‌شود این است که «به اعتقاد شما، دانش‌آموزان چگونه یاد می‌گیرند؟» صرف‌نظر از این‌که یک معلم، از چه نظریه یا نظریه‌هایی طرفداری می‌کند، این باور معلمان درباره‌ی چگونگی یادگیری دانش‌آموزان است که روش تدریس آن‌ها و آن‌چه را دانش‌آموزان طی زمان درس انجام می‌دهند، تعیین می‌کند.

یک لحظه به کلاسی فکر کنید که بر اساس ساخت‌وسازگرایی است:

- این کلاس شبیه به چه چیزی است؟
- معلم ـ در این کلاس ـ چه می‌کند؟ چه می‌گوید؟ چه درس می‌دهد؟
- دانش‌آموزان ـ در این کلاس ـ چه کار خواهند کرد؟
- چه نوع تفکری، جایگزین خواهد شد؟

با وجود این‌که نظریه‌ی ساخت‌وسازگرایی، جدید نیست؛ این نظریه، الزاماتی دارد که اغلب تصریح نشده‌اند. این مقاله، به جای این‌که به این موضوع بپردازد که چرا این نظریه باید، یا نباید در کلاس درس مورد استفاده قرار گیرد، به شما کمک می‌کند تا با تعدادی از استلزام‌هایی که ساخت‌وسازگرایی برای معلم‌ها و دانش‌آموزان دارد، آشنا شوید.

ساخت‌وسازگرایی چیست؟

نویسندگان مختلف، ساخت‌وسازگرایی را به شیوه‌های متفاوت توصیف کرده‌اند. در اصل، ساخت‌وسازگرایی، به مجموعه‌ای از نظریه‌ها درباره‌ی یادگیری شاره می‌کند که می‌توانند به نوبت برای راهنمای تدریس، مورد استفاده قرار گیرند(اپلتون، ۱۹۹۷). معلمانی که با این نظریه‌ها سازگار شده‌اند، معتقدند دانش‌آموزان، دانش ریاضی خود را می‌سازند، به جای این‌که آن را به یک شکل نهایی از معلم‌ها یا کتاب‌های درسی دریافت کنند. پس، دانش‌آموزان به‌جای موافقت صرف با اطلاعات، آن‌چه را می‌بینند، می‌شنوند یا انجام می‌دهند، در ارتباط با آن‌چه از قبل می‌دانند، تفسیر می‌کنند (ریس، سایدام، لینکوئست، اسمیت، ۱۹۹۸).

استلزام‌هایی برای معلم‌ها

ساخت‌وساز گرایی، برای معلم‌ها، استلزامات زیادی دارد. هرچند در این نظریه، قید نشده که چه چیز باید تدریس شود، ولیکن می‌تواند اطلاعاتی درباره‌ی تمرین‌های معلمی بدهد (اپلتون، ۱۹۹۷). زمانی که بر یادگیری دانش‌آموز تمرکز می‌کنیم، نقش معلم، در مقایسه با نقش او در روش‌های سنّتی‌تر و انتقالی‌تر، غیرمستقیم‌تر شده و مشکل‌تر می‌شود (هندری،

۱۹۹۶). با تمرکز بر افکار دانش‌آموزان، به جای تمرکز بر جواب‌های صحیح، معلم‌ها قادر خواهند بود فرآیندهای تفکر را تشویق و تقویت کنند، فرآیندهایی که در غیر این صورت، نادیده گرفته می‌شوند.

صحبت درباره‌ی تدریس در محیط‌های اجتماعی

نقش معلم در کلاس درسی که با ساخت‌وسازگرایی هدایت می‌شود، این است که اطمینان یابد فرصت‌های فراوانی وجود دارند تا دانش‌آموزان درباره‌ی یادگیری خود صحبت کنند، و با به حداکثر رساندن تعامل اجتماعی بین یادگیرنده‌ها و ترتیب دادن تجربه‌های حسی، یادگیری دانش‌آموزان را بهبود بخشد (تابین و ایمولد، ۱۹۹۳). بنابراین، تشویق دانش‌آموزان به بحث و گفت‌وگو در کلاس مهم است چرا که امکان درک ایده‌ها را با شیوه‌های مشابه به آن‌ها می‌دهد. البته، با وجودی که بحث در گروه‌های کوچک، اهمیت دارد، بحث‌های کلاسی نیز روش دیگری برای تشویق دانش‌آموزان به درمیان گذاشتن افکارشان درباره‌ی ایده‌های ریاضی است (وود، ۱۹۹۳). این کار، موقعیت‌هایی برای دانش‌آموزان به وجود می‌آورد که آن‌چه را از قبل می‌دانستند یا یادگرفته بودند، نشان دهند؛ حتی اگر آن ایده یا فهم، آشکار کننده‌ی بدفهمی‌های آن‌ها باشد. در نتیجه، مشارکت فعال، بخش حیاتی فرآیند یادگیری در یک کلاس درس مبتنی بر ساخت‌وسازگرایی است.

کارهای دیگری هم هستند که معلم‌ها می‌توانند هنگامی که این نظریه را در کلاس درس خود به کار می‌برند، انجام دهند. با طراحی فعالیت‌های مسأله ـ محور، به دانش‌آموزان کمک می‌کنیم در حالی که ریاضی را یاد می‌گیرند، موقعیت‌ها را حل کنند (وود، ۱۹۹۳). استفاده از مواد عینی و دستورزی‌ها نیز به یادگیری دانش‌آموزان کمک می‌کند، ضمن این که فعالانه در فرآیند یادگیری در نظر گرفته می‌شوند. مشابهاً، پرسش‌های باز-پاسخ، دانش‌آموزان را به بررسی فعالیت‌هایی که به آن‌ها داده می‌شود، تشویق می‌کنند. باید پرسش‌های دانش‌آموزان، درس را به پیش براند، چرا که وقتی چنین باشد احتمالاً ایده‌ها را خواهند ساخت. مطالعات نشان می‌دهند که زمان انتظار بعد از پرسش‌ها، نقش مهمی برای یادگیرنده بازی می‌کنند. این امر، به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد به جای این که از روی پاسخ بپرند و سعی کنند پاسخ مورد نظر معلم را حدس بزنند، برای پاسخ شخصی خودشان فکر کنند.

زمانی که فرصت‌های متعددی به دانش‌آموزان می‌دهیم که دانش خود را بازنمایی کنند، بار دیگر دانش‌آموزان را تشویق می‌کنیم که ایده‌های شخصی خود را بسازند و نمایش دهند (تابین و ایمولد، ۱۹۹۳). استفاده از استراتژی‌های متنوع، به دانش‌آموزان کمک می‌کند ایده‌ها را بسازند. کمک کردن به دانش‌آموزان نیز در مواقع لزوم، اهمیت دارد. این امر، دانش‌آموزان را قادر می‌سازد اطلاعاتی را که به دست آورده‌اند، برایشان معنادار شود.

اهمیت طراحی حول و حوش ایده‌های موجود دانش‌آموزان، بسیار مهم است. با وجود این‌که گفتیم نقش معلم، بسیار غیر مستقیم‌تر می‌شود، به هرحال هنوز طراحی اهداف برای واحدهای آموزشی، اهمیت دارد (وود، ۱۹۹۳). معلمان باید اهداف کلی و جزیی خود را بر مبنای تفکّر دانش‌آموزان تعیین کنند. این امر باید پیش از طراحی واحد جدید کاری، یا در مراحل اولیه‌ی واحد جدید، صورت گیرد.

یک معلم ساخت‌وسازگرا، در کلاس درس، می‌تواند زمانی را به بازتاب بر یادگیری دانش‌آموزان اختصاص دهد. این زمان، فرصتی است تا دانش‌آموزان آن‌چه که یاد می‌گیرند، بفهمند و آن را معنادار سازند، و بنابراین بتوانند از آن در موقعیت‌های جدید استفاده کنند. هم‌چنین، زمانی که کاربرد مناسبی برای درس مطرح می‌شود نیز این امر رخ می‌دهد، چرا که احتمالاً دانش‌آموزان می‌بینند چگونه مفاهیم به موقعیت‌ها وابسته هستند. سرانجام، کنجکاوی دانش‌آموزان باید پرورش یابد (لادو، ۱۹۹۹). به این منظور، معلمان باید پیوسته یادگیری‌ای را که در کلاس درسشان رخ می‌دهد، بازنگری کنند و در صورت لزوم، زمینه‌های مختلف را با زمینه‌ی درس تطبیق دهند (پی‌یری و کی‌رن، ۱۹۹۲).

به طور خلاصه، استلزام‌های معلم، عبارتند از:

- سؤال‌های باز-پاسخ بپرسیم؛
- پس از پرسش‌ها، زمانی را به انتظار برای فکر کردن و یافتن پاسخ، اختصاص دهیم؛
- زمانی برای بازتاب بر یادگیری در اختیار دانش‌آموزان قرار دهیم؛
- اجازه دهیم پاسخ‌های دانش‌آموزان، درس را جلو ببرد؛
- دانش‌آموزان را تشویق کنیم با هم گفت‌وگو کنند؛
- ابزار عینی در اختیار دانش‌آموزان قرار دهیم تا از آن‌ها استفاده کنند؛
- به جای تمرکز بر پاسخ‌های درست، بر تفکر دانش‌آموزان تمرکز کنیم؛
- تعامل اجتماعی بین یادگیرنده‌ها را به حداکثر برسانیم و تجربه‌های حسی برای آن‌ها ترتیب دهیم؛
- کاربردهایی برای درس، دم دست داشته باشیم؛

- پیوسته ، یادگیری‌ای را که رخ می‌دهد ، بازنگری کنیم ؛
- بحث‌های کلاسی را تسهیل کنیم ؛
- نسبت به این واقعیت که افراد مختلف ، ریاضی را به صورت‌های مختلف درک می‌کنند ، هوشیار و آگاه باشیم ؛
- فعالیت‌های مسأله‌ـ مدار طرح کنیم ؛
- طراحی خود را بر اساس ایده‌هایی که دانش‌آموزان در ذهن دارند ، انجام دهیم ؛
- برای واحد آموزشی ، اهداف یادگیری تعیین کنیم ؛
- بر مفاهیم اولیه و اصلی ، تمرکز کنیم ؛
- از استراتژی‌های مختلفی مانند یادگیری مشارکتی برای رسیدن به یادگیری مفهومی ، استفاده کنیم ؛
- در صورت نیاز به دانش‌آموزان کمک کنیم اطلاعاتی را که کسب کرده‌اند ، معنادار کنند ؛
- فرصت‌های متعددی ایجاد کنیم تا دانش‌آموزان ، نوع دانش خود را نشان دهند ؛
- ضمن استفاده‌ی مکرر از چرخه‌ی یادگیری ، کنجکاوی طبیعی دانش‌آموزان را پرورش دهیم .

دانش‌آموزان چه کار خواهند کرد؟

در یک کلاس ساخت‌وسازگرایانه ، دانش‌آموزان فعالانه در یادگیری خود ، شرکت دارند و در گروه‌های دو نفری یا چندنفری ، روی یک مرحله از درس ، کار می‌کنند . آن‌ها ایده‌های خود را برای دیگر دانش‌آموزان شرح می‌دهند و این ایده‌ها را به شیوه‌های بسیار گوناگون ، نمایش می‌دهند . آن‌ها ، هم‌چنین در ارزیابی کار خویش ، شرکت دارند و بر آن‌چه یادگرفته‌اند ، بازتاب می‌کنند . چک‌لیست زیر ، شامل خلاصه‌ای از کارهایی است که دانش‌آموزان باید در آن شرکت کنند تا کلاسی با رویکرد ساخت‌وسازگرایانه داشته باشیم :

- فعالانه درگیر توصیف ، تداخل ، کشف و کاربردها باشند ؛
- فعالانه در یادگیری خود به حساب بیایند ؛
- برای معنا دادن به تکالیف ، به صورت گروهی کار کنند ؛
- ایده‌های خود را با دیگران در میان بگذارند ؛
- کار خود را ارزیابی کنند ؛
- درگیر موضوعات شوند ، آن‌ها را کشف کنند ، توصیف کنند ، بسط دهند ، ارزشیابی کنند ؛ و
- بر آن چه یادگرفته‌اند ، بازتاب داشته باشند .

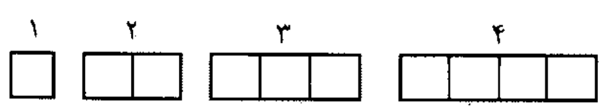
یک فعالیت مناسب برای کلاس درس

دروس ریاضی را به شیوه‌های مختلف می‌توان ارایه داد . تنها با تغییر رویکرد اصلی ، از یادگیری منفعلانه به یادگیری فعّال ، دانش‌آموزان برای کسب ایده‌های جدید ، بیش‌تر به حساب می‌آیند و پاسخ‌گوتر می‌شوند . البته ، ساده‌تر آن است که ببینیم یک نظریه ، وقتی روی یک فعالیت متمرکز می‌شود ، واقعاً شبیه چه چیزی است . فعالیت زیر ، در ارتباط با الگویابی است و آشکار می‌کند که یک درس باید چگونه باشد .

طرح کلی فعالیت

دانش‌آموزان باید به شیوه‌های گوناگون ، الگویی را که در شکل زیر ظاهر می‌شود ، نمایش دهند .

دانش‌آموزان باید تعداد چوب کبریت‌های لازم برای ساختن



برای ساختن یک خانه ، چند چوب کبریت مصرف می‌شود؟

برای ساختن دو خانه که از یک طرف به هم چسبیده‌اند ، چند چوب کبریت لازم است؟

برای سه خانه ، چطور؟

برای ۴ خانه ، چند چوب کبریت لازم است؟

یک جعبه، دو جعبه، سه تا و غیره را بیابند. حال اگر خانه‌ها پشت سر همدیگر در یک خط به هم متصل شوند، در هر مورد، چند چوب کبریت لازم است؟ دانش‌آموزان باید برای تعیین تعداد چوب کبریت‌های لازم برای ساختن هر تعداد از جعبه‌ها که به یکدیگر متصل شده‌اند؛ مثلاً ۵۰تا، ۶۷تا یا هر تعداد دیگری؛ روشی ساده بیابند.

نگاهی بر رویکرد ساخت‌وسازگرایانه به درس

رویکرد ساخت‌وسازگرایانه به این درس، چیزی شبیه به آن چیزی است که در زیر نقل می‌کنیم. نخست، ممکن است معلم، دانش‌آموزان را وارد موضوع موردنظر ـ در این حالت، الگویابی در اعداد ـ کند. این کار را به شیوه‌های مختلف می‌توان انجام داد. مثلاً می‌توان عکسی از یک مزرعه نشان داد و درباره‌ی مشکل کشاورز برای ساختن لانه‌ها (جعبه‌ها)یی برای حیواناتش، صحبت کرد، یا چیزی شبیه به این که دانش‌آموزان به آن علاقه‌مند باشند. دانستن علایق دانش‌آموزان، به قدری اهمیت دارد که می‌تواند آن‌ها را سریعاً وارد بحث کند. سپس، معلم با پرسیدن سؤال‌های باز ـ پاسخ، آن‌ها را تحریک و تشویق به تفکر درباره‌ی الگویابی و فعالیت مرتبط با آن می‌کند. پس از آن معلم می‌تواند اطلاعاتی را در اختیار آنان قرار دهد که با دانش موجود آن‌ها، منطبق نباشد (هانلی، ۱۹۹۴). سپس دانش‌آموزان را تشویق می‌کنیم به گروه‌های کوچک تقسیم شوند تا درباره‌ی تکلیف، بحث و گفت‌وگو کنند تا به این نتیجه برسند که کشاورز، برای ساختن هر تعداد لانه برای حیواناتش، به چند جواب نیاز دارد. در این زمان، معلم باید بین گروه‌ها بچرخد و سؤال‌هایی بپرسد بدون این که جواب بدهد. دانش‌آموزان باید تشویق شوند که تلاش کنند از شیوه‌های مختلف برای بازنمایی فهم و درک خویش استفاده کنند و از مواد کمک‌آموزشی مختلف برای توضیحات خود، استفاده کنند. پس از آن دانش‌آموزان باید ایده‌های خود را با کل کلاس در میان بگذارند و ببینند که آیا می‌توانند درباره‌ی آن‌چه که کشاورز باید انجام بدهد، تصمیم بگیرند، یا خیر.

البته، در یک رویکرد سنّتی، ممکن است جدول زیر را به دانش‌آموزان ارایه کرد و آن را شرح داد و از آن‌ها خواست آن را تکمیل کنند. این جدول، الگوی تعداد چوب‌ها را نشان می‌دهد، که در آن x نمایانگر تعداد خانه‌های متصل به هم و y تعداد چوب‌های مورد نیاز است. در این حالت، اغلب، دانش‌آموزان پیشرفته‌تر بیش‌تر اکتشافات و تفکرات را انجام می‌دهند.

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
y	۴	۷	۱۰	۱۳	؟	؟	؟

با استفاده از الگوی جدول بالا، پیش‌بینی کنید برای ساختن ۵، ۶، یا ۷ خانه‌ی متصل به هم، چند چوب لازم است؟
با توجه به جدول، رابطه‌ی زیر وجود دارد:

$$y = ۳x + ۱$$

اگر از این معادله استفاده کنیم، برای ساختن ۱۰ خانه‌ی متصل به هم، چند چوب لازم است؟
برای ۵۵ خانه چطور؟ برای ۷۵ تا؟ برای ۱۰۰ تا؟

در مقابل، معلمان ساخت‌وسازگرا، کاملاً محتمل می‌دانند که دانش‌آموزان، با استفاده از دانش قبلی و یادگیری خود، به چنین جدولی دست پیدا کنند. به بیان دیگر، در یک رویکرد ساخت‌وسازگرایانه، این مهم است که خود دانش‌آموزان به پاسخ برسند، نه این که معلم پاسخ را بدهد. پس از آن، می‌توان دانش‌آموزان را تشویق کرد که از دانش قبلی خود استفاده کنند و تعداد چوب‌های مورد نیاز کشاورز برای ساختن لانه‌هایی با شکل‌های دیگر، مثلاً مثلث یا احتمالاً پنج‌ضلعی یا شش‌ضلعی را به‌دست آورند. ممکن است برخی از دانش‌آموزان روش‌های دیگری پیشنهاد کنند که به تعداد کمتری چوب نیازمند باشد، مثلاً ممکن است استفاده از کاشی‌کاری‌ها را پیشنهاد دهند.

جمع‌بندی

نهایتاً، معلم در برابر تعیین ایده‌هایی که دانش‌آموزان درباره‌ی یک موضوع خاص دارند، پاسخ‌گو است به طوری که می‌تواند مواد جدید را معرفی کند و با تجربه‌های دانش‌آموزان، مرتبط سازد (نیلند، ۱۹۹۵). با استلزام‌های فراوانی که برای معلمان و دانش‌آموزان وجود دارد، یک رویکرد ساخت‌وسازگرایانه در کلاس درس، شامل تجربه‌های یادگیری معنادار و باارزش، هم برای دانش‌آموزان و هم برای معلم خواهد بود. با آگاهی از این استلزام‌ها، معلم‌ها از اعمال خود در کلاس درس مطلع خواهند شد. دانش‌آموزان باید در یادگیری خود، نقش فعالی داشته باشند و درک و فکر خود را برای دیگران تشریح کنند.

