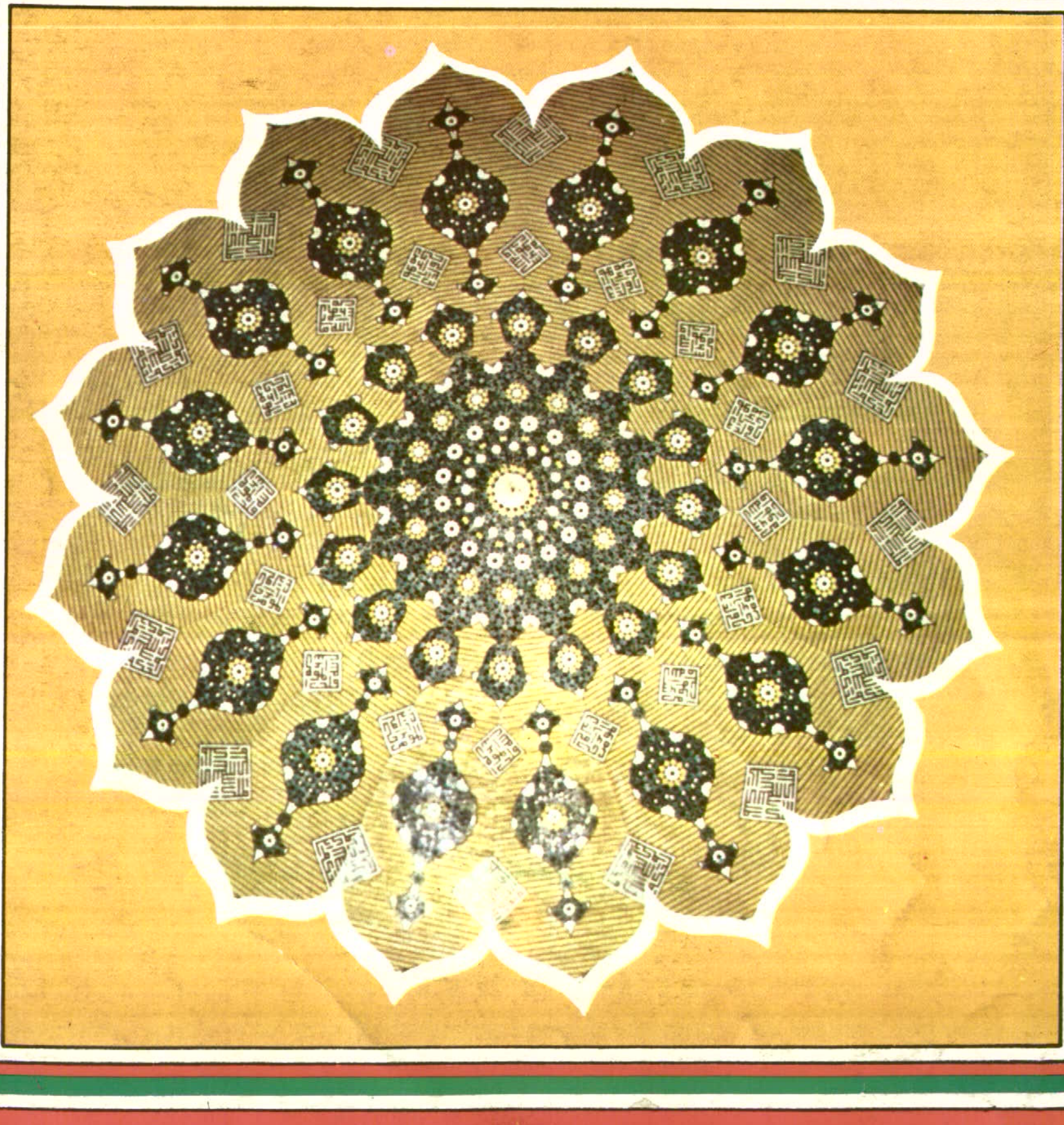
رشد آموزش ریاضی

سال سوم ـ شماره ۱۰ ـ تابستان ۱۳۶۵
بها: ۱۰۰ ریال



رشد آموزش ریاضی

سال سوم ـ شمارهٔ ۱۰ ـ تابستان ۱۳۶۵

نشریهٔ گروه ریاضی دفتر تحقیقات و برنامه‌ریزی و تألیف کتابهای درسی پژوهشی.

نشانی : خیابان ایرانشهر شمالی. ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش ۸۳۲۰۲۱

سردبیر : دکتر محمد قاسم وحیدی

تولید : واحد مجلات رشد تخصصی

صفحه‌آرا : علی نجمی

مجله رشد آموزش ریاضی هر سه ماه یکبار به منظور اعتلای دانش دبیران و دانشجویان دانشگاهها و مراکز تربیت معلم و آشنایی آنان با شیوه‌های صحیح تدریس و یادگیری [illegible] منتشر می‌شود

فهرست

بسم الله الرحمن الرحیم

پیشگفتار

خواننده‌ای برما ایراد کرده است که چرا درمجلهٔ رشد آموزش ریاضی چندان به امر کنکور پرداخته نمی‌شود. درواقع حق کاملاً بجانب این خوانندهٔ گرامی است؛ ماجز درج سؤالات کنکور در دوشمارهٔ مجله ومصاحبه‌ای با مسؤولین محترم اداره کل گزینش دانشجو، کاری در دوسه سال گذشته، یعنی از بدو تأسیس مجله در این زمینه انجام نداده‌ایم. البته به حکم رسالتی که برای مجله قائلیم، هدف آن نیست که از بازار گرم کنکور، آنگونه که متأسفانه رایج شده، برای گرمی بازار خود استفاده کنیم. اما به گمان ما امرمهم کنکور باید ازجوانب مختلف مورد تجزیه وتحلیل قرار گیرد. گرچه انجام درست این کار خارج ازبضاعت ما درهیأت تحریریه، ودر واقع برعهدهٔ همه کسانی است که به‌نحوی با این مسئله مرتبط‌اند. دبیران محترم ریاضی وبه‌خصوص دبیران سالهای آخر دبیرستان که سروکارشان باخیل مشتاقان ورود به‌دانشگاه است ونیزاساتید محترم ریاضی ورشته‌های دیگر که کیفیت کارشان به‌چگونگی انتخاب دانشجو ونحوهٔ طرح سؤال وبرگزاری کنکور و... بستگی دارد همه می‌توان برخوردی منتقدانه و البته منطقی ومستدل نسبت به کنکور داشته ونظرات خود را درارتباط بامسائل فوق درمجله منعکس نمایند. دبیران محترم ریاضی می‌توانند حتی درمحدودهٔ مناطق خود وتا آنجاکه وسعت کارشان اجازه می‌دهد به تجزیه وتحلیل آماری نتایج کنکور، ازجمله میزان تناسب سؤالها با مواد درسی، همبستگی نمرات قبول شدگان ونمرات کنکورو غیره بپردازند. درواقع آنچه اهمیت وافر دارد این است که چگونگی انتخاب دانشجوازطریق کنکورتأثیرعظیمی برجهت‌گیری فعالیتهای آموزشی واعتلایا افت کیفیت آموزش دارد و بنابراین بردبیران محترم ریاضی واساتید فرض است که با انتقادها وپیشنهادهای اصولی خود، مسؤولین برگزاری کنکور را، که وظیفه‌ای بس خطیر وبس سنگین برعهده دارند، یاری نمایند.

نکتهٔ دیگری که به‌تصور ما ازچشم مسؤولین اداره کل گزینش دانشجو وبه طورکلی مسؤولین آموزش وبرنامه ریزی کشوردورمانده است، بهره‌برداری صحیح واصولی از ذخایر

بقیه در صفحه ۴۳

محمدعلی رجائی

معلم ریاضی نمونه وموفق

از: سید محمدکاظم نائینی

هشتم شهریور مـاه سالگرد شهـادت رئـیس‌جمهـور شهید محمدعلی رجایی و نخست‌وزیـر شهید دکـتر مـحمدجواد بـاهنر است. دربارهٔ این دو شخصیت انقلابی، کـه سالیان دراز دوش بـه‌دوش هم در سنگرهای گوناگون تلاش و مبارزه می‌کردند و سرانجام نـیز در کـنار هم به‌دیدار خداوند نائل شدند، سخن بسیار گفته‌انـد و نـوشته‌انـد. امـا شاید دربارهٔ شهید رجایی به‌عنوان یک معلم ریاضی کمتر سخن گـفته شده است. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی وظیفهٔ خود می‌دانست بـه‌عنوان ادای احترام به‌این شهید بزرگوار، به‌تناسب موضوع مجله، این جنبه از زندگی افتخارآمیز او را به‌خوانندگان عزیـز خـود بشناسانـد. آقـای محمدکاظم نـائینی از دوستان و همکاران قـدیمی و صمیمی آن شهید، تقاضای مجله را برای نگارش مقاله‌ای در این زمینه پذیرفتند. اکـنون ضمن تشکر از ایشان، شما را به‌خواندن این مقاله دعوت می‌کنیم تا بـا شرح حال این معلم ریاضی موفق و نمونه که در انقلاب اسلامی ایران به‌مقام ریاست جمهوری رسید، بیشتر آشنا شوید.

رشد آموزش ریاضی

دادن نام معلم بمفهوم‌کامل به‌یك انسان، و فراتـر از آن اطلاق صفت نمونه به‌این نام اگر بدون ارائهٔ دلیل‌کافی‌صورت گیرد را باید درحد مجامله وتعارف دانست. اما درمورد محمد علی رجائی شهید متعبدی‌کـه به‌لقاءالله پیوست همهٔ شواهد و دلایل در دست‌است که وی به‌حق، معلمی نمونه وموفـق و در کارش استاد بود.

لقب نمونـه وموفـق را اولین‌بار درسال ۱۳۳۷ استاد عالیمقام پروفسور تقی فاطمی به‌شهادت بیش ازچهل نفـر از همکلاسان اوکه امروز ازمعلمین ریاضی سراسرکشورهستند در کلاس درس روش‌تدریس ریاضی‌وتمرین دبیری دانشسرایعالی به‌ایشان داد. آنهائی‌کـه آقای پروفسور فاطمی را می‌شناسند بخوبی می‌دانندکه به‌کاربردن کلمات مجامله‌آمیز در شأن ومقام ایشان نبود.

آن روز رجائی درس قابلیت تقسیم درحساب استدلالی را درکلاس درس دانشگاه ودرحضور استاد برای ما تدریس می‌کرد. وی درمدت یك‌ساعت درس چنان به‌استادی وراحتی مهارت وقابلیت‌های لازم یـك معلم نمونه‌راارائه‌دادکه‌تصویر آن‌چونان تابلوئی درنظرما مجسم‌گردید. هنراودر ادارهٔ‌کلاس پاسخ به‌سؤالات، وکنترل دانش‌آموزان فرضی چشمگیر بود. درپایان درس استاد فاطمی هیـچ ایـرادی را به‌کارشان وارد ندانست و وی را معلمی موفق ونمونه خـواند. از همکاران و شاگردان اوکسی را سراغ ندارم‌کـه ایـرادی به‌کارتدریس رجائی در دوران دبیری ریاضی وی‌داشته باشد. شرایط‌سخت کلاس ومدرسه خللی در برنامه وکاراو وارد نمی‌ساخت، چون بسیارمنظم بود و برای هرکاری برنامه‌ای حساب شده با هدف مشخص وروشی معین‌داشت. اثرمعنوی وی روی دانش‌آموزان

اعجاب‌انگیز بود.

درسال اول خدمتش به‌شهرخوانسار رفت و درفاصله‌ای کوتاه چنان دردل دانش‌آموزان و خانواده‌های آنان جای گرفت که مورد رشك‌وحسادت همکاران کوته‌نظروغیرمتعهدقرار گرفت تاجائی که علیه او توطئه‌کردند واورا رنجاندند. وی تصمیم گرفت آنجا را ترك‌کند. او در نامه‌ای به‌من غم ورنج خود را چنین نوشت:

«من به‌خوانسار رفتم. معلمین آنجا به‌دو دستهٔ بومی وغیربومی تقسیم شده بودند. دانش‌آموزان‌هم دردوجبهه قرار گرفته وتحریك شده بودند. این‌وضع مرا آزرده‌کرده است. ازلوازم زندگی آنچه‌که داشتیم جمع کردیم وبه‌قصد ترك شهر سوار اتوبوس شدیم‌که آنجا را ترك‌کنیم‌که دانش‌آموزان خبر یافتند ودورماشین‌را گرفتند وبه‌عذرخواهی‌پرداختند. یکی را دیدم‌که گریه می‌کرد.»

رجائی‌ازخوانسار به‌تهران‌آمدو بلافاصله به‌ادامهٔ‌تحصیل در دورهٔ فوق‌لیسانس آمار دانشگاه تهران پرداخت.

رجائی برای‌کار درخوانسار برنامهٔ پنجساله ریخته بود، تعدادزیادی‌کتاب ریاضی و علمی تهیه‌کرده بود تا معلومات خود را مطابق روز کامل کند. کتابهای ریاضی دبیرستانی نظام قدیم را خریداری‌کرده مباحث آنرا استخراج و درارتباطه با یکدیگر تنظیم‌کرده بود ویك تحقیق‌علمی روی روشهای‌تدریس مباحث آن انجام داده بود. برای هردرس روش‌خاصی ابداع کرده‌بودکه درمقایسه باروشهای دیگر بهترین‌بود. مثلاً درمورد تعریف حد، پیوستگی، مشتق، تابع اولیه، روشهای عملی وقابل فهم داشت‌که به سهولت می‌توانست مفاهیم اصلی را به دانش‌آموزان تفهیم‌کند. آنچه‌که می‌دانست وآنچه‌که به‌آن‌می‌رسید ازدیگران دریغ نمی‌کرد. درکارش بسیار دقیق وموشکاف‌بود.

رجائی با زبان انگلیسی آشنا بود. قبل از آنکه به‌دانشسرایعالی وارد شود با مدرك دیپلم به‌عنوان معلم زبان استخدام شده بود ویك‌سال درشهربیجار زبان تدریس‌می‌کرد. اوقبل ازاینکه دیپلم متوسطه‌اش را بگیرد در نیروی هوایی مشغول به‌کارشد ودورهٔ متوسطه را درکلاسهای شبانه(خزائلی) گذراند. معلمین برجستهٔ آن‌کلاسها هنوز اورا بیاد دارند. رجائی روش تدریس آقای موسی آذرنوش (دبیرریاضی) را روشی جالب وکامل می‌دانست‌که بعدها ازروش اوبا تغییراتی تقلید می‌کرد.

رجائی همهٔ شب‌های جمعه درمسجد هدایت پای وعظ و منبر مرحوم آیت‌الله طالقانی بود. افکارآقای طالقانی در او خیلی تأثیرگذاشت وتأثیرگفته‌های ایشان بودکه اوپس از گرفتن دیپلم‌متوسطه ازنیروی هوائی مستعفی شد وبه‌سوی‌معلمی روی آورد، زیرا مرحوم طالقانی اعتقاد داشت بهترین شغل و بهترین راه خدمت به‌مردم دراسلام معلمی است، چه یك معلم خوب جامعه‌ای را به‌صلاح هدایت می‌کند.

بعدازترك خوانسارآقای رجائی به‌مدت یك‌سال‌درتهران دانشجوی فوق‌لیسانس آمار بود و دراین زمان آموزش و پرورش خوانسار وی را به‌علت ترك خدمت غیاباً به‌شش ماه کسرثلث حقوق محکوم‌کرد وبه‌او تکلیف شدکه به‌محل‌کارخود بازگردد. رجائی‌درنامه‌ای به‌وزارتخانه، وضع خوانساروعلت ترك خدمت خود را شرح داد وتقاضا نمود تا با ادامه‌کارش‌در قم یا درقزوین موافقت‌کرده یا تعهد خدمتش را لغونمایندکه وزارت‌آموزش وپرورش با ادامهٔ خدمت اودرقزوین موافقت کرد. بااینکه رجائی به‌خاطراستفاده ازحوزه علمیه ودروس‌آن میل بیشتری به‌قم داشت ولی ناگزیربه‌قزوین آمد ودرس و تدریس باردیگر آغازشد و بیش ازیکماهی نگذشته بودکه نام وی درقزوین به‌عنوان معلم خوب شهرت یافت. مشاور رئیس فرهنگ وقت شد. فرهنگیان خوب ودلسوز را شناسائی‌کرد، آنها را به‌مدیریت مدارس گماشت، بیش از۱۵۰ منطقه‌مخروبه وزباله‌دان شهررا با خودیاری مردم پاکسازی وتبدیل به‌مدرسه کرد.

چندی نگذشت‌که ساواك‌کارشکنی را علیه اوآغازکرد: رئیس فرهنگ را به‌طورغیراصولی ازجانب فرمانداری‌قزوین عزل‌کردند، بااستفاده‌ازپاره‌ای معلمان‌ودانش‌آموزان‌اعتصابات وسروصدایی به‌راه انداختندکه رجائی را محرك اصلی آن معرفی ودرنتیجه وی را ازقزوین دور وبه‌تهران تبعیدکردند.

رجائی درچهارسالی‌که درقزوین به‌سربرد بهترین و معروفترین معلم ریاضی شهربود. وی بودکه برای اولین‌بار شورای معلمان ریاضی‌آن شهررا تشکیل‌داد. این شوراهفته‌ای یك‌روز (بعد ازظهر پنجشنبه‌ها) درکلاس یکی از مدرسه‌ها تشکیل می‌شد. دراینجا معلمین ریاضی‌شهرضمن انجام‌مشاورات درسی، اشکالات آموزشی خود را مطرح و به‌کمك هم آن مشکلات را برطرف می‌کردند. بهترین و آموزنده‌ترین‌کلاس‌هایی‌که دیده‌ام همین جلسات شورای معلمان ریاضی شهر قزوین بود. مثلاً من می‌گفتم فردا می‌خواهم درس مثلثات را درکلاس پنجم دبیرستان آغازکنم ومی‌پرسیدم بهترین راه آغاز تدریس آن چگونه است. سپس آقای رجائی یا یکی

دیگر ازمعلمین که دراین‌کار ورزیدگی داشت، پای تختهمی‌رفت وعیناً آن درس موردنظررا با روشهای مختلفی تدریس‌می‌کرد. بعد روشهای به‌کار گرفته شده مورد بحث وبررسی حضار قرار می‌گرفت و شخص با تـوجه به‌استنباط و توانایی کاری خود، بهترین روش را جهت ارائه درس مورد بحث انتخاب می‌کرد باید همین‌جاخاطرنشان سازم که‌اصل تشکیل گروههای‌آموزشی که فعلاً درسطح‌آموزشی مملکت مطرح است ازاین فکرآقای رجائی مایه‌گرفته است.

رجائی درتهران درمدرسهٔ‌کمال نارمـك و درمدرسه‌ای که‌امروز نـام میرداماد به‌روی‌آن است (خیابان ری) و مدرسه سخن پسران به‌تدریس ریاضی پرداخت وبعـد از دایر شدن مدرسهٔ رفاه بیشترین فعالیت‌خود را دراین مدرسه‌متمرکز ساخت وازهمین‌جا بودکه وارد مبارزات جدی برعلیه‌ستمشاهی گردید.

درمورد تدریس اودربخش شش (قدیم) تهران نکته‌ای است که ذکرآن‌می‌تواند تصویرمعلمی (ریاضی) رجائی را بهتر به‌ذهن متبادرسازد. مدیرمدرسه‌ای (دربخش شش قدیم)دریکی ازجلسات عمومی نقل می‌کردکه باچیـز عجیبی روبه‌رو بوده است. وی می‌گفت همیشه این‌طوربوده‌که هرگاه معلم جدیدی به‌مدرسه‌اش می‌آمد اولین سؤال پس ازتعارفات معموله ازوی این بوده است‌که چند ساعت تخفیف درساعت درس مـوظف برای وی قایل خواهم شد وبه‌عبارت دیگرتدریس ۲۲ ساعت موظف دولتی انتظاری عبث‌بودهرگـز به‌تدریس حداکثر ۱۸ ساعت رضایت‌نمی‌دادند تاازطریق فراغت به‌دست‌آمده‌بتوانند در مدارس ملی و خصوصی تدریس نمایند. وی ادامه دادکـه اخیراً معلم ریاضی جدیدی به‌مدرسه‌اش آمده‌که وقتی برای‌او هیجده ساعت دربرنامه درسی منظورکرده‌ایم اعتراضی‌کرده‌که چرا وبه‌چه‌حقی ۲۲ساعت موظف‌کار دولتی او به‌هیجده‌ساعت تقلیل یافته است وتقاضای کار۲۲ ساعت تمام وکمال راکرده است. درنتیجهٔ اعتراض این معلم ریاضی جدید سایرمعلمین هم تحت تأثیرقرار گرفته وهمان ۲۲ساعت موظف خودرادربرنامه تدریس‌می‌کنند. این مدیرمدرسه ازاینکه معلمی هم پیدا شودکه ساعات تدریس قانونی را به‌طور دقیق رعایت‌کند شگفت‌زده بود.

باری رجائی به‌شغل معلمی مـؤمن و به‌انجام وظیفه‌اش معتقد بود. گفتار آرام ومتینش حرفهای صادقانه وبی‌ریایش به‌دل می‌نشست.

رجائی برای هردرس روش مناسب تدارك می‌دیدوبرای تدریس هردرس درهرکلاس طرح وبرنامه جداگانه‌ای‌داشت. بـرای هردرس منابـع سهل‌الوصول را تدارك دیـده بودکه بسهولت دراختیار دانش‌آموزان قرارمی‌گرفت. او درتدریس دقیق بود ودرس را خـوب تفهیم می‌کرد. کمترین فرصت از وقت‌کلاس را تلف نمی‌کرد. شاگردان‌درکلاس او فعال‌بودند واوشخصیت دانش‌آموزانش رامحترم می‌شمرد. ازهیچ‌فرصتی برای تذکروراهنمایی موارد تربیتی‌که برای سازندگی دانش‌آموزان مفید تشخیص می‌داد دریغ نمی‌کرد. دربدترین‌شرایط ودرشلوغترین‌کلاسها کنترل معنوی واخلاقی اوحاکم بود.

رجائی به‌معلمی و تربیت معلم عشق می‌ورزید. یاد دارم روزی به‌من‌گفت «این‌کت تنت را بفروش و خرج تربیت‌معلم کن. مدیرکل تربیت‌معلم بایـد تمام وسایلش را درکیفی جای دهد ودر مراکز تربیت‌معلم میان مدرسین و دانشجویان (یعنی معلمان آینده) گردش‌کند ومشکلات آنهـا را درحال و حضور حل وفصل نماید وازکاغذبازی وبوروکراسی بپرهیـزد. خانه مدیرکل تربیت معلم میان مدرسین و دانشجویان مراکزتربیت معلم است».

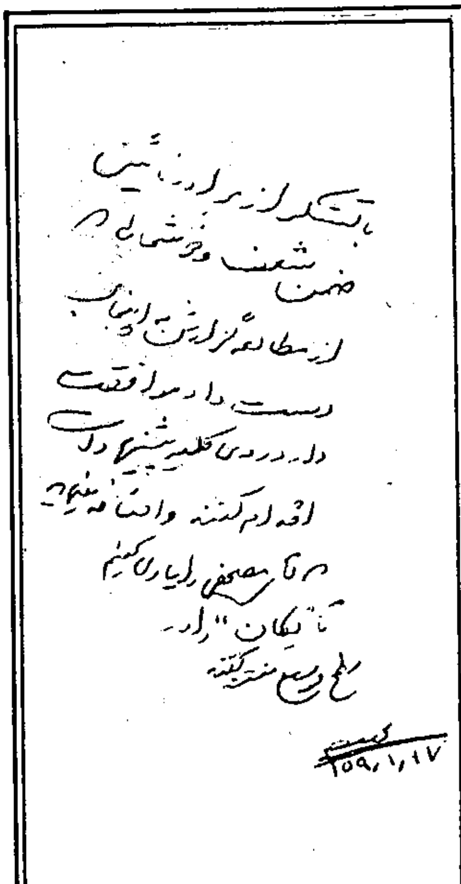
بیستم مهرماه بود ودبیری‌کـه تازه به‌تهران منتقل شده بود به‌دفترآقای رجائی دروزارت آموزش وپرورش آمد واز اوخواست‌که به‌تبع انتقال‌وی همسراورا به‌تهران منتقل‌نماید. و شکوه داشت‌که مسئولین ذیربط می‌گویند چون بیست روز از سال تحصیلی گذشته است این امـربا توجه به‌بخشنامه وزارتی که نقل وانتقالات را از اول مهرتا پایان خردادماه قدغن‌کرده است ممکن نمی‌باشد وآن آقای دبیروضع خویش‌را استثنایی بیان می‌کرد ومی‌گفت‌که اگرچنان‌که او می‌گوید نشودزندگی آنها ازهم خواهد پاشید. آقای رجائی پرسیدند چرا این امر را ازقبل پیش‌بینی نکرده وهردوبا هـم متقاضی انتقال نشدند. پاسخ شنیدکه «ترسیدیم اگرهردو تقاضای انتقال داشته باشیم باآن موافقت نشود واندیشیدیم‌که اگرمن به‌عنوان شوهرمنتقل شوم مطابق‌قانون همسرم هم‌تابع محل‌کار وزندگی من‌شده‌و...» آقای رجائی گفتند «ایـن هم قانون است‌که نقـل وانتقال در مهرماه یعنی‌ازشروع سال تحصیلی قدغن‌است». آن دبیراصرار کرد وآقای رجائی به‌طور قاطـع نمی‌پذیرفت. رجائی وزیر آموزش وپرورش آرام وبا مهربانی حرف می‌زد ولی‌آن‌دبیر خشونت می‌کرد تا جائی‌که صدایش را بالاکشید وکنترل‌خود را ازدست‌داد وپرخاش‌کرد ودشنام داد. آقای رجائی‌بالبخندی ازجای برخاست واطاق را ترك‌کرد. آن دبیرهنوز داد وبیداد می‌کرد وفحش وناسزا می‌داد. رجائی وقتی به اطاق مجاورکه

منتظرش بودیم وما همه ازاین پیشامد ووضـع درناراحتی بسر می بردیم آمد بالبخندی گفت: «بنازم به‌این انقلاب. این‌انقلاب تا سالهای متمادی دوام خواهد داشت» با تعجب پرسیدیم که چه ارتباطی بین این دو امراست؟ گفت: «ملاحظه کنید این مرد دبیراست و همسراوهم دبیراست. هردو ازما حقوق می گیرند وخوب می‌داند هم‌که اگربه‌وزیر توهین کنند با یك نـوك قلم وزیرخود وهمسرش ازاین وزارتخانه اخـراج وازهمه حقوق خود محروم خواهند شد. اگرقبل ازانقلاب بود چنین‌کاری را نمی کرد اما بخوبی می‌داندکه درمملکت انقلاب شده است و به‌جای آن وزیران غیرمنطقی وخودخواه اکنون معلمی سرکار است‌که اوایـن فحش وناسزا را مـلاك آن‌کار وعملش قـرار نمی‌دهد واین نوك قلم را به‌حرکت درنمی‌آورد تا اوراساقط کند،چون انقلاب‌است‌مطمئن‌است‌وهرچه دردل داردمی گوید».

