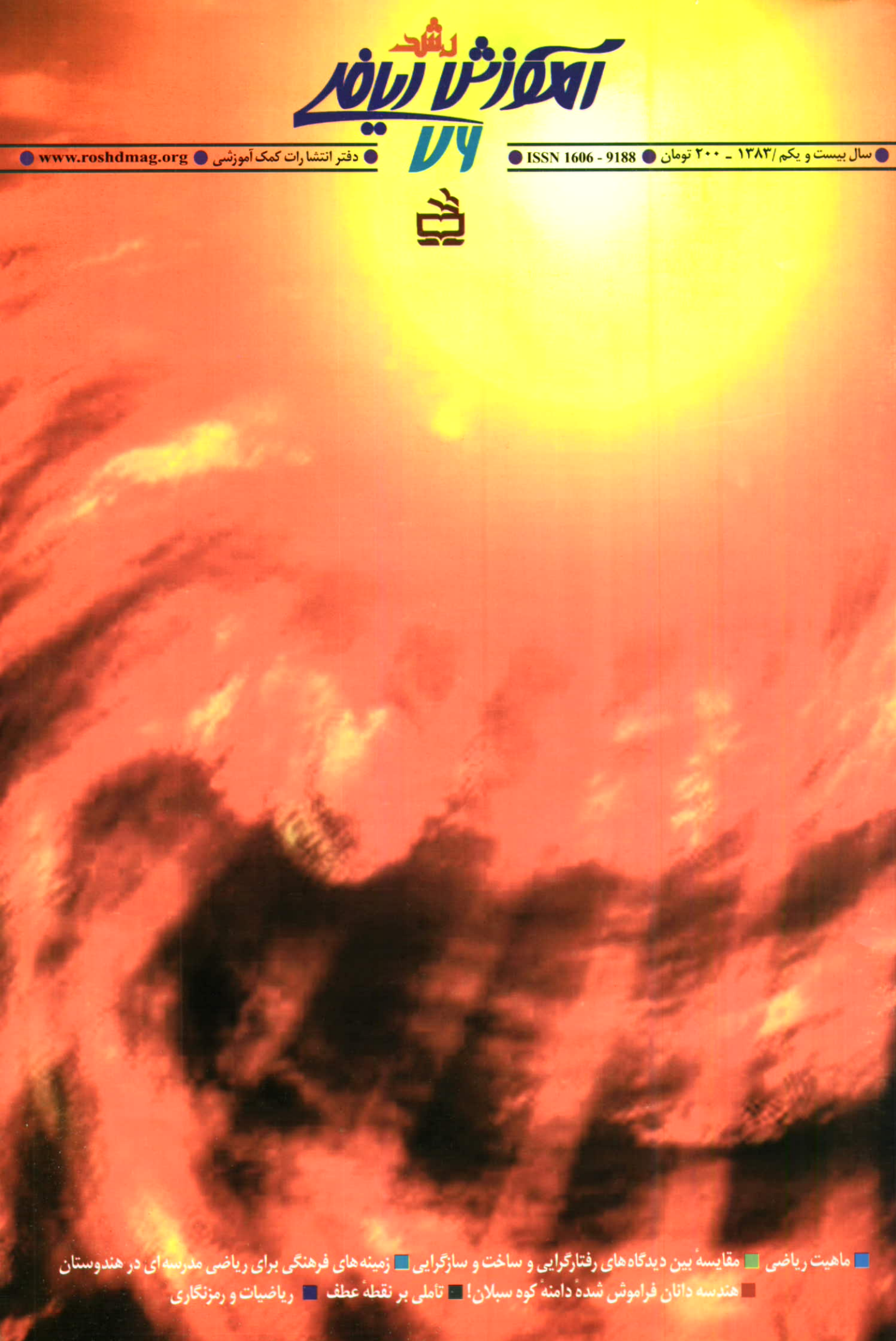
رشد آموزش ریاضی ۷۶

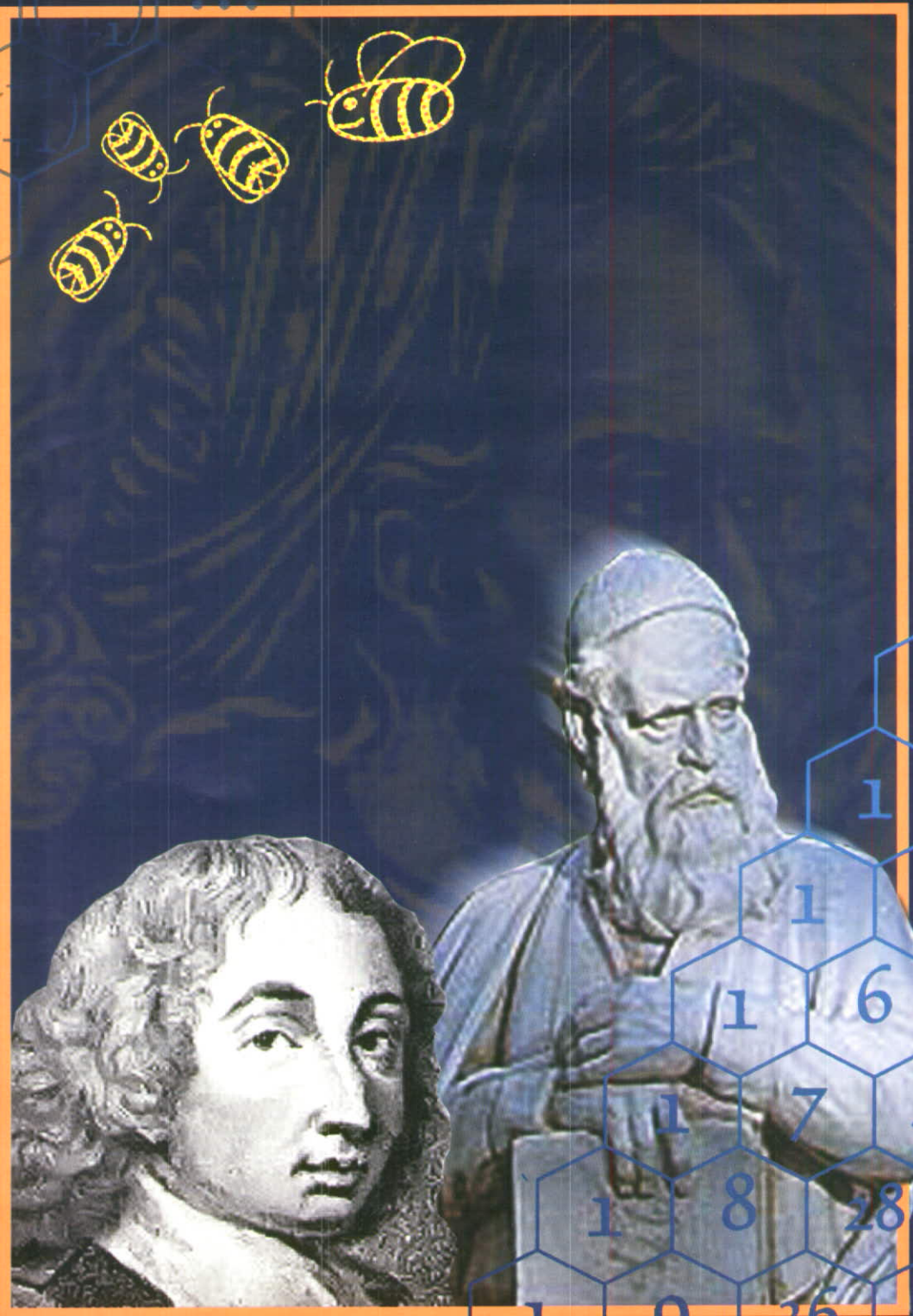
سال بیست و یکم /۱۳۸۳ - ۲۰۰ تومان ● ISSN 1606 - 9188 ● دفتر انتشارات کمک آموزشی ● www.roshdmag.org



ماهیت ریاضی ■ مقایسهٔ بین دیدگاه‌های رفتارگرایی و ساخت و سازگرایی ■ زمینه‌های فرهنگی برای ریاضی مدرسه‌ای در هندوستان
هندسه دانان فراموش شدهٔ دامنهٔ کوه سبلان! ■ تاملی بر نقطهٔ عطف ■ ریاضیات و رمزنگاری

مثلث خیام ـ پاسکال

[به مقالهٔ «موضوع‌های پژوهش دانش‌آموزی» رجوع کنید.]



بسم الله الرحمن الرحیم

رشد آموزش ریاضی ۷۶

سال بیست و یکم / تابستان سال ۱۳۸۳ / شمارگان ۱۴۰۰۰ نسخه

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی

دفتر انتشارات کمک آموزشی

۲ یادداشت سردبیر

۴ ماهیت ریاضی
مترجمان : زهرا گویا و نرگس مرتاضی مهربانی

۱۲ موضوع های پژوهش دانش‌آموزی
نویسنده : اسماعیل بابلیان

۱۸ مقایسهٔ بین دیدگاه‌های رفتارگرایی و ساخت و سازگرایی
نویسنده : لانیال لاکروکس، مترجم: زهرا گویا

۲۳ زمینه های فرهنگی برای ریاضی مدرسه‌ای در هندوستان
نویسنده : الف. ام. شاجان، مترجم: آذر کرمیان

۲۶ هندسه دانان فراموش شدهٔ دامنهٔ کوه سبلان!
نویسندگان :مرتضی بیات، زهرا عباسپور، نیر تفاخری

۳۳ روایت معلمان
نویسنده : ابوالفضل رفیع پور

۳۵ مسألهٔ هر اسبی جای خودش
نویسنده : مژگان صدقی

۳۶ ریاضیات و رمز نگاری
نویسنده :عبدالحسین مصحفی

۴۱ تأملی بر نقطهٔ عطف
نویسنده : کرامت الله شرفی

۴۵ نامه ها

۴۶ هندسهٔ روی کره
نویسنده : هارولد آر. جکوبز ، مترجم: مانی رضائی

۴۸ مروری بر کتاب‌ها و برنامه ریزی ریاضی...
نویسنده : میرزا جلیلی

۵۹ در دنیای اینترنت
نویسنده : سپیده چمن آرا

۶۲ خبر و گزارش

مدیر مسؤول : علیرضا حاجیان‌زاده
سردبیر: زهرا گویا
مدیر داخلی : سپیده چمن آرا
اعضای هیات تحریریه : اسماعیل بابلیان ، میرزا جلیلی ، سپیده چمن‌آرا، مهدی رجبعلی پور،مانی رضائی، شیوا زمانی ، بیژن ظهوری زنگنه ، سهیلا غلام آزاد ، محمد رضا فدائی و علیرضامدقالچی
مدیر هنری و طراح گرافیک : فریبرز سیامک‌نژاد

نشانی دفتر مجله: تهران ، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن امور مشترکین : ۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۳۳۵۱۱۰
تلفن دفتر مجله : ۹- ۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۰ - ۳۷۴) **E-mail:info@roshdmag.org**
چاپ : شرکت افست (سهامی عام)

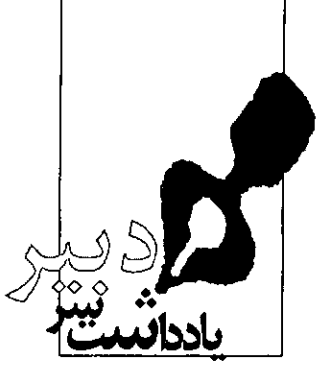
دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، مجلّات زیر را منتشر می کند:
رشد کودک ، برای پیش‌دبستان و دانش‌آموزان کلاس اوّل دبستان
رشد نوآموز ، برای دانش‌آموزان دوم و سوم دبستان
رشد دانش‌آموز ، برای دانش آموزان چهارم و پنجم دبستان
رشد نوجوان ، برای دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی
رشد برهان ، مجله ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی
رشد جوان ، برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه
رشد برهان ، مجله ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه
مجلات رشد: معلّم، تکنولوژی آموزشی، آموزش ابتدایی، آموزش فیزیک، آموزش شیمی
آموزش معارف اسلامی، آموزش زبان وادب فارسی
آموزش زبان، آموزش تاریخ، آموزش راهنمایی تحصیلی، آموزش جغرافیا
آموزش علوم اجتماعی، آموزش تربیت بدنی، آموزش زیست‌شناسی، آموزش هنر
مدیریت مدرسه، آموزش قرآن و آموزش زمین‌شناسی
برای معلّمان ، دانشجویان دانشگاه‌ها و مراکز تربیت معلم ، مدیران مدارس و کارشناسان و برنامه‌ریزان درسی آموزش و پرورش

مجله رشد آموزش ریاضی ، نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم وتربیت، به ویژه معلّمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد ، می‌پذیرد . لازم است در مطالب ارسالی ، موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
- نثر مقاله روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود.
- اصل مقاله‌های ترجمه شده به پیوست، ارسال شود.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادلهای فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود.
- زیرنویس ها و منابع کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از موضوع مطلب ارسال شده در حد اکثر ۲۵۰ کلمه ، همراه مطلب ارسال شود.

همچنین:

- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله ، الزاما مبیّن نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسؤولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد ، بازگشت داده نمی‌شود.



معلمان شریف ریاضی، خسته نباشید! نه ماه تلاش و زحمت و ایثار، به پایان رسیده است و تابستان، فرصت مناسبی برای تجدید قوا، تمدید اعصاب و کسب توانمندی های بیش تر است. فلسفهٔ تعطیلات تابستان این بوده است که معلم و دانش آموز، خستگی ۹ ماه تحصیلی را از جسم و روح خود، بیرون کنند و با نشاط بیش تری، سال تحصیلی جدید را آغاز نمایند.

اما دریغ و صددریغ، که برای بسیاری از معلمان و دانش آموزان، تعطیلات تابستانی معنای خود را از دست داده است و چرایی این اتفاق، مستحق بررسی های عمیق است. با این وجود، امیدواریم که تابستان، فرصت مناسبی برای معلمان عزیز ایجاد کند تا بتوانند، کمی از فشارهای ناشی از تدریس بکاهند و انرژی ازدست رفته را بازیابند.

در شمارهٔ گذشته، بحث چندتألیفی مطرح شد و در این شماره، آن بحث بامعرفی اعضای تیم تألیف، دنبال می شود.

اعضای تیم تالیف کتاب درسی ریاضی چه کسانی هستند؟

کتاب درسی مدرسه ای، دارای تعریف مشخصی است و با هرکتاب دیگری، فرق می کند. به همین دلیل، عمدتاً تألیف یک کتاب درسی، توسط یک تیم تألیف انجام می گیرد تا از زاویه های مختلف، به حساسیت تألیف توجه شود. از این گذشته، در تألیف کتاب درسی، مخاطب شناسی و آشنایی با زمینه های فرهنگی- اجتماعی، جزو اصول موضوعه است. علت مشخص این حساسیت این است که در نظام مدرسه ای، دانش آموز که مخاطب اصلی کتاب است، انتخابگر نیست و کتاب برای او، انتخاب می شود. پس لازم است که حداکثر تلاش برای شناخت همه جانبهٔ این مخاطب انجام گیرد. درنتیجه، عضویت افرادی از حوزه های مختلف در تیم تألیف کتاب درسی مدرسه ای، یک ضرورت است.

شونفیلد(۱۹۸۷)، حداقل تخصص های لازم را برای تألیف یک کتاب درسی ریاضی، تخصص های موضوعی، آموزشی، معلمی و علوم شناختی دانسته است. طبیعی است که تخصص های دیگری مانند هنری، زبان شناختی، جامعه شناسی، و نظایر این ها، هرکدام به غنای مطلب می افزایند. به همین دلیل است که در آمریکای شمالی، وقتی که تیم تألیف، کار خود را به انجام می رساند، ناشر سفارش دهندهٔ کار، تألیف را به تیم های قوی فوق می سپارد تا آن ها، تألیف انجام شده را تبدیل به کتاب درسی کنند. گاهی محصولی که به نام کتاب درسی روانهٔ بازارمی شود، با آن چه که تیم تألیف انجام داده است، آن قدر متفاوت است که شاید مؤلفان آن را شگفت زده کند. اما قدرمسلم این است که تمام تغییرات لازم، با حفظ محتوای تخصصی ریاضی کتاب است.

حال که در ایران، چنین ظرفیتی در قسمت نشر وجودندارد، این وظیفه، بیشتر بردوش آموزشگر ریاضی سنگینی می کند و بهترین یاور وی در این زمینه، معلم ریاضی است که شناخت عینی تری از مخاطب- یعنی دانش آموز- و مجری برنامه و کتاب- یعنی معلم- دارد. شناخت نظری و تجربی آموزشگر و معلم از مخاطب، امکان متناسب کردن تألیف را با نیازهای او، ایجادمی کند. با پذیرش چنین کمبودی در بخش تولید کتاب های درسی ریاضی، اعضای یک تیم تألیف ریاضی، معرفی می گردند:

متخصص موضوعی ریاضی- ریاضی دان

در هر تألیف ریاضی، متخصص موضوعی نقش محوری دارد. زیرا بدیهی است که محتوای ریاضی کتاب باید ازنظر ریاضی، درست باشد. با این حال، درست بودن محتوا، به معنای سازگاری آن با سنت های جامعهٔ ریاضی یا فرد ریاضی دان نیست. به گفتهٔ فرودنتال(۱۹۸۱)، تولید ریاضی با انتخاب محتوای ریاضی مدرسه ای، دو مقوله جدا از هم هستند.[۱] متخصص موضوعی ریاضی عضو تیم تألیف کتاب ریاضی، دارای ویژگی ها و وظایف زیر است:

- ریاضی دانی است که حوزه تحقیقی وی، ریاضی است و در این حوزه، یک محقق فعال است؛
- دغدغهٔ آموزشی دارد و معلم موفقی است؛
- به دلیل دغدغه اش، به مطالعهٔ غیرحرفه ای آموزش ریاضی، علاقه مند است؛
- تمام کتاب های درسی ریاضی مدرسه ای را با جزئیات مطالعه و نقد کرده است؛
- با ارتباط افقی و ارتباط عمودی بین مطالب ریاضی در هر دوره و پایهٔ تحصیلی، آشناست؛

■ با تاریخ ارایهٔ یک مفهوم ریاضی و فرازوفرودهای آن در کشور خویش و جهان، آشناست؛
■ روش‌های مختلف بیان یک مطلب ریاضی را می‌داند؛
■ توانایی تولید اثبات‌ها و روش‌های جدید و بدیع را برای جایگزین‌شدن با اثبات‌ها و روش‌های سنتی برحسب ضرورت، دارد؛
■ ریاضی مدرسه‌ای را یک کل منسجم می‌بیند و بین تخصص‌های موضوعی ریاضی دانشگاهی باعنوان‌های مدرسه‌ای، تناظر برقرار نمی‌کند.
■ در تیم تألیف؛ با جامعیت ریاضی خویش شرکت می‌کند و نسبت به تخصص دانشگاهی خود، جانبدارانه رفتار نمی‌کند.

معلم ریاضی

ویژگی‌ها و وظایف معلم ریاضی عضو تیم تألیف، به قرار زیر است:

■ درس‌های متنوع ریاضی مدرسه‌ای را تدریس کرده است؛
■ با ارتباط افقی و ارتباط عمودی بین مطالب ریاضی در هر دوره و پایهٔ تحصیلی، آشناست؛
■ مخاطب اصلی کتاب یعنی دانش‌آموز را خوب می‌شناسد و با چگونگی فهم و درک و بدفهمی‌های وی، آشناست؛
■ معلمان ریاضی جامعهٔ خویش را نمایندگی می‌کند، درنتیجه، توانایی امکان‌سنجی تألیف انجام‌شده را در اجرا، داراست؛
■ توانایی نقد و ارایهٔ پیشنهاد جایگزین را دارد؛
■ ریاضی مدرسه‌ای را یک کل منسجم می‌بیند و به درس‌های مختلف ریاضی، به‌طور مجزا نمی‌نگرد؛
■ نسبت به تناسب سطح انتظارات کتاب با ظرفیت مخاطب و مجری- دانش‌آموز و معلم، قضاوت می‌کند؛
■ در شناخت مخاطب، تغییرات فرهنگی-اجتماعی را درنظر می‌گیرد و مخاطب را در زمان حال، به حساب می‌آورد. یعنی، شناخت وی از مخاطب، عینی و به‌روز است؛
■ حافظ منافع آموزش و یادگیری معلم و دانش‌آموز است.

عالم‌شناختی

عالم‌شناختی عضو تیم تألیف کتاب درسی ریاضی، دارای این ویژگی‌ها و وظایف است:

■ با ظرفیت مغز و ذهن یادگیرنده آشناست؛
■ با تازه‌ترین یافته‌های پژوهشی در زمینهٔ یادگیری و کارکرد مغز و ذهن، آشناست؛
■ مراحل رشد ذهنی یادگیرنده را می‌شناسد؛
■ با چگونگی شکل‌گیری مفاهیم ریاضی در ذهن، آشناست؛
■ با انواع یادگیری آشناست؛
■ تفاوت فردی یادگیرندگان را می‌شناسد؛
■ نسبت به مرتبط‌بودن برنامه با نیازهای یادگیرندگان متفاوت، قضاوت می‌کند.

آموزشگر ریاضی

آموزشگر ریاضی عضو تیم تألیف کتاب درسی ریاضی، در دو زمینهٔ مشخص **روان‌شناسی آموزش ریاضی** و **برنامه‌ریزی درسی ریاضی**، متخصص است و دارای وظایف و ویژگی‌های زیر است:

■ برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای موجود را به‌خوبی می‌شناسد؛
■ با تازه‌ترین یافته‌ها در حوزهٔ وسیع آموزش ریاضی و در زمینه‌های تخصصی روان‌شناسی آموزش ریاضی و برنامهٔ درسی ریاضی، آشناست؛
■ در آموزش ریاضی، محقق و تولیدکننده است؛
■ با سیر تاریخی برنامه‌های درسی ریاضی در ایران و جهان، آشناست؛
■ با عوامل تأثیرگذار بر تغییرات برنامهٔ درسی ریاضی در ایران و جهان، آشناست؛
■ مباحث ریاضی را می‌فهمد و نسبت به حضور یا عدم‌حضور هریک در برنامهٔ درسی، قضاوت می‌کند، اما ریاضی تولید نمی‌کند؛
■ با روان‌شناسی یادگیری معلمان ریاضی آشناست؛
■ با ابزارهای نظری و تجربی، یادگیرندهٔ ریاضی را می‌شناسد؛
■ تعیین‌کنندهٔ تناسب و توازن بین محتوا و روش است؛
■ با استانداردهای آموزش ریاضی آشناست و از آن‌ها، به‌عنوان معیاری برای متناسب‌بودن تألیف استفاده می‌کند؛
■ سازمان‌دهی محتوا را انجام می‌دهد و به‌جای تنظیم تألیف برحسب منطق تولید ریاضی، تألیف را برحسب اصول آموزشی، منسجم می‌کند.

امید است تا با ادامهٔ این بحث، امکان بیش‌تری برای پاسخ‌گویی به بعضی از مسأله‌های باز در حوزهٔ تألیف کتاب درسی ریاضی در ایران، ایجاد شود.

زیرنویس

۱. برای آشنایی بیش‌تر، می‌توان به ترجمهٔ مقالهٔ فرودنتال باعنوان ریاضی جدید با آموزش جدید در رشد آموزش ریاضی شمارهٔ ۷۰، مراجعه کرد.

ماهیت ریاضی*

مترجمان: زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی
نرگس مرتاضی مهربانی
کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی مدارس تهران

ریاضی بر منطق و خلاقیت استوار است و هم برای اهداف گوناگون کاربردی و هم برای علاقهٔ درونی دنبال می‌شود. برای بعضی آدم‌ها، و نه فقط ریاضی‌دان‌های حرفه‌ای، ماهیت ریاضی، متکی بر زیبایی و چالش روشنفکرانهٔ آن است. برای بعضی دیگر، از جمله بسیاری از دانشمندان و مهندسان، ارزش اصلی ریاضی به چگونگی به کارگیری آن، برای کارهای خودشان است. به دلیل این که ریاضی، چنین نقشی اساسی را در فرهنگ جدید بازی می‌کند، درک اولیه نسبت به ماهیت ریاضی، برای حصول به سوادآموزی علمی ضروری است. برای رسیدن به این فهم و درک، دانش‌آموزان نیاز دارند تا ریاضی را به‌عنوان بخشی از تلاش علمی در نظر بگیرند، ماهیت تفکر ریاضی را درک کنند و با ایده‌ها و مهارت‌های کلیدی ریاضی، آشنا بشوند.

پروژهٔ علوم برای تمام آمریکایی‌ها، ۱۹۹۷

نمی‌توان به ظرافت، حوزهٔ پیچیده‌ای از تلاش و کوشش را در چند جمله یا چند بند، تعریف کرد. [حال فرقی نمی‌کند که این حوزه‌ها] علوم، هنر، تکنولوژی یا ریاضی باشند. اما فردِ خارج از هر یک از این حوزه‌ها، می‌تواند با بررسی یک حوزه از دیدگاه‌های مختلف و با انجام بعضی چیزهایی که افراد آشنا با آن حوزه انجام می‌دهند، به تدریج یک حسّ غنی از ماهیت آن حوزه را [در خود]، ایجاد کند. هم‌چنین، این دو نوع تجربه- یادگیری دربارهٔ یک حوزه و تمرین عملی آن- باعث ایجاد مهارت‌هایی می‌شود که در زندگی بزرگسالی، فواید زیادی دارند و هم‌چنین، به توسعهٔ فهم و درک منجر می‌شوند.

ریاضی به‌عنوان علم الگوها و روابط، در بسیاری جنبه‌ها، با علوم دیگر سهیم است. خصوصاً، تشابه‌های مرتبط شامل باور به نظم زیربنایی، ایده‌آل‌های صداقت و صراحت در ارایهٔ گزارش تحقیق، اهمیت نقّادی توسط همکاران در قضاوت راجع به ارزش کار جدید، و نقش حیاتی تخیّل می‌باشد. ریاضی از این جهت مانند علوم و تکنولوژی است که هم شامل یافتن پاسخ برای سؤال‌های اساسی و هم حل مسایل علمی است. . . **

الف. الگوها و روابط

دنیا از کهکشان‌ها، کوه‌ها، مخلوقات، ماشین‌ها و هر نوع چیزی ساخته شده است، که هر یک به نظر منحصر به‌فرد می‌آیند. هم‌چنین، دنیا یک امر آشوبی است که در آن، همهٔ آن

چیزها به راه‌های گوناگون، اغلب به‌طور خشونت‌بار اما گاهی هم بسیار نافذ، در کار هم دخالت می‌کنند. اما باید از ریاضی ممنون بود که مردم را قادر ساخته است تا دربارهٔ دنیای اشیا و رخدادها فکر کنند و با آن افکار، به گونه‌ای که وحدت و نظم را آشکار می‌سازد، ارتباط برقرار کنند.

اعداد، خطوط، زاویه‌ها، اشکال، ابعاد، میانگین‌ها، احتمالات، نسبت‌ها، عملیات، چرخه‌ها، همبستگی‌ها و نظایر آن‌ها که دنیای ریاضی را می‌سازند، مردم را توانمند می‌کنند تا جهان را معنادار ببینند، جهانی که در غیاب ریاضی ممکن بود به‌طور ناامیدکننده‌ای، به نظر پیچیده بیاید. الگوها و روابط ریاضی، در طی قرن‌ها توسعه یافته و پالوده شده‌اند و این فرآیند فعلی، به همان اندازه دقیق و مولد است که در هر دوره‌ای از تاریخ، چنین بوده است. شاید علت آن، این باشد که امروز، ریاضی در حوزه‌های بیش تری از تلاش و فعالیت مورد استفاده قرار گرفته است و هم‌چنین، در زندگی روزانه نقش اساسی‌تری پیدا کرده است.

با توجه به هدف‌های سوادآموزی عمومی علوم، برای دانش‌آموزان مهم است که (۱) بفهمند که به‌چه معنا، ریاضی مطالعهٔ الگوها و روابط است، (۲) با بعضی از آن الگوها و روابط آشنا شوند، و (۳) یادبگیرند که از آن‌ها در زندگی روزانه استفاده کنند. دو مورد آخر، به جای دو هدف پشت‌سرهم، باید به‌عنوان دو هدف موازی دیده شوند. در بیش‌تر قسمت‌ها، ثابت شده است که یادگیری ریاضی در تجرید (انتزاع) و قبل از یافتن مورد استفادهٔ آن، ناکارآمد است. پس، برنامهٔ درسی، باید طوری تدریس را تنظیم کند که در بسیاری از زمینه‌های مختلف، دانش‌آموزان با هر الگو یا رابطهٔ ریاضی؛ قبل، در طی، و بعد از معرفی آن در خود ریاضی، رویاروی شوند.

بعد از آن، گاه‌به‌گاه به منظور فهمیدن ماهیت ریاضی، دانش‌آموزان باید فرصتی در ریاضی پیدا کنند که بر ماهیت الگوها و روابط به شکل کاملاً مجرد، بازتاب داشته باشند. می‌توان از پرونده‌های تحصیلی[۲] فردی یا کلاسی شامل مثال‌هایی از الگوها و روابطی که به‌مرور جمع‌آوری شده‌اند، به‌عنوان مواد خامی برای بازتاب بر چگونگی تعریف یک الگو یا رابطه توسط ریاضی استفاده کرد، به گونه‌ای که ریاضی بیش‌تر تعالی یابد و الگوها و رابطه‌ها، از هر مثال یا مورد مجزای [ریاضی]، قوی‌تر شوند.

ایده‌های مجزا که توسط ریاضی‌دان‌ها خلق و استفاده شده‌اند، اغلب هم به دلایل پداگوژیکی و هم به دلایل منحصراً مفهومی، به‌طور سنّتی به صورت خانواده‌هایی مانند حساب، هندسه، جبر، مثلثات، آمار و حسابان، باهم ترکیب شده‌اند. ریاضی‌دان‌ها در جستجوی الگوها و روابطی هستند که ایده‌های مختلف (که خودشان الگوها و روابط هستند) را در میان چنان خانواده‌هایی و بین هر کدام از آن‌ها، به‌هم متصل کنند. بعضی از موفقیت‌های ریاضی، حاصل احساس رضایت از این است که ببینیم آن‌چه که قبلاً به‌عنوان دو بخش مجزای ریاضی به‌حساب می‌آمد، یا با هم موازی هستند یا آن‌که مثال‌هایی از یک صورت‌بندی واحد و مجردتر می‌باشند. اگر اصلاً امکان داشته باشد، باید تمام دانش‌آموزان، خودشان تجربهٔ این کشف را داشته باشند که یک ایده، می‌تواند با بازنمایی‌های مختلف اما مشابه، ارایه شود.

یک بخش از تحقیق دربارهٔ چگونگی یادگیری انسان، بر مفیدبودن ساختن بازنمایی‌های چندگانه برای یک ایدهٔ مشابه و انتقال از یک بازنمایی به دیگری، تأکید دارد. زمانی می‌توان مطمئن شد که دانش‌آموز معنای واقعی رابطه‌ای را درک کرده است که او بتواند آن رابطه را در جدول‌ها، نمودارها، نمادها و در کلمات، نشان دهد. و به استناد این نظر، راهی که دانش‌آموزان یادمی‌گیرند که این بازنمایی‌ها و انتقال‌ها [و تبدیل‌ها] را ایجاد کنند، دیدن و کارکردن با آن‌ها در زمینه و متنی است که به خاطر آن‌ها، به یافتن جواب اهمیت می‌دهند. دانش‌آموزان درگیر با این نوع فعالیت‌ها، در نهایت، به ایدهٔ **اتصال و ارتباط**[۳] در ریاضی می‌رسند- اگرچه ممکن است که آن‌ها، هر از گاهی نیاز داشته باشند که یک دوباره‌نگری به کارشان داشته باشند و اتصالات و ارتباطات بسیاری را که ایجاد کرده‌اند، تشخیص دهند.

پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوم

در چند پایهٔ اول، کودکان به حالت‌های خیلی خاص و ملموس فکر می‌کنند. آن‌ها به مقوله‌های بزرگی مانند ریاضی، علوم و تکنولوژی، علاقهٔ اندکی نشان می‌دهند، اما معمولاً به چالشی حاصل از یادگیری اعداد و چگونگی دست‌ورزی با آن‌ها، تشخیص شکل‌ها و الگوهای ساده، جمع‌آوری و شرح مجموعه‌ها، و ساخت چیزها، واکنش مثبت نشان می‌دهند. البته در بعضی اوقات، کودکان نیاز دارند ببینند که انواع معینی از ایده‌ها و فعالیت‌ها، ریاضی‌وار هستند؛ انواع معینی علمی و سایرین، تکنولوژیکی هستند. اما هنگامی که چنین

برچسب‌زدنی رخ می‌دهد، اهمیت آن کمتر از آن است که از همان ابتدا، کودکان اعداد و شکل‌ها و عملیات سادهٔ روی آن‌ها را مطالعه واین کار را تا حد امکان، در زمینه‌های مختلف انجام دهند.

در پایان پایهٔ دوم، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ دایره‌ها، مربع‌ها، مثلث‌ها و سایر شکل‌ها می‌توانند در چیزهایی که در طبیعت یافت می‌شوند و در چیزهایی که مردم می‌سازند، پیدا شوند.

■ الگوها می‌توانند با وصل کردن شکل‌های مختلف یا جداکردن آن‌ها از هم، ساخته شوند.

■ چیزها می‌توانند برای شمارش هر مجموعه‌ای از چیزها، مورد استفاده قرار گیرند.

پایه‌های سوم تا پنجم

اگر یک استراتژی اساسی برای یادگیری دربارهٔ ماهیت ریاضی، بازتاب بر چیزهایی باشد که در حال حاضر، در زمینه‌های گوناگون آموخته شده است، در این صورت، یک احتمال این است که فهرستی در کلاس درس با عنوان «در ریاضی چه انجام می‌دهیم» داشته باشیم، به طوری که هر ماه، اقلام جدیدی به این فهرست اضافه شود. گاه به گاه، این اقلام می‌توانند به صورت یک گروه به هم بپیوندند یا به عنوان زیرمجموعه‌ای از اقلام دیگر نشان داده شوند، یا نشان دهیم که مشابه این اقلام، فهرست‌های دیگری با عنوان‌های «در علوم چه انجام می‌دهیم» و «در زبان چه انجام می‌دهیم»، هستند. اگر قرار باشد که بر اختلاف‌های موضوعی کمتر تأکید شود، یک بدیل احتمالی برای استفاده، می‌تواند «اعدادی که استفاده کرده‌ایم»، «شکل‌هایی که استفاده کرده‌ایم (یا ساخته‌ایم)»، «مشاهداتی که انجام داده‌ایم» و نظایر آن‌ها باشد.

برای مثال، فهرست ریاضی می‌تواند ابتدا شامل **شمارش، اندازه‌گیری، تخمین و دیدن شکل‌ها در چیزها** باشد. سپس، این فهرست گسترش یابد تا شامل **جمع، تفریق** و غیره گردد. بعداً، دانش‌آموزان می‌توانند **جمع، تفریق** و غیره را تحت عنوان انجام عملیات روی اعداد گروه‌بندی کنند و [به همین ترتیب] رسم نمودارها، نمایش داده‌ها و مقایسهٔ دو گروه از داده‌ها تحت عنوان تجزیه و تحلیل داده‌ها را نیز در یک گروه جای دهند. ممکن است اندازه‌گیری در فهرست‌های ریاضی و علوم قرار گرفته باشد، هم‌چنان که اغلب اقلام مربوط به داده‌ها نیز می‌تواند در این فهرست قرار گیرد و اتصالات را به نمایش بگذارد. اقلامی مانند **الگویابی، شرح روابط و ارایهٔ استدلال**، ممکن است هم در فهرست زبان، و هم در فهرست‌های دیگر نیز ظاهر شوند. بدین ترتیب، دانش‌آموزان فهرستی از [دانسته‌های] ریاضی خود و سیر تاریخی آن‌چه که یادگرفته‌اند را می‌سازند و تازه‌واردها می‌توانند به نسبت این‌که توقع درک چه ایده‌هایی (و در چه زمان‌هایی) از آن‌ها می‌رود، ایده‌ای به‌دست آورند.

در پایان پایهٔ پنجم، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ ریاضی [علم] مطالعهٔ انواع زیادی از الگوها شامل اعداد و شکل‌ها و عملیات روی آن‌ها است. در بعضی اوقات، الگوها به دلیل این که به شرح چگونگی کار جهان یا چگونگی حل مسایل عملی کمک می‌کنند، مطالعه می‌شوند. در مواقعی نیز، الگوها به‌خاطر جالب بودنشان مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

■ ایده‌های ریاضی می‌توانند به صورت ملموس، نموداری و نمادین معرفی شوند.

پایه‌های ششم تا هشتم
[معادل اول تا سوم راهنمایی در ایران]

در پایه‌های قبلی و خوش‌بینانه، در سایر کلاس‌ها نیز دانش‌آموزان الگوهای ریاضی و روابط موجود در ریاضی را مطالعه کرده‌اند. حالا، آن‌ها باید تجربهٔ قابل ملاحظه‌ای در ایجاد جدول داده‌ها، نمودارها، و رسم‌های هندسی داشته باشند تا به همراه نمادها و انگلیسی سلیس، بتوانند از آن‌ها برای شرح گوناگونی وسیع الگوها و روابط، استفاده کنند. پس، در حال حاضر، دانش‌آموزان آماده هستند تا نسبت به گذشته، بر جنبه‌های خلاقانه‌تر حل مسألهٔ ریاضی، عمیق‌تر تمرکز کنند و نسبت به این که ریاضی‌دان‌ها چگونه کار ریاضی خود را انجام می‌دهند، احساسی به‌دست آورند.

دانش‌آموزان با بازتاب بر آن‌چه که در ریاضی انجام می‌دهند، شروع می‌کنند. گروه‌های دانش‌آموزان باید به طور مستقل، راه‌حل‌های مسایل را پیشنهاد دهند و راه‌حل‌هایشان را با راه‌حل دیگران مقایسه کنند، در مورد اختلاف‌ها بحث کنند، و از آن‌ها دفاع نمایند. گروه‌ها باید به ابداع بعضی از روش‌های محاسباتی توسط خودشان، ترغیب شوند. یکی از نتایجی که می‌تواند حاصل شود این است که برای حل یک مسأله، بیش از

یک راه حل وجود دارد. اما گروه‌های مختلف، ممکن است دربارهٔ این که کدام روش بهترین است، یک احساس قوی داشته باشند ـ درنتیجه، بعضی از شور و هیجان‌های تاریخی ناشی از اختلاف‌نظر دربارهٔ تجرید ریاضی را، تجربه کنند. بررسی مجموعه‌های داده‌ها، باید گروه‌های مختلف دانش‌آموزان را توانمند سازند تا روابط متفاوت و حتی متناقضی را در آن‌ها، بیابند. دانش‌آموزان هم‌چنین، می‌توانند شروع به ابداع مسایل خودشان کنند و ببینند که چگونه این مسایل با آن‌هایی که به نظر دانش‌آموزان دیگر جالب آمده است، فرق دارند.