■

آدرس مقاله‌ی اصلی

Carpenter, Sheree (2003). Constructivism A Prospective Teacher's Perspective, **A Journal of the Australian Association of Mathematics Teachers** Inc. (APMC), vol. 8. No. 1, pp. 29-32.

منابع

1. Appleton, K. (1997). Can knowing about constructivism really help my teaching?, *The Queensland Science Teacher*, 23(1).

2. Hanley, S. (1994). *On constructivism.* Accessed 4 October 2002 at http://www.towson.edu/csme/mctp/Essays/Constructivism.txt.

3. Hendry, G. D. (1996). Constructivism and educational practice. *Australian Journal of Education*, 40(1), 19-40.

4. Ladeau, A. (1999). *Constructivism and website design.* Accessed 4 October 2002 at http://www.nova.edu/~turgeonm/construct.html.

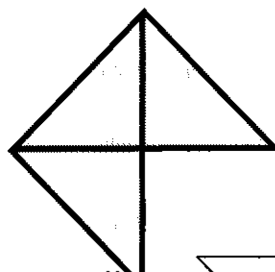
5. Neyland, J. (1995). Eight approaches to mathematics. *Mathematics Education: A Handbook for Teachers, Vol. 2.* Wellington, New Zealand: Wellington College of Education.

6. Pirie, S. & Kieren, T. (1992). Creating constructivist environments & constructing creative mathematics. *Education Studies in Mathematics.* MLATS, Australia.

7. Reys, R., Suydam, M., Linquist, M. & Smith N., (1998). *Helping Children Learn Mathematics (5th Ed.).* Boston: Allyn & Bacon.

8. Tobin, K. & Imwold, D. (1993). *The Mediational Role of Constraints in the Return of Mathematics Curricula.* Curtin University of Technology.

9. Wood, T, (1993). Second grade classroom: Psychological perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, No. 6.*



یک چهارم از تجربه‌ای هماهنگ

نویسنده: مانی رضائی

عضو هیأت تحریریه‌ی مجله‌ی رشد آموزش ریاضی

به‌دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجله درنظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا ازطریق آن، بتوانیم رابطه‌ی نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به‌تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آنگاه نظریه‌ها به‌عمل دَر می‌آیند و مجدداً عمل به‌نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که دراختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به‌اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و باپویایی به‌غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

روایت حاضر، خاطره‌ی تجربه‌ای است که چند سال پیش با دوستان و همکاران خود بدان دست یافته بودم. به دلایل مختلف (که همگی خوش است)، این تجربه برایمان دوام نیافت، اما مبنایی شد تا در آن مدرسه، ریاضیات سال اول (و به دنبال آن سال دوم)، به شیوه‌ای کمی متفاوت ارایه شود.

در پایان سال، از بین حدود ۲۴۰ دانش‌آموز سال اول دبیرستان، بیش از صد نفر موفق نشدند در امتحان‌های خرداد، در درس ریاضیات نمره‌ی بالای ده کسب کنند. با بررسی مجدد ورقه‌ها و حذف یکی از سؤال‌ها (که تقریباً هیچ یک از دانش‌آموزان به آن پاسخ نداده بودند)، نتیجه‌ی آزمون تعدیل شد. با این همه، حدود هفتاد نفر از دانش‌آموزان مجبور شدند در طول تابستان، این درس را دوباره مرور کنند. مشکل چه بود؟ پاسخ به این پرسش، به بررسی دقیق و همه‌جانبه‌ای نیاز داشت، و می‌توان با بررسی عوامل گوناگونی از جمله: سطح درس ارایه شده، تعداد تمرین‌های محول‌شده به دانش‌آموزان و انجام شده در کلاس، تعداد آزمون‌های برگزار شده و پرسش‌های مستمر در کلاس، متناسب بودن پرسش‌های امتحان با محتوای درس،

و غیره، ارزیابی بهتری از آن انجام شود. اما مدیر مدرسه مشکل را به سادگی حل کرد. وی در سال بعد، مسئولیت درس ریاضی را در پایه‌ی اول، به گروهی دیگر از معلمان سپرد.

در سال تحصیلی بعد، چهار معلم، تدریس ریاضیات در هشت کلاس پایه‌ی اول دبیرستان را بر عهده گرفتند. به‌عنوان یکی از این معلمان، که تجربه‌ای ارزنده در این سال تحصیلی کسب کرده‌ام، علاقه‌مندم به روایت گوشه‌هایی از این تجربه بپردازم.

طبیعی است که هر یک از معلمان، روش تدریس خود را داشتند. اما چون قصد داشتیم همه‌ی کلاس‌ها با هم هماهنگ باشند و از تجربه‌ی یکدیگر بیش‌تر بهره بگیریم، تصمیم بر آن شد که با وجود اختلاف نظرهایی که در شیوه‌ی بیان درس داشتیم، «تا حد امکان، برنامه‌ای هماهنگ ارایه دهیم». به همین منظور، در ساعت فراغت عصر یکی از روزهای هر هفته، جلسه‌ای مشترک برای تبادل نظر و برنامه‌ریزی درس هفته‌ی بعد تشکیل می‌دادیم. هر جلسه، حدود یک تا دو ساعت از وقت ما را به خود اختصاص می‌داد، اما هماهنگی کسب شده بسیار بیش‌تر از آن چند ساعت ارزش داشت.

در فضای دوستانه‌ی جلسه‌های هفتگی، ابتدا هر یک از معلمان، گزارشی از برنامه‌ی کلاس‌های خود در هفته‌ی گذشته ارایه می‌دادند و سپس، برنامه‌ی خود را برای هفته‌ی بعد مطرح می‌کردند. برخی جزییات تدریس در هفته‌ی قبل مانند مثال‌های ویژه، شیوه‌های ورود به مباحث گوناگون، گفتگوها و بحث‌های کلاسی، بدفهمی‌ها و کاستی‌های احتمالی در موضوعات مختلف و غیره در این جلسه‌ها مرور می‌شد و پیرامون نکات اصلی برنامه‌ی هفته‌ی بعد، زمان‌بندی پیشنهادی برای بخش‌های مختلف درس و برخی از کلیات پیش‌بینی شده برای ادامه‌ی درس، گفتگو می‌شد. بدین ترتیب، با وجود چهار معلم، برنامه‌ی آموزشی کلاس‌های مختلف، هماهنگ و منظم پیش می‌رفت.

این هماهنگی، باعث اعتماد بیش‌تر دانش‌آموزان به هریک از معلمان و برنامه‌ی آن‌ها شده بود. هم‌چنین، امکان برگزاری امتحان مشترک در طول سال و در هر زمان میسر بود، زیرا نه‌تنها مطالب درس، بلکه حتی برخی مثال‌های خوب، در تمام کلاس‌ها به طور مشترک مطرح شده بود. دانش‌آموزان در ابتدای سال، نگران بروز مشکلی مشابه سال پیش بودند، و این نگرانی حتی در ملاقات اولیای آن‌ها با معلمان و مسئولان مدرسه، مشهود بود. اما اعتماد و اطمینان در سایه‌ی حمایت مدیر مدرسه، خیلی زود به دست آمد. هماهنگی همه‌ی کلاس‌ها و انتخاب روشی مناسب در ارایه‌ی هر موضوع، موجب جلب‌نظر دانش‌آموزان به درس و علاقه‌مندی آن‌ها شد.

در ارایه‌ی تمام مطالب، سعی می‌شد تا ارتباط ملموسی بین مطالب به‌دست آید. از سوی دیگر، با طرح بازی‌های متناسب با موضوع درس، از یکنواختی کلاس درس می‌کاستیم. در برخی موارد نیز به‌عنوان مکملی برای فعالیت آموزشی دانش‌آموزان، مطالب جنبی ارایه می‌کردیم که البته نتیجه‌ی آن نیز، بازخورد خوبی برای ادامه‌ی درس به همراه داشت. این مطالب با هدف ایجاد ارتباط بیش‌تر بین دانسته‌های دانش‌آموزان مطرح می‌شد.

اشاره به مثالی از مطالب بیان شده، خالی از لطف نیست. با توجه به این که می‌توان به روش‌های گوناگونی به معرفی سهمی پرداخت، تصمیم گرفتیم مسیری متکی بر شهود دانش‌آموزان در پیش بگیریم. مسیری که برای ارایه‌ی این موضوع داشتیم، و به‌نظر ما جالب‌تر بود، مورد توجه دانش‌آموزان نیز قرار گرفت و در تمام مراحل، عمدتاً دانش‌آموزان موضوع درس را پیش می‌بردند.

ابتدا با تعریف هندسی سهمی شروع کردیم: «مجموعه‌ای از نقطه‌های صفحه که فاصله‌ی آن‌ها از خط d و نقطه‌ی O در خارج d، برابر باشند» و با بررسی این نقطه‌ها، منحنی سهمی را به صورت تقریبی، ترسیم کردیم. سپس به بررسی نمودار $y = x^۲$ پرداختیم. نشان دادن این که معادله‌ی سهمی‌ای که در آن $y = -a$ خط d و $(۰, a)$ نقطه‌ی O (در تعریف هندسی) باشد، همان $y = Ax^۲$ است، تمرین خوبی برای مرور «فاصله‌ی دو نقطه» و «فاصله‌ی نقطه از خط» بود (دانش‌آموزان نشان دادند که $A = \frac{۱}{۴a}$). رسم سهمی $y = x^۲ + c$ به ازای $c = ۱, -۱, ۲, ۳$ و چند مقدار دیگر، شهود خوبی از اثر تغییرات c بر نمودار سهمی

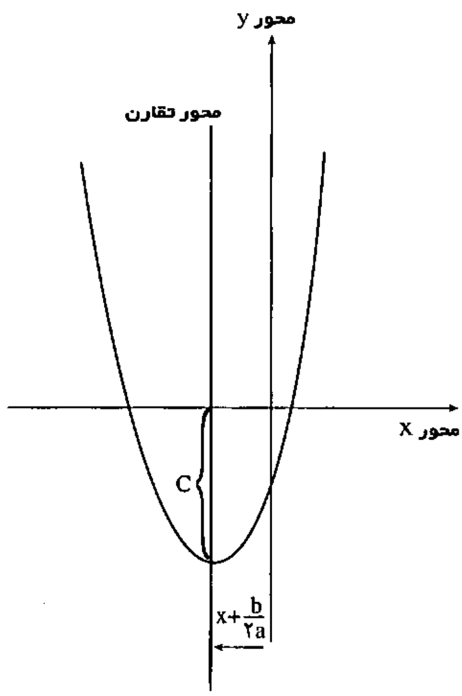
به‌دست داد. هم‌چنین، رسم سهمی $y = ax^2$ به ازای مقدارهای $a = 1, -1, 2, \frac{1}{2}, \dots$، به شهود مناسبی از نمودار سهمی‌های $y = ax^2 + c$ منجر شد. برای شروع، حالت $y = x^2 + 2x + 1$ که همان $y = (x+1)^2$ است، بررسی شد. سپس با اثر انتقال $X = x + 1$ روی این سهمی، معادله‌ی سهمی را به $y = X^2$ تبدیل کردیم. بنابراین، دانش‌آموزان دیدند که سهمی $y = x^2 + 2x + 1$ نمودار انتقال یافته‌ی $y = x^2$ است. این مثال، برای بررسی حالت کلی معادلات سهمی $y = ax^2 + bx + c$، زمینه‌ساز خوبی بود. با تعمیم حالت قبلی، نتیجه گرفتیم که هر سهمی دلخواه $y = ax^2 + bx + c$ را می‌توان نمودار انتقال‌یافته‌ی سهمی $y = ax^2$ در نظر گرفت:

$$
\begin{aligned}
y &= ax^2 + bx + c \\
&= a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c \\
&= a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}) + c \\
&= a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}) - \frac{b^2}{4a} + c \\
&= a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\
&= aX^2 + C
\end{aligned}
$$

که در این‌جا $X = x + \frac{b}{2a}$ و $C = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ (شکل ۱).

در تمرینی دیگر، دانش‌آموزان به بررسی نقطه‌های تلاقی سهمی با محور x، یعنی همان جواب‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ پرداختند و شرط وجود جواب آن را به‌دست آوردند:

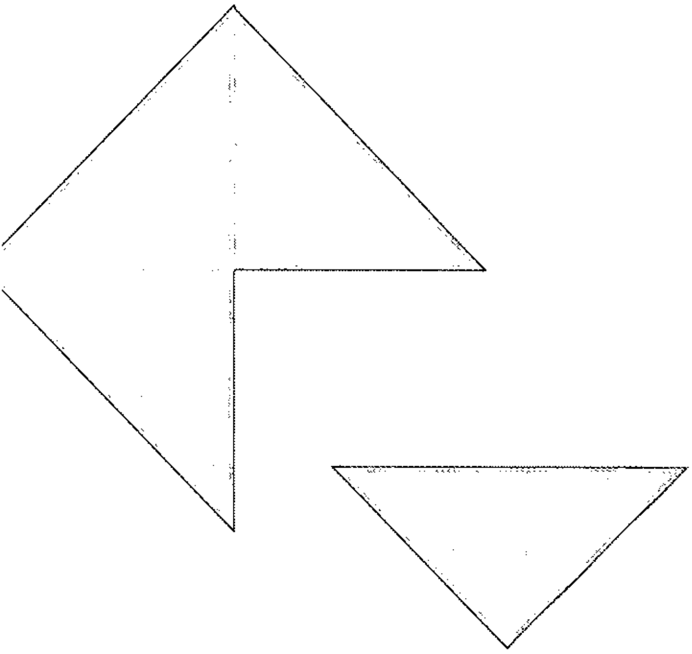
$$
\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= 0 \\
AX^2 + C &= 0 \\
X^2 &= \frac{-C}{A}
\end{aligned}
$$

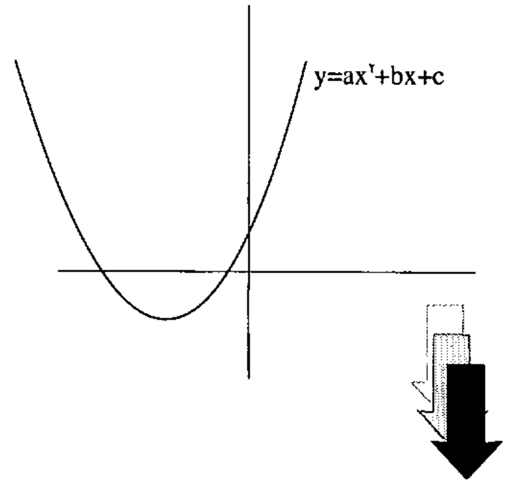


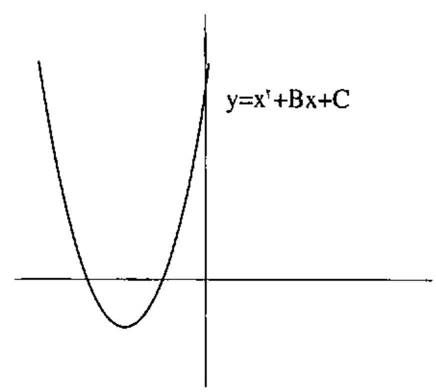
در صورتی که $\frac{-C}{A} \geq 0$، این معادله دارای جواب است. این شرط، معادل $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \geq 0$ است و چون مخرج همواره مثبت است، کافی است $b^2 - 4ac \geq 0$ که این همان شرطی است که برای وجود جواب معادله‌ی درجه دوم لازم است.

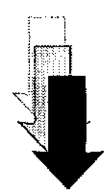
قسمت عمده‌ای از تمرین‌ها و جمع‌بندی آن‌ها، در کلاس درس انجام می‌شد. البته در صورتی که زمان کلاس به پایان می‌رسید، بررسی نتایج باقی مانده به‌عنوان «تمرین خانه» به دانش‌آموزان واگذار می‌شد. در بیش‌تر موارد، در جلسه‌ی بعد، تقریباً همه‌ی دانش‌آموزان تمرین‌ها را انجام داده بودند و این باعث شده بود تا سرعت ارایه‌ی مطالب در جلسه‌ی بعد، افزایش یابد.

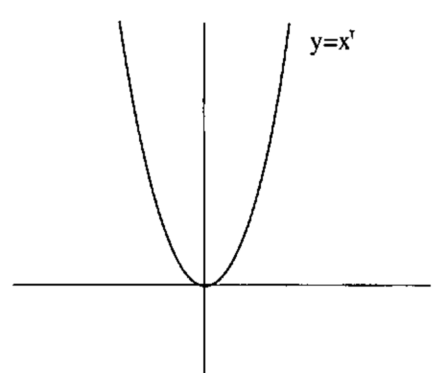
به عنوان تمرین در کلاس درس، دانش‌آموزان ثابت کردند که «از هر سه نقطه، تنها یک سهمی می‌گذرد.» اما جالب‌ترین نتیجه آن بود که توانستیم ثابت کنیم «هر دو سهمی دلخواه، متشابه‌اند!» (یعنی با انتخاب ضریب k مناسب، می‌توان هر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را به سهمی $y = x^2 + Bx + C$ نشاند و با انتقال، می‌توان آن را بر سهمی $y = x^2$ نشاند! (شکل ۲)). با بحث حول این موضوع، که











کمی نابدیهی به نظر می‌رسید، و پیوند بیش‌تر بین موضوعات ریاضی، اطلاعات دانش‌آموزان گسترش بیش‌تری یافت.

در آن سال تحصیلی، از کلاس درس و حرفه ی معلمی، بیش از هر سال دیگری لذت بردیم و ممکن است بسیاری از دانش‌آموزان ما نیز از درس ریاضی، به عنوان «درس شیرین ریاضی» یاد کرده باشند.

شاید شما نیز تاکنون بارها با دانش‌آموزانی که ضرورت ارتباط بین مطالب درس را به خوبی احساس نمی‌کنند، روبه‌رو شده باشید. این گروه از دانش‌آموزان به همین علت، به «حفظ کردن درس» اقدام می‌کنند. همین امر باعث خستگی و احساس ناتوانی در آن‌ها می‌شود. اما فعالیت و هیجانی که مسیر بحث بالا و بحث مشابه در دیگر مباحث درسی ریاضیات سال اول پیش آورد، یادگیری را برای دانش‌آموزان ما ساده‌تر و لذت‌بخش‌تر کرد.