روزی دیگر معلمی بملاقات آقای رجائی آمد و ازاو تقاضا داشت تا با انتقالش موافقت نماید. خیلی اصرارکـرد ولی چون درخواستش منطقی نمی‌نمود آقای رجائی بـا آن موافقت نمی کرد. واظهار می‌داشت «ازسال تحصیلی دوماهی گذشته‌است ومن‌به‌عنوان وزیر اگربه‌این‌کار تن در دهم دوعمل خلاف انجـام داده‌ام یکی‌اینکه ۶۰ تا ۷۰ نفـررا بدون معلم گذاشته‌ام دوم‌اینکه شما را درتهران بیکار و سرگردان خواهم ساخت چون کلاسها درتهران پس از دوماه بدون معلم نیست». آن دبیرپس از اصـرار فراوان عصبانـی شد وگفت اگـر با انتقالش موافقت نشود اسلحه‌ای خواهد خـرید واورا خواهد کشت.

رجائی بازازآن لبخندهای عارفانه زد وگفت «ترسیدم بگویی خودت را خواهی‌کشت آن‌وقت من جواب ۶۰ تا ۷۰ تا شاگرد را چه می‌دادم. حال‌که‌گفتی مراخواهی‌کشت خیالم راحت شد چون برای وزیرشدن افراد زیادند ولی برادرمعلم درست وحسابی نداریم وبخاطر همین هم با انتقال تو در این وقت‌سال مخالفم.»

یادش گرامی، روحش شاد وراهش پررهرو باد.



اکنون‌که مجلهٔ‌رشد‌آموزش ریاضی به‌معرفی شهید رجایی به عنوان یك معلم ریاضی‌اقدام‌کرده است ، جا دارد این‌نکته را متذکرشوم که رجایی به‌لزوم‌یك مجله برای‌معلمان ریاضی سخت معتقد بود. درسال ۱۳۵۹ که من مدیرکل دفترتحقیقات و برنامه ریزی‌درسی‌بودم، پس‌ازشرکت‌دریازدهمین‌کنفرانس ریاضی‌کشور، گزارشی به‌رجایی که‌درآن‌زمان‌وزیرآموزش‌وپرورش بود، تقدیم‌کردم ودر آن گزارش‌نوشتم:

«... هم اکنون بسیاری از معلمان با ذوق و مبتکر و علاقه‌مند وجود دارندکه مطالبی تهیه‌کرده و تجاربی اندوخته‌اند، حتی‌کتاب نوشته و مقالات ارزنده‌ای تهیه کرده‌اند وعلاقه‌مندندبه هرطریقی‌که‌ممکن‌است به‌اطلاع‌دیگران برسانند. روزنامه و مجلات و حتی نشریات خـود وزارت آموزش و پرورش ایـن مقالات را به‌علت اختصاصی بودن و تحمیل غیروارد بودن هیأت تحریریه پس زده‌اند. خـود معلمان هم علاقه‌ای به‌اینکه دراینگونه جراید درج شود، ندارند...

شهید رجایی پس از مطالعهٔ این‌گزارش چنین نوشتند:

«با تشکر از برادر نائینی ضمن شعف وخوشحالی‌که از مطالعهٔ گـزارش به اینجانب دست داد موافقت دارد روی‌کلیهٔ پیشنهادات اقدام‌کنند و اضافه مینماید که آقای مصحفی را یاری‌کنیم تا «یکان» را درسطح وسیع منتشر کنند.»

اکنون می‌توانیم بگوییم با انتشار رشد آموزش ریاضی کـه ادامه دهنده و مکمل همان اهـداف مجلهٔ یکان آقای مصحفی است، یقیناً یکی از آرزوهای شهید رجایی برآورده شده است.

گفتگو با مایکل اتیا

ترجمهٔ سیامک کاظمی

مایکل اتیا ، ریاضیدان مشهور انگلیسی ، در زمینه‌های متعددی از قبیل توپولوژی، هندسه،معادلات دیفرانسیل وفیزیک نظری تحقیقات بسیار مهمی دارد. او متولد سال ۱۹۲۹ است ولیسانس ودکترای ریاضی خود را از ترینیتی کالج دانشگاه کمبریج گرفته‌است. اتیا عضو انجمن سلطنتی بریتانیا وعضو آکادمی ملی علوم‌فرانسه، سوئد وآمریکاست. ازجمله افتخارات اتیا دریافت نشان فیلدزازکنگرهٔ بین‌المللی ریاضی در سال ۱۹۶۶ است (نشان فیلدز هرچهار سال یکبار، از طرف کنگرهٔ بین‌المللی ریاضی به‌برجسته‌ترین ریاضیدانان زیر چهل سال داده می‌شود. اهدای این مدال توسط جان چارلز فیلدز آنالیزدان کانادایی که ریاست کنگرهٔ ۱۹۲۴ تورنتورا به‌عهده داشت پیشنهادشد واین پیشنهاد برای اولین‌بار درکنگرهٔ سال ۱۹۳۲ به‌مرحلهٔ اجرا درآمد) . در حال حاضر ، استاد ریاضیات در دانشگاه آکسفورد است.

قسمتهایی از مصاحبه‌ای‌راکه یکی ازمجلات ریاضی خارجی با اتیا انجام داده درزیر می‌خوانید. دراین مصاحبه، اتیا از نحوهٔ کار خود، نظرش در بارهٔ سمت وسوی حرکت ریاضیات وآموزش وتحقیق ریاضی سخن می‌گوید. این گفت وشنود ازلحاظ آشنایی بادیدگاههای یک‌محقق ترازاول‌ریاضیات درسطح جهانی، می‌تواند برای خوانندگان رشدآموزش ریاضی جالب باشد.

لازم به تذکراست‌که خاستگاه خانوادهٔ اتیا، خاورمیانهٔ عربی‌است و تلفظ نام او به زبان عربی‌باید به‌صورت میشل عطیه باشد ولی‌به‌هرحال خود اوانگلیسی شناخته می‌شود ودرتمام جوامع علمی دنیا هم اورا به‌نام مایکل‌اتیامی‌شناسند.

اتیا درآغاز مصاحبه می گوید که از دوران نوجوانی به‌ریاضیات علاقه داشته است وجز دوران کوتاهی ــ در پانزده سالگی ــ که‌توجه کوتاه‌مدتی به‌شیمی‌پیدا کرده، هیچوقت به‌طور جدی به‌درپیش گرفتن کار دیگری ، مگر پرداختن‌به‌ریاضیات ، نمی‌اندیشیده است. اتیا می‌گوید که در دوران تحصیل اودر کمبریج، در رشتهٔ هندسه، تأکید برهندسهٔ جبری تصویری به‌صورت کلاسیك آن بوده که بسیار مورد علاقهٔ او قرار داشته است. استاد راهنمای تحقیقاتی او (ریاضیدانی به‌نام هاج[1]) نظرگاه جدیدی‌ارائه می کند که عبارت بوده‌است ازهندسهٔ دیفرانسیل در ارتباط با توپولوژی. اتیا به‌این‌نظرگاه علاقه‌مند می‌شود وبا هاج همکاری می کند که‌حاصل آن قسمتی ازتز دکترای‌اوست. بقیهٔ مصاحبه درزیر می آید.

س : نکتهٔ قابل‌توجه درنحوهٔ کارشما، این‌است که بسیاری از تحقیقات خود را به‌اتفاق دیگران انجام داده‌اید؛ باریاضی‌دانهایی مثل سینگر[2] ، هیرتسبروخ [3] ، وبوت[4] .

ج : بله‌درست‌است.من کارهای بسیاری را به‌اتفاق دیگران انجام داده‌ام و این همکاری بابعضی ازآنها درقلمروی وسیع و در طول سالهای متمادی بوده است . دلایل متعددی برای این موضوع دارم که یکی ازآنها طرزفکر وعلاقهٔمن به‌تماس و همکاری با دیگران، ودلیل دیگر نوع ریاضیاتی است که‌دوست‌دارم موردتحقیق قرار دهم؛ ریاضیاتی که گسترده است و بنابراین مشکل‌است که آدم بتوانددرتمام قسمتهای‌آن کاملاً متخصص وماهر شود. علاقهٔ من به‌آن مفاهیمی است‌که در محل تلاقی مباحث گوناگونی از ریاضیات‌قرار دارند وبنابراین بسیار مفید است درهر مورد، بافردی همکاری کنم که در مباحثی که زیاد بر آنها مسلط نیستم، اطلاعات بیشتری ازمن داشته باشد. مثلاً وقتی با سینگر کار می کردم، او درزمینهٔ آنالیزی موضوع مسلط‌تر بود، ومن درزمینهٔ هندسهٔ جبری‌وتوپولوژی اطلاعات بیشتری‌داشتم.

س : پس‌آیا مسائل‌راتفکیك می کنید؟

ج : به‌هیچوجه.همکاری به‌صورت کاملا

آمیخته و بدون تفکیك انجام می‌شود. هر یك ازما علائق واطلاعات خودرا درمیان می گذارد و در بـارهٔ روشهای دیگـری اطلاعاتی کسب می کند. پس‌ازمدتی زمینهٔ مشترکی در بیشتر قسمتهای مـوضوع پیدا می کنیم؛ وعلائق و معلوماتمان خیلی بههم نزدیك می‌شود؛ فقط زمینهٔ قبلی مـا با هم متفاوت است.

س : برچه اساسی مسئله‌ای را بـرای مطالعه انتخاب می کنید؟

ج : فکر مـی کنم ایـن‌سئـوال مبتنـی بریك فـرض قبـلی در مـورد نحوهٔ کار است. شیوهٔ کارمن چنین نیست؛ ممکن‌است بعضیها بنشینندو به‌خود بگویند «می‌خواهم این‌مسئله‌را‌حل کنم»، وبعد بگویند«چگونه این مسئله‌را حل کنم.» ولی من چنین‌کاری نمی کنم؛ فقط در دریای ریاضیات این‌سو وآن‌سو شنا می کنم، در بـارهٔ مفاهیم می - اندیشم، نسبت به‌بعضی از آنها کنجکاو و علاقه‌مند می‌شوم ، ایده‌هایی در ذهنم بر - انگیخته می‌شوند، ومن آنهارا تعقیب می- کنم .

همچنین ممکن است مفهومی را در ارتباط بامفهوم دیگـری ببینم کـه از آن اطلاعاتی دارم. در چنین مـواردی سعی می کنم آنهارا کنار یکدیگر بگـذارم و مفاهیم جدیدی پدید آورم . هیچوقت در شروع‌کار، دربارهٔ اینکه کجـا می‌خواهم بروم و جریان اوضاع ازچه قرار خواهد بود،ایده‌ای ندارم. من‌ریاضیات‌را دوست دارم، با ریاضیدانها صحبت می‌کنم، می- آموزم، بحث می‌کنم وآنگاه مسائل‌جالب به‌سادگی پیش می‌آیند.

س : آیا نظریهٔ K[5] به‌این طـریق پدید آمد؟

ج : بله،پیدایش‌این‌نظریه‌ازلحاظی بسیار تصادفی بود. من‌به‌کارهایی که گرو- تندیك[6] درهندسهٔ جبری‌کرده بودعلاقه‌مند بـودم. وقتی به‌بن رفتم، خواستم قـدری توپولوژی‌بیاموزم. یوان‌جیمز[7] دربررسی مسائل توپولوژیکی در ارتباط با فضاهای تصویری نکاتی‌را بررسی کرده که بعضی ازآنها موردتوجه من قرار گرفت،دریافتم که بااستفاده از فرمولهای گروتندیك‌می‌- توان این‌نکات‌راتوضیح داد ونتایج‌زیبایی به‌دست آورد. بوت نیز در قضیهٔ تناوبـی بودن‌کار کرده بود. با بوت و دستاورد او آشناشدم ودریافتم‌که بااستفاده‌ازدستاورد بوت می‌توان مسائل جالبی حل کرد. لازم به‌نظر می‌رسید ابزارهایی فراهـم آید تا ایـن مفهوم به‌صورت رسمی بیان شود و نظریهٔ K ازاین تلاش پدیدآمد.

پیدایش ایده‌ها یاقضیه‌های جدیدرا نمی‌توان ازقبل به‌طورکامل پیش‌بینی کرد. آنها ذاتأطوری‌هستندکه درجریان بررسی هوشمندانهٔ مجموعـه‌ای از مسائل پـدید می‌آیند . ولی افـراد مختلف به‌روشهای مختلفی کار می کنند. بعضی از ریاضیدانها فکر می کنندکه مسئله‌ای اساسی هست که باید حل کنند ـ مثلاً طبقه‌بندی گروههای متناهی ـ وقسمت عمده‌ای از عمر خودرا وقف تلاش برای رسیدن به‌این‌هدف می- کنند. من هرگز چنین نکرده‌ام ، تاحـدی به‌خاطر اینکه‌چنین شیوه‌ای‌مستلزم‌اختصاص فعالیت ذهنی به‌یك‌موضوع خـاص است که قمار بزرگی است. بعلاوه، این شیوه ایجاب می‌کندکـه به‌طور مستقیم به‌مسئله حمله‌شودکه لازمه‌اش،مهارت‌فوق‌العاده‌ای دراستفاده‌ازتکنیکهاست. بعضیهاازاینگونه مهارتها بسیار دارند ولی‌من واقعاً ندارم. مهارت‌من در دورزدن مسئله، چرخیدن در اطراف‌آن، ازپشت به‌آن نزدیك شدن‌و.. سرانجام ناپدیدشدن مسئله است.

س : آیا به‌نظرشما در ریـاضیات جریانهای عمده وغیر عمده وجود دارند؟ به‌عبارت دیگر، آیا فکر می کنید بعضی‌از مباحث مهمتراز بقیه هستند؟

ج : بله فکرمی کنم‌همین‌طوراست. من بشدت بااین‌نظر مخالفم که ریاضیات صرفاً مجموعه‌ای از موضوعهای جداگانه است واینکه شما می‌توانید بدلخواه خود چند اصل موضوع‌را کنارهـم بگذارید، روی‌آنها کارکنید، پیش بـروید، و به‌این طریق‌یك‌شاخهٔ جدید ریاضی اختراع کنید. ریـاضیات صرفاً حـاصل یك گسترش ارگانیك نیست. بلکه تاریخچهٔ مفصلی از از ارتباط باگذشته، و ارتباطاتی با سایر رشته‌ها دارد.

هستهٔ اصلی ریاضیات، به مفهومی ، همان چیزی است‌که همیشه بـوده است : مسائلی‌که ازدنیای‌واقعی فیزیکی‌سرچشمه گرفته‌اند، ومسائلی در درون ریاضیات‌که با اعداد ومحاسبات پایه‌ای وحل‌معادلات سروکار دارند. هرگسترشی ازمفاهیم، که براین مباحث پرتو می‌افکند، مبحث مهمی از ریاضیات است. مباحثی ازریـاضیات که ازاین هستهٔ اصلی بسیار دور شده‌اند، احتمال نمی‌رود که اهمیتی داشته باشند . امکان دارد شاخـه‌ای مستقلاً رشد کند و

نهایتاً بر شاخه‌های دیگر پرتوافکنی کند ولی اگر زیاددور ومجزا ومنفردشده‌باشد، واقعاًارزش‌چندانی نمی‌تواند داشته‌باشد. اهمیت یك‌قسمت از ریاضیات‌را می‌توان بطور تقریبی ازمیزان تلاقی وارتباط آن باقسمتهای دیگر تعیین کرد.

س : آیا ممکن نیست که‌ایده‌ای برای مدتها هیچ نوع تأثیری نگذارد و سالها پس‌ازپیدایش آن مورد توجه قرار گیرد ؟

ج : ممکن‌است‌کسی یك‌ایدهٔ ریاضی‌ارائه کندکه پیشرفته‌تر اززمان خودش‌باشد ؛ پیشنهاد هوشمندانه‌ای بدهدکه‌مردم مدتها اهمیت آن‌را درك نکنند. مسلماً چنین چیزی‌ممکن‌است....منظورم این‌نبود، بلکه گرایش بعضی از ریاضیدانها به‌این امر بودکه‌رشتهٔ‌خودرابه‌صورتی نسبتاً انتزاعی گسترش می‌دهند. این گونه افراد به‌سختی کار می‌کنند وپیش می‌روند، اما اگر از آنها بپرسید کلاً فایدهٔ آن‌کار چیست ، چه‌اهمیتی دارد، حاصل‌آن چه ارتباطی با بقیهٔ موضوعها دارد؟ می‌بینید که جوابی ندارند بدهند.

س : دوست‌دارید مثالی بیاورید؟

ج : درهمهٔ‌قسمتهای‌ریاضیات‌جدید مثالهایی وجود دارد: بعضی ازقسمتهای جبرمجرد، بعضی ازقسمتهای آنالیزتابعی، بعضی ازقسمتهای توپولوژی عمومی — و کلاً آن بخشهای ریاضی‌که روش اصل موضوعی به‌بدترین شکل خود در آنها دیده می‌شود.

اصول‌موضوع به‌این منظور طرح می‌شوندکه‌رده‌ای ازمسائل‌راکه‌می‌توانید برای آنها روش حل پیدا کنید، به‌طور موقت ازبقیه‌جداکنید. بعضیها فکرمی‌کنند استفاده از اصول موضوع، راهی برای تعریف‌حوزهٔ‌کامل وخودکفایی‌ازریاضیات است. این‌فکر به‌نظرمن غلط است.

وقتی یك‌مفهوم‌ریاضی‌راتجرید می‌کنید، درواقع مطالبی را که می‌خواهید روی‌آنها تمرکز داشته‌باشید از مطالبی‌که موقتاً نامربوط به‌نظر می‌رسند جدا می‌کنید. این‌کار برای مدتی خوب است و باعث تمرکز ذهن‌می‌شود. امابنا به‌تعریف شما مقدار زیادی از مطالبی‌را که مورد توجهتان نبوده دور ریخته‌اید، و در دراز مدت ، مقدار زیادی از ریشه‌ها و مبانی موضوع‌را کنار گذاشته‌اید. وقتی‌توانستید مفهومی‌را به‌طور اصل موضوعی گسترش دهید، باید درمرحله‌ای آن‌را به‌منشأ خود باز گردانید، در آن درآمیزید و از این ترکیب وتلفیق، محصول تازه‌ای به‌بار آورید. کار درست این است.

چنین نظرگاهی را حدود سی‌سال پیش‌فون‌نویمان وهرمان‌وایل‌نیز داشته‌اند. آنها نگران راهی بودندکه ممکن است ریاضیات درپیش گیرد: اگر ریاضی از راهی برودکه ازمنابع اصلیش بسیار دور شود، سترون وبی‌ثمر خواهدشد، این‌عقیده اساساً درست است .

س : پیداست‌که اعتقاد محکمی به‌یکپارچگی ریاضیات دارید. تاچه‌حد فکر می‌کنیدکه این اعتقاد ناشی ازمسیر کار و درگیری خودتان در ریاضیات باشد؟

ج : جدا کردن جنبه های شخصی از نظری که شخص در مورد ریاضیات دارد، کار مشکلی است . من به‌اهمیت این نکته اعتقاد دارم که ریاضیات را باید به‌عنوان یك‌کل یکپارچه درنظر گرفت؛ و مسیر کار من نیز انعکاسی ازهمین اعتقاد است. من‌ارتباطات بین‌قسمتهای گوناگون ریاضیات‌را جالب می‌یابم. غنای رشتهٔ ما ناشی ازجدایی مطلق بین‌موضوعهای دور ازهم نیست بلکه‌حاصل‌همین درآمیختگی قسمتهای مختلف است.

دراین‌مورد، دلایل فلسفی‌واجتماعی نیز می‌توان آورد. چرا تحقیقات ریاضی می‌کنیم ؟ عمدتاً به این دلیل که از آن لذت می‌بریم. ولی چرا جامعه باید مارا تأمین‌کند تا ما تحقیق کنیم؟ اگرکسی در جستجوی توجیهی برای‌این‌امر باشد، باید این‌نظررا اتخاذ کندکه ریاضیات، بخشی از فرهنگ علمی به‌طورکلی است. نتایج کارهای‌هریك‌ازماسهمی ازمجموعهٔ‌سازمان یافته‌ای از ایده‌ها را تشکیل می‌دهد، حتی اگر آن قسمت از ریاضی‌که من روی‌آن کار می‌کنم ارتباط مستقیمی باموضوع‌کار دیگران و سودمندی زیادی برای آنها نداشته باشد . اگر تفکر ریاضی همچون تن‌واحدی درنظرگرفته شود که هرقسمت آن به‌طور بالقوه برای قسمتهای دیگر سودمند باشد ، آن‌وقت می‌توان گفت که همهٔ‌ما به‌هدف مشترکی خدمت می‌کنیم.

اگرریاضیات به‌صورت‌مجموعه‌ای از موضوعهای تخصصی پراکنده درنظر گرفته‌شودکه هریك مستقلاً حرکت‌می‌کند وهریك توجیه‌کنندهٔ‌خوداست، آنگاه‌بسیار مشکل است‌که انجام تحقیقات ریاضی را توجیه کنیم . ما همچون بازیکنان تنیس

برای سرگرمی‌خود یادیگران‌کارنمی‌کنیم، تنها توصیهٔ قابل‌قبول این است که کار ما، مشارکت واقعی‌درتفکر نوع انسانی‌است. حتی اگر من مستقیماً در ریاضیات کار‌ـ بردی‌کارنمی‌کنم، به‌رشدآن‌نوع‌ریاضیاتی مساعدت می‌کنم که می‌تواند برای‌افرادی که به‌کار برد ریاضیات درسایـر زمینه‌ها علاقه‌مندند، یاری رساند.

هرکس باید سعی‌کند زندگیش را ازنظر فلسفی حداقل برای خودش توجیه کند. اگر شما تدریس می‌کنید می‌توانید بگویید «خوب شغل‌من تدریس است، من جوانان تحصیلکرده‌ای تـربیت می‌کنم و به‌خاطر آن زندگیم‌را تأمین‌می‌کنند. اگر هم تحقیقی می‌کنم در وقت اضافی خـود این‌کار را می‌کنم و مقامات دانشگاه هـم بدون اینکه هیچگونه سخاوتی درکار باشد اجازهٔ این‌کار را می‌دهند.» ولی‌اگر شما یك محقق تمام وقت بـاشید، آنگاه باید دربارهٔ توجیه کار خودتان جدی‌تر فکر کنید.

باهمهٔ این‌اوصاف من بازهـم کار تحقیق ریاضی‌را به‌این‌دلیل انجام می‌دهم که ازآن لذت می‌برم وخوشحالم که به‌من پول می‌دهند تا کاری بکنم که از آن لذت ببرم.

س : دربارهٔ حرفهایی‌ازاین‌قبیل‌که «ریاضیات محض چندان فایده‌ای‌ندارد» چه‌نظری دارید ؟

ج : وجود چنین‌دیدگاهی خطرناك است. اگر ریاضیدانان محض همچنان در برج عاج بنشینند و به‌ارتباط موضوع کار خود باموضوعهای دیگر نیندیشند این‌خطر هست‌که سرانجام روزی مردم بگویند «ما واقعاً احتیاجی به شما نداریم ـ کار شما جنبهٔ تجملی دارد ـ وما افـرادی‌را به‌کار می‌گیریم که تحقیقاتشان بیشتر جنبهٔ عملی داشته‌باشد.» من‌فکرمی‌کنم‌این‌خطر همیشه وجود دارد ودر دوران مشکلات مالی، که اکنون درآن قرار داریم، بسیار جدی‌تر می‌شود. این زمزمه هم‌اکنون شروع شده است.