برای بسیاری از دانش‌آموزان، «ظریف‌ترین» ریاضی ممکن است به نظر، پیچیده‌ترین ریاضی باشد. برای اثبات این که ساده‌ترین راه نمایش و اتصال ایده‌ها، اغلب آن‌هایی هستند که ریاضی‌دان‌ها بیش‌ترین ارزش را برایشان قایل می‌باشند، تقویت‌کننده‌های مکرر، ضروری است. اما یک اتصال و ارتباط سادهٔ ریاضی ممکن است با یک مطالعهٔ بسیار درهم و برهم و طولانی‌مدت که شامل حرکت مداوم و پرسش از یک قسمت مسأله به قسمت‌های دیگر و گاهی اوقات مواجه شدن با بن‌بست است، پیدا شده باشد.

در پایان پایهٔ هشتم [معادل پایهٔ سوم راهنمایی در ایران]، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ معمولاً، برای حل یک مسألهٔ ریاضی تنها یک راه صحیح وجود ندارد؛ روش‌های مختلف، مزایا و مشکلات مختلفی دارند.

■ بین قسمت‌های مختلف ریاضی، می‌توان ارتباطات و اتصالات منطقی یافت.

پایه‌های نهم تا دوازدهم [معادل اول تا سوم متوسطه و پیش دانشگاهی در ایران]

به منظور نشان دادن برخی از جنبه‌های اصلی چگونگی کارآیی ریاضی و انواع الگوها و روابط حاصل از بررسی‌های ریاضی، می‌توان علاوه بر بازتاب بر تجربهٔ شخصی حل مسأله، از مطالعات موردی انجام شده در رابطه با چگونگی وقوع پیشرفت‌ها در ریاضی نیز، استفاده کرد. گاهی اوقات، دانش‌آموزان ممکن است ریاضی را برای خودشان کشف کنند، و اگرچه، بعید است که این نوع کشف‌ها اصیل باشند، با این حال نسبت به این کشف‌ها، خیلی هیجان نشان داد تا آن‌چه را که ممکن است استعداد ریاضی از کار دربیاید، ترغیب کنیم.

درک ماهیت ریاضی فعلی، که هنوز مشغول استخراج الگوها و روابط جدید است تقریباً برای تمام دانش‌آموزان یک چالش محسوب می‌شود. ممکن است که ریاضی نظری مدرن، با تلاش برای حل انواع مسایل عملی ـ از جمله رنگ کردن نقشه‌ها، بهینه‌سازی خطوط هوایی، بازیابی جزئیات از تصاویر مبهم ـ تولید شود. اگر دانش‌آموزان باور کنند که تجریدهای مربوط به یک موقعیت عملی، احتمالاً به سایر موقعیت‌ها نیز مربوط است، [در این صورت] انتقال پداگوژیکی از ریاضی کاربردی به ریاضی محض، نمی‌تواند این اندیشه که علاقهٔ ریاضی‌دان‌ها جنبهٔ نظری دارد را، تضعیف کند.

در پایان پایهٔ دوازدهم [پایان پیش‌دانشگاهی در ایران]، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ ریاضی [علم] مطالعهٔ هر نوع الگو یا رابطه‌ای است، درحالی‌که علوم طبیعی، تنها ملاحظه آن الگوهایی را دارد که مربوط به جهان قابل مشاهده هستند. اگرچه از مدت‌ها پیش، ریاضی از مسایل عملی سرچشمه گرفت، به‌زودی به تجریدهای دنیای مادی و سپس، حتی بر روابط مجردتر میان آن تجریدها، متمرکز شد.

■ در ریاضی نیز مانند سایر علوم، سادگی، یکی از بالاترین ارزش‌ها محسوب می‌شود. برخی ریاضی‌دان‌ها سعی در مشخص کردن کوچک‌ترین مجموعه از قوانینی را دارند که از آن‌ها، بتوان بسیاری از گزاره‌های دیگر را به‌طور منطقی، نتیجه گرفت.

■ نظریه‌ها و کاربردهای ریاضی، بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند. گاهی اوقات، این مسألهٔ عملی به ایجاد نظریه‌های جدید ریاضی منجر می‌شود؛ [و] اغلب، ریاضیاتی که حتی فقط به خاطر جذابیت خودش ایجاد شده است نیز، به کاربردهای عملی منجر می‌شود.

■ از این گذشته، ریاضی جدید هم‌چنان خلق و اختراع می‌شود و هم‌چنان اتصالات و ارتباطات بین قسمت‌های مختلف ریاضی، پیدا می‌شوند.

ب. ریاضی، علوم و تکنولوژی

بیش‌تر ریاضیات، به خاطر جذابیت درونی و بدون توجه به مفید بودنش، انجام می‌شود. هنوز، بیش‌تر ریاضی کاربرد

دارد، و محرک بیش تر کارهای ریاضی، مسایل کاربردی است. علوم و تکنولوژی سهم بزرگی برای فراهم کردن چنین کاربردها و انگیزه‌هایی دارند. دانشمندان و مهندسان در حین انجام کارهایشان، یا تلاش می‌کنند تا قسمتی از ریاضی مفید را، خودشان انجام دهند، یا ممکن است از ریاضی‌دان‌ها کمک بگیرند. این کمک می‌تواند به صورت پیشنهاد یک بخش از ریاضی که در حال حاضر تمام شده است باشد که برای انجام کار آن‌ها، کافی خواهد بود یا این‌که ریاضی جدیدی برای انجام آن کار، تولید شود. از یک‌سو، موارد قابل ملاحظه‌ای از یافتن استفاده‌های جدید برای ریاضیاتی که قرن‌ها قدمت دارد، وجود دارد. از طرف دیگر، نیازهای علوم طبیعی یا تکنولوژی، اغلب منجر به صورت‌بندی ریاضی جدیدی شده است.

پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوم

در پایه‌های اولیه، دانش‌آموزان مشاهده می‌کنند، چیزها را جمع‌آوری و جور می‌نمایند، از ابزارها استفاده می‌کنند و چیزها را می‌سازند. آن‌ها نسبت به سطح رشد و توسعهٔ خود، علوم را انجام می‌دهند و از تکنولوژی استفاده می‌کنند. در عمل مدرسه‌ای، علوم و تکنولوژی باید در ایجاد درک ارزش ریاضی، سهیم باشند، و ریاضی باید در انجام علوم و مهندسی، کمک کند. اگر اغلب اوقات، دانش‌آموزان ریاضی را تجربه کنند، در این صورت، مفیدبودن ریاضی در علوم و تکنولوژی، برای آن‌ها آشکار خواهد شد.

معیارهایی برای این سطح وجود ندارد.

پایه‌های سوم تا پنجم

هم‌چنان که دانش‌آموزان به سمت پایه‌های بالاتر ابتدایی و راهنمایی پیش می‌روند، تعامل باید مداوم‌تر و پیچیده‌تر شود. هم‌چنین، استفاده از مفاهیم هندسی و ریاضی مانند خط قائم، محیط، حجم، توان‌ها، ریشه‌ها و اعداد منفی، رسم نمودار، ساختن جدول، مقیاس نقشه‌کشی نیز باید در تحقیق دانش‌آموزی و طراحی پروژه‌ها، متداول شوند. مسایلی که ممکن است برای به چالش انداختن دانش‌آموزان استفاده شود، می‌توانند شکل مسابقه‌ها و بازی‌ها را به خود بگیرند، اما حداقل، بعضی از مسأله‌ها باید به طور مستقیم، از علوم و تکنولوژی مورد مطالعه [در کلاس]، نشأت بگیرند.

معیارهایی برای این سطح وجود ندارد.

پایه‌های ششم تا هشتم
[اول تا سوم راهنمایی در ایران]

برای یادگیری ارزش ریاضی و توسعهٔ مهارت‌های حل مسألهٔ ریاضی، علوم و تکنولوژی زمینه‌های غنی و به‌خصوص مهمی هستند. اما چنین زمینه‌هایی، منحصر به علوم و تکنولوژی نمی‌شوند. هنر، موسیقی، مطالعات اجتماعی، تاریخ، تربیت‌بدنی و ورزش‌ها، آموزش رانندگی، اقتصاد خانواده و سایر موضوعات درسی مدرسه‌ای نیز مکان‌های مناسبی برای یادگیری و همین‌طور، استفادهٔ ریاضی می‌باشند.

در پایان پایهٔ هشتم [سوم راهنمایی]، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ ریاضی تقریباً در تمام تلاش‌های انسانی- از چیدن آجر تا تجویز دارو و یا نقاشی یک چهره، مفید است. خصوصاً، هزارها سال است که ریاضی در پیشرفت علوم وتکنولوژی سهیم بوده است و هنوز این مشارکت، ادامه دارد.

پایه‌های نهم تا دوازدهم
[اول دبیرستان تا پیش دانشگاهی]

در این محدودهٔ سنی، دانش‌آموزان باید با مثال‌های تاریخی مواجه شوند تا بدانند که چگونه ریاضی در پیشرفت علوم و تکنولوژی- و برعکس- سهیم بوده است. این مثال‌ها به قدری زیادند که در یافتن آن‌هایی که مربوط به ریاضی مورد مطالعه [در کلاس] هستند، مشکلی وجود ندارد. در بعضی مواقع، باید به استفاده از مدل‌های ریاضی در علوم و تکنولوژی توجه خاصی معطوف شود. هم‌چنین، لازم است که برنامهٔ درسی، فرصت‌هایی را برای دانش‌آموزان ایجاد کند تا آن‌ها به وضوح، ارتباط بین ریاضی و علوم و تکنولوژی را بررسی کنند.

در پایان پایهٔ دوازدهم [پیش دانشگاهی]، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ مدل‌سازی ریاضی با شبیه‌سازی این‌که چگونه یک دستگاه پیشنهادی ممکن است به‌طور نظری رفتار کند، به طراحی تکنولوژیکی کمک می‌کند.

■ ریاضی و علوم به عنوان دو حوزهٔ عظیم، در ارزش‌ها و جنبه‌های بسیاری سهیم هستند: باور به نظم، ایده‌آل‌های

صداقت و صراحت، اهمیت نقادی توسط همکاران علمی و نقش بنیادینی که تخیل بازی می‌کند.

■ ریاضی به‌منظور شرح اشیا و رخدادها، مشخص‌کردن روابط بین متغیرها و بحث منطقی، زبانی دقیق در اختیار علوم و تکنولوژی قرار می‌دهد.

■ پیشرفت‌های علوم یا تکنولوژی، اغلب با معرفی انواع جدید مسایلی که باید حل شوند، نوآوری‌ها را در ریاضی، تحریک و ترغیب می‌کنند. به‌خصوص، توسعهٔ تکنولوژی کامپیوتر (که خود به ریاضی متکی است) انواع جدیدی از مسایل و روش‌های کار را در ریاضی، تولید کرده است.

■ توسعه‌ها و پیشرفت‌های ریاضی اغلب باعث تحریک و ترغیب نوآوری‌ها در علوم و تکنولوژی می‌شود.

ج. بررسی تحقیق ریاضی

واقعاً، ریاضی‌دان‌ها هنگام انجام ریاضی، دقیقاً چه می‌کنند؟ برای اغلب کارها، افراد نسبت به چگونگی انجام آن‌ها، درکی دارند، حتی اگر آن درک، در جزئیاتش، دقیق نباشد؛ زیرا به‌طور شخصی یا غیرمستقیم، و از طریق کتاب‌ها، فیلم‌ها و تلویزیون، با آن‌ها مواجه شده‌اند. اما در مورد ریاضی [چنین نیست، زیرا] مردم، شانس کمی برای این‌که ریاضی‌دان‌ها را هنگام کار ببینند یا وصف کارهایشان را از زبان خودشان بشنوند، داشته‌اند. برای دانش‌آموزان، یادگیری چگونگی حل انواع معینی از مسایل خوش‌تعریف ریاضی مهم است، اما این یادگیری، دانش‌آموزان را به‌طور خودبه‌خودی به درک وسیعی از چگونگی انجام تحقیقات ریاضی، هدایت نمی‌کند.

ریاضی می‌تواند به عنوان چرخه‌ای از تحقیق‌هایی شناخته شود که هدف آن‌ها، تمایل به سمت توسعهٔ ایده‌های معتبر ریاضی است. این رویکردی است که در **علوم برای تمام آمریکایی‌ها** و در بخش **معیارها**، اتخاذ شده است.

به‌خاطر سپردن این نکته مهم است که همان‌گونه که کشف در علوم، حاصل مجموعه‌ای از گام‌های دقیق نیست، کشف در ریاضی نیز همین‌طور است. درست است که تحقیق‌های ریاضی، دیر یا زود با فرآیندهای مشخص درگیر می‌شود، اما ترتیب این درگیری، ثابت نیست و تأکیدی که بر هر فرآیند گذاشته می‌شود، بسیار متفاوت است. هر یک از سه قسمت این چرخه- بازنمایی، دست‌ورزی و اعتباربخشی- به‌عنوان قسمتی از آن‌چه که یادگیری ریاضی را تشکیل می‌دهد، باید به‌نوبهٔ خود، مورد مطالعه قرار گیرند. دانش‌آموزان باید شانس استفاده از تمام قسمت‌های این چرخه را در هنگام انجام بررسی‌های ریاضی خود، داشته باشند. هدف این تجربه، تربیت ریاضی‌دان‌های حرفه‌ای نیست، بلکه هدف، تربیت بزرگسالانی است که با تحقیق ریاضی، آشنا باشند.

هر قسمت از این چرخه، برخی مشکلات یادگیری را مطرح می‌سازد. برای خیلی از دانش‌آموزان، فرآیند بازنمایی چیزی به‌وسیلهٔ یک نماد یا عبارت، فقط به «اشیای واقعی» ارجاع داده می‌شود. برای دانش‌آموزان، درک این عبارت که «فرض کنید A مساحت کف این اتاق باشد»، نسبت به درک «فرض کنید Y مساحت هر مستطیلی باشد»، آسان‌تر است. اولاً، دانش‌آموزان باید متقاعد شوند که جانشین‌کردن نمادهای مجرد به جای کمیت‌های واقعی، ارزش تلاش را دارد. سپس آن‌ها، نیاز دارند که به گونه‌ای کار کنند تا تشخیص دهند که استفاده از نمادها برای معرفی تجریدها و تجریدهای تجریدها نیز در حل مسأله‌ها، به‌درد می‌خورد. شاید این روش‌ها سبب شوند تا دانش‌آموزان ببینند همان‌طور که آجرها، گاوها و دلارها **واقعی** هستند، به همان ترتیب نیز در دنیای ریاضی؛ اعداد، شکل‌ها، عملیات، نمادها و نمادهایی که مجموعه‌هایی از نمادها را بیان می‌کنند، **واقعی** هستند.

در رابطه با دست‌ورزی، دو شرط وجود دارد که ممکن است به نظر دانش‌آموزان، با هم متناقض باشند. یکی از این شرط‌ها این است که همیشه، مجموعه‌ای از قوانین وجود دارند و باید آن‌ها را اکیداً رعایت کرد؛ و شرط دیگر این است که قوانین می‌توانند ساخته شوند. این جایی است که دقت و روح بازی ریاضی، با هم تلاقی می‌کنند. بعضی کمیت‌ها را تصور کنید، خواصی به آن‌ها نسبت دهید، بعضی عملیات را انتخاب کنید، هر چیزی را با نمادها نمایش دهید، یک مسأله تنظیم کنید و سپس، با پیروی از قوانین منطقی که به کار گرفته شده است، نمادها را برای دیدن این‌که چه راه‌حل‌هایی بروز می‌کنند، حرکت دهید.

اما راه‌حل‌ها چقدر خوب هستند؟ خوب بودن راه‌حل‌ها، بستگی به این دارد که چه چیزی است که ممکن است دانش‌آموزان در درک آن، مشکل داشته باشند. دانش‌آموزان به حل مسأله‌های ریاضی که در آن‌ها، رویه‌ها از قبل تعیین شده‌اند و جواب‌های «صحیح» مورد انتظارند، خو گرفته‌اند. اما در تحقیقات واقعی ریاضی، یک راه حل خوب، آن است که به

کشف‌های جدید ریاضی منتهی شود یا به نتایج عملی در علوم، پزشکی، مهندسی، بازرگانی یا جای دیگر، منجر گردد. پس، معتبرسازی در ریاضی، مسألهٔ اقتدار نیست بلکه مسألهٔ قضاوت است و وقتی که یک راه‌حل، رضایت‌بخش نیست، ممکن است علّت آن، حسی باشد که بخواهیم بدانیم چه راه‌حلی، به اندازهٔ کافی خوب است یا این‌که مسأله، چگونه صورت‌بندی شده و چگونه حل شده است؟

پیش‌دبستانی تا پایهٔ دوم

اشیای ملموس، باید به کرّات به‌کار گرفته شوند تا به کودکان، در کشف و شرح روابط نمادین کمک شود. دانش‌آموزان باید ببینند که اعداد و شکل‌ها می‌توانند برای توصیف بسیاری چیزها در دنیای اطرافشان مورد استفاده قرار گیرند. سرانجام، آن‌ها باید تشخیص دهند که همان‌طور که در خواندن و نوشتن، حروف و کلمه‌ها یک زبان را می‌سازند؛ اعداد و شکل‌ها نیز زبانی در ریاضی ایجاد می‌کنند.

در پایان پایهٔ دوم، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ اعداد و شکل‌ها، برای صحبت دربارهٔ چیزها می‌توانند مورد استفاده قرار می‌گیرند.

پایه‌های سوم تا پنجم

علاوه بر این، استفادهٔ معمولی (روتین) از اشیای ملموس، در کمک به دانش‌آموزان در اتصال چیزها و پیشامدهای واقعی به بازنمایی‌های مجردشان، اساسی هستند. توانایی به تصویر کشیدن چیزها و انجام چیزها در ذهن با ارجاع مکرر به کاربردهای دنیای واقعی، ارتقا خواهد یافت. دانش‌آموزان باید ترغیب شوند تا انواع چیزها را به صورت ریاضی ـ بر حسب اعداد، شکل‌ها و عملیات ـ توضیح دهند.

در پایان پایهٔ پنجم، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ اعداد و شکل‌ها ـ و عملیات روی آن‌ها ـ به توضیح و پیش‌بینی چیزهای دنیای اطرافمان، کمک می‌کنند.

■ در استفاده از ریاضی، در مورد این‌که کدام عملیات بهترین نتیجه را خواهند داد، باید انتخاب‌هایی صورت گیرد. قضاوت در مورد نتایج، باید همیشه برحسب معناداری و سودمندی آن عملیات باشد.

پایه‌های ششم تا هشتم [اول تا سوم راهنمایی]

دانش‌آموزان باید شروع به تخصیص حروف به عنوان اسامی موقت اشیای ریاضی یا غیر ریاضی ـ که هیچ نام دیگری برای آن‌ها مشخص نیست ـ بکنند تا از این طریق، بتوانند راجع به آن اشیا بحث کنند. تدریجاً، اندیشهٔ استفاده از یک نماد برای نمایش یک مجهول خاص می‌تواند به ایدهٔ جایگزین کردن یک نماد برای مجموعه‌ای از مجهول‌های ممکن، گسترش یابد. بدون شک، هنگامی که دانش‌آموزان، ریاضی جدیدی را یاد می‌گیرند، اغلب باید به ایده‌های ملموس، رجوع کنند.

دانش‌آموزان باید محدودیت‌های بعضی از مدل‌های ریاضی را در شرح و پیش‌بینی رخدادها در دنیای واقعی، بررسی کنند. (نتایج دلسردکنندهٔ مدل‌سازی ریاضی، ممکن است حاصل تغییرات غیرقابل پیش‌بینی در دنیای واقعی و نیز استفاده از یک مدل ریاضی نامناسب باشد. دانش‌آموزان باید ترغیب شوند تا ضوابط خودشان را برای تشخیص رضایت‌بخش بودن یک نتیجه، تعیین کنند و با توجه به اهداف خود، قضاوت‌های خود را به بحث بگذارند.)

تصنعی بودن مسایل، باید به حداقل برسد؛ زیرا همیشه، یک جواب درست شسته‌رفته وجود ندارد ـ و بنابراین، بهبودها و بدیل‌ها در راه‌حل‌ها می‌توانند از طریق چرخهٔ ریاضی آزمون، ارزشیابی و تجدیدنظر، صورت گیرند. باید بین اشتباهات (مانند عمل ضرب نادرست) و انتخاب‌های منطقی که ناموفق از کار درمی‌آیند (و می‌توانند دوباره، در نظر گرفته شوند) تمایز قایل شد.

در پایان پایهٔ هشتم [پایهٔ سوم راهنمایی]، دانش‌آموزان باید بدانند که:

■ ریاضی‌دان‌ها، اغلب چیزها را با ایده‌های مجردی مانند اعداد یا خطوط کاملاً راست، نمایش می‌دهند و سپس، با آن ایده‌ها به تنهایی کار می‌کنند. «چیزهایی» که ریاضی‌دان‌ها به ایده‌های مجرد تبدیلشان می‌کنند، ممکن است خود ایده‌ها باشند (برای مثال، یک گزاره دربارهٔ «تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین» یا «تمام اعداد منفی»).

■ هنگامی که ریاضی‌دان‌ها برای کار با بازنمایی‌های چیزها، از قوانین منطقی استفاده می‌کنند، نتایج حاصل، ممکن است برای خود چیزها معتبر باشند یا نباشند. حل یک مسأله مستلزم این

است که انتخاب کنیم که چه ریاضی‌ای استفاده کنیم؛ مانند ساده‌کردن فرض‌ها، تخمین‌ها یا تقریب‌ها؛ انجام محاسبات؛ و سپس کنترل این‌که، آیا جواب معنادار است یا خیر. اگر به‌نظر برسد که یک جواب، برای هدف خواسته شده به اندازهٔ کافی معنادار نیست، آن‌وقت ممکن است هریک از این گام‌ها، نامناسب باشد.

پایه‌های نهم تا دوازدهم [اول تا سوم متوسطه و پیش‌دانشگاهی]

برای جلوگیری از کسب این ایده که همیشه، یک مدل ریاضی به‌عنوان بهترین مدل برای مسایل تکنولوژی و علوم وجود ندارد، باید فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان فراهم شود تا طی آن‌ها، دانش‌آموزان ببینند که بیش از یک توصیف ریاضی برای یک مسأله، وجود دارد که به نظر می‌رسد تمامی آن‌ها، از درجهٔ اهمیت یکسانی برخوردارند. در ابتدا، چرخهٔ استدلال ریاضی می‌تواند از طریق وادار کردن دانش‌آموز به مرور مسأله‌ای که قبلاً حل کرده‌اند و سپس با توجه به آن حل، در هر زمانی که به مسأله‌های جدید میل می‌کنند، به طور شفاف مورد ملاحظه قرار می‌گیرد. تصور بعضی از قسمت‌های ریاضی به‌عنوان یک «بازی» که قوانین اختیاری خود را دارد، باید شامل ایده‌ای باشد که بازی، با این هدف انتخاب می‌شود که نتایج آن جالب و به‌طور وسیعی، کاربردی باشد. قوانین بازی نباید به‌طور دو طرفه، متناقض باشند- حداقل درون هر کاربرد مورد نظری، نباید متناقض باشند.

در پایان پایهٔ دوازدهم [پیش‌دانشگاهی] دانش‌آموزان باید بدانند که:

- بعضی کارها در ریاضی، بسیار شبیه یک بازی است- ریاضی‌دان‌ها مجموعهٔ جالبی از قوانین را انتخاب می‌کنند و سپس طبق آن‌ها، بازی می‌کنند تا ببینند چه اتفاقی می‌افتد. جالب‌ترین نتیجه، بهترین نتیجه است. تنها محدودیت بر مجموعهٔ این قوانین، این است که آن‌ها نباید یکدیگر را نقض کنند.
- بیش‌تر کار ریاضی‌دان‌ها، درگیر یک چرخهٔ مدل‌سازی است که شامل سه گام می‌باشد: (۱) استفاده از تجریدها برای نمایش چیزها یا ایده‌ها. (۲) دست‌ورزی با تجریدها مطابق با بعضی قوانین منطقی و (۳) کنترل این که نتایج، چقدر خوب با چیزها یا ایده‌های اصلی، تطابق دارند. اگر این تطابق به اندازهٔ کافی خوب باشد، در این صورت ممکن است که دور جدیدی از تجرید و دست‌ورزی شروع شود. لازم نیست که تفکر واقعی، با نظم منطقی این فرآیندها را طی کند، بلکه ممکن است با هر نظم دیگری، از یکی به دیگری، انتقال یابد.

■

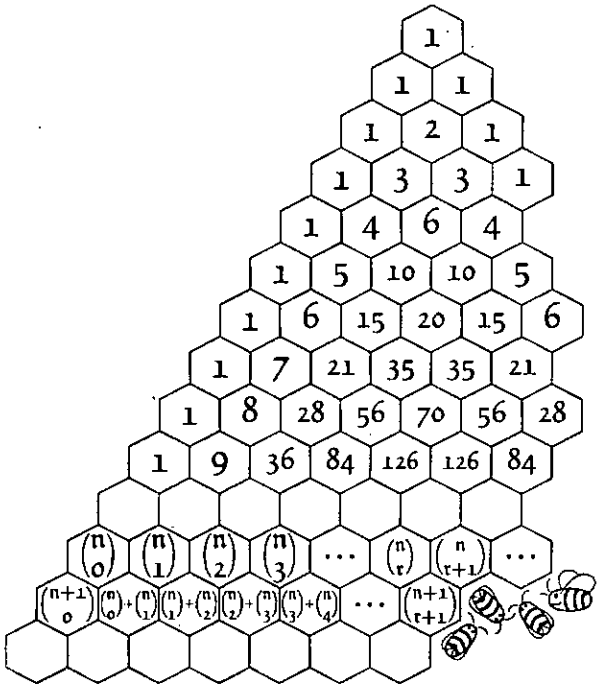
زیرنویس‌ها

* ترجمهٔ اولیهٔ این مقاله، به سفارش «مؤسسهٔ پژوهشی، برنامه ریزی درسی، نوآوری های آموزشی» صورت گرفته است. مقالهٔ حاضر، با اندکی ویرایش و تلخیص از متن اولیه به دست آمده است.

** قسمتی از مقاله که به معرفی جایگاه این فصل در پروژهٔ ۲۰۶۱ اشاره شده است و در ضمن آن به دو پروژهٔ معروف «علوم برای تمام امریکایی ها» و «معیارها برای سواد آموزی علوم»، ارجاع داده شده است، حذف گردیده است.

1. Designs for Science Literacy
2. Portfolios
3. Mathematical Connection

موضوع‌های پژوهش دانش‌آموزی



نویسنده : اسماعیل بابلیان

استاد دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر دانشگاه تربیت‌معلم

چکیده

عصر فنّاوری اطلاعات (IT) و فناوری اطلاعات و ارتباطات (ICT) سبب رشد سریع علوم شده است. در این رابطه ریاضیات نیز در حال پیشرفت سرسام‌آور است به طوری که هر روز صدها صفحه ریاضیات نو تولید می‌شود. تولید ریاضیات در اثر پژوهش رخ می‌دهد و الزاماً فقط شامل حل **مسایل باز و مبارزطلب** نیست، بلکه پژوهش معنای بسیار وسیعی دارد که در این نوشتار به آن خواهیم پرداخت. پژوهش قبل از دانشگاه با پژوهش در دوره‌های عالی متفاوت است. در سطح مدرسه، پژوهش‌ها می‌توانند بسیار متنوع باشند. امّا، پژوهش‌های متناسب با توانایی‌های دانش‌آموزان، توشهٔ علمی و نحوهٔ آموزش آن‌ها است. در این مقاله، دربارهٔ مقوله‌های زیر بحث خواهد شد:

الف) آموزشِ پژوهش‌محور و کتاب‌های درسی،

ب) هدف از تحقیق توسط دانش‌آموزان،

ج) حیطه‌های تحقیق دانش‌آموزی،

د) توانایی‌های اولیه برای تحقیق،

هـ) موضوع‌های مناسب برای پژوهش دانش‌آموزان.

آموزشِ پژوهش‌محور و کتاب‌های درسی

اصولاً رفتار با کودک در منزل، مهدکودک، دبستان و... می‌تواند از او انسانی پرسشگر، نقاد و جستجوگر بسازد یا فردی بی‌تفاوت، زودباور و معمولی تربیت کند.

قبل از این که یک خانواده تصمیم به داشتن فرزند بگیرد، باید با مطالعهٔ کتب تخصصی در زمینهٔ تربیت کودک، نوجوان و... خود را آمادهٔ آماج پرسش‌های فرزند خود کند. عدم پاسخ‌گویی به سؤالات کودکان، سبب می‌شود که رغبت آن‌ها به سؤال کردن کم شود، تداوم این امر باعث می‌شود در مدرسه هم از سؤال کردن پرهیز کنند. حتی نحوهٔ پاسخ‌گویی به سؤالات کودک نیز در روحیهٔ پرسشگری او مؤثر است. پاسخ‌گویی به سؤالات با رویی گشاده و با حوصله، در تقویت روحیهٔ پرسشگری تأثیر مثبت دارد. البته، آموزشِ چگونه سؤال کردن و مطرح نکردن سؤالات نامربوط نیز در این راستا مفید است.

یکی از منابع مهم آموزش دانش‌آموزان، کتاب‌های درسی است. نحوهٔ آموزش و ارایهٔ مطالب در این کتاب‌ها باید به گونه‌ای باشد که ضمن ایجاد سؤال در ذهن دانش‌آموز، با راهنمایی و انجام فعالیت، او را در رسیدن به پاسخ سؤال یاری کند. آزمایش‌های روان‌شناختی نشان می‌دهند که حداکثر زمانی که یک دانش‌آموز می‌تواند روی یک موضوع تمرکز داشته باشد، مدت محدودی است. لذا، آموزش‌های سنتی، یعنی سخنرانی و ارایهٔ مطالب به کمک گچ (ماژیک) و تخته سیاه (وایت‌برد)، نمی‌تواند به‌تنهایی در ایجاد روحیهٔ پرسشگری در دانش‌آموزان مؤثر باشد. باید یادگیرنده را در آموزش شرکت داد و از فطرت او که تشنهٔ دانستن است، کمک گرفت. منظور کردن پرسش‌هایی که دارای چند جواب هستند (حل و بحثی)، مسایلی که باید در مورد حل آن‌ها حالت‌های مختلف را در نظر گرفت، و مسایلی که اصلاً جواب ندارند یا طی شرایطی جواب دارند، می‌تواند در ارضای حس کنجکاوی دانش‌آموزان و توانا کردن آن‌ها در رویارویی با مسایل نو، مفید باشد.

هدف از تحقیق توسط دانش‌آموزان

هدف از تحقیق توسط دانش‌آموزان، ایجاد توانایی و تقویت روحیهٔ خودآموزی و کشف حقایق علمی است. با توجه به تغییرات سریع در تکنولوژی و لزوم تطبیق فارغ‌التحصیلان با نیازهای بازار، ایجاد چنین توانایی‌هایی در دانش‌آموز، یک ضرورت است. تحقیق یعنی حرکت در ناشناخته‌ها و پیدا کردن جواب سؤالاتی که ذهن با آن‌ها روبه‌روست، و طبیعی است که تمرین در این وادی دانش‌آموزان را آب‌دیده می‌کند. دانش‌آموزی که در دوران تحصیل خود، این چنین با مسایل دست و پنجه نرم کرده باشد، با رویارویی با اولین مشکل، خود را نمی‌بازد؛ بلکه هر مشکلی برای او در حکم مسأله‌ای تازه است که باید جوانب آن را بررسی کرده و راه‌حلی مناسب برای آن پیدا کند.

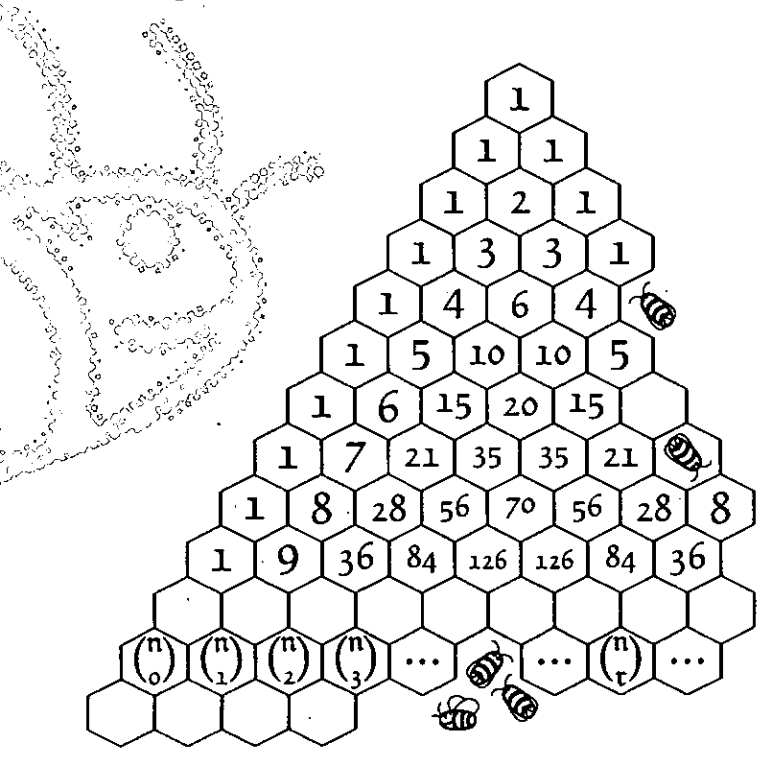
در این‌جا لازم است به این نکته توجه داشت که آشنا کردن دانش‌آموزان با محدودیت‌های تفکر محض و قابل انعطاف بودن در حل مسایل عملی، لازمهٔ موفقیت در عرصهٔ زندگی اجتماعی است.

حیطه‌های تحقیق دانش‌آموزی

طبیعی است که تحقیق دانش‌آموزان در اطراف موضوعاتی باشد که از طریق کتاب‌های درسی با آن‌ها آشنا می‌شوند. به هیچ‌وجه از دانش‌آموزان انتظار نمی‌رود مسأله‌ای را که سال‌هاست باز است، حل کنند. بلکه مسایلی از انواع زیر می‌تواند موضوع تحقیق برای آن‌ها باشد:

الف) اثبات قضیه‌های موجود در کتاب‌های درسی به روش‌های جدید.

منظور از روش‌های جدید، استفاده از مفاهیم ساده یا قضیه‌های مقدماتی در اثبات قضیه؛ ارایهٔ اثبات کوتاه (و قابل



فهم)؛ یا ارایهٔ اثبات به کمک مقوله‌های دیگر است.

ب) بسط مفاهیم کتاب‌های درسی در حد توان دانش‌آموزان.

بسیاری از مفاهیم کتاب‌های درسی قابل گسترش هستند. ضمناً، سؤالاتی در حاشیهٔ این مطالب قابل طرح است که پاسخ‌گویی به آن‌ها نیاز به تحقیق، مطالعهٔ بیش‌تر، و پرس‌وجو دارد. (بخش **موضوع‌های مناسب برای پژوهش دانش‌آموزان** را در همین مقاله، ملاحظه کنید.)

ج) پرداختن به مفاهیم نو و وارد کردن آن‌ها به آموزش‌های کلاسیک.

بعضی از دانش‌آموزان که اهل مطالعه هستند، مفاهیم نسبتاً ساده، ولی نو را مطالعه می‌کنند که در کتاب‌های درسی آن‌ها نیست. می‌توان از دیگر دانش‌آموزان نیز خواست که مطالبی از این نوع را مطالعه کنند و برای هم‌کلاسی‌های خود سمینار بدهند. از این مطالب می‌توان هندسهٔ نااقلیدسی، فرکتال‌ها، نظریهٔ مجموعه‌های فازی، نظریهٔ گراف، سیاه‌چاله‌های ریاضی و... را نام برد. [۱ و ۲]

به دانش‌آموزان توصیه می‌شود از پرداختن به مسایلی که **ثابت شده است که حل نمی‌شوند**، احتراز کنند که از آن جمله می‌توان به تثلیث زاویه و تربیع دایره اشاره کرد.

توانایی‌های اولیه برای تحقیق

تحقیق روی هر موضوع، نیاز به پیش‌نیازهایی دارد. مثلاً، وقتی قضیهٔ فرما اثبات شد، معلوم شد که این قضیه با استفاده از مفاهیم ابتدایی قابل اثبات نیست. لذا، دانش‌آموزان با توشهٔ اندک ریاضی، نباید به حل این مسایل بپردازند. برای ورود به تحقیقاتی که در بخش قبل به آن‌ها اشاره شد، لازم است دانش‌آموزان توانایی‌های زیر را داشته باشند:

الف) تسلط به مفاهیمی چون حد، پیوستگی، مشتق و انتگرال،

ب) تسلط به مفهوم دنباله‌ها، رابطه‌های بازگشتی و حد دنباله‌ها،

ج) تسلط به جبر چندجمله‌ای‌ها،

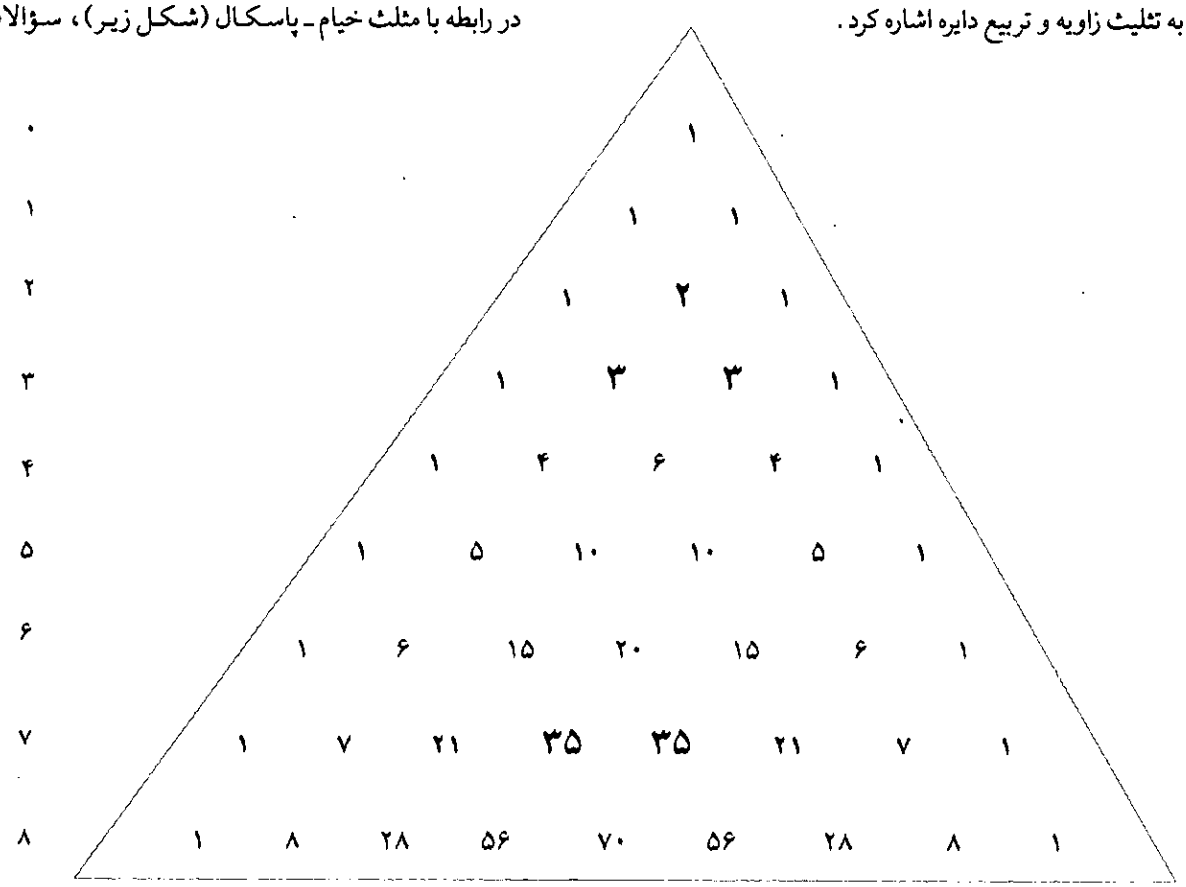
د) آشنایی با مفاهیم هندسه،

ه) آشنایی کلی با روش‌های حل مسأله.