جذب و علاقه‌مند کردن دانش‌آموزان به موضوع درس، به‌سادگی صورت نمی‌پذیرد. اما اگر در این راه موفق شوید، در لذت بردن از ریاضیات، با دانش‌آموزان شریک شده‌اید. ■

ورودی به مفهوم مشتق

اکبر ایروانی، دبیر ریاضی اصفهان

در تدریس مفهوم مشتق در کتاب حسابان برای دانش‌آموزان سال سوم ریاضی، قبلاً به این ترتیب عمل می‌کردم که پس از آن‌که مقدمه و تاریخچه‌ی مختصری از مشتق بیان می‌کردم، آن را تعریف کرده و سپس مسایلی از آن را مطرح می‌کردم و دانش‌آموزان در حل آن مشارکت می‌کردند. چنین احساس می‌کردم که دانش‌آموزان درس را به‌خوبی فهمیده‌اند و این روند را در ادامه‌ی بحث مشتق و کاربرد آن نیز اجرا می‌کردم. تا آن‌که با مطالعه‌ی مقاله‌هایی، در مجله‌ی رشد آموزش ریاضی و نیز آشنایی با «آموزش از طریق حل مسأله»، ایده‌های جدیدی پیدا کردم. این بار وقتی سر کلاس درس حسابان حاضر شدم و خواستم مشتق را تدریس کنم، قبل از هر چیز، شکل(۱) را روی تخته کشیدم و درس را با مسأله‌ی زیر شروع کردم:

شیب خط T که بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2$ در نقطه‌ی $A(2,4)$ مماس است را به‌دست آورید. (شکل ۱)

پس از حدود ده دقیقه که بعضی از دانش‌آموزان به‌صورت گروهی و بعضی به‌صورت فردی روی مسأله فکر کردند، اظهارنظرهای مختلفی کردند:

۱. خطی به موازات خط T رسم می‌کنیم تا نمودار را در دو نقطه‌ی B و C قطع کند. سپس شیب BC را حساب می‌کنیم که همان شیب خط T است.

۲. از نقطه‌ی O (مبدأ مختصات) خطی به موازات T رسم می‌کنیم تا نمودار را مثلاً در نقطه‌ی C قطع کند. سپس شیب OC را حساب می‌کنیم که همان شیب خط T است.

۳. نقطه‌ی C را به دلخواه روی نمودار در نظر می‌گیریم. از آن، خطی به موازات T رسم می‌کنیم تا نمودار را مثلاً در B قطع کند. با محاسبه‌ی شیب BC، شیب T مشخص می‌شود.

۴. از نقطه‌ی A، خطی بر T عمود می‌کنیم تا این خط محور xها و yها را در نقاط مثلاً M و N قطع کند. سپس شیب MN را پیدا کرده و از روی آن شیب T را به‌دست می‌آوریم.

۵. قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به محور yها، یعنی A' را پیدا کرده و پس از آن از روی شیب AA'، شیب T را پیدا می‌کنیم.

۶. نقطه‌ای خیلی نزدیک به A روی نمودار، مانند نقطه‌ی B، در نظر می‌گیریم. شیب AB خیلی به شیب T نزدیک است، پس شیب T تقریباً همان شیب AB است.

۷. خط T را امتداد می‌دهیم تا محور xها را مثلاً در نقطه‌ی B قطع کند. با پیدا کردن مختصات B، شیب AB یعنی همان شیب T به‌دست می‌آید.

۸. خط T را امتداد می‌دهیم تا محور xها را مثلاً با زاویه α قطع کند با محاسبه‌ی $\tan\alpha$ شیب خط T را داریم.

و دانش‌آموزان دیگر نیز همین نظرات را تأیید می‌کردند.

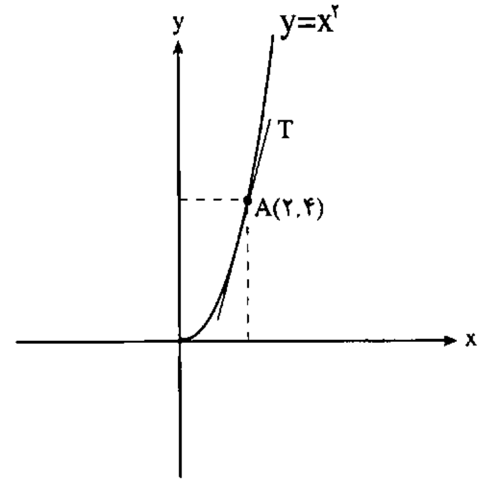
من ابتدا این نظرات را جمع‌آوری کردم و روی تخته‌سیاه، با شماره‌های ۱ تا ۸ نوشتم و دوباره به آن‌ها فرصت دادم تا نظرات خود را بررسی و بازنگری کنند و یا اگر نظر جدیدی دارند ارایه دهند. پس از پایان این فرصت، تک‌تک این نظرات و پیشنهادات را با تأمل بیش‌تری مورد بررسی قرار دادیم.

برای نظر اول، شکل۲ را رسم کردم و سؤال کردم:

حال چگونه شیب BC را پیدا کنیم؟

از دیگر دانش‌آموزان خواستم که آن‌ها هم توجه خود را به

اکبر ایروانی، دبیر ریاضی



(شکل ۱)

این نظر جلب کنند و روی آن فکر کنند.

دانش‌آموزی که نظر اوّل را داده بود در تکمیل نظر خود گفت: نقطه‌های C و B را با مختصات $B(m,m^2)$ و $C(n,n^2)$ در نظر می‌گیریم.

داریم:

$$m_{CB}=\frac{m^2-n^2}{m-n}$$

و یا

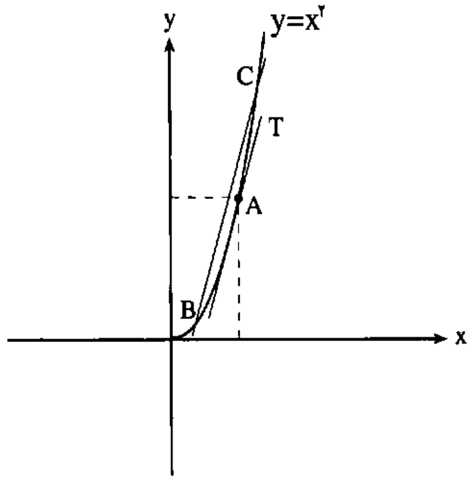
$$m_{CB}=m+n$$

به او گفتم: حال که m و n را نداریم!

دانش‌آموزان دیگر نیز نتوانستند برای m و n جوابی پیدا کنند. در این حال، دانش‌آموزی که نظر دوم را ارایه کرده بود، با صدای بلند گفت: آقا نظر ما بهتر است. گفتم: چرا؟ گفت: فقط یک مجهول دارد (با توجه به شکل ۳)

$$m_{OC}=\frac{n^2-0}{n-0}=n$$

در این جا نیز از یافتن n عاجز ماندیم. بچه‌ها گفتند: آقا شما خودتان بگویید n را چطور حساب کنیم؟ پاسخ دادم: بچه‌ها من هم مثل شما، نمی‌دانم چگونه باید n را با این شرایط حساب کرد؟ احساس کردم با این گفته‌ی من، دانش‌آموزان از انگیزه‌ی بالاتری

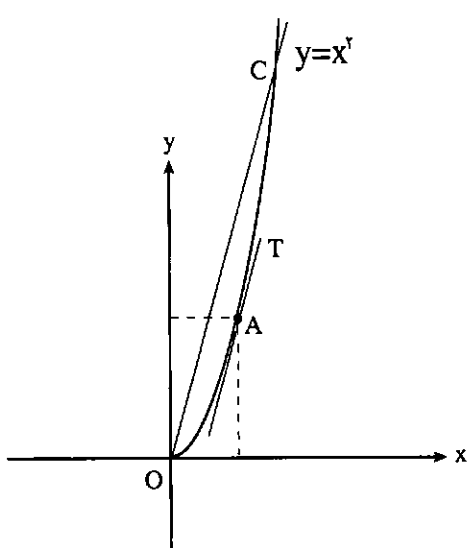


(شکل ۲)

برخوردار شدند تا هر طور شده شیب T را حساب کنند.

در اینجا برای دانش‌آموزان توضیح دادم که گاهی اوقات در حل یک مسأله، می‌توان با تغییر روش و یا استفاده از یک مسأله‌ی مرتبط، از مجهولات مسأله کاست. مانند نظر دانش‌آموز دوم نسبت به دانش‌آموز اول (هرچند هنوز مسأله حل نشده است).

حل مسأله را ادامه دادیم. دانش‌آموزی که نظر سوم را داده بود، خود گفت: آقا نظر من نیز شبیه نظر قبلی است. آن را در



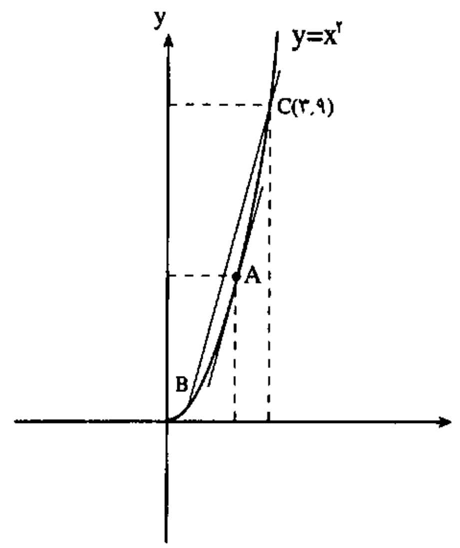
(شکل ۳)

شکل زیر (شکل۴) بررسی کردم:

$$C(۳,۹) \qquad B(m, m^{۲})$$

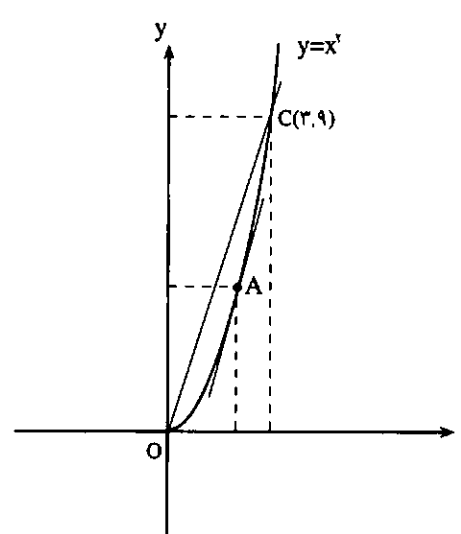
$$m_{BC} = \frac{m^{۲} - ۹}{m - ۳} = m + ۳$$

که در اینجا نیز m مجهول است.



(شکل۴)

در این لحظه دانش‌آموزی گفت: در اینجا C را دلخواه درنظر می‌گیریم، مثلاً C(۳,۹) . از O به C وصل می‌کنیم. شیب OC را که حساب کنیم، کافیست. (شکل ۵)



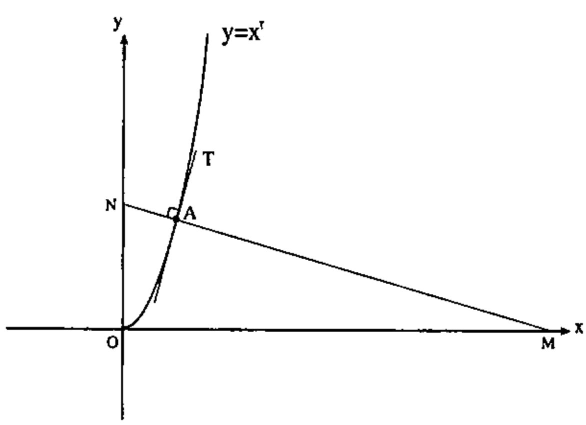
(شکل۵)

پس از لحظه‌ای درنگ دانش‌آموزان دیگر او را قانع کردند که از کجا معلوم OC موازی T باشد و مسأله، هم‌چنان بدون جواب ماند. البته آن‌چه که برای من خیلی جالب بود، انگیزه‌ی فراوان دانش‌آموزان و پی‌گیری آن‌ها برای یافتن پاسخ مسأله بود.

پس از آن، نظر چهارم را بررسی کردیم:

$$M(a,۰) \quad N(۰,b) \qquad m_{MN} = \frac{b - ۰}{۰ - a} = \frac{-b}{a}$$

در اینجا نیز a و b مجهول بودند و مسأله، بدون جواب می‌ماند و حتی با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث OMN نیز، چیزی دستگیرمان نشد. (شکل ۶)



(شکل۶)

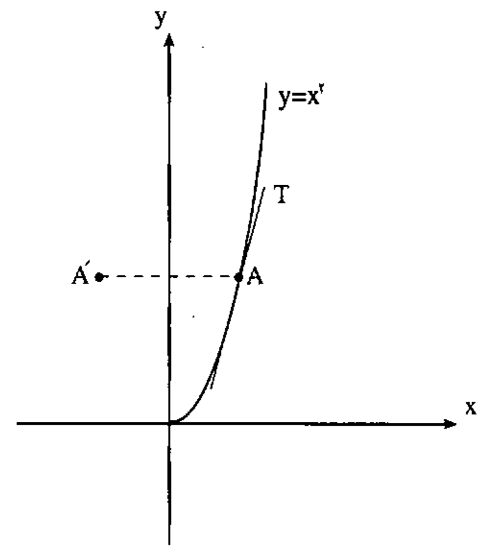
به اتفاق دیگر دانش‌آموزان، دانش‌آموزی که نظر پنجم را ارایه کرده بود قانع شد که پیشنهاد او، برای حل مسأله، خیلی بی‌ارتباط است (شکل ۷). از پیشنهاد هفتم نیز، مختصات B مجهول بود و راه به جایی نبردیم.

پیشنهاد هشتم را قبل از پیشنهاد ششم بررسی کردیم. در این مرحله، سؤالی که مطرح شد این بود که چگونه $\tan\alpha$ را حساب کنیم؟

دانش‌آموزی که پیشنهاد هشتم را داده بود، گفت: از A بر محور xها عمود می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ACH داریم

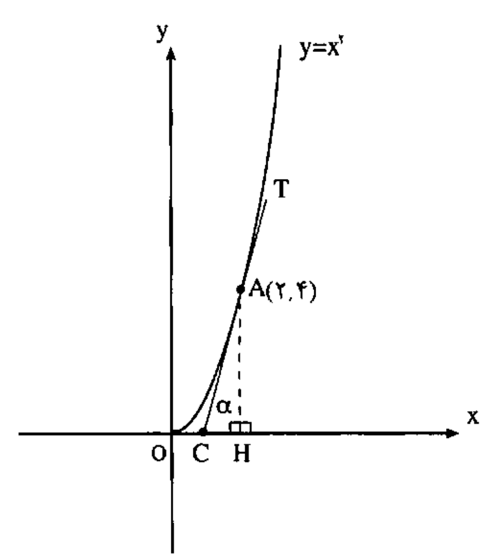
$$\tan\alpha = \frac{AH}{CH} = \frac{۴}{CH}$$

اکبر ایروانی، دبیر ریاضی



(شکل ۷)

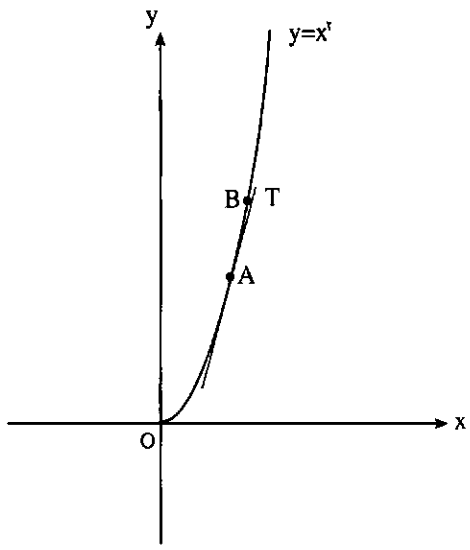
(شکل ۸)، در این جا نیز اندازه‌ی CH مجهول بود و مسأله هم‌چنان بی جواب ماند. جالب بود که یکی از دانش‌آموزان اظهار کرد که اگر در یکی از این پیشنهادات، مجهولات پیدا شوند، مجهولات دیگر پیشنهادات نیز به‌راحتی پیدا می‌شوند و این ارتباط و وابستگی بین مجهولات، خود برای دانش‌آموزان جالب



(شکل ۸)

بود. بالاخره، به بررسی پیشنهاد ششم پرداختیم (شکل ۹).

«نقطه‌ی B را خیلی نزدیک به نقطه‌ی A درنظر می‌گیریم.



(شکل ۹)

مثلاً

$$A(۲,۴)\ ,\quad B(۲/۵,۶/۲۵)$$

پس

$$m_{AB}=\frac{۶/۲۵-۴}{۲/۵-۲}=\frac{۲/۲۵}{۰/۵}=۴/۵$$

سؤال کردم: آیا این همان شیب T است؟ بچه‌ها گفتند: آقا، نه! ولی خیلی نزدیک است.

گفتم: ولی ما دقیقاً شیب خط T را می‌خواهیم، چه کنیم؟ ناگهان یکی از دانش‌آموزان (همان که نظر اول را ارایه داده بود) با صدای بلند گفت: فهمیدم!

گفتم: چه را فهمیدی؟

گفت: **از حد استفاده می‌کنیم!**

گفتم: چگونه؟

گفت: باید B را به A نزدیک و نزدیک و نزدیک‌تر کنیم تا شیب T به دست آید!

پرسیدم: چگونه این کار را به صورت ریاضی انجام دهیم؟ و دوباره فرصتی به آن‌ها دادم تا روی این کار، فکر کنند.