مسلماً در پنج یا ده‌سال گذشته این احساس رو به‌رشد در میان ریـاضیدانان محض وجود داشته است که باید کارخود را بیشتر توجیه‌کنند. ولی من‌هنوز هم مثل بسیاری دیگر، فکر می‌کنم این‌امر به‌طور طبیعی پیش نیامده است وفقط تحت فشار چنین احساسی برای‌آنها پیدا شده است. خوب‌است ریاضیدانان محض به‌طورکلی بیشتر ازخود انتقادکنند.

س : به‌کارهای ریاضی خـودتان برگردیم. آیا قضیه‌ای هست‌که اثبات‌آن بیش‌از هرکار ریاضی دیگری خوشحالتان کرده باشد؟

ج : بله، قضیهٔ اندیس[9] که آن را به‌اتفاق سینگر ثابت‌کردم ازبسیاری‌جهات بهترین کار من‌است. فکر می‌کنم قضیهٔ‌زیبا وجالبی است؛ بیشتر کارهایم به‌این یا آن صورت، در حول آن تمرکـز داشته‌اند. منشأ این‌قضیه، تحقیقات من در توپولوژی وهندسهٔ جبری‌است، اما بعداً این قضیه در آنالیز تابعی‌نیز کاملاً اثر گذاشته و این جنبه ازقضیه‌را درطول ۱۰ سال گـذشته افراد متعددی توسعه داده‌انـد. و اکنون معلوم شده است که این قضیه ارتباطـات جالبی با فیزیك ریاضی دارد. بنابر این هنوزهم ازطرق گوناگون درحال گسترش است. این‌قضیه، به‌صورتی، مظهر ومجسم‌ـ کنندهٔ همان‌اعتقاد وعلاقهٔ اساسی من‌است، که عبارت‌باشد ازتأثیرات متقابل‌وارتباط بین قسمتهای گوناگون ریـاضی. قضیهٔ اندیس‌حوزه‌ای‌است‌که درآن،توپولوژی جبری‌وآنالیز، به‌همراه‌معادلات‌دیفرانسیل در صورتهای گوناگون، به‌شکلی کاملاً طبیعی به‌هم می‌پیوندند.

س : آیا تجدید علاقـه‌ای را که اخیراً در بین ریاضیدانان نسبت به‌فیزیك ریاضی پیدا شده، پیش‌بینی می‌کردید ؟

ج : نه واقعاً. من مدتهای طولانی به‌فیزیك‌ریاضی علاقه‌داشتم. سعی‌می‌کردم مکانیك کوانتومی ومباحث وابسته به‌آن‌را بفهمم. ولی آنچه در۵ سال گذشته اتفاق افتاده ـ علاقـهٔ ریاضیدانهـا به نظریـهٔ پیمانه‌ای ـ برایم غیرمنتظره بود. آن‌قدر فیزیك نمی‌دانستم که بدانم چنین چیزی محتمل است.

فکر می‌کنم خود فیزیکدانها هـم متعجب شدند. این امر که دیدگاه هندسی مهم وغالب‌شود بسیاری‌ازآنها پیشبینی نمی‌کردند (هنوزهم عـده‌ای نسبت به‌آن تردید دارند). در ریاضیات، مسائل‌عمده چنان به‌نظر می‌رسیدند که گـویی کاملاً متمایز از یکدیگرنسـد ـ مسائل آنالیزی، مسائل جبری. البته بعضیها مـانند راجرـ پنروز[10] واقعاً شگفت زده نشدند. آنها مدتهاروی نظریهٔ‌مزبور ـ البته از دیدگاه خودشانـ کار کرده بودند. تصور می‌کنم مثال جالبی است: اگر کار اساسی جالبی

در ریاضیات انجام داده باشید که به‌جریان اصلی ریاضی تعلق داشته باشد، تعجب نخواهید کرد اگر دیگران آن را ابزار مفیدی در کار خودشان بیابند. و این هم اعتقاد به‌یکپارچگی ریاضیات — حتی به‌انضمام قسمتهایی از فیزیک — را توجیه می‌کند.

س: به‌قسمت اخیر حرفتان تا چه حدی معتقدید؟

ج: هرچه بیشتر در بارهٔ فیزیک اطلاع کسب کرده‌ام، بیشتر متقاعد شده‌ام که فیزیک، به‌مفهومی، عمیق‌ترین کاربردهای ریاضی را به‌دست می‌دهد. در گذشته، مسائل یا تکنیکهای ریاضی که از فیزیک منشأ گرفته‌اند، در حکم خون در رگهای ریاضی بوده‌اند، و هنوز هم چنین است. مسائلی که فیزیکدانها با آنها دست و پنجه نرم می‌کنند، از لحاظ ریاضی فوق‌العاده جالب، مشکل و مبارزطلب هستند. من فکر می‌کنم تعداد هرچه بیشتری از ریاضیدانان باید خود را درگیر این مسائل سازند و سعی کنند در بارهٔ قسمتهایی از فیزیک چیزهایی بیاموزند. آنها باید سعی کنند تکنیکهای ریاضی جدیدی در ارتباط با مسائل فیزیکی پدید آورند. فیزیک بسیار پیچیده است، جنبهٔ ریاضی آن بسیار قوی است و ترکیب دیدگاه فیزیکی از یک طرف، با تکنیک ریاضی از طرف دیگر، پیوند بسیار عمیقی بین این دو رشته پدید می‌آورد. البته کاربردهای جدید ریاضیات در علومی مانند علوم اجتماعی، اقتصاد و کامپیوتر نیز اهمیت دارند.

این مهم است که دانشجویانی را برای این نوع ریاضیات کاربردی تربیت کنیم زیرا چنین چیزی مورد نیاز دنیای تجارت و صنعت است و هزاران و هزاران تن از دانشجویان به‌چنین معلوماتی نیاز دارند.

از طرف دیگر، از لحاظ عمق ریاضیاتی که مورد استفاده قرار می‌گیرد، این رشته‌ها قابل مقایسه با فیزیک نیستند. اگرچه مسائل جالبی، در، مثلاً اقتصاد و آمار وجود دارد ولی به‌طور کلی مسائل ریاضی مورد استفاده در این رشته‌ها چندان عمیق نیستند. مسائل واقعاً عمیق هنوز هم از فیزیک برمی‌خیزند. برای سلامت ریاضیات در سطح تحقیقاتی، فکر می‌کنم زنجیر ارتباط آن با فیزیک باید تا سرحد امکان حفظ شود.

س: شما بوضوح به‌آموزش ریاضی علاقه‌مندید و از طرف دیگر، تاجایی که به‌شغلتان مربوط می‌شود، به‌طور واضح یک ریاضیدان محقق هستید. چگونه این مسئله را توضیح می‌دهید؟

ج: دلایل من برای علاقه به‌آموزش ریاضی، همان دلایلی است که برای توجه به‌یکپارچگی ریاضیات دارم. دانشگاهها مؤسساتی هستند که آموزشی و پژوهشی اند. این نکته بسیار مهم است — باید در دانشگاه و در کل ساختار اجتماعی وحدتی موجود باشد که سعی شود موازنه‌ای کلی بین این دو برقرار شود. وقتی دانشگاهها درس‌هایی برای منظورهای آموزشی ارائه می‌دهند، باید مطمئن باشند که کار درستی می‌کنند؛ نه اینکه فقط درسهایی در (مثلاً) توپولوژی پیشرفته عرضه کنند به‌این دلیل که می‌خواهند دانشجویان محقق تربیت کنند. برنامه‌ریزان دانشگاه، با در نظر داشتن کارهایی که دانشجویان باید بعداً انجام دهند، بایستی بدانند که آموختن چه چیزی برای آنها لازم است. درعین حال، آنها باید تحقیق را پیش ببرند. بعضی از اعضای هیأت علمی دانشگاه کلاً تحقیق می‌کنند و بعضی عمدتاً تدریس می‌کنند، و بیشتر آنها در بینابین قرار دارند. گرچه من فقط درگیر کار تحقیق هستم ولی به‌هرحال در دانشگاه کار می‌کنم، همکارانی در آنجا دارم که تدریس می‌کنند و می‌دانم که درگیر چه مسائلی هستند. بنابراین علاقه‌مندم که ببینم موازنهٔ صحیحی بین این دو عملکرد متفاوت دانشگاه برقرار شده است.

س: شما در بارهٔ دو قسمت اساسی کار دانشگاهی حرف زدید، ولی آنها را به‌طور کاملاً مجزا مطرح کردید. ما شاهد رشد مؤسسات تحقیقی — از قبیل بن، وارویک، پرینستون و... هستیم که در آنها از تدریس خبری نیست. آیا به‌نظر شما این رشد، رشد سالمی است؟

ج: اولین چیزی که در بارهٔ این نوع مؤسسات باید گفت، این است که آنها یا کادر دائمی ندارند و یا کادر دائمی بسیار کوچکی دارند. بیشتر افرادی که به‌این گونه مؤسسات می‌روند دوره‌های کوتاه‌مدتی را در آنجا می‌مانند. یک نیمسال یا یکسال در این گونه مؤسسات کار می‌کنند وسپس به‌دانشگاه خود برمی‌گردند. لذا، این گونه مؤسسات مراکزی برای کنفرانس به‌معنای کلی آن هستند که در آنها، افراد با یکدیگر ملاقات و تبادل آرا می‌کنند وسپس

سرکار خود بازمی‌گردند. این مؤسسات به‌کادر علمی دانشگاهها کمك می‌کنند که به‌طور فعال به‌کار تحقیق ـ که کار اصلی آنهاست ـ علاقه‌مند بمانند.

اما مؤسسات تحقیقاتی بزرگی که دراروپای غربی‌وجود دارند وتعدادزیادی از افرادرا به‌طور دائمی به‌کار می‌گیرند ودرصد بزرگی از کادر دانشگاهها را از آنها بیرون مـی‌کشند، مشکلات متعددی ایجاد می‌کنند. آنها درواقع دانشگاههارا از کار تحقیق در مقیاس وسیعی جدا می‌کنند. اما دررشتهٔ ریاضی، تعداد این‌گونه مراکز بسیار کم است و کادر دائمی آنها هم کوچك است و ریاضیدانانی که به‌این مراکز می‌روند و برمی‌گـردنـد ، سیستم دانشگاهی‌را تقویت می‌کنند وفکر می‌کنم این جریان، جریـان کاملاً سالمی است. مؤسسات تحقیقاتی از لحاظ دیگری هـم می‌توانند مفید واقع‌شوندکه عبارت‌است ازجهت دادن به‌کار افـراد یـا هدایت و راهنمایی آنها به‌حوزه‌های سودمند تفکر ریاضی. ریاضیدانان جوان، بارفتن به‌این مراکزعلاوه بر آنکه‌کار تحقیقاتی‌خودشان را پیش می‌برند به‌حوزه‌های پرباردیگری از پژوهش رهنمون می‌گـردند . مؤسسهٔ مطالعات عالی درپرینستون، که من پس‌از گرفتن درجهٔ دکتری به‌آنجا رفتم، ازاین لحاظ بسیارخوب بود. من تازه تز خودرا نوشته بودم ودر جستجوی موقعیت‌مناسبی درزندگی ریاضی بودم. وقتی به‌این‌مرکز بزرگ رفتم، تعداد زیادی از افرادمستعد

مایکل‌آتیا (سمت‌چپ) و لوران شوارتز (سمت‌راست)

جوان و عده‌ای افراد مسن‌تر از قسمتهای گوناگون دنیا با ایده‌های بسیار متفاوتی در آنجا بودند بعداز حدود یکسال، بـا ذهنی مملو از ایده‌ها وجهت‌گیریهای‌تازه از آنجا رفتم. این امر تأثیر عظیمی بـر پیشرفتهای بعدی من داشت.

س : کنفرانسها فـرصتی بـرای ملاقات ریاضیدانها بایکدیگر فراهم می‌کنند ولی ازاین لحاظ که آنها باهم کار کنند و واقعاً چیزهایی بیاموزند احتمالاً چندان مفید نیستند، عقیدهٔ شما چیست؟

ج : بله، کنفرانسها بـرای افـراد جوانی‌که تازه کار خودرا شروع‌کرده‌اند ازاین‌لحاظ چندان مفیدنیستند وبیشتربرای ریاضیدانهایی مفیدند کـه موقعیت تثبیت شده‌ای‌دارند. اگرشمااز قبل‌ریاضیدانهای دیگری را بشناسید ودر کار تحقیق فعـال باشید، می‌توانید حتی در زمان کـوتـاه برگزاری کنفرانس ازمبادلهٔ سریع ایده‌ها بادیگران فایده ببرید. اما اگـر دانشجوی جوانی باشید یا تازه دکترای خـود را گرفته‌باشید نمی‌توانید باعدهٔ زیـادی از افراد صحبت‌کنید چون‌آنهارا واقعاً نمی‌شناسید ودرضمن‌نمی‌توانید به‌اندازهٔ‌کافی آنچه‌را که می‌گویند بفهمید و به‌فـرصت طولانی‌تری نیاز دارید.

س: دربارهٔ‌کنگرهٔ‌بین‌المللی‌ریاضی چه‌نظری دارید؟

ج : فکر می‌کنم کنگره بین‌المللی چیزبکلی متفاوتی است. من‌ازسال ۱۹۵۴ تاکنون در همهٔ کنگره‌ها شرکت کرده‌ام. فایده‌ای‌که ازآنها برده‌ام جنبه‌های کاملاً متفاوتی داشته است.

اولین کنگره‌ای‌کـه به‌عنوان یـك دانشجوی جوان در آن شرکت کـردم ، کنگرهٔ مهمی بود. این شانس‌را داشتم که به‌سخنان هرمان وایل[11] گوش بدهم‌واین امر باعث تقویت روحی ودلگرمی من‌شد. حس می‌کردم عضوی ازیك جامعهٔ بزرگ چندهزارنفری ریاضی هستم. فکر نمی‌کنم هیچ شناخت وادراك ریاضی خاصی‌ازاین کنگره‌به‌دست آورده‌باشم ولی تأثیرروانی

آن قابل ملاحظه بود.

اکنون که پیرتر شده‌ام ، ارزش کنگره‌های ریاضی کمتر شده است. حالا دیگر برحسب وظیفه به‌این کنگره‌ها می‌روم ـ کارهایی‌دارم که باید درآنجاانجام دهم ـ بایدبادیگران گفتگو کنم،سخنرانی کنم ونظایر اینها. تصور می‌کنم کنگرهٔ بین‌المللی فوایدی دارد . ولی این فواید خیلی زیاد نیست.

علاوه برسودی که این کنگره برای جوانان به‌طورکلی دارد وبه‌آنان یك‌نوع هویت بین‌المللی می‌بخشد، کار اساسی این کنگره احتمالاً کمك به‌افرادی است که کشورشان درخارج از محدودهٔ کوچك ممالکی‌قرار داردکه‌دررشته ریاضی‌بسیار فعال‌اند. اگرشما ازاروپای‌غربی‌یا آمریکا هستید ، شرکت در این‌کنگره‌ها چندان اهمیت اساسی برایتان ندارد ولی اگر از آفریقا یا آسیا یا اروپای شرقی می‌آیید، یعنی نقاطی‌که درآنجا امکان مسافرت و ملاقات با ریاضیدانان کشورهای دیگر محدود است، دراین صورت، شرکت در این‌کنگره‌ها فرصتی‌است‌که ببینیددرجامعهٔ ریاضی چه خبر است . فکر می‌کنم این توجیه اصلی برای تشکیل کنگرهٔ ریاضی باشد .

س : آیا فکر می‌کنید نشان فیلدز مفید واقع می‌شود؟

ج : این نشان اهمیت فرعی دارد؛ گمان‌می کنم خوب است که نشان فیلدز مثل جایزهٔ نوبل نیست. جایزهٔ‌نوبل به‌طرز ناجوری درعلم وبخصوص در فیزیك اثر می‌گذارد. پرستیژی‌که به‌ارمغان می‌آورد ونحوهٔ خریداری‌برندگان‌این جایزه‌توسط دانشگاهها باعث گسیختگی و تمایزات وحشتناکی درجامعهٔ علمی می‌شود. تفاوت کسی‌که جایزهٔ نوبل برده وکسی‌که نبرده حاصل یك نوع ـ شیر یا خط است. این تمایز بسیار مصنوعی است. با این حال ، اگر شما جایزهٔ نوبل برده‌باشید ومن‌نبرده باشم، شما دوبرابر من حقوق می‌گیرید و دانشگاه‌برایتان آزمایشگاه‌بزرگی‌می‌سازد. این مایهٔ تأسف بسیار است.

ولی‌درریاضی، مدال‌فیلدزبهیچوجه تأثیراتی ازاین‌گونه‌ندارد وبنابراین‌تأثیر منفی ندارد. این‌نشان به‌ریاضیدانان جوان داده می‌شودومنظور ازاعطای‌آن، یك‌نوع تشویق‌ازآنهاوبه‌طورکلی ازجامعهٔ‌ریاضی است.

من باگرفتن نشان فیلدز موردچنین تشویقی قرارگرفته‌ام. دریافت این مدال به‌اعتماد به‌نفس وتقویت روحیهٔ من کمك کرد.نمی‌دانم که‌اگر این‌نشان‌رانمی‌گرفتم تفاوت چندان زیادی می‌کرد یا نه، ولی مسلماً مدال‌فیلدز، درآن‌مرحله وسن‌وسالی که آن‌را گرفتم، باعث دلگرمی وافزایش شور واشتیاق‌من شد. ازاین‌لحاظ فکرمی‌کنم مفید واقع می‌شود.

در کشورهای معدودی نشان فیلدز پرستیژ زیادی به‌همراه دارد ـ مثلاً در ژاپن، دریافت نشان فیلدز درآن کشور مانند دریافت جایزهٔ نوبل است . به‌این جهت وقتی به‌ژاپن سفر کرده بودم و در آنجا مرا معرفی می‌کردند، احساس یك برندهٔ‌جایزهٔ‌نوبل‌را داشتم، ولی‌درانگلیس چنین نیست.

س : آیاکلاً رفتاری که‌باریاضی‌دانان درکشورهای مختلف می‌شود،تفاوت قابل ملاحظه‌ای دارد ؟

ج : خوب البته ، منظور از واژهٔ ریاضی درکشورهای گوناگون‌ممکن‌است تفاوت مختصری داشته باشد ؛ بخصوص تقسیم‌بندی ریاضی ، ریاضی کاربردی و فیزیك درکشور انگلیس متفاوت باکشورهای دیگر است. در بیشتر کشورها ، ریاضیات محض جدایی بسیار بیشتری از ریاضیات کاربردی دارد. این‌امر احتمالاً برنظرمردم نسبت به‌ریاضیدانها تأثیرکلی دارد؛ مثلاً در انگلیس ، مردم ریاضیدان را به‌آن معنای محدودی‌که درآمریکارایج است، درنظر نمی‌گیرند. درآمریکا منظور از ریاضیدان، کسی‌است‌که در ریاضیات محض‌کار می‌کند.

ازطرف‌دیگر، فکرمی‌کنم درفرانسه ریاضیات به طور نسبی مقام و مرتبهٔ بالاتری دارد. دلیلش این سنت فرانسوی است‌که برای‌فلسفه، ادبیات وهنرهامنزلت زیادی قائل می‌شوند وریاضیات هم در آنجا به‌این‌گروه تعلق دارد. درحالی‌که درانگلیس برای این چیزها اهمیت خیلی زیادی قائل نیستند.

درآلمان نیز استادان دانشگاه به‌طور سنتی موقعیت بالاتری دارند ، گرچه این وضع‌بسرعت درحال دگرگونی‌است.

خلاصه، فکر می‌کنم تفاوتهای واضحی در نظرگاه ملتهای گوناگون نسبت به‌ریاضیات ودانشگاه وجود دارد؛ ولی‌این وضع‌درحال‌تغییر است. تمایزات‌فرهنگهای مختلف بتدریج مخدوش ومحو می‌شود.

س : چند سئوال در بارهٔ نحوهٔ کار شما دارم؛ نخست اینکه، چه‌نوع تصاویـر ذهنی‌را به‌کار می‌گیرید؟

ج : مطمئن نیستم کـه جواب این سئوال‌را بدانم. به‌نظرم می‌رسد که گاهی تصویـری را در ذهنم می‌بینم ــ یك نوع نمودار شماتیك . ولـی اینکه واقعاً یك تصویر است یا کاملاً جنبهٔ نمادی دارد ، نمی‌دانم. فکر می‌کنم پرسش بسیارمشکلی است وبیش‌ازآنکه به‌ریاضی مربوط باشد جنبهٔ روانشناختی دارد.

س : منظورم این‌بود که تمایز بین شهود هندسی و عملیات جبـری مشخص شود .

ج : بله، تفاوتهایـی هست. تصور می‌کنم تفکیك این‌دو درمغز انسان‌واقعیت دارد. من بامفاهیمی کارمی‌کنم که هندسی‌ترند ولی ازسنخ افرادی مثل تورستن [۱۲] نیستم که هندسهٔ چندبعدی پیچیده‌ای‌را در ذهن‌خود می‌بیند. هندسهٔ‌من نمادی‌تراست. ولی جبری‌هم نیستم ــ از عملیات صرف لذتی نمی‌برم. به‌طورکامل دریکی از این دوحالت قرار ندارم که روانشناسی ذهنم واضح باشد. من‌از سنخ افرادمعمولی‌هستم که حالتی بینابینی دارند.

اگر ازتورستن این‌سئوال‌را بکنید، شاید بگویدکه واقعاً تصاویر پیچیده‌ای‌در ذهن‌خود می‌بیند وتنهاکاری‌که باید بکند، این‌است که آنهـا‌را روی‌کاغذ بیاورد و اثباتی ارائه دهد. و اگـر از تامپسون [۳۱] بپرسیدکه گروه را چگونه می‌بیند، نمی‌دانم چه‌جوابی خواهد داد. به‌هرحال این سئوال پیچیده است ، سه‌چهـارم آن به ـ روانشناسی‌مربوط‌است وفقط یك‌چهارمش به‌ریاضی .

س : حافظه چه اهمیتی در کارتان دارد؟

ج : من در پانزده‌سالگی بسیار به‌شیمی علاقه‌مند بودم. یك سال تمام شیمی خواندم وآن‌را به‌این دلیل ساده‌رها‌کردم که درشیمی، شما مجبورید مقادیر عظیمی از مطالب را به‌خاطـر بسپارید. کتابهای بزرگی‌در بارهٔ شیمی غیرآلـی داشتم و کاری که باید می‌کردم، فقط این بود که به‌خاطر بسپرم ترکیبات شیمیایی‌گوناگون چگونه به‌وسیلهٔ فرایندهای مختلف ازمواد مختلف به‌دست می‌آیند. جنبهٔ‌ساختاری‌مفاهیم، که به‌حفظ کـردن آنهـا کمك می‌کنند ، فوق‌العاده ناچیز بود . البته، وضع شیمی آلی‌اندکی بهتراست. درمقایسه بااین گونه علوم، در ریـاضیات هیچ‌نیاز بخصوصی به‌حافظه ندارید . لازم نیست مطالب را حفظ کنید، فقط بایدنحوهٔ‌ارتباط مفاهیم‌را بایکدیگر بفهمید. پس ، ریاضیدان به‌این نوع استفاده ازحافظه، که‌برای‌دانشمندان علوم دیگر یا دانشجویان پـزشکی لازم است، نیازی ندارد .

ولی حافظه به‌صورت دیگـری در ریـاضی اهمیت دارد . مثلاً مـن راجع به‌مفهومی فکر می‌کنم و نـاگهان به‌ذهنم می‌رسدکه بامفهوم دیگری‌که هفتهٔ پیش‌یا ماه‌پیش‌در صحبت‌باکسی‌شنیده‌ام، ارتباطی دارد . بیشتر ایده‌های من به‌این طریق القا می‌شوند. من بادیگـران صحبت می‌کنم ، ایده‌هایی ازآنها می‌گیرم واین ایده‌هارا که به‌صورت ناکاملی فهمیده‌ام در گنجینهٔ حافظه قرارمی‌دهم. بنابراین، مقادیرعظیمی از این خـرده اطلاعات از حـوزه های گوناگون ریاضی‌درذهنم قرار دارد. پس، به‌این معنی حافظه نقشی در ریـاضیات دارد .

س : وقتی تحقیق می‌کنید، آیـا ممکن است بدانید نتیجه‌ای درست‌است، بدون اینکه اثباتی برای آن داشته باشید؟

ج : ابتدا بایدبگویم کارمن به‌این‌صورت نیست‌که سعی‌کنم مسائلی‌را حل کنم. اگر به‌موضوعی علاقه‌مند باشم، فقط سعی می‌کنم آن را بفهمم؛ دربارهٔ آن می‌اندیشم وسعی‌می‌کنم هرچه عمیقتر درآن کندوکاو کنم. اگر آن‌را فهمیدم، آن‌وقت می‌دانم چه‌چیزی درست‌است وچه‌چیزی‌نادرست.