موضوع‌های مناسب برای پژوهش دانش‌آموزان

۱ـ مثلث خیام ـ پاسکال

در رابطه با مثلث خیام ـ پاسکال (شکل زیر)، سؤالات



زیادی مطرح است. هر یک از این سؤالات می‌تواند به صورت پروژه‌ای کوچک به دانش‌آموزان داده شود تا پاسخ آن سؤال را بیابند. به نمونه‌های زیر توجه کنید:

الف) تاریخچهٔ پیدایش مثلث خیام ـ پاسکال،

ب) در هر سطر مثلث خیام ـ پاسکال، چند عدد فرد وجود دارد؟ عددهای کدام سطرها تماماً فرد هستند؟

ج) بزرگ‌ترین عدد در هر سطر چه ارتباطی با شمارهٔ آن سطر دارد؟ در هر سطر، چند عدد، بیش‌ترین مقدار را دارد؟

د) آیا تعمیمی برای مثلث خیام ـ پاسکال وجود دارد؟

در رابطه با سؤال (د)، مطالبی را توضیح می‌دهم.

فرض کنید دنبالهٔ نامتناهی از اعداد زیر را داریم:

$$\ldots\ldots\ldots 1 0\ldots\ldots\ldots \quad (*)$$

از سمت چپ این دنباله شروع کنید: **مجموع دو عدد متوالی** دنباله را به دست آورید و در زیر و بین آن‌ها بنویسید. دنبالهٔ اعداد زیر حاصل می‌شود:

$$\ldots\ldots 1 1 0\ldots\ldots$$

همین کار را با دنبالهٔ جدید انجام دهید. حالتی از مثلث خیام ـ پاسکال به دست می‌آید که در طرفین یک‌های آن، صفر قرار دارد!

تعمیم مثلث خیام ـ پاسکال

در دنبالهٔ (*)، از چپ به راست **مجموع سه عدد متوالی** را به دست آورید و در زیر و بین آن دو عدد بنویسید. دنبالهٔ زیر حاصل می‌شود:

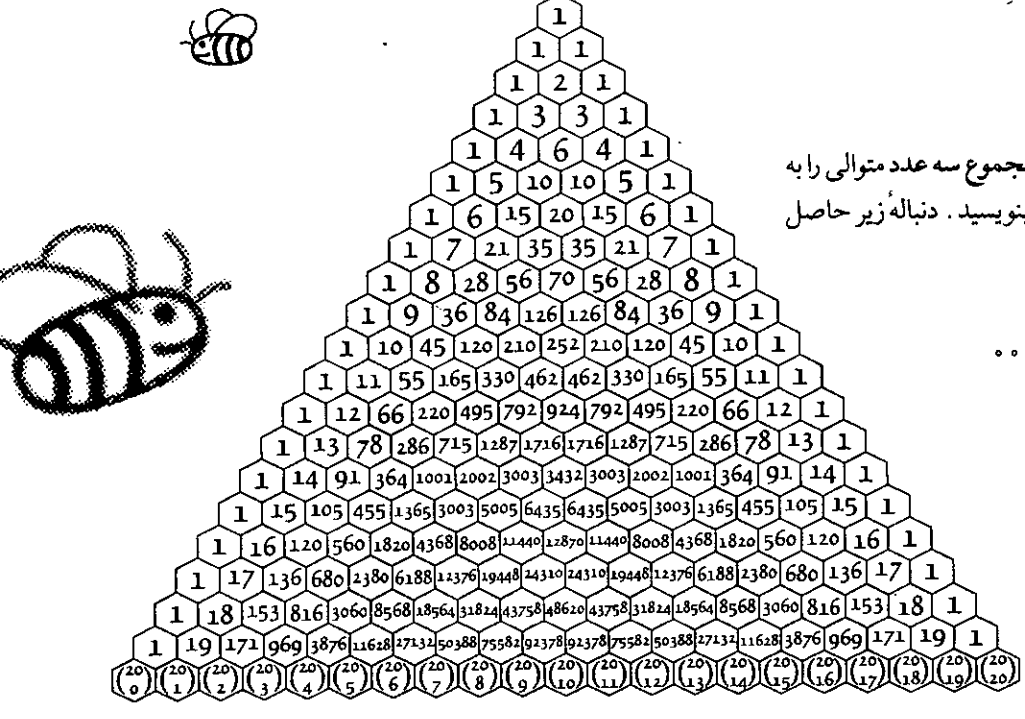
$$\ldots\ldots 1 1 1 0\ldots\ldots$$

اگر این کار را ادامه دهید، و صفرها را پاک کنید به جدول اعداد زیر می‌رسید:

					۱					
				۱	۱	۱				
			۱	۲	۳	۲	۱			
		۱	۳	۶	۷	۶	۳	۱		
	۱	۴	۱۰	۱۶	۱۹	۱۶	۱۰	۴	۱	
۱	۵	۱۵	۳۰	۴۵	۵۱	۴۵	۳۰	۱۵	۵	۱

در رابطه با این جدول اعداد، می‌توان سؤالاتی مطرح کرد که دانش‌آموزان در مورد جواب آن‌ها تحقیق کنند. مثلاً:

الف) در هر سطر چند عدد نوشته می‌شود و مجموع آن‌ها چیست؟



ب) در هر سطر بزرگ‌ترین عضو کجا قرار دارد؟ در هر سطر چند عدد با بیش‌ترین مقدار وجود دارد؟ (رجوع کنید به [۳])

۲ـ اعداد فیبوناتچی

دنبالهٔ اعداد فیبوناتچی چنین است:

$$۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,۸۹,۱۴۴,\ldots$$

این دنباله از اعداد در جاهای مختلف، به‌ویژه در طبیعت، نمود پیدا می‌کند [۴]. به عنوان نمونه، دنبالهٔ اعداد فیبوناتچی، تبیین‌کنندهٔ تعداد زاد و ولد خرگوش‌ها در شرایط ویژه است.

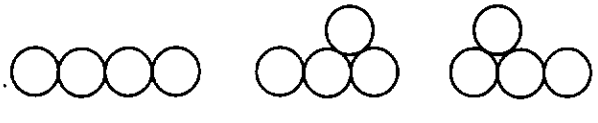
در مورد ظهور این اعداد در شمارش موجودات جدید ریاضی می‌توان مسایل زیادی مطرح کرد که پیدا کردن جواب هر مسأله، نیاز به تحقیق دارد.

الف) دنبالهٔ اعداد فیبوناتچی در رابطهٔ بازگشتی زیر صدق می‌کند:

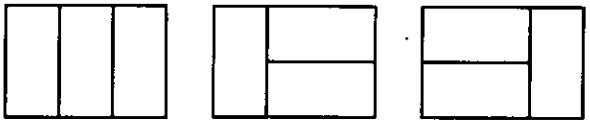
$$\begin{cases} f_n = f_{n-۱} + f_{n-۲} \quad , \quad n \geq ۳ \\ f_۱ = f_۲ = ۱ \end{cases}$$

سؤال این است که اگر دنبالهٔ $\{U_n\}$ در رابطهٔ بازگشتی $U_n = U_{n-۱} + U_{n-۲}$ ، برای $n \geq ۳$ ، صدق کند ولی $U_۱ = a$ و $U_۲ = b$ ، چه ارتباطی بین U_n و جملات دنبالهٔ $\{f_n\}$ وجود دارد؟

ب) n سکه داریم. به چند طریق می‌توان این سکه‌ها را در یک یا دو ردیف کنار هم قرار داد؟ (نحوهٔ قرار دادن سکه‌ها، برای چهار سکه، در شکل زیر نشان داده شده است.)



ج) موزائیک‌هایی داریم به ابعاد ۲×۱. به چند طریق می‌توان یک راهروی ۲×n را با این موزائیک‌ها فرش کرد؟ (نحوهٔ فرش کردن یک راهروی ۲×۳ در شکل زیر نشان داده شده است.)



د) فرض کنید، n، یک عدد طبیعی باشد. تعداد طرق نوشتن n به صورت مجموع تعدادی عدد طبیعی را تعداد **افرازهای مرتب** n نامند. در زیر، افرازهای عدد $n = ۴$ نوشته شده است:

$۱+۱+۱+۱$; $\underbrace{۱+۱+۲,۱+۲+۱,۲+۱+۱}_{\text{۳- افرازهای مرتب ۴}}$; $\underbrace{۲+۲;۱+۳,۳+۱,۲+۲}_{\text{۲- افرازهای مرتب ۴}}$; ۴

به طور کلی، هر جواب طبیعی معادلهٔ $y_۱ + y_۲ + \ldots + y_k = n$ را یک **k- افراز مرتب** n نامند و $y_۱$ تا y_k را **اجزای** این افراز گویند. ثابت می‌شود تعداد k- افرازهای مرتب n، مساوی $\binom{n-۱}{k-۱}$ است. [۵]

تعداد افرازهای مرتب n، با ویژگی‌های خاص، ارتباط نزدیکی با اعداد فیبوناتچی دارند. در این زمینه، می‌توان پرسش‌های زیر را مطرح کرد:

۱ـ تعداد افرازهای مرتب n، با اجزای ۱ یا ۲ را حساب کنید.

۲ـ تعداد افرازهای مرتب n، با اجزای ۱ یا ۳ را حساب کنید.

۳ـ تعداد افرازهای مرتب n، با اجزای فرد را حساب کنید.

۴ـ هر جواب معادلهٔ $y_۱ + \ldots + y_k = n$ که $y_۱ < y_۲ < \ldots < y_k$ ، یک k- افراز n نامیده می‌شود. آیا برای k-افرازهای n یا افرازهای n، با ویژگی اخیر، فرمولی وجود دارد؟

۳ـ شمارش توابع

با استفاده از جایگشت، جایگشت مکرر، ترکیب و...

می‌توان تعداد توابع خاصی را شمارش کرد. در این پروژه‌ها دانش‌آموز نحوهٔ استفاده از مطالب درسی را در درسی دیگر آموزش می‌بیند. به نمونه‌های زیر توجه کنید.

فرض کنید $N_k = \{1,2,\ldots,k\}$ و $N_m = \{1,2,\ldots,m\}$ و $F: N_m \to N_k$.

الف) چند تابع از N_m به N_k وجود دارد؟

ب) اگر $m \le k$، چند تابع از N_m به N_k یک به یک است؟

ج) اگر $m = k$، چند تناظر یک به یک از N_m به N_k وجود دارد؟

د) چند تابع صعودی از N_m به N_k وجود دارد؟

هـ) اگر $m \le k$، چند تابع اکیداً صعودی از N_m به N_k وجود دارد؟ [۶]

۴ـ دنباله‌ها

دنبالهٔ $\{a_n\}$ را با ضابطهٔ زیر در نظر بگیرید. [۷]

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$$

می‌دانید که:

$$\lim_{n\to\infty}(a_{n+1} - a_n) = 0 \qquad (1)$$

ولی:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty \qquad (2)$$

در این رابطه می‌توان سؤالات زیر را مطرح کرد:

الف) آیا دنبالهٔ دیگری با ویژگی‌های (۱) و (۲) وجود دارد؟

ب) دنبالهٔ $\{a_n\}$ **کراندار نیست**. آیا دنبالهٔ $\{b_n\}$ با ویژگی‌های زیر وجود دارد؟

$\{b_n\}$ کراندار است، $\lim_{n\to\infty} b_n$ وجود ندارد و

$$(b_{n+1} - b_n) \underset{n\to\infty}{\to} 0.$$

مراجع

[۱] اثبات احکام ریاضی به وسیلهٔ کامپیوتر، اسماعیل بابلیان، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵ و ۶، سال ۱۳۶۴.

[۲] ویژگی‌ها و تولید فرکتال‌ها، اسماعیل بابلیان، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵۳، سال ۱۳۷۷.

[۳] بررسی ویژگی‌های مثلث خیام ـ پاسکال و تعمیم آن، پایان‌نامهٔ کارشناسی، خانم مهناز گرجی قزوینی‌نژاد، مرکز آموزش عالی ضمن‌خدمت فرهنگیان شهید باهنر (تهران)، ۱۳۸۰.

[۴] دربارهٔ اعداد فیبوناتچی، اسماعیل بابلیان، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۵ و ۶، سال ۱۳۶۴.

[۵] مباحثی در ریاضیات گسسته، اسماعیل بابلیان، انتشارات مبتکران، ۱۳۸۰.

[۶] شمارش توابع و رابطه‌ها، اسماعیل بابلیان، مجلهٔ فرنود، نشریهٔ انجمن معلمان ریاضی استان اصفهان، سال ۱۳۷۹.

[۷] حساب دیفرانسیل و انتگرال ۱ و ۲ پیش دانشگاهی، چاپ وزارت آموزش و پرورش، ۱۳۸۱.

مقایسهٔ بین دیدگاه‌های
رفتارگرایی
و
ساخت و سازگرایی

نویسنده: لانیال لاکروکس، دانشگاه بریتیش کلمبیا

مترجم: زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

توضیح مترجم

طی سال‌های گذشته، مقالات متعددی در نقد رفتارگرایی و معرفی ساخت‌وسازگرایی در مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، به چاپ رسیده است. در نتیجه، با توجه به آشنایی نسبی که با دیدگاه ساخت‌وسازگرایی در جامعهٔ آموزشی ایران به وجود آمده است، مقایسهٔ دیدگاه رفتاری سنتی با این دیدگاه مفید به نظر می‌رسد.

به‌خصوص این مقایسه، در طراحی روش‌های تدریس ریاضی بر مبنای دیدگاه ساخت‌وسازگرایی، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

رفتارگرایی	ساخت‌وسازگرایی
مفهوم دانش ■ دانش، توصیف یک واقعیت عینی یا تطابق با یک واقعیت عینی است؛ ■ دانش به طور سلسله مراتبی، سازمان‌دهی شده است و می‌تواند به قطعات/ اجزای ساده و خوب تعریف شدهٔ اطلاعات، تقسیم شود؛ ■ کل، مساوی مجموع اجزا یا قطعات است.	**مفهوم دانش** ■ دانش، مجموعه‌ای از ساختارهای دانشیِ تلفیقی (طرح واره‌ها) است که معرف نظریه‌های شخصی و موقت یک فرد دربارهٔ جهان است و آن نظریه‌ها، برای تفسیرِ تجربه و هدایت رفتار، مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ ■ دانش توسط افراد ساخته می‌شود که دارای باورهای مختلف هستند و آن باورها، حاصل تجربه‌های مختلف آن‌هاست؛ ■ بین تدریس و تعلیم و تربیت، اطلاعات و دانش، درک کردن و باور کردن، و سایر انواع مختلف دانش از جمله دانش فراشناختی، تفاوت وجود دارد.

نویسنده: لانیال لاکروکس، دانشگاه بریتیش کلمبیا مترجم: زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

یادگیری به عنوان

- تشخیص و کُدگذاری اجزا/قطعات دانش صحیح است؛
- کشف قانون‌ها و حقیقت‌هایی که «آنجا هستند» / وجود دارند؛
- رشد اجزای جدا از هم و رسیدن به یک کل (از طریق جمع اجزا).

برنامهٔ درسی

- مجموعه‌ای از دانش‌ها و مهارت‌ها که قبل از تدریس، تعیین شده است و باید به دانش‌آموز / یادگیرنده، منتقل شود.

هدف‌های تدریس

- دانش‌آموزان باید بتوانند به محرک‌های خاص (مثلاً سؤال‌های امتحان)، پاسخ صحیح بدهند؛
- باید نسبت به هدف‌های برنامهٔ درسی یا رفتارهای خاص، یادگیری در حد تسلط ایجاد شود.

یادگیری به عنوان

- تغییر مستمر، فعال، پویا و هدفمند است؛
- توسعهٔ بدیل‌ها و چارچوب‌های مفهومی که به طور فزاینده، شبیه چارچوب‌های مفهومی خبره می‌شود؛
- از طریق بحث و گفت‌وگو در زمینه‌های اجتماعی، تجربه با محیط فیزیکی، تلاش برای استفاده و به‌کارگیری دانش ساخته شده در محیط‌های فردی، و برای حل تضاد مفهومی، حاصل می‌شود؛
- از طریق فرآیند جذب و هضم، حاصل می‌شود.

برنامهٔ درسی

- مبنایی برای انتخاب فعالیت‌ها و تجربه‌هایی است که از طریق آن‌ها، اهداف یادگیری دانش و مهارت خاصی، امکان تحقق می‌یابد؛
- موقعیت بغرنجی است که مستلزم تجزیه و تحلیل مستمر به منظور تشخیص متناسب بودن و اثربخش بودن فعالیت‌های یادگیری است و این کار، با بازتاب در عمل و بازتاب بر عمل توسط معلم، ممکن می‌شود؛
- شامل فعالیت‌های یادگیری است که با درنظر گرفتن دانش قبلی یادگیرنده و نتایج یادگیری قصد شده، انتخاب می‌شود؛
- برای یادگیرنده، با معنا و مرتبط است.

هدف‌های تدریس

- فرآیند معناسازی را توسط یادگیرندگان، تسهیل می‌کند؛
- باعث رشد و توسعهٔ ذهنی / روشنفکری و استقلال هریک از یادگیرنده‌ها می‌شود؛
- از طریق راه‌های مفید و قصد شده و با اتکا به تمام عواملی که باعث عملکرد «خبره» می‌شوند (مانند دانش خارج از برنامهٔ درسی رسمی مدرسه‌ای)، باعث ایجاد تغییرات ماندگار در تفکرات دانش‌آموزان شود؛
- طیف وسیعی از مهارت‌ها و دانش‌های مرتبط به هم را به گونه‌ای در دانش‌آموزان ایجاد می‌کند که هم امکان حل مسأله را در موقعیت‌ها و زمینه‌های گوناگون فراهم نماید و هم، پایه‌ای برای یادگیری‌های آینده شود.

رفتارگرایی (ادامه)	ساخت‌وسازگرایی (ادامه)

حالت‌های تدریس

- انتقال دانش از معلم به دانش‌آموزان؛
- معلم‌محوری و کنترل فرآیند یادگیری توسط وی؛
- شکستن دانش به دنباله‌ها / اجزای کوچک برای جلوگیری از خطا؛
- حرکت گام به گام و از ساده به مشکل، برای جلوگیری از خطا.

نقش معلم

- داشتن کنترل دقیق موقعیت و فرآیند یادگیری؛
- قرار دادن یادگیری در بسته‌های کوچک به منظور کارآمدترین روش حمل و انتقال آن به یادگیرنده؛
- تسلط معلم بر موضوع درسی‌ای که باید به دانش‌آموزان، منتقل شود.

نقش دانش‌آموز

- به طور کلی، جذب‌کنندهٔ منفعل دانش که وقتی که توسط محیط یادگیری تحریک می‌شود، پاسخ مورد انتظار را می‌دهد.

حالت‌های تدریس

- فرآیند مستمری از مبارزه، گفت‌وگو، آزمایش کردن، بازتاب و عزم و اراده که یادگیرندگان، در جریان ساختن و دوباره ساختن باورهای خود، آن را طی می‌کنند؛
- دانش‌آموز ـ محوری و کنترل فرآیند یادگیری توسط وی؛
- تعامل فعال یادگیرنده با محیط خویش و گفتمان مشارکتی با دیگران با استفاده از زبان رسمی و غیررسمی؛
- استفاده از هر چیزی که به ارتقای یادگیری مناسب، کمک کند؛
- ایجاد فرصت مناسب برای یادگیرنده‌ها، تا بتوانند بر تجربه‌های خود، بازتاب داشته باشند و درنتیجه، قادر شوند تا تضادهای بین فهم و درک‌های موجود خود را با تجربه‌های جدید، حل کنند و فهم و درک‌های بدیل را در نظر بگیرند.

نقش معلم

- مدیریت محیط یادگیری، در حالی که دانش‌آموزان، بر یادگیری خود مدیریت می‌کنند و به طور فزاینده‌ای، خودکفا می‌شوند؛
- ارایهٔ فعالیت‌های یادگیری مناسب با توجه به شناخت فهم و درک دانش‌آموزان و هدف‌های برنامهٔ درسی که منجر به تغییرات مفهومی مطلوب در یادگیرندگان شود؛
- مشاهده‌گر فعال رفتار دانش‌آموزان، به منظور شناخت وضعیت موجود تفکرات و تصورات آن‌ها و طراحی فعالیت‌های یادگیری مناسب برای آن‌ها؛
- باز بودن و آگاه بودن نسبت به دامنهٔ وسیعی از مفهوم‌سازی‌های بدیلی که امکان وقوع دارند.

نقش دانش‌آموز

- فعالانه و هدفمند، ساختار و معنا را بر تجربه تحمیل می‌کند تا آن را بهتر درک کند و در محیط، به کار گیرد؛
- کانون کنترل در فرآیند یادگیری است؛
- مسأله حل کن فعال که در فرآیند یادگیری، راجع به دانش تولید شده، آن‌قدر بحث و گفت‌وگو می‌کند تا قانع شود؛
- نسبت به یادگیری خویش، احساس تملک می‌کند و برای آن، برنامهٔ کاری تعیین می‌کند.

رفتارگرایی (ادامه)

تصور نسبت به خطا

■ خطاها مانع یادگیری هستند و باید از آن‌ها، اجتناب کرد.

ارزیابی

■ درستی پاسخ‌های داده شده به محرک‌های مشخص شده.

محدودیت‌های عمدهٔ یادگیری

■ درستی محتوای ارایه شده توسط معلم؛

■ ظرفیت دانش‌آموز برای جذب محتوای ارایه شده توسط معلم و نگهداری آن؛

■ میزان دانش پیش‌نیاز دانش‌آموز.

مزایا

■ انتقال سریع و راحت محتوای برنامهٔ درسی به دانش‌آموزان؛

■ حداقل نیازمندی به تلاش معلم؛

■ چشمگیر نبودن تخصص‌های پداگوژیکی در فرآیند یاددهی ـ یادگیری؛

■ خطرپذیری کم، تدریس قابل پیش‌بینی.

ساخت‌وسازگرایی (ادامه)

تصور نسبت به خطا

■ خطاها، به منزلهٔ تفکرات و ایده‌های بدیل هستند؛

■ خطاها، بخش حیاتی و ضروری فرآیند ساختن و آزمودن نظریه‌های شخصی هستند؛

■ خطاها، شواهد مفیدی از ماهیت فهم و درک یادگیرندگان، ارایه می‌دهند.

ارزیابی

■ مفید بودن استفاده از مسایلی که دانش‌آموزان، قبلاً با آن‌ها مواجه نشده‌اند؛

■ شناخت محدودیت‌های آزمون‌های قلم و کاغذی برای تعیین عمق و دامنهٔ فهم و درک مفهومی دانش‌آموزان و استفاده از روش‌های بدیل شامل چک‌لیست مشاهدات، پرونده‌های شخصی، مصاحبه، سؤال‌های باز ـ پاسخ، آزمون‌های عملکردی و نظایر آن‌ها.

محدودیت‌های عمدهٔ یادگیری

■ نبودن زمان و فرصت کافی برای دانش‌آموزان تا ایده‌های خود را با هم درمیان بگذارند، آن‌ها را ارزشیابی کنند، بر آن‌ها بازتاب داشته باشند و آن‌ها را دوباره بسازند؛

■ عدم دسترسی به محتوا و ساختار دانش قبلی و طرح‌واره‌های ذهنی دانش‌آموز؛

■ مناسب بودن و قابل دسترس بودن فعالیت‌های یادگیری با توجه به دانش قبلی دانش‌آموزان.

مزایا

■ احترام به تفکرات دانش‌آموزان؛

■ توضیح خطاهای دانش‌آموزان طی فرآیند یادگیری و توسعهٔ شناختی وی؛

■ ارتقادهندهٔ یادگیری بامعنی؛

■ دانش به خوبی حفظ می‌شود و در زمینه‌های وسیعی، قابل کاربرد است؛

■ باعث ایجاد استقلال در تفکر و یادگیری می‌شود.

رفتارگرایی (ادامه)	ساخت‌وسازگرایی (ادامه)

معایب

- عملکرد دانش‌آموز در به‌کارگیری دانش در موقعیت‌های جدید و حل مسأله در موقعیت‌های ناآشنا، ضعیف است؛
- دانش‌آموزان برای یادگیری، به معلم وابسته هستند؛
- ارتباط و اتصال بین ریاضی مدرسه‌ای و ریاضیات غیررسمی وسیعی که دانش‌آموزان در خارج از مدرسه استفاده می‌کنند، وجود ندارد.

ریشه‌های روان‌شناسی

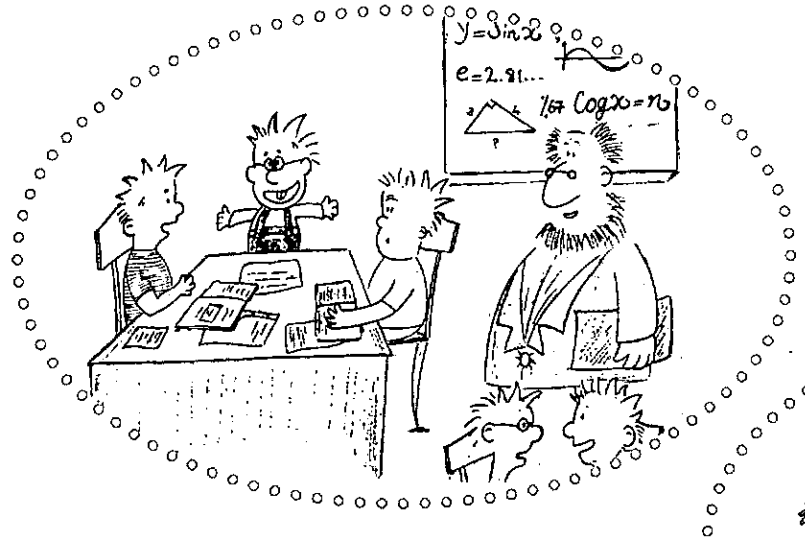
- تحقیقات کمّی محرک ـ پاسخی با حیوانات؛
- شناخته شده با کارهای بی ـ اف ـ اسکینر.

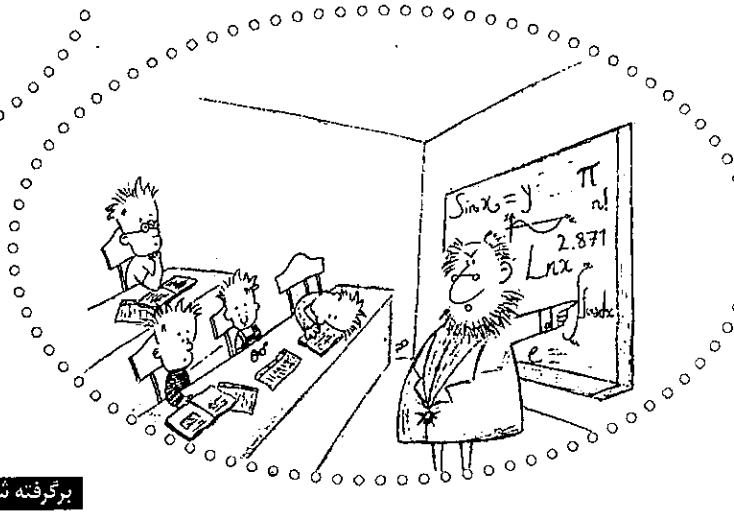
معایب

- زمان‌بَر است، و راه میان‌بُری برای این نوع فرآیند تدریس، وجود ندارد؛
- در ابتدا، وقتی که یک برنامهٔ تدریس ساخت‌وسازگرا به اجرا درمی‌آید، تدریس برای معلم، یک فعالیت پرمخاطره خواهد بود؛
- به کارگیری سازگار اصول ساخت‌وسازگرایی در دورهٔ متوسطه، مستلزم جرح و تعدیل چشم‌گیر عمل تدریس است (تغییری در پارادایم یادگیری).

ریشه‌های روان‌شناسی

- تحقیقات کیفی در مورد تفکرات و تصوراتی که کودکان نسبت به جهان دارند؛
- شناخته شده با کارهای ژان پیاژه.





برگرفته شده از

Lacroix, L.N. (1991). **Mathematics Teaching Practice: A Constructivist Perspective**. Unpublished manuscript, the University of British Columbia, Canada.

زمینه های فرهنگی برای ریاضی مدرسه ای در هندوستان

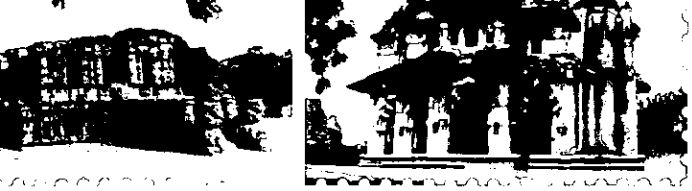
نویسنده: الف. ام. شاجان

مترجم: آذر کرمیان

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی شهید بهشتی و دبیر ریاضی دبیرستان های قم

ریاضی از مهم‌ترین موضوع های مدرسه‌ای در هندوستان است که جایگاه آن، به خوبی تعریف شده است. اکثر مدارس هند، از یک برنامهٔ درسی و یک دوره کتاب های درسی ریاضی کاملاً قدیمی استفاده می کنند که حجم زیاد و محتوای سنتی آن ها، نه با توانایی ریاضی معلمان سازگاری دارد و نه برای دانش‌آموزان قابل دست‌یابی است. یک دلیل عمدهٔ این امر این تفکر سنتی است که می پندارد، می توان ریاضی را بدون ارتباط با فرهنگ یادگیرندگان، به طور معنادار و مؤثر، آموزش داد. به همین سبب، سالیان سال است که دانش‌آموزان هندی، ریاضیاتی را یاد می گیرند که عمدتاً از اروپای مرکزی آمده است و فرهنگ های دیگر در آن، نقش اندکی داشته یا اصلاً نقشی نداشته اند. در واقع، این ریاضی، نقش سایر فرهنگ ها را در پیشرفت ریاضی، ناچیز شمرده است.

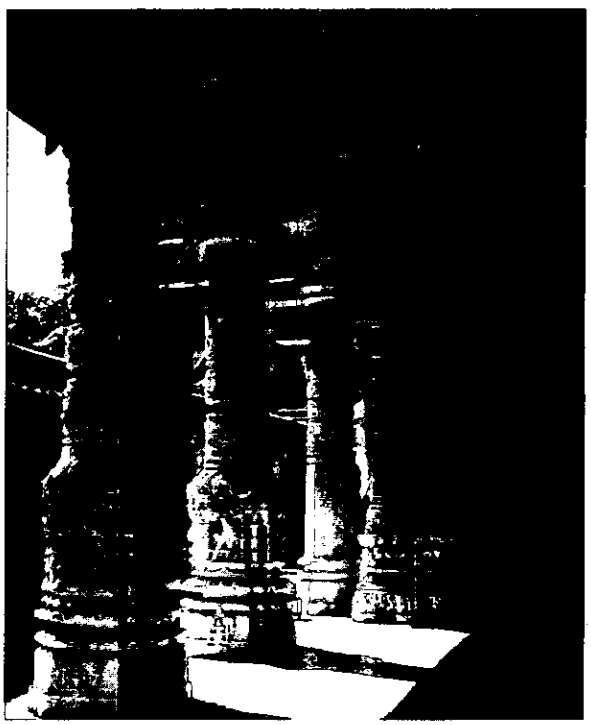
در دو دههٔ گذشته، یکی از راه های پیشرفت آموزش نوین در کشورهای توسعه نیافته، توجه به زمینه های فرهنگی عنوان شده است. این مسأله به خصوص در رابطه با تدریس و یادگیری ریاضی، مورد توجه قرار گرفت و به طلوع **ریاضیات قومی** به عنوان ابزار نیرومندی در آموزش ریاضی، منجر شد. اصطلاح **ریاضیات قومی** در ابتدا، در اواخر دههٔ ۱۹۶۰ میلادی، به وسیلهٔ ریاضی‌دان معروف برزیلی به نام یوبیراتان دی آمبروسا، به کار گرفته شد تا تجربه های ریاضی گروه های فرهنگی قابل شناسایی یا جوامع بومی با مقیاس کوچک را شرح دهد. با این حال، پسوند **قومی** در سطح وسیع‌تر، می‌تواند به هر گروه، از قبیل جوامع ملی، انجمن های کارگری، رسوم مذهبی یا دسته های حرفه‌ای،



اشاره داشته باشد. هم‌چنین، ریاضیات قومی، تجربه‌های ریاضی، نظام‌های نمادین، طرح‌های فضایی، فنون عملی ساخت چیزهای مختلف، روش‌های محاسبه، چگونگی اندازه‌گیری زمان و فضا، روش‌های خاص استدلال و استنباط و سایر فعالیت‌های شناختی و اصولی را توصیف می‌کند که هریک، می‌توانند تعبیر و تمثیلی بر ارایهٔ ریاضیات رسمی باشند.

ریاضیات قومی، مطالعهٔ ریاضیاتی است که نقش فرهنگ را در تولید ریاضی، باور می‌کند و آن را، بخشی از دانش عمومی می‌داند. البته منظور از عمومی بودن این است که این دانش، برای کسانی که در فرهنگ و زمینهٔ تاریخی ما سهیم هستند، عمومی است. مثلاً، اگر به پیشرفت ساختارهای عددی توجه کنیم، در می‌یابیم که آشنایی با چگونگی تولید آن‌ها و زمینه و موقعیتی که آن تولید انجام گرفته است، درک عمیق‌تری از آن را برای ما ایجاد می‌کند.

هم‌چنین، ریاضی یک وسیلهٔ ارتباطی نیرومند، موجز و صریح فراهم می‌کند که بهانه‌ای برای بیان‌های مبهم و استعاری و ضمنی باقی نمی‌گذارد. بنابراین، کتاب‌های درسی ریاضی در هر جامعه‌ای، باید از زبانی استفاده کنند که در عین صراحت و اختصار و قوت، با فرهنگ آن جامعه سازگار باشند، از



تمثیل‌های فرهنگی مرتبط استفاده‌های مناسب کنند و تا جایی که ممکن است، ارتباط و اتصال ریاضی مورد بحث را با دستاوردهای تاریخی و فرهنگی قومی، برجسته نمایند. در واقع، یک برنامهٔ درسی ریاضی مبتنی بر ریاضیات قومی، می‌تواند در انتخاب اصطلاحات ریاضی، تألیف کتاب‌های درسی ریاضی، طراحی دوره‌های قبل و ضمن خدمت معلمان ریاضی و تدوین فعالیت‌های یادگیری ریاضی در کلاس‌های درس، تجلی یابد.

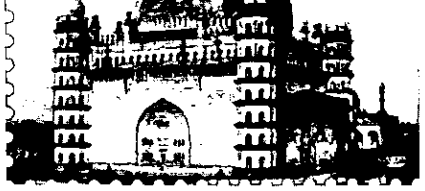
با این حال، ساختار، محتوا و سازمان‌دهی محتوا در برنامهٔ درسی ریاضی هند به گونه‌ای است که نشان می‌دهد نسبت به امکانات یا حدود دانش ریاضی دانش آموزان و والدین، توجهی نداشته است. از این گذشته، این برنامه، اشاره‌ای به چگونگی تولید یا خلق ریاضی مورد بحث و مبدأ و فرهنگ آن ندارد. در عوض، بیش‌ترین تأکید این برنامه بر دست‌یابی به تکنیک‌های معینی از طریق مثال‌ها و سپس تسلط یافتن بر آن‌ها با انجام تمرین‌های متعدد است. در نتیجه، دانش‌آموزان نسبت به ایجاد هر نوع ارتباطی بین ریاضی مدرسه‌ای و ریاضی دنیای واقعی، مأیوس می‌شوند. در نتیجه، ریاضی را به عنوان چیزی می‌بینند که تنها در مدرسه، انجام می‌شود و منحصر به چهاردیواری مدرسه است.

معرفی ریاضیات قومی در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای، باعث می‌شود تا دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات جامعهٔ خود، آگاه شوند و این واقعیت را درک کنند که تولید ریاضی، بر اثر علاقه و احتیاج و تلاش انسانی، انجام شده است. مرتبط کردن ریاضی و فرهنگ، باعث می‌شود تا یادگیرندگان، صورت انسانی ریاضی را ببینند و به سبب آن، انگیزهٔ آن‌ها برای یادگیری ریاضی بیش‌تر شده و یادگیری ریاضی آن‌ها، تسهیل شود.

معرفی دیدگاه‌های ریاضیات قومی در برنامهٔ درسی ریاضی مدرسه‌ای چندین مزیت دارد که از آن جمله، می‌توان به موارد زیر، اشاره کرد:

- آگاهی دانش‌آموزان را نسبت به نقش ریاضی در جامعهٔ خود، افزایش می‌دهد و درک آن‌ها را از تجربه‌های ریاضی ناشی از احتیاجات و علاقه‌های مردم، بیش‌تر می‌کند.

- دانش‌آموزان، با خدمات متقابل فرهنگی جوامع مختلف آشنا



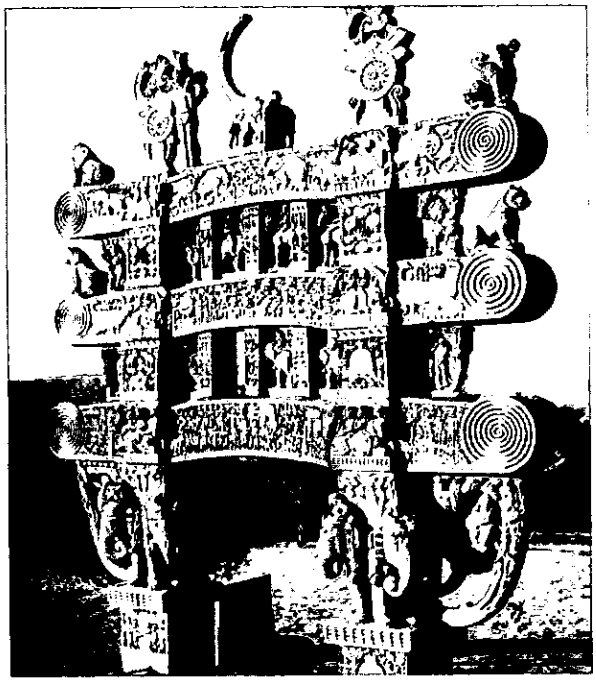
می‌شوند، قدردان آن‌ها شده و به میراث فرهنگی خویش، افتخار می‌کنند.