چهره‌ی دانش‌آموزان طوری بود که گویی می‌دانستند می‌توان با همین روند، جواب را پیدا کرد. بالأخره، با هدایت من، نقاط $A(۲,۴)$ و $B(۲+h,(۲+h)^۲)$ را در نظر گرفتیم و شیب را از رابطه‌ی $m_{AB}=\frac{(۲+h)^۲-۴}{h}$ به‌دست آوردیم و جدول صفحه‌ی بعد را تشکیل دادیم:

h	m_{AB}
۱	۵
۰/۵	۴/۵
۰/۱	۴/۱
۰/۰۱	۴/۰۱

با توافق خود دانش‌آموزان، حدهای

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{(2+h)^2-4}{h}$$

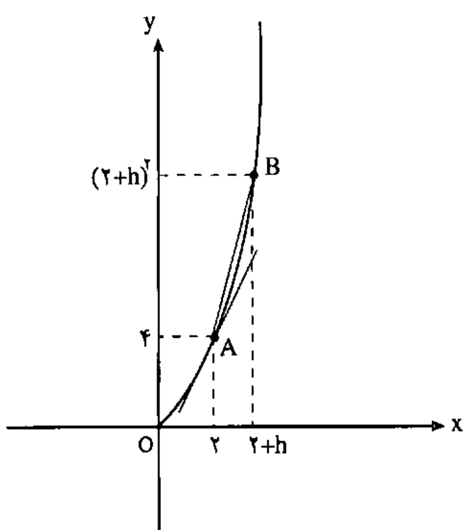
و

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{(2+h)^2-4}{h}$$

را پیدا کردیم و دریافتیم که (شکل ۱۰)

$$\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^2-4}{h}=4$$

پس $m_T = 4$



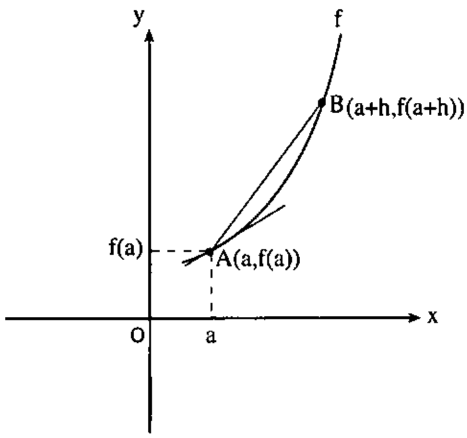
(شکل ۱۰)

این مسأله، مقدمه‌ای شد تا با ارایه‌ی تعریف مشتق تابع در نقطه‌ی a و تاریخچه‌ای از آن و بیان نظرات نیوتن و لایب‌نیتز، دانش‌آموزان با اعتماد به نفس بیش‌تری به اهمیت نظرات و پیشنهادات خود، پی ببرند. (شکل ۱۱)

بالاخره، با ارایه‌ی تعریف مشتق در نقطه‌ی a و ذکر چند مثال، درس این جلسه، خاتمه یافت. پس از اتمام کلاس، موضوعات زیر، برایم بسیار اهمیت داشتند:

۱. دانش‌آموزان را در آن جلسه، بسیار بانشاط دیدم؛

۲. به نظر خود، با ارایه‌ی این روش، توانسته بودم قبل از آن‌که مفهوم مشتق را بیان کنم به کمک یک مسأله، «ایجاد اندیشه» و «ایجاد



(شکل ۱۱)

انگیزه» را، که از اهداف اصلی حل مسأله است در دانش‌آموزان به‌وجود بیاورم؛

۳. دریافتم که در این روش، در مقایسه با روشی که قبلاً اجرا می‌کردم، علاوه بر آن‌که مفاهیم قبلی یادآوری می‌شوند، دانش‌آموزان ارتباطی معنادار بین مفاهیم مختلف برقرار می‌کنند و آماده‌ی ارایه‌ی مفهوم جدید می‌شوند؛

۴. احساس کردم در تدریس مطالب بعدی، مانند کاربرد مشتق، دانش‌آموزان مطالب را راحت‌تر خواهند فهمید زیرا در این مسأله‌ی مقدماتی، خود آن‌ها به گوشه‌ای از این کاربردها، پرداخته بودند؛

۵. خودم نیز در پایان کلاس، احساس رضایت خاصی داشتم و نسبت به قبل، احساس خستگی کمتری می‌کردم؛

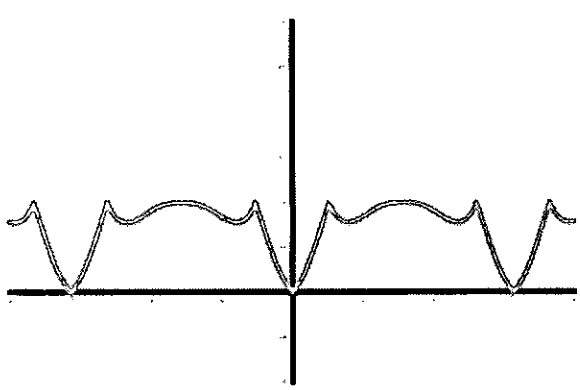
۶. شاید بعضی از معلمان بگویند که با این کار، ممکن است وقت کم بیاوریم. ولی می‌توانم بگویم با تأمل در تدریس هر مفهوم، مخصوصاً مفاهیم جدید، سرعت تدریس در مطالبی که وابسته به آن مفهوم است بیش‌تر می‌شود چرا که با درک وابستگی مطالب، یادگیری به‌صورت پیوسته و نه منفصل، صورت می‌گیرد و دانش‌آموزان، مطالب را جدا از هم نمی‌بینند؛ لذا با دسترسی به هر مفهومی، می‌توانند مفاهیم وابسته به آن را به‌راحتی دریابند.

استفاده از کامپیوتر راهگشاست امّا...

قاسم حسین قنبری، کارشناس ارشد ریاضی و دبیر ریاضی و مدرس آموزشکده‌ی فنی نرجس سمنان

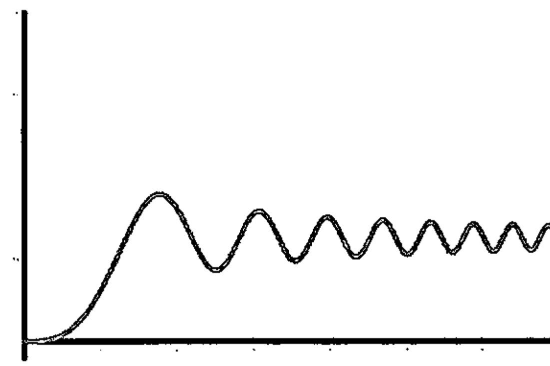
امروزه، رایانه علم و زندگی بشر را دچار تغییر و تحول کرده است. به همین نسبت، ریاضیات و آموزش آن نیز، دچار تحولات زیادی شده و از تکنولوژی، بهره‌های زیادی برده است. چرا که رایانه، امکانات جدیدی از جمله رنگ؛ صدا و حرکت را در اختیار ما قرار می‌دهد که با آن‌ها، هم به جنبه‌های جدیدی از مسایل پی برده می‌شود و هم، آموزش تسهیل می‌شود. هم‌چنین، با افزایش سرعت رایانه‌ها، الگوریتم‌های سنگین مسایل ریاضی، مثل پیدا کردن اعداد اول نیز، با سرعت زیاد قابل اجرا می‌شوند و این گونه مسایل، راحت‌تر از قبل، حل می‌گردند. از جمله نرم‌افزارهایی که مخصوص ریاضیات طراحی شده‌اند، نرم‌افزارهای میپل[1]، مت‌لب[2]، و متمتیکا[3] هستند که در این مقاله، به بعضی از نواقص این نرم‌افزارها اشاره می‌کنیم و این‌که در هنگام کار با این نرم‌افزارها، به چه نکاتی باید توجه کنیم.

یکی از امکاناتی که نرم‌افزارهای ریاضی (CAS) در اختیار ما می‌گذارند، رسم نمودار توابع است که بسیار جالب و مفید است و برای این کار، از روش نقطه‌یابی استفاده می‌شود. به عنوان مثال، در عرض چند ثانیه، می‌توانیم نمودار تابعی مانند $f(x)=|\mathrm{Sin}(2x)|^{\mathrm{Cos}(3x)}$ را با ۲۰۰۰ نقطه، رسم کنیم.



رسم نمودار $f(x)=|\mathrm{Sin}(2x)|^{\mathrm{Cos}(3x)}$ با ۲۰۰۰ نقطه

به عنوان مثالی دیگر، می‌توان به تابع اولیه‌ی $F[t]=\int \sin[t^2]dt$ اشاره کرد که می‌دانیم این تابع اولیه، به طور تحلیلی قابل محاسبه نیست، ولی می‌توانیم نمودار آن را در هر فاصله‌ی دلخواه، رسم کنیم و از روی آن، اطلاعات مفیدی به‌دست آوریم.



نمودار تابع اولیه $F[t]=\int \sin[t^2]dt$ در فاصله‌ی دلخواه

هم‌چنین، فرض کنید که می‌خواهید اطلاعاتی در مورد اعداد اول از شماره‌ی ۷۰۰ تا ۱۰۰۰، داشته باشید. در این مورد، نرم‌افزار متمتیکا در عرض چند ثانیه، این اعداد را در اختیار شما قرار می‌دهد، بدون این که به نوشتن برنامه‌ی خاصی نیاز داشته باشید. فقط کافی است که بنویسید

```
Prime [Range [700,1000]]
```

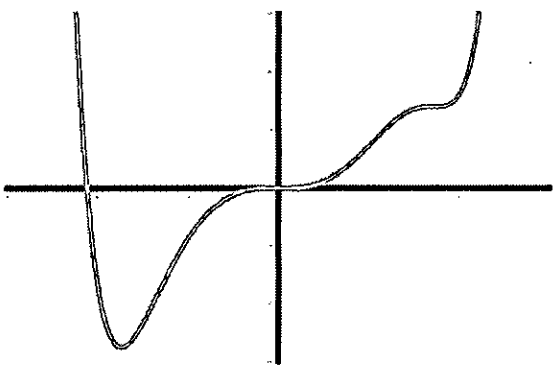
و سپس، اجرای آن؛ تا اعداد زیر را مشاهده کنید:

{5279, 5281, 5297, 5303, 5309, 5323, 5333, 5347, 5351, 5381, 5387, 5393, 5399, 5407, 5413, 5417,
5419, 5431, 5437, 5441, 5443, 5449, 5471, 5477, 5479, 5483, 5501, 5503, 5507, 5519, 5521, 5527,
5531, 5557, 5563, 5569, 5573, 5581, 5591, 5623, 5639, 5641, 5647, 5651, 5653, 5657, 5659, 5669,
5683, 5689, 5693, 5701, 5711, 5717, 5737, 5741, 5743, 5749, 5779, 5783, 5791, 5801, 5807, 5813,
5821, 5827, 5839, 5843, 5849, 5851, 5857, 5861, 5867, 5869, 5879, 5881, 5897, 5903, 5923, 5927,
5939, 5953, 5981, 5987, 6007, 6011, 6029, 6037, 6043, 6047, 6053, 6067, 6073, 6079, 6089, 6091,
6101, 6113, 6121, 6131, 6133, 6143, 6151, 6163, 6173, 6197, 6199, 6203, 6211, 6217, 6221, 6229,
6247, 6257, 6263, 6269, 6271, 6277, 6287, 6299, 6301, 6311, 6317, 6323, 6329, 6337, 6343, 6353,
6359, 6361, 6367, 6373, 6379, 6389, 6397, 6421, 6427, 6449, 6451, 6469, 6473, 6481, 6491, 6521,
6529, 6547, 6551, 6553, 6563, 6569, 6571, 6577, 6581, 6599, 6607, 6619, 6637, 6653, 6659, 6661,
6673, 6679, 6689, 6691, 6701, 6703, 6709, 6719, 6733, 6737, 6761, 6763, 6779, 6781, 6791, 6793,
6803, 6823, 6827, 6829, 6833, 6841, 6857, 6863, 6869, 6871, 6883, 6899, 6907, 6911, 6917, 6947,
6949, 6959, 6961, 6967, 6971, 6977, 6983, 6991, 6997, 7001, 7013, 7019, 7027, 7039, 7043, 7057,
7069, 7079, 7103, 7109, 7121, 7127, 7129, 7151, 7159, 7177, 7187, 7193, 7207, 7211, 7213, 7219,
7229, 7237, 7243, 7247, 7253, 7283, 7297, 7307, 7309, 7321, 7331, 7333, 7349, 7351, 7369, 7393,
7411, 7417, 7433, 7451, 7457, 7459, 7477, 7481, 7487, 7489, 7499, 7507, 7517, 7523, 7529, 7537,
7541, 7547, 7549, 7559, 7561, 7573, 7577, 7583, 7589, 7591, 7603, 7607, 7621, 7639, 7643,
7649, 7669, 7673, 7681, 7687, 7691, 7699, 7703, 7717, 7723, 7727, 7741, 7753, 7757, 7759,
7789, 7793, 7817, 7823, 7829, 7841, 7853, 7867, 7873, 7877, 7879, 7883, 7901, 7907, 7919}

حال می‌توانیم به سؤالاتی از قبیل این که آیا سه عدد اول متوالی وجود دارند که رقم یکان آن‌ها مساوی باشد، به راحتی پاسخ دهیم. زیرا در فهرست بالا، ۶۴۸۱ و ۶۴۹۱ و ۶۵۲۱ سه عدد اول متوالی با این ویژگی هستند. اما، آیا همیشه می‌توان به رایانه اطمینان کرد؟ از این گذشته، چگونه و چه‌قدر می‌توان در فکر کردن، از آن کمک گرفت؟

در زیر، به چند نمونه از نواقص کار با رایانه اشاره می‌کنیم. هرچند که باید متذکر شد که این نواقص، در مقابل فواید و امکاناتی که رایانه در اختیار ما می‌گذارد، بسیار ناچیز و جزیی است.

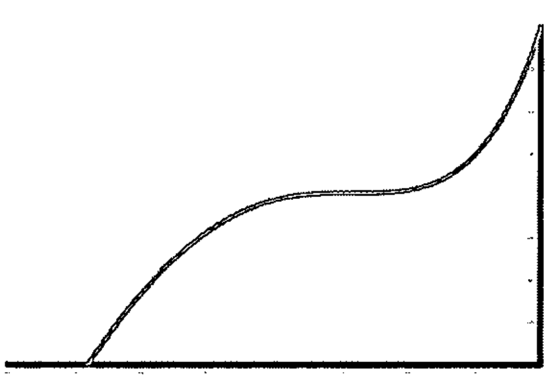
خطای پیکسل‌ها: فرض کنید می‌خواهیم نمودار تابع $y=\frac{x^8}{8}-\frac{x^6}{2}-x^5+5x^3$ را رسم و به کمک آن، نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع را پیدا کنیم.



نمودار تابع $y=\frac{x^8}{8}-\frac{x^6}{2}-x^5+5x^3$

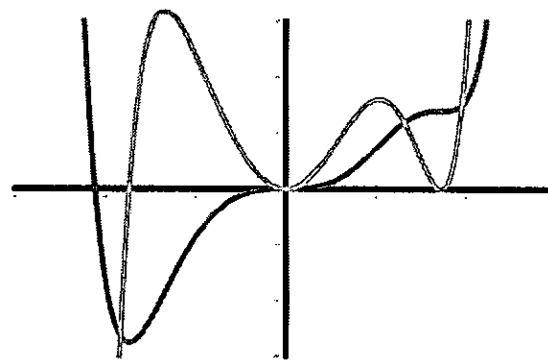
اما آیا این امر، ممکن است؟ با تجزیه و تحلیل این نمودار، این امکان را بررسی می‌کنیم.

از روی شکل، یک نقطه‌ی مینیمم موضعی در سمت چپ مشاهده می‌شود و در سمت راست، به وضوح نقطهٔ ماکزیمم یا مینیمم، مشاهده نمی‌شود. حال سمت راست را با تمرکز[4] بر آن دقیق‌تر نگاه می‌کنیم.



نمودار تابع $f(x)=\frac{x^8}{8}-\frac{x^6}{2}-x^5+5x^3$ با تمرکز (zoom) کردن بر سمت راست آن

در این حالت هم، نقطه‌ی ماکزیمم یا مینیمم مشاهده نمی‌شود. حال تابع و مشتق آن را با هم رسم می‌کنیم تا از روی تابع مشتق، منحنی را بیش‌تر بشناسیم.

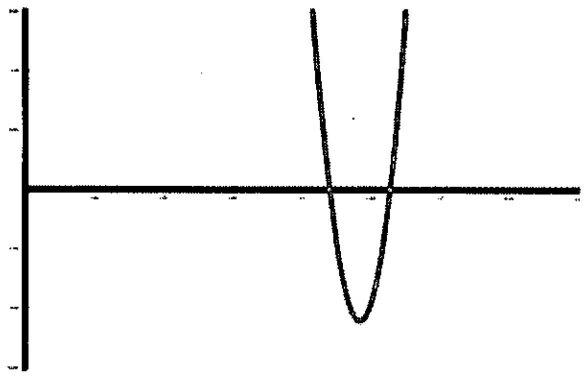


نمودار تابع $f(x)=\frac{x^8}{8}-\frac{x^6}{2}-x^5+5x^4$ و مشتق آن

با توجه به شکل بالا، مشتق سمت چپ در یک نقطه صفر می‌شود و در آن نقطه، نمودار مشتق تابع، تغییر علامت می‌دهد. ولی در سمت راست، شکل واضح نیست و از روی آن، نمی‌توان قضاوت کرد.

در صورتی که اگر مشتق را تعیین علامت کنیم، می‌بینیم که تابع در نقطه‌ی $x=\sqrt[3]{5}=1/70998$، یک ماکزیمم موضعی و در نقاط $x=\pm\sqrt{3}=1/73205$، دو می‌نیمم موضعی دارد. در نتیجه، بدون استفاده از حساب دیفرانسیل، وجود دو مقدار از این سه مقدار، نادیده گرفته می‌شد. زیرا روی نمودار هر تابع معمولی؛ ممکن است مقادیر به اندازه‌ی کافی به هم نزدیک باشند، به طوری که یک منحنی، به شکل خط افقی به نظر آید. اما اگر به تابع مشتق دقیق‌تر نگاه کنیم، این مشکل، حل می‌شود.

مورد دیگر، مثال زیر است که تغییر علامت و صفر شدن مشتق، از روی شکل نمایان است.



رسم نمودار تابعی که تغییر علامت و صفر شدن مشتق آن نمایان است

اما می‌دانیم که در تمام موارد، امکان این مشاهده از روی نمودار، وجود ندارد.

زیبایی فریبنده: مورد دیگر، رسم منحنی تراز یک تابع دو متغیره است. به عنوان مثال، می‌خواهیم منحنی تراز تابع $z=\sin(\frac{1}{x^2+y^2})$ را به ازای $z=1/2$ در اطراف مبدأ، رسم کنیم. اگر این معادله را حل کنیم، جواب به صورت زیر خواهد بود

$$\sin(\frac{1}{x^2+y^2})=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x^2+y^2}=\mathrm{Arc}\sin(\frac{1}{2})=2k\pi+\frac{\pi}{6},2k\pi+\frac{7\pi}{6}$$

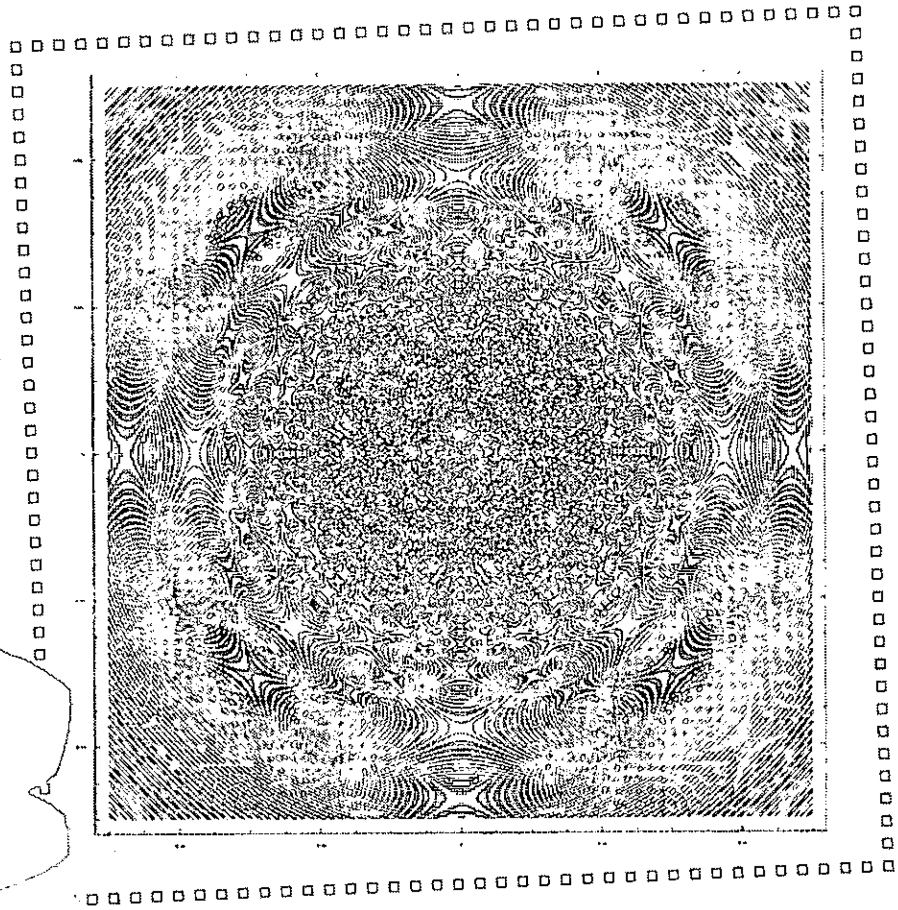
پس

$$x^2+y^2=\frac{6}{12k\pi+\pi},\frac{6}{12k\pi+7\pi}$$

که بی‌نهایت دایره‌ی متداخل به مرکز مبدأ و شعاع‌های بسیار کوچک خواهد بود که در یک مربع به ضلع ۲، اطراف مبدأ قرار دارد. حال، همین شکل را با برنامه‌ی متمتیکا رسم می‌کنیم:

هرچند که تصویر بسیار زیبایی به‌دست آورده‌ایم، ولی با آنچه که محاسبه کردیم، بسیار تفاوت دارد علت چیست؟

همان‌طور که در بالا دیدیم تعداد دایره‌های موجود در این مربع، بی‌نهایت می‌باشد. هنگام ترسیم، ۳۰٫۰۰۰ نقطه در این مربع در نظر گرفته می‌شود و در این نقاط، شرایط بررسی می‌گردند و منحنی ترسیم می‌شود. از آن‌جایی که این تعداد نقطه، در برابر بی‌نهایت دایره، بسیار کوچک است، در اثر خطا، چنین شکل زیبایی به‌وجود می‌آید که زیبایی آن، بیش‌تر باعث فریب خوردن می‌شود. نکته‌ی جالب این که با وجود خطا،



تصویر، حاصل بسیار زیباست.