البته ممکن است بـرداشت شما از موضوعی غلط باشد وشما فکر کنید آن‌را فهمیده‌اید . اما بالاخره معلوم می‌شود که دراشتباه هستید. به‌طورکلی، همین‌که واقعاً احساس کردید موضوع را می‌فهمید واز طریق بررسی تعداد زیادی مثال وملاحظهٔ ارتباطات‌آن موضوع باموضوعهای‌دیگر، تجربه و اطلاع کافی دربـارهٔ آن کسب کرده‌اید، می‌دانید جریان ازچه‌قرار است وچه چیزهایی باید درست بـاشند وسپس این سئوال مطرح می‌شود که چگونه آنها را اثبات می‌کنید . ایـن کار ممکن است زمان‌زیادی طول‌بکشد. مثلاً، ماابتداقضیهٔ اندیس‌را فرمولبندی کردیم و می‌دانستیم که باید درست باشد ولی دو سال طـول کشید تا اثباتی برای‌آن یافتیم، دلیل این امر، تاحدی این‌بودکه تکنیکهای متفاوتی موردنیاز بودند و من می‌بایستی چیزهای

جدیدی یاد بگیرم تا اثبات ـ و در واقع اثباتها ـ رابیابم. من به‌اهمیت اثبات‌بهای چندانی نمی‌دهم. فکر می‌کنم فهم مطالب مهمتر است.

س : پس، اثبات چه اهمیتی دارد؟

ج : برای‌امتحان‌فهم‌شما ازموضوع اهمیت دارد. من‌ممکن‌است فکرکنم‌چیزی را فهمیده‌ام واین اثبات است‌که این امر راامتحان‌می‌کند.همه‌اش‌همین‌است. اثبات، آخرین مرحله در عملیات تحقیق است ـ یك‌بررسی نهایی‌است ـ ولی بهیچوجه مرحلهٔ اصلی نیست.

قضیه‌ای‌را به‌یاد می‌آورم که آن‌را اثبات‌کرده بودم ولی‌واقعاً نمی‌دانستم‌چرا برقراز است. این قضیه که سالها و سالها فکرمرا به‌خودمشغول‌کرده بود، ازارتباط بین‌نظریهٔ K ونمایشهای‌گروههای متناهی سخن می‌گفت. برای اثبات آن بایستی* گروههارا به‌گروههای‌حل‌پذیرو گروههای دوری‌تفکیك می‌کردم؛ وبرای اینکه‌اثبات درست می‌بود، بایستی‌اجزاء متعددی‌دقیقاً درست می‌بودند. من نسبت به‌این‌امر شك داشتم وفکر می‌کردم اگر یك حلقه ازاین زنجیر شکسته‌باشد، اگر نقصی دراستدلال وجود داشته باشد، کل بنای استدلال فرو می‌ریزد. چون قضیه را نمی‌فهمیدم فکر می‌کردم ممکن‌است درست نباشد، نگران آن بودم وپنج یاشش‌سال طول‌کشید تا علت درستی‌آن‌را فهمیدم. آنگاه اثبات کاملاً متفاوتی ـ با گذاراز گروههای متناهی به گروههای فشرده ـ به‌دست آوردم. بااستفاده از تکنیکهای متفاوتی روشن شدکه چرا قضیه برقرار است.

س : آیا راهی‌سراغ دارید که‌فهم مطلب بدون اثبات آن به‌دیگران منتقل شود ؟

ج: درحالت‌ایده‌آل،وقتی‌ریاضیات را به‌کسی منتقل می‌کنید باید سعی کنید این نوع ادراك‌را به‌اوانتقال دهید. انجام این‌کار در مکالمه نسبتاً آسان است. وقتی بادیگران همکاری‌وصحبت می‌کنم،ایده‌ها را ـ در این سطح از ادراك ـ مبادله می‌کنیم؛ به‌شهود خود متوسل می‌شویم و موضوع‌را می‌فهمیم.

وقتی سخنرانی می‌کنم،همیشه سعی دارم اجزاء اساسی موضوع را به‌شنونده برسانم. اما وقتی نوبت به‌نوشتن رساله و کتاب می‌رسد انجام چنین کاری بسیار مشکل است.

من‌کتاب نوشتن‌را دوست ندارم ولی در رساله‌ها می‌کوشم، تا آنجا که ممکن است، شرحی ومقدمه‌ای‌که ایده‌ها را بیان‌کنند، بنویسم. امادررساله‌ها حتماً باید اثباتی‌هم آورد؛ ومن‌هم این کار را می‌کنم.

امروزه ، بیشتر مؤلفان کتابهای ریاضی بسیارصورتگرا هستند، یعنی‌بیشتر می‌کوشند اثباتهای صوری را ارائه دهند وبه اندازهٔ کافی به‌انگیزش‌مفاهیم درذهن خواننده وعرضهٔ ایده‌ها نمی‌پردازند .

استثناهایی‌دراین مورد وجود دارد فکر می‌کنم روسها از این حیث مستثنی هستند. سنت ریاضیات روسی کمترازسنت اروپای غربی مبتنی بر روش صوری و ساختاری است . ریاضیات اروپای غربی تحت تأثیر ریاضیات فرانسوی قرار دارد که یك مکتب شدیداً صوری است. مایهٔ تأسف بسیار است که‌کتابهای ریاضی به‌این روش کاملاً[4] انتزاعی نوشته می‌شوند ودر آنها تلاشی برای انتقال فهم‌ایده‌ها به‌عمل نمی‌آید. البته، انتقال درك مفاهیم کار مشکلی‌است. فهم موضوع چیزی است‌که شما پس‌از مدت‌طولانی کار رویك‌مسئله به‌دست می‌آورید؛ شاید سالها درمورد آن مطالعه می‌کنید واحساسی نسبت‌به‌آن‌پیدا می‌کنید؛ اما این احساس را نمی‌توان به‌آسانی به‌کس دیگری منتقل کرد. شاید چندسال دیگر مطالعه لازم باشد تابتوانید به‌صورتی آن‌را به‌دیگران عرضه کنید که درمدت زمانی‌کوتاهتر ازآنچه شماصرف کرده‌اید، مسئله را بفهمند. با این حال، اگر آنها خودشان تلاشی در فهم مسئله به‌عمل نیاوردند، آن‌را نخواهندفهمید.

س : ایده‌ها را چگونه و کجا به‌دست می‌آورید؟ آیا می‌نشینید وبا خود می گویید : «خوب، می‌خواهم دوساعت ریاضی کارکنم»؟

ج : فکر می‌کنم اگرشما به‌طور فعال به تحقیقات ریاضی بپردازید ، ریاضیات همواره با شماست. من وقتی صبح بیدار می‌شوم، وقتی صورتم‌را می‌تراشم، وقتی صبحانه می‌خورم ، وقتی اتومبیل می‌رانم ، درهمه حال، به‌مسائل ریاضی فکرمی‌کنم. البته بادرجات مختلفی از تمرکز ذهن.

گاهی ممکن است آدم مردد باشد که فکرکردن به‌ریاضی در ضمن انجام این‌گونه کارها ارزشش‌را دارد؟ آیاکمکی به‌کار می‌کند؟ در چنین احوالی ، صرفاً

ایده‌ها را بدون تمرکز زیاد در ذهن می‌چرخانید.

مواقعی هست که شما صبح می‌نشینید و ذهنتان را روی مطلبی متمرکز می‌کنید. ولی ادامهٔ این کار به‌مدت طولانی بسیار مشکل است و همیشه‌هم موفقیت‌آمیز نیست. گاهی مسئله را با تفکر دقیق می‌توان حل کرد. ولی ایده‌های واقعاً جالب وقتی پدید می‌آیند که جرقه‌ای از الهام در ذهنتان می‌زند، چنین ایده‌هایی بنا به‌ماهیت خود به‌طور تصادفی پیش می‌آیند. گاهی در یک مکالمهٔ اتفاقی، با کسی صحبت می‌کنید، او چیزی می‌گوید و شما فکر می‌کنید: «عجب، این‌همان چیزی است که به آن نیاز داشتم ... این همان چیزی را توضیح می‌دهد که هفتهٔ گذشته راجع به‌آن فکر می‌کردم.» دو مفهوم را در ارتباط با یکدیگر قرار می‌دهید، آنها را درهم می‌آمیزید و چیز جدیدی از آنها بیرون می‌آید. پیدا شدن ارتباط بین دو مفهوم، به‌یک معنی، تصادفی است. ولی باید مفاهیم دائماً در ذهن مرور شوند تا احتمال این برخورد تصادفی به‌حداکثر برسد. فکر می‌کنم پوانکاره چنین چیزی گفته است: ایده‌ها در ذهن می‌چرخند و برخوردهای مفید و بارآور بر اثر یک تحول تصادفی مساعد پیش می‌آیند.

بنا بر تجربهٔ شخصی خودم هرچه بیشتر با ریاضیدانانی از تیپهای گوناگون صحبت کرده‌ام، هرچه بیشتر دربارهٔ قسمتهای مختلف ریاضی فکر کرده‌ام، بیشتر شانس این‌را داشته‌ام که از کس دیگری ایدهٔ تازه‌ای بگیرم که بتواند در ارتباط با ایده‌های خودم قرار بگیرد.

س: کدامیک از ریاضیدانها را بیش‌ازهمه تحسین می‌کنید؟

ج: جواب‌دادن به‌این سئوال برایم آسان است. هرمان وایل‌را بیش از همه تحسین می‌کنم. پی برده‌ام که تقریباً هرکاری در ریاضیات کارکرده‌ام، وایل در آن کار برمن مقدم بوده است. اکثر زمینه‌هایی که در آنها تحقیق کرده‌ام، به استثنای توپولوژی، زمینه‌هایی بوده‌اند که او در آنها کارکرده و پیشگام بوده است. وایل به‌نظریهٔ گروهها، نظریهٔ نمایش، معادلات دیفرانسیل، هندسهٔ دیفرانسیل، و فیزیک نظری توجه وعلاقه داشته است. من کاملاً با دیدگاههای‌او دربارهٔ ریاضیات ونظرش دراین مورد که چه‌مفاهیمی در ریاضیات جالب هستند، موافقم.

من سخنرانی اورا در کنگره بین‌المللی ریاضی در آمستردام شنیدم. اودر آن کنگره نشانهای فیلدز را به‌دوتن از ریاضیدانهای‌جوان داد. سپس‌من به‌مؤسسهٔ مطالعات عالی درپرینستون رفتم واو در آن‌موقع در زوریخ بود ودرهمانجا مرد. هیچگاه اورا درپرینستون ندیدم و دیدارم از وایل منحصر به‌همان یک‌بار بود. بنابر این تحسین‌من ازاو ناشی ازارتباط‌شخصی نیست.

تصور می‌کنم در ریاضیات همان گرایشی را دارم‌که وایل داشت. دیدگاه هیلبرت [14] جبری‌تر بود. فکر نمی‌کنم دقیقاً همان بینش هندسی‌را داشته باشد که من دارم دیدگاه فون نویمان [15] بیشتر آنالیزی بود ودر زمینه‌های‌کاربردی‌بیشتر کار می‌کرد. هرمان‌وایل کسی است‌که از لحاظ فلسفه وعلائق ریاضی، به‌او بیش‌از همه نزدیک هستم.

متن‌کامل این گفتگو به‌زبان اصلی در The Mathematical Intelligencer vol. 6, No. 1, 1984 چاپ شده است.

---

1. Hodge
2. Singer
3. Hirzebreech
4. Bott
5. K-- Theory
6. Grothendieck
7. Ioan James
8. Priodicity
9. Index theorem
10. Roger Penrose
11. Hermann Weyl
12. Thurstton
13. Thompson
14. Hilbert
15. Von Neumann

ارزیابی ریاضیات محض

دکتر طاهر قاسمی هنری

درمقدمه خداوندمنان را شاکرم که توفیق تدوین این مقاله را پس‌ازمدتها عنایت فرمود. درآذرماه‌سال ۶۴ برخی‌از برادران علاقه‌مند انجمن اسلامی دانشجویان دانشگاه تربیت معلم به فکر برگزاری‌سلسله سخنرانیهائی‌در زمینهٔ «نقد وارزیابی‌اندیشهٔ ریاضی» افتادند وازمن دعوت نمودند که به‌عنوان اولین سخنران دریك موضوع مناسب ازریاضیات صحبتی داشته‌باشم. ازآنجاکه‌اغلب دانش‌آموزان وحتی دانشجویان رشتهٔ ریاضی برداشت صحیحی از ریاضیات محض وکاربردی ندارند وروند پیشرفت این رشته درکشور ما، چنانکه‌انتظارمی‌رود، ارزیابی‌نگردیده است، لذا عنوان سخنرانی خود را «ارزیابی ریاضیات‌محض» قرار دادم، که البته درکنارآن ریاضیات کاربردی نیز کم وبیش ارزیابی گردید. این مقاله در حقیقت چکیده‌ای‌است ازمطالبی که در سخنرانی مذکوربیان داشته‌ام. لیکن در جهت تکمیل آن مطالب دیگری نیزاضافه شده وبرخی ازموضوعات مطرح شده در آن سخنرانی نیزبه دلیل عدم جامعیت‌آنها حذف گردیده‌است.

دراین مقاله ابتدا ریاضیات محض (وکاربردی) را دربعد علمی، تفکرمنطقی وسلسله مراتب تاریخی مورد بحث قرار داده وسپس آنرا درابعاد دیگری، ازجمله روند پیشرفت علم ریاضی و روش صحیح تعلیم وتعلم ریاضی درکشور خودمان، ارزیابی‌می‌کنیم. امیداست مطالعهٔ‌این مقاله انگیزهٔ خوبی‌باشد برای‌همکاران وعلاقه‌مندان ریاضی کشورکه دراین زمینه به تفحص بیشتری بپردازند ونتایج مطالعات و تحقیقات وتجربیات خود را، درجهت تکمیل‌این بحث، طی مقالاتی ارائه نمایند تابدین‌وسیله علاقه‌مندان علم‌ریاضی‌بتوانند برداشت بهتری‌ازاین رشته داشته وبابینش صحیحی این رشتهٔ علمی را دنبال‌کنند.

سئوالات اولیه‌ای‌که به ذهن خطور می‌کنندمعمولاً بدین‌صورت‌اند: ریاضیات محض چیست وبا ریاضیات‌کاربردی چه تفاوتی دارد؟آیا ریاضیات محض یك علم مفید است؟ آیا ریاضیات محض زاییدهٔ یکی دوقرن اخیراست یا ازقدیم الایام وجود داشته است؟ آیا ریاضیات مبتنی برنیازهای جامعه بوده وبه تناسب آن پیشرفت کرده و می‌کند؟ درجهت جوابگوئی به این نوع سئوالات مقالات متعددی توسط فلاسفه ودانشمندان‌ریاضی نوشته شده است وگاه نظریات‌آنها کاملاً متفاوت میباشد. من دراین مقاله درپی آن نیستم که این نظریات را به‌طور مفصل بازگوکنم ولی اشاره‌ای به‌نظریات برخی از صاحبنظران ازجمله برتراند راسل[1] و هاردی[2] را دراین مقوله مفیدمی‌دانم.

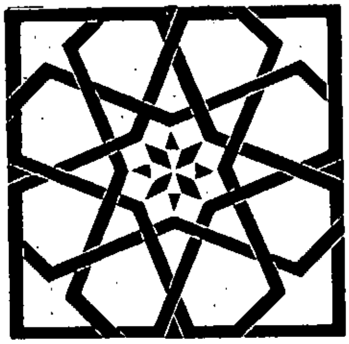
راسل می‌گوید «در ریاضیات محض ازیك سلسله قواعدمعین استنتاج‌آغاز می‌کنیم وباتوجه به‌آنها نتیجه می‌گیریم که اگرگزاره یاگزاره‌هائی راست باشند گزارهٔ دیگری نیز راست است». بخش وسیعی از اصول موضوع منطق صوری را همین قواعد استنتاج تشکیل می‌دهند.

به عقیدهٔ راسل ریاضیات محض یعنی مجموعهٔ احکامی‌مبنی براینکه‌اگر گزاره‌ای دربارهٔ شیئی نامشخص صادق باشد آنگاه فلان‌گزارهٔ دیگرهم دربارهٔ‌آن‌شیئی صادق است. البته درمورد صدق واقعی‌این گزارهٔ نهائی بحثی‌نمی‌کنیم وذکری هم ازماهیت شیئی‌که فرض کرده‌ایم وحکم صادقی دربارهٔ آن داریم به‌میان نمی‌آوریم، زیرا این‌نکات اختصاص به‌ریاضیات کاربردی دارند.

به‌اعتقاد راسل ریاضیات محض توسط جورج بول[3] کشف شده است. نظریات بول درکتابی به نام « تفحص درقوانین فکر» برای اولین باردرسال ۱۸۵۴ چاپ گردیده‌است. دراین‌کتاب هدف‌جستجوی قوانین بنیادی‌آن دسته ازاعمال‌فکری‌است که به‌کمك‌آنها استدلال انجام می‌گیرد. اوبابیان آنها به زبان حسابی نمادی علم منطق راپی ریزی‌کرده و روش آنرا نیز بیان نموده‌است. راسل‌می‌گوید درحقیقت کاربول در زمینهٔ منطق صوری بوده واین همان ریاضیات محض است. راسل

در کتاب معروف خود به نام اصول ریاضیات [۳]، که آنرا در سه مجلد با همکاری وایتهد[4] (۱۸۶۱-۱۹۴۷) ریاضیدان و فیلسوف بزرگ انگلیسی نوشته است، می گوید که ریاضیات محض چیزی جز منطق نمی باشد. هدف این کتاب در حقیقت اثبات این مدعاست که ریاضیات و منطق دستگاهی واحد هستند. راسل در مقالهٔ دیگری می گوید «ریاضیات نه تنها دارای حقیقت محض است بلکه دارای یك نوع زیبائی خاصی است، شبیه مجسمه‌ها سرد وخشن، مافوق پاکی و آنچنان کامل که می توان آنرا در حد آثار بزرگ هنری به حساب آورد». البته ریاضیدانان امروز نظر راسل را درمورد یکی بودن منطق وریاضیات محض نمی پذیرند و معتقدند که ریاضیات محض به مراتب گسترده تر از منطق صوری است.

هاردی یکی دیگر از ریاضیدانهای معروف قرن حاضر در کتاب «پوزش یك ریاضیدان» [۱] می نویسد: «ریاضیات دارای عمق است» ومنظور وی از عمق اهمیت داشتن، پرمعنی بودن، جاودانگی و عمومیت داشتن است که از صفات مشخصهٔ ریاضیات هستند. به اعتقاد هاردی ریاضیدانان با به کار بردن منطق نمادی، الگوها یا عوالمی خیالی متشکل از روابط مجرد را ابداع می کنند واین همان واقعیت ریاضی است که به نظر هاردی با واقعیت فیزیکی تفاوت دارد. واقعیاتی که ریاضیدان محض با آنها سروکار دارد مستقل از واقعیات فیزیکی است وحتی واقعی تر از ریاضیات کاربردی می باشد. زیرا لازم نیست الگوهای ریاضیدانان محض درصورت مواجه با طبیعت و عدم مطابقت با آن به فراموشی سپرده شوند. این گفتار هاردی نفوذ عمیقی در تفکر ریاضی کشور



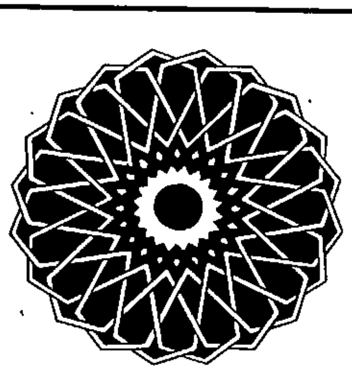
بریتانیا داشته است به طوریکه این اعتقاد به صورت دیدگاه سنتی ریاضیدانان محض درآمده است. [۲]

به اعتقاد برخی از ریاضیدانان، ریاضیات محض خود را به طور کامل از قید ریاضیات کاربردی خلاص کرده است، به طوریکه هم اکنون در دانشگاهها، برای مطالعهٔ ریاضیات محض نیازی به ریاضیات کاربردی نیست. ولی عده‌ای دیگر از ریاضیدانان معتقدند که بین ریاضیات محض و کاربردی نمی توان مرزی قائل شد. ریاضیدانان اصول موضوع، تعاریف و اصطلاحات هندسه، جبر، وآنالیز را با توجه به دنیای خارج در ذهن آورده‌اند. مفهوم نقطه، بردار، خط، سطح، فاصله، مساحت، حجم، فضای برداری وغیره کلاً وابستگی نزدیکی با واقعیات فیزیکی دارند. اگر فرد ریاضیدان با این واقعیات فیزیکی در تماس نبود چگونه می توانست اینگونه مفاهیم را تعریف یا ابداع نماید؟

به اعتقاد برخی از علاقه‌مندان مسائل نظری، ریاضیات محض یك نوع فن وهنر است ولی از دیدگاه مهندسین وفیزیکدانها ومتخصصان علوم عملی، نظیر پزشکی وحتی زیست شناسی، ریاضیات مجموعه‌ای از روشها وتکنیکهای خاص است. بدیهی است که در گذشته علم ریاضی در جامعه چندان اهمیتی نداشت ولی با پیشرفت سریع دانش بشری در زمینه‌های مختلف و به کارگیری دانش ریاضی در پیشبرد سایر علوم، بخصوص صنعت ومسائل نظامی، اعتبار وارزش علم ریاضی درقرون اخیر فزونی یافت. بعضی ریاضیات را علم الاعداد می دانند ومعتقدند که در ریاضیات فقط خواص اعداد بررسی می شود و به جهان واقعی که مادر آن زندگی می کنیم ارتباطی ندارند. این گروه ریاضیات را فقط زائیدهٔ ذهن بشر می دانند و پرداختن به آنرا اتلاف وقت. عده‌ای معتقدند که دانش ریاضی باید ابزاری باشد برای دانشمندان سایر رشته‌ها، بخصوص رشته‌های مهندسی وفیزیك. امروزه دامنهٔ کاربرد ریاضی به قدری توسعه یافته که درحال حاضر حتی دراقتصاد وجامعه شناسی وزیست شناسی و وبخصوص ژنتیك کاربرد زیادی پیدا کرده است. امروزه مدلسازی ریاضی، یعنی پیدا کردن یك سیستم ریاضی برای دستگاههای مختلف فیزیك ویا سایر شاخه‌های علوم، اهمیت خاصی دارد و متخصصین بسیاری از رشته‌های علمی سعی می کنند برای انسجام وتشکل ودرنهایت پیشرفت بیشتر در رشتهٔ تخصصی خود به تکنیکهای ریاضی متوسل شوند ویك مدل ریاضی برای کارهای خود بیابند.

متخصص ریاضیات محض لزوماً به دنبال حل یك مشکل صنعتی یا پزشکی ویا سایر مسائل جامعه نیست، بلکه بدون توجه به کاربرد آن و برمبنای حس کنجکاوی و شاید هم صرفاً درجهت ارضای نفس خویش ویا انگیزه‌های دیگر در ریاضیات تحقیق می کند. طینت دانش پژوه انسان ایجاب می کند که فرد به دنبال کشف اسراری ازعلم ریاضی برود که هرگز تصوری از کاربرد آنهم ندارد. حتی چنین افرادی به دنبال یافتن کاربردی برای تحقیقات خود نیستند ولی چنانچه کاربردی برای تحقیقاتشان

یافت شود سخت آنها را خوشحال خواهد نمود. درعین‌حال عدم وجود کاربرد آنها را از ادامهٔ تحقیقات خود بازنمی‌دارد. مسلماً دامنهٔ تحقیقات ریاضی نامحدود است، زیرا ریاضیدانان هرمطلبی را ثابت کنند بازهم به فکر تعمیم آن می‌باشند و تعمیم وتجرید یك مطلب هم‌پایان ناپذیر است. لیکن گسترش علم ریاضی نباید از روند طبیعی خود خارج گردد وباید پیوند ناگسستنی خود را باآنچه قبلاً به اثبات رسیده‌است حفظ کند، مگرآنکه‌یك انقلاب فکری‌درجهت پیدایش اندیشه‌های نوین علمی به‌وجودآید ونظریهٔ جدیدی نظیرهندسهٔ نااقلیدسی‌یانسبیت ارائه گردد. البته ممکن‌است سالها وچه بساقرنها طول بکشد تاکاربردی برای قضیه یایك تئوری محض ریاضی‌یافت شود، ولی‌مسلماً اعتبار تحقیقات ریاضی رانمی‌توان فقط باارائهٔ کاربردآنها ارزیابی کرد. معمولاً ایده‌های ریاضی پس‌ازمدتی تعمیم یافته وبه‌صورت کاملتری توسط دیگران عرضه می‌شوند. سپس متخصصین ریاضیات‌کاربردی روی آنها کارمی‌کنند و گاهی‌کاربردهای جالبی برای‌آنها به‌دست‌می‌آورند. سابقهٔ تاریخی امرنشان میدهدکه برخی ازمفاهیم ریاضی که روزگاری‌صرف محض بوده‌اند بعدها کاربردهای جالبی پیداکرده‌اند. به‌عنوان مثال وقتی کیلی[5] خواص ماتریسها رابسط می‌داد مطلبی بدین مضمون بیان داشت: «این لااقل‌چیزی است که هیچ‌کاربردعلمی نخواهد داشت». ولی بعدها دیدیم که ماتریسها وبه طورکلی جبرخطی ازچه اهمیتی برخورداشدند وحتی برای متخصصین غیر ریاضی نیزمورد استعمال فراوان پیداکرد بطوریکه بسیاری از گروههای غیرریاضی دانشگاههاشروع به تدریس جبرخطی وبخصوص ماتریسها



نمودند وامروزه‌ماشاهدیم‌که این‌علم تاچه حدگسترش پیداکرده است.