■ دانش‌آموزان، ریاضی را به عنوان چیزی که مسایل آن‌ها را حل می‌کند، بین ایده های آن‌ها ارتباط برقرار می سازد و برای هر کاری، دلیل موجه می‌آورد، می‌بینند.

در صورت استفاده از ریاضیات قومی، معلمان باید از استراتژی‌های گوناگون برای تحریک حس کنجکاوی یادگیرندگان استفاده کنند و از مسایلی که آن‌ها را به تفکر وا می دارد و در زندگی واقعی ایشان کاربرد دارد، بهره گیرند. از این گذشته، لازم است که معلمان، از میزان اطلاعات دانش‌آموزان و دانش قبلی آن‌ها با خبر باشند و یادگیری اکتشافی را ترویج کنند تا بتوانند فرآیند یادگیری ریاضی را به گونه‌ای تغییر دهند که یادگیرنده، خود، محور یادگیری شود. علاوه بر این، ریاضیات قومی می‌تواند ابزار مناسبی برای انجام اصلاحات در برنامهٔ درسی ریاضی باشد؛ برنامه‌ای که با دنیای واقعی مرتبط است و از تجربه‌های تاریخی و فرهنگی جامعه، استفادهٔ مناسب می‌کند.

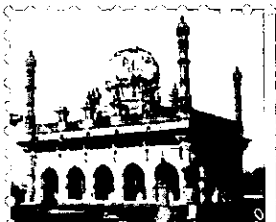
ریاضیات قومی، شامل استفاده از مدل سازی ریاضی و ابداع روش‌هایی برای شرح موقعیت‌های واقعی است. از این گذشته، دانش‌آموزان به توانایی هایی بیش از انجام محاسبات صرف ریاضی نیازمندند؛ توانایی هایی که درک آن‌ها را نسبت به ارتباط بین ریاضی و سایر موضوع‌های علمی افزایش دهد، دانش‌آموزان را به حل مسایلی که در جامعه و محیط فرهنگی خویش رخ می‌دهد، قادر سازد و امکان شناخت روش هایی را که سایر اقوام فرهنگی برای حل مسایل خویش از آن‌ها استفاده می‌کنند، به‌وجود آورد.

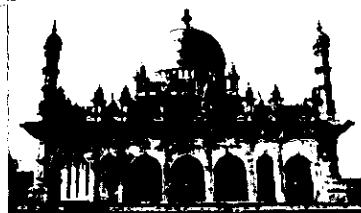
ریاضیات قومی، یک محیط یادگیری منعطف با درک کاربردپذیری و عملی بودن استفاده از ریاضی در موقعیت‌های واقعی، ایجاد می‌کند. این کار، باعث شناخت عمیق‌تر دانش‌آموزان از موضوع ریاضی مورد مطالعه و بازتاب بر آن‌ها می‌شود. هم‌چنین، برنامه‌ریزان و تصمیم‌گیرندگان درسی ریاضی، با چالش‌های مضاعفی روبه رو شده‌اند، زیرا آن‌ها ناگزیرند که با تکیه بر تکنولوژی اطلاعات و ارتباطات، دانش آموزان امروز را برای مشاغل فردا آماده کنند. پس سؤال این است که ریاضیات قومی، چگونه می‌تواند با این چالش مواجه شود و به حل آن، کمک کند؟ بدون شک، هر فرهنگی، علمی دارد که بخشی از میراث گذشته و حاصل کوشش مردم برای بقای آن جامعه است. از این علم، علاوه بر نگهداری در موزهٔ تاریخ، باید در برنامهٔ درسی مدرسه‌ای نیز استفاده شود. در چنین برنامه‌ای، لازم است که نوع وابستگی‌های دانش‌آموزان به جامعهٔ فرهنگی خودشان ـ چه جامعهٔ تک فرهنگی، چه جامعهٔ چند فرهنگی ـ مشخص شود. سپس، برای پوشاندن شکاف بین گذشته و آیندهٔ جامعه، مثال‌هایی از فرهنگ باستانی جامعه از یک طرف، و مثال‌هایی از تکنولوژی اطلاعاتی و نرم‌افزاری از طرف دیگر، جمع‌آوری شوند. آن‌گاه، برنامهٔ درسی با تکیه بر ریاضیات قومی، پُلی بین این دو دسته از مثال‌ها بزند و با ارتقای درک ریاضی دانش‌آموزان، تجربه‌های یادگیری آن‌ها را غنی‌تر کند، بینش آن‌ها را وسیع‌تر نماید و برای رسیدن به آینده‌ای روشن‌تر، از تمام تجربه‌ها و امکانات تاریخی ـ فرهنگی آن جامعه، بهره ببرد.



منبع اصلی

http://www.hinduonnet.com/thehindu/edu/2003/08/05/stories/2003080500620200.htm





دامنهٔ کوهِ سبلان! هندسه دانان فراموش شده

مقالهٔ ارایه شده به پنجمین کنفرانس آموزش ریاضی، مشهد، بهمن ۱۳۷۹

مرتضی بیات، مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایهٔ زنجان
زهرا عباسپور، نیر تفاخری، مرکز تربیت معلّم الزهراء ـ زنجان

یکی از شعارهای سال جهانی ریاضیات، سال ۲۰۰۰ میلادی، عمومی کردن یا مردمی کردن ریاضیات بود و یکی از ابزارهای مناسب برای این کار، استفاده از هنر و فرهنگ بومی است.

در این میان، هنر و فرهنگ متنوع و غنی ایرانی، سرشار از تمثیل‌های زیبای ریاضی است که هر کدام، می‌توانند انگیزه‌بخش معلمان ریاضی برای تدریس ریاضی مدرسه‌ای از یک طرف، و ایجاد روحیهٔ خودباوری در دانش‌آموزان از سوی دیگر باشند. از این گذشته، این اطلاعات، به یادگیرندگان ریاضی کمک می‌کنند تا فرهنگ و تاریخ خود را بهتر بشناسند و مسؤولیت خطیر ساختن آیندهٔ سرزمین خود را جدی‌تر احساس کنند. آمیزه‌ای که اگر پربارتر از گذشته نباشد، شایسته نیست که کم‌بارتر از آن باشد.

رشدآموزش ریاضی

چکیده

در این مقاله، به‌طور مختصر به بررسی اشکال و روابط هندسی موجود در دستبافت‌های عشایر ایل سنون می‌پردازیم. در این تحقیق، خواهیم دید که چگونه عشایر ایل سنون با ترکیب بسیار هوشمندانه و ماهرانهٔ چندین خط شکسته، به خلق اشکال بسیار زیبای هندسی، حیوانات، و گل و گیاه می‌پردازند. این اشکال حیرت‌انگیز، نشان از درک عمیق مفاهیم اولیه و اصول ترکیبی و تجرید سازی هندسی در بین این قوم دارد. این مقاله، به‌منظور بررسی ارتباط بین فرهنگ و آموزش ریاضی به رشتهٔ تحریر درآمده است.

مقدمه

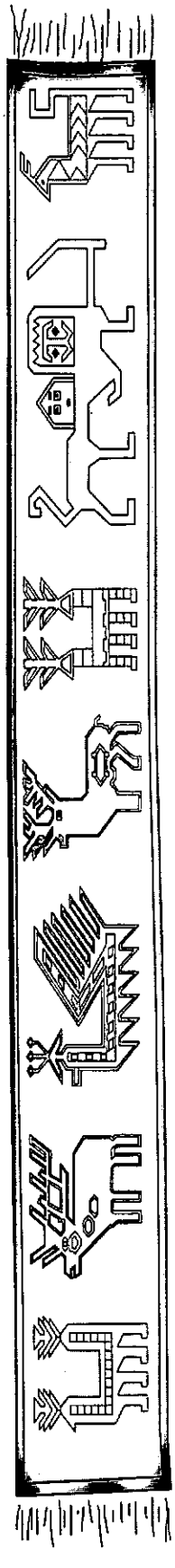
انسان نخستین، پیش از آن‌که خواندن و نوشتن را بیاموزد، با نقاشی و ترسیم تصاویر ساده، منظور خود را به دیگران می‌فهماند. سال‌های بسیار سپری شد تا انسان، ازهمان تصاویر اولیه خط را به وجود آورد. اولین خط انسان، به صورت خط تصویری پدیدار گشت که انسان توانست عواطف و احساسات خود را در قالب تصاویری در دیوارهٔ غارها، بر روی تخته سنگ‌ها و هنرهای دستی ساختهٔ خود از جمله سفال و فرش، پیاده کند. بعضی از تصاویر به یادگار مانده ازگذشتگان بسیار دور، در دستبافت‌های عشایر ایل سنون[1] امروز، به صورت طرح‌های بدیع پدیدار گشته است.

عشایر ایل سئون آذربایجان که قبلاً به شاه‌سئون[۲] موسوم بوده‌اند، در نقاط مختلف آذربایجان به‌خصوص دشت مُغان (قشلاق) و ارتفاعات سبلان (ییلاق) به سر می‌برند. آن‌ها در کنار زندگی دامداری، به تولید صنایع دستی و بافندگی می‌پردازند که در این زمینه، اثرهای زیبایی خلق کرده‌اند.

حال، اگر به نقش‌ها و طرح‌های موجود در دستبافت‌ها دقت کنیم، دیده می‌شود که بیش‌تر این طرح‌ها، شامل حیوانات، گل و گیاه و اشکال سادهٔ هندسی هستند که به نظر می‌رسد این امر، به اقتضای کوچ‌نشینی و تماس دائم آن‌ها با طبیعت است. دارهای قالی امروزی، میراثی چندین هزار ساله دارد و در میان همهٔ عشایر، به شکل افقی هستند و می‌توان همراه با اثاثیهٔ خانه، آن‌ها را به مرکب بست و از خانهٔ کهن، به خانهٔ تازه برد و به کار بافندگی ادامه داد. با این‌که این کوچ‌نشینان، آموزشی در قلمروی حسابگری و هندسه‌دانی ندیده‌اند، اما با زندگی در دامنهٔ طبیعت و بهره‌گیری از میراث گذشتگان خود، محاسبه را به خوبی یاد گرفته‌اند.

این نقش‌ها، سالیان سال است که زینت‌بخش چادرهای عشایر ایل سئون‌است. سال‌هاست مادر به دختر و دختر به دخترش، این نقش‌ها را می‌آموزد. این نقش‌ها، هیچ کاغذ طراحی به‌جز سینهٔ پرذوق آن‌ها ندارد و دلیل جاودانگی و دوامشان پس از هزاران سال، چیزی جز این نیست.

معمولاً هریک از این نقش‌ها، یک معنای نمادین برای عشایر دارد. عقاب که گاه و بی‌گاه بر گوسفندان ایل حمله می‌برد و سُلطان آسمان‌ها لقب گرفته، برای



عشایر نماد قدرت بوده، اکثراً با رنگ سیاه به معنی شُوم یا قرمز به معنی قدرت، رنگ می‌شود. بز و گوسفند نیز نماد رزق‌وروزی برای آن‌هاست و گل‌وگیاه، نشانی از طراوت بهار است که در کنار خود، علف‌های تازه برای گوسفندان و بزهای شیرده می‌آورد. هم‌چنین، شتر خاطرهٔ کوچ را در ذهن‌ها تداعی می‌کند و همهٔ این‌ها، قهرمانان داستان‌های ایل سئون هستند، امّا سؤالی که هست این است که چرا این کوچ‌نشینان که در طول اقامت خود در ییلاق و قشلاق، به کرات با این موجودات واقعی در ارتباطند، ولی طرح آن‌ها را با ساده‌ترین شکل ممکن، روی دست‌بافت‌های خود، پیاده می‌کنند، در حالی‌که همیشه، تصویر واضحی از آن‌ها را در دسترس و در طبیعت، حیّ و حاضر دارند؟

شاید شما نمایش دکان عتیقه‌فروشی اثر **چارلزدیکنز** را دیده یا شنیده باشید. در این نمایش، همهٔ تماشاچیان برای مرگ نیل کوچولو گریه می‌کنند، با این‌که به خوبی می‌دانند که در جهان حقیقی، نیل کوچولویی وجود نداشته و اگر وجود می‌داشت، اشک‌های آن‌ها لذتی بس کمتر می‌داشت. ما نمایش را درک می‌کنیم و رویدادهای آن را به رویدادهای جهان حقیقی ربط می‌دهیم، ولی هیچ‌گاه جهان صحنه را با جهان حقیقی، اشتباه نمی‌کنیم و شاید دلیل اصلی زیبایی این نقش‌ها و دلپذیر بودن آن‌ها نیز، همین باشد که ما از دیدن آن‌ها، سیر نمی‌شویم.

همان‌طور که مرسوم است، اصولاً برای شروع طراحی، از اشکال سادهٔ هندسی یا به عبارتی، از خطوط شکسته استفاده می‌کنیم. حال ممکن است برخی افراد غافل از هنر، به این آثار هنری ارزش کمتری دهند، در حالی‌که از دید هنرشناسان، سادگی نه تنها ارزش این آثار را پایین نمی‌آورد، بلکه برعکس، ارزش آن‌ها را بالاتر نیز می‌برد. وقتی به یک کلاغ مینیاتوری نگاه می‌کنیم، آن‌چه می‌بینیم، فقط یک کلاغ است که ممکن است با هزاران خط منحنی و راست کشیده شده باشد. اما وقتی که به کلاغ روی قالی عشایر به‌دقت نگاه می‌کنیم (شکل ۱۹)، می‌بینیم که با چند خط راست، یک کلاغ آفریده شده به طوری که همه کس از آن، برداشت تصویر یک کلاغ را دارد. عشایر ایل سئون، برای بیان افکارشان، با کمترین ابزار ممکن، موفق به خلق آثاری شده‌اند که ذهن هر هنردوست و اهل ذوقی را، به تحسین خلاقیت و ابتکار این قوم برمی‌انگیزد. چرا که با حذف تنها یک خط از روی هر کدام از اشکال قالی، دیگر آن شکل، معنای شکل قبلی را نخواهد داشت. این عشایر نیز مانند نقاشان

مشهوری چون **پیکاسو** و **ویکتور وازارلی**، اثرهای جاودانه‌ای با خطوط شکسته خلق می‌کنند. **جان شپلی**، دربارهٔ دستبافت‌های عشایر ایل سئون اظهار می‌کند:

قالیبافی، به عنوان هنر قائم به ذات و مستقل است و با هنرهای تصویری یا سنگ‌تراشی، که کارشان تقلید از زندگی است، فرق دارد. اکنون معلوم شده است این صنایع نه تنها برای عشایر ایل سئون سودمندند و نیازهای زندگی خانوادگی و کوچندگی آن‌ها را برمی‌آورند، بلکه نمودی از نگرش خاصّ آن‌ها دربارهٔ خود زندگی هستند. نقش و طرح، الزاماً از حیث اصل؛ سنتی یا مقدس نیستند، ولی به‌یقین، مکمل نظم ارزش‌ها و باورهای متداول در میان مردم عشایر ایل سئون هستند.

نمود اشکال هندسی در دستبافت‌های عشایر ایل سئون

نظم و انضباط فکری هنرمندان ساده و بی‌ریا در آراستن و پیراستن گلزار دست بافته‌ها، با عنایت به نقوش هندسی، موجب شگفتی صاحب‌نظران و خبرگان زیبایی شناس است و باعث می‌شود تا آن‌ها، انگشت حیرت بر دندان بگیرند. این نقش‌های استوار را، هنرمندان برخاسته از قلمرو فرهنگ عامه، بی‌مدد پرگار و خط‌کش و گونیا و ابزار مساحی آفریده‌اند. زاویه‌های تند و راست، ذوزنقه‌های شکیل و چند ضلعی‌های متقاطع به وجود آوردندهٔ نمادهای زیبا هستند. مثلاً این هنرمندان، به یاری چندین مثلث تنهٔ درخت را مجسم می‌سازند و تن و پیکر جانوران را در هیأت چند ذوزنقه و مثلث و مربع، می‌نمایانند و ذوق و مهارت و انسجام و تجرید و ترکیب و تعمیم نقوش را، هم از دیدگاه تزئینی و هم از لحاظ هندسی، نشان می‌دهند.

عشایر، این استادان عرصهٔ طرح و نقش، که با چند خط شکسته، چنان اشکال هندسی می‌آفرینند که هر بیننده‌ای را وادار به تحسین می‌کنند. زیبایی این اشکال، در تقارن و تشابهی است که با مهارت و هماهنگی در آن‌ها به کار رفته است. **هرمان وایل**، در سلسله درس‌های مشهورش در زمینهٔ تقارن، می‌گوید:

«تقارن مفهومی است که بشر طی اعصار کوشش کرده تا به وسیله آن، نظم، زیبایی و کمال را درک کند.»

تعادل، هماهنگی و توازن، در گوشه گوشهٔ نقش‌ها و طرح‌های قالی، هم‌چون حلقه‌های زنجیر به هم پیوسته‌اند و با هم و در کنار هم، معنی پیدا می‌کنند که این، مدیون تقارن منسجم و متناسب به کارگرفته شده در قالی‌هاست. در این جا، با توجه به نقش‌های موجود در قالی و نوعی گلیم به نام **ورنه**[۳]، می‌توان طبقه‌بندی زیر را در مورد نقش‌های آن، به‌صورت زیر، ارایه کرد:

۱) **حیوانات**

۲) **گل و گیاه**

۳) **اشکال هندسی**

این مقاله، به توضیح هر کدام از طبقه‌بندی‌های فوق، می‌پردازد.

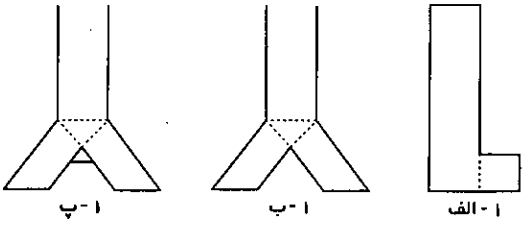
نقوش حیوانات در دستبافت‌های عشایر ایل سئون

در دستبافت‌های عشایر ایل سئون، نقش‌های حیوانات در دو دستهٔ **پرندگان** و **غیرپرندگان** قابل تفکیک‌اند:

۱) **پرندگان**: خروس، طاووس، کلاغ، عقاب، مرغ، مرغابی، و غیره.

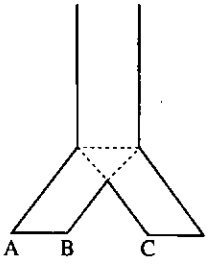
اجزای تشکیل دهندهٔ پرندگان از جمله پا، تاج، دم، بدن و گردن؛ در اشکال روی قالی، به شکل متنوع و وابسته به موضوع بافته می‌شود.

پا: پا در نقش‌ها، اغلب به سه شکل رایج زیر (شکل ۱) بافته می‌شود: شکل (۱ـ الف) از دو مستطیل تشکیل شده که عرض مستطیل کوچک‌تر، به مستطیل بزرگ‌تر چسبیده و با هم یک زاویهٔ قائمه تشکیل داده‌اند و عرض مستطیل بزرگ، به تنهٔ پرنده می‌چسبد. شکل (۱ـ ب) از دو متوازی‌الاضلاع مساوی تشکیل شده که در یک ضلع کوتاه‌تر، با هم مشترکند و این ضلع، به ساق پای پرنده که مستطیلی است، چسبیده و کل شکل، یک زاویهٔ حاده را نشان می‌دهد. شکل (۱ـ پ) همان شکل دوم است، با این تفاوت که پاره‌خط کوچکی در حد فاصل دو متوازی‌الاضلاع قرار دارد (به شکل‌های ۱۴، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ مراجعه کنید).

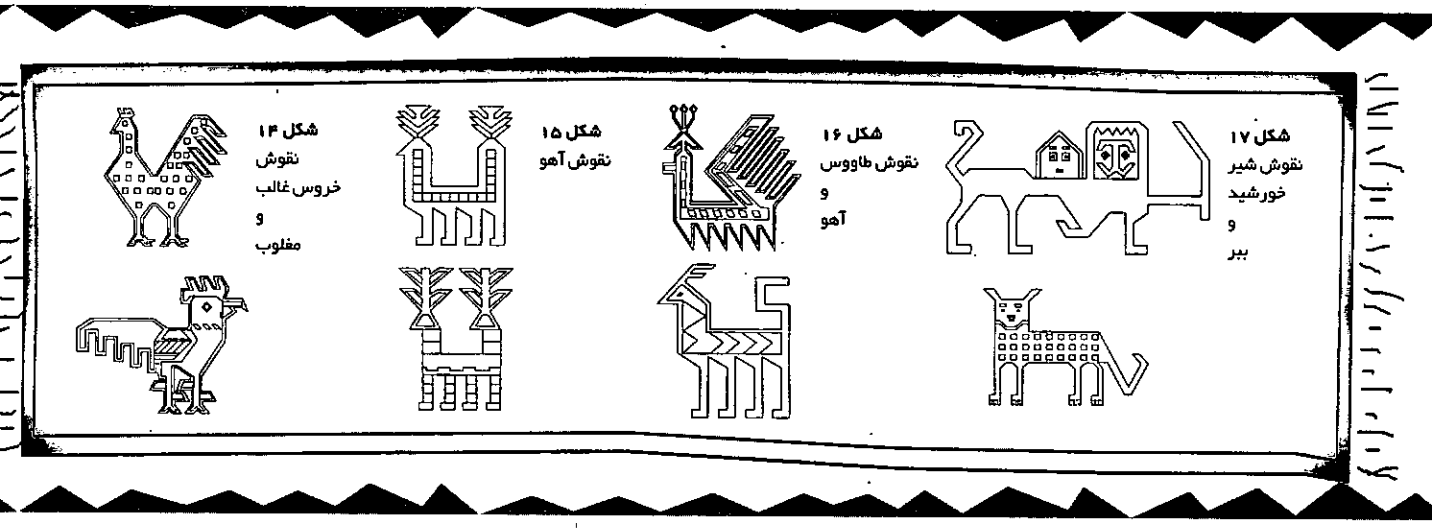


شکل ۱. انواع پاهای پرندگان

طریقهٔ بافتن پای پرنده به این ترتیب است که ابتدا، بافنده هر چند گره که بخواهد ابتدای پای پرنده (یعنی پاره‌خط AB) داشته باشد، می‌زند (شکل ۲). تنها نکتهٔ مهم این است که اگر تعداد گره‌های انتخابی زوج (جفت) باشد، باید تعداد گره‌های فاصلهٔ بین دو قسمت پا (یعنی BC) نیز، زوج باشد و اگر تعداد گره‌های انتخابی برای قسمت اول فرد (تک) باشد، باید تعداد گره‌های بین دو قسمت نیز، فرد باشد.

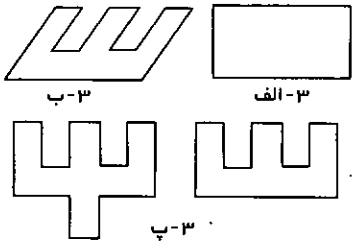


شکل ۲. طریقهٔ بافتن پای پرنده



بعد از این که فاصلهٔ بین دو قسمت بافته شد و به قسمت دوم پا رسیدیم، رنگ نخ عوض می‌شود و به همان تعداد قسمت اول، گره از آن نوع رنگ زده می‌شود. در ردیف دوم نقش نیز، مثل ردیف بالا عمل می‌کنیم، با این تفاوت که در این ردیف، از ابتدای ردیف قسمت اول یک گره کم، و به آخر یک گره اضافه کنیم. در قسمت دوم پا نیز، یک گره به ابتدای ردیف اضافه و یک گره از آخر کم می‌کنیم و به این ترتیب، ادامه می‌دهیم، تا جایی که تعداد گره‌های قسمت اول و دوم، به اندازهٔ تعداد گره‌های انتخابی برای هر قسمت شود و این همان موقعی است که ما، شروع به بافتن درازای پا می‌کنیم.

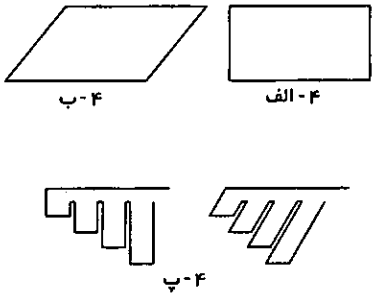
تاج: اگر پرنده تاج داشته باشد، اغلب به سه شکل بافته می‌شود (شکل ۳). هرگاه پرنده کاکل داشته باشد، با یک مستطیل (شکل ۳ـ الف) در تصاویر دیده می‌شود. نوع دیگری از تاج در شکل (۳ـ ب) با سه متوازی‌الاضلاع موازی نشان داده شده است. شکل (۳ـ پ) دو نمونهٔ دیگر را نشان می‌دهد که در آن، سه مستطیل موازی با هم واقع شده‌اند و در یکی از آن‌ها، مربع کوچکی وجود دارد که از آن طریق، به سر پرنده چسبیده می‌شود (به شکل‌های ۱۴، ۲۰ و ۲۱ مراجعه کنید).



شکل ۳. انواع تاج پرندگان

دم: دم‌ها بستگی به نوع پرنده و حالت هایی که پرنده دارد، بافته می‌شود. اغلب، دم به صورت مستطیل یا یک متوازی‌الاضلاع دیده می‌شود (شکل‌های ۴ـ الف و ۴ـ ب). در حیواناتی مانند خروس، دم به صورت چند متوازی‌الاضلاع موازی یا به صورت چند مستطیل موازی نشان داده می‌شود (شکل ۴ـ پ). اغلب بر روی قالی، دو نقش از حیوان دیده می‌شود که یکی نقش غالب، و دیگری نقش مغلوب را دارد (شکل ۱۴).

مثلاً، با توجه به شکل‌های موجود در دستبافت‌های عشایر، دیده می‌شود که دم خروس مغلوب، از چند مستطیل موازی تشکیل شده که حالت افتاده دارد و دم خروس غالب، از چند متوازی‌الاضلاع موازی که حالت مایل دارد، ایجاد شده است. در خروس مغلوب، تیزی سینه کمتر از تیزی سینهٔ خروس غالب است و منقار مغلوب نیز، از یک مستطیل با یک مثلث رو به پایین تشکیل شده است (به شکل‌های ۱۴، ۱۶، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ مراجعه کنید).



شکل ۴. انواع دم پرندگان

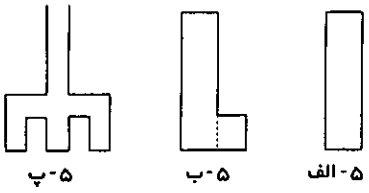
بدن: در مرغ‌های آبی، بدن به صورت ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، و در پرنده‌های خشکی، به شکل مستطیل و متوازی‌الاضلاع است.

گردن: اغلب به صورت یک مستطیل است.

۲) غیر پرندگان: بز، گوسفند، شتر، سگ، ببر، شیر، آهو، گوزن، روباه، گرگ، شغال، گربه و مانند این‌ها.

اجزای تشکیل دهندهٔ غیر پرندگان، شامل، پا، بدن، پوزه، دم، شاخ و چشم است که به شکل‌های متنوع، در قالی بافته می‌شود.

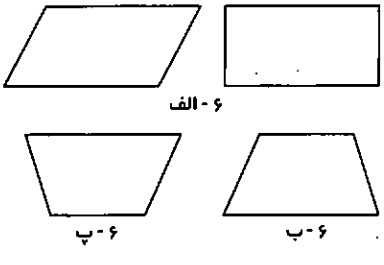
پا: شکل پا در غیر پرندگان، معمولاً به سه صورت است که در شکل ۵ نشان داده شده است:



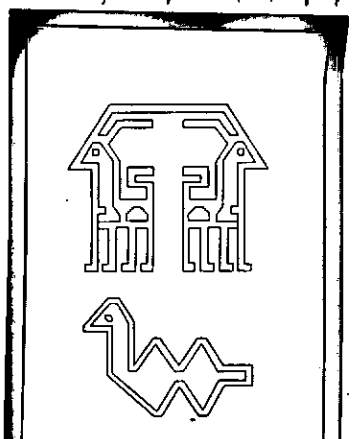
شکل ۵. پای حیوانات غیر پرنده

شکل (۵ـ الف)، ساده‌ترین نوع پا است که از یک مستطیل تشکیل شده است. شکل (۵ـ ب)، همان پای نوع اول در پرندگان است. پاهای حیواناتی که پنجه دارند، شبیه شکل (۵ـ پ) بافته می‌شوند که از سه مستطیل موازی تشکیل شده که به یک مستطیل چسبیده است (به شکل‌های ۱۷، ۱۸، ۲۲ و ۲۳ مراجعه کنید).

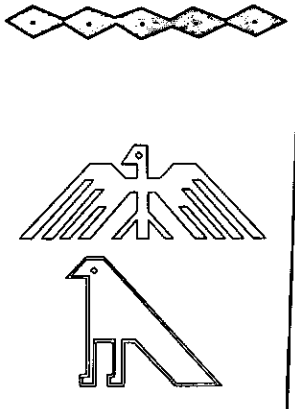
بدن: شکل بدن نیز در غیر پرندگان، به سه صورتی بافته می‌شود که در شکل ۶، نشان داده شده است. ابتدا تمام بدن، به صورت مستطیل یا متوازی‌الاضلاع بافته می‌شود (شکل ۶ـ الف). شکل (۶ـ ب)، ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است که معمولاً، بدن گوزن را به این شکل می‌بینیم. شکل (۶ـ پ) ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین است که قاعدهٔ کوچک در بالاست و اغلب برای شتر استفاده می‌شود. در نقش شتر، بدن با کوهان ادغام شده و یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین تشکیل داده است (به شکل ۲۲ مراجعه کنید).



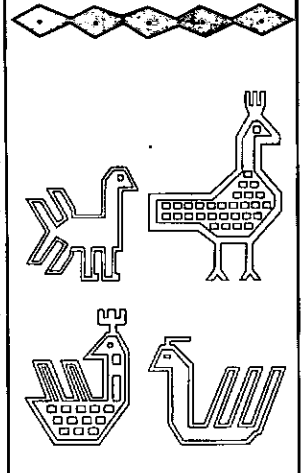
شکل ۶. بدن حیوانات غیر پرنده



شکل ۱۸
نقوش دو آهو و مار

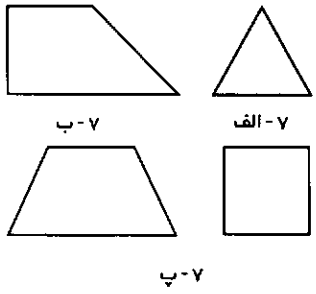


شکل ۱۹
نقوش عقاب و کلاغ



شکل ۲۰
نقوش انواع پرندگان خشکی و آبی

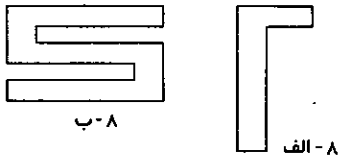
پوزه: تنوع پوزه در اشکال قالی، به شکل‌های زیر است. در نقش‌هایی که پوزه با سر ادغام می‌شود، از مثلث استفاده می‌شود (شکل ۷ـ الف). یک ذوزنقهٔ قائمه، به عنوان پوزهٔ حیوانی است که به صورت نیم رخ ایستاده است (شکل ۷ـ ب). مربع و ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، حالت رایج پوزه در حیوانات است (شکل ۷ـ پ) و نشان دهندهٔ پوزهٔ حیوانی است که تمام رخ کشیده شده است.



شکل ۷. انواع پوزهٔ حیوانات

همان‌طور که در شکل (۷ـ الف) دیده می‌شود، در نقش‌هایی که پوزه با سر ادغام می‌شود، ازمثلث استفاده می‌شود. (به شکل‌های ۱۵، ۱۶، ۱۸ و ۲۲ مراجعه شود).

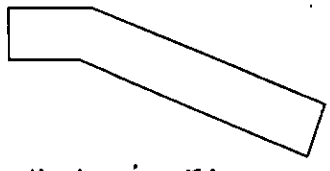
دُم: نوع بافته شدن دم، بستگی به غالب یا مغلوب بودن حیوان دارد.



شکل ۸. دُم حیوان غالب

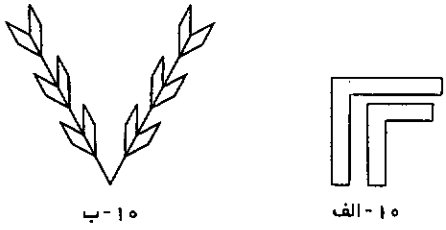
(الف) **دُم غالب**: لازم به توضیح است که شکل (۸ـ الف) از دو مستطیل، و شکل (۸ـ ب)، از پنج مستطیل شده است (به شکل‌های ۱۴، ۱۶، ۱۷، ۱۸ و ۲۰ مراجعه شود).

(ب) **دُم مغلوب**: شکل دُم مغلوب، معمولاً از یک مستطیل کوچک و یک متوازی‌الاضلاع به سمت پایین، تشکیل می‌شود (به شکل‌های ۱۴ و ۲۳ مراجعه کنید).



شکل ۹. دُم حیوان مغلوب

شاخ: شاخ گوزن و آهو، معمولاً به دو صورت زیر قابل نمایش است:



شکل ۱۰. شاخ گوزن و آهو

شکل (۱۰- الف)، نشان دهندهٔ شاخ بز یا آهو است که از دو زاویهٔ قائمهٔ تو در تو، تشکیل شده است.

شکل (۱۰- ب)، نمایانگر شاخ گوزن است که روی ضلع‌های یک زاویهٔ باز، مستطیل‌ها یا متوازی‌الاضلاع‌هایی موازی ترسیم شده است (به شکل‌های ۱۶، ۱۸ و ۲۳ مراجعه کنید).

چشم: معمولاً در دستبافت‌ها، چشم به دو صورت زیر بافته می‌شود (به شکل‌های ۱۴ تا ۲۳ مراجعه کنید).

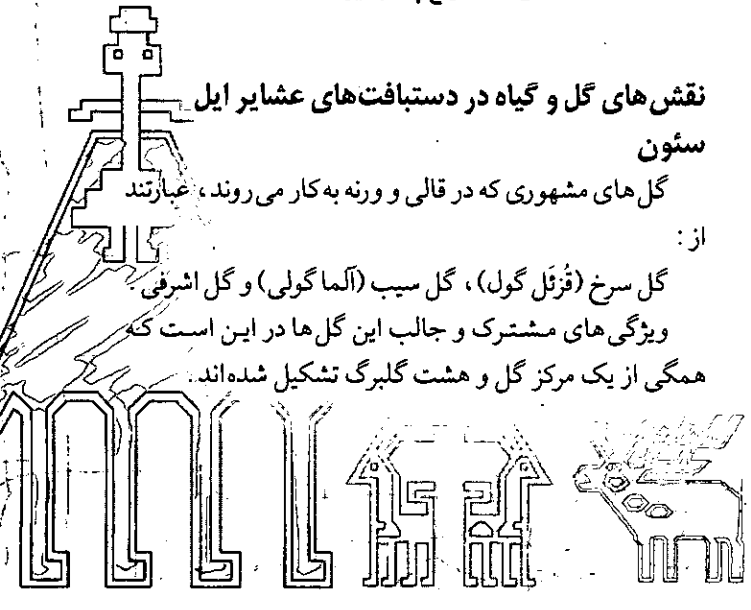
شکل ۱۱. انواع چشم حیوانات

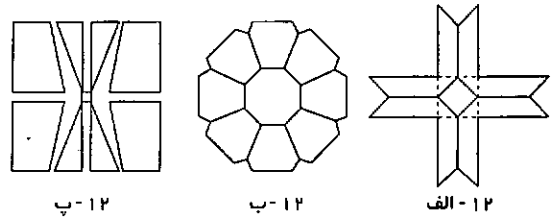
نقش‌های گل و گیاه در دستبافت‌های عشایر ایل سئون

گل‌های مشهوری که در قالی و ورنه به‌کار می‌روند، عبارتند از:

گل سرخ (قُرُنَل گول)، گل سیب (آلما گولی) و گل اشرفی.

ویژگی‌های مشترک و جالب این گل‌ها در این است که همگی از یک مرکز گل و هشت گلبرگ تشکیل شده‌اند.





شکل ۱۲. انواع گل‌ها

گل سرخ: گل سرخ (شکل ۱۲ـالف)، دارای هشت گلبرگ است که چهار گل‌برگ آن، از چهار ذوزنقهٔ قائمهٔ مساوی تشکیل شده که در بالا و پایین وسط گل دیده می‌شوند و چهار گل‌برگ دیگر که از چهار ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین تشکیل شده، در طرفین وسط گل دیده می‌شوند. وسط گل از یک لوزی تشکیل می‌شود.

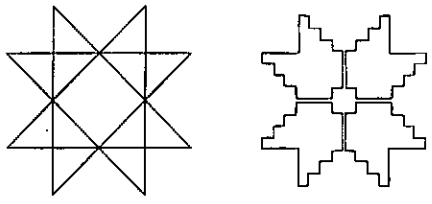
گل سیب: مرکز گل به شکل هشت ضلعی، و هشت گل‌برگ به شکل شش ضلعی می‌باشد (شکل ۱۲ـ ب).

گل اشرفی: مرکز آن به شکل یک مربع است و از هشت گل برگ تشکیل شده است که چهار گل‌برگ بالا و پایین، چهار مثلث قائم‌الزاویه هستند که اضلاع زاویهٔ قائمهٔ آن‌ها، کنار هم بوده و چهار گل‌برگ دیگر، چهار ذوزنقهٔ قائمه در دو پهلوی مرکز گل است و همهٔ نقوش با هم، یک مربع تولید می‌کنند (شکل ۱۲ـ پ).

اشکال هندسی در نقش‌های دستبافت‌های عشایر ایل سئون

از اشکال هندسی مانند متوازی‌الاضلاع و مربع، لوزی و سایر چند ضلعی‌ها، برای تزئین داخل بدن حیوانات استفاده می‌شود. به طور نمونه، از لوزی، مستطیل، شش ضلعی و هشت ضلعی، اکثراً برای کادربندی اشکال داخل قالی استفاده می‌شود. هم‌چنین، برای تزئین حاشیهٔ قالی، مستطیل‌های باریک، مربع، مثلث، لوزی، متوازی‌الاضلاع یا هر شکل هندسی بنا به ذوق بافنده، انتخاب می‌شود.

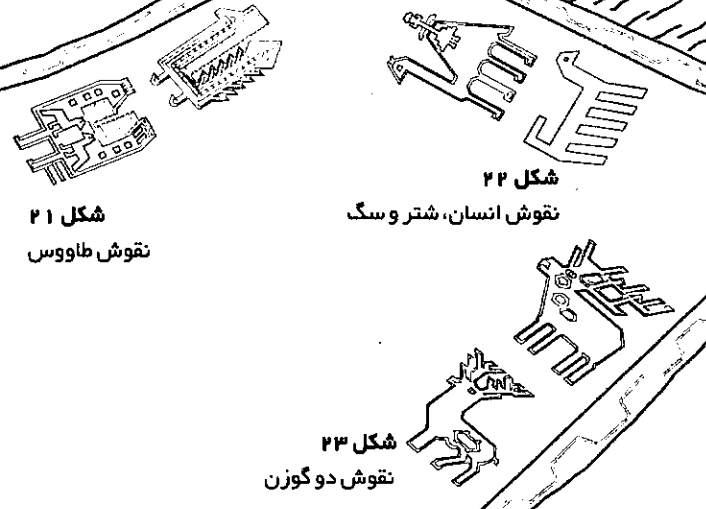
ستارهٔ هشت‌پر و ستارهٔ هشت‌پر پرشکسته از جمله متداول‌ترین شکل‌های هندسی هستند که برای بافتن قالی یا ورنه به کار می‌رود (شکل ۱۳).