بی‌نهایت دور کجاست؟ در این مورد، هم‌گرایی دنباله‌ها را بررسی می‌کنیم. فرض کنید هم‌گرایی دنباله‌ی $a_n = \frac{n}{2n+1}$ را به روش عددی بررسی می‌کنیم. با یک دستور ساده، مقدار عددی جملات شماره ۱ و ۲۱ و ۴۱ و ۶۱ و ۸۱ و... ۱۷۸۱ را به‌دست می‌آوریم و می‌بینیم که این مقدار، به عدد ۰/۵، هم‌گراست و با عددی که از راه حساب دیفرانسیل به‌دست می‌آید، هم‌خوانی دارد (اعداد زیر).

{0.333333, 0.488372, 0.493976, 0.495935, 0.496933, 0.497537, 0.497942, 0.498233, 0.498452,
0.498623, 0.498759, 0.498871, 0.498965, 0.499044, 0.499112, 0.499171, 0.499222, 0.499268,
0.499308, 0.499345, 0.499377, 0.499407, 0.499434, 0.499458, 0.499481, 0.499501, 0.499521,
0.499538, 0.499555, 0.49957, 0.499584, 0.499598, 0.49961, 0.499622, 0.499633, 0.499644,
0.499653, 0.499663, 0.499672, 0.49968, 0.499688, 0.499696, 0.499703, 0.49971, 0.499716,
0.499723, 0.499729, 0.499734, 0.49974, 0.499745, 0.49975, 0.499755, 0.49976, 0.499764,
0.499769, 0.499773, 0.499777, 0.499781, 0.499785, 0.499788, 0.499792, 0.499795, 0.499799,
0.499802, 0.499805, 0.499808, 0.499811, 0.499814, 0.499816, 0.499819, 0.499822, 0.499824,
0.499827, 0.499829, 0.499831, 0.499833, 0.499836, 0.499838, 0.49984, 0.499842, 0.499844,
0.499846, 0.499848, 0.49985, 0.499851, 0.499853, 0.499855, 0.499856, 0.499858, 0.49986}

اگر همین جمله‌ها را برای دنباله‌ی $b_n = \frac{Ln(n)^{200}}{n}$ بررسی کنیم، نتیجه‌ی زیر به دست می‌آید (اعداد زیر).

{0., 2.40778×10^{95}, 2.21609×10^{112}, 1.00346×10^{121}, 4.70331×10^{126}, 6.79654×10^{130},
1.22816×10^{134}, 5.62416×10^{136}, 9.77069×10^{138}, 8.27716×10^{140}, 4.0376×10^{142}, 1.27292×10^{144},
2.81899×10^{145}, 4.6656×10^{146}, 6.05023×10^{147}, 6.37802×10^{148}, 5.62793×10^{149}, 4.25597×10^{150},
2.81192×10^{151}, 1.64926×10^{152}, 8.70251×10^{152}, 4.17791×10^{153}, 1.84245×10^{154}, 7.52539×10^{154},
2.86712×10^{155}, 1.02526×10^{156}, 3.45971×10^{156}, 1.10697×10^{157}, 3.37248×10^{157}, 9.81983×10^{157},
2.74188×10^{158}, 7.36346×10^{158}, 1.90708×10^{159}, 4.77488×10^{159}, 1.15829×10^{160}, 2.72767×10^{160},
6.24712×10^{160}, 1.39379×10^{161}, 3.0339×10^{161}, 6.45202×10^{161}, 1.34226×10^{162}, 2.73484×10^{162},
5.46333×10^{162}, 1.07115×10^{163}, 2.06306×10^{163}, 3.90679×10^{163}, 7.27991×10^{163}, 1.33584×10^{164},
2.41552×10^{164}, 4.30702×10^{164}, 7.57742×10^{164}, 1.31611×10^{165}, 2.258×10^{165}, 3.82857×10^{165},
6.41855×10^{165}, 1.06444×10^{166}, 1.7469×10^{166}, 2.83828×10^{166}, 4.56716×10^{166}, 7.28108×10^{166},
1.1504×10^{167}, 1.80197×10^{167}, 2.79911×10^{167}, 4.31316×10^{167}, 6.59461×10^{167}, 1.00073×10^{168},
1.50759×10^{168}, 2.25525×10^{168}, 3.35078×10^{168}, 4.94574×10^{168}, 7.25336×10^{168}, 1.05719×10^{169},
1.53165×10^{169}, 2.20613×10^{169}, 3.15968×10^{169}, 4.50056×10^{169}, 6.37633×10^{169}, 8.98711×10^{169},
1.26031×10^{170}, 1.75875×10^{170}, 2.44262×10^{170}, 3.37668×10^{170}, 4.64684×10^{170}, 6.36667×10^{170},
8.68566×10^{170}, 1.17998×10^{171}, 1.59653×10^{171}, 2.15155×10^{171}, 2.8883×10^{171}, 3.86267×10^{171}}

اگر بخواهیم با همین اعداد قضاوت کنیم، دنباله واگراست. حال جمله‌های شماره‌ی ۱/۰۰۰/۰۰۰ و ۲/۰۰۰/۰۰۰ و ۳/۰۰۰/۰۰۰ و... ۱/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰ را حساب می‌کنیم:

قاسم حسین قنبری، کارشناس ارشد ریاضی و دبیر ریاضی سمنان

[illegible]

که در آن‌ها، هنوز هم‌گرایی مشخص نیست. باز هم جمله‌های بزرگ‌تری را در نظر می‌گیریم که شماره‌ی آن‌ها، در کنار نوشته شده است:

[illegible]

با این اعداد بسیار بزرگ هم، هم‌گرایی مشخص نمی‌شود و واگرایی، تایید می‌شود. اما اگر اعداد بسیار بسیار بزرگ‌تری را در نظر بگیریم ـ اعدادی که در تصور هم نمی‌گنجند ـ نتیجه‌ی جالب زیر را خواهیم داشت که جواب مسأله را، دگرگون می‌کند:

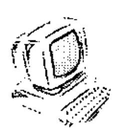
[illegible]

حالا می‌توانیم حدس بزنیم که این دنباله، به صفر هم‌گرا است. برای بررسی این حدس، مسأله را با کمک قاعده‌ی هوپیتال حل می‌کنیم

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{Ln}(n)^{200}}{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{200\times \mathrm{Ln}(n)^{199}}{n}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{200\times 199\times \mathrm{Ln}(n^{198})}{n}=\ldots=\lim_{n\to\infty}\frac{200!}{n}=0$$

بنابراین، از موارد بالا نتیجه می‌گیریم که این نرم‌افزارها، همیشه نمی‌توانند یک مسأله‌ی ریاضی را، به‌طور کامل حل کنند و باید از آن‌ها به طور صحیح در حل مسایل، استفاده کنیم. به عبارتی، می‌توانیم از آن‌ها به عنوان وسیله‌ای در جهت راحت‌تر کردن حل مسایل، استفاده کنیم. البته در بسیاری از موارد، بیش‌ترین سهم را در حل مسایل محاسباتی، رایانه به دوش می‌کشد و حل بسیاری از مسایل، بدون وجود آن، غیر ممکن است.

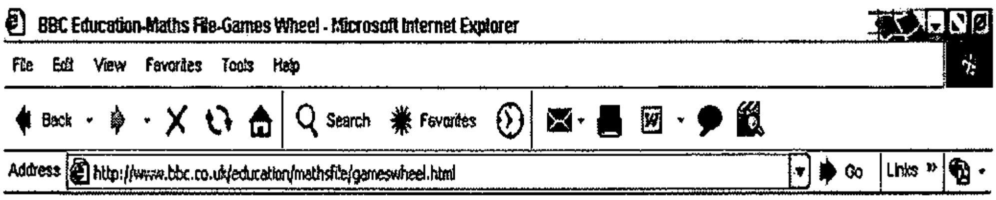


زیرنویس‌ها

1. Maple
2. Matlab
3. Mathematica
4. Zooming

منابع

۱. توماس، جرج. حساب دیفرانسیل و انتگرال.
۲. راهنمای نرم‌افزار متمتیکا.



آشنایی با سایت‌های آموزشی ریاضی

آناهیتا اصلاح‌پذیر، دبیر ریاضی منطقه‌ی ۲ تهران

آشنایی با سایت

www.bbc.co.uk/education/mathsfile/Gameswheel.html

این سایت یکی از زیر مجموعه‌های سایت www.bbc.co.uk/education است. سایت Gameswheel، سایتی کمک‌آموزشی، شامل بازی‌های متنوع ریاضی جهت استفاده‌ی دانش‌آموزان پایه‌های اول تا سوم راهنمایی می‌باشد.

برای این که بتوان از این سایت استفاده کرد، باید از قبل، روی دستگاه خود، نرم‌افزار Shockwave را نصب کرد. (در غیر این صورت می‌توان در ابتدای شروع بازی، آن را از طریق اینترنت روی دستگاه نصب نمود).

نام بازی، «چرخ بازی» (Gameswheel) بوده و به‌طور کلی از چهار قسمت اصلی تشکیل شده است. هر یک از این چهار قسمت نیز شامل زیر مجموعه‌های متنوع دیگری هستند. کل بازی روی چرخی گردان قرار گرفته است. (شکل ۱)

همان‌طور که در شکل (۱) می‌بینید، چرخ به این بخش‌ها تقسیم شده است:

■ **عدد (Number):**

۱. Grid Game: که شامل مقسوم‌علیه‌ها ـ مضارب ـ اعداد اول و اعداد مثلثی‌ست (شکل ۲).

۲. Builder Ted: مقایسه‌ی اعداد حقیقی.

۳. Saloon Snap: تبدیل درصد و اعداد اعشاری به یکدیگر. در این بازی سرعت را می‌توان به دلخواه تغییر داد.

۴. Rounding off: گرد کردن با تقریب‌های مختلف.

■ **کار با اطلاعات (Data Handling):**

۱. Fish Tank: احتمال و کسرهای برابر.

۲. Train Race: مقایسه‌ی میانگین، میانه و دامنه‌ی تغییرات.

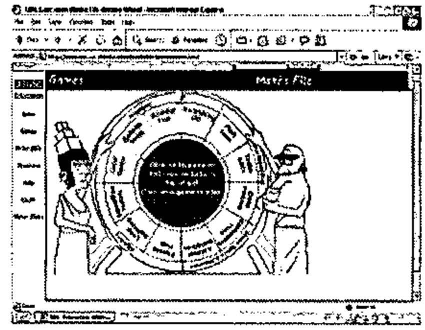
۳. Data Picking: جدول فراوانی و نمودار (شکل ۳).

■ **شکل‌ها، فضا و اندازه‌گیری (Shape, Space & Measure):**

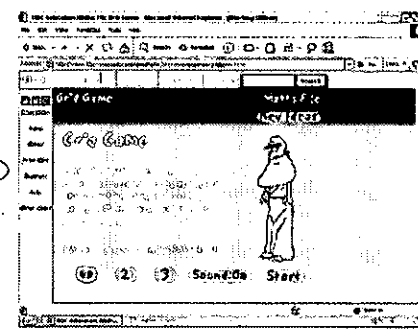
۱. Bathroom Tiles: دوران، انتقال و تقارن.

۲. Animal Weigh in: تبدیل واحد (متریک و غیر متریک) (شکل ۴).

آناهیتا اصلاح‌پذیر، دبیر ریاضی منطقه‌ی ۲ تهران



شکل ۱



شکل ۲

■ جبر (Algabra):

۱. Planet Hop: معادله‌ی خط (شکل ۵).
۲. Late Delivery: مقدار عددی عبارت جبری.
۳. Equation Match: حل معادله.

با کلیک کردن روی بازی مورد نظر آن را فعال کرده و بازی را آغاز می‌کنیم. هر بازی از سه مرحله تشکیل شده است. خلاصه‌ای از محتوای بازی نیز روی صفحه‌ی اصلی برای اطلاع بازیکن قرار داده شده است.

هر یک از مراحل را می‌توان انتخاب کرد و رعایت توالی آن‌ها، تأثیری در باز شدن مراحل مختلف ندارد. پس از انتخاب بازی مورد نظر، روی کلید Go کلیک کرده و بازی را آغاز می‌کنیم.

بعد از اتمام بازی مورد نظر، امتیاز بازیکن، تحت عنوان Score در بالای صفحه‌ی اصلی ظاهر می‌شود. اگر همه‌ی امتیاز، به‌طور کامل دریافت شده باشد، می‌توان روی دکمه‌ی prizes کلیک کرده و جایزه‌ای تصویری را مشاهده کرد.

برای این که با مراحل بازی به‌طور کامل آشنا شوید، و ضمناً کاربرد یکی از بازی‌ها در آموزش مفاهیم هندسی را ببینید، از بخش Shape, Space & Mearsure بازی «کاشی‌های حمام» (Bathroom Tiles) را انتخاب کرده و شما را، مرحله به مرحله، در مسیر بازی قرار می‌دهیم. این بازی می‌تواند برای دانش‌آموزان سوم راهنمایی در ارتباط با درس دَوَران، مفید واقع شود.

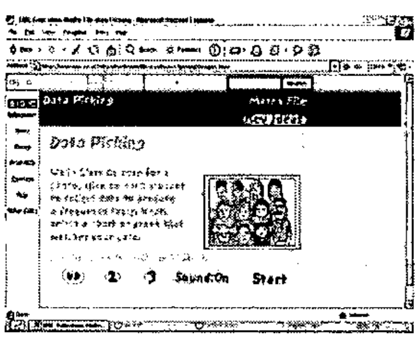
مفاهیمی که بازیکن باید قبل از شروع بازی بداند، عبارتست از: مختصات، دوران، انتقال و تقارن (نسبت به محورهای مختصات و نیم‌سازهای ربع اول و سوم، نیم‌ساز ربع دوم و چهارم و خطوط موازی محورها).

شروع بازی

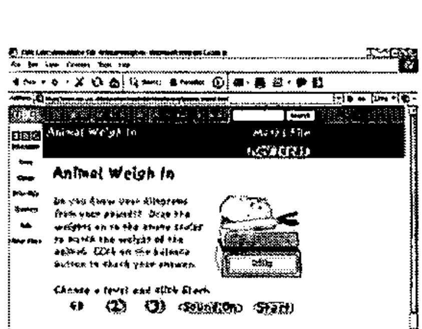
روی چرخ بازی، قسمت Bathroom Tiles را فعال می‌کنیم و وارد صفحه‌ی اصلی می‌شویم. در وسط صفحه‌ی اصلی بازی، در مورد بازی، به‌طور خلاصه توضیح داده شده است: (شکل ۶)

«در حالی که فیثاغورث حمام می‌کند، دریابید که چگونه می‌تواند الگوهای داده شده روی کاشی‌های حمام را دوران، انتقال و یا تقارن دارد؟»

یکی از مراحل را انتخاب کرده و روی دکمه‌ی شروع (Start) کلیک کنید.



شکل ۳



شکل ۴

مرحله‌ی یک

این مرحله، ساده‌ترین مرحله‌ی بازی است.

«خط تقارن مناسبی انتخاب کنید تا گل‌برگ آبی روی گل‌برگ قرمز قرار گیرد.»

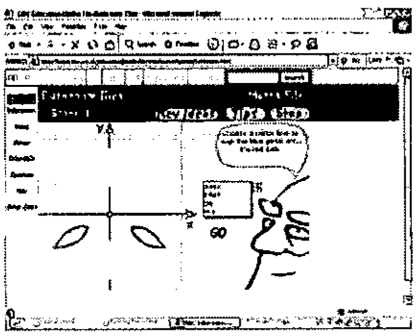
در این جا جعبه‌ای قرار دارد که با باز کردن آن، امکان انتخاب یکی از حالت‌های زیر ممکن می‌شود: (شکل ۷)

محور طول‌ها (x-axis)

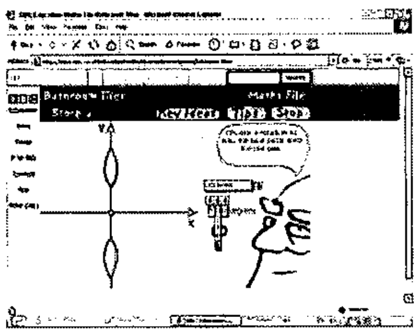
محور عرض‌ها (y-axis)

نیم‌ساز ربع اول و سوم (y=x)

نیم‌ساز ربع دوم و چهارم (y=-x)



شکل ۷



شکل ۸

بعد از انتخاب پاسخ، دکمه‌ی Go را فشار دهید. اگر جواب درست باشد بازی ادامه پیدا می‌کند در غیر این صورت سؤال جدیدی طرح می‌شود. اگر این بار نیز پاسخِ نادرست داده شود، جواب صحیح روی صفحه ظاهر می‌شود و بازیکن یک امتیاز از دست می‌دهد.