نسبیت عام مثالی‌دیگربرصدق این مدعاست‌که برمبنای تلاشی ریاضی‌گونه‌و نومیدانه کشف شد. اگر ذهن بصیروتفکر عمیق انیشتین نبودکشف آن ممکن بود دهها‌سال به تعویق‌افتد. معروف است‌که یادگیری‌هندسهٔ دیفرانسیل (که خودنشأت گرفته از فیزیك می‌باشد) برای انیشتین دشوار‌بود. ولی‌پس‌ازمدتی‌مطالعه درزمینهٔ هندسه‌دیفرانسیل‌وبخصوص‌هندسهٔ ریمانی موفق‌به‌کشف تئوری نسبیت شد. این خود دلیلی است براینکه اگر ابزار این‌کشف بزرگ، یعنی هندسهٔ دیفرانسیل‌که بعد ریاضی‌محض‌دارد، در دسترس نبودکشف این واقعیت ممکن بود دهها‌سال وبلکه قرنها به‌تأخیرافتد. درآن‌زمان ریمان[6]خود ازکارهای تحقیقاتی خود درزمینهٔ منیفلدها وسطوح ریمانی وتعمیم نتایج گاوس[7] از دوبعدی به n بعدی هیچگونه اطلاعی نداشت.

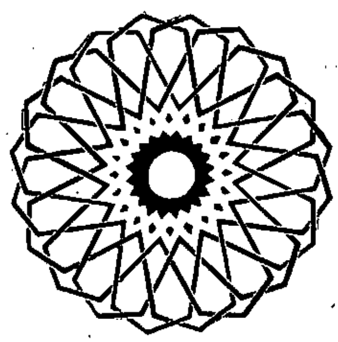
اینك یك‌نوع دسته‌بندی از ریاضیات محض وکاربردی را متذکر می‌گردیم‌که بیشتر جنبهٔ سنتی دارد [۲]. ریاضیات محض: منطق صوری، نظریهٔ مجموعه‌ها، نظریهٔ اعداد، جبر، نظریهٔ گروهها، هندسهٔ فضاهای برداری، توپولوژی، آنالیز حقیقی، آنالیزمختلط، آنالیز تابعی.

ریاضیات کاربردی: دینامیك نیوتونی، دینامیك سیالات، الاستیسیته، حرکت موج، هدایت گرما، نظریهٔ الکترومغناطیس، نظریه کوانتم، مکانیك آماری، نظریهٔ‌نسبیت، کیهان‌شناسی، نظریه ذرات بنیادی.

شاخه‌های دیگری از ریاضیات نیز وجود دارندکه می‌توان آنها را هم در حوزهٔ ریاضیات محض وهم درحوزهٔ ریاضیات‌کاربردی‌به‌حساب آورد. مثلاجبرو آنالیزبرداری، آنالیزتانسوری، معادلات دیفرانسیل معمولی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، آنالیزفوریه، تبدیلات انتگرالی، معادلات انتگرالی و حساب تغییرات ازاین جمله‌اند، بدیهی است بین این موضوعات ارتباط زیادی هست‌که بحث‌درموردآنها دراین مقاله نمی‌گنجد. البته درجهت تشخیص‌تمایزبین موضوعات مختلف‌کافی است به این نکته نیز توجه شودکه در ریاضیات محض تأکید بیشتر برتحلیل دقیق مطالب می‌باشد، وحال‌آنکه در ریاضیات‌کاربردی، به ارتباط نزدیك موضوع باجهان فیزیکی تأکید می‌گردد.

اکنون نگاهی به ریاضیات یونان باستان قبل ازمیلاد مسیح می‌اندازیم. در آن‌زمان موضوعات اولیهٔ‌ریاضیات بررسی خواص اعداد، هندسهٔ مسطحه و فضائی، استاتیك وهیدرو استاتیك بوده است و ریاضیدانهائی نظیر ائودوکسوس[8]، اقلیدس[9]، ارشمیدس[10]، آپولونیوس[11] دراین زمینه‌ها کارمی‌کردند. سپس دامنهٔ ریاضی باموضوعاتی نظیرجبرتوسط ریاضیدانان ایرانی، خیام نیشابوری، ودر آغازقرن‌هفدهم باهندسهٔ مختصاتی دکارت وفرما گسترش پیداکرده‌است. دریونان باستان علی‌الاصول می‌بایستی ریاضیات براساس‌نیازهای جامعه رشد نموده باشد. بخصوص علم هندسه‌که گسترش بیشتری

پیدا کرد، زیرا مردم آن زمان به‌اندازه‌گیری‌طول ومساحات برای مساحی‌وتقسیم زمین نیاز فراوانی داشتند، لذا به‌نظر می‌رسد که مفاهیم‌ریاضی آن‌زمان باید کلاً بعد کاربردی داشته باشند و حال آنکه چنین نیست، ریاضیدانی نظیر اقلیدس و حتی قبل‌ازاو بیشتر روی‌بعدنظری مسئله‌تفکراتی داشتند ، مثلاً در اصول اقلیدس مشاهده می‌شودکه اساس طرز تفکر اقلیدس در امر پایه‌گذاری این اصول، بینش‌ریاضی محض بوده‌است. لیکن‌انگیزهٔ آن‌به‌احتمال قوی نیاز جامعهٔ زمان‌وی بوده است که به‌مساحی زمینها سخت‌نیاز داشتند.اقلیدس پس‌ازمدتهاتفکر وتعمق،اصول‌موضوعه‌ای را بنیان‌گذاشت که اصل پنجم آن (اصل توازی) ازهمه مهمتر وجنجال‌برانگیزتر بوده و داستانهای طولانی درطی قرون متمادی برای‌آن درتاریخ ثبت شده‌است. این‌اصل به‌طرق مختلف بیان شده است. یکی‌از بیانهای‌آن این‌است‌که «ازهرنقطه خارج یك‌خط بیش‌از یك‌خط نمی‌توان به‌موازات آن خط رسم کرد». بیان دیگر آن به‌این‌صورت است‌که«اگرخط‌مستقیمی دوخط‌را قطع‌کندبه‌طوری‌که، از زوایای حادث، مجموع دوزاویهٔ داخلی واقع در یك‌طرف قاطع کمتر از دوقائمه باشد ، اگر آن دو خط را دراین طرف امتداد دهیم سرانجام یکدیگرراتلاقی می‌کنند». اقلیدس در کتاب معروف خود به‌نام «اصول هندسه» بیست‌وهشت قضیهٔ اول‌را فقط به‌استناد چهاراصل اول ثابت می‌کند واز هیچ واقعیت دیگری درحین اثبات استفاده نمی‌کند، این‌روش که به‌روش‌اصل موضوعی معروف‌است برای اولین‌بار در تأسیس هندسهٔ مقدماتی‌توسط اقلیدس‌به‌کار رفته است اما محققین عصر حاضر آن‌را تنقیح‌وتکمیل نمودند. به‌طوری‌که ملاحظه



می‌کنید این‌روش اساساً بیانگر یك بینش ریاضی محض‌است. تفکر، تفکر ریاضی محض است . علی‌رغم اینکه اصل پنجم واضح وروشن‌است ولی‌برای علمای‌عصر وی پذیرش این‌واقعیت به‌عنوان یك اصل (بدون دلیل) ثقیل بود. بعضیها کوشش نمودند تا آنرا ثابت‌کنند، ولی عده‌ای‌هم اثبات چنین حقیقت آشکاری را مسخره می‌کردند ومعتقد بودند این اصل هیچ نیازی به‌اثبات‌ندارد. جالب اینکه‌اقلیدس نهایت تلاش خودرا می‌کند تا در اثبات قضایای بعدی فقط از چهار اصل اول استفاده‌کند ولی موفق نمی‌شود و آخرالامر اصل‌پنجم‌را نیز می‌پذیرد وبه‌استناد آن سایرقضایای هندسی را نیز ثابت‌می‌کند.

پس‌ازاقلیدس‌عده‌زیادی ازریاضی‌دانان معروف عمری‌را صرف اثبات اصل پنجم اقلیدس نموده‌اند وبه‌زعم خود گاه موفق به‌اثبات آنهم شده‌اند ولی بعدها معلوم شده‌که در اثبات‌خود، در حقیقت ، به‌گونه‌ای از اصل پنجم اقلیدس استفاده کرده‌اند. لذا این‌امر باعث شده‌که‌معادل‌هائی برای اصل‌پنجم یافت شود . مثلاً دانشمندانی در ایران اسلامی (پس از ظهور اسلام) نظیر خیام نیشابوری روی این مسئله‌کارکرده‌اند وبیانهای معادلی برای این‌اصل به‌دست آورده‌اند. یکی‌از اینها چهار ضلعی خیام است‌که به‌نظر می‌رسد ریاضیدان دیگری‌به‌نام ساکری[12] ازنوشته‌های خیام استفاده کرده وآنرا در اروپا به‌نام خود ثبت کرده است . چهار ضلعی خیام به‌این‌صورت‌است‌که سه‌زاویهٔ قائمه‌داریم، یعنی درحقیقت سه‌خط را بر هم عمود می‌کنیم وخط چهارم‌را عمود برخط سوم رسم می‌کنیم، و سپس ثابت می‌کنیم‌که زاویهٔ چهارم هم قائمه است . اثبات این مطلب بدون استفاده از اصل پنجم امکان‌پذیر نیست. در تمامی قرون گذشته ازعصر اقلیدس تاکنون هر اثباتی که برای اصل پنجم اقلیدس ارائه شده‌در حقیقت معادل همان اصل بوده است. این کوششهای تاریخی بیانگر این واقعیت است‌که دانشمندان ریاضی درهر مقطع زمانی فقط روی مطالبی‌که بعد کاربردی داشته است کار نمی‌کرده‌اند، بلکه ذهن دانشجوی انسان همیشه اورا به‌تفکر در حقایقی ازعالم خلقت وا می‌داشته‌که حتی وجود خارجی‌هم نداشته‌اند . البته باید اذعان نمودکه بسیاری از مفاهیم ریاضی زائیدهٔ نیاز انسان بوده است و تجربهٔ قرنهای‌گذشته نشان می‌دهدکه بسیاری از شاخه‌های ریاضی به‌دلیل نیاز مبرمی که در سایر رشته‌های علوم، مثلاً فیزیك ، احساس می‌شده پدید آمده و رشد نموده است وسپس، براساس طینت دانش پژوه انسان وقدرت‌تجریدی‌که‌مغز انسان دارد، این مفاهیم تعمیم یافته وپس‌از تجریدها و تعمیمهای‌مکرر به‌صورت ریاضیات‌امروزی درآمده است و این روند همچنان ادامه خواهد یافت. به‌عنوان مثال در مورداصل پنجم اقلیدس‌که تا دوهزارسال بعدازوی درتمامی مکاتب ریاضی پذیرفته شده‌بود، دانشمندانی نظیر لباچوفسکی[13] و ریمان درنیمهٔ اول قرن نوزدهم آنرا مورد شك و تردید قرار دادند و هندسهٔ جدیدی را

به نام «هندسهٔ نااقلیدسی» بنیان گذاشتند که در آن اصل پنجم پذیرفته نشده است و آنرا با اصول دیگری جایگزین کرده‌اند. علیهذا یك دستگاه اصول موضوعهٔ متفاوتی در این نوع هندسه وجود دارد که در درون خود باهم سازگاری دارند، چنانکه اصول موضوعهٔ اقلیدس هم در درون خود باهم سازگاری دارند. البته لباچوفسکی یا ریمان، با تکیه بر قدرت تجرید ذهن، اولین کسانی نبودند که به این فکر افتادند. در زمان اقلیدس و سالها قبل از میلاد مسیح هم افرادی نظیر افلاطون و ارسطو بودند که از قدرت تجرید ذهنی خاصی برخوردار بودند. مثلاً افلاطون عقیده داشت که «مطالعهٔ ریاضیات ذهن را چنان پرورش می‌دهد که از هزار چشم با ارزش‌تر می‌شود، زیرا تنها با کمك چنین ذهنی است که می‌توان حقیقت را درك کرد.»

ارسطو نیز یك هندسه‌دان ذهنی‌گرا بود و در حقیقت به ریاضیات محض تمایل داشت. او بدون تعصب از مثلثهائی صحبت می‌کرد که مجموع زوایای آنها ممکن است از ۱۸۰ درجه کمتر یا بیشتر باشد. به عبارت دیگر این حقیقت را که بر اساس اصل پنجم اقلیدس مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه می‌شود مورد شك و تردید قرار داد. بنابراین نباید تصور شود که فقط ریاضیدانان قرن نوزدهم یا بیستم ذهنی‌گرا بوده و ریاضیات محض و مجرد را تا این حد گسترش داده‌اند. البته باید اذعان نمود که افرادی نظیر لباچوفسکی و ریمان برای اولین بار به طریقی علمی و منطقی، هندسهٔ نااقلیدسی را پایه‌گذاری کردند. در اینجا باید متذکر شد که بسیاری از شاخه‌های علم ریاضی بدون توجه به نیازها هم اکنون در حال گسترش می‌باشند و میزان پیشرفت آنها در قرن نوزدهم بمراتب بیش از قرون گذشته بوده و در قرن بیستم هم رشد بسیار عجیبی داشته است و شاخه‌های مختلف آن بسیار باریك و عمیق گشته‌اند به طوری که هرگز در دنیای امروز نمی‌توان ریاضیدانی یافت که در تمامی شاخه‌های ریاضی صاحبنظر باشد.

حال با توجه به نکات مذکور این سئوال مطرح می‌شود که آیا ریاضیات محض علم مفیدی است؟ آیا از دیدگاه مکتب اسلام یك فرد مسلمان اجازه دارد استعداد خود را در جهت پیشبرد شاخه‌هائی از علم ریاضی به کار گیرد که چه بسا هیچ کاربردی در جامعه ندارند؟

تجربهٔ یکی دو قرن گذشته نشان می‌دهد که برخی از شاخه‌های علم ریاضی که روزگاری جزء ریاضیات محض به حساب می‌آمده‌اند هم اکنون جنبه کاربردی به خود گرفته‌اند، بنابراین به طور قاطع نمی‌توان مدعی شد که ریاضیات محض برای جامعه مفید نخواهد بود. زیرا در آینده احتمال دارد مورد استفادهٔ سایر دانشمندان قرار گیرد و مشکل گشای مسائل دیگری در جامعه گردد. البته من معتقدم که گسترش دانش ریاضی نباید از روند طبیعی خود خارج گردد و باید پیوند ناگسستنی خود را با سایر علوم حفظ کند. مسلماً در هر مقطع زمانی امکانات و اولویتهای جامعه باید بررسی شود و متناسب با آن سرمایه‌گذاریهای لازم در امر گسترش دانش ریاضی انجام گیرد. در دنیای امروز به اعتقاد من برخی از شاخه‌های ریاضیات محض در حد افراطی گسترش پیدا کرده‌اند که شاید تا قرنها هیچگونه کاربردی برای آنها یافت نشود و چه خوب است که این استعدادها در زمینه هائی به کار افتند که بیشتر مورد نیاز عصر حاضر می‌باشند و برای بهبود زندگی مردم کاملاً مؤثر هستند. بنابراین با تکیه بر بینش اسلامی که ما را از آموختن علوم غیرمفید منع نموده است، مجاز نیستیم که در زمینهٔ ریاضیات محض بدون حد و مرزی سرمایه گذاری کنیم و وقت عزیز خود و دیگران را ضایع نمائیم. ما نباید چشم بسته دنباله روی سیاستهای علمی برخی از کشورهای به اصطلاح پیشرفتهٔ غرب یا شرق باشیم. باید موقعیت خاص کشور خودمان در ابعاد مختلف مدنظر قرار گیرد و متناسب با آن برنامه‌ریزی شود. آمار موجود نشان می‌دهد که حدود $\frac{3}{4}$ استادان ریاضی کشور در زمینهٔ ریاضیات محض کار کرده‌اند، در حالی که انتظار می‌رود در کشورهائی نظیر ایران بیشتر در زمینهٔ ریاضیات کاربردی تحقیقاتی انجام گیرد و متخصصین ریاضیات کاربردی در دانشگاهها بیش از متخصصین ریاضیات محض باشند، به اعتقاد من این مسئله نیز حاصل سیاستهای استعماری و استثماری چند دههٔ اخیر دول غربی حاکم بر کشور بوده است. آنها سیاست علمی کشور را به گونه‌ای تنظیم نموده‌اند که اکثریت تحصیلکرده های ما جذب رشته‌های نظری شده و استعداد خود را در جهت گسترش ریاضیات محض به کار گرفته‌اند. آنها از ترس اینکه مبادا ریاضیات کاربردی در پیشبرد سایر علوم و بخصوص صنعت و مسائل نظامی مؤثر افتد تمایلی

به‌پیشرفت این رشته نداشته‌اند و اغلب افراد را به‌ادامهٔ تحصیل در ریاضیات محض تشویق می‌نمودند. از طرفی چون خود به‌اهمیت ریاضیات کاربردی پی برده بودند نهایت تلاش خودرا برای گسترش این‌رشته حتی‌درسطوح دبیرستانی نموده‌اند ومقدار زیادی دراین‌زمینه سرمایه‌گذاری کرده‌اند و آثار این سیاست اکنون به‌صورت افزایش متخصصین ریاضیات‌کاربردی در دانشگاههای این‌گونه کشورها بوضوح دیده می‌شود. بعلاوه گسترش بی‌سابقهٔ رشته‌هائی نظیر کامپیوتر (اعم از نرم‌افزار یا سخت‌افزار)، فیزیك وشیمی حتی‌زیست شناسی، بخصوص در شاخهٔ ژنتیك، مدیون ریاضیات کاربردی می‌باشند. هم‌اکنون یکی‌از انگیزه‌های مؤثر در روند پیشرفت ریاضیات کاربردی در دول پیشرفتهٔ غربی یا شرقی مسائل نظامی است. پنتاگون سالیانه میلیونها دلار در زمینهٔ ریاضیات کاربردی در ارتباط با مسائل‌نظامی سرمایه‌گذاری می‌کند. حدود ده‌سال قبل در انگلستان کنفرانس عظیمی در رشتهٔ ریاضی برگزار شد و یکی از مباحث مهم این‌کنفرانس بررسی روند پیشرفت ریاضیات محض و کاربردی در کشور انگلستان بود. در این کنفرانس بشدت به‌سیاست دولت انگلستان در امر عدم‌توجه کافی به‌ریاضیات کاربردی‌حمله شد ودلیل عقب‌افتادگی خودرا در برخی از زمینه‌های صنعتی ونظامی در مقایسه با آمریکا وفرانسه، عدم سرمایه‌گذاری‌دولت برای پیشبرد ریاضیات کاربردی دانستند ومصرانه از دولت خواستند که سیاست خود را تغییر دهد. متعاقب این کنفرانس سیاست دولت نیز بر اساس گزارش کنفرانس تغییر کردواکنون به‌وضوح‌دیده می‌شودکه دپارتمانهای ریاضی دانشگاه‌های انگلستان درزمینهٔ ریاضیات‌کاربردی گسترش زیادی پیدا کرده‌اند و بخش عظیمی‌ازتحقیقات آنها دراین‌زمینه‌متمرکز شده است.

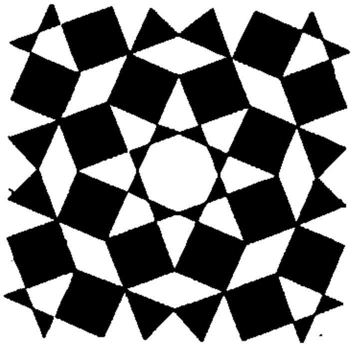
اکنون‌که به‌برکت انقلاب اسلامی دست استعمارگران و استثمارگران و عوامل‌آنها ازکشورما کوتاه شده و دیگر آنها سیاستهای علمی مارا تعیین‌نمی‌کنند، بجاست که‌مسئولین‌ذیربط جمهوری‌اسلامی ایران وبخصوص اعضای محترم شورای‌عالی انقلاب فرهنگی، که‌مسئولیت‌سیاست گذاری علمی وفرهنگی کشور را برعهده دارند، باتوجه به‌نکات مذکور به‌گسترش ریاضیات کاربردی درمیهن اسلامی ایران توجه بیشتری نموده و سرمایه گذاریهای معنوی ومادی‌را دراین جهت و بخصوص دربعد تربیت استاد افزایش‌دهند تاهرچه زودتر عقب ماندگیهای گذشته در این زمینه جبران گردد. البته باید توجه‌داشت که تأکید بر ریاضیات کاربردی بمنزلهٔ بی‌اهمیت شمردن ریاضیات محض نمی‌باشد. بلکه درزمینهٔ ریاضیات محض نیز تاحدی معقول تحقیقات و سرمایه‌گذاری‌های مادی ومعنوی ادامه یابد. لیکن چون درگذشته به‌ریاضیات کابردی بی‌توجهی شده‌است وبخصوص‌دراین‌زمینه درمقایسه با ریاضیات محض‌سخت دچارکمبوداستاد هستیم، لذا برای جبران مافات بایداهمیت بیشتری به‌این شاخه از ریاضیات قائل شد. مسلماً چون در حال حاضر تخصص اغلب اساتید ریاضی دانشگاههای ما ریاضیات محض می‌باشد، این زمینه تا دهها سال دیگر پیشرفت طبیعی خود را خواهد داشت وباز هم اغلب افرادی که درسطوح مختلف فارغ‌التحصیل می‌شوند در شاخهٔ ریاضیات محض تخصص پیدا خواهند نمود. لذا از این بابت جای هیچگونه نگرانی نیست وتصور نشودکه توجه بیشتر به‌ریاضیات کاربردی باعث تضعیف یا ازبین‌رفتن ریاضیات‌محض در کشورما خواهد شد.

توجه به‌این نکتهٔ مهم نیز ضروری است که بحث فوق‌الذکر بیشتر شامل ریاضیات عالی درسطح دوره‌های دکتری وتحقیقاتی است. زیرا دروس ریاضی در سطح دبیرستان وحتی دورهٔ کارشناسی (لیسانس) ریاضی، دروس بنیادی و پایه واساس ریاضیات محض و کاربردی می‌باشند. گرچه از نظر طبقه‌بندی دروسی نظیر هندسه، جبر، آنالیز ریاضی وتئوری مجموعه‌ها جزء ریاضیات محض می‌باشند ولی باید به‌خاطر داشت که‌حتی ریاضیات کاربردی‌هم به‌این‌گونه‌دروس متکی‌هستند و بدون آموختن آنها ریاضیات کاربردی را هم نمی‌توان آموخت. بهمین دلیل بسیاری از دروس‌رشته‌های ریاضی‌محض وکاربردی درسطح‌کارشناسی مشترك‌هستند. بنابراین نباید این تصور برای دانش‌آموزان یا دانشجویان ریاضی درسطح کارشناسی پیش‌آیدکه چرا همگی‌ما باید الزاماً اینگونه دروس ریاضی‌را که بعد ریاضی محض‌دارندبگذرانیم. مسلماً بدون گذراندن آنها تحصیل در رشتهٔ ریاضی کاربردی هم امکانپذیر نخواهدبود.

البته‌من‌معتقدم‌که در برنامهٔ ریاضیات دبیرستانی‌هم باید تجدیدنظری بشود ودر

کنار برخی از دروس پایه که جنبهٔ ریاضی محض دارند ، دانش‌آموزان با ریاضیات کاربردی هم درسطوح مقدماتی آشنا شوند. بدین‌وسیله محصلین شناخت بهتری از ریاضیات پیدا کرده واز کاربردهای آن آگاهی می‌یابند ودرنتیجه باعلاقهٔ بیشتری به‌این‌رشته روی‌می‌آورند، لذا از برنامه‌ریزان ومؤلفین کتب درسی‌دورهٔ دبیرستان انتظار دارد که در تجدیدنظر برنامه‌های درسی، که در شرف انجام است ، به‌این نکته‌نیز توجه داشته‌باشند.