شکل ۱۳. چند شکل هندسی در دستبافت‌ها

پایان سخن

هر فرزند ایل سئون، از بدو تولد، چشمان خود را در یک چادر نیم کره‌ای شکل به روی جهان باز می‌کند. او با کوه‌های مخروطی شکل سبلان و با گوسفندها و بزهایی که هر روز با یک نظر باید شمارش آن‌ها را داشته باشد، آشناست. لباسی که می‌پوشد، با نقوش هندسی زینت داده شده است. بر روی اسبی می‌نشیند که جُلش پر از نقش و نگارهای گل و گیاه و حیوانات است. داخل چادر، با قالی و ورنه‌هایی فرش شده که سرتاسر آن، گویای یک نظم و تقارن زیباست. پس نمی‌توان گفت که او، بی هیچ پیش زمینه‌ای دست به چنین کار بزرگی می‌زند.



شکل ۲۱
نقوش طاووس

شکل ۲۲
نقوش انسان، شتر و سگ

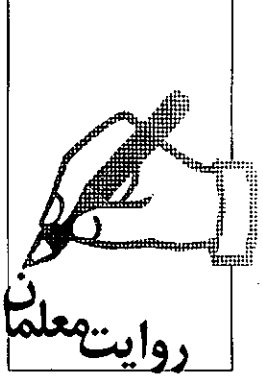
شکل ۲۳
نقوش دو گوزن

زیرنویس‌ها

1. Ill Souwan
2. Shah Souwan
3. Verneh

مراجع

[۱] جابرعناصری، اشکال هندسی در دستبافت‌های عشایر ایل سئون، آشنایی با ریاضیات، ۵۸ (۱۳۶۸) ۳۴۷-۳۴۳.
[۲] جابر عناصری، کاربرد نقوش در بافت مسند، آشنایی با ریاضیات، ۲۳ (۱۳۶۸) ۸۵-۸۲.
[۳] آن شپرد، مبانی فلسفهٔ هنر، (ترجمه: علی رامین)، ۱۳۷۵.



باز هم اتحادها!

ابوالفضل رفیع پور
دبیر ریاضی مدارس اسلام‌شهر

به‌دلیل اهمیّت نقش معلّم، برنامه‌های آموزش معلّمان از اهمیّت ویژه‌ای برخوردار است. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی درنظر دارد که این مهم را یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله باعنوان روایت‌های معلمان ر یاضی باز شده است تا ازطریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیک تری بامعلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق، فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلّم می‌جوشد، بپردازند. آن گاه نظریه‌ها به‌عمل درّ می‌آیند و مجدداً عمل به‌نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که دراختیار عموم قرار گیـــرد، ز یرا که زکات علم، نشر آن است. معلمان عزیز باید به‌اهمیّت تجربه‌های خود واقف شوند و باپویایی، به‌غنی تر کردن آن ها بپردازند.

در رشـد آمـوزش ریاضـی، شـمارهٔ ۷۴، در ستـون روایـت معلمان، مطلبی از آقای مجید هاشمی در ارتباط با کلاس درس ریاضی و در رابطه با تدریس اتحاد نـوشته شده بود. همان‌طور کـه در ایـن روایـت اشـاره شـده اسـت، یـادگیـری اتـحـاد بـرای دانش‌آموزان پایهٔ اول دبیرستان مشکل است. مصداق این ادعـا تجـارب تدریس معلمانی است که ریاضـی ایـن پـایـه را تدریس کرده‌اند.

مشکل بـودن اتحادها به گونه‌ای در اذهان بـرخی افراد نقش بسـتـه اسـت کـه حـتـی بـعـد از گـذشـت سـال‌هـا، از دوران دبیرستانشان، تنها چیـزی که از ریاضی پایهٔ اول به خاطـر دارند اتحادها است. به طوری که در برخورد با افراد تحصیل کرده‌ای که به هر دلیلی ریاضی را دوست ندارند، اولین چیزی که در مورد تدریس ریاضی به افراد ویژهٔ کار در این رشته می گویند این است که: «اتحادهای سـال اول دبیرستان برای ما خیلی مشکـل بـود، دانش‌آموزان امروزی این مبحث را چگونه یاد می گیرند؟»

حتی مدیـران دبیـرستان‌ها که بعـضـاً هم در رشته‌های عـلـوم انسانی تحصیل کـرده‌اند و اصولاً ریاضـی را تدریس نکرده‌اند، در گفـت‌وگو با معلـمـان ریـاضـی خـود، در رابطه بـا وضعـیـت پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان راجع به اتحادها می‌پرسند.

با توجه به این که این کتاب را چندین بار تدریس کرده بودم و این دغدغه قبلاً هـم در من وجود داشت که واقعاً چرا دانش‌آموزان در یادگیری این مبحث مشکل دارند، مرا بر آن داشت تا تجارب خودم را در این زمینه بنویسم.

تدریس اتحاد به وسیلهٔ ضرب (مصداق‌های اتحاد)

در روایت آقای هاشمی، به کار با گـروه‌های کوچک اشـاره شد که در این زمینه مطالعات و تحقیقات اصیل بسیاری انجام شده‌اند که استفاده از این روش را تأیید می‌کنند.

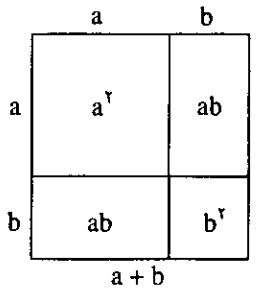
می‌تـوان بـه جـای شـروع کـردن از تـوان، ابتـدا از ضـرب چندجمله‌ای‌ها شـروع کرد، این کار دو فایـده دارد یکی این کـه دانش‌آموزان ضرب کردن چندجمله‌ای‌ها را تمرین می‌کنند و دوم این که با دیدن مصداق‌هـایی از اتـحـاد بـه سـراغ مفهـوم اتحـاد

می‌رویم.

در این روش ابتدا مصداق‌های زیادی از اتحاد مربع دوجمله‌ای (اتحاد اول) را به عنوان مثال می‌آوریم و سپس خود اتحاد را بیان می‌کنیم و در ادامه اشاره می‌کنیم که اتحاد معادله‌ای است که به ازای جمیع مقادیر درست است و در پایان، این بار با استفاده از اتحاد آموخته شده، حاصل ضرب‌هایی که در ابتدا معرفی شدند را به دست می‌آوریم.

استفاده از مدل

استفاده از مدل برای یادگیری اتحاد چیز خوبی است ولی باید در زمان مناسب از آن استفاده شود. به طور مثال اگر مفهوم اتحاد به خوبی درک نشود بعید است که مدل تصویری برای درک شهودی کمکی به فهم اتحاد بکند. شاهد این مدعا تجاربی است که در استفاده از این مدل‌های تصویری در تدریس درس ریاضی پایهٔ اول استفاده شده است که استفاده از این روش عملاً خیلی کارآمد نبوده است. این به این معنا نیست که استفاده از مدل‌های بصری در یادگیری بهتر اتحادها مؤثر نیستند بلکه به این معنا است زمان استفاده از مدل‌های تصویری برای درک شهودی اتحادها در میزان کارآیی و اثربخشی این مدل‌ها تأثیر به سزایی دارد.



مساحت مربع از مجموع مساحت‌های شکل‌های مجزای درون آن تشکیل شده است.

«از نظر فنی همهٔ آن‌چه که با چشمان خود می‌بینید، همان شیء فیزیکی است؛ تنها ذهن شماست که می‌تواند رابطهٔ ریاضی را به آن شیء تحمیل کند (تامپسون، ۱۹۹۴). برای کسی که هنوز رابطه‌ای را (در ذهن خود) ندارد، این مدل نمی‌تواند آن مفهوم را برای آن شخص، به نمایش بگذارد.

برای «دیدن» مفهومی که یک مدل معرف آن است، باید پیش از آن، در ذهن خود، آن مفهوم ـ آن رابطه ـ را داشته باشید. اگر چنین نباشد، در این صورت شما هیچ رابطه‌ای ندارید که آن را به مدل نسبت دهید. این دقیقاً یکی از دلایلی که چرا اغلب، مدل‌ها برای معلم‌ها با معنی‌تر هستند تا برای دانش‌آموزان. پیش از آن، معلم آن مفهوم را دارد و می‌تواند آن را در مدل، ببیند. دانش‌آموزی که مفهوم را ندارد، فقط شیء فیزیکی را می‌بیند.»*

یک تجربهٔ آموزشی

یکی از دوستان همکار که در تدریس بسیار موفق بود و در رشتهٔ دیگری تدریس می‌کرد، در یکی از جلسات شورای دبیران در رابطه با آموزش اتحادها توصیه کرد که پس از نوشتن اتحادها در پای تابلو از شاگردان بخواهیم که از روی این اتحادها مشق بنویسند و با تکرار تمرین این مبحث را یاد بگیرند.

هشدار: این کار ممکن است خطرات جبران‌ناپذیری داشته باشد. شاید در برخی موارد دانش‌آموز دچار یک بدفهمی در زمینهٔ اتحادها شده باشد و با این کار ممکن است دانش‌آموز این بدفهمی را برای خود فهم بداند. به عنوان نمونه یکی از این بدفهمی‌ها این است که برخی دانش‌آموزان (حتی در پایه‌های بالاتر دبیرستان) اتحادها را فقط همان تعداد محدودی می‌دانند که در کتاب ریاضی پایهٔ اول دبیرستان مطرح شده است در حالی که هر تساوی که به ازای جمیع مقادیر درست باشد یک اتحاد است. به طور مثال این که روابط مثلثاتی مانند - نیز اتحاد هستند، از سوی این دسته از دانش‌آموزان مبهم است. بنابراین به نظر می‌رسد تدریس پایه‌ای و مفهومی اتحادها راه خوبی برای یادگیری بهینهٔ دانش‌آموزان باشد.

لازم به ذکر است که استفاده از کار گروهی و همچنین کار بر روی شکل‌گیری مفاهیم هر دو در شروع کمی وقت‌گیر هستند ولی در ادامه، چون مفهوم اتحاد برای دانش‌آموزان خوب جا افتاده، کمبود وقت جبران می‌شود. در این زمینه تجربهٔ تدریس خودم است، که با روشی که در بالا توضیح داده شد شروع کردم یعنی اول با مثال‌های فراوانی که مصداق‌های اتحاد بودند پیش رفتیم و سپس اتحادها از دل آن‌ها بیرون کشیده شدند. برای این کار وقت زیادی صرف شد به گونه‌ای که زحمت تدریس نیز بسیار بیش‌تر شده بود ولی نتیجهٔ کار در پایان رضایت‌بخش بود.

نکته: موفقیت در پیشرفت تحصیلی در حالت کلی و به طور خاص موفقیت در تدریس برای دانش‌آموزان پایهٔ اول دبیرستان یک مفهوم نسبی است و نمی‌توان بازده صد در صد را توقع داشت ولی می‌توان انتظار داشت که عملکرد دانش‌آموزان به طور نسبی در این مبحث بهتر شود.

مرجع

* توسعهٔ فهم و درک ریاضی، نویسنده: جان ا. ون. دوویل، مترجم: سپیده چمن‌آرا، رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۷۴، صص ۴ - ۱۴، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

مسألهٔ «هر اسبی جای خودش»

مژگان صدقی
سرگروه ریاضی شهرستان جاجرم

خوانندگان عزیز،

ذکر این مثال از این جهت حائز اهمیت است که تأکید کنیم برای حل مساله: توجه به مراحل پیشنهادی پولیا، و رعایت ترتیب در این مراحل، ضروری است. چنانچه در فهم صورت مساله، ابهام وجود داشته باشد، راه‌حل (طرح و نقشه) مبتنی بر آن فهم مبهم، به نتیجهٔ مورد نظر نخواهد رسید. در مثالی که در ادامه می‌آید، داده‌ها (فرض مساله) مشخص است، ولی خواسته (مجهول) و شرط آن، شفاف نیست، بلکه می‌توان تفسیرهای متفاوتی از آن داشت، مثل قسمت‌های مساوی، سهم مساوی، تعداد خانه‌های مساوی، یا شکل‌های مساوی، شکل‌های منظم هندسی مساوی و...

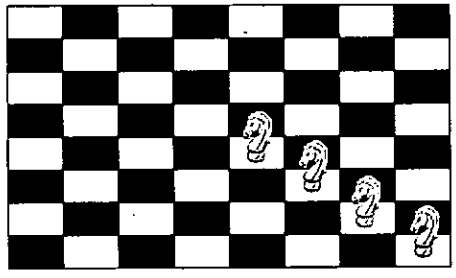
رشد آموزش ریاضی

مسألهٔ زیر را که از کتاب اندیشهٔ ریاضی ـ تألیف ب. آ. کوردمسکی، ترجمهٔ پرویز شهریاری ـ انتخاب کرده بودم، در یکی از کلاس‌ها مطرح کردم و به دانش‌آموزان تا آخر سال تحصیلی فرصت دادم تا جواب آن را پیدا کنند. ولی دانش‌آموزان آن‌قدر برای پیدا کردن جواب آن اشتیاق داشتند که مرا مجبور کردند تا جواب آن را بعد از دو هفته از طرح مسأله برایشان بازگو کنم، زیرا اکثراً اعتقاد داشتند که مسأله جواب ندارد! اینک مسأله و راه‌حل آن:

در شکل یک صفحه شطرنج با ۴ اسب می‌بینید. می‌خواهیم صفحه را به چهار قسمت مساوی و هم‌شکل تقسیم کنیم، به نحوی که در هر کدام از آن‌ها، یکی از اسب‌ها قرار گرفته باشد. آیا این امر ممکن و امکان‌پذیر است؟

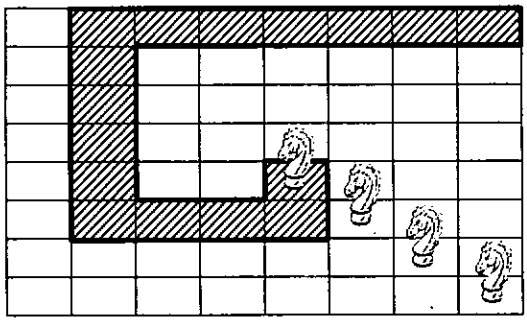
$۸\times۸=۶۴$

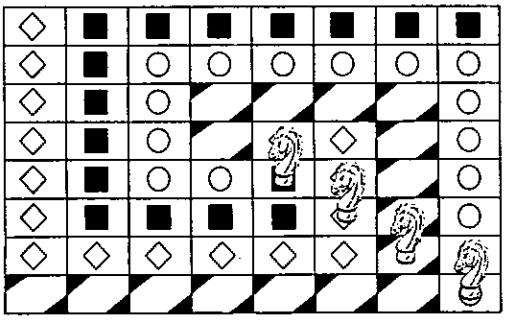
$۶۴\div۴=۱۶$

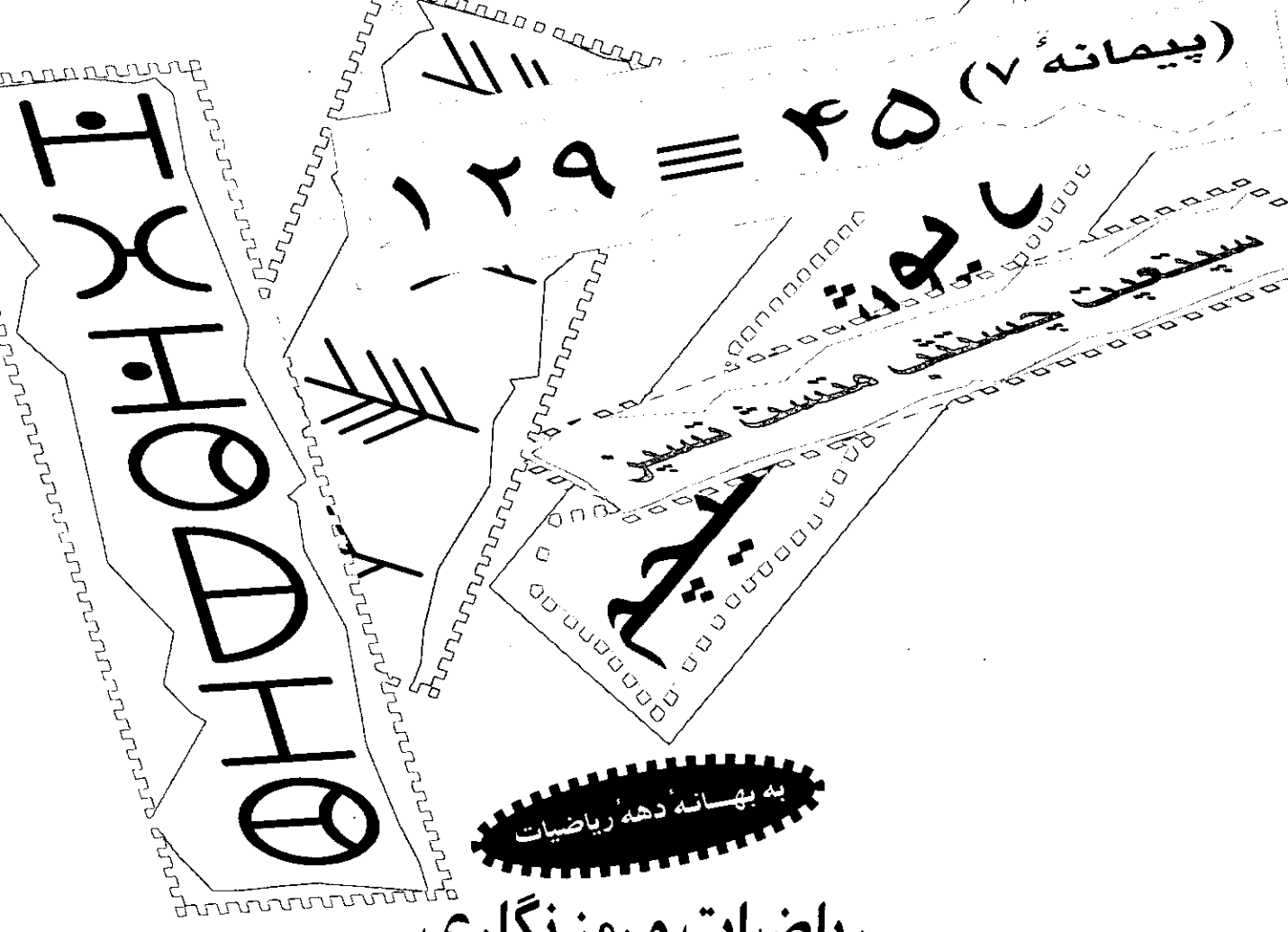


در شکل مقابل، خط‌های کلفت‌تر، روش تقسیم را با توجه به شرط‌های مسئله نشان می‌دهد. هر کدام از این قسمت‌ها، حرف C را به خاطر می‌آورد. برای روشن شدن مطلب، یکی از قسمت‌ها هاشور خورده است. اولین نکته‌ای که باید به ذهن دانش‌آموز برسد این است که صفحه به چهار قسمت تقسیم می‌شود، پس هر شکل باید از ۶۴ تقسیم بر ۴ یعنی ۱۶ خانه تشکیل شده باشد. اما این که این شکل می‌تواند به صورت حلقه‌ای باشد، کمتر به ذهن خطور می‌کند. دانش‌آموزان کلاس من هم در مورد مسألهٔ مورد بحث این طور عنوان می‌کردند که «... هر طوری و هر شکلی را در نظر بگیریم، امکان ندارد اسب‌ها در خانه‌های هم‌شکل قرار بگیرند؟!»

اشکال دانش‌آموزان در این بود که فقط به اشکال هندسی منظم، مانند مثلث، مربع، مستطیل، ذوزنقه، لوزی و... می‌اندیشیدند.







ریاضیات و رمز نگاری

نویسنده: عبدالحسین مصحفی*

تبدیل یک واژه یا یک پیام را به یک نشانه یا به مجموعه‌ای از نشانه‌ها، به گونه‌ای که مگر کسانی معین، دیگران به مفهوم آن پی نبرند، *به رمز درآوردن*، *رمزنویسی* و یا *رمزنگاری* می‌نامند. عمل عکس، یعنی عمل پی‌بردن به مفهوم پیام رمزی را، *از رمزدرآوردن*، *رمزخوانی*، و یا *رمزگشایی* می‌گویند.

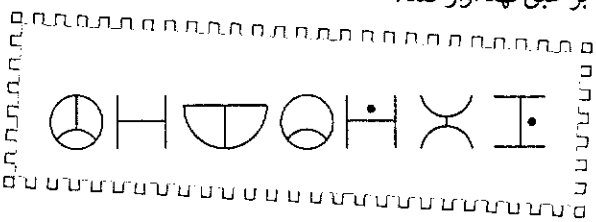
گونه‌ای ساده و همگانی از به‌کار بردن رمز، ایما و اشاره‌هایی است که دو نفر در یک جمع با هم ردّ و بدل می‌کنند. دو دانش‌آموز که در یک آزمون دیکته، بنا بر قرارداد قبلی، با مالاندن چشم، با خاراندن گونه، ... و با اشاره‌هایی از این گونه به یکدیگر می‌فهمانند که باید ز، ض یا ظ را به‌کار برد گونه‌ای پیام‌های رمزی را به کار می‌برند. کسی که در یک نوشتار یا در یک گفتار، جمله‌ای را بیان می‌کند و یا شعری را می‌خواند و کسانی از آن به دستوری معین پی می‌برند، یک پیام رمز را به کار برده است. حرف‌های مقطّع که در آغاز بعضی از سوره‌های قرآن بیان شده‌اند، رمزهایی هستند که مفسّران قرآن در پی گشایش آن‌ها بوده‌اند. در انجمن‌های سرّی فیشاغورسی‌ها، و در بیش‌تر انجمن‌های سرّی، هر عضو یک نام رمزی داشته که با آن شناسایی می‌شده است. امروزه هم در به‌کار بردن پست الکترونیکی، هرکس یک رمز شناسایی باید داشته باشد که تنها با ارایهٔ آن می‌تواند نامه‌هایش را بفرستد یا نامه‌های رسیده را ببیند و بخواند. در گذشته، کسانی که با شبه‌علم‌های پنج گانهٔ *کیمیا*، *لیمیا*، *هیمیا*، *سیمیا* و *ریمیا* سروکار داشته‌اند، داده‌ها و دستورهای کار را با نشانه‌هایی رمزی می‌نوشته‌اند. بیش از همه درجنگ‌ها و از گذشته‌های بسیار دور تا به امروز، پیام‌های رمزی و گشایش آن‌ها، کاربرد مهم داشته‌اند و دارند.

رمزنگاری ساده است و هرکس به سادگی می‌تواند با شیوه‌ای ابتکاری آن را انجام دهد. در برابر، رمزگشایی به ویژه اگر رمزنگاری با مهارت انجام گرفته باشد، کاری دشوار است. امروزه به کمک ریاضیات است که می‌توانند به شیوهٔ مطمئن رمزنگاری کنند و در رمزگشایی توانایی لازم را به دست آورند. در

این نوشتار، نمونه هایی از رمزنگاری‌ها نموده می‌شوند و به ویژگی های آن‌ها اشاره می‌شود.

نمونهٔ ۱. از کتاب اسرار قاسمی، بخش ریمیا

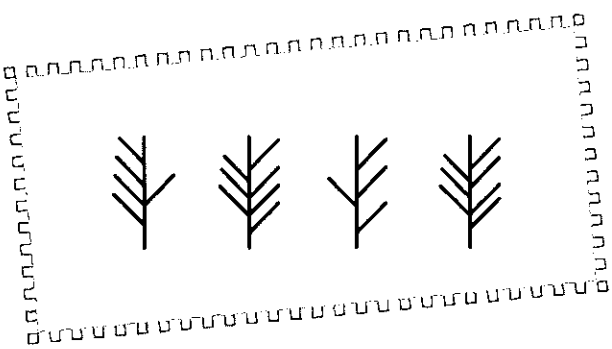
لعب‌الطیر این چنان است که مرغ بریان در طبق آواز کند و عملش چنان است که قدری در گلوی وی نهد و در تنور آویزد و بر طبق نهد آواز کند.



در این شیوهٔ رمزنویسی، الفبای فارسی به الفبایی با نشانه‌های من در آوردی تبدیل شده است. با یک کلمهٔ به این زبان، نمی‌توان به رمز پی برد. مگر آنکه کلمه‌ها و جمله‌های دیگری از آن را با هم بررسی کرد.

نمونهٔ ۲. از کتاب خزائن العلوم

بدان که کتب مشهوره که قدما در علوم خمسهٔ محتجبه نوشته‌اند بسیار است، ...، و قلم‌های رمزی که در این تألیفات به کار رفته نیز بسیار است و از جملهٔ آنها *الفبای درختی* است و مثلاً محمد را چنین نویسند:



در نمونهٔ ۱ و در نمونه‌هایی از همان گونه، نشانه‌های رمزی بدون قاعده گزیده می‌شوند. اما در نمونهٔ۲، نشانه‌ها بر پایهٔ قاعده‌ای معین به دست می‌آیند. ۲۸ حرف الفبای زبان عربی به ۸ جملهٔ «**ابجد، هوز، حطی، کلمن، سعفص، قرشت، ثخذ، ضظغ**» دسته‌بندی می‌شوند. این کلمه‌ها به ترتیب از ۱ تا ۸ شماره‌گذاری می‌شوند و حرف‌های هریک از جمله‌ها نیز یک شمارهٔ ترتیب دارند. به این ترتیب، به هر حرف دو شماره نظیر می‌شود؛ شمارهٔ جملهٔ شامل آن حرف و شمارهٔ آن حرف در این جمله. خطی قائم و کوتاه به عنوان ساقهٔ درخت رسم می‌شود و در سمت راست آن، شاخه‌هایی به شمارهٔ جمله و در سمت چپ آن شاخه‌هایی به شمارهٔ حرف به ساقه افزوده می‌شوند. حرف م در مرتبهٔ ۳ از جملهٔ کلمن (=جملهٔ چهارم) جای دارد. پس با چهار شاخه در سمت راست و سه شاخه در سمت چپ نموده می‌شود. به عبارت دیگر، حرف م با عدد دورقمی ۴۳، و نام محمد هم به صورت «۴۳، ۳۱، ۴۳، ۱۴» به رمز در می‌آید.

نمونهٔ ۳. رمزنگار سزاری

ژول سزار امپراطور روم قدیم را نخستین فرمانروایی می‌شناسند که پیام‌های خود را به رمز در می‌آورد. شیوهٔ رمزنگاری او به این ترتیب بود که به جای هر حرف از الفبا، حرف مرتبهٔ سوم پس از آن را به کار می‌برد و در شمارش حرف‌ها، پس از آخرین حرف به حرف یکم و به حرف‌های پس از آن برمی‌گشت. با این شیوه، جملهٔ «ریاضیات را به کار ببرید» به جملهٔ رمزی زیر تبدیل می‌شود:

سپتعپت چستثب متست ثسپز

شیوهٔ رمزنگاری سزاری در طول تاریخ با تحول‌هایی به کار رفته و امروزه هم با تحول‌هایی جدید به کار می‌رود.

نمونهٔ۴. رمزنگاری با حساب هم‌نهشتی

در حساب هم‌نهشتی، عددی به عنوان *پیمانه* گزیده می‌شود و هر دو عدد را که در تقسیم بر عدد پیمانه، باقی‌مانده‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت به آن پیمانه می‌نامند. اگر ۷ را پیمانه بگیریم دو عدد ۴۵ و ۱۲۹ هم‌نهشت می‌شوند و می‌نویسیم:

$$۱۲۹ \equiv ۴۵ \pmod{۷}$$ (پیمانهٔ ۷)

در رمزنگاری با حساب هم نهشتی، تعداد حرف‌های الفبا را پیمانه می‌گیرند؛ این پیمانه، برای الفبای فارسی ۳۲، برای حرف‌های الفبای عربی ۲۸ و برای الفبای انگلیسی ۲۶ می‌شود. حرف‌های الفبا نیز به ترتیب شماره‌گذاری می‌شوند. در زبان

فارسی برای الف شمارهٔ ۱، برای ب شمارهٔ ۲، ...، و سرانجام برای ی شماره ۳۲ را خواهیم داشت. اکنون اگر مضرب دلخواهی از ۳۲ را به شمارهٔ یک حرف بیفزاییم عددی که به دست می‌آید با شمارهٔ آن حرف هم‌نهشت است. برای نمونه، شمارهٔ حرف س برابر با ۱۵ است. عدد دلخواهی مثلاً ۱۷ را در ۳۲ ضرب می‌کنیم که می‌شود ۵۴۴ و این را با ۱۵ جمع می‌کنیم می‌شود ۵۵۹. اگر این عدد بر ۳۲ تقسیم شود، باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۵ می‌شود. بنابراین دو عدد ۵۵۹ و ۱۵ به پیمانهٔ ۳۲ هم‌نهشت‌اند.

برای به رمز درآوردن یک جمله یا یک عبارت، هر حرف آن را به شماره‌اش تبدیل می‌کنند و به جای این شماره، عددی دلخواه اما هم‌نهشت با آن را رمز آن حرف انتخاب می‌کنند. هر عدد را هم که در آن جمله یا عبارت باشد به همان پیمانهٔ ۳۲ به رمز در می‌آورند. جمله یا عبارت به دنباله‌ای از عددها تبدیل می‌شود.

مثال. نمایندهٔ یک بازرگان می‌خواهد پیام «طلا رو به بالاست» را برای بازرگانی به رمز فاکس کند. او حرف‌های این جمله را به ترتیب زیر به رمز در می‌آورد:

$$ط = ۱۹ \to ۱۹ + ۳۲ \times ۲۹ = ۹۴۷$$
$$ل = ۲۷ \to ۲۷ + ۳۲ \times ۸۳ = ۲۶۸۳$$
$$ا = ۱ \to ۱ + ۳۲ \times ۵۶ = ۱۷۹۳$$
$$\vdots$$
$$س = ۱۵ \to ۱۵ + ۳۲ \times ۱۷ = ۵۵۹$$
$$ت = ۴ \to ۴ + ۳۲ \times ۴۵ = ۱۴۴۴$$

و پیام رمزی زیر را روی فاکس بازرگانی مخابره می‌کند:

۹۴۷ – ۲۶۸۳ – ۱۷۹۳ – ۷۴۸ – ۶۰۶ – ۷۰۶ – ۲۱۴۳ –
۲۲۴۲ – ۴۱۷ – ۴۷۵ – ۲۰۱۷ – ۵۵۹ – ۱۴۴۴.

بازرگان پس از دیدن این پیام، هر کدام از عددها را بر ۳۲ تقسیم می‌کند و مطابق با باقی‌ماندهٔ تقسیم، حرف نظیر آن از الفبا را به دست می‌آورد و از این راه به اصل پیام پی می‌برد.

نمونهٔ ۵. دسته‌بندی حرف‌های الفبا

همانند شیوهٔ الفبای درختی، حرف‌های الفبای زبان به چندین دسته تقسیم می‌شوند به گونه‌ای که تعداد دسته‌ها و تعداد حرف‌های هر دسته، عددهایی یک رقمی باشند. دسته‌ها شماره‌گذاری و حرف‌های هر دسته نیز شماره‌گذاری می‌شوند. با این فرآیند، به هرحرف دو شمارهٔ یک رقمی تعلق می‌گیرد و هر حرف با عددی دو رقمی نموده می‌شود. برای مثال، حرف‌های الفبای فارسی را به گونهٔ زیر به ۶ دسته تقسیم می‌کنیم:

۱) ا ب پ ت ث
۲) ج چ ح خ
۳) د ذ ر ز ژ
۴) س ش ص ض ط ظ
۵) ع غ ف ق ک گ
۶) ل م ن و ه ی

و خواهیم داشت:

ا=۱۱، ب=۱۲، پ=۱۳، ...، ز=۳۴، ...، غ=۵۲، ...، ی=۶۶ وجملهٔ «کامیاب باشید» به شکل زیر در می‌آید:

۵۵, ۱۱, ۶۲, ۶۶, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۱, ۴۲, ۶۶, ۳۱

در ارتباط با رایانه، رمزهایی به کار می‌روند که به همین شیوهٔ دسته‌بندی، از حرف‌های الفبا، رقم‌های عدد نویسی و تعدادی از نشانه‌ها فراهم آمده‌اند و در جای خود به چگونگی نمایش آن‌ها اشاره خواهد شد.

کلید رمز

مسألهٔ مهم در به رمز درآوردن یک پیام، به ویژه که امروزه پیام‌ها با امواج رادیویی و با ابزارهای الکترونیکی پخش می‌شوند، به کار بردن شگردهایی است که غیر خودی‌ها با دست یافتن به پیام نتوانند آن را از رمز درآورند و به مفهوم آن پی ببرند. برای این کار، برای هر پیام رمزی، رمز ویژه‌ای را نیز به کار می‌برند که گیرندهٔ پیام تنها با آگاهی با آن می‌تواند به شگرد به کار رفته درعمل رمزنگاری پی ببرد. این رمز ویژه را *کلید رمز* می‌نامند.

از جمله شگردهایی که در به کارگیری ابجد، هوز، ... به کار می‌برده‌اند عوض کردن و تغییر دادن ترتیب حرف‌ها بوده است و هر ترتیب جدید را با نامی می‌نموده‌اند که کلید رمز به شمار می‌آمده است. از جملهٔ این ترتیب‌ها، *ابجد کبیر*، *ابجد صغیر*،

ابجد شرقی، *ابجد مغربی*، *ابجد وسیط*، *ابجد جامع*، *ابجد معکوس*، *ابجد جَفْری*، ... بوده است. برای نمونه، در رمزگذاری با ترتیب ابجد معکوس، جملهٔ «کلیدرمز» به جملهٔ «صفقذ طعت» تبدیل می‌شود.

شگردی که در رمزگذاری به شیوهٔ سزاری عموماً به کار می‌رود این است که تبدیل حرف‌ها به حرف‌های دیگر، نه با فاصله‌های برابر بلکه با فاصله‌های مختلف انجام می‌گیرد. برای نمونه، حرف یکم پیام به حرف یکم پس از آن، حرف دوم پیام به حرف سوم پس از آن، حرف سوم به حرف هشتم پس از آن، حرف چهارم به حرف دوم پس از آن، و برای حرف‌های بعدی این فرآیند تکرار می‌شود و عدد ۱۳۸۲ کلید رمز می‌شود. برای نمونه، جملهٔ «آماده باش اعلام کنید» با این کلید رمز به جملهٔ «بهخریث خصبقت پنم ثبذ» تبدیل می‌شود.

در این شیوهٔ رمزگذاری، کلید رمز هرچه طولانی‌تر باشد عمل رمزنگاری از اطمینان بیش‌تر برخوردار است و رمزگشایی آن برای حریفان دشوارتر خواهد بود.

امروزه شیوه‌های تبدیل حرف به عدد، معمول‌ترین شیوهٔ رمزنگاری است و افزون بر حرف‌های الفبا، عددها و علامت‌ها را نیز در برمی‌گیرد. شگردی که در این شیوه‌ها به کار می‌رود، تبدیل عددهای اصلی نظیر به پیام به عددهای دیگر است و این کار به کمک ریاضیات انجام می‌گیرد. یک فرمول ریاضی را کلید رمز می‌گیرند و عدد را با این فرمول به عددی جدید تبدیل می‌کنند و پس از آن هم یک رقم کنترل سمت راست عدد می‌نویسند. برای نمونه، اگر فرمول

$$y = ۲a + ۵b + ۷c$$

کلید رمز و با یک شیوهٔ دسته‌بندی، حرف ع به عدد سه‌رقمی ۱۰۹ تبدیل شده باشد، رقم ۱ را به جای a، رقم ۰ را به جای b و رقم ۹ را به‌جای c می‌گذارند که عدد ۶۵ به دست می‌آید. مجموع رقم‌های این عدد ۱۱ و عددی فرد است. پس یک رقم دلخواه فرد مثلاً ۷ را هم سمت راست ۶۵ می‌نویسند و رمز حرف ع می‌شود ۶۵۷. حرف‌ها و علامت‌های دیگر پیام هم به همین ترتیب به عدد تبدیل می‌شوند.

یک روش ریاضی دیگر به کار بردن *ماتریس‌ها* است. ماتریس‌ها جدول‌هایی عددی هستند که در ریاضیات تعریف می‌شوند و در همهٔ زمینه‌ها کاربرد دارند. یک ماتریس دلخواه مثلاً ماتریس سه در سهٔ

$$\begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۲ \\ ۱ & ۲ & ۴ \\ ۱ & ۲ & ۳ \end{bmatrix}$$

به عنوان کلید رمز پذیرفته می‌شود. برای آن‌که پیام «قرارداد را بپذیرید» به رمز درآید، شماره‌های حرف‌ها در ترتیب الفبا سه به سه دسته‌بندی می‌شوند:

[۲ ۳ ۱۱] , [۱ ۱۲ ۱۰] , [۱ ۱۰ ۱۲] , [۱ ۱۲ ۱۰] , [۱ ۱۲ ۲۴] , [۳۲ ۱۲ ۳۲] , [۱۰ ۳۲ ۱۰]

و این ماتریس‌ها به ترتیب در ماتریس کلید رمز ضرب می‌شوند. بنابر قاعدهٔ ضرب ماتریس‌ها، حاصل ضرب‌ها به ترتیب برابرند با:

[۳۳,۵۲,۴۱] , [۴۸,۳۸,۳۷] , [۴۴,۳۶,۳۵] , [۶۲,۵۲,۵۱] , [۱۲۸,۱۱۶,۱۰۶] , [۱۳۲,۱۸۴,۱۵۲].

و پیام رمز می‌شود:

۶۲,۵۲,۵۱,۴۴,۳۶,۳۵,۴۸,۳۸,۳۷,۳۳,۵۲
۴۱,۱۳۲,۱۸۴,۱۵۲,۱۲۸,۱۱۶,۱۰۶.