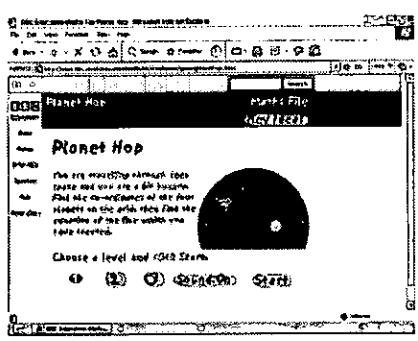
«دورانی انتخاب کنید تا گل‌برگ آبی روی گل‌برگ قرمز قرار گیرد.»

در این جا، دو جعبه باز می‌شود که اولی جهت دوران (در جهت عقربه‌های ساعت و یا خلاف آن) و دیگری اندازه‌ی زاویه‌ی دوران را مشخص می‌کند (شکل ۸).

پس از انتخاب پاسخ، روی دکمه‌ی Go کلیک می‌کنیم.

مرحله‌ی اول در اینجا به پایان رسیده است و به صفحه‌ی اصلی بر می‌گردیم. در بالای صفحه، امتیاز بازیکن نوشته شده است. در صورتی که امتیاز کامل را گرفته باشیم، می‌توانیم روی دکمه‌ی prizes کلیک و جایزه‌ی تصویری خود را مشاهده کنیم.

اینک مرحله‌ی دو را انتخاب کرده و روی کلید Start کلیک می‌کنیم.



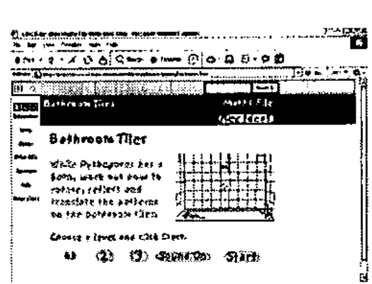
شکل ۵

مرحله‌ی دوم

«خط تقارنی پیدا کنید که بتواند کاشی آبی را روی کاشی قرمز قرار دهد.» معادله‌ی خط مناسب را از جعبه انتخاب کرده و دکمه‌ی Go را کلیک می‌کنیم. (شکل ۹)

سؤالی دیگر:

«جهت انتقال و تعداد واحدهای مورد نظر را انتخاب کنید تا



شکل ۶

کاشی آبی روی کاشی قرمز قرار گیرد.» (شکل ۱۰)

باز سؤالی دیگر:

«مرکزی برای دورانی به اندازه‌ی ۱۸۰ انتخاب کنید تا کاشی آبی روی کاشی قرمز قرار گیرد.» (شکل ۱۱)

به صفحه‌ی اول بر می گردیم این بار مرحله‌ی سوم را انتخاب می‌کنیم.

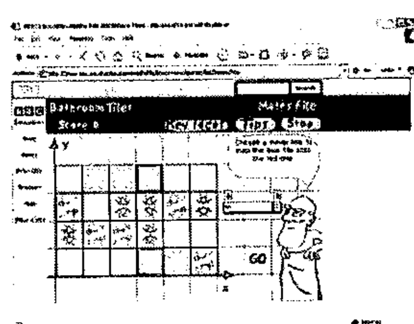
مرحله‌ی سه

در این مرحله، سؤال‌ها به گونه‌ای است که برای پاسخ گویی به آن، دانش‌آموزان باید با ترکیب تبدیلات هندسی آشنا شوند.

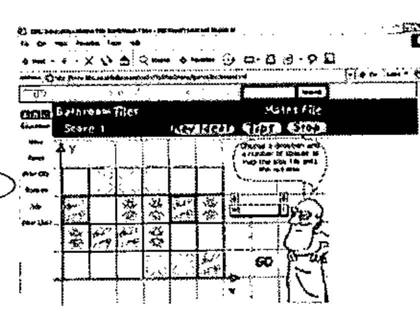
«تبدیلی انتخاب کنید تا کاشی آبی روی کاشی قرمز قرار گیرد.» (شکل ۱۲)

در این جا دو ردیف پاسخ ممکن، موجود است: ردیف بالا، محل انتخاب محور تقارن مناسب و ردیف پایین، انتخاب جهت انتقال (افقی یا عمودی) و تعداد واحدهای انتقال مورد نظر است.

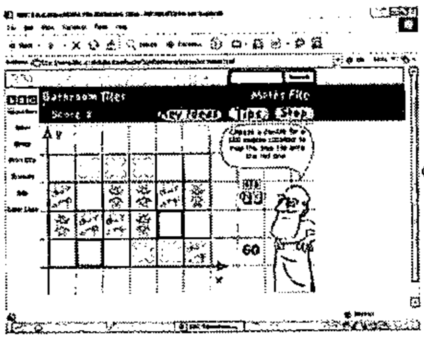
در برخی سؤال‌ها، باید پاسخ خود را در دو ردیف، انتخاب کنیم؛ ردیف اول، جهت انتقال (عمودی یا افقی) و تعداد واحدهای انتقال و ردیف دوم، خط تقارن.



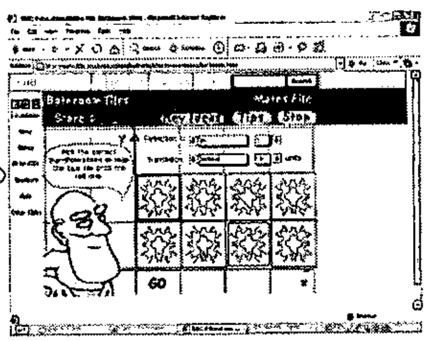
شکل ۹



شکل ۱۰



شکل ۱۱



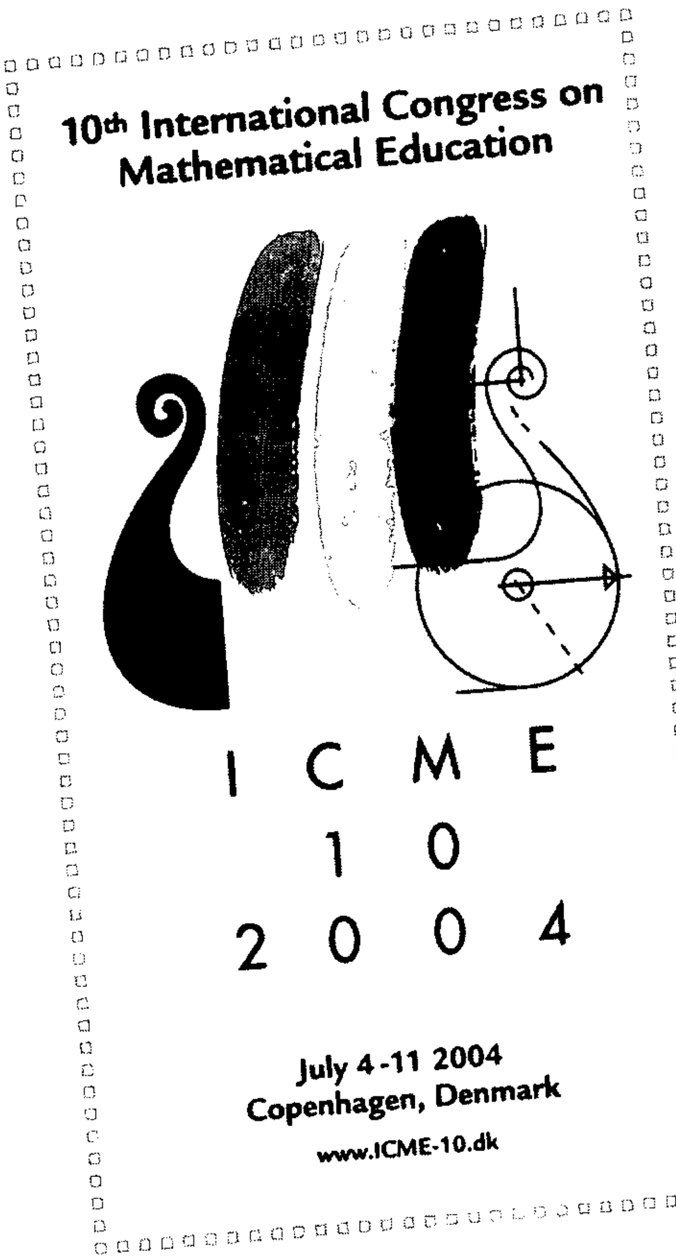
شکل ۱۲

در برخی دیگر، برای انتخاب پاسخ، دو ردیف داریم که ردیف اول مربوط به جهت دوران و اندازه‌ی زاویه‌ی دوران است (در گوشه‌ی سمت چپ این ردیف، مختصات مرکز دوران مشخص شده است) و ردیف دوم، جهت انتقال (عمودی یا افقی) و تعداد واحدهای انتقال را مشخص می‌کند.

پس از این مرحله، بازی Bathroom Tiles به پایان می‌رسد. بدین ترتیب، دانش‌آموزان، ضمن بازی، با مفاهیم مختلفی مانند دوران، انتقال و تقارن، در عمل کار می‌کنند و حتی ترکیب دو تبدیل را نیز تجربه می‌کنند. با وجود این که ترکیب تبدیلات، در درس رسمی ریاضی سوم راهنمایی گنجانده نشده است، لیکن مسایل واقعی یا بازی گونه، به راحتی می‌توانند دید خوبی نسبت به این ترکیب‌ها به دانش‌آموزان بدهند.

در خاتمه، پیشنهاد می‌شود در بخش Algerba، از بازی Planet Hop برای مبحث معادله‌ی خط راست در پایه‌ی سوم راهنمایی، استفاده کنید.

خبر و گزارش



دهمین کنگره‌ی بین المللی آموزش ریاضی

۴ تا ۱۱ جولای ۲۰۰۴، کپنهاگ، دانمارک

گزارشگر: زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

دهمین کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی با بیش از ۲۰۰۰ نفر شرکت کننده، از ۴ تا ۱۱ جولای ۲۰۰۴، در کپنهاگ، پایتخت دانمارک، برگزار شد. کنگره‌ی بین المللی آموزش ریاضی (ICME)، تحت نظارت کمیسیون بین المللی تدریس ریاضی (ICMI) است که در سال ۱۹۰۸، تأسیس شد. این کمیسیون، زیر نظر اتحادیه‌ی بین‌المللی ریاضی (IMU)، فعالیت می‌کند و کمیته‌ی اجرایی آن، از طرف IMU تعیین می‌شود. از این گذشته، این کمیسیون، دارای نمایندگانی از ۷۰ کشور عضو ICMI است.

افتتاحیه

برای اولین‌بار، در دهمین کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی، دو جایزه که اخیراً از طرف ICMI تأسیس شده است، توسط میشل آرتیگ، رئیس کمیته‌ی جایزه‌های ICMI، به دو محقق آموزش ریاضی اعطا شد. این دو جایزه به نام‌های فلیکس کلاین و هانس فرودنتال، به ترتیب به گای بوراسا[1] از فرانسه و

سیلیا هویلز[۲] از انگلستان داده شد. در مراسم افتتاحیه، اظهار شد که هدف از تأسیس این دو جایزه، تأکید بر وجود تحقیقات با کیفیت درون حوزه‌ی آموزش ریاضی است که ارزش حمایت و جلب توجه مخاطبان بین‌المللی را نسبت به آن، دارد. به گفته‌ی میشل آرتیگ، در فرایند گزینش دریافت‌کنندگان این دو جایزه، از ضوابط اصلی زیر، استفاده شد:

- **پایداری[۳]**؛ تحقیق، باید دارای تأثیرطولانی باشد.
- **عمق[۴]**؛ تحقیق باید اصلی و تأثیرگذار باشد.
- **تازگی[۵]**؛ تحقیق باید جامعه‌ی تحقیقی را بازسازی کرده و بهبود بخشد.

جایزه‌ی فلیکس کلاین

علت انتخاب فلیکس کلاین برای تأسیس جایزه‌ای به همین نام، گرامی داشتن تعهد مستمر وی برای ایجاد رشته‌ی آموزش ریاضی، به عنوان یک حوزه‌ی معرفتی/علمی بود. در ضمن، کلاین در موقع تأسیس ICMI در سال ۱۹۰۸، اولین رییس آن بود. دریافت‌کننده‌ی جایزه‌ی کلاین، گای بوراسا بود که در طول کارهای علمی خود، تلاش کرده است تا از طریق معرفی مفاهیم و روش‌های جامعه‌شناسانه، تحقیقات آموزش ریاضی را به سایر دیسیپلین‌های علمی، مرتبط و متصل کند.

گای بوراسا، مفاهیم متعدد و مهمی را در آموزش ریاضی تعریف کرده است و امروز، **نظریه‌ی موقعیت‌های تدریسی**[۶] و مفهوم **قرارداد تدریسی**[۷] وی، به اندازه‌ی کافی شناخته شده هستند. گای بوراسا، به تأسیس مجمع‌های پژوهش‌های آموزشی در چندین کشور، اهتمام ورزیده است و در طول زندگی خود، مشوق توسعه‌ی حرفه‌ای معلمان بوده است. عنوان سخنرانی بوراسا در ICME10، **تحقیق در آموزش ریاضی** بود.

جایزه‌ی فرودنتال

هانس فرودنتال، در سال ۱۹۶۷ رئیس ICMI شد و اولین کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME1) به همت وی، در سال ۱۹۶۹ در لیون فرانسه، برگزار شد.

فرودنتال در سال ۱۹۶۸، یکی از معتبرترین و معروف‌ترین مجله‌های آموزش ریاضی به نام **مطالعات آموزشی در ریاضی**[۸] را پایه‌گذاری کرد. یکی از دغدغه‌های اصلی فرودنتال این بود که نشان دهد چگونه روش‌های پداگوژیکی در عمل واقعی تدریس و یادگیری ریاضی، قابل کاربرد هستند. این جایزه، برای ابتکار در برنامه‌های تحقیقی اصیل طی ده سال اخیر، اهدا شد.

سیلیاهویلز، به دلیل برنامه تحقیقی نوآورانه‌ی خود در رابطه با معرفی تکنولوژی در تدریس و یادگیری ریاضی، این جایزه را دریافت کرد.

هویلز در مصاحبه‌ای پس از دریافت جایزه‌ی خود، ابراز داشت که جامعه‌ی آموزش ریاضی، باید راهکارهایی بیابد تا هم، نظریه‌های ساخته شده در رابطه با یادگیری ریاضی را توسط فرهنگ‌های مختلف بشناسد و هم توانایی تلفیق آن‌ها را بیابد، و با احترام به گوناگونی، نیازمند ساختن یک زبان مشترک بین اعضای این جامعه‌ی جهانی هستیم تا بتوانیم با یکدیگر، گفتمان داشته باشیم. هویلز، تأکید ویژه‌ای بر چگونگی رویارویی با چالش‌های ایجاد شده توسط ICT در جامعه‌ی آموزش ریاضی دارد و تلاش وی، برای ساختن نظریه‌های یادگیری بدیع در حضور تکنولوژی جدید و نظریه‌پردازی نسبت به توسعه‌ی حرفه‌ای معلمان ریاضی است.

عنوان سخنرانی هویلز در کنگره، **بازتاب‌ها و انتقال‌ها: یک زندگی‌نامه‌ی ریاضی**[۹] بود. در مراسم افتتاحیه، قبل از اهدای جوایز، دبیر کمیته‌ی علمی بین‌المللی؛ موگانز نیس[۱۰]، دبیر کمیته‌ی اجرایی؛ مورتن بلوم هوی[۱۱] و دبیر کمیته‌ی مشترک کشورهای اسکاندیناوی (شامل فنلاند، ایسلند، سوئد، دانمارک و نروژ)؛ جرد براندل[۱۲]، به حاضران خوش‌آمد گفتند. سپس وزیر آموزش و پرورش دانمارک سخنرانی کوتاهی ایراد نمود

و اظهار داشت که در اصلاحات آموزشی اخیر در دانمارک، سرمایه‌گذاری اصلی برای آموزش دو زبان یعنی انگلیسی و ریاضی، به دانش‌آموزان دانمارکی انجام شده است. بالاخره ICME10 به طور رسمی، توسط هیمن بس[۱۳]، رییس ICMI، افتتاح شد.

محورهای دهمین کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME10)

معمولاً، فرق کنگره با کنفرانس در این است که کنگره، محور خاصی ندارد و بیش‌تر، مانند سوپرمارکتی است که سعی دارد برای همه‌ی شرکت‌کنندگان از جامعه‌ی ریاضی، مطالب دلخواهی عرضه کند. با این حال، موگانز نیس، دبیر کمیته‌ی علمی بین‌المللی این کنگره، تأکید کرد که «البته، مضمون‌های مشخصی در این کنگره، مورد توجه قرار خواهند گرفت. به‌طور مثال، در این کنگره، از دو طریق، اولویت‌هایی را در نظر گرفته‌ایم.»

کار بدیعی که این کنگره انجام داده بود، انتخاب پنج تیم قوی، برای شناسایی و نشان‌دادن دانش مهم و جدید، تحولات اخیر، دیدگاه‌های نوین و مباحث مطرح شده در رابطه با پنج مضمون یا محور زیر بود:

- رابطه‌ی بین تحقیق و عمل در آموزش ریاضی؛
- استدلال، اثبات و فرایند اثبات در آموزش ریاضی؛
- توسعه‌ی حرفه‌ای معلمان ریاضی؛
- شکل‌گیری آموزش ریاضی از طریق آزمون و سنجش[۱۴]؛
- تکنولوژی اطلاعات و ارتباطات در آموزش ریاضی.

نتیجه‌ی پیمایش انجام شده توسط این پنج تیم، بسیار جالب، عمیق و آموزنده بود. هم‌چنین، در غالب پنج **بعدازظهر مضمونی**[۱۵] که به صورت پنج کنفرانس کوچک موازی سازمان‌دهی شده بود، پنج مضمون زیر به بحث گذاشته شد:

- معلمان ریاضی: استخدام و نگهداری، توسعه‌ی حرفه‌ای و هویت؛
- آموزش ریاضی در جامعه و فرهنگ؛
- ریاضی و آموزش ریاضی؛
- تکنولوژی در آموزش ریاضی؛
- چشم‌اندازهای تحقیق در آموزش ریاضی از سایر دیسیپلین‌ها.

ساختار برنامه‌های کنگره

برنامه‌های علمی ICME10، شامل این قسمت‌ها بود:

هشت بخش عمومی

۱ـ سخنرانی عمومی: هیمن بَس از دانشگاه میشیگان در آن آربور و رییس کنگره‌ی بین‌المللی تدریس ریاضی (ICMI) با عنوان **ریاضی، ریاضی‌دان‌ها و آموزش ریاضی**.

۲ـ مناظره و میزگرد عمومی با اعضایی از انگلستان، ایالات متحده، پرتغال، ژاپن و آفریقای جنوبی با عنوان: **آموزش ریاضی برای چه کسی و چرا؟ تعادل بین آموزش ریاضی برای همه و آموزش ریاضی برای اجرای سطح بالای ریاضی**.

۳ـ سخنرانی عمومی: آنا اسفارد از دانشگاه حیفا و دانشگاه ایالتی میشیگان با عنوان **هیچ چیزی عملی‌تر از یک تحقیق خوب نیست: در باب رابطه‌ی دو طرفه بین تحقیق و عمل در آموزش ریاضی**.