خوشبختانه پس از تشکیل ستاد انقلاب فرهنگی وتشکیل گروهها وکمیته‌های برنامه‌ریزی، کمیتهٔ ریاضی با بهره‌گیری از اطلاعات و تجربیات اساتید ریاضی متعهد ودلسوز دانشگاههای کشور وباتکیه بربینش اسلامی وتوجه‌به‌نیازهای جامعه، پس از دو سال مطالعه و بحث و تبادل‌نظر ، برنامه‌ای‌جالب برای‌دوره‌های کارشناسی(لیسانس)ریاضی‌تدوین نمودکه مهمترین‌وجه تمایزآن بانظام گذشته‌تفکیك رشتهٔ ریاضی به‌دو رشتهٔ دبیری ریاضی و ریاضی‌کاربردی می‌باشد . درنتیجه علاقه‌مندان به‌شغل مقدس دبیری از همان ابتدا وارد رشتهٔ دبیری ریاضی شده وآموزش‌های لازم‌را می‌بینند که البته بعد ریاضی محض آنها قویتر است. عده‌ای ازعلاقه‌مندان‌نیز به‌ریاضی‌کاربردی روی‌می‌آورند که تعدادی ازدروس آنها صرفاًریاضیات کاربردی هستند. لیکن به‌دلیل موقعیت‌خاص کشور و نیاز مؤسساتی نظیر وزارت برنامه و بودجه ، وزارت دارائی و امور اقتصادی ، بانك مرکزی ایران و برخی ازسازمانهای صنعتی واقتصادی، ریاضیات کاربردی دراین رشته به‌مفهوم‌خاصی‌درنظر گرفته شده‌است. دانشجویان در این رشته پس از گذراندن دروس مشترك با رشتهٔ



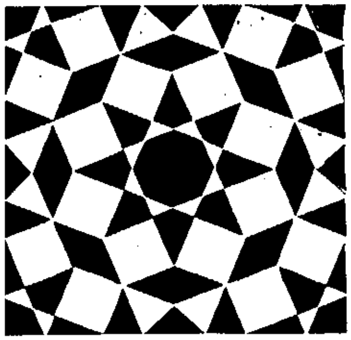
دبیری ریاضی که معمولاً بعدریاضی‌محض دارند، برخی از دروس آمار و کامپیوتر وروشهای‌ریاضی‌درفیزیك‌راهم‌می‌گذرانند ودرنتیجه‌کارآئی بیشتری‌درجهت برنامه‌ریزی صحیح پیدا کرده ومسائل علمی را بهتر می‌توانند دراینگونه سازمانها تجزیه و تحلیل نمایند. بنابراین دراین رشته ریاضیات‌کاربردی‌به‌مفهومی که‌قبلاً متذکر شدیم تدریس نمی‌گردد. البته اخیراًطرح جدیدی ازطرف کمیتهٔ ریاضی شورایعالی انقلاب فرهنگی تهیه شده‌که درآن فقط یك‌رشته به‌نام‌ریاضی باگرایشهای‌مختلف دبیری ریاضی، ریاضی محض، ریاضی – فیزیك، آمار، کامپیوتر ومهندسی صنایع درنظر گرفته شده است. به‌اعتقاد من این طرح نسبت به‌طرح‌قبلی ازمزایای بیشتری برخوردار است‌ولی‌هنوز به‌تصویب‌نهائی نرسیده‌است.ضمناً رشته‌های آماروکامپیوتر (نرم افزار و سخت افزار) کماکان به‌صورت رشته‌های مستقل وجود خواهند داشت.

حال در ارتباط با آموزش ریاضی بحث‌جدیدی‌راآغاز می‌کنیم‌ودرخلال آن به‌طور مختصر علت عدم‌پیشرفت این رشته را در کشور خودمان بررسی می‌کنیم . تصور می‌کنم که همگان این‌حقیقت کلی‌را بپذیرند که رمز موفقیت در این رشته خلاقیت،تفکر وتعمق‌درمسائل‌است.ریاضی صرفاً یك‌علم اکتسابی نیست، دراین‌رشته ابزارکارتنهامغز انسان‌است ونیازبه‌وسائل آزمایشگاهی ندارد. پس‌چرا این رشته آنطورکه باید وشاید درکشور ما رشدی نداشته‌است وحتی سیرنزولی نیزطی‌کرده است؟ مگر دربینش اسلامی، ما مسلمانها به‌تفکر و تأمل در خلقت جهان آفرینش دعوت نشده‌ایم؟ مسلماً بارهاآیاتی‌ازقرآن مجیدرا مطالعه نموده و یا شنیده‌اید که مسلمانهارا به‌تفکر وتعقل وتأمل در مسائل مختلف تشویق و ترغیب نموده است و از انسانها می‌خواهدکه در خلقت این جهان هستی بیندیشند . خداوند در قرآن کریم می‌فرماید بروید روی‌زمین گردش کنید تا در این سیاحت به‌حقایق عالم وجود پی ببرید ومسلماً لازمهٔ پی‌بردن به‌رموزخلقت تفکروتعقل‌است. من‌معتقدم‌که یکی‌ازرموز موفقیت مسلمانهای صدر اسلام در ابعاد مختلف به‌کارگیری اینگونه آیات بوده است‌که آنهارا درهر مسئله‌ای به‌تفکر وا می‌داشته تا پس از تجزیه و تحلیل مسائل وتفکرعمیق درپدیده‌ها تصمیمات لازم را اتخاذ نمایند. همین بینش باعث شد که مسلمانها در زمینه‌های مختلف علمی به‌پیشرفتهای شایان توجهی دست یابند و در دامان این مکتب دانشمندان بزرگی‌تربیت شوند.

ریاضیات در یونان باستان ، که روزگاری مهدعلم وتمدن‌بود و دانشمندان زیادی‌را بخصوص در رشتهٔ ریاضی در دامان‌خودپرورانده‌بود،رفته‌رفته روبه‌افول گذاشت. این‌سیر نزولی همچنان تا قرنها پس‌از میلادمسیح ادامه‌داشت تا آنکه‌پس ازظهوراسلام‌دانشمندان‌اسلامی‌وبخصوص ریاضیدانان ایرانی‌ریاضیات یونان‌باستان را زنده‌کردند ودرجهت تکامل‌آن‌گامهای بسیار مؤثری برداشتند. بنابراین می‌توان ادعاکردکه باتکیه‌برچنین بینشی بود که‌ما

در گذشته شاهد بروز و ظهور ریاضیدانهای برجسته‌ای همچون عمر خیام نیشابوری، خواجه نصیرالدین طوسی، محمدبن‌موسی خوارزمی، ابوریحان بیرونی، غیاث‌الدین جمشید کاشانی و دهها ریاضیدان دیگر بودیم. برخی از این افراد در ابعاد دیگری هم مطالعاتی داشتند و حتی در زمینه‌های عقیدتی ـ سیاسی هم انسانهای پرباری بودند و این امر ناشی از بینش اسلامی آنها بود.

اما چرا کشورهای اسلامی و از جمله ایران در زمینه‌های علمی سیر نزولی طی کرده‌اند و دیگر نتوانسته‌اند ریاضیدانهای خوبی در دامان خود تربیت کنند؟ چرا از دوران صفویه به بعد از قافلهٔ علم و تمدن عقب ماندیم و بالعکس اروپائیها بر مبنای علوم اکتسابی از کشورهای اسلامی، روز بروز پیشرفت کردند تا آنجا که حتی از ذکر نام دانشمندان اسلامی خودداری می‌کنند؟ و حال آنکه کتابها و مقالات علمی دانشمندان اسلامی چندین قرن اساس کارهای تحقیقاتی آنها بوده‌است. چرا در طی نیم قرن اخیر که به‌سبك غربی در این کشور دانشگاه داشتیم نتوانستیم ریاضی‌دانهای خوبی تربیت کنیم که قابل قیاس با کشورهای اروپائی یا لااقل کشورهائی نظیر کشور خودمان باشند؟ چرا باید در طی سالهای اخیر ریاضیات تا این حد در کشورما افول کند. به اعتقاد من دلیل عمدهٔ همهٔ اینها عدم‌شناخت واقعی علم ریاضی است. ریاضیات تنها يك علم اکتسابی نیست که فقط با آموختن آن از دیگران بتوان در آن موفق شد. بدون ابتکار و خلاقیت و تفکر منطقی نمی‌توان در این رشته به‌موفقیتهای چشمگیری نائل شد. تحصیلکرده‌های ما همیشه در پی کسب دانش بیشتر بوده‌اند ولی به مفهوم اکتسابی آن



یعنی بیشتر به فکر اندوختن معلومات بوده‌اند تا ابتکار و خلاقیت. دلمان خوش بوده به‌اینکه حل دهها و صدها مسئله را خواندیم و نوشتیم و یاد گرفتیم، غافل از اینکه آموختن حل دهها مسئله ارزش حتی يك مسئله را که خود، با تفکر و تعمق و غور در آن، حل کرده باشیم ندارند. هنوز هم در کلاسهای درسی شاهدیم که دانش‌آموزان یا دانشجویان انتظار دارند دبیر یا استاد مربوطه مسائل را پای تخته حل کنند بدون آنکه خود تلاشی برای حل آنها نموده باشند. آیا باچنین طرز تفکری می‌توان انتظار داشت که ریاضیات در کشور ما رشد کند و ما بار دیگر شاهد ظهور ریاضیدانهائی مانند خوارزمیها و خیامها درمیهن اسلامی خودباشیم؟! متأسفانه افت دانش‌آموزان ریاضی کشور در دههٔ اخیر به‌حدی بود که آخرالامر مسئولین وزارت آموزش و پرورش مجبور شدند در تیرماه سال ۶۲ کمیته‌ای برای بررسی علل و عوامل این امر تشکیل دهند. اعضای این کمیته مدتها در این زمینه مطالعه کردند تا علل افت ریاضی را، بخصوص در سطح دبیرستانها، بیابند. در اینجا مجال آن نیست که به‌نتایج حاصل از مطالعات این کمیته بپردازم، لیکن ارائهٔ آمار ذیل را ضروری میدانم. در سال ۱۳۵۴ نسبت دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی به کل دانش‌آموزان دبیرستانی ۲۹ درصد بود و حال آنکه در سال ۱۳۵۶ این رقم به ۱۲ درصد کاهش یافت. این کاهش متأسفانه در سالهای بعد از انقلاب اسلامی نیز ادامه یافت به طوری که در سال ۱۳۶۰ نسبت مزبور به ۲/۶ درصد رسید. (نقل از مجله رشد آموزش ریاضی ـ شماره ۲). خوشبختانه پس از تشکیل کمیتهٔ مذکور و بررسی افت دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی ـ فیزیك، براساس توصیه‌های این کمیته اقداماتی از جانب مسئولین ذیربط صورت گرفت و تاحدی از افت بیشتر این رشته جلوگیری به‌عمل آمد به‌طوری که در سالهای ۱۳۶۱ به‌بعد آمار دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی ـ فیزیك افزایش یافت و به‌نظر می‌رسد هنوز هم این روند ادامه دارد.

به‌هر حال برای کشورهای اسلامی فاجعه‌است که با آن سوابق درخشان در زمینه‌های علمی امروزه شاهد افول علم در این کشورها باشیم. ما که زمانی پدر علم ریاضی بودیم و اروپائیها اغلب کتاب‌های دانشمندان ما را ترجمه می‌کردند و گاه به‌نام‌خود انتشار می‌دادند، سزاوار نیست کماکان همان خط‌مشی گذشته را در تعلیم و تعلم ریاضی دنبال کنیم. باید حرکتی جدید آغاز گردد و همان تحولی که در زمینه‌های عقیدتی ـ سیاسی پس از انقلاب شکوهمند اسلامی پیش‌آمده است در ابعاد علمی هم به‌وجود آید و با اتخاذ روشهای صحیحی بار دیگر شاهد شکوفائی این علم در کشور عزیز خود باشیم و این میسر نمی‌شود مگر باهمت والای تمامی علاقه‌مندان این رشته که باید در چگونگی برخورد با این رشته تجدیدنظر نمایند. بخصوص در این میان مسئولیت اساتید و دبیران ریاضی بیش از دیگران می‌باشد. باید در روش خود تجدیدنظر کنیم و نگذاریم بدآموزیهای گذشته همچنان ادامه یابد. باید در کلاس درس به‌محصلین چگونه آموختن

این علم را هم آموخت و روش صحیح یادگیری و پیشرفت در این رشته را طی جلسات متعدد برای آنها تجزیه و تحلیل کرد. امید ما به نسلهای آینده است و لذا باید انرژی زیادی را صرف تعلیم و تربیت آنها نمود. در کنار مسائل عقیدتی، سیاسی و تربیتی باید علوم مختلف هم به روش صحیحی آموزش داده شود به گونه‌ای که استعدادهای بالقوه‌ای که در طینت انسانها می‌باشد شکوفا گردند و در بعد علمی نیز این جوانها برای مکتب اسلام و میهن عزیز ما افتخار بیافرینند، مسلماً اگر ما خود راه و روش صحیح آموزش ریاضی را بدانیم، محصلین ما هم به این رشته علاقه‌مند می‌شوند و تنها در سایهٔ علاقه‌مندی است که آنها می‌توانند در ادامهٔ این راه موفقیتهائی کسب کنند.

در کلاس درس ریاضی باید بیشتر به قدرت تفکر متکی بود تا به حافظه. باید قدرت ادراك و تفکر منطقی محصل را تقویت نمود و آنها را از حفظ مطالب بدون فهم و تعمق کافی برحذر داشت. مسلماً اگر بتوان در در این امر موفق شد راندمان کار نیز بیشتر شده و حجم بیشتری از مطالب را می‌توان در مدت زمان کمتری تدریس نمود، متأسفانه برخی از محصلین تصور می‌کنند چون مطلب در هر درس زیاد است لذا فرصت کافی برای تأمل در مسائل را ندارند و چه بهتر که دبیر یا استاد مربوطه خود مسائل را حل کند تا برای یادگیری آنها وقت کمتری صرف شود. محققاً این بینش خطاست، زیرا با آموختن حل دهها مسئله باز هم خود دانش‌آموز یا دانشجو قادر به حل مسئله نخواهد بود؛ زیرا قبلاً تمرینی برای فکر کردن نداشته و فقط از قدرت حافظهٔ خود استفاده کرده است. بنابراین بار دیگر تکرار می‌کنم که تنها راه موفقیت در این رشته، به کار انداختن قدرت تفکر افراد است و مادام که بروش فعلی اساس کار بر حفظ کردن مطالب ریاضی باشد، پیشرفتی در این رشته حاصل نخواهد شد.

البته عدم گسترش و شکوفائی این رشته در کشور ما به عوامل دیگری هم بستگی دارد که برخی از آنها را به طور مختصر در اینجا متذکر می گردم. یکی از عوامل مهم این امر عدم جذب استعدادهای درخشان به این رشته می‌باشد و متأسفانه در شرایط فعلی جامعه شاهدیم که بهترین استعدادها جذب رشته‌های پزشکی و فنی و مهندسی می‌گردند، در حالی که رشته‌های علوم و بخصوص ریاضی زیربنای رشته‌های پزشکی و فنی و مهندسی می‌باشند و علی‌الاصول افراد مستعد باید به این رشته‌ها راه پیدا کنند تا بهتر بتوانند تخصصهای لازم را در این رشته‌ها کسب کنند. مسلماً عدم استقبال افراد مستعد از رشته‌های علمی و بخصوص ریاضی باعث می‌شود افرادی که علاقه و استعداد کافی در اینگونه رشته‌ها ندارند جذب اینگونه رشته‌ها شده و با کیفیت نازلی این دوره‌ها را طی کنند. محققاً چنین افرادی توانائی لازم برای ادامهٔ تحصیل در سطوح بالاتر را نیز ندارند و درنتیجه پژوهشهای علمی در سطوح بالا هم رشدی نخواهند یافت. اگر این افراد به شغل مهمی هم روی آورند آن طور که باید و انتظار می‌رود نمی‌توانند محصلین خوبی تربیت کنند و لذا افت علمی در دانش‌آموزان دبیرستانی هم به تدریج زیاد می‌شود و آثار آن حتی در رشته‌های پزشکی و فنی و مهندسی هم، که از وجههٔ خاصی در جامعهٔ ما برخوردارند، ظاهر خواهد شد.

بنابراین برای نجات آموزش عالی و جلوگیری از افت علمی دانشگاهها و در نهایت مدارس کشور، مسئولین ذیربط باید چاره‌ای بیندیشند و در گام اول از طریق امتیازات مادی و معنوی جاذبهٔ شغلی معلمی را در سطوح مختلف بالا ببرند تا بدینوسیله انگیزه‌ای برای استعدادهای درخشان به وجود آید و با عشق و علاقه جذب رشته‌های دبیری شوند. مسلماً اگر افراد مستعد و علاقه‌مند جذب این رشته‌ها شوند توانائی ادامهٔ تحصیل در سطوح کارشناسی ارشد (فوق‌لیسانس) و دکتری را هم خواهند داشت و در آینده استادان و محققین خوبی برای دانشگاههای کشور خواهند شد و بار دیگر در زمینه‌های علمی شاهد شکوفائی خاصی در این کشور خواهیم بود. لهذا بار دیگر متذکر می‌شوم که باید ابتدا نیازهای اولیهٔ یك معلم در جامعه تأمین گردد تا بتواند با آرامش فکری به کار تعلیم و تربیت صحیح جوانان کشور بپردازد و باعث شکوفائی استعدادها گردد. گرچه عشق و علاقه به شغل معلمی و احساس مسئولیت عامل مهمی برای موفقیت در این شغل است لیکن چگونه می‌توان انتظار داشت که بدون تأمین نیازهای ضروری مادی یا معنوی یك معلم، فرد بتواند به نحو احسن وظیفهٔ خود را انجام دهد.

یکی دیگر از عوامل مهم عدم جذب دانشجویان مستعد به رشته‌های دبیری محدودیتهائی است که آموزش و پرورش برای ادامهٔ تحصیل آنها ایجاد نموده است. با توجه به تعهد خدمت در آموزش و پرورش،

دانشجویان رشته های دبیری شانس کمتری برای ورود به‌دوره‌های کارشناسی ارشد دارند؛ زیرا پس‌از چندسال تدریس در دبیرستانها دیگر توانائی رقابت با داوطلبان تازه‌نفس دوره‌های کارشناسی ارشد را ندارند واین امر در تصمیم اولیهٔ آنها برای‌ورود به‌رشته‌های دبیری خللی وارد می‌کند، لذا چنانچه‌وزارت آموزش‌وپرورش رسماً وعلناً اعلام‌نمایدکه با ادامهٔ تحصیل دانشجویان رشته‌های دبیری یا دبیران شاغل درآموزش و پرورش، در صورت قبولی در دوره‌های کارشناسی ارشد، موافق می‌باشد وحتی ازنظرمادی نیز آنها آنهارا تأمین می‌کند، این امر تأثیر بسیار مثبتی‌در روحیهٔ داوطلبان دانشگاهی‌خواهد گذاشت و با رغبت بیشتری به‌رشته‌های دبیری روی می‌آورند ودیگر آیندهٔ شغلی خود وراه ترقی و تعالی را مبهم و تاریک نمی‌بینند.

درپایان برای رزمندگان اسلام‌دعا می‌کنیم و متذکر می‌شویم که در سایهٔ جانفشانیها و فداکاریهای این برادران رزمنده ما می‌توانیم درمحیطهای آموزشی با آرامش‌فکری به‌مطالعه وتحقیق بپردازیم ولذا همگی مدیون آنها هستیم وبایدنهایت تلاش خودرا برای پیشبرداهداف انقلاب فرهنگی بنمائیم.

---

1. Bertrand Russel
2. G.H. Hardy
3. George Boole
4. A.N. Whitehead
5. A. Cayley
6. G.F.B. Riemann
7. C.F. Gauss
8. Eudoxus
9. Euclid
10. Archimedes
11. Apollonius
12. Saccheri
13. N.I. Lobachevski

منابع

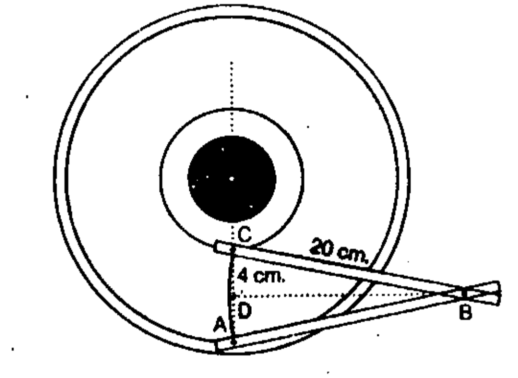
[1] G.H. Hardy, «A mathematician's Apology», Cambridge University Press, London, 1969.

[2] B.L. Moisewitch, «what is Applied Mathematics», Bulletin Volume 17 number 7 July 1981. The Institute of Mathematics and its Applications. (I.M.A)

این مقاله توسط آقایان دکتر عبدا... شیدفر و دکتر محمد اسدیان ترجمه شده و در مجلهٔ «فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی» (شماره پنجم اسفند ۱۳۶۴)، از انتشارات انجمن ریاضی ایران، به چاپ رسیده است.

[3] B. Russel & A.N. Whitehend, «Principia Mathematica», Cambridge University Press, Cambridge, 1925.

بقیه پاسخهای استدلال معمایی ازصفحه ۶۴



مستقیم تشکیل‌می‌دهد. اما واقعیت جزاین‌است، زیرامسیرسوزن در واقع قسمتی ازکمان دایره‌ای است به‌شعاع ۲۰ سانتی متر. گام نخست حل مسئله تعیین مقدار زاویهٔ ABC و یا (راحتتر از آن) اندازه‌گیری زاویهٔ DBC است. از آنجا که $\sin(DBC)=\frac{۴}{۲۰}$ است، $\sin^{-۱}\left(\frac{۴}{۲۰}\right)=DBC=۱۱/۵^\circ$ می‌شود. پس $ABC=۲۳^\circ$. طول یك‌کمانی ۲۳° ازیك دایره به شعاع ۲۰ سانتی‌مترازمعادلهٔ $\frac{۳۶۰^\circ}{(۲\pi)۲۰}=\frac{۲۳^\circ}{x}$ بدست‌می‌آید.

ریاضیات

ابوبکر محمدبن حسین (یا حسن) کرجی (یاکرخی) از مفاخر ریاضیدانان دورهٔ اسلامی است. از زندگی او چندان اطلاعی دردست نیست. حتی نسبت او هنوز هم بین مورخین مورد اختلاف است و نمی‌توان هیچیك از دو صورت ضبط نسبتش ــ کرجی یاکرخی ــ را با قطعیت تمام پذیرفت؛ گرچه غالب محققین کنونی تمایل به پذیرفتن صورت کرجی این نسبت را دارند. آنچه این بحث را بیشتر دامن می‌زند آن است که تعیین ملیت او، ودر نتیجه کسب کمی اطلاع ازاحوال زندگی‌اش، بستگی به معلوم شدن صورت صحیح این نسبت دارد. اگر تلفظ کرخی درست باشد، باید اورا با ملیت عربی دانست؛ زیرا کرخ درقدیم حومهٔ بغداد واکنون ازمحلات آن است. اما اگر نسبت او راکرجی بدانیم، وی باید ایرانی وزادگاهش کرج [والبته نه کرج تهران]، مشهور به کرج ابودلف، باشد که شهری در جنوب سلطان آباد [اراك حالیه] ومتصل بدان بوده وبه دست قاسم بن عیسای عجلی، مشهور به ابودلف، بنا شده است.

دلیل اینکه تا همین اواخر نسبت اورا اغلب کرخی می‌نوشتند، آن است که فرانتس وپکه، ریاضیدان وعالم آلمانی، درسال ۱۸۵۳ میلادی برای اولین بار به نسخه‌ای خطی ازکتاب «فخری» دست یافت ودربارهٔ آن مطالعاتی دقیق به‌عمل آورد و وخلاصهٔ بررسیهای خودرا درکتابی منتشر ساخت. نام مؤلف کتاب درنسخهٔ وپکه، کرخی ضبط شده بود. ازآن پس نسبت او به‌کرخی مشهور شد و آدولف هوخهایم[2] هم که کتاب دیگر همین مؤلف به‌نام «الکافی فی‌الحساب» را به‌آلمانی ترجمه و بین‌سالهای ۱۸۷۸ تا ۱۸۸۰ درسه جلد منتشر کرد، همین‌عنوان کرخی را به‌کاربرد. اما جورجولوی دلاویدای ایتالیایی، که کتابی دیگرازکرجی، تحت عنوان «البدیع فی‌الحساب» رابه ایتالیایی ترجمه ومنتشر کرد، طی مقاله‌ای مبسوط، نسبت اورا کرجی دانست.

چون دربرخی نسخه‌های خطی آثار او، نسبت کرجی و ودربرخی دیگر نسبت کرخی ضبط شده است، استناد به این نسخ برای اتخاذ تصمیم درموردودرست بودن یکی ازدوصورت این نسبت، نمی‌تواند مفید باشد. جالب آنکه حتی دربرخی از کتب اوکه نسخ متعددی ازآنها باقی است، هم صورت کرجی وهم صورت کرخی ضبط شده است. اما یکی ازدلایل دلاویدا، که بحث اورا درمورد درست بودن نسبت کرجی، موجه جلوه می‌دهد، اشارهٔ او به مقدمهٔ کتاب «انباط المیاة الخفیه» [= استخراج آبهای پنهانی] تألیف کرجی است. دراین‌مقدمه می‌خوانیم«...چون‌درسرزمین‌عراق وارد شدم‌ومردم‌آن‌دیار‌راازکوچك‌وبزرگ دوستدار دانش‌دیدم،دریافتم که‌دانش‌واهل‌دانش رابزرگ ومحترم می‌شمارند، درمدتی که‌درآنجا بودم تصنیفی درحساب وهندسه پرداختم. سرانجام وقتی به‌سرزمین جبل[= طبرستان] بازگشتم، مطالبی که ازاوضاع عراق‌تصنیف کرده‌بودم درجبل گم گشت و ناپدید شد. شعلهٔ اشتیاق تصنیف فرونشست و طبع آماده به‌تألیف فروافسرد تاآنکه خدا سرزمین جبل و مردم آن را به دیدار مولانا الوزیر، الرئیس، السیدالاجل المنصور ولی‌النعم ابوغانم معروف بن محمدیاری فرمود.»