رساندن کلید رمز به گیرندهٔ اصلی پیام

کسی که باید پیام رمز را دریافت و به آن عمل کند لازم است که کلید رمز آن را هم بداند. مسئولان رمزنویسی و رمزخوانی در سازمان‌ها، معمولاً جدول‌هایی را در دسترس دارند و کافی است بدانند جدول با کدام شماره را به کار ببرند. رساندن همین شماره، کلید رمز به شمار می‌آید. در موردهایی، کلید رمز را به گونه‌ای در پیام رمزی جای می‌دهند و یا با آن همراه می‌کنند. اما این عمل هم خالی از خطر نیست. حریفان که در پی دست‌یابی به پیام‌های رمزی و خواندن آن‌ها هستند از متخصصانی یاری می‌گیرند که هم هوشمند و هم در زمینهٔ کار خود کارکشته‌اند و مهم‌تر این‌که یا ریاضی‌دان‌اند و یا از ریاضی‌دانان کمک می‌گیرند. پیش‌تر، ریاضی‌دانان برای رمزگشایی پیام‌هایی که بر پایهٔ جابه‌جایی‌های گوناگون حرف‌ها به رمز درآمده بودند با

به کارگیری ویژگی ها و قانون های آمار و احتمال، روش هایی ارایه داده بودند که بدون در دست داشتن کلید رمز هم می شد پیام را رمزگشایی کرد. برای رمزنگاری هم ریاضی دانان روش هایی را به دست داده بودند که بدون آگاهی بر کلید رمز نمی شد رمزگشایی کرد. اما مسأله‌ای که مطرح بود این بود که اگر حریفان، هم به پیام رمزی و هم به کلید رمز دست یابند چه شگردی باید به کار برده شده باشد تا آنان توانایی رمزگشایی را نداشته باشند؟ در سال ۱۹۷۷، دو تن از ریاضی دانان *انستیتو تکنولوژی ماساچوست* راه حلی را برای این مسأله به دست دادند. آنان برای رمزنگاری، فرآیندی عددی و بر پایهٔ تجزیهٔ عددهای بزرگ را به دست دادند که رمزگشایی آن عملاً بسیار دشوار و وقت گیر است. این شیوهٔ رمزنگاری به نام RSA (= حرف های اول نام های دو ریاضی دان) شناخته می شود و امروزه در بیش تر کشورها به کار می رود.

یک عدد طبیعی را اول می نامند هرگاه مگر بر یک و بر خودش، بر عدد دیگر بخش پذیر نباشد. دو عدد اول را هرچند هم بزرگ باشند با کمک رایانه ها به سادگی می توان درهم ضرب کرد. اما تجزیهٔ یک عدد بزرگ، یعنی معلوم کردن این که حاصل ضرب کدام عددهای اول است، کار دشوار و در موردهایی برای ریاضی دانان، یک زورآزمایی و مبارز طلبی بوده است و می باشد.

در شیوهٔ رمزنگاری RSA، رمزنگار، دو عدد اول بزرگ را برمی گزیند و حاصل ضرب آن ها را کلید رمز می گیرد، با به کار بردن دو هم نهشتی که پیمانهٔ یکی از آن ها در ارتباط با دو عدد اول انتخابی به دست می آید و پیمانهٔ دیگری همان کلید رمز است، شماره های حرف های متن پیام را به عددهایی جدید تبدیل می کند و با آن ها پیام را به رمز درمی آورد. متن این پیام رمزی همراه با کلید رمز را برای گیرندهٔ پیام می فرستد. حال اگر حریف به این پیام رمزی و به کلید رمز دست یابد تنها آن گاه می تواند رمز گشایی کند که عدد کلید رمز را به ضرب عامل های اول تجزیه کند و این کار به سادگی عملی نیست. یک بار که بنا بود ریاضی دان ها عددی صدرقمی را تجزیه کنند، با روش برنامه نویسی موازی و تقسیم کار بین ۴۰۰ کامپیوتر غول آسا در آمریکا و اروپا و استرالیا و ۸۰۰۰ ساعت محاسبه های این کامپیوترها، ۲۶ روز طول کشید تا توانستند دریابند که آن عدد حاصل ضرب دو عدد اول ۶۰رقمی و ۴۱ رقمی است.

امروزه نه تنها در زمینه های علمی بلکه در امور اقتصادی، اداری، امنیتی، اطلاعاتی و ضد اطلاعاتی و در کشورداری و در جنگ ها و ستیزها، گره هایی پیش می آید که گشایش آن ها موکول به همکاری ریاضی دانان و به کارگیری ریاضیات است.

در پایان نوشتار، یکی از پیام های رمزی جنگ هشت سالهٔ تحمیلی ارایه می شود:

اغع یوشغ نتیچم

که به رمز درآمدهٔ

پیش به سوی کربلا

بوده است. خوانندهٔ نوشتار می تواند معلوم کند که این رمزنگاری به چه روشی انجام گرفته است.

زیرنویس

* آقای عبدالحسین مصحفی، مؤسس و سردبیر مجلهٔ یکان بودند که از سال ۱۳۴۲ تا سال ۱۳۵۵، منتشر شد. یکان، خدمت بزرگی به ریاضی مدرسه‌ای در ایران کرد و نامی آشنا، برای تمام ریاضی دوستان ایران است.

منابع

۱ـ اسرار قاسمی، ملاحسین کاشفی.
۲ـ خزائن العلوم، ملا احمد نراقی.
۳ـ درباره رمزنویسی، اطلاعات هفتگی، دی ۱۳۶۱.
۴ـ رمزنویسی، عبدالحسین مصحفی، دانشمند ۳۰۵.
۵ـ علم حساب و اسرار دولت ها، ترجمهٔ عبدالحسین مصحفی، دانشمند ۳۰۶.
۶ـ الفبای دو نشانه ای، عبدالحسین مصحفی، دانشمند ۳۴۷.
۷ـ آشنایی با رمزگشایی، دکتر محمودیان و درودیان.

تأملی بر نقطهٔ عطف

همراه با نقدی بر آن
از دکتر بیژن ظهوری زنگنه

مقالهٔ ارایه شده در ششمین کنفرانس آموزش ریاضی، ۲۹ بهمن تا ۱ اسفند ۱۳۸۱

نویسنده: کرامت‌الله شرفی
کارشناسی ارشد ریاضی و دبیر دبیرستان‌های مرودشت

چکیده

در این نوشته، نگرشی دقیق‌تر راجع به نقطهٔ عطف پیدا می‌کنیم. در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال تألیف «لوئیس لیتهلد»، تعریف نقطه عطف به صورت زیر است:

نقطهٔ $(c,F(c))$ یک نقطهٔ عطف از نمودار تابع است، اگر خط مماس بر نمودار این تابع در این نقطه و بازهٔ باز I شامل c موجود باشد، به طوری که اگر $x \in I$، آن‌گاه یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

۱) اگر $x < c$ آن‌گاه $F''(x) < 0$ و اگر $x > c$ آن‌گاه $F''(x) > 0$، یا

۲) اگر $x < c$ آن‌گاه $F''(x) > 0$ و اگر $x > c$ آن‌گاه $F''(x) < 0$.

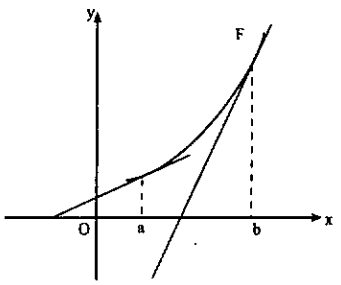
درحالی که در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال تألیف «ریچارد آ. سیلورمن»، و هم‌چنین در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال دورهٔ پیش‌دانشگاهی، تعریف نقطهٔ عطف به صورت زیر است:

اگر جهت تقعر نمودار F در c تغییر کند و نمودار تابع F در نقطهٔ $(c,F(c))$ دارای مماس باشد، آن‌گاه نقطهٔ $(c,F(c))$، نقطهٔ عطف نمودار F نامیده می‌شود.

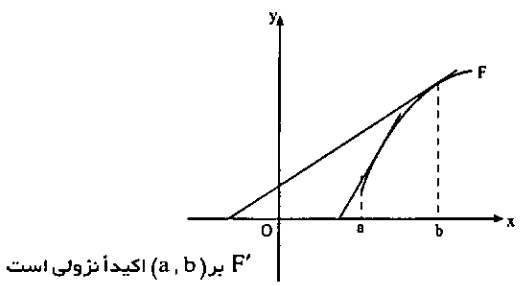
سؤالی که در این‌جا مطرح است این است که آیا تابعی مانند F موجود است به طوری که نقطهٔ $(c,F(c))$ نقطهٔ عطف آن باشد ولی F'' در هیچ همسایگی محذوف از این نقطه، موجود نباشد؟ در آن صورت، تعریف لیتهلد دچار ایراد خواهد شد و شیوه‌ای هم که ما در پیداکردن نقطهٔ عطف داریم، با مشکل مواجه خواهد شد. در این مقاله، تابعی ساخته می‌شود که در نقطه‌ای عطف است. ولی نه تنها در این نقطه بلکه در هیچ همسایگی محذوف این نقطه مشتق دوم این تابع موجود نیست.

تعاریف و قضایا

تعریف ۱ . فرض می‌کنیم که تابع F بر بازهٔ باز I مشتق‌پذیر بوده و مشتق F بر I، اکیداً یکنوا باشد، اگر F' بر I اکیداً صعودی باشد، گوییم تقعر F روی I به سمت بالاست و اگر F' بر I اکیداً نزولی باشد، گوییم تقعر F روی I به سمت پایین است.



F' بر (a,b) اکیداً صعودی است

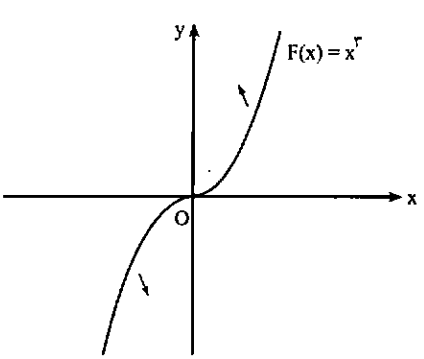


F' بر (a,b) اکیداً نزولی است

مثال ۱ . تقعر تابع $F(x)=x^3$ روی بازهٔ $(0,\infty)$ به سمت بالا و روی بازهٔ $(-\infty,0)$ به سمت پایین است. زیرا $F'(x)=3x^2$ و $F''(x)=6x$.

حال اگر $x>0$، آن‌گاه $F''(x)>0$. درنتیجه F' بر $(0,\infty)$ اکیداً صعودی است. بنابراین، طبق تعریف، تقعر روی این بازه به سمت بالا است.

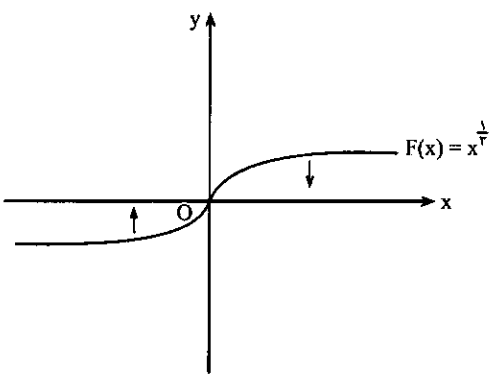
اگر $x<0$، آن‌گاه $F''(x)<0$، درنتیجه F' بر $(0,\infty)$ اکیداً نزولی است. بنابراین، طبق تعریف، تقعر روی این بازه به سمت پایین است.



قضیه ۱ . (الف) اگر F'' روی بازهٔ باز I موجود و همواره مثبت باشد، آن‌گاه جهت تقعر نمودار F روی این بازه رو به بالاست.

(ب) اگر F'' روی بازهٔ باز I موجود و همواره منفی باشد، آن‌گاه جهت تقعر نمودار F روی این بازه رو به پایین است.

مثال ۲ . در تابع $F(x)=x^{\frac{1}{3}}$، اگر $x\neq 0$ داریم $F'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}$ و $F''(x)=-\frac{2}{9x\sqrt[3]{x^2}}$. واضح است که اگر $x>0$، آن‌گاه $F''(x)<0$. پس تقعر F روی $(0,\infty)$ به سمت پایین است، و اگر $x<0$، آن‌گاه $F''(x)>0$. پس تقعر F روی $(-\infty,0)$ به سمت بالاست. هم‌چنین، واضح است که F' و F'' در صفر تعریف نشده‌اند.



تعریف ۲ . اگر جهت تقعر F در c تغییر کند و نمودار F در نقطهٔ $(c,F(c))$ مماس داشته باشد، آن‌گاه نقطهٔ $(c,F(c))$، نقطهٔ عطف نمودار F نامیده می‌شود.

در مثال (۲)، در تابع $F(x)=x^{\frac{1}{3}}$، چون مماس در نقطهٔ $(0,0)$ موجود است و جهت تقعر در $(0,0)$ عوض شده است، پس نقطهٔ $(0,0)$، نقطهٔ عطف نمودار تابع است. هر چند F' و F'' هیچ‌یک در صفر موجود نیستند.

واضح است که در تعریف (۲)، صحبتی از مشتق دوم تابع در همسایگی محذوف نقطه نیست و تعریف هم دقیق است و در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال سیلورمن و کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال دورهٔ پیش‌دانشگاهی نیز، تعریف به همین صورت است.

اما در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال لیتهلد، نقطهٔ عطف به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۳ . نقطهٔ $(c,F(c))$ یک نقطهٔ عطف نمودار تابع F

است اگر خط مماس در این نقطه وجود داشته باشد و یک بازهٔ باز شامل c موجود باشد که برای هر x از I، یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

الف) اگر $x < c$، آن‌گاه $F''(x) < 0$ و اگر $x > c$، آن‌گاه $F''(x) > 0$.

ب) اگر $x < c$، آن‌گاه $F''(x) > 0$ و اگر $x > c$، آن‌گاه $F''(x) < 0$.

از تعریف فوق، در کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال دورهٔ پیش‌دانشگاهی و کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال تألیف سیلورمن، به‌عنوان یک آزمون برای تشخیص نقطهٔ عطف استفاده شده است. در صورتی که همین تعریف در کتاب حسابان سال سوم ریاضی دورهٔ دبیرستان، به صورت تعریف (۳) آمده است. این نشان می‌دهد که تعریف (۲) و (۳)، معادل گرفته می‌شود. نظر به این‌که تعریف باید دقیق و جامع باشد و حداقل نباید در دو کتاب دورهٔ دبیرستان، دو نوع تعریف داشته باشیم، یا باید معادل‌بودن دو تعریف اثبات شود یا این‌که یکی را پذیرفته و دیگری را رد کنیم. اگر توجه کنیم، عملاً هنگام تعیین نقطهٔ عطف نیز سریعاً F'' را حساب کرده و تعیین علامت می‌کنیم. حال اگر شرایط تعریف (۳) برقرار بود، نقطهٔ عطف را معرفی می‌کنیم.

ولی سؤال این است که آیا تابعی مانند F وجود دارد که نقطهٔ $(c,F(c))$ نقطهٔ عطف آن باشد، ولی F'' نه‌تنها در c بلکه در هیچ همسایگی محذوف از c موجود نباشد؟

اگر چنین باشد، در آن صورت دو تعریف فوق معادل نیستند و مخصوصاً، به‌دلیل جامعیت تعریف (۲)، تعریف (۳) رد خواهد شد. در آن صورت، بهتر است تعریف نقطهٔ عطف در کتاب حسابان سال سوم ریاضی نیز اصلاح شود، و باید مواظب باشیم که همیشه، فقط به‌دنبال تعیین علامت F'' نرویم و به تعریف (۲) رجوع کنیم. در این مقاله، چنین تابعی ساخته می‌شود.

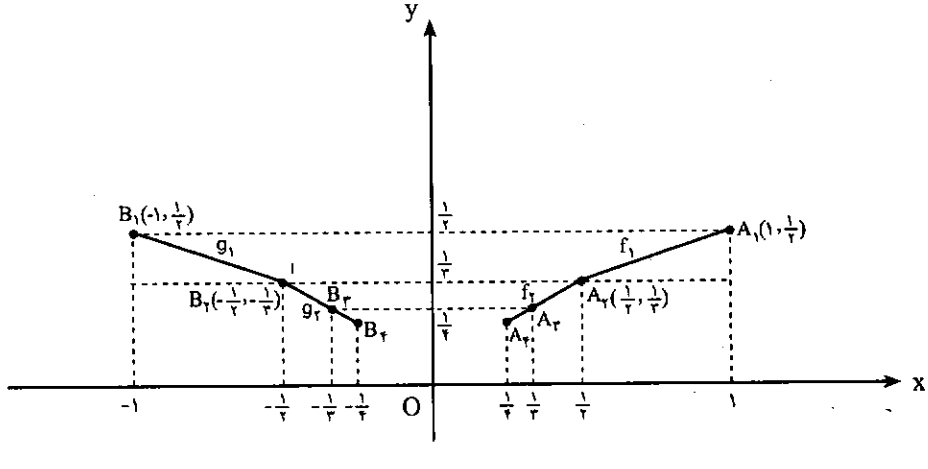
ایدهٔ پیدا کردن تابع

برای ساختن تابع مورد نظر، ابتدا به جای خود تابع، مشتق تابع را می‌سازیم و آن را f می‌نامیم، به‌طوری‌که f در هر همسایگی محذوف صفر، مشتق‌پذیر نباشد. ولی روی $[-1,1]$ پیوسته باشد. علاوه بر این، f روی $[-1,0]$ اکیداً نزولی و روی $[0,1]$ اکیداً صعودی باشد. چون f پیوسته است، طبق اولین قضیهٔ اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، انتگرال‌پذیر است و اگر F تابع اولیه‌ای برای f باشد، داریم $F'(x) = f(x)$، درحالی‌که $F'' = f'$ در هیچ همسایگی محذوف صفر موجود نیست. هم‌چنین، برای راحتی، f را طوری می‌سازیم که در نقاط $\pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \cdots$، مشتق‌پذیر نباشد. چون طبق خاصیت ارشمیدسی اعداد حقیقی، هر همسایگی محذوف صفر، حداقل شامل عددی مانند $\frac{1}{n}$ است، پس f در هیچ همسایگی محذوفی از صفر مشتق‌پذیر نیست. حال به‌دلیل این‌که $F' = f$ روی $[-1,0]$ نزولی و روی $[0,1]$ صعودی است و $F'(0) = f(0) = 0$، پس $(0,0)$، نقطهٔ عطف F خواهد بود.

تابع $f_n:\left[\frac{1}{n+1},\frac{1}{n}\right]\to\left[\frac{1}{n+2},\frac{1}{n+1}\right]$ (که $n \in N$) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f_n(x) = \frac{n}{n+2}\left(x - \frac{1}{n}\right) + \frac{1}{n+1}$$

به عبارتی، f_n را تابع خطی می‌گیریم که از نقاط $A_n = \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}\right)$ و $A_{n+1} = \left(\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n+2}\right)$ گذشته است.



هم‌چنین، تابع $g_n:\left[\frac{-1}{n},\frac{-1}{n+1}\right]\to\left[\frac{1}{n+2},\frac{1}{n+1}\right]$ (که $n\in N$) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$g_n(x)=\frac{n}{n+2}(x+\frac{1}{n})+\frac{1}{n+1}$$

درحقیقت، g_n را تابعی خطی می‌گیریم که از نقاط $B_n=(-\frac{1}{n},\frac{1}{n+1})$ و $B_{n+1}=(\frac{-1}{n+1},\frac{1}{n+2})$ می‌گذرد.

مثلاً، $f_1(x)$ معادلهٔ خط گذرا از نقاط $A_1(1,\frac{1}{2})$ و $A_2(\frac{1}{2},\frac{1}{3})$ است که به صورت $y=f_1(x)=\frac{1}{3}(x-1)+\frac{1}{2}$ می‌باشد.

واضح است که شیب خط گذرا از A_n و A_{n+1}، برابر است با $\frac{n}{n+2}$ و شیب خط گذرا از A_{n+1} و A_{n+2}، برابر است با $\frac{n+1}{n+3}$. بنابراین، نقاط A_n (که $n\in N$) و مشابهاً B_n ها، بر یک امتداد نیستند و نمودارهای این توابع در این نقاط، برای $n>1$ شکستگی دارد. پس در این نقاط، مشتق‌پذیر نیست. درواقع،

$f'^{+}_{n}(\frac{1}{n+1})=\frac{n}{n+2}$ مشتق راست در A_{n+1}

$f'^{-}_{n+1}(\frac{1}{n+1})=\frac{n+1}{n+3}$ مشتق چپ در A_{n+1}

حال تابع $f:[-1,1]\to\left[0,\frac{1}{2}\right]$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}f_n(x)\ ; & \frac{1}{n+1}\le x\le\frac{1}{n} \quad \text{اگر}\\ 0\ ; & x=0 \quad \text{اگر}\\ g_n(x)\ ; & -\frac{1}{n}\le x\le\frac{-1}{n+1} \quad \text{اگر}\end{cases}$$

واضح است که تابع f، در تمام نقاط غیر صفر، پیوسته است. حتی f در صفر هم پیوسته است، زیرا برای هر $\varepsilon>0$ داده شده، یک عدد طبیعی n وجود دارد که $\frac{1}{n}<\varepsilon$ و بنابراین، اگر $|x|<\frac{1}{n}$، آن‌گاه عدد طبیعی m به شرط $n\le m$ موجود است که $\frac{1}{m}\le x\le\frac{1}{m+1}$ یا $-\frac{1}{m+1}\le x\le-\frac{1}{m}$ و در هر حالت، داریم:

$$|f(x)|\le\frac{1}{m+1}<\frac{1}{m}<\frac{1}{n}<\varepsilon$$

و این نشان می‌دهد که $|f(x)-f(0)|<\varepsilon$.

در ضابطه و نمودار f توجه می‌کنیم که اگر $\frac{1}{m+1}\le x\le\frac{1}{m}$ یا $-\frac{1}{m}\le x\le-\frac{1}{m+1}$ آن‌گاه

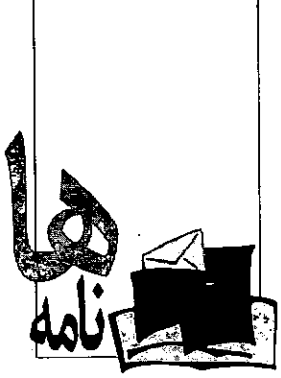
$$|f(x)|\le\frac{1}{m+1}<\frac{1}{m},\quad |g_n(x)|\le\frac{1}{m+1}<\frac{1}{m}$$

چون برای هر $\varepsilon>0$ داده شده $\delta=\frac{1}{n}>0$ موجود است که $|x-0|=|x|<\delta$ نتیجه می‌دهد $|f(x)-f(0)|<\varepsilon$، پس تابع فوق در صفر پیوسته است.

حال، تابع $F:[-1,1]\to[0,1]$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$F(x)=\int_{-1}^{x}f(t)dt$$

چون f روی $[-1,1]$ پیوسته است، پس طبق اولین قضیهٔ اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، مشتق‌پذیر بوده و علاوه بر این، $F'(x)=f(x)$. چون تابع F' در نقاط $\pm1,\pm\frac{1}{2},\pm\frac{1}{3},\cdots$ مشتق‌پذیر نیست، پس F'' در این نقاط موجود نیست و با توجه به نمودار $F'=f$، سمت چپ صفر نزولی و سمت راست صفر صعودی و مماس در $(0,0)$ بر نمودار f وجود دارد $(F'(0)=f(0)=0)$. پس $(0,0)$، برای F نقطهٔ عطف است، در حالی که F'' در هیچ همسایگی محذوف $(0,0)$ موجود نیست.



نقدی بر مقالهٔ «تأملی بر نقطهٔ عطف»

بیژن ظهوری زنگنه، دانشگاه صنعتی شریف

مؤلف محترم در این مقاله، دو تعریف دربارهٔ نقطهٔ عطف را با هم مقایسه نموده و نشان داده است که یکی از تعریف‌ها، حالت کلی‌تری نسبت به تعریف دیگر دارد و از آنجا، نتیجه گرفته است که بهتر است تعریف کلی‌تر، جایگزین تعریف خاص‌تر شود. ولی سؤال مهمی که مؤلف به آن جواب نداده این است که مؤلفین کتاب‌هایی که تعریف خاص‌تر؛ یعنی قبول مشتق دوم را پذیرفته‌اند، آیا به این نکته توجه داشته‌اند یا خیر؟ جواب سؤال این است که مؤلفین که تعریف خاص‌تر را انتخاب کرده‌اند، مسلماً به این مهم توجه داشته‌اند، زیرا این مطلب، یکی از مشهورترین بحث‌های آموزشی در تدریس حسابان بوده است. به‌طور مثال، آندروکُلموگراف، ریاضی‌دان برجستهٔ روسی و یکی از بنیان‌گذاران نظریهٔ احتمال مدرن، به دلیل علاقهٔ زیادی که به آموزش ریاضی داشت، کتاب حسابانی برای دبیرستان در روسیه نوشت. کُلموگراف در ابتدای کتاب حسابان دبیرستانی می‌نویسد که ما در این درس مقدماتی، همواره فرض می‌کنیم توابع ما، حداقل دوبار مشتق پیوسته داشته باشند، زیرا توابعی که این خاصیت را ندارند، در مسایل کاربردی که مناسب این سطح از حسابان هستند، بی‌اهمیت هستند. علاوه بر این، تجربه‌ها و تحقیقات آموزشی نشان می‌دهد که نیازی به مشغول کردن دانش‌آموزان به حالت‌های استثنایی نیست، زیرا این درگیری، دانش‌آموزان را از یادگیری مطالب مهم‌تر بازمی‌دارد. به همین دلیل، توابعی که ما با آن کار می‌کنیم، از مسایل فیزیکی ملموسی ناشی می‌شود که مشتق اول آن‌ها یعنی سرعت، و مشتق دوم آن‌ها یعنی شتاب، همیشه پیوسته هستند (در این مرحله از یادگیری حسابان، حالت‌های استثنایی که این خاصیت را ندارند، بی‌اهمیت هستند).

مؤلف محترم سعی کرده مثال نقضی پیدا کند که مشتق دوم نداشته باشد (تلاش مؤلف قابل تقدیر است). ولی حتماً طراحان کتاب‌های حسابان دبیرستانی، به این نکته توجه داشته‌اند، اما نکتهٔ مهم در آموزش این است که کدام تعریف، شهودی‌تر و ساده‌تر است.

این مطلب، در تعریف تابع در کتاب‌های دبیرستانی هم مطرح است. مثلاً، برای درگیر نکردن دانش‌آموزان با بُرد تابع، معمولاً همیشه تابع پوشا فرض می‌شود. البته واضح است که این تعریف، همهٔ توابع را دربرنمی‌گیرد، ولی از نظر آموزشی، از درگیر شدن دانش‌آموزان با مطالبی که مانع یادگیری آن‌ها در آن زمان خاص می‌شود، جلوگیری می‌کند. طبیعی است که در سطحی دیگر، باید روی بُرد تابع تأکید شود و تعریف جامع‌تری از تابع، ارایه شود. اما در سال دوم دبیرستان، درگیر کردن دانش‌آموزان و معلمان با مفهوم بُرد تابع و پوشایی، مناسب نیست.

نامه‌ها و مطالب دوستانی که نام آن ها در زیر می آید، به دستمان رسیده است، از همگی متشکریم:

- خانم اعظم مشیری دزفولیان از اراک
- آقای سعید علیخانی از یزد
- آقای اصغر امدادی از کرمانشاه
- آقای یونس کریمی فردین‌پور از تهران
- آقای امین جامی از خراسان
- آقای احمد مقدم از هشتگرد
- خانم‌ها طیبه حجاری و بهناز ساویزی از تهران
- آقای محسن عظیمی زنوزی از تبریز
- خانم زهرا رضاخانی از تهران
- آقای فرشاد افخمی از سوادکوه
- خانم نسرین رضائی
- خانم مژگان صدقی از جاجرم
- آقای حسنی نژاد
- آقای علی اکبر جاویدمهر از قم
- آقای آرش کوزه کنانی از تهران
- آقای اسماعیل بوداغی از مشکین شهر
- آقایان جعفر صابری نجفی و سعید پناهیان‌فرد از مشهد
- خانم راضیه دشت‌بان از همدان
- آقای حسین علیزاده از مرند
- آقای علی زمانی از خراسان.

پوزش و تصحیح

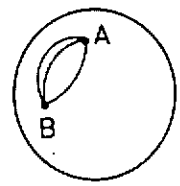
در صفحهٔ ۱۴ شمارهٔ ۷۵ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، در انتهای مقالهٔ «در باب آموزش ریاضی، ...» نام آقای **دکتر محمد اردشیر** به اشتباه محمد ارشیر ذکر شده است که بدین‌وسیله، از ایشان پوزش می‌طلبیم.

هندسه‌ی کره

نویسنده:
هارولد آر. جکوبز
مترجم:
مانی رضائی

اقلیدس خط‌های موازی را چنین تعریف می‌کند «خط‌هایی که در یک صفحه واقع‌اند و از دو طرف تا بی‌نهایت ادامه دارند اما یکدیگر را در هیچ یک از دو طرف قطع نمی‌کنند.» در این داستان مصور، پیتر در نشان دادن این‌که روی سطح زمین خط‌های موازی وجود دارند ناموفق است. متأسفانه، تکه‌چوب دو شاخهٔ پیتر در سفر طولانی وی تا نیمه سابیده شد و بنابراین در پایان این سفر، دوستان پیتر شاهد برخورد «خط‌های موازی در یک نقطه بودند.»

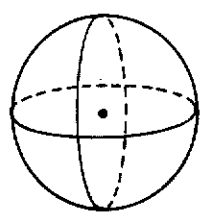
این داستان مصور چند سؤال در مورد هندسه‌ای که تدریس می‌کنیم و رابطهٔ بین آن با زمینی که در آن زندگی می‌کنیم، مطرح می‌کند. برای مثال به فاصلهٔ دو نقطه فکر کنید. در صفحه، این فاصله برابر با اندازهٔ پاره‌خط بین این دو نقطه است، اما در سطح کره برابر با طول کمانی بین این دو نقطه است. هرچند که بین این دو نقطه منحنی‌های زیادی می‌توان رسم کرد، ولی تنها یکی از آن‌ها کوتاه‌ترین طول را دارد. این کمان بخشی از *دایرهٔ عظیمه‌ای* است که از دو نقطه می‌گذرد.



شکل ۱

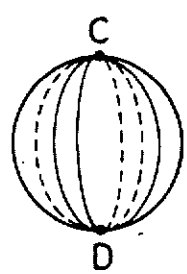
■ **تعریف: دایرهٔ عظیمهٔ کره مجموعهٔ نقاطی است که از تقاطع آن کره با صفحه‌ای گذرا از مرکزش به دست می‌آید.**

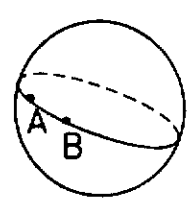
نصف‌النهار (هر دایره‌ای که از قطب‌ها بگذرد) و خط استوا، مثال‌هایی از دایره‌های عظیمهٔ روی زمین هستند. با توجه به آن که فاصلهٔ روی سطح زمین با اندازه‌گیری در امتداد دایره‌های عظیمه صورت می‌گیرد، می‌توانیم فرض کنیم این دایره‌ها «خط‌ها»ی هندسهٔ کروی را تشکیل می‌دهند.



شکل ۲. «خط‌ها» روی کره

برای این که بتوانیم کاری انجام دهیم، لازم است اصل موضوع‌های مربوط به خط‌ها و نقطه‌ها را دوباره بررسی کنیم. در شکل سمت راست پایین، دقیقاً یک خط از نقطه‌های A و B می‌گذرد، با این وجود در شکل سمت چپ، بیش از یک خط از نقطه‌های C و D می‌گذرد. به این علت نقطه‌های C و D یک جفت *نقطهٔ قطبی* هستند.



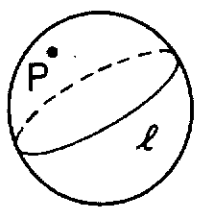


شکل ۳

■ **تعریف: نقطه‌های قطبی دو نقطهٔ تقاطع کره با هر خط راست گذرا از مرکز آن هستند.**

برای رفع مشکل «گذشتن بیش از یک خط از دو نقطهٔ قطبی»، باید این گونه نقطه‌ها را یک نقطه به حساب آورد. با پذیرفتن این مطلب که هر وقت می‌گوییم «دو نقطه» منظورمان دو نقطهٔ غیرقطبی است، این اصل موضوع را که «از هر دو نقطه تنها یک خط می‌گذرد» نجات داده‌ایم.

با این ایدهٔ جدید نتیجهٔ غافل‌گیر کننده‌ای در مورد نقطه‌ها و خط‌ها به دست می‌آید. در شکل بعد، نقطهٔ P و خط L که شامل P نیست نشان داده شده است. از نقطهٔ P چند خط موازی با L می‌توان رسم کرد؟



شکل ۴

با توجه به آن که تعریف خط‌های موازی چنان است که در یک صفحه باشند و یکدیگر را قطع نکنند، بدون تردید لازم است به جای «صفحه»، «کره» قرار گیرد. از نقطهٔ P چند خط می‌توان روی کره رسم کرد که خط L را قطع نکند؟ جواب «هیچ» است. هر دایرهٔ عظیمهٔ کره، تمام دایره‌های عظیمهٔ کره را قطع می‌کند!

اما این به چه معنی است؟ این بدان معنی است که در ابتدای راه هندسه‌ای هستیم که اصل موضوع توازی نقض شده است؛ به ازای هر نقطهٔ غیر واقع بر یک خط، هیچ *خطی موازی خط داده شده وجود ندارد*.

با تغییر اصول موضوع‌های دیگر در مورد فاصله و میان بود و این فرض که خط موازی وجود ندارد، می‌توانیم هندسه‌ای جدید با انواع قضیه‌های غیرمنتظره پدید آوریم. هرچند این قضیه‌ها از بیخ و بُن، متناقض با چیزی است که در آموزش هندسه فرا گرفته‌ایم، اما حسی از این اصل موضوع توازی جدید نسبت به انواع دیگر آن پدید می‌آورد. این هندسه یکی از دو نوع هندسهٔ *نااقلیدسی* است.

مرجع اصلی

Harold R. Jacobs, **Geometry**, 2nd Ed. Freeman and Company, New York, 1987,pp 580-581.

مروری بر کتاب‌ها و برنامه‌ریزی ریاضی کشور در گذشتهٔ دور و نزدیک

به قلم: میرزا جلیلی

متن حاضر، به وسیلهٔ آقای میرزا جلیلی، که ۳۰ سال از ۵۰ سال فعالیت آموزشی خود را در دفتر برنامه‌ریزی یا سازمان کتاب‌های درسی گذرانده است و در این مدت، با معلمان دوره‌های سه‌گانه در سراسر کشور به طور مستمر در تماس بوده، نوشته شده است که قسمتی از آن، خاطرات ایشان و بخشی دیگر مسموعات ایشان از پیش کسوتان ریاضی است و عیناً، تقدیم علاقه‌مندان می‌شود. هیأت تحریریهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، امیدوار است بتواند تاریخ شفاهی برنامه‌ریزی درسی و تألیف کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای ایران را نیز، به گنجینهٔ منابع موجود، اضافه کند.

رشد آموزش ریاضی

۱. دورهٔ ابتدایی

الف ـ کتاب‌های محاسبه ـ مسأله‌ای. تا قبل از دههٔ سی که روانشاد پروفسور تقی فاطمی، یک سری کتب دورهٔ ابتدایی تألیف نماید، تدریس ریاضی در دبستان به طور رسمی از سال‌های ۵ و ۶ شروع می‌شد[1] و در کلاس‌ها از کتبی مثل:

- صد مسألهٔ سیار؛
- چهارصد مسألهٔ مصطفوی؛
- صد مسألهٔ سعادت،

...

که شامل محاسبات چهار عمل اصلی به طور مفصل و جدول ضرب بود، استفاده می‌شد. مثل:

۸۲۲۵۷۹۶۳۸۷	۳۵۰۷۳۱×	۷۲۵۶۴۲۱+	
.....	.....	۶۹۳۲۷۱۴	
	۸۷۴۳۲۵	.....	
	.....	⋮	
		۵۳۷۴۹۳۶	
		.....	

هم‌چنین کتاب‌ها شامل مسایل فکری چهار عمل اصلی، تناسب، مرابحه، تنزیل داخلی و خارجی متنوع و فراوان و مشکلی بود:

۱. یک بنّا، کاری را در ۳ روز و بنّای دیگر آن را در ۵ روز تمام می‌کند. اگر هر دو باهم مشغول شوند، این کار چند روزه تمام خواهد شد؟

۲. ۵ نفر کاری را در ۸ روز و ۶ نفر آن را در ۵ روز تمام می‌کنند. گروه اول مشغول شده پس از ۳ روز کار را تعطیل می‌کنند. تعیین کنید گروه دوم بقیهٔ کار را در چند روز به پایان می‌رساند؟

۳. مجموع دو سرمایه ۱۰۸۰۰ ریال است. اولی را با نرخ ۵٪ و دومی را با نرخ ۷٪ به مرابحه داده‌ایم. پس از ۳ سال مجموع دو سود ۵۴۰۰ ریال شده است. هریک از سرمایه‌ها چقدر است؟

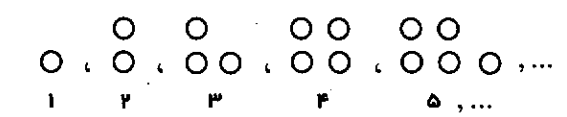
ب ـ کتاب‌های پروفسور فاطمی. در کتاب‌های تألیف شده به وسیلهٔ پروفسور فاطمی که با الهام از کتب فرانسوی تألیف شده بود، برای اولین بار سعی شده بود با کمک تصویر و شکل، اعداد حسابی، مجسم و آموزش داده شود و تعریف ساده‌ای برای هر

یک از اعمال جمع و تفریق و ضرب و تقسیم ارایه شود. هم‌چنین، مفهوم کسر با استفاده از شکل و رنگ‌آمیزی آموزش داده شده بود. این کتاب‌ها هم‌چنین مسایل فکری متنوعی در برداشت.

از سال ۱۳۳۲ که پای آمریکایی‌ها به ایران باز شد، آن‌ها عده‌ای کارشناس به ایران اعزام داشتند که دوره‌های آموزشی برای معلمین در کشور برگزار کردند و در این آموزش برای اولین بار تأکید روی استفاده از ابزار کمک‌آموزشی در کلاس درس می‌شد و مقداری وسایل کمک‌آموزشی نیز به نام «کیت‌های آموزشی» به مدارس اهدا نمودند.

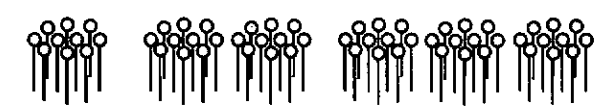
ج ـ در سال ۱۳۴۵ یک نظام جدید که مقدمات آن از سال‌های قبل فراهم شده بود، پیاده شد که کتاب‌های ریاضی دورهٔ ۸ سالهٔ عمومی آن، با الهام از یک سری کتب آمریکایی به نام «ریاضیات روز»[۲] به وسیلهٔ آقایان پرویز شهریاری و جهانگیر شمس‌آوری تألیف شد.

در این کتاب‌ها، آموزش اعداد با استفاده از اطلاعات ذهنی و قبلی بچه‌ها، یعنی شمارش بی‌معنا صورت می‌گرفت. در آن زمان معتقد بودند وقتی یک کودک خردسال همراه مادر خود از پله‌ها بالا می‌رود، به او یاد داده می‌شود تعداد آن‌ها را شمارش کرده، نام یک، دو، سه، ... را بر زبان بیاورد. لذا در آموزش کلاسی از این موضوع استفاده کرده، کوشش به معنا بخشیدن به آن شمارش‌ها می‌کردند:



و متذکر می‌شدند که: همیشه در کنار اعداد فرد، یک گودالی اضافی وجود داشت که اعداد زوج فاقد آن بودند.[۳]

در آموزش بعدی، تأکید روی دسته‌بندی و نشان دادن عدد ده به صورت یک دسته بود:



و به همین ترتیب دستهٔ صدتایی معرفی می‌شد.