در این سخنرانی، گزارش یکی از تیم‌های تحقیقی دربارهٔ مضمون اولین کنگره یعنی رابطه‌ی بین تحقیق و عمل، توسط اعضایی از ژاپن، برزیل، فرانسه و دانمارک، در میزگردی با مسئولیت آنا اسفارد، ارایه شد.

۴ـ سخنرانی عمومی: ارنولتینن از دانشگاه تورکو در فنلاند با عنوان **آموزش ریاضی و یادگیری علوم**.

۵ـ بخش مصاحبهٔ عمومی: در این مصاحبه، میشل آرتیگ از دانشگاه پاریس ۷، با دوآمبراسیو از برزیل، گیلا حنا از کانادا، جرمی کیل پاتریک از آمریکا و ژرارد ورناد از فرانسه مصاحبه کرد.

چهار مصاحبه شونده، هریک نقش کلیدی در توسعه‌ی آموزش ریاضی در جهان داشته‌اند.

۶ـ سخنرانی عمومی: جیل آدلر از دانشگاه ویت واتراسترند آفریقای جنوبی با عنوان **تحقیق درباره‌ی آموزش معلمان ریاضی: بازتابش یک حوزه‌ی در حال ظهور**.

در این سخنرانی، گزارش یکی دیگر از تیم‌های تحقیقی کنگره در مورد **توسعه‌ی حرفه‌ای معلمان ریاضی** در میزگردی با اعضایی از آمریکا، اطریش، تایوان و جمهوری چک، ارایه شد. مسئول این میزگرد، جیل آدلر بود.

۷ـ سخنرانی عمومی: آندره‌آس درس از دانشگاه بیله فیلد آلمان با عنوان **تشکیل ساختار در طبیعت به عنوان یک موضوع ریاضی**.

۸ـ سخنرانی عمومی: فردیناندو آرزارلو از دانشگاه تورینوی ایتالیا با عنوان **سرزمین‌های ریاضی و ساکنانشان: ادراکات، زبان‌ها و نظریه‌ها**.

سخنرانی‌های معمولی

پنج زمان یک ساعتی برای ارایه‌ی سخنرانی‌های موازی در نظر گرفته شده بود و در هر یک از این زمان‌ها، حدود ۱۷ سخنرانی ارایه شد.

۲۹ گروه مطالعاتی موضوعی[۱۶]
۲۴ گروه مباحثه[۱۷]
بعدازظهرهای مضمومی
ارایه‌های ملی

در این کنگره، کشورهای کره‌ی جنوبی، مکزیک، رومانی و روسیه و کشورهای اسکاندیناوی، به معرفی نظام‌های آموزشی و آموزش ریاضی در کشورهای خود پرداختند.

کارگاه‌ها و گروه‌های تبادل تجربه[۱۸]

مجموعاً، ۴۶ کارگاه و ۱۲ گروه تبادل تجربه در طول کنگره، در غالب چهار زمان یک ساعتی برگزار شد.

نمایشگاه پوستر

در این نمایشگاه، ۲۲۰ پوستر به نمایش گذاشته شد.

گروه‌های مطالعاتی وابسته به ICMI

نمایندگان پنج گروه مطالعاتی وابسته به ICMI، هر یک در سه زمان یک ساعتی، به معرفی گروه خود پرداختند. این گروه‌ها، به قرار زیر بودند:

- HPM[۱۹]: گروه مطالعاتی بین‌المللی رابطه‌ٔ بین تاریخ و پداگوژی ریاضی؛
- ICTMA[۲۰]: انجمن بین‌المللی معلمان مدل‌سازی ریاضی و کاربرد؛
- IOWME[۲۱]: سازمان بین‌المللی زنان و آموزش ریاضی؛
- PME[۲۲]: گروه بین‌المللی برای روان‌شناسی آموزش ریاضی
- WFNMC[۲۳]: فدراسیون جهانی مسابقات ملی ریاضی.

در یک زمان دو ساعتی، گزارش سه مطالعهٔ تمام شده در حال اتمام ICMI به طور موازی ارایه شد.

مجمع عمومی ICMI

در یک زمان ۲/۵ ساعتی بعد از فعالیت‌های جاری روزانه، با حضور نمایندگان گروه‌های وابسته به ICMI، تشکیل شد.

تازه‌واردها[۲۴]

برای تمام کسانی که برای اولین‌بار در کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی شرکت کرده بودند، برنامه‌های ویژه‌ای تدارک دیده شده بود.

رخدادها و نشست‌های ویژه

شامل طیف وسیعی از موضوعات مختلف از نشست سردبیران مجلات تخصصی، پژوهشی، عمومی گرفته تا بحث راجع به چگونگی تدوین پایان‌نامه‌ی دکتری و نقش استاد راهنما و سایر مباحث مطرح در حوزه‌ی آموزش ریاضی.

سیرک‌های ریاضی

در سه چادربزرگ، برنامه‌های متنوعی برای جذب و اطلاع‌رسانی به خانواده‌ها و معلمان، تدارک دیده شده بود. در این برنامه‌ها، کودکان به همراه خانواده‌های خود، در فعالیت‌های ریاضی شرکت می‌کردند.

چرا ریاضی؟

نمایشگاهی بود که درسرتاسر کنگره، شرکت‌کنندگان را با جلوه‌های مختلف ریاضی در زندگی واقعی، آشنا می‌کرد. این

نمایشگاه، با مشارکت چند سازمان و مؤسسه‌ی ریاضی و یونسکو، برگزار شده بود.

ریاضی را تجربه کنید:
یک نمایشگاه بین‌المللی با حمایت یونسکو

برای نشان دادن این که ریاضی:

- جذاب، خیره‌کننده و مفید است؛
- برای همه قابل دسترس است؛
- نقش عمده‌ای در زندگی روزانه‌ی افراد بازی می‌کند؛
- و نقش مهمی در فرهنگ، توسعه و رشد دارد.

نمایشگاه‌های غیرتجاری

۱۶ سازمان و مؤسسه‌ی ریاضی ملی و بین‌المللی در طول کنگره، به معرفی اهداف و تولیدات خود پرداختند.

نمایشگاه‌های تجاری

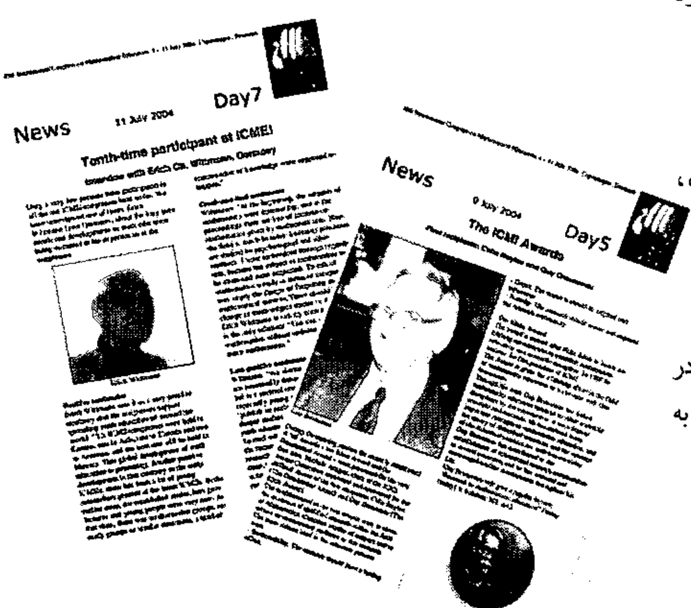
۱۸ سازمان و مؤسسه‌ی انتشاراتی و تکنولوژیکی در طول کنگره، به معرفی و فروش محصولات خود پرداختند.

برنامه‌های ویژه و بازدیدها

علاوه بر برنامه‌های فرهنگی و موسیقی در روزهای مختلف، در روز ۸ جولای، تمام شرکت کنندگان در کنگره، با ثبت‌نام قبلی، به بازدید از مناطق مختلف دانمارک پرداختند.

در حاشیهٔ کنگره

- هر روزه، یک خبرنامه چاپ می‌شد و راجع به موضوعات مختلف، به شرکت‌کنندگان اطلاع‌رسانی می‌کرد.
- تعداد معدودی بودند که در تمام ۱۰ کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی شرکت کرده بودند که یکی از شاخص‌ترین آن‌ها، اریک ویتمن، ریاضی‌دان آلمانی بود. خبرنامه‌ی کنگره در روز هفتم، مصاحبه‌ای اختصاصی با ویتمن انجام داد که حاوی تجربه‌های ارزنده‌ی وی بود.
- کشور نروژ، نمایشگاهی از آثار آبل، ریاضی‌دان معروف برپا کرده بود که بسیار جالب بود.
- بسیاری از کشورها، برنامه‌های درسی ریاضی و محصولات خود را برای نمایش، به کنگره آورده بودند.



زیرنویس ها

1. Guy Brousseau
2. Celia Hoyles
3. Sustainability
4. Depth
5. Novelty
6. Theory of Didactical Situations
7. Didactical Contract
8. Educational Studies in Methematics
9. Reflections and Transformations: A Mathematical Autobiography
10. Mogens Niss
11. Morten Blomhøj
12. Gerd Brandell
13. Hyman Bass
14. The Shaping of Mathematics Education Through Testing
15. Thematie Afternoon
16. Topic Study Groups
17. Discussion Groups
18. Sharing Experiences Groups (SGA)
19. History and Pedagogy of Mathematics (HPM)
20. International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Application (ICTMA)
21. International Organization of Women and Mathematics Education (IOWME)
22. International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)
23. World Federation of National Mathematics Competitions (WFNMC)
24. Newcomers

✪ در تهیهٔ این گزارش، از کتاب برنامه‌های نهایی دهمین کنگره‌ی بین‌المللی آموزش ریاضی و خبرنامه‌های داخلی روزهای اول تا هفتم، استفاده شده است.

دیدگاه

اصلاحات آموزش ریاضی و محورهای اساسی آن در عصر دانایی

یک ضرورت

مهدی رحمانی، دبیر ریاضی و دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

نظام خلقت و حرکت ستارگان، کهکشان ما و دگرگونی در عالم، همگی حکایت از یک سنت الهی دارد. از ائمه نیز منقول است (نقل به مضمون) که دو روز یک مسلمان مؤمن یکسان نیست. از این حدیث چنین استنباط می‌شود که بدون تغییر ماندن و رو به کمال نرفتن با مؤمن بودن هم‌خوانی ندارد. لذا برای رسیدن به کمال، اصل تغییر ضرورت دارد.

انگیزه‌ی اصلی برای اصلاحات در جامعه نیز همین می‌باشد، به طوری که افراد و سازمان‌ها، به طور هم‌صدا، اصلاحات را پشتیبانی می‌نمایند. متولیان اصلاحات ممکن است کنار گذاشته شوند یا از بین روند، اما اصلاحاتی که در جریان است، از بین نخواهد رفت.

اگر خواستار زندگی کامل و پرباری برای خود و دیگران هستیم، اگر دنبال به تحقق رساندن اهداف آموزش ریاضی در عصرمان که عصر دانایی نام گرفته است، می‌باشیم، ضرورت تغییر را باید حس کنیم و به اصلاحات، جامه‌ی عمل بپوشانیم. در دنیای کنونی که در حال دگرگونی است، ما باید به دانش‌آموزان فرصت دهیم که ریاضیات را به اندازه‌ی کافی یاد بگیرند و بتوانند آن را در زندگی، به کار برند.

ما می‌توانیم، و باید، بهتر عمل کنیم. هدف تعلیم و تربیت و تمامی معلمان در همه‌جا این است که به جایی که فراتر از آن‌چه خود رفته‌اند، برسند. آن‌هایی که معتقدند که اگر این آموزش برای من و والدینم کافی بود، برای دانش‌آموزان ما نیز کافیست، مانند کسانی هستند که در تاریکی ایستاده‌اند، در حالی که دنیا در حال حرکت و پیشرفت در زمینه‌های آموزش ریاضی است. اگر آموزش و پرورش، امیدی به آماده کردن دانش‌آموزان به عرصه‌های ناشناخته دارد، تغییرات مثبت باید صورت پذیرد.

حال که ضرورت تغییر احساس شد، سؤال اساسی این است که چه اصلاحات مثبتی در آموزش ریاضی باید رخ دهد؟ چگونه می‌توانیم به محورهای اساسی اصلاحات آموزش ریاضی جامه‌ی عمل بپوشانیم؟

هاوسون و ویلسون (۱۹۹۰) معتقدند که بیش‌تر معلمان کارآزموده، دانش آموختاری قابل ملاحظه‌ای دارند و بسیاری از آن‌ها، خواهان گرایش به سبک آموزشی بازتری هستند، اما باز هم شاید دگرگون نشوند، لذا ملاحظه‌ی دقیق شرایط آموزشی، که مانع معلم در انجام اصلاحات می‌شود، ضروری است.

در این مقاله، برای اصلاحات، دوازده محور اساسی را در نظر گرفته و برای رسیدن به آن‌ها، راهکارهای عملی مطرح می‌کنم. امیدواریم که این محورهای اساسی، چالش‌هایی در ذهن ما معلمان ریاضی ایجاد کند تا برای بهبود وضعیت آموزش بچه‌هایمان با توان بیش‌تر بکوشیم.

محور اول (درباره‌ی فلسفه‌ی آموزش ریاضی)

معلم‌محوری ← دانش‌آموز محوری

اولین مسأله برای رسیدن به اهداف آموزش ریاضی این است که یادگیرنده را به حساب بیاوریم. هدف آموزش و پرورش نیز تحویل انسان توسعه‌یافته به جامعه می‌باشد.

دادن آموزش به دانش‌آموزان امروزی برای تبدیل شدن به رهبرانی متفکر و مسئول، که قادر باشند مسایل روزافزون پیچیده‌ی دنیا را حل کنند، مستلزم تعهدی کامل و همیشگی است (نه فقط در یک زمان محدود). این تصور نادرست است که ما می‌توانیم با فکر کردن به جای دانش‌آموزان به آن‌ها کمک کنیم. اگر ما مجموعه‌ای از قواعد را مقرر کنیم که دانش‌آموزان بتوانند آن‌ها را به خاطر بسپارند و با کمک آن‌ها مسایل ریاضی

خود را حل کنند، آن‌گاه دانش‌آموزان ما از این ضرورت مهم که حقیقتاً باید خودشان فکر کنند محروم خواهند شد.

فلسفه‌ی ریاضی نیز به جای آن‌که دغدغه‌ی تربیت انسان‌های یکسان و همگرا را داشته باشد، رسالت پرورش انسان‌های فهیم، مستدل، متواضع، منصف، انتخابگر، تصمیم‌گیرنده و تصمیم‌ساز را دارد.

محور دوم (درباره‌ی تحقیقات آموزش ریاضی)

روش تحقیق کمی ← روش تحقیق کیفی

معلم، نقش اصلی در هر تحول و دگرگونی در آموزش و پرورش را دارد و هر تحول و دگرگونی در خود معلم، از اهمیت خاصی برخوردار است. یکی از روش‌های تحقیق کیفی، «معلم به‌عنوان محقق در فرآیند تدریس خود» می‌باشد. به این معنا که معلم، فرآیند تدریس کلاس خود را از دیدگاه بالاتر به نظاره بنشیند و جریان کلاس درس خود را به تحلیل بکشاند و کلاس را، میدان تحقیق در مورد عمل خود قرار دهد و در جهت بهبود عمل خود، بکوشد.

در این راستا، لینداریف می‌گوید: «من همان آدمی نیستم که ده سال پیش شروع به تدریس کرد، امسال کلاس درس من با آن‌چه پارسال بود، خیلی تفاوت دارد. من انتظار این تغییر را دارم و خواهان این تغییر هستم.»

محور سوم (درباره‌ی برنامه‌ریزی آموزشی)

یادگیرنده زیر سؤال است ← برنامه‌های آموزشی زیر سؤال هستند

نتیجه‌ی کسب‌شده توسط دانش‌آموزان ایرانی در تیمز، بیانگر آن است که آموزش ما، جهت‌گیری درستی نداشته است و این زنگ خطری برای برنامه‌های آموزشی است. ما نباید دانش‌آموزان را مقصر بدانیم، آن‌ها را گناهی نیست. برنامه‌ریزان و ما معلمین باید با آموزش ریاضی، اهداف آن، شیوه‌های آموزشی آن، نقش تکنولوژی در آموزش ریاضی و نحوه‌ی به‌کارگیری آن، آشنا بوده و از آن‌ها به طور صحیح استفاده کنم.

محور چهارم (درباره‌ی برنامه‌ریزی درسی)

آموزش ریاضی برای عده‌ای خاص ← آموزش برای همه

اهمیت آموزش عمومی و آمادگی شهروندان برای زندگی در تمدن تکنولوژیک، از اهمیت خاصی برخوردار است. در این مورد، تأکید می‌شود که برنامه‌ی درسی، متأثر از چند نفر که قرار است ریاضی‌دانان فردا شوند، کاری عبث و بیهوده است.

در بیانیه‌ی مشهوری که توسط ۷۵ ریاضی‌دان صادر شد، لزوم تأسیس رشته‌ی آموزش ریاضی به‌عنوان یک حوزه‌ی معرفتی مطرح گردید و تناسب بین محتوا و روش، محور اصلی برنامه‌ی درسی معرفی شد. در آن بیانیه آمده است که «تأکید آموزشگران حرفه‌ای، که روش را بر محتوا مقدم می‌دارند به اندازه‌ی تسلط یک‌جانبه‌ی ریاضی‌دانان، که محتوا را بر روش مقدم می‌شمارند، خطرناک می‌باشد و این، باعث بی‌نتیجه ماندن برنامه خواهد شد.» لذا نیاز به آموزشگران ریاضی نیز آشکار می‌شود.

لاکاتوش در کتاب اثبات‌ها و ابطال‌ها می‌گوید: «برنامه‌ی درسی ریاضی، نباید تنها شامل حقایق و مطالب درست باشد، بلکه مطالب نادرست نیز به شیوه‌ی مناسبی لازم است ارایه گردد تا منطق کشف ریاضی محقق شود. جهت‌گیری مسایل نباید یک‌سویه باشد، بلکه هر دوی اثبات کردن و رد کردن را لازم بداند.»

محور پنجم (درباره‌ی تاریخ ریاضی)

وقایع‌نگاری ← تاریخ تحول اندیشه‌های ریاضی

جیمز کلارک ماکسول می‌گوید: «یکی از بزرگ‌ترین امتیازات برای دانش‌آموز هر رشته، خواندن سرگذشت و تاریخچه‌ی آن موضوع است.» در همین راستا، ارنست ماخ، شیوه‌ی خاصی در تدریس اجرا می‌کرد و همواره برای توضیح و تشریح و تدریس یک مفهوم و ایده، از انگیزه‌های پیدایش آن شروع می‌کرد و سپس مراحل و چگونگی تکوین آن را، محور تدریس قرار می‌داد تا به وضعیت فعلی آن مفهوم یا ایده می‌رسید.