ابوالقاسم قربانی، محقق ایرانی، نه تنها کرجی بودن مؤلف را از این مقدمه نتیجه می‌گیرد، بلکه به استناد اینکه ابوغانم معروف بن‌محمد، وزیرمنوچهربن‌قابوس بوده ومنوچهر از سال ۴۰۳ هجری به بعد سلطنت کرده، تاریخ بازگشت او را به‌طبرستان،پیش از۴۰۳ می‌داند.سوتر[4] تاریخ وفات کرجی را درحدود ۴۲۵ هجری تعیین‌کرده است.

تألیفات به جا ماندهٔ کرجی به‌شرح زیرند:

۱ـ الفخری فی (صناعة الجبروالمقابله)

این‌کتاب راکرجی به‌نام ابوغالب محمدبن علی بن‌خلف واسطی‌ملقب به‌فخرالملك (متوفی به سال ۴۰۷) نوشته وظاهراً به‌همین مناسبت آن را «الفخری» نامیده است (گویا خودکرجی هم ملقب به فخرالدین بوده است)

۲ـ الکافی فی‌الحساب

ازاین‌کتاب نسخه‌های خطی متعدد موجود است وتوسط آدولف‌هوخهایم به‌آلمانی ترجمه شده است. «الکافی» دارای ۷۰ بخش است؛ ۴۳ بخش اول آن در بارهٔ اعمال حساب و بخشهای ۴۴ تا ۵۳ آن دربارهٔ هندسه وبخشهای ۵۴ تا ۷۰ آن دربارهٔ جبر است. این‌کتاب یکی از تألیفات مهم‌کرجی درعلم حساب است.

۳ـ البدیع فی‌الحساب

دورهٔ اسلامی (۴)

یکی از مهمترین تألیفات کرجی، و نشان دهندهٔ پیشرفت علم جبر تا اوایل قرن پنجم هجری نزد مسلمین است ویك نسخهٔ خطی از آن در کتابخانهٔ واتیکان موجود است. لوی‌دلاویدا آن را درضمن مقالهٔ مهم خود درخصوص نسبت کرجی معرفی کرده ومتن عربی مقدمهٔ آن را باترجمهٔ آن بـه زبان ایتالیایی منتشر کرده است.

۴ـ علل حساب الجبر والمقابله وشرحها

۵ـ مختصر فی‌الحساب والمساحه

۶ـ انباة المیاه الخفیه

اما آثار دیگری ازکرجی که درتألیفات خود اویادیگران از آنها یاد شده ولـی نسخه‌ای ازآنها تاکنون به‌دست نیامده عبارت‌اند از:

۱ـ کتاب فی‌الحساب الهندی

۲ـ کتاب‌العقود والابنیه

۳ـ المدخل فی‌علم‌النجوم

۴ـ کتاب الدوروالوصایا

۵ـ کتاب نوادرالاشکال

از زمان کشف کتاب «الفخری» توسط وپکه به‌بعد، آثار موجود او مورد بررسی موشکافانهٔ محققین برجستهٔ تاریخ علوم قرارگرفته واین‌بررسیها نبوغ وپیشگامی اورا درعلم جبر آشکار ساخته است. به‌قول وپکه، درکارهای کرجی «برای اولین بار کاملترین، یا به‌عبارتی صورت منحصر به‌فرد حساب جبری در بین ریاضیون اسلامی که تاکنون شناخته‌ایم، را ملاحظه‌می‌کنیم حقیقت آنکه کرجی، بـا عرضه کردن حساب جبری، شیوه‌ای کاملاً نورا درسنت جبریون مسلمان، چون خوارزمی، ابن‌فتح، وابوکامل، را به‌کار می گیرد. هدف کمابیش آشکار این عرضه داشت آن بودکه راههای به تحقق درآوردن استقلال وخاص بودن جبرپیدا شود، به‌طوری‌که امکان‌نفی‌نمایش‌هندسی اعمال جبری مقدور گردد. دراینجا پای شروع جدیدی درجبردرمیان بودکه می‌بایست به کمك کاربرد منظم اعمال حساب بربـازه $[0,\infty[$ صورت پذیرد. این‌کار، یعنی حسابی کردن جبرهم بر طرح خوارزمی درجبر، که توسط ابوکامل ودیگران بسط یافته بود، مبتنی بود، وهم برترجمهٔ کتاب علم حساب دیوفانتوس، که توسط کسانی چون ابوالوفای بوزجانی شرح وبسط یافته بود. کرجی، با مطالعهٔ آثار حسابـی دیوفانتوس، درپرتو طرحها و روشهای خوارزمی ودیگرجبریون اسلامی، راه جدیدی درجبر می گشاید. او نویسندهٔ اولین شرح جبر چندجمله‌ایهاست.

کرجی دررسالهٔ جبری خود، فخری، ابتدا بحث منظمی ازقواهای جبری را عرضه‌کرده سپس‌اعمال حساب را درمورد جمله‌ها وعبارات جبری به‌کارمی‌برد وسرانجام به اولین شرح جبر چند جمله‌ایها دست می‌یابد. وی‌دودنبالهٔ

$$\frac{1}{x},\frac{1}{x^2},\dots,\frac{1}{x^9},\dots \quad \text{و} \quad x,x^2,x^3,\dots,x^9,\dots$$

را مورد مطالعه قرار می‌دهـد و به طور پیاپی قواعـد زیررا فرمولبندی می کند:

$$(1)\quad \frac{1}{x}:\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x^2}:\frac{1}{x^3}=\dots$$

$$(2)\quad \frac{1}{x}:\frac{1}{x^2}=\frac{x^2}{x}\dots=\frac{1}{x^{n-1}}:\frac{1}{x^n}=\frac{x^n}{x^{n-1}}$$

$$\left.\begin{aligned}
(3)\quad & \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2},\\
& \frac{1}{x^2}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{x^3},\dots,\\
& \frac{1}{x^n}\cdot\frac{1}{x^m}=\frac{1}{x^{n+m}}\\
(4)\quad & \frac{1}{x}\cdot x^2=\frac{x^2}{x},\\
& \frac{1}{x}\cdot x^3=\frac{x^3}{x},\dots,\\
& \frac{1}{x^n}\cdot x^m=\frac{x^m}{x^n}
\end{aligned}\right\}\quad \begin{aligned} m&=1,2,3,\dots\\ n&=1,2,3,\dots\end{aligned}$$

برای آنکه اهمیت دستاوردهای کرجی درزمینهٔ جبرچند جمله‌ایها را درك کنیم، لازم‌است‌که‌نحوهٔ‌بهره‌برداری جانشینان بلافصل کرجی ازیافته‌های‌اورا موردبررسی قراردهیم. ازجملهٔ این‌جانشینان‌می‌توان‌ازابونصر سموئل بن‌یحیی، مغربی‌اسرائیلی نام بردکه ریاضیدانی برجسته وطبیبی حاذق بـود. اصلش از

ریاضیات

مغرب (شاید ازاندلس) بود ومدت زمانی دربغداد می‌زیست. سپس به‌ایران آمد و تاقهستان [نام قدیم ولایتی درخراسان جنوبی بین‌یزدو خراسان] سفر کرد. درجوانی یهودی بود و به سال ۵۵۹ هجری، هنگامی که درمراغه بود، اسلام آورد و بعد ازسال ۵۷۰، به قولی در ۵۶۷ وبه قولی در۵۹۸، درمراغه درگذشت. درعلم حساب کسی درزمان وی بالاتراز او نبود و درعلم‌جبر به‌درجه‌ای ممتازرسید و کتب «الباهر فی‌علم‌الحساب» «والموجز فی‌الحساب» در زمرهٔ آثار اوست. سموئل به یاری کارهای کرجی درزمینهٔ چندجمله‌ایها، توانست‌ازهمسانی بین‌دو گروهی که‌امروزه $(Z,+)$و$([x^n;n\in z],\times)$ نامیده‌می‌شوند، استفاده‌کرد وبرای اولین بار معادلی برای قاعدهٔ $x^m x^n = x^{m+n}$ $(m,n\in z)$ را درکلیترین صورت آن ارائه‌داد.

کرجی در به‌کار بردن اعمال جبری درمورد جمله‌ها و عبارات جبری، ابتداکاربرداین قواعد را درمورد یك‌جمله‌ایها بررسی کرده‌وسپس آنها را درمورد چندجمله‌ایها به‌کارمی‌گیرد. وی قواعد ضرب $(a/b)\cdot c = ac/b$ و $a/b\cdot c/d = ac/bd$ را درحالتی که a،b،c، وd یك‌جمله‌ای هستند، به‌دست‌می‌آورد. پس از آن ضرب چندجمله‌ایها را بررسی‌کرده وقاعده‌ای کلی برای این منظورپیدا می‌کند. وی بعداً به همان شیوه وبا همان جدیت، تقارن اعمال جمع وتفریق را به‌دست می‌آورد. با این حال جبر چند جمله‌ایهای او یکدست ومتعادل نیست. در مورد تقسیم‌واستخراج ریشه‌ها، کرجی به‌کلیتی که درموردسایراعمال جبری دست پیدا کرده، نمی‌رسد. درنتیجه، وی تنها تقسیم یك جمله‌ایها برهم وتقسیم یك چندجمله‌ای بر یك‌یك جمله‌ای را مورد بررسی قرار می‌دهد. گرچه نتایج به‌دست آمده توسط او به جانشینانش، وبخصوص به‌سموئل، امکان می‌دهدکه‌برای اولین بار بخشپذیری در حلقهٔ $[Q(x)+Q(1/x)]$ وتقریب کسرهای صحیح توسط عناصر این حلقه را مورد مطالعه قرار دهد. کرجی برای استخراج ریشهٔ دوم یك چند جمله‌ای، برای اولین بار درتاریخ ریاضیات، قاعده‌ای کلی ارائه می‌دهد؛ گرچه این قاعده فقط درمورد چند جمله‌ایهای باضرایب‌مثبت درست است.

در ابتدای کتاب البدیع فی‌الحساب، قاعده‌ای برای‌یك جمله‌ایهای x_1 و x_2 واعداد صحیح مثبت m و n بیان می‌شود که محاسبات زیر را امکانپذیر می‌سازد

$$x_1\sqrt[n]{x_2}\ ;\ \sqrt[n]{x_1}/\sqrt[n]{x_2}\ ;\ \sqrt[n]{x_1}\cdot\sqrt[n]{x_2}\ ;$$

$$\sqrt[n]{x_1}/\sqrt[n]{x_2}\ ;\ \sqrt[n]{x_1}/\sqrt[n]{x_2}$$

$$\sqrt[n]{x_1}\pm\sqrt[n]{x_2}$$

کرجی سپس همین اعمال را درمورد چند جمله‌ایها به اجرا می‌گذارد و قواعدی را ارائه می‌دهد که محاسبهٔ عباراتی به شکل

$$\frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}-\sqrt{x_3}}\ ;\ \frac{x_1}{4\sqrt{x_2}+4\sqrt{x_3}}$$

$$\sqrt{x_1+\sqrt{x_2}}\ ;\ \sqrt{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$$

را مقدور می‌سازد.

کرجی به‌بسط دوجمله‌ایها مبادرت می‌ورزد. درالفخری وی بسط $(a+b)^3$ و درالبدیع بسط $(a-b)^3$ و $(a+b)^4$ را می‌دهد. درمتن مفصلی که سموئل از کرجی نقل قول‌کرده، جدولی از ضرایب دوجمله‌ای با قاعدهٔ تشکیل آن، یعنی $C_n^m = C_{n-1}^{m-1}+C_{n-1}^{m}$ وبسط $(a+b)^n=\sum_{m=0}^{n}C_n^m a^{n-m}b^m$ را برای اعداد صحیح مثبت می‌بینیم.

برای اثبات حکم بالا ونیزحکم $(ab)^n=a^n b^n$، که در آن a و b جابه‌جایی‌اند و $n\in N$، سموئل صورتی اندك‌قدیمی ازاستقرای ریاضی را به‌کارمی‌گیرد. وی قبل از آنکه به‌اثبات دوحکم بالا بپردازد، ابتدا خاصیت جا به جایی وشرکتپذیری ضرب را نشان می‌دهد وتوزیعپذیری ضرب نسبت به‌جمع را خاطرنشان‌می‌کند. وی سپس بسط $(a+b)^{n-1}$ رابرای اثبات اتحاد $(a+b)^n$ وبسط $(ab)^{n-1}$ رابرای اثبات $(ab)^n$ به‌کار می‌برد. این اولین‌برهانی است‌که درآن‌آغاز استقرای ریاضی دیده می‌شود.

کرجی قضایای زیررا هم ثابت‌کرده است:

$$\sum_{i=1}^{n} i=(n^2+n)/2=n(1/2+n/2) \qquad (1)$$

دورهٔ اسلامی (۴)

$$\sum_{i=۱}^{n} i^{۲}=\sum i(۲n/۳+۱/۳) \qquad (۲)$$

که البته کرجی بـه جای اثبات قضیهٔ اخیر، صورت معادل آن یعنی

$$\sum i^{۲}/\sum i=(۲n/۳+۱/۳)$$

را ارائه داده‌است. اثبات این قضیه وچند قضیهٔ دیگر در این زمینه توسط سموئل داده شده است.

به‌اعتقاد کرجی وظیفهٔ واقعی جبر «تعیین مجهولات بـا آغاز ازمقدمات معلوم» است. هـدف جبرنشان دادن آن است که چگونه مقادیر مجهول، ازطریق تبدیل معادلات معلوم، بـه کمك مقادیر معلوم تعیین می‌شوند. این وظیفه، آشکارا وظیفه‌ای تحلیلی است وجبر را قبلاً بـا علم معادلات یکی می‌دانستند. به این‌ترتیب‌می‌توان دامنهٔ محاسبات جبری را دریافت وفهمید که چرا پیروان‌کرجی درمرتبط‌کردن جبر با آنالیز، وتاحدی قراردادن آن درمقابل هندسه، تردیدی به‌خود راه ندادند و به این‌ترتیب خودگردانی واستقلال‌آن را موردتأیید قراردادند. از زمان خوارزمی به بعد، یگانگی مادهٔ جبر دیگر مبتنی بـر یگانگی موجـودات ریاضی‌نبوده وبلکه مبتنی براعمال ریاضی بود. سؤالی که مطرح بود، ازیك سو اعمال لازم برای تحویل مسئلهٔ دلخواه به شکل یك معادله ــ یا به عبارت دقیقتریکی از شش نوع معادلهٔ «قانونی» بیان شده توسط خوارزمی‌ــ بود و از سوی دیگر اعمال لازم برای ارائـهٔ جوابهای خاص بود. کرجی، به‌همین شیوه، شش معادلهٔ قانونی خوارزمی (رجوع کنید به رشد آموزش ریاضی، شمارهٔ ۷، صفحات ۶ ــ ۱۱)

$$ax=b,\ ax^{۲}=bx,\ ax^{۲}=b,\ ax^{۲}+bx=c,$$

$$ax^{۲}+c=bx,\ bx+c=ax^{۲}$$

را اختیارکرد تا معادلات درجات بالاتر

$$ax^{۲n}+bx^{n}=c,\ ax^{۲n}+c=bx^{n},\ bx^{n}+c=ax^{۲n},$$
$$ax^{۲n+m}=bx^{n+m}+cx^{m}$$

را به‌کمك آنها حل‌کند.

کرجی، به تبعیت از ابوکامل [ابوکامل شجاع ابن‌اسلم معرف به‌الحاسب‌المصری، حدود ۲۳۵ یا ۲۳۶ هـ.ق. ــ حدود ۳۱۷ یا ۳۱۸ هـ. ق. ازبزرگترین ریاضیدانهای دورهٔ اسلامی، خاصه درجبر] دستگاههای معادلات خطی را هم مورد بررسی قرارداده و به حل آنها می‌پردازدکه دستگاه معادلات زیـر در زمرهٔ آنهاست

$$x/۲+w=s/۲,\ ۲y/۳+w=s/۳,\ ۲z/۶+w=s/۶$$

که درآن $s=x+y+z$ و $w=۱/۳\left(x/۲+y/۳+\frac{z}{۳}\right)$

نکتهٔ جالب ومهمی درکارهای‌کرجی‌آن است‌که‌کرجی درچند مورد، دومجهول ازمجهولات مسئله را ــ برخلاف دیوفانتوس ــ با نامهای متمایز می‌خوانـد. مجهول اول، برطبـق معمول، «شئی» است، ولـی مجهول دیگر را دریك مسئله «قـسط» و در مسئلهٔ دیگر «قسم» می‌نامد. به قول ویکه « این امر ثابت‌می‌کند که ما دراینجا مواجه بـا یکی از نخستین‌گامها در راه کشف مهمی هستیم‌که متأسفانه علم عربها مجال نیافته است‌که آن را به نهایت برساند»

ترجمهٔ پنج‌مقالهٔ‌اول کتاب علم حساب دیوفانتوس،دست‌کم اهمیت‌دوحوزه‌رابرای‌کرجی‌آشکارکرد. با این حال وی، برخلاف دیوفانتوس، نظرش آن بودکه جنبهٔ نظری حوزه‌های موردبحث را به‌طورکامل‌بیان‌کند. درنتیجه،کرجی هم ازطرح خوارزمی در جبر وهم از نظریهٔ محاسبات جبری پیشرفته تری سود برد و، ازطریق اثردیوفانتوس، توانست احکامی راکه‌در کتاب دیوفانتوس به صورت ضمنی ذکرشده بودنـد، به‌شکلی کلی بیان‌کند وبر آنها قضایای‌دیگری بیفزایدکـه قبلاً پیش‌بینی نشده بودند. منظورکرجی از آنالیز معین (استقراء) که درالفخری، ونیزدرالبدیع‌مطرح‌شده، آن‌است‌که «کمیت‌مرکبی یعنی، یك‌چندجمله‌ای یا عبارت‌جبری]متشکل ازیك‌دو، یا سه[جملهٔ متوالی را در نظر گیریم‌که، هـر چندکه به صورت غیر مربع‌فرمولبندی‌شده، باید مربع‌کامل‌تلقی شود وهدف‌استخراج جـذرآن است». منظور کرجـی از حل یـك چند جمله‌ای با ضرایب گویا درq، یافتن مقادیر x در q است به‌طوری‌که $p(x)$مربع‌یك عددگویا باشد. برای اینکه، بـه عنوان مثال، $A(x)=ax^{۲n}+bx^{۲n-۲}$ راکه درآن $n=۱,۲,۳,\ldots$ ، در این معنی حل کنیم، جملات را بر $x^{۲n-۲}$تقسیم می‌کنیم تا به صورت $ax^{۲}+b$ درآید وعبارت اخیر باید بایك چندجمله‌ای

ریاضیات دورهٔ اسلامی (۴)

مربع که یك جمله‌ای بـا بیشترین درجهٔ آن ax^2 است، برابر گذاشته شود به‌طوری که معادلهٔ، یك ریشهٔ گویا داشته باشد.

کرجی متوجه شد که این نوع مسائل، بینهایت جواب دارنـد و بـرای بسیاری ازآنها راه حلهایـی پیشنهاد کـرد که برخی ازآنها از دیوفانتوس به عاریت گرفته شده بودند و برخی‌دیگررا خودکرجی ابداع کرده‌بود. چندنمونه ازعبارات جبری یا چندجمله ایهائی که می‌توان آنها را با یك مربع برابر قرارداد، در زیر آورده می‌شوند:

۱ـ معادلات یك مجهولی

$$ax^n = u^2$$

$ax^2+bx=u^2$ و به طورکلی $ax^{2n}+bx^{2n-1}=u^2$

$ax^2+b=u^2$ و به طورکلی $ax^{2n}+bx^{2n-2}=u^2$

$ax^2+bx+c=u^2$ و به طورکلی

$$ax^{2n}+bx^{2n-1}+cx^{2n-2}=u^2$$

$ax^3+bx^2=u^2$ و به طورکلی $ax^{2n+1}+bx^{2n}=u^2$

به ازای $n=1,2,\dots$

۲ـ معادلات دومجهولی

$$x^2+y^2=u^2,\ x^3\pm y^3=u^2,\ (x^2)^{2m}\pm(y^3)^{2m+1}=u^2$$
$$(x^{2m+1})^{2m+1}-(y^{2m})^{2m}=u^2$$

۳ـ معادلهٔ سه مجهولی

$$x^2+y^2+z^2\pm(x+y+z)=u^2$$

۴ـ دو معادله ویك مجهول

$\begin{cases}a_1x+b_1=u_1^2\\a_2x+b_2=u_2^2\end{cases}$ وبه طورکلی $\begin{cases}a_1x^{2n+1}+b_1x^{2n}=u_1^2\\a_2x^{2n+1}+b_2x^{2n}=u_2^2\end{cases}$

$$\begin{cases}a_1x^2+b_1x+c=u_1^2\\a_2x^2+b_2x+c_2=u_2^2\end{cases}$$

برخی مسائل کرجی از دیوفانت اقتباس شده ولی برخی دیگر را خود او برمجموعهٔ مسائلش افزوده است. بررسی‌دقیق مسائلی‌که‌کرجی آنها را مطرح وحل کـرده نشان می‌دهد کـه روشها و راه حلهای جامع وکلی درکارهای اوکمال اهمیت را داشته، مع‌هذا بهترین خدمت او به عالم ریاضیات، به حرکت درآوردن جبر در راهی‌نو وحسابیدن [= حسابی‌کردن] جبر بوده است. این امر ازطـریق مداقه درآثار دیوفانتوس توسط ریاضیدانی انجام شده‌که قبلاً با جبر خوارزمی‌آشنا بود. این حرکت تازهٔ کرجی درجبر، توسط‌جانشینانش، و بخصوص‌سموئل بخوبی درك شد وتعمیم یافت. شواهد گواه‌آنندکه لئوناردو‌ـ فیبوناتچی از این نیت‌کرجی و پیروانش درجبر مطلع بود و می‌دانیم کـه فیبوناتچی [حدود‌۱۱۷۰ م ـ حدود ۱۲۵۰ م.] احتمالاً[4] بزرگترین ریاضیدان قرون وسطی ومبدأ عصرجدیدی در ریاضیات مغرب زمین است. پس مروری دیگر بـه‌کارهای خوارزمی وکرجی آشکار می‌سازد که دنیای ریاضیات نه تنها نام جبر؛ بلکه محتوای نویـن خود را مدیون این دو دانشمند صاحب نام ایرانی است.

منابع

1) Boyer, carl B. *A History of Mathematics* (New-york, John wiley& Sons, 1968).

2) *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 7 pp. 240 – 245

ترجمه کامل مـاده کرجی از این منبع توسط آقای احمد بیرشك درماهنامهٔ‌آموزش و پرورش، سال۱۳۵۸، درج‌شده است.

۳) مصاحب، غلامحسین تئوری مقدماتی اعـداد، جلد اول قسمت I، انتشارات دهخدا، تهران، ۱۳۵۵

۴) قربانی، ابوالقاسم، ریاضیدانان ایرانی، نشریه شمارهٔ ۱۴، مدرسهٔ عالی دختران، تهران، ۱۳۵۰

پانوشتها

1) Franz Woepke
2) Adolf Hochheim
3) Giorgio Levi della vida
4) Suter

محاسبهٔ مساحت چند ضلعیها با استفاده از دترمینان مختصات رئوس

سید محمد جواد معصومی: دبیر راهنمایی مدرسهٔ راهنمایی هجرت تجریش

مقدمه: هرگاه به ماتریس مربع مرتبهٔ ۲×۲ مانند $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ عدد حقیقی $ad-bc$ را نسبت دهیم، آن را دترمینان مرتبه ۲×۲ ماتریس A نامیم، و به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$det\,A=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$$

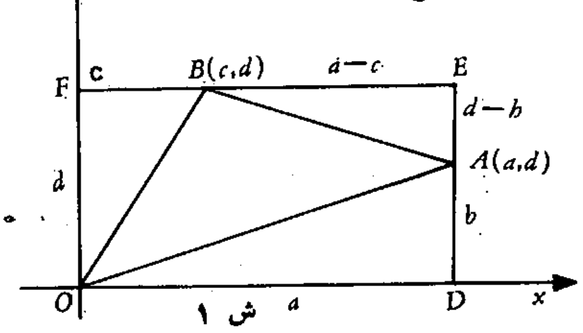
حال اگر در همین دترمینان جای دو سطر را باهم عوض کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}=cb-da=-(ad-cb)=-det\,A$$

همانطور که ملاحظه می‌شود از تعویض جای دو سطر دترمینان تنها علامت دترمینان تغییر می‌کند.

با این مقدمه می‌پردازیم به‌موضوع اصلی محاسبهٔ مساحت چند ضلعیها بااستفاده از دترمینان، ابتدا از مثلث که اولین چندضلعی ساده می‌باشد شروع می‌کنیم وسپس قاعدهٔ کلی برای پیدا کردن مساحت چندضلعیها را به‌دست می‌آوریم.

در دستگاه محورهای مختصات دکارتی وقتی شکل مثلث را رسم می‌کنیم، چهار حالت ممکن است اتفاق بیفتد. اول آنکه مبدأ مختصات یکی از سه رأس مثلث باشد. دوم آنکه مبدأ مختصات در داخل مثلث واقع باشد. سوم آنکه مبدأ در بیرون ازمثلث باشد. وبالاخره ممکن است مبدأ مختصات برروی یکی از اضلاع مثلث واقع باشد.