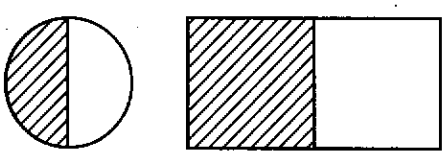
هم‌چنین برای آموزش ارزش مکانی، روی جدول اعداد تأکید بیش‌تری شده بود:

صدها	ده‌تا	یکی‌ها
۲	۵	۳

آموزش مقایسهٔ اعداد مطرح و نمادهای کوچک‌تری و بیش‌تری معرفی شده بود و رابطهٔ ترتیبی و اصلی اعداد مورد تمرین قرار می‌گرفت. هم‌چنین جمع و تفریق‌های هم‌خانواده ارایه شده بود:

$$۴ + ۵ = ۹ \text{ و } ۹ - ۵ = ۴$$
$$۵ + ۴ = ۹ \text{ و } ۹ - ۴ = ۵$$

آموزش کسر با کمک شکل و تجسم صورت گرفته بود:



کم‌کم آموزش ریاضی در این مقطع مثل علوم تجربی به صورت شهودی ـ تجربی مورد توجه قرار گرفته، کم و بیش از وسایل کمک‌آموزشی در کلاس‌ها استفاده می‌شد. این کتاب‌ها مشکلاتی نیز داشتند که ناشی از عوامل زیر بود:

۱. ترکیب شیوه‌های قبلی و سنتی با مطالب و روش‌های جدید،

۲. عدم دسترسی به وسایل کمک‌آموزشی کافی در مدارس،

۳. عدم آموزش معلمان برای تدریس کتاب‌ها.

اما تألیف این کتاب‌ها، نقطهٔ عطفی در آموزش ریاضی در دورهٔ ۸ سالهٔ همگانی به شمار می‌رفت.

د ـ کتاب‌های ریاضی بعد از انقلاب اسلامی. در آن زمان اینجانب مسئولیت گروه ریاضی دفتر را به عهده داشتم و در واقع تنها عضو آن بودم. همکاران دانشگاهی به دفتر مراجعه کرده و به علت فطرت دانشگاه‌ها اعلام آمادگی برای همکاری بیش‌تر با وزارت آموزش و پرورش داشتند. از این موقعیت استفاده شده، بلافاصله نامه‌هایی به امضای مسئول دفتر به گروه‌های ریاضی دانشگاه‌هایی که در تهران بودند، ارسال و از آن‌ها خواسته شد که نمایندگانی جهت شرکت در شورای ریاضی که به منظور

تجدیدنظر در برنامه‌ها تشکیل می‌شود، اعزام دارند و بدین ترتیب، شورایی متشکل از ۲۰ نفر استاد، دبیر، کارشناس، متخصص آموزش ابتدایی، از جمله جنابان دکتر غلامحسین شکوهی، دکتر همدانی‌زاده و دکتر کریمپور که رشتهٔ تحصیلی آن‌ها تعلیم و تربیت یا آموزش ریاضی بود، شکل گرفت.

پیشنهاد اولیه در این شورا، تجدیدنظر در برنامه و کتب ریاضی دبیرستان بود. اما شورا با توجه به شرایط زمانی تصمیم گرفت کار خود را از پایه شروع کند.

در قدم بعدی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی از طریق وزارت امورخارجه، به سفارتخانه‌های ایران در کشورهای غربی نامه نوشته، تقاضای یک یا چند سری از کتب ریاضی دورهٔ همگانی هر یک از آن‌ها را کرد. خوشبختانه به اقتضای زمان به این درخواست سریع جواب مثبت داده شد و ما بلافاصله شاهد کتاب‌های بیش‌تر کشورها در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی بودیم.

شرایط مساعد دیگر، آشنایی کامل دو تن از اعضای شورا به آموزش دبستان در فرانسه و آمریکا بود. چرا که همسر یکی از آن‌ها سال‌ها آموزگار دبستان رازی در تهران بود که فرانسه زبان بود و دو فرزند عضو دیگر، دورهٔ دبستان را در آمریکا گذرانده و به تازگی به ایران آمده بودند و کتاب‌ها و منابع جدیدی به همراه داشتند.

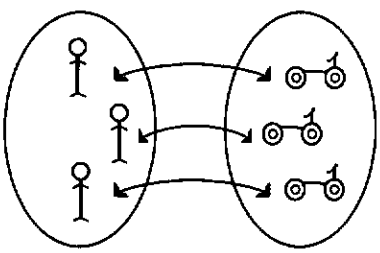
جلسات شورا، هفته‌ای دو روز و از ساعت ۸ صبح تا ۱ بعدازظهر ادامه پیدا می‌کرد. در این شورا تأکید روی بودجه‌بندی زمانی و استفادهٔ بهینه از فرصت پیش آمده بود. لذا ظرف ۶ ماه، ریز مواد چهارسالهٔ ابتدایی همراه با هدف‌ها از طرف دفتر، چاپ و برای اظهارنظر، فرستاده شد.

قابل ذکر است که در این جلسات، هم روی سقف مطالب و هم روی نحوهٔ ارایه آن‌ها بحث می‌شد که مثلاً تقسیم در کلاس چهارم ابتدایی تا کجا و چگونه گفته شود.

پس از آماده شدن ریز مواد ۴ ساله، مؤلفین کتاب‌های اول و دوم از طرف شورا تعیین و قرار شد که این دو کتاب با هم تألیف و وارد مدارس شوند.

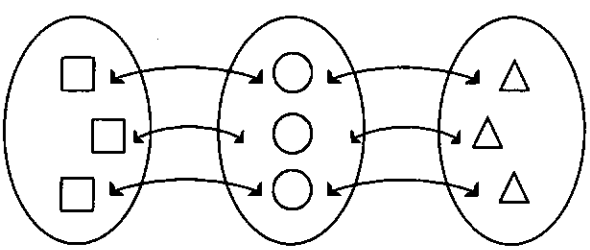
طرح آموزش معلمین کشور نیز تحت عنوان «تربیت مدرس راهنما» در خود شورا تنظیم شد. طبق این طرح، مؤلفین می‌بایست به عده‌ای از دبیران ریاضی یا لیسانسیه‌های آموزش ابتدایی استان‌ها آموزش داده، آن‌ها را با هدف‌ها و روش‌های کتاب‌ها آشنا کنند تا هر یک از آن‌ها نیز به نوبه در شهرهای خود و در طول سال تحصیلی، به آموزگاران آموزش دهند. بلافاصله کشور به چند منطقه تقسیم شد و هر گروهی از اعضای شورا، مسئولیت آموزش یک منطقه را به عهده گرفت. در شروع کتاب اول، مفاهیمی چون، بالا، پایین، دست راست، دست چپ، کنار، روی، جلو، عقب، پهلو، وسط، ماقبل و مابعد، داخل و خارج یک شکل بسته، اشیای هم‌مانند، هم‌رنگ، دسته‌بندی اشیاء برحسب جنس، رنگ، ... آموزش داده شد.

در آموزش اعداد از شیوهٔ دسته‌بندی و مجموعه‌ها که در جهان مطرح بود استفاده شد. در این روش، از علاقهٔ بچه‌ها در دسته‌بندی اسباب‌بازی‌های خود بهره گرفته، تصور ذهنی اعداد را با کمک تناظر یک به یک و مجموعه‌ها آموزش می‌دادند.

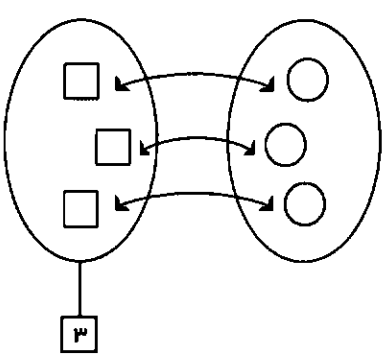


در طرف چپ به همان اندازه بچه است که در طرف راست دوچرخه وجود دارد

و در مرحله‌های بعدی، تعمیم مطلب:



و بعد از چندین صفحه تمرین با مفهوم‌های «همان اندازه» و تناظر یک به یک، نماد عدد در کنار دسته قرار می‌گرفت:



و بعد نام آن، که در زبان فارسی «سه» است؛ و در آخر مصداق آن، یعنی ۳ دختر یا ۳ دانش‌آموز. در این مراحل مفهوم فلسفی عدد از دید افلاطون، یعنی «تصور ـ نماد ـ نام ـ مصداق» کاملاً هویدا است.

بنابراین در سال اول و در طول قریب به ۳۰ یا ۴۰ صفحهٔ اولیهٔ کتاب، با کمک شکل‌های رنگارنگ و قشنگ، «تصور ذهنی» عدد که همان عدد اصلی است، آموزش داده شده است.

در این کتاب‌ها، روی مقایسهٔ اعداد، تساوی، کوچک‌تری و بزرگ‌تری، بیش‌تر از گذشته کار شده و مطلب به شیوه‌ها و شکل‌های مختلف، باز و تشریح شده است.

در تمام کتاب‌های دورهٔ ۸ ساله، روند آموزش شامل **مفهوم، تکنیک محاسبه، سرعت و مهارت، ارزشیابی و کاربرد**، است و برای هر عمل یا محاسبهٔ خواسته شده در متن کتاب، نمونه ارایه شده است.

هر کدام از کتاب‌های دورهٔ ۸ ساله، به مدت یک سال به صورت آزمایشی در ۵۰ مدرسهٔ تهران تدریس شد و با استفاده از نظرات معلمین، کار تألیف، تصحیح و کامل گردید.

هم‌چنین، مؤلفین در چند سال اول اجرای طرح، به صورت گروهی به استان‌های مختلف مسافرت می‌کردند و از نزدیک بر اجرای کتاب‌ها نظارت داشتند. تنها مشکلی که گاهی مطرح می‌شد، این بود که سطح علمی کتاب‌های ۴ و ۵ ابتدایی به هم نزدیک است.

مشکلات اجرایی ـ آموزشی

معضلاتی که دامن‌گیر کتاب‌ها شد، طبق معمول همیشه مسألهٔ اجرا و تقلیل ساعات هفتگی درس ریاضی در مدارس بود که در ابتدای برنامه‌ریزی، شورا پیشنهاد داشت که دانش‌آموزان مثل خارج، هر روز صبح یک ساعت ریاضی بخوانند. اما در عمل نه‌تنها ساعات افزایش پیدا نکرد، بلکه کاهش هم یافت. لذا اضطراراً قسمت‌هایی از کتاب‌ها قیچی و در نتیجه بعضی از مفاهیم گسسته و مشکلاتی ایجاد شد که موجب پیدایش نواقصی در کتاب‌ها گردید، وگرنه در تنظیم و تألیف این کتاب‌ها، شورا به تمام اصول و مراحل برنامه‌ریزی رایج در جهان توجه کرده بود.

البته با آنچه امروز در جهان شاهد هستیم، عمر مفید این کتاب‌ها تمام شده و نیاز به برنامه‌ریزی و تألیف جدید محسوس است[۴]. هم‌چنین، تجربهٔ گذشته نشان داده است که وصله‌کاری کتاب‌ها به وسیلهٔ کسانی که بعضاً در کوران برنامه‌ریزی و هدف‌های کتاب‌ها نبوده‌اند، به بهبود آموزش کمکی نخواهد کرد.

۲ـ کتاب‌های دورهٔ متوسطه (قبل از انقلاب اسلامی)

الف ـ کتاب‌های وزارتی. از سال ۱۳۱۵ به بعد، یک سری کتب دبیرستانی موسوم به «کتاب‌های وزارتی» که از طرف وزارت آموزش و پرورش چاپ شده بود، وارد مدارس شد[۵] که تألیف آن‌ها در هر رشته به وسیلهٔ اساتید به نام دانشگاه نوبنیاد تهران صورت گرفته بود. در رشتهٔ ریاضی، روانشاد پروفیسور تقی فاطمی که از دانشکدهٔ افسری به دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران انتقال یافته بود[۶]، مسئولیت کتاب‌های ریاضی را به عهده داشت. این کتب، کاملاً نظری و مشکل به نظر می‌رسید و معضل بیش‌تر، عدم وجود دبیر واجد شرایط برای تدریس آن‌ها در کشور بود.

مطالب زیر از مرحوم «حسین مجذوب» که چندین سال در سازمان کتاب‌های درسی با اینجانب هم‌اطاق بوده و از مؤلفین قدیمی هندسه است، نقل می‌شود:

کتب ریاضی و علوم در این برهه از زمان شدیداً متأثر از فرهنگ علمی فرانسه بود[۷]. دلیل آن نیز

- جزوات فرانسوی باقیمانده از دارالفنون،
- جزوات فرانسوی دبیرستان‌های رازی و سن‌لوئی[۸]،
- آشنایی بیش‌تر تحصیل‌کرده‌های ایران با زبان فرانسه،

بود. در مورد هندسه، علاوه بر کتاب مهندس الممالک که ترکیبی از همین جزوات و کتاب‌های ریاضی قدما، امثال ابوالوفای بوزجانی بود، مرحوم میرزاغلامحسین رهنما کتاب‌هایی از متن آلمانی ترجمه و به مدارس عرضه کرد که کلاسیک، به روزتر و کاربردی‌تر بود.

مرحوم حسین هورفر در سال ۱۳۰۸ و مجذوب در سال ۱۳۱۲، کتاب هندسهٔ ترسیمی و رقومی را تألیف کردند که کتاب اول شامل مسایل و رهنمودهای فراوانی بوده، سال‌ها عصای دست دبیران ریاضی بود و دومی، سال‌ها کتاب درسی در مدارس بود. البته مرحوم احمد بیرشک نیز در دانشکدهٔ معماری و دانشسرای عالی، هندسهٔ ترسیمی و رقومی تدریس می‌کرد و از هندسه‌دانان به شمار می‌رفت. هم‌چنین، رزاقی خامسی که به گفتهٔ مجذوب، هم‌اطاقی وی در زمان سربازی بود و تا زمان حیات، شماره تفنگ خود را از بر داشت و اغلب به دیدن او می‌آمد، هندسهٔ مسطحه را تألیف کرده بود که کیفیت آن مورد

تأیید مجذوب بود.

بعدها مرحوم حسین غیور نیز در هندسهٔ اقلیدسی مطالعات عمیقی انجام داده، دارای نام و نشان گردید و از مؤلفین کتاب‌های هندسهٔ دبیرستان در دوره‌های بعدی شد.

مرحوم احمد بیرشک در دورهٔ ۴ سالهٔ تألیف هندسه‌های نظام قبلی که اینجانب در سازمان کتاب‌های درسی مشغول بودم، بارها با قسمت‌های تألیف شده به اطاق ما آمده، خبر کتاب را به مجذوب می‌داد و اغلب در آنجا نشسته از گذشته صحبت می‌کرد. در اولین دورهٔ بازآموزی آن کتاب‌ها نیز با ایشان و مرحوم غیور در یک هتل سکنی داشتیم و معمولاً شب‌ها در مورد کتب ریاضی گذشته و چگونگی کار تألیف بحث می‌کردیم. او یکی دو روز بعد از فوت مرحوم دکتر محسن هشترودی، پیش ما آمد و ضمن یادآوری خاطرات گذشته، چنین نقل می‌کرد که ایشان در دانشگاه با دکتر محسن هشترودی، دکتر غلامحسین مصاحب، حسین مجذوب، احسنی و برادر دکتر مهران هم‌کلاس بودند[9]. او می‌گفت، مرحوم مصاحب از همهٔ ما بیش‌تر مطالعه می‌کرد، طوری که پدرش به پدر بیرشک گفته بود میرزا غلامحسین در خانه، تلّی از کتاب‌ها درست کرده و پشت آن‌ها سنگر گرفته و همیشه در حال خواندن است و برای سلامتیش اظهار نگرانی کرده بود.

در آن روز، معلوم شد که آقای قربانی در کلاس چهارم در دبیرستان سن‌لوئی شاگرد مرحوم مجذوب و از دانش‌آموزان ممتاز بوده است.

ب ـ کتاب‌های صفاری و قربانی. در مهرماه ۱۳۲۶، کتاب‌های ریاضی، تألیف آقایان ابوالقاسم قربانی و حسن صفاری[10] برای اولین بار وارد دبیرستان‌های کشور شد. این کتاب‌ها نسبت به سلف خود، ساده‌تر می‌نمود و با الهام از منابع دبیرستانی فرانسه تنظیم شده بود، راه و روش خاص خود را داشت. این آقایان، در زمان کوتاهی قریب به ۵۰ جلد یا بیش‌تر کتب ریاضی هم‌چون مثلثات، جبر، هندسه، حساب استدلالی، هیئت و حل مسایل آن‌ها را ترجمه یا تألیف کرده و در اختیار علاقه‌مندان قرار دادند.

پ ـ مرحوم دکتر مصاحب نیز چندین کتاب دبیرستانی تألیف کرد که به علت نظری بودن آن‌ها، مورد استقبال معلمین قرار نگرفت.

ت ـ در نیمهٔ دوم دههٔ ۳۰، تغییراتی در نظام آموزشی به وجود آمده، «پنج علمی سابق» حذف و رشته‌های ریاضی، تجربی، انسانی، فنی و حرفه‌ای تثبیت شد. در این راستا، دو سری کتب دیگر به سری کتاب‌های صفاری و قربانی افزوده شد: **مجموعهٔ خرد** و **مجموعهٔ علوم**؛ که یکی با همکاری و سرپرستی مرحوم بیرشک و دیگری پرویز شهریاری و باقر امامی تألیف شده بود و دبیر در انتخاب هر کدام از آن‌ها برای تدریس، مختار بود. در این جا، این جملهٔ معترضه اضافه شود که از کارهای دیگر آقای شهریاری در این دوران، آشنا ساختن دبیران با مسایل المپیادهای شوروی سابق بود که متأسفانه دبیران، آن‌ها را با تمرینات کلاسیک و مدرسه‌ای اشتباه گرفته، درنتیجه در یک برهه از زمان طرح مسایل مشکل و پیچیده در مدارس کشور رایج شده و گاهی در امتحانات مشکل‌آفرین می‌شد. اثرات این مسایل هنوز در آموزش دبیرستانی ما مشهود است.

ث ـ در دههٔ چهل، یک‌سری دیگر از کتب ریاضی تألیف آقایان دکتر مجتهدی، دکتر هوشنگ منتصری، تقی زاوشی، بَحرانی و بهمنیار ـ دبیران البرز ـ به مدارس آمد که پس از تأسیس سازمان کتاب‌های درسی به ریاست دکتر بهزاد[11] در سال ۱۳۴۵، قرار شد این سازمان نظارتی بر تألیف‌های آزاد داشته باشد. لذا شورایی در سازمان تشکیل و کتاب‌های دبیرستانی بین این سه دسته از مؤلفین تقسیم شد. مثلاً در سال اول حساب و جبر صفاری و قربانی، در سال دوم حساب و جبر دکتر مجتهدی و در سال سوم بیرشک و آذرنوش؛ که البته مشکلاتی نیز به همراه داشت که به تدریج برطرف شد.

این کتاب‌ها تا قبل از تغییر نظام دبیرستانی گذشته، در مدارس تدریس می‌شد و چون مؤلفین آن‌ها، دبیر بوده و همیشه در کلاس یا مدرسه بودند و با معلمین تماس داشتند، از مشکلات کتاب آگاه می‌شدند و در خردادماه هر سال، به سازمان کتاب‌های درسی مراجعه کرده و تصحیحاتی در کتب خود اعمال می‌کردند. درنتیجه کتاب‌ها به وسیلهٔ خود مؤلفین صیقل می‌خورد.

ادامهٔ تغییرات نظام آموزشی ۱۳۴۵

در حین تألیف کتب دورهٔ راهنمایی که زیر نظر سازمان کتاب‌های درسی ایران صورت گرفته بود، برای برنامه‌ریزی و تألیف ریز مواد ریاضی مدارس کشور، تشکیلاتی در وزارت‌خانه به‌وجود آمد که «مرکز تحقیقات و برنامه‌ریزی درسی» نام داشت[12] و جایگزین ادارهٔ کل مطالعات شد که سال‌ها ریاست آن را دکتر

طوسی به عهده داشت. مسئولیت این مرکز جدید با آقای محمد طاهر معیری، دبیر شایستهٔ ریاضی بود. لذا تهیهٔ ریز مواد برنامه‌های متوسطه، اعم از نظری و فنی و حرفه‌ای و هم‌چنین سایر مقاطع، به‌عهدهٔ این مرکز قرار گرفت. در آن زمان ایران سی و چندمین کشوری بود که «دفتر برنامه‌ریزی درسی» مستقل پیدا کرد و این نقطهٔ عطفی در برنامه‌ریزی درسی در کشور به‌شمار می‌رفت. در گذشته اگرچه ظاهراً این کار به‌عهدهٔ آموزش متوسطه و ادارهٔ کل مطالعات بود، اما به نقل از یکی از همین آقایان قدیمی‌ها، مسئول آموزش متوسطه می‌رفت با فلان گروه از دبیران یا مؤلفین تماس گرفته، تقاضای ریز مواد ریاضی دبیرستان را می‌کرد. آن‌ها نیز از روی فهرست کتب فرانسوی، ریزبرنامه را به آموزش متوسطه ارایه می‌دادند و بعداً خود آن‌ها نیز به‌عنوان مؤلف انتخاب می‌شدند که با استفاده از همان منابع، تألیف کتب جدید صورت می‌گرفت. راوی اضافه می‌کرد که حسن کار آن بود که چون کتاب‌های منبع از نظم و نسق، ترتیب و اصول آموزش خاصی برخوردار بود، برگردان آن‌ها نیز این خصوصیات را حفظ می‌کرد. لذا تدریس آن کتاب‌ها مشکل چندانی نداشت، مگر آن‌که حل بعضی از مسایل مشکل در دسترس دبیر نبود، که این هم بعدها با ارایهٔ حل‌المسایل خود مؤلفین برطرف شد.

اولین کار مدیر کل مرکز تحقیقات، اعزام یک گروه از کارشناسان به مدت ۲ ماه به سوئد بود که آن‌ها زیر نظر پروفسور بلوم معروف، با اصول برنامه‌ریزی آشنا شدند. کار بعدی، دعوت خود پروفسور بلوم به ایران، و برگزاری جلساتی با کارشناسان در دفتر برنامه‌ریزی بود.

شورای برنامه‌ریزی دبیرستان در سال ۱۳۵۰

پس از به‌وجود آمدن مرکز تحقیقات، شورایی مرکب از آقایان: غلامرضا عسجدی، عبدالحسین مصحفی، دکتر غلامرضا دانش‌ناروئی، دکتر مهدی بهزاد[۱۳]، دکتر مهدی ضرغام، دکتر مرتضی انواری، دکتر پایافر، دکتر ربانی، حسین مجذوب، احمد بیرشک، حسین غیور، پرویز شهریاری، احمد فیروزنیا، محمود وزیرنیا، مینایی و حسن شیخ تشکیل شد که اینجانب نیز به عنوان کارشناس دفتر در آن عضویت داشتم. در آن زمان بحث و گفت‌وگو دربارهٔ آموزش ریاضی جدید در مدارس، داغ بود و در بیش‌تر کشورها تدریس می‌شد. حتی در کتاب‌های ریاضی کشورهای عربی که وسیلهٔ گروهی از کارشناسان یونسکو و عرب به‌نام «الریاضیات المعاصر» تدوین و تألیف یافته به دفتر رسیده بود، مطالبی از قبیل مجموعه‌ها وجود داشت. در این زمینه کشور بلژیک از همه پیش‌روتر بوده و ژاپن با خونسردی بیش‌تر با مسأله برخورد داشت.

آقای احمد بیرشک[۱۴] معاون وزارت آموزش و پرورش در زمان وزارت دکتر خانلری بود و با هیأتی به ژاپن سفر کرده، در آن‌جا از آموزش ریاضی جدید در مدارس سؤال کرده بود. مقامات مسئول جواب داده بودند *ما فعلاً مشغول تربیت دبیر برای تدریس این مطالب جدید هستیم.*

البته مردم بعضی از کشورهای غربی نیز با برنامه‌های ریاضی جدید به مخالفت برخاستند. در حاشیهٔ کلام، پروفسور بلوم می‌گفت در تغییر برنامه‌ها همیشه دو دسته در مقابل مطالب جدید ارایه شده مقاومت می‌کنند؛ یکی والدین که می‌خواهند آنچه را خود خوانده و می‌دانند به فرزندان خود منتقل کنند و دستهٔ دوم دبیران که معمولاً قسمتی از اسلحهٔ دست آن‌ها گرفته می‌شود و دوباره باید به کلاس و درس یادگیری برگردند. ایشان معتقد بود که *یکی از عوامل موفقیت هر برنامه، در جریان گذاشتن معلمین و والدین از همان شروع کار است.*

مثلاً در فرانسه، عده‌ای از والدین که مهندس راه‌ساز بودند، در اعتراض خود به وزارت آموزش و پرورش اظهار داشتند ما راه یا پل ساختیم، ریاضی جدید هم نخوانده بودیم! در ایران هم، دامنهٔ اعتراض والدین تا آن‌جا بالا گرفت که دولت مجبور شد کتاب ریاضی «پوربابا» را برای والدین بنویسد که به وسیلهٔ آقای احمد بیرشک و در سال ۱۳۴۶ به فارسی ترجمه شد.

شورای برنامه‌ریزی ۱۳۵۰ در شرایطی تشکیل شد که در مدارسی مثل البرز، هدف و غیره، ریاضی جدید به طور جنبی تدریس می‌شد، یا رجال کشور از فرزندان خود در خارج نامه‌هایی دریافت می‌داشتند مبنی بر این که دانشجویان ایرانی در دانشگاه‌ها علاوه بر مشکل زبان، معضل عدم آشنایی با مقدمات ریاضی جدید نیز دارند.

آقای مصحفی در مجلهٔ یکان، جدول ارزش منطقی گزاره‌ها را چاپ و در زیر آن نوشته بود، تعجب نکنید این یک جدول بازی نیست، بلکه یک درس ریاضی است.

در اردیبهشت ۱۳۵۱، مرکز برنامه‌ریزی از خانم مونژ و پروفسور بُرکونیه، مدیرکل ضمن خدمت و برنامه‌ریزی فرانسه دعوت کرد تا با توجه به این که فرهنگ ریاضی ما ریشه در آن کشور داشت، با کارشناسان مشاوره کرده و آن‌ها را راهنمایی کنند. این میهمانان دو پیشنهاد ارایه کردند:

۱ . برای سال ششم ریاضی آن زمان، یک کتاب ریاضی جدید نوشته شود ـ که ریز مواد آن را با خط خود تنظیم کردند و هنوز موجود است . ـ چه، آن‌ها معتقد بودند تا سال ۱۳۵۶ که کتاب‌های جدید به سال آخر دبیرستان برسد، بسیار دیر خواهد شد .

۲ . پیشنهاد گنجاندن قسمتی از «هندسهٔ جبری» در دبیرستان را داشتند که زمینهٔ اجرایی آن در ایران فراهم نبود .

همچنین، انجمن ریاضی ایران در آن زمان با همکاری وزارت آموزش و پرورش، جلساتی برای آشنایی دبیران با ریاضیات جدید تشکیل می‌داد که قرار بود مجله و کتاب هایی نیز در این زمینه، منتشر شود .

لذا شورای برنامه‌ریزی سال ۱۳۵۰ در جوّی تشکیل شد که ناگزیر بود پیاده کردن ریاضی جدید در مدارس را به طور جدی مورد توجه قرار دهد .

در آن شورا، اینجانب مطالعات وسیعی در زمینهٔ ریاضیات جدید در انگلیس، فرانسه و آمریکا داشتم . هم‌چنین سری کتب ریاضی Scattish Mathematics, Unified Mathematics, [15]S.M.P ، [16]S.M.S.G ، [17]M.M.E و کتاب‌های بازار مشترک اروپا در کتابخانه‌ام موجود بود . لذا مقدار زیادی وقت شورا را در جهت متقاعد ساختن اعضا به پیاده کردن آن به صورت کتاب در کشور داشتم، طوری که مسئول دفتر که خود عضو شورا بود، اغلب بعد از پایان جلسات اظهار می‌داشت از بس فلانی حرف زد، سر ما را به درد آورد!

در آن زمان برنامه‌های ریاضی و علوم یا پروژه‌های معروف کشورهای مختلف جهان در کتاب‌های سال یونسکو که به تهران می‌رسید، چاپ می‌شد و مورد استفاده اعضای شورا قرار می‌گرفت، طوری که معمولاً در هر جلسه، برنامهٔ ریاضی یکی از کشورهای آمریکا، انگلیس، فرانسه، ژاپن، ... ترجمه و تکثیر می‌شد و در اختیار شرکت‌کنندگان قرار می‌گرفت .

شورا پس از مطالعه و بررسی فراوان، مطالبی از ریاضی جدید را برگزید که در آن زمان در بیش‌تر کشورها تدریس آن، رایج بود .

در جلسات شورا، اغلب بحث‌ها بالا می‌گرفت، زیرا با ورود ریاضی جدید به مدارس، مسلماً جا برای مطالب سنتی مثل هندسهٔ اقلیدسی، مثلثات، حساب استدلالی، ترسیمی و رقومی که در شورا طرفدار داشت، کم می‌شد . بالاخره نوآورها و قدیمی‌ها به توافق رسیدند، اما برنامه‌ها قدری سنگین از آب درآمد، طوری که در سال ۱۳۵۲ که اینجانب آن را به شورای برنامه‌ریزی ایالت تگزاس در آمریکا ارایه دادم، گفته شد به یک برنامه المپیادی بیش‌تر شبیه است!

عوامل دیگری که در سنگینی برنامه‌ها نقش داشتند عبارت بودند از :

در سطح دولت و مقامات بالای وزارتخانه، سیاست آموزشی کشور این طور طرح شده بود که ما به تربیت تکنسین یعنی چیزی بین کارگر ساده و مهندس نیاز داریم . لذا تقسیمات رشته‌های تحصیلی نظام جدید به صورت زیر طرح شده بود :

رشتهٔ نظری، جامع، فنی و حرفه‌ای .

که وزیر وقت روی رشتهٔ فنی‌وحرفه‌ای و تربیت تکنسین تأکید داشت . لذا در تابستان ۱۳۵۳ و در آستانهٔ پیاده شدن نظام، به همهٔ هنرستان‌های کشور بخشنامه شد که حتی اطاق رئیس و دفتر را به کلاس درس تبدیل کرده و عدهٔ بیش‌تری از دانش‌آموزان را در رشتهٔ فنی و حرفه‌ای بپذیرید . اما برخلاف انتظار آنان، بچه‌ها از هنرستان استقبالی نکردند . تنها عدهٔ معدودی از نظام قبلی‌ها در آن‌جا ثبت‌نام کردند .

رشتهٔ نظری؛ شامل ریاضی، تجربی، انسانی؛ برای کسانی پیش‌بینی شده بود که قصد ورود به دانشگاه داشته باشند، و چون این افراد قاعدتاً باید باهوش بوده، غیر از دانش‌آموز معمولی باشند، لذا سطح برنامه‌ها و کتاب‌ها بالا گرفته شد و کتاب جبر که در کلاس سوم نظام قبل بین ۹۰ تا ۱۰۰ صفحه بود به یک کتاب ۲۶۰ صفحه‌ای تبدیل شد . به همین ترتیب هندسه و.... که متأسفانه همین کار در سال‌های اخیر در رشتهٔ پیش‌دانشگاهی، که گفته می‌شد دانش‌آموزان آن طلایه‌داران ورود به دانشگاه هستند، تکرار شد و تجارب قبلی در این زمینه مورد توجه قرار نگرفت .

رشتهٔ جامع؛ که ترکیبی از نظری و فنی بود که تنها یک سال در کرمان اجرا شد .

نکات قابل ذکر

۱ . آقای دکتر مهدی بهزاد، در حاشیهٔ برنامه تدوینی که همهٔ اعضای شورا آن را امضا کرده بودند، نوشته بود مطالب جدید باید به صورت چاشنی و در لابه‌لای مطالب سنّتی آورده شود که البته شرایط اجرایی اجازهٔ این کار را نمی‌داد . از طرف دیگر، در کشورهای غربی نیز به همین صورت عمل شده بود که در ایران اتفاق افتاد، مثلاً در آمریکا اول کتب

S.M.S.G به مدارس رفت که در آن حتی ترکیبیات را با استفاده از زوج های مرتب و مجموعه ها درس داده بود و بعد کتاب های Unified Mathematics که در آن ریاضی جدید و سنتی ادغام شده بود، ارایه شد. در انگلیس نیز قبل از سری S.M.P از کتاب های Modern Mathematics سری مارجروم[18] استفاده می شد.

۲. در شهریورماه ۱۳۵۴ یک سمینار آموزشی با شرکت بلندپایه ترین مقامات کشوری در رامسر تشکیل شد. در آن جا معاون وقت وزارت علوم[19] طرحی ارایه کرد که در آن، سال آخر دبیرستان زیرنظر وزارت علوم قرار می گرفت و دانش آموزان آن با انتخاب آن وزارت خانه انجام می شد. ارایهٔ این طرح در بحبوحهٔ کار مرکز برنامه ریزی باعث وقفه در امور جاری شد که آن ها نیز پس از یک سال معطل کردن در تابستان ۵۵ اطلاع دادند که وزارت علوم از انجام این کار منصرف شده است و وزارت آموزش و پرورش به کار خود ادامه دهد و این به جریان طبیعی کار برنامه ریزی و تألیف لطمه وارد ساخته، زمان بسیار حساس را از دست شورا گرفت.

۳. در نیمه های راه اجرایی نظام جدید، وزیر آموزش و پرورش تغییر کرد و وزیر جدید از شورای عالی که قبلاً تعطیل شده بود، جانبداری کرد. این شورا نسبت به کارهای انجام شده اعتراض کرد و کارشناسان یکی یکی به آن جا دعوت شده و از آن ها در مورد برنامه ها توضیح خواسته شد و این نیز باعث تغییرات مطالعه نشده ای در نظام و کتاب ها و حذف رشتهٔ جامع گردید و مجدداً کتاب های مستقل مثلثات برای مدارس نوشته شد.[20]

۴. در زمان وزیر دیگر، کتاب ها بدون اطلاع کارشناسان برای تصحیح و تجدیدنظر به گروه ریاضی دانشگاه ملی داده شد و آن ها نیز لبهٔ قیچی را متوجه کتاب ها کردند.

۵. قرار بود در شورای برنامه ریزی فعال باقیمانده، بعد از ۵ سال با استفاده از نظرات دبیران، برنامه و کتاب ها مورد تجدیدنظر قرار گرفته، کتاب ها درهم ادغام و متحد شوند که انجام این کار مصادف با زمان پیروزی انقلاب اسلامی شد و در شورای شهریور ۱۳۵۹ هدف اینجانب اجرای همین مطلب بود که مورد موافقت شورا قرار نگرفت. اضافه شود که در زمان تصدی آقای دکتر شکوهی، تجدیدنظر در کتاب ها را به دانشگاه تربیت معلم واگذار کرده بودند که آن ها نیز در کمال حسن نیت، شورای خود را در دفتر برنامه ریزی با حضور عده ای از اعضای شورای قبل قرار دادند و تغییراتی در کتاب ها به عمل آمد.

۶. اگرچه کتاب های نظام جدید دبیرستان که از مهرماه ۱۳۵۳ وارد مدارس شد، در زمان نفوذ آموزشی کامل آمریکا تألیف شده بود، اما محتوا و شیوهٔ ارایهٔ هندسه و جبر تقریباً به صورت گذشته ادامه پیدا کرده بود. تنها تغییرات جزئی در هندسه این بود که به جای تعریف بوزجانی از زاویه، از صورت جدید آمریکایی آن، یعنی $(Ox \cup Oy)$ استفاده شده و دو خط موازی و متقاطع، با استفاده از نمادهای جدید معرفی شده بودند:

$$\begin{cases} D_1 \| D_2 \Leftrightarrow D_1 \cap D_2 = \varnothing \\ D_1 \| D_2 \Leftrightarrow D_1 \cap D_2 \neq \varnothing \end{cases}$$

و نوآوری هایی از این قبیل. هم چنین ۵۰ یا ۶۰ صفحهٔ اول چاپ اول حساب و جبر را در حقیقت اصول و قضایای میدان اعداد حقیقی تشکیل می داد، که پیوستگی چندانی با بقیهٔ کتاب نداشت. امّا حساب و جبر سوم، مثلثات، و جبر و آنالیز نیز شامل مسایل پیچیده ای بودند که به مرور زمان جا افتاد.

ریاضی جدید

در انتخاب محتوای کتاب ها، از منابع روز موجود در جهان، انگلیس، فرانسه، آمریکا، بلژیک، ... استفاده شده بود. و آن قدر مثال در کتاب ها دیده می شد که اگر دبیر فقط مثال های حل شده را توضیح می داد و تمرینات کتاب ها را هم حل نمی کرد، به هر حال چیزی عاید دانش آموز می شد، که البته بعدها به مرور قسمتی از این مثال ها حذف شدند.

مشکلات اجرایی کتاب ها

اعضای شورا، در طول برنامه ریزی و تألیف، مرتب روی بازآموزی دبیران برای آمادگی تدریس مطالب جدید تأکید داشتند و هر وقت وزیر در جلسات از مسئول آموزش متوسطه در این زمینه سؤال می کرد[21]، جواب داده می شد خاطرتان آسوده باشد این کار انجام شده است! اما عملاً این بازآموزی منحصر به برگزاری دوره ها در یکی دو تابستان در دانشگاه ها شد[22] که در آن جا نیز بدون هم آهنگی با برنامه ها و محتوای کتاب ها، هر استاد همان جزوهٔ کلاسی خود را آموزش می داد.

در آستانهٔ پیاده شدن کتاب ها، یعنی تابستان ۱۳۵۳، در کلاس های بازآموزی که زیرنظر خود مؤلفین اداره می شد، اگرچه کتاب ها صفحه به صفحه و تمرینات یکی به یکی مورد بحث قرار می گرفت، امّا باز دبیران با پختگی لازم به کلاس نمی رفتند.

یک معلم سرشناس تهران تعریف می‌کرد: «روزی در تدریس ریاضی جدید در کلاس مرتکب یک اشتباه فاحش شدم که این موجب شد که دیگر هرگز به آن کلاس و مدرسه برنگردم!» مشکل دیگر، دیر رسیدن کتاب‌ها به مدارس بود.

برنامه‌ریزی ریاضی دبیرستان بعد از انقلاب اسلامی

شورای برنامه‌ریزی تشکیل شده در شهریور سال ۱۳۵۹ در پایان کار دورهٔ ۸ سالهٔ عمومی با تجربیاتی که در این مدت حاصل شده بود، با تغییراتی در اعضای خود، برای تهیهٔ ریز مواد ریاضی دبیرستان آماده شد و هدف‌ها و قسمتی از مواد نیز تهیه شد که ناگهان وزیر آموزش و پرورش وقت در رسانه‌های گروهی خبر از تغییر نظام آموزشی کشور به صورت دوره‌های جدید با نام‌های: «ارکان، اساس و دبیرستان» را داد و مرتب روزنامه‌ها در این زمینه مقالاتی می‌نوشتند. درنتیجه ادامهٔ کار شورا زیر سؤال رفت که وقتی تغییر نظام آموزشی عنقریب است، نشستن اعضای شورا در این جا برای چیست؟ لذا شورا در نیمه‌های راه موقتاً کار خود را تعطیل کرد و تغییرنظام هم به همان شعارها ختم شد. با تغییر وزیر و ثابت ماندن نظام، مجدداً فعالیت کار در دفتر به صورت زیر آغاز شد و ادامه پیدا کرد.