این روش می‌تواند مبنای نظری یک اصل کلی در روش تدریس باشد که «بهترین روش هدایت و توسعه‌ی ذهنی افراد این است که فرآیند رفت و بازگشتی از توسعه‌ی ذهنی فراهم کنیم و راهبردهای مهم این رفت و بازگشت‌ها را ارایه نماییم، البته نه با هزاران خطای جزئی» این روش به روش تکوینی موسوم است.

روش لاکاتوش برای پرداختن به ماهیت و چیستی ریاضیات نیز بررسی، تفکر و تعمق در تاریخ ریاضیات است تا با نگاه تیزبینانه دریابد که جریان تجربه‌ی تاریخی ریاضیات چگونه است، ایده‌ها چگونه به‌وجود می‌آیند و چگونه رشد می‌کنند، سرچشمه‌ها از کجا نشأت می‌گیرند، نظریه‌ها چگونه شکل می‌گیرند، پیروزی‌ها و شکست‌ها چگونه اتفاق می‌افتند و عوامل مهم و تأثیرگذار در جریان ریاضیات چه هستند؟

این قسمت را با سخن پروفسور محسن هشترودی به پایان می‌رسانیم: «اگر با بزرگداشت گذشتگان می‌خواهیم کاری کنیم که جوانان امروز به استخوان‌های پوسیده‌ی آباء و اجدادشان ببالند، سخت خطاکاریم و اگر با انجام این کار می‌خواهیم امروزیان را تحقیر کنیم و به آنان بفهمانیم نتوانسته‌اند مثل پدرانشان در زمینه‌های گوناگون علمی و ادبی و هنری بشکفند، در اشتباهیم. اما اگر می‌خواهیم از این راه آنان را برانگیزیم تا راه آن بزرگان را در پیش گیرند همان درست است و باید آن را دنبال کنیم.»

مهدی رحمانی، دبیر ریاضی و دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

محور ششم (درباره‌ی علوم اجتماعی)
رشد فردی ← تشریک‌مساعی برای رشد جامعه

ریاضیات به‌عنوان فعالیتی انسانی، پدیده‌ای اجتماعی ـ فرهنگی ـ تاریخی است. ریاضیات دارای موضوعی واقعی و معنادار است و معنی آن را باید در خردجمعی آحاد بشر جست‌وجو کرد. ریاضیات فعالیتی هوشیارانه ـ خردمندانه است که تنها در چارچوب فرهنگ انسانی، می‌توان به آن اندیشید.

نیازهای اجتماعی، باعث رشد ریاضیات می‌شود. از آن‌جایی که جامعه‌ی کنونی، غیرتعیّنی است، لذا بر روحیه‌ی پرسشگری تأکید می‌شود. در جامعه نیز باید از سمت فرهنگ غیرپاسخ‌گو به سمت فرهنگ پاسخ‌گویی حرکت کنیم.

نظریه‌ی تعامل اجتماعی ویگوتسکی نیز بر این اذعان دارد که یادگیری و فعالیت آگاهانه، اساساً اجتماعی و گروهی است و نه انفرادی. این نظر، با نظریه‌ی پیاژه که رشد ذهنی فرد را مورد مطالعه و آزمایش قرار می‌داد و عامل اجتماع و تعامل اجتماعی و مسایل فرهنگی را در نظر نمی‌گرفت، تطابق ندارد.

محور هفتم (درباره‌ی روان‌شناسی یادگیری ریاضی)
یادگیری طوطی‌وار ← یادگیری معنادار و مداوم

اگر به فکر یادگیری معنادار و مداوم در دانش‌آموزان خود هستیم، باید با نظریات دانشمندانی مانند پیاژه، برونر، اسکمپ و... آشنا شویم و از آن‌ها در تدریس خود استفاده کنیم. یکی از جدیدترین دیدگاه‌های روان‌شناسی یادگیری ریاضی، نظریه‌ی ساخت و سازگرایی است که اصل اعتقادی آن، این است که دانش‌آموزان، خود، سازنده‌ی دانش خویش هستند.

از آن‌جا که لازمه‌ی یادگیری؛ یاددهی خوب است، بسیاری از آموزشگران ریاضی معتقدند که باید در تدریس از سمت شهود به سمت تجرید حرکت کرد.

یکی از مشکلات موجود در تدریس و یادگیری ریاضیات، عدم‌توجه به تفاوت‌های فردی شاگردان در کار ریاضی و نگاه موجی به کلاس است، پیام عمده‌ی روان‌شناسی یادگیری ریاضی این است که در کلاس ریاضی شما، افراد زیادی وجود دارد که مانند شما نمی‌اندیشند و سبک یادگیری و شناختی آنان با یکدیگر و با شما تفاوت دارد. با استفاده از بحث گروهی و کار در گروه‌های کوچک، فرصت خوبی برای یافتن تفاوت‌های فردی ایجاد می‌شود.

یاددهی مبتنی بر شکل‌گیری طرح‌واره‌ها، موجب ارتقای یادگیری هوشمند و معنادار ریاضی می‌شود که طبعاً از بار حافظه‌ی فعال و عوامل مزاحم می‌کاهد و یادگیری حافظه‌ای و الگوریتمی را کاهش می‌دهد. طرح‌واره، ساختمانی ذهنی است که در آن، دانش و تجربه‌های مرتبط شاگردان، سازمان می‌یابد و فهمیدن، جذب یک مطلب جدید به یک طرح‌واره‌ی مناسب می‌باشد (اسکمپ ۱۹۸۹).

محور هشتم (درباره‌ی مدیریت)
منطق‌های اجرایی و اداری ← آزادی‌عمل به معلمان ریاضی

استفاده از روش‌های نوین، با صدور بخش‌نامه عملی نخواهد شد، بلکه معلمان، خود باید به این باور برسند که با توجه به ضرورت‌های ذکر شده، استفاده از روش‌های جدید برای بهبود وضعیت آموزش، لازم است. با توجه به این‌که این تلاش‌ها، به کوشش همه‌جانبه‌ی افراد، به‌ویژه مدیران نیاز دارد، معلمان باید برای اتخاذ روش‌های متنوع و جدید، آزادی‌عمل بیش‌تری داشته باشند.

محور نهم (درباره‌ی روش تدریس ریاضی)
روش سخنرانی ← روش مکاشفه‌ای و فعال

آیا باید به دانش‌آموزان مطلب درسی را کامل گفت تا درس را بفهمند یا فرصت‌هایی ایجاد کرد تا خودشان مفهوم را کشف کنند؟

فرایند تدریس، باید خلاقیت و شهامت دانش‌آموزان را برای ورود به عرصه‌های ناشناخته تقویت کند. بهبود کیفیت کلاس‌ها، در گرو ایجاد فرصت‌های یادگیری برای دانش‌آموزان است تا خودشان بتوانند دانش ریاضی را کشف کنند و معلم، در چنین کلاسی، نقش راهنما را دارد. لذا کلاس‌های درس، باید به مجامع گفت‌وگو تبدیل شوند. باید به جای حفظ کردن ریاضی، به فهمیدن آن توجه داشته باشیم. باید به جای ریاضی تقلیدی، به تفکر و انجام کار ریاضی توسط دانش‌آموز توجه کنیم. باید از انتقال دانش، به سمت ساختن دانش توسط دانش‌آموزان حرکت کنیم. باید به جای شمردن اشتباهات دانش‌آموزان، اجازه دهیم آن‌ها اشتباه کنند، زیرا هر اشتباهی، فرصتی برای یادگیری است.

باید ریاضیات را با دیگران انجام داد و یاد گرفت. بازی‌ها، فعالیت‌ها، پروژه‌ها، اثبات‌ها، فرمول‌بندی مسأله‌ها و غیره، فعالیت‌هایی هستند که باید به صورت گروهی، کار در گروه‌های کوچک و نوشتن بازتابی انجام شوند.

باید تعادلی معقول بین ادامه دادن به کار و در نظر گرفتن زمان برای بررسی عمیق‌تر مسایل جالب، وجود داشته باشد. اگر مسایلی حقیقتاً جالب باشند و دانش‌آموزان به آن علاقه نشان دهند، دلیلی برای عجله کردن و رفتن به موضوع بعدی وجود ندارد.

محور دهم (درباره‌ی حل مسأله)

آموزش حل مسأله ← آموزش از طریق حل مسأله

نه تنها در آموزش ریاضی بلکه در سایر علوم نیز هدف نهایی از آموزش این است که دانش‌آموزان یاری شوند تا مسایل مطرح در عرصه‌ی دانش مورد نظر را بهتر حل کنند. پولیا (۱۹۴۵) معتقد بود که آموزش باید بر پایه‌ی حل مسأله باشد و این یادگیرنده است که باید با تلاش درونی، علم را از درون و به دست خود برپا کند و این نوع آموختن است که انسان را توانمند می‌کند زیرا انتقال از بیرون، کم‌تأثیر است. کاک‌کرافت (۱۹۸۲)، حل مسأله را توانایی به‌کار بردن ریاضیات در موقعیت‌های مختلف می‌داند و معتقد است که دانش‌آموز نمی‌تواند ریاضی را آغاز کند، مگر این‌که مسأله را به‌عبارت‌های مناسبی تبدیل کند. بک‌هاوس و همکارانش، حل مسأله را فعالیت می‌دانند، نه توانایی.

شونفیلد (۱۹۸۵) در کتاب حل‌مسأله ریاضی‌اش، چهار حوزه‌ی مرتبط با دانش و رفتار حل مسأله را برای بررسی فرآیند حل مسأله‌ی ریاضی، ضروری می‌داند که شامل منابع، رهیافت‌ها، کنترل و نظام باورهاست.

ما باید دانش‌آموزان را تشویق کنیم که لیستی از استراتژی‌های خود را تهیه کنند، درباره‌ی استراتژی‌های خود و دیگران فکر کنند، آن‌گاه تعداد زیادی از مسایل جالب را با استفاده از استراتژی‌های دلخواه حل کنند. اما بعد از حل این مسایل، آن‌ها را ترغیب کنیم که درباره‌ی آنچه که انجام داده‌اند، مجدداً فکر کنند و آن‌ها را مورد بحث قرار دهند، تعیین کنند که کدام استراتژی مفید و کدام‌یک غیرمفیدند و مرتباً روش‌های حل مسأله‌ی خود و دیگران را بازنگری کنند.

محور یازدهم (درباره‌ی تکنولوژی)

محاسبات کاغذ و مدادی ← استفاده‌ی مناسب از ماشین‌حساب و کامپیوتر

به عقیده‌ی رامبرگ (۱۹۹۸)، امروزه هیچ‌کس با محاسبات کاغذ و مدادی، امرار معاش نمی‌کند. ماشین‌حساب‌ها و کامپیوترها جایگزین محاسبه‌های خرید و فروش در کار و صنعت شده‌اند. آن‌ها مهارت‌های مورد تأکید در درس‌های ریاضی را تغییر داده‌اند.

تحقیقات نشان می‌دهد که در کلاس‌هایی که از ماشین‌حساب استفاده می‌شود دانش‌آموزان دید بهتری نسبت به ریاضی دارند و در حل مسأله جدی‌تر و مطمئن‌تر هستند لذا اگر دانش‌آموزان ببینند که در خارج از مدرسه مردم ریاضیات را به‌وسیله‌ی ماشین‌حساب و کامپیوتر انجام می‌دهند، در حالی که در مدرسه مجاز به این کار نیستند، بسیار مشکل خواهد بود که آن‌ها را متقاعد کنیم که ریاضیات مدرسه با دنیای واقعی ارتباط دارد.

محور دوازدهم (درباره‌ی ارزشیابی)

ارزشیابی از موفقیت تحصیلی دانش‌آموز ← ارزشیابی از برنامه‌ی ریاضی

بسیار اتفاق می‌افتد که ما به‌عنوان معلم، دورنمای اهداف خود را نمی‌توانیم ببینیم. ما برای اهداف میان‌دوره‌ای کوتاه‌مدت، مانند رسانیدن تمامی دانش‌آموزان به مرحله‌ای که بتوانند یک امتحان را با موفقیت بگذرانند، تمهیدات لازم را فراهم می‌کنیم. فرض بر این است که نمرات امتحانات با توانایی فرد در حل مسایل دنیای واقعی، همبستگی مثبت داشته باشد. اما هر اندازه که تلاش بیش‌تری صرف آموزش برای موفقیت در امتحان می‌کنیم، احتمال این که خودمان، دانش‌آموزان و دیگران را فریب دهیم، بیش‌تر می‌شود؛ یعنی کسانی را که معتقد هستند ما به دانش‌آموزان آموخته‌ایم که چگونه مسایل واقعی را حل کنند. در حالی‌که واقعیت غیر از آن بوده است. لذا ارزشیابی از دانش‌آموز، باید بخش مهمی از آموزش بوده و به‌طور مستمر صورت پذیرد و مهم‌تر آن‌که، ارزشیابی باید برای آگاهی معلمان و برنامه‌ریزان برای تصمیم‌گیری‌های آموزشی صورت پذیرد.

ما همگی کم و بیش متعصب هستیم. این طبیعی است، اما تعصب زیاد، خوب نیست. مخصوصاً زمانی که معلمی باشیم که با تعصب خود، بر روی یادگیری نسل آینده، تأثیر بد بگذاریم. ما معلمان، باید به فکر آموزش بهتر ریاضی به فرزندان خود باشیم. اگر واقعاً به فکر شکوفایی هستیم، لحظه‌ای تأمل کنیم و دیدگاهمان را اندکی تغییر دهیم. به امید روزی که شاهد آینده‌ای بهتر برای وضعیت آموزش ریاضی ایران در عرصه‌های جهانی باشیم.

پایان و شاید آغاز راه...

منابع

۱. حاجی‌بابایی، جواد، گفتاری پیرامون آموزش ریاضی در کشور (تابستان۱۳۷۵)، وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی، دفتر تألیف کتب درسی.

۲. جتی، فرهاد، آموزش ریاضی برای جهانی پویا، نوشته استفان راس ویلوبای، انتشارات دانشگاه کردستان (۱۳۸۰).

۳. رحمانی، مهدی، اهداف آموزش ریاضی کدامند و چه نقشی در اعتلای ریاضیات دارند؟ رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۵۰ (۱۳۷۶).

۴. رحمانی، مهدی و رضایی‌رشید، نقش تفکر خلاق در آموزش ریاضی، گزارش چهارمین کنفرانس آموزش ریاضی کشور، تهران (۱۳۷۸).

۵. علم‌الهدایی، سیدحسن، راهبردهای نوین در آموزش ریاضی، نشر شیوه (۱۳۸۱).

۶. علی بیگلو، زهرا، یادمان پروفسور هشترودی، نشریه‌ی علمی ـ دانشجویی دانشگاه شهید بهشتی به نام بینهایت، سال دوم، شماره‌ی سوم، (مهرماه ۱۳۸۲).

۷. فردین‌پور، یونس و گویا، زهرا، انقلاب لاکاتوش، نوشته‌ی جوزف آقاسی، رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۷۵، (بهار ۱۳۸۳).

۸. کلمنتس و الرتون، تحقیقات آموزش ریاضی در گذشته، حال، آینده، انتشارات یونسکو، (۱۹۹۶).

۹. گویا، زهرا و رضایی، مانی، کارگاه حل مسأله‌ی ریاضی، دبیرخانه‌ی راهبردی ریاضی متوسطه، تهران (اسفند ۱۳۸۲).

۱۰. مهربانی، نرگس و گویا، زهرا، آموزش معلمان ریاضی یک حوزه‌ی تحقیقی، رشد آموزش ریاضی، شماره‌ی ۶۹ (۱۳۸۱).

نامه‌ها

نامه‌های رسیده

نامه‌ها و مطالب دوستان زیر به دستمان رسیده است. از همگی آن‌ها متشکریم و چشم‌انتظار نامه‌ها و مطالب دوستان و خوانندگان دیگر مجله‌ی رشد آموزش ریاضی نیز هستیم.

- آقای یونس کریمی فردین‌پور، از اردبیل؛
- خانم فریده گوجان سامانی، از تهران؛
- آقای علی گودرزی، از بروجرد؛
- آقای حمیدرضا ارجمندی، از اصفهان؛
- آقای علیرضا احمدی مقدم، از منطقه‌ی گوگان آذربایجان شرقی؛
- آقای قاسم حسین قنبری، از سمنان؛
- خانم معصومه خوبیاری، از کرمان؛
- آقای منوچهر حسین‌زاده، از بابل؛
- آقای محمد امیدوار، از تهران؛
- خانم رقیه نکوفر، از نی‌ریز فارس؛
- خانم طاهره پوربهاءالدینی، از کرمان؛
- خانم فاطمه ملکی جبلّی، از پیشوای ورامین؛
- آقای ناصر عزیزی؛
- از آقای سیدمحمد فؤاد ابراهیمی، برای ارسال نامه به همراه CD و مطلب ارسالی متشکریم.
- آقای جعفر پاشائی عدل نیز، از شهرستان بناب در آذربایجان شرقی، نامه‌ای شامل اسامی چند تن از همکارانشان، که در سی‌وپنجمین کنفرانس ریاضی در دانشگاه شهید چمران اهواز شرکت کرده و مقاله ارایه داده‌اند برایمان ارسال داشته‌اند. از ایشان سپاسگزاریم و برای این دوستان، آرزوی موفقیت داریم. اسامی این دوستان به شرح زیر است:

جعفر پاشائی‌عدل، الماس ملک‌پور، انور چشم‌سیاهی، عباس میسمی، رحیم سلطانی، امیر ظاهری، عادل منصوری، بلال جعفری، محمد سهرابی، لیلا اقلیمی، داوود خلیلی، آیدا سهرابی، انیس نوحی.

In the name of God

Mathematics Education Journal

80

Vol.22
No.2
2005

Ministry of Education
Organization of Research& Educational Planning
Teaching-Aids Publications Office

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585
E-mail:info@roshdmag.org
ISSN: 1606 - 9188

First Announcement

The Mathematics Education into the 21st Century Project,

in cooperation with

The Hong Kong Institute of Education

The Third World Forum

EuroMaths, Greygum Software, MatheMagic, SNM (Polish Association of Teachers of Mathematics), VSG Enrichment, Wholemovement

and locally organized/sponsored by

Universiti Teknologi Malaysia (UTM)

announce our

Eighth International Conference

" Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education "

Hotel Eden Garden, Johor Bharu, Malaysia

November 25th - December 1st, 2005

Major Sponsors: Autograph

برای اطلاع بیش‌تر درباره‌ی کنفرانس و نحوه‌ی شرکت در آن، به آدرس‌های زیر مراجعه کنید:

http://www.alm.online.org/Announcements/AAMalaysiaFirstAnnouncement.rtf
http://www.alm.online.org/Announcements/Announcements.htm

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی
www.samanketab.com
ویژگی های
کتاب های آموزشی
مجموعه راهنماهای تولید کتاب های آموزشی - ۱
ویژگی های کتاب های آموزشی
تربیت بدنی و ورزش
تاریخ
زبان خارجی
ریاضی
جوانه