فاز اول برنامه‌ریزی

وزیر جدید که خود استاد ریاضی دانشگاه بود و اساتید را می‌شناخت، افرادی را به مدیرکل دفتر معرفی کرد و شورای جدیدی تشکیل شد که اعضای گروه را نیز شامل می‌شد. در اتاق وزیر، رئیس و معاون شورا تعیین شدند. این شورا یکی دو سال به کار خود ادامه داد و هدف‌ها را همراه با ریز مواد دبیرستان تهیه کرد که در دفتر موجود است. این شورا نیز موقتاً تعطیل شد و منتظر تغییر نظام آموزشی ماند.

خطوط کلی نظام جدید

قریب به یک سال بعد، مسئولین اعلام داشتند که **تغییر نظام آموزش متوسطه** در راه است. مقامات مسئول، مشکلات آموزشی کشور را ناشی از پشت کنکوری‌ها ـ که مربوط به نتیجهٔ کار دبیرستان است ـ می‌دانستند. لذا شورای نظام جدید متوسطه تشکیل و خطوط کلی نظام کم و بیش روشن شد و وزیر، شخصاً در سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی حضور یافته، آن‌ها را برای کارشناسان توجیه کرد.

آن چه به طور ضمنی مورد تأیید قرار گرفت، این بود که:

۱. نظام ترمی است.

۲. دورهٔ دبیرستان ۳ سال است.

۳. قبل از دانشگاه «دورهٔ پیش‌دانشگاهی» است که دانش‌آموزان با معدل بالا در آن راه خواهند یافت تا خود را برای ورود به تحصیلات عالی آماده سازند.

۴. کتاب‌های علوم دورهٔ ۲ سالهٔ اول بین همهٔ رشته‌ها مشترک و یکسان خواهد بود.

۵. انتخاب رشته از سال سوم صورت می‌گیرد.

۶. دروس عمومی مشترک مثل زبان، ادبیات، عربی، دینی در مدارس «مادر» عرضه می‌شود.

۷. دروس اختصاصی رشته‌ها در دبیرستان‌های خاصی به وسیلهٔ دانش‌آموزان انتخاب شده و آن‌ها در همان‌جا این دروس را خواهند گذراند.

۸. رشتهٔ کار ـ دانش تأکید بر آموزش کارهای فنی و حرفه‌ای خواهد داشت.

۹. در این نظام، مردودی وجود ندارد. دانش‌آموز در پایان هر ترم تغییر کلاس می‌دهد و چنانچه در درسی افتاده باشد، در ترم بعد در همان دبیرستان آن را مجدداً انتخاب کرده و در کلاس آن شرکت نموده و در پایان، امتحان می‌دهد.

۱۰. خطوط جزئی کار بعداً اعلام خواهد شد.

مشکلات نظام

۱. طرح، نپخته بود و خطوط جزئی آن روشن نشده بود، یا لااقل در اختیار همگان قرار نداشت و اجرای نظام ترمی خالی از اشکال نبود.

۲. زمینهٔ ذهنی برای کسانی که باید آن را پیاده کنند اعم از مسئول اداره، دبیرستان یا دبیر فراهم نشده بود.

۳. تغییر برنامه و کتاب‌ها جهشی بود و دگرگونی و جابه‌جایی‌های زیادی صورت گرفته بود که با تصورات دبیر از آموزش ریاضی در دبیرستان مغایرت داشت.

۴. از تجربیات تغییر نظام قبلی استفاده نشده بود و از این رو دوباره بعضی از اشتباهات تکرار شد.

فاز دوم و شروع نظام

در زمستان سال ۱۳۷۰، به کارشناسان دفتر برنامه‌ریزی اعلام شد که نظام جدید با مشخصات کلی فوق برای سال ۷۲ ـ ۷۱ در

سال اول دبیرستان پیاده می‌شود. جدول هفتگی دروس نیز در دسترس قرار گرفت و از آن‌ها خواسته شد طوری اقدام شود که کتاب برای مهر ۷۱ در دست دانش‌آموز باشد.

گروه ریاضی با استفاده از ریز مواد تهیه شدهٔ قبل و به‌کارگیری شورای مجلهٔ رشد ریاضی، که بیش‌تر اعضای آن در برنامه‌ریزی قبل یا اسبق شرکت داشتند، طبق خط و مشی داده شده، ریز مواد ریاضی سال اول و دوم را برای همهٔ رشته‌ها اعم از ریاضی، تجربی، انسانی، کارودانش و هنرستان تهیه کرد و از فروردین ماه ۱۳۷۱، کار تألیف آغاز و در مرداد و شهریور همان سال کلاس بازآموزی دبیران تشکیل شد.

اما در پاییز ۱۳۷۱ که گروه ریاضی برای نظارت بر اجرای طرح به استان‌ها سفر کردند، مشاهده شد که در مدارس در بالای کلاس‌های نظام جدید نوشته شده کلاس ریاضی الف و ب، ...، کلاس تجربی الف، ب، ...، یعنی همان سبک و سیاق نظام گذشته ادامه پیدا کرده بود.

یکی از دبیران اظهار می‌داشت: فلانی، من تمام ریاضی جدید سال اول را به خورد بچه‌ها دادم! وقتی به او گفته شد هدف نظام جدید این نیست! اضافه کرد که کتاب‌ها طوری است که برای رشته‌های هنرستان و انسانی سنگین و برای ریاضی ضعیف است و شاید مناسب حال تجربی‌ها باشد، لذا دبیر در کار خود مانده است! بعدها نیز این سخنان در جاهای دیگر شنیده شد.

اصول کلی و خط و مشی عمومی ریاضی ۱ تا ۴ نظام جدید در مدت کوتاهی به عدهٔ زیادی از دبیران کشور آموزش داده شد. برنامه‌ریزها و مؤلفین پای صحبت معلمان نشسته، متوجه مشکلات و نواقص کار شده، در نظر داشتند برای سال سوم ریاضی درسی به نام «پیش‌حسابان» بگذارند که کاستی‌های دو سال اول را جبران کند.

فاز سوم

در این مرحله شورای جدیدی مسئولیت ادامهٔ کار را به عهده گرفت و چهره‌های تازه‌ای وارد شورا شدند. درنتیجه، هم‌آهنگی کامل بین کتاب‌های دو سال اول و سال‌های آخر به‌ویژه پیش دانشگاهی میسر نشد. ریز برنامه پیش دانشگاهی به وسیلهٔ این شورا تنظیم و تألیف صورت پذیرفت.

در نظام‌های قبلی، جریان کارها طوری بود که معمولاً دو یا سه سال بعد از اجرا، کتاب‌ها جا افتاده، دبیر به کارش مسلط شده، تکلیف دانش‌آموز نیز روشن می‌شد. اما در این نظام به قول یکی از مسئولین آموزش عمومی که اخیراً سخنان او از تلویزیون پخش شد، دانش‌آموزان هنوز درگیر تغییرات برنامه و کتاب‌ها یا شامل حذف یا مزید بخشی از آن‌ها هستند که معنای این حرف آن است که *نظام هنوز جا نیفتاده است*.

شورای برنامه‌ریزی هنرستان‌ها در بعد از انقلاب اسلامی

در شروع انقلاب، مهندسین هنرآموز هنرستان‌ها اعتراض داشتند که محتوای کتب ریاضی هنرستان‌ها پیش‌نیاز دروس فنی را برطرف نمی‌سازد. لذا در یک گردهمایی ۵۰ نفری مرکب از آقایان مهندسین همهٔ رشته‌ها و دبیران ریاضی هنرستان‌ها و در یک جلسهٔ ۴ یا ۵ ساعته در دفتر، از آن‌ها خواسته شد رشته‌های مختلف به ترتیب، نیازهای ریاضی خود را اعلام کنند تا یادداشت شود، و در آخر جلسه نیز تقاضا شد از هر رشته دو نفر مهندس را که ریاضی هم کار کرده باشند به عنوان نمایندهٔ خود معرفی کنند تا شورای برنامه‌ریزی ریاضی هنرستان‌ها تشکیل شود.

در این شورا در مدت یکی دو سال با توجه به خط و مشی کلی تعیین شده در گردهمایی، ریز مواد تهیه شد و اعضای شورا به تألیف پرداختند که کتاب‌های آن سال‌ها مورد استفاده قرار گرفت.

سخنان پایانی

الف ـ نویسنده پای صحبت قدیمی‌ها بوده، مطالب زیادی شنیده که قسمتی از آن‌ها را قبلاً خواندید. در این‌جا یک جمع‌بندی از آن‌ها نیز تقدیم می‌دارم. پیش‌کسوتان اظهار می‌داشتند که ما کارها را از پروفسور فاطمی‌ها، رهنماها... تحویل گرفته و همیشه در ادامه، به نکات زیر توجه داشته‌ایم:

۱. به سنت آموزش ریاضی در ایران که در جهان در سطح بالایی قرار دارد، عنایت کرده‌ایم،

۲. به آموزش تطبیقی و آنچه در جهان می‌گذرد توجه نموده، سعی داشته‌ایم از تک‌روی پرهیز کنیم،

۳. در انجام کارها از بهترین‌ها استفاده کرده‌ایم،

۴. به تدریجی بودن تغییر برنامه‌ها و کتاب‌ها و ثبات آموزشی در کشور توجه کرده‌ایم،

۵. به نظرات دبیران احترام گذاشته، آن‌ها را در کارهای خود اعمال کرده‌ایم،

۶. در این اواخر متوجه شدیم که شرایط اجرا نیز در به ثمر رسیدن برنامه‌ها نقش داشته و لازم است به آن عنایت شود.

ب ـ با توجه به تجربهٔ اینجانب، در حال حاضر شاید نکات زیر قابل بررسی و مطالعه باشد:

۱. من در شروع کارم در دفتر برنامه‌ریزی در سال ۱۳۵۰، اصرار داشتم که کارها بیش‌تر به دست دانشگاهیان داده شود. اما همکاران قدیمی مخالفت کرده، معتقد بودند که ما تشکیلات دیگری هستیم و باید برای خودمان کسی بوده، مستقل باشیم. اکنون بعد از ۳۰ سال کار در آن اداره، به همان نتیجهٔ متقدمان خود رسیده‌ام و معتقدم که سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی باید در همهٔ رشته‌ها با اعزام بهترین‌ها به خارج، برای خود کارشناس برنامه‌ریز و مؤلف تربیت کند. کاری که کشور فرانسه انجام می‌دهد و چند سال پیش کارشناس آن‌ها در طول یک هفته جلسات متوالی در سازمان، این مطلب را برای ما تشریح و توجیه کرد. به عبارت دیگر، سازمان باید سرمایه‌گذاری کرده، امتیاز بدهد تا بهترین‌ها را جذب کند. وگرنه آدم بی‌کار زیاد است و تحمل آن‌ها بر دفتر و سازمان آسان. البته شاور هم فی‌الامر هم شعار ماست و استقلال کار گروه‌ها به معنای عدم مشاوره یا همکاری با اساتید و دیگر متخصصان نیست.

۲. اعضای شورای برنامه‌ریزی در هر گروه باید با استفاده از کارشناسان، اساتید، دبیران، با نظر سازمان پژوهش انتخاب و با ابلاغ وزیر برای مدت ۵ سال انتخاب و هم‌آهنگ با هدف‌ها و برنامه‌های سازمان، ولی مستقل عمل نمایند. هم‌چنین لازم است در این شورا، از نمایندگان آموزش متوسطه و ضمن خدمت نیز دعوت به عمل آید تا اولی مسئولیت آمادگی ذهنی دبیران را به عهده گیرد و دومی از ابتدا مطابق نظرات شورا، آمادگی بازآموزی‌ها را فراهم نماید. در بعضی از کشورها مثل آمریکا، به طور ادواری از رؤسای دبیرستان‌ها، اولیای بچه‌ها، صاحبان صنایع، اعضای انجمن شهر، ... دعوت به عمل می‌آید تا برنامه‌ریزان با واقعیت‌های موجود در جامعه نیز آشنا شوند.

زیرنویس‌ها

۱. دورهٔ ابتدایی، ۶ ساله بود.

2. Today Mathematics

۳. بدون ذکر نام فرد و زوج.

۴. در کشورهای غربی هر ۵ ساله، کم‌تر یا بیش‌تر، برنامه‌ها تغییر می‌کند.

۵. قبل از آن، کتاب‌ها پراکنده و تألیفات شخصی بوده که خود نیاز به تحقیق بیش‌تری دارد.

۶. استاد، بورسیهٔ وزارت جنگ بود.

۷. در آن زمان مرحوم مجذوب با استفاده از بورس دولت فرانسه یک دورهٔ یک ساله را در پاریس گذرانده بود.

۸. مجذوب دانش‌آموز دبیرستان رازی بود و بعدها دبیر سن‌لوئی شد.

۹. دکتر مهران، وزیر آموزش و پرورش بود و در زمان تصدی خود، امتحانات ابتدایی را حذف کرد.

۱۰. ابوالقاسم قربانی در پاییز ۱۳۸۰ در سن ۹۰ سالگی بدرود حیات گفته و آقای دکتر حسن صفاری که مقیم فرانسه هستند در مراسم وی شرکت کردند.

۱۱. ایشان، همان آقای دکتر مهدی بهزاد نیستند.

۱۲. بعدها اسم آن به «دفتر برنامه‌ریزی و تألیف» تغییر یافت.

۱۳. که کم‌تر شرکت می‌کرد.

۱۴. بیرشک در زمستان ۱۳۸۰ در سال ۹۵ سالگی بدرود حیات گفت. ایشان بنیان‌گزار گروه فرهنگی هدف هم بود.

15. School Mathematics Project

16. School Mathematics Study Group

17. Midland Mathematics Education

18. Marjerum

۱۹. دکتر منوچهر تسلیمی.

۲۰. قرار بود مثلثات در کتاب‌های «جبر و حساب» و «جبر و آنالیز» آورده شود.

۲۱. هنوز ادارهٔ ضمن خدمت تشکیل نشده بود و مسئولیت بازآموزی‌ها با آموزش متوسطه بود.

۲۲. ظاهراً در تابستان برای دو دسته از دبیران، در دانشگاه‌های شریف، تهران و شیراز.

در دنیای اینترنت

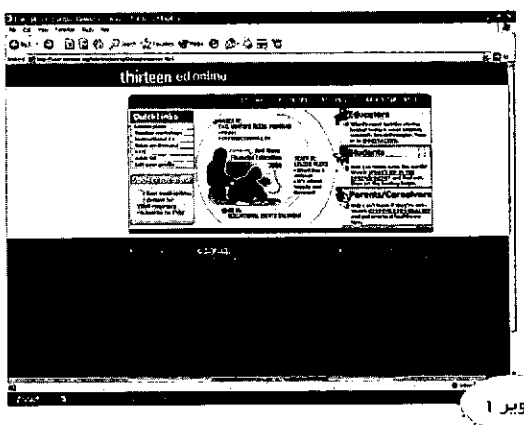
سپیده چمن‌آرا

آشنایی با سایت

صفحهٔ اصلی این سایت آموزشی، با وارد کردن آدرس

http://www.thirteen.org/edonline/

در مقابل شما قرار می‌گیرد (تصویر ۱). در گوشهٔ سمت چپ بالای این صفحه، تاریخ روز را مشاهده می‌کنید، که نشان می‌دهد برخی از اطلاعات آن، هر روز «به‌روز» می‌شوند.



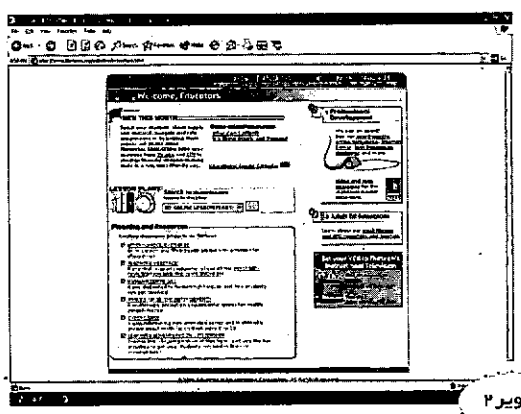
تصویر ۱

در حاشیهٔ بالای صفحه، چهار انتخاب داریم:

ED HOME	EDUCATORS	STUDENTS	PARENTS/CAREGIVERS

ما با کلیک کردن روی EDUCATORS (آموزشگران)، داخل این بخش می‌شویم: (تصویر ۲ را ببینید)

در این صفحه، موضوعات متنوعی وجود دارد. یکی از این موضوعات، «طرح درس» است (LESSON PLANS در قسمت میانی سمت چپ صفحه). با کلیک کردن بر روی ☑، پنجره‌ای باز می‌شود که عناوین موضوعات درسی مختلف در آن نوشته

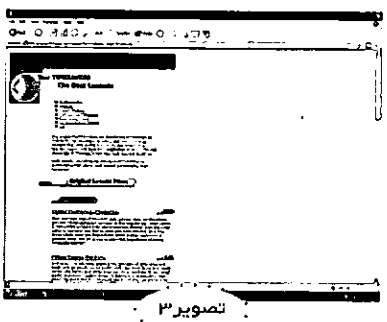


تصویر ۲

شده است. ما بر روی کلمهٔ mathematics (ریاضیات) و سپس روی کلمهٔ GO در کنار آن کلیک می‌کنیم. صفحه‌ای مانند تصویر ۳ در مقابل ما باز می‌شود که در ابتدای آن، چنین نوشته است:

«طرح درس‌های بدیع، توسط معلمان ماهر Thirteen Ed Online تهیه شده‌اند. با شروع با درس‌های آزموده شده و تصحیح شده[1] در کلاس درس، معلمان شبکه‌ای ما فعالیت‌هایی که بر اساس شبکه[2] هستند را به وجود آورده‌اند که در آن از منابع غنی Thirteen/WNET و اینترنت استفاده می‌شود. در هر ماه، درس‌های جدیدی بر اساس سری برجستهٔ PBS و منابع چشم‌گیر شبکه، به‌وجود خواهیم آورد.»

در زیر این متن، عناوین طرح درس‌ها، با توضیح مختصری دربارهٔ هریک مشاهده می‌شود. وارد یکی از آن‌ها می‌شویم و روی عنوان زیر، کلیک می‌کنیم:



تصویر ۳

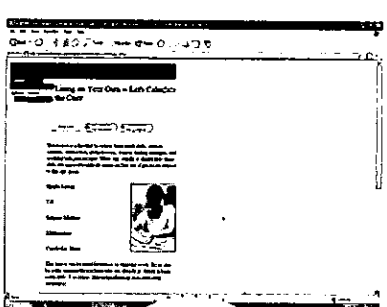
Living On your Own --- Let's Calculate the Cost!

صفحهٔ نشان داده شده در تصویر ۴، باز می‌شود. بالای آن ۳ انتخاب:

Overview | Procedures for Teachers | Organizers for Students

به چشم می‌خورد. صفحهٔ باز شده، در واقع صفحهٔ Overview(مرور) است که شرح مختصری از درس انتخاب شده را ارایه می‌دهد:

«این درس، روشی خوش‌آیند برای



تصویر ۴

مرور مهارت‌های ریاضی هم‌چون جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، یافتن میانگین و کار با درصد است. مهم‌تر از همه این‌که این درس نشان می‌دهد که چگونه این مهارت‌ها در موقعیت‌های زندگی واقعی ـ که برای این گروه سنّی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است ـ مورد استفاده قرار می‌گیرند.

سطح کلاس:

۸-۷

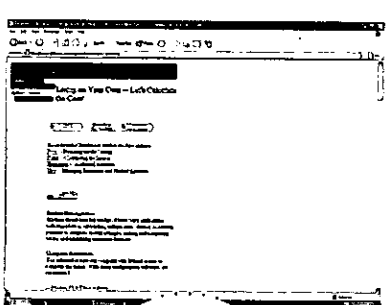
موضوع درسی:

ریاضی

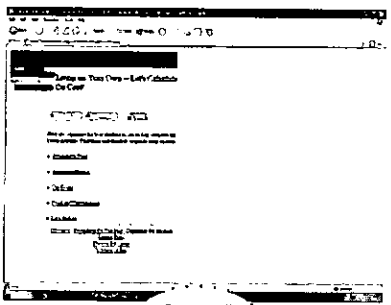
کاربردهای آن در برنامهٔ درسی[۳]:

از این درس می‌توان برای مرور درس، یا کارهای جبرانی استفاده کرد. هم‌چنین این درس برای دانش‌آموزانی که قبلاً در مهارت‌های پایه‌ای ریاضی، خبره گشته‌اند، تمرین جذّابی است. این درس موجب پیشرفت مهارت‌های اینترنتی و آگاهی‌های اجتماعی می‌شود.» در ادامه، اهداف یادگیری این درس، ذکر شده است.

با کلیک کردن روی دو انتخاب دیگر بالای این صفحه، می‌توان فرآیندهای لازم برای آماده‌سازی معلم برای ارایهٔ این درس به دانش‌آموزان و سازمان‌دهنده‌های[۴] لازم برای دانش‌آموزان جهت تکمیل فعالیت‌های این درس را مشاهده کرد و در صورت لزوم، از آن‌ها پرینت گرفته و در اختیار دانش‌آموزان قرار داد. (تصاویر ۵ و ۶) لازم به توضیح است که ورود به بخش طرح درس‌ها، از صفحهٔ اصلی (تصویر ۱) نیز امکان‌پذیر است (گوشهٔ سمت چپ، زیر Quick Links). هم‌چنین، در همین



تصویر ۵



تصویر ۶

صفحه و زیر Quick Links، می‌توان با کلیک کردن روی عنوان Teacher Workshops، وارد صفحه‌ای مانند تصویر ۷ شد:

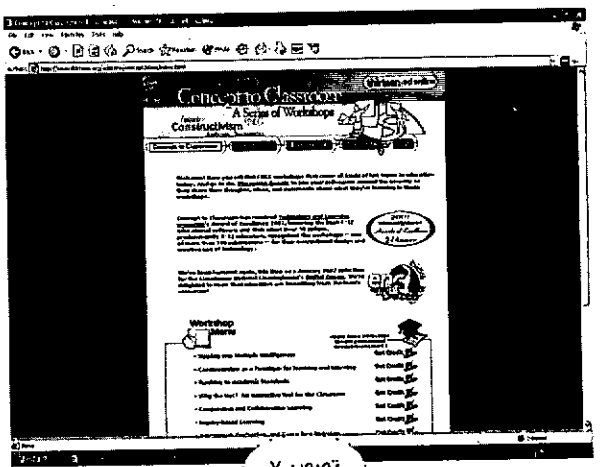
«خوش آمدید! در این‌جا، کارگاه‌های آزادی را خواهید یافت که انواع موضوعات داغ که امروزه در آموزش مطرح هستند را پوشش می‌دهد. برای پیوستن به همکاران خود در سراسر کشور، به Discussion Boards بروید تا افکار، ایده‌ها و توصیه‌هایشان دربارهٔ آن‌چه که در این کارگاه‌ها یاد گرفته‌اند را با شما در میان بگذارند.»

و در پایین صفحه، عناوین کارگاه‌ها نوشته شده است:

- Tapping into Multiple Intelligence
- Cunstructivism as a Paradigm for Teaching and Learning
- Teaching to Academic Standards
- Why the Net? An Interactive tool for the Classroom
- Cooperative and Collaborative Learning
- Inquiry-based Learning
- Assesment, Evaluation, and Curriculumn Redesign
- Web Quests
- .....

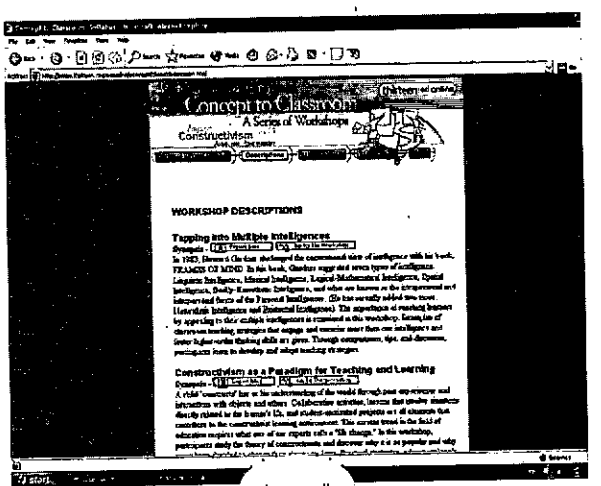
- در حاشیهٔ بالای این صفحه (تصویر ۷) انتخاب‌های زیر در دسترس است:

Concept to Classroom ، Descriptions ، Discussions ، Resources ، Help



تصویر ۷

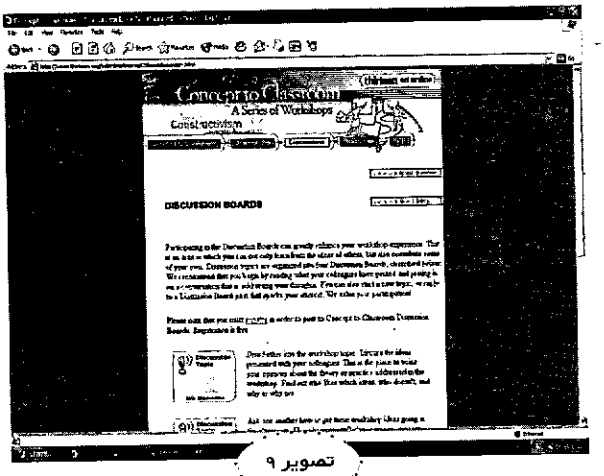
که این صفحه، همان صفحهٔ Concept to Classroom است. با کلیک کردن روی Descriptions (تصویر ۸) دربارهٔ هریک از کارگاه‌ها (که فهرست آن‌ها در صفحهٔ قبل آمده بود) توضیح مختصری داده شده است و اهداف کارگاه تشریح شده است.



تصویر ۸

در بخش Discussions (تصویر ۹) می‌خوانیم:

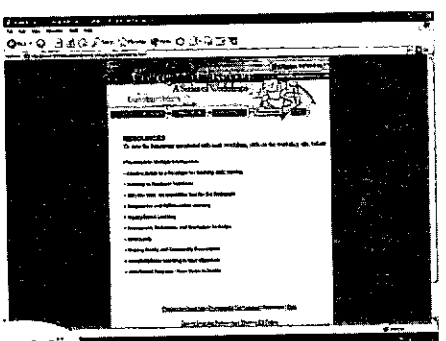
«عضویت در Discussion Boards (تابلوی تبادل‌نظر)، موجب افزایش تجربهٔ کارگاهی شما می‌شود. این جا، محیطی است که در آن نه تنها می‌توانید از ایده‌های دیگران یاد بگیرید، بلکه می‌توانید برخی از ایده‌های خودتان را نیز مطرح کنید. موضوعات گفتگو، به چهار موضوع تقسیم شده‌اند که در



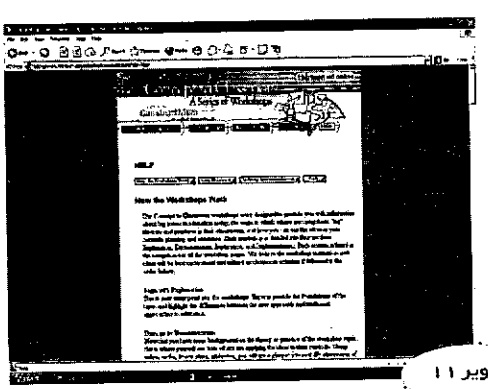
تصویر ۹

زیر دربارهٔ آن‌ها توضیح داده شده است...»

در بخش Resources (تصویر ۱۰) با کلیک کردن روی هر یک از عنوان‌های کارگاه‌ها، به منابع مرتبط با آن کارگاه دست می‌یابید، و در بخش Help (تصویر ۱۱) مفصلاً دربارهٔ این‌که *کارگاه چگونه کار می‌کند؟ چگونه باید بخش‌های مختلف کارگاه را دنبال کرد؟ و icon‌ها استفاده شده در کارگاه‌ها، به* چه معنا هستند؟ توضیحاتی داده شده است.



تصویر ۱۰



تصویر ۱۱

در شماره‌های آیندهٔ مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، وارد یکی از این کارگاه‌ها خواهیم شد و روند آن را به تفصیل دنبال خواهیم کرد.

آذر ۸۲

همایش ریاضی و بزرگداشت دکتر امیدعلی شهنی کرم‌زاده

۲۰ و ۲۱ آذر ۱۳۸۲

زیبا کیانی زاده
دبیر همایش و سرگروه ریاضی ناحیهٔ ۳ اهواز

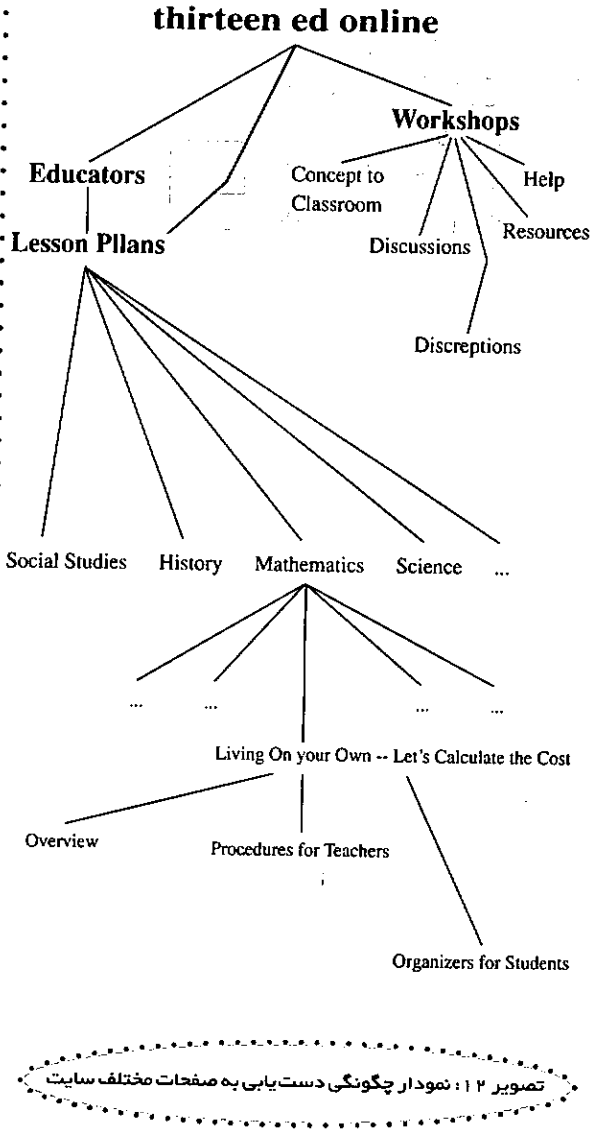
در روزهای ۲۰ و ۲۱ آذر ۱۳۸۲، گروه ریاضی متوسطه آموزش و پرورش ناحیه ۲ اهواز با همکاری سازمان آموزش و پرورش استان خوزستان و جمعی از اساتید محترم دانشگاه شهید چمران اهواز، یک همایش باشکوه ریاضی استانی (آموزش ـ کاربرد) به مناسبت تجلیل از شخصیت علمی و فرهنگی دکتر امیدعلی شهنی کرم زاده برگزار نمود. در این همایش، بیش از ۶۰۰ نفر از استادان، دبیران، دانشجویان و دانش آموزان شرکت داشتند. محل برگزاری آن، خانهٔ معلم اهواز و پژوهشکدهٔ تعلیم و تربیت بود.

اهداف این همایش، دست یابی به تحولی عملی در ارتقای کیفیت آموزش ریاضیات و کاربردهای آن در فرآیند یاددهی ـ یادگیری بود.

محورهای پیشنهادی همایش عبارت بودند از:

۱ـ ارایهٔ دست آوردهای اساتید، دبیران، دانشجویان و دانش آموزان برای ایجاد انگیزه جهت آموزش و یادگیری ریاضیات،

۲ـ نقش زبان و فرهنگ در آموزش و بیان ریاضیات و یادگیری آن،



تصویر ۱۲: نمودار چگونگی دست یابی به صفحات مختلف سایت

زیرنویس ها

1. Tried- And-True
2. Web Based
3. Curricular Uses
4. Organizers

۳ـ ارایهٔ الگوهای تدریس برتر ریاضیات (از ابتدایی تا پیش دانشگاهی)،

۴ـ ارایهٔ مقالات عمومی و تخصصی ریاضیات،

۵ـ مشکلات فرایند یاددهی ـ یادگیری ریاضیات و ارائهٔ راهکارهای آن و تجلیل از شخصیت علمی و فرهنگی دکتر امیدعلی شهنی کرمزاده و پیشکسوتان ریاضی در آموزش و پرورش ناحیهٔ ۲ اهواز.

برنامه های اصلی همایش عبارت بودند از:

الف) برپایی سخنرانی های عمومی و تخصصی توسط اساتید،

ب) ارایهٔ دست آوردهای علمی و عملی فرهیختگان،

پ) میزگرد نقد و بررسی کتب درسی (از ابتدایی تا پیش دانشگاهی)،

این میزگرد با حضور جمعی از اساتید محترم، مسئولین سازمان آموزش و پرورش استان و نمایندگان دبیران سه مقطع برگزار شد.

ت) نمایشگاه کتاب، پوستر و مواد کمک آموزشی و کارگاه آموزشی ریاضیات،

ث) ارایهٔ مقالات برتر (۲۵ مقاله از دبیران و دانش آموزان) در ۵ کلاس موازی. لازم به ذکر است که بیش از ۲۰۰ مقاله به دبیرخانهٔ همایش رسید که هیئت علمی از بین آن ها ۲۵ مقاله را هیئت علمی جهت ارایه و ۴۰ مقاله را جهت نصب به صورت پوستر برگزیدند.

آثار و برکات این همایش:

۱ـ ایجاد انگیزه در معلمان ریاضی برای پیشبرد اهداف آموزشی و سعی در به وجود آوردن تحولی علمی در مدارس با توجه به ایده هایی که در همایش کسب شد،

۲ـ ایجاد فضای مناسب جهت آشنایی بیش تر دبیران ریاضی نواحی چهارگانهٔ اهواز با سایر دبیران ریاضی و اساتید دانشگاه،

۳ـ حفظ و تقویت فضای هم فکری، تبادل تجربه و دوستی در راستای خدمت به جامعه بین معلمان ریاضی استان،

۴ـ علاوه بر بررسی مسایل آموزشی و کاربردی ریاضی، حضور اساتید و مؤلفین کتب، نقطهٔ عطفی است برای ایجاد انگیزه و گرایش دانش آموزان به ریاضیات.

■

هفتمین کنفرانس آموزش ریاضی کشور

سنندج ۱ الی ۳ شهریور ۸۳

7th Iranian Mathematics Education Conference

Sanandaj 22 - 24 / August / 2004

نحوه تنظیم و ارسال مقالات

- **ارسال چکیده مقاله حداکثر در ده سطر**
- **ارسال مقاله کامل حداکثر در هفت صفحه**
- **ارسال اصل و چکیده مقاله با Word یا Latex به همراه دیسکت**

مهلت ثبت نام و ارسال مقالات:

- **آخرین مهلت ارسال فرم ثبت نام ۸۳/۳/۲۰**
- **آخرین مهلت ارسال مقاله و چکیده آن (همراه دیسکت) ۸۳/۴/۲۵**

تذکر مهم:

- **تاریخ نهایی اعلام پذیرش داوطلب شرکت در کنفرانس ۸۳/۵/۱۰**
- **قبل از دریافت نامه پذیرش از واریز وجه خوداری نمائید.**
- **اصل فیش واریزی تا ۸۳/۵/۲۰ به دبیرخانه ارسال گردد در غیر اینصورت پذیرش نخواهید شد.**

نشانی دبیرخانه:

سنندج: خیابان طالقانی، میدان سهروردی (فیض آباد)، مرکز تربیت معلم شهید مدرس

تلفن: ۲۲۵۲۵۹۵ فاکس: ۲۳ ۲۲۵۷۱ (۰۸۷۱)

پست الکترونیکی: info@tmkurd.org

math7kurd@yahoo.com

آدرس اینترنتی: www.tmkurd.org

بسم الله الرحمن الرحیم

Roshd

Mathematics Education Journal

Vol.21 - No.76 - 2004

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning

Teaching-Aids Publications Office

Managing Editor : Alireza Hadjianzadeh
Editor : Zahra Gooya
Executive Director : Sepideh Chamanara
Editorial Board : Esmaiel Babolian, Mirza Jalili, Sepideh Chamanara, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie,Shiva Zamani, Bijan Zangeneh, Mohammad Reza Fadaie, Soheila Gholamazad and Alireza Medghalchi
Art Director & Graphic Designer : Fariborz Siamaknejad

P.O.Bax : Tehran 15875 - 6585 / **E-mail:info@roshdmag.org**
ISSN: 1606 - 9188

2 **Editor's Note**

4 **The Nature of Mathematics**
trans: Z. Gooya & N. M. Mehrabani

12 **The Subjects of Students' Researchs**
by: E. Babolian

18 **A Comparison of Behaviorist & Constractivist Perspectives**
by: L. N. Lacroix
trans: Z. Gooya

23 **Cultural Contexts for School Math...**
by: A. M. Shaljan
trans: A. Karamian

26 **The Forgotten Mathematicians from Sabalan**
by: M. Bayat & Z. Abbaspour & N. Tafakheri

33 **Teachers' Narrative**
by: A. Rafipour

35 **Problem**
by: M. Sedgi

36 **Mathematics & Criptography**
by: A. Moshafi

41 **A Look at the Point of Infelection**
by: K. Sharafi

45 **Letters**

46 **Geometry on Sphere**
by: M. Rezai

48 **A Review of Mathematics Books &...**
by: M. Jalili

59 **In the world of Internet**
by: S. Chamanara

62 **News & Reports**

برگهٔ اشتراک مجلات آموزشی رشد

نام و نام خانوادگی : .....
تاریخ تو لد : .....
میز ان تحصیلات: .....
تلفن : .....
نشانی کامل پستی:
استان: .....
شهر ستان : .....
خیابان : .....
کو چه : .....
پلاک : .....
کُد پستی: .....
مبلغ واریز شده : .....
شماره رسید بانکی: .....
تاریخ رسید بانکی: .....
مجله در خو استی : .....

امضاء:

شرایط اشتراک

۱ـ وار یز حداقل مبلغ ۱۵،۰۰۰ ریال به‌عنوان پیش پرداخت به حساب شمارهٔ ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبهٔ سرخه حصار، کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست و ارسال رسید بانکی به‌همراه برگهٔ تکمیل شدهٔ اشتراک به نشانی دفتر انتشارات کمک آموزشی.

۲ـ شروع اشتراک از زمان وصول برگهٔ درخواست اشتراک است. بدیهی است یک‌ماه قبل از اتمام مبلغ پیش پرداخت، به مشترک جهت تمدید اشتراک اطلاع داده خواهد شد.

گلیم‌های بافت ایل سئون

[به مقاله «هندسه‌دانان فراموش شده دامنه کوه سبلان» رجوع کنید.]

آیا سایر
مجلات رشد را هم
می شناسید؟