ش ۱

ابتدا در دستگاه مختصات مثلثی را در نظر می‌گیریم که یک رأس آن مبدأ مختصات باشد، مانند مثلث ΔOAB که مختصات دو رأس دیگر آنرا $A(a,b)$ و $B(c,d)$ می‌نامیم. برای پیدا کردن مساحت مثلث ΔOAB بایستی مساحت سه‌مثلث ΔOAD، ΔOFB، ΔEAB را ازمساحت مستطیل $ODEF$ کم کنیم. با توجه به‌شکل (۱) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} S_{\triangle OAB}&=S_{\square ODEF}-S_{\triangle OFB}-S_{\triangle ODA}-S_{\triangle AEB}\\ &=da-\frac{dc}{۲}-\frac{ab}{۲}-\frac{(d-b)(a-c)}{۲}\\ &=da-\frac{dc}{۲}-\frac{ab}{۲}-\left(\frac{da-ab-dc+bc}{۲}\right)\\ &=da-\frac{dc}{۲}-\frac{ab}{۲}-\frac{da}{۲}+\frac{ab}{۲}+\frac{dc}{۲}-\frac{bc}{۲}\\ &=\frac{da-bc}{۲}\\ &=\frac{۱}{۲}\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \end{aligned}$$

همانطور که ملاحظه می‌گردد. سطر اول دترمینان فوق مختصات نقطهٔ A و سطر دوم آن مختصات نقطهٔ B می‌باشد.

به‌طور کلی می‌توان گفت هرگاه نقاط O، A، B، بترتیب درجهت مخالف عقربهٔ ساعت باشند، مقدار این دترمینان مثبت وهرگاه این نقاط درجهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، مقدار آن منفی می‌باشد. اما همانطور که می‌دانیم همواره مساحت یك شکل یك عدد حقیقی مثبت می‌باشد. بنابراین قضیهٔ زیر را ثابت کرده‌ایم.

قضیه۱: هرگاه نقاط $O(۰,۰)$، $A(x_۱,y_۱)$، $B(x_۲,y_۲)$ مختصات رئوس یك مثلث باشند، مساحت مثلث ΔOAB برابر است با قدرمطلق زیر:

$$\frac{۱}{۲}\begin{vmatrix} x_۱ & y_۱ \\ x_۲ & y_۲ \end{vmatrix}$$

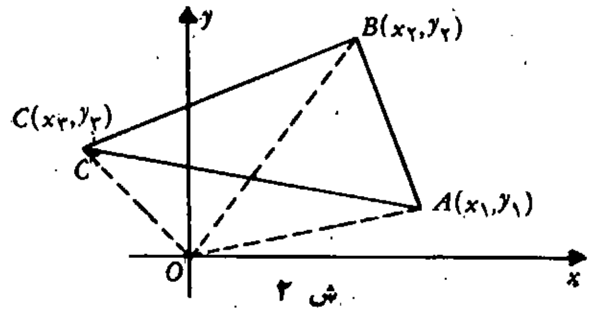
حال می‌خواهیم این مطلب را به‌حالتی تعمیم دهیم که مختصات

سه‌رأس مثلث شامل مبدأ نمی‌باشد.

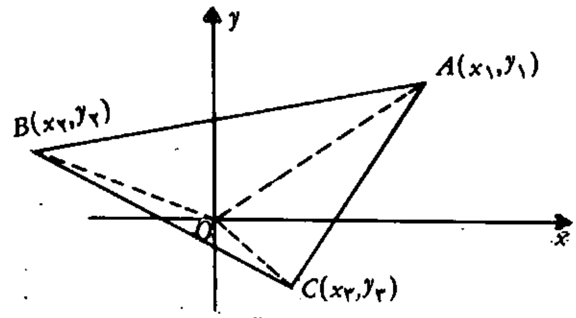
قضیه ۲ : هرگاه نقاط $A(x_1\,,\,y_1)$ و $B(x_2\,,\,y_2)$ و $C(x_3\,,\,y_3)$ مختصات سه‌رأس مثلث ΔABC باشند، به‌طوری که نقاط A و B و C در جهت مخالف عقربه ساعت باشند.
مساحت مثلث ΔABC برابر با :

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right\}$$

برای اثبات آن دو حالت زیر را یکی اینکه مبدأ مختصات درخارج مثلث و دیگری در داخل مثلث قرارگرفته باشد، درنظرمی گیریم (مانند شکلهای ۲ و ۳).



ش ۲



ش ۳

درحالت اول با توجه به‌شکل(۲)می‌توان نوشت:

$$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta OAB}+S_{\Delta OBC}-S_{\Delta OAC}$$

باتوجه به‌قضیهٔ ۱ که قبلاً ثابت کردیم،خواهیم داشت:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & -y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}+\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}-\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

حال اگر در دترمینان سوم جای سطر اول و دوم را عوض کنیم، علامت آن تغییر خواهدکرد. بنابراین می‌توان نوشت :

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}+\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}+\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

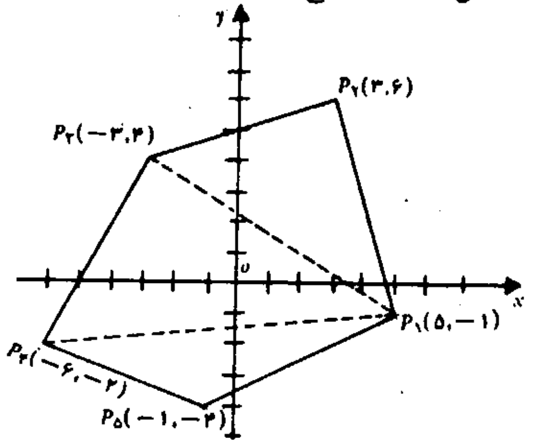
$$=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right\}$$

با توجه‌به شکل(۳)اثبات قسمت دوم شبیه قسمت اول می‌باشد که از اثبات آن صرف نظر می‌نمائیم.

حال می‌خواهیم روش بالا را برای پیدا کردن مساحت چندضلعیهاوقتی که مختصات رئوس‌آن در دست می‌باشد تعمیم دهیم. قبلاً لازم به‌یادآوری است که هر چند ضلعی را با رسم قطرهای آن از یك رأس می‌توان به $(n-2)$ مثلث افرازکرد که دراینجا n، برابر با تعداد رئوس n ضلعی می‌باشد.

ابتدا قبل از به‌دست آوردن دستور آن به‌ذکر یك مثال می‌پردازیم.

مثال ـ مساحت پنج ضلعی زیر را پیداکنید:



ش ۴

$$S_{P_1P_2P_3P_4P_5}=S_{\Delta P_1P_2P_3}+S_{\Delta P_1P_3P_4}+S_{\Delta P_1P_4P_5}$$

$$S_{P_1P_2P_3P_4P_5}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -6 & -2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -6 & -2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -6 & -2 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}\right\}=68$$

با توجه به‌مثال بالا این مطلب را می‌خواهیم به‌صورت یك قضیهٔ کلی تعمیم دهیم:

قضیه ۳ : مساحت هر n ضلعی با مختصات رئوس (x_1,y_1) ، (x_2,y_2) ،…، (x_n,y_n) بطوری که این رئوس درجهت مخالف عقربه‌ساعت درنظر گرفته شوند، برابراست‌با:

$$S_{P_1P_2\dots P_n}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{vmatrix}+\dots+\begin{vmatrix} x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right\}$$

اثبات : بااستفاده از استقرای ریاضی این قضیه را ثابت می‌کنیم. ابتدا رابطهٔ زیر را می‌نویسیم:

$$S_{\text{ضلعی } n\ (P_1P_2P_3\dots P_n)}=S_{\Delta P_1P_2P_3}+S_{\Delta P_1P_3P_4}+\dots+S_{\Delta P_1P_kP_{k+1}}+\dots+S_{\Delta P_1P_{n-1}P_n}$$

که می‌توان نوشت:

$$S_{n(P_1P_2\dots P_n)\text{ضلعی}}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_2&y_2\\x_3&y_3\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_3&y_3\\x_4&y_4\end{vmatrix}+\dots+\begin{vmatrix}x_n&y_n\\x_1&y_1\end{vmatrix}\right\}$$

این رابطه را وقتی‌که $(n=3)$ قبلاً ثابت کردیم پس رابطهٔ فوق به‌ازای $(n=3)$ صحیح می‌باشد.

حال فرض می‌کنیم‌که در حالت $(n=k)$ درست باشد. (فرض استقراء):

$$S_{P_1P_2\dots P_k}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_2&y_2\\x_3&y_3\end{vmatrix}+\dots+\begin{vmatrix}x_k&y_k\\x_1&y_1\end{vmatrix}\right\}$$

حال ثابت می‌کنیم‌که رابطهٔ فوق برای $(n=k+1)$ ضلعی هم برقرار است. (حکم استقراء):

$$S_{P_1P_2\dots P_kP_{k+1}}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_2&y_2\\x_3&y_3\end{vmatrix}+\dots+\begin{vmatrix}x_k&y_k\\x_{k+1}&y_{k+1}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_{k+1}&y_{k+1}\\x_1&y_1\end{vmatrix}\right\}$$

کافی‌است‌که به‌طرفین‌فرض‌استقراء مساحت‌مثلث $\Delta P_1P_kP_{k+1}$ را اضافه‌کنیم‌که خواهیم داشت:

$$S_{P_1P_2\dots P_k}+S_{\Delta P_1P_kP_{k+1}}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_2&y_2\\x_3&y_3\end{vmatrix}+\dots+\begin{vmatrix}x_k&y_k\\x_1&y_1\end{vmatrix}\right\}+S_{\Delta P_1P_kP_{k+1}}$$

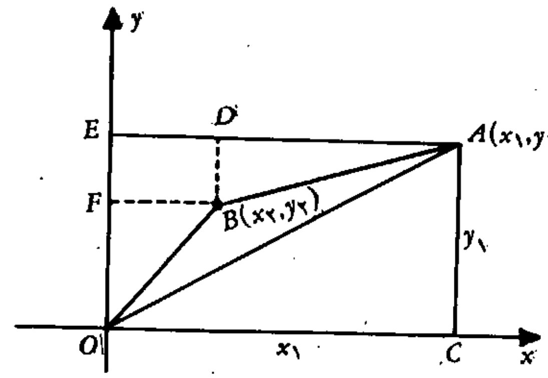
حال اگربه‌جای مساحت $\Delta P_1P_kP_{k+1}$ مساوی‌اش را باتوجه به‌رابطه‌ای‌که از قضیه ۲ به‌دست آوردیم، قرار دهیم خواهیم داشت:

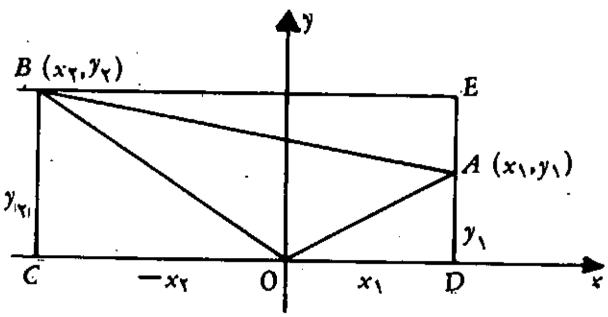
$$S_{P_1P_2P_3\dots P_{k+1}}=\frac{1}{2}\left\{\begin{vmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_2&y_2\\x_3&y_3\end{vmatrix}+\dots+\begin{vmatrix}x_k&y_k\\x_{k+1}&y_{k+1}\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}x_{k+1}&y_{k+1}\\x_1&y_1\end{vmatrix}\right.$$

و حکم ثابت می‌شود.

چند تمرین:

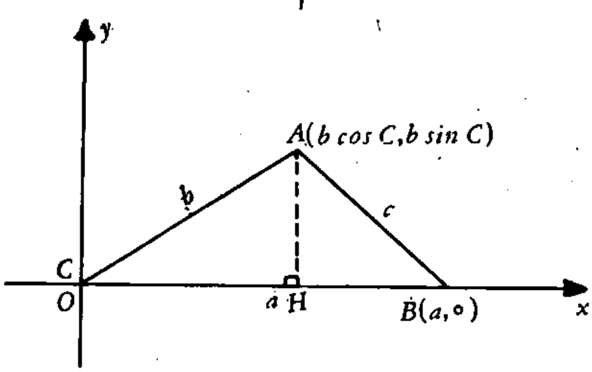
۱ـ برای شکلهای زیر قضیهٔ ۱ را ثابت کنید:





۲ـ در شکل زیر توضیح دهید چىرا مختصات نقطه A برابراست با $A(b\cos C\ ,\ b\sin C)$؟ وسپس بااستفاده از دستور محاسبه مساحت بااستفاده از دترمینان نشان دهید:

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$$



۳ـ نشان دهید قضیهٔ ۲ را می‌توان به‌صورت زیرهم نوشت:

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\left|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right|$$

مآخذ

1) Advanced Mathematics: *An Introductory Course*, Brown & Robbins.

درسهائی از هندسه (۳)

حسین غیور

۶ـ همسانی (تجانس)

۱ـ تعریف ـ هر گاه به‌هر نقطهٔ M، نقطهٔ M' نظیر شود به‌طوری که $\overrightarrow{SM'} = k\overrightarrow{SM}$، که در آن S نقطه و k عددثابتی است M' همسان M در همسانی به‌مرکز S ونسبت k نامیده می‌شود.

تبدیل همسانی را با $H_{s,k}$ نشان می‌دهیم:

$$H_{s,k}(M)=(M') \iff \overrightarrow{SM'} = k\overrightarrow{SM}$$

(با اختیار مبدأ O تساوی برداری، تعریف همسانی به صورت ذیل درمی‌آید

$$\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}+(1-k)\overrightarrow{OS}$$

اگر k صفر فرض شود تمام نقطه‌ها تبدیل به‌نقطهٔ S می‌شوندو اگر k مساوی یك باشد، هر نقطه به‌همان نقطه بدل می‌شودیعنی شکل تغییر نمی‌کند. از اینرو برای اینکه احکام و قضایای همسانی کلیت پیداکند، k ، نسبت همسانی را مخالف با صفرو یك اختیارمی‌کنیم. همسانی برحسب اینکه k مثبت یا منفی‌باشد همسانی مستقیم یا معکوس نامیده می‌شود.

۲ـ ویژگیهای همسانی ـ ویژگیهای همسانی‌دراین سه حکم خلاصه می‌شود:

I. همسان خط راست، خط راستی با همان امتداداست.

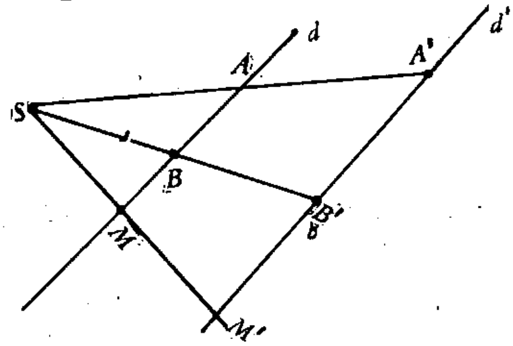
II. همسان بردار $\overrightarrow{AB}$ برداری مساوی $k\overrightarrow{AB}$ است.

III. همسانی، اندازهٔ اصلی زاویه را تغییر نمی‌دهد.

برهان I. اگر A و B دونقطه از خط d و A' و B' همسان آنها باشند، ازدوتساوی برداری $\overrightarrow{SA'}=k\overrightarrow{SA}$ و $\overrightarrow{SB'}=k\overrightarrow{SB}$ می‌توان نتیجه گرفت

$$\overrightarrow{A'B'}=k\overrightarrow{AB}$$

اگر M نقطه‌ای از خط d و M' همسان آن باشد، باید ثابت کنیم M' روی خط d' است که از A' و B' می‌گذرد.



(چون A' و M' همسان A و M هستند) $\overrightarrow{A'M'}=k\overrightarrow{AM}$

(وچون M نقطه‌ای از AB است) $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$

از ضرب دوطرف تساوی اخیر در k ومقایسهٔ آن با دو تساوی قبل تساوی $\overrightarrow{A'M'}=\lambda\overrightarrow{A'B'}$ حاصل می‌شود که معنی آن این است که نقطه M' روی خط $A'B$ است.

حکم‌های II و III را از I به آسانی می‌توان نتیجه گرفت.

۳ـ ترکیب دوهمسانی ـ $H_{s,k}$ و $H_{s',k'}$ دوهمسانی مفروض‌است. می‌خواهیم نتیجهٔ ترکیب $H_{s',k'}H_{s,k}$ را تعیین کنیم.

درحالت خاصی که مرکزهای s و s' برهم منطبق‌باشند، برای تعیین $H_{s,k'}H_{s,k}$ فرض می‌کنیم $H_{s,k}(M)=(M'')$ و $H_{s,k'}(M'')=(M')$ از این تساویها دو تساوی برداری $\overrightarrow{SM''}=k\overrightarrow{SM}$ و $\overrightarrow{SM'}=k'\overrightarrow{SM''}$ حاصل می‌شود ازحذف $\overrightarrow{SM''}$ بین این دوتساوی تساوی ذیل نتیجه می‌شود

$$\overrightarrow{SM'}=kk'\overrightarrow{SM} \Longrightarrow$$

$$H_{s,k'}H_{s,k}(M)=H_{s,kk'}(M)$$

در حالت کلی برای تعیین ترکیب $H_{s',k'}H_{s,k}(M)$ چنین عمل می‌کنیم.

$$K_{s,k}(M)=(M'') \Longrightarrow \overrightarrow{SM''}=k\overrightarrow{SM} \qquad (۱)$$

$$H_{s',k'}(M'')=(M') \Longrightarrow \overrightarrow{S'M'}=k'\overrightarrow{S'M''} \qquad (۲)$$

تساوی (۲) را به‌این صورت می‌نویسیم

$$\overrightarrow{SM'}-\overrightarrow{SS'}=k'(\overrightarrow{SM''}-\overrightarrow{SS'})$$

بین این تساوی وتساوی (۱) SM'' را حذف می‌کنیم.

$$\overrightarrow{SM'}=kk'\overrightarrow{SM}+(1-k')\overrightarrow{SS'} \qquad (۳)$$

فرض می‌کنیم $H_{s',k'}H_{s,k}(M)$ معادل $H_{I,kk'}(M)$ باشد.

$$\overrightarrow{IM'}=kk'\overrightarrow{IM}\Rightarrow \overrightarrow{SM'}-\overrightarrow{SI}=kk'(\overrightarrow{SM}-\overrightarrow{SI})\Rightarrow$$

$$\overrightarrow{SM'}=kk'\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{SI}(1-kk') \qquad (۴)$$

ازمقایسهٔ تساویهای (۳) و (۴) این تساوی به‌دست می‌آید

$$\overrightarrow{SI}(1-kk')=(1-k')\overrightarrow{SS'}$$

از تساوی فوق موضع نقطهٔ I مشخص می‌شود

$$\overrightarrow{SI}=\frac{1-k'}{1-kk'}\overrightarrow{SS'} \qquad (۵)$$

$H_{s',k'}H_{s,k}(M)=H_{I,kk'}(M)$ باشرط $\overrightarrow{SI}=\frac{1-k'}{1-kk'}\overrightarrow{SS'}$

از تساوی ۵ نتیجه می‌شود که S و S' و I بریك خط قرار دارند.

درحالت خاص $kk'=1$، ازتساوی (۳) تساوی ذیل به‌دست می‌آید:

$$\overrightarrow{MM'}=(1-k')\overrightarrow{SS'}$$

یعنی با فرض $kk'=1$، نتیجهٔ ترکیب $H_{s',k'}H_{s,k}$ انتقال با بردار $(1-k')\overrightarrow{SS'}$ است.

۴ـ ترکیب همسانی وانتقال، همسانی با همان نسبت است.

$$T_{\vec V}H_{s,k}(M)=M'$$

$$H_{s,k}(M)=(M'') \Leftrightarrow \overrightarrow{SM''}=k\overrightarrow{SM} \qquad (۱)$$

$$T_{\vec V}(M'')=(M') \Leftrightarrow \overrightarrow{M''M'}=\vec V \qquad (۲)$$

تساوی(۲) را به‌این‌صورت می‌نویسیم $\overrightarrow{SM'}-\overrightarrow{SM''}=\vec V$

وبین آن وتساوی (۱) $\overrightarrow{SM''}$ را حذف می‌کنیم:

$$\overrightarrow{SM'}=k\overrightarrow{SM}+\vec V \qquad (۳)$$

نقطهٔ I را طوری اختیار می‌کنیم که:

$$\overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IM}\Rightarrow$$

$$\overrightarrow{SM'}=k\overrightarrow{SM}+(1-k)\overrightarrow{SI} \qquad (۴)$$

ازمقایسهٔ (۳) و (۴) تساوی $\vec V=\overrightarrow{SI}(1-k)$ به‌دست می‌آید:

$$\overrightarrow{SI}=\frac{1}{1-k}\vec V \qquad (۵)$$

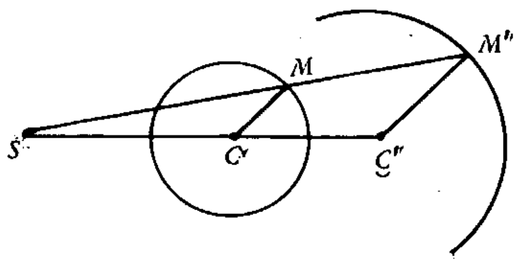
یعنی $T_{\vec V}H_{s,k}(M)=H_{I,k}(M)$ با شرط (۵).

به‌همین‌ترتیب دستور ذیل با شرط $\overrightarrow{SI}=\frac{k}{1-k}\vec V$ به دست می‌آید

$$H_{s,k}T_{\vec V}(M)=H_{I,k}(M)$$

۵ـ موارد استعمال.

الف ـ قضیه ـ همسان دایره، دایره است.



برهان ـ برای تعیین همسان دایرهٔ (C,R) در همسانی $H_{s,k}$، C' همسان مرکز C و M' همسان M نقطه‌ای‌ازدایرهٔ C را تعیین می‌کنیم

$$\overrightarrow{SC'}=k\overrightarrow{SC} \qquad (۱)$$

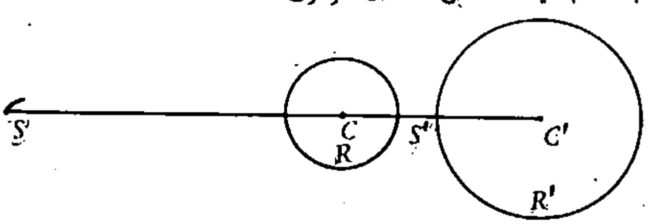
$$\overrightarrow{SM'}=k\overrightarrow{SM}$$

از این دو تساوی نتیجه می‌گیریم

$$\overrightarrow{C'M'}=k\overrightarrow{CM} \qquad (۲)$$

تساوی (۱) نشان می‌دهد که C' نقطه ثابت ومعینی‌است و از تساوی (۲) نتیجه می‌گیریم $C'M'=|k|R$. پس مکان هندسی نقطهٔ M' دایره‌ای به‌مرکز C' (همسان C) و شعاع $|k|R$ است.

ب ـ دو دایره‌با شعاعهای مختلف، با دو همسانی‌مستقیم ومعکوس به‌هم تبدیل می‌شوند، و اگر اندازهٔ شعاعها با هم‌برابر باشد با یك انتقال وتقارن مرکزی.



برهان ـ دو دایره (C,R) و (C',R') مفروض‌اند.

فرض می‌کنیم $H_{s,k}$ همسانی باشد که دایره (C,R) را به

(C', R') تبدیل می‌کند. در این صورت به‌موجب قضیهٔ قبل $\overrightarrow{SC'}=k\overrightarrow{SC}$ یعنی اگر چنین همسانی وجود داشته باشد S مرکز آن روی خطی است که C را به C' وصل می‌کند. از طرف دیگر چون در این همسانی باید $R'=|k|R$، لذا

$$|k|=\frac{R'}{R}\qquad k=\pm\frac{R'}{R}$$

با اختیار مبداء دلخواه می‌توان موضع S را برحسب C و C' و عدد $k=\pm\frac{R'}{R}$ به‌شرح ذیل تعیین کرد

$$\overrightarrow{SC'}=k\overrightarrow{SC} \Longrightarrow \overrightarrow{OC'}-\overrightarrow{OS}=k(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OS})\Longrightarrow$$

$$\overrightarrow{OS}=\frac{1}{1-k}\overrightarrow{OC'}-\frac{k}{1-k}\overrightarrow{OC}$$

چون در این تساوی به‌جای k، $\frac{R'}{R}$ و $-\frac{R'}{R}$ را بگذاریم دو تا $\overrightarrow{OS}$ به‌دست می‌آید که یکی را به $\overrightarrow{OS}$ و دیگری را به $\overrightarrow{OS'}$ نشان می‌دهیم ـ اگر مبداء O را نقطهٔ C مرکز دایرهٔ (C, R) اختیار کنیم OS و OS' به‌صورت ذیل در می‌آیند.

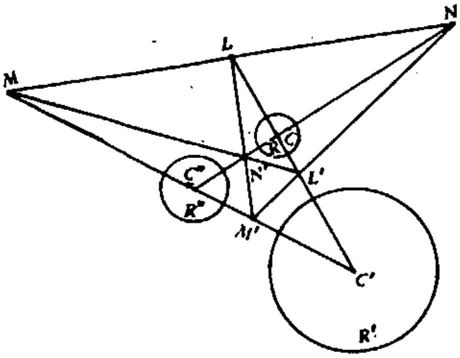
$$\overrightarrow{CS}=\frac{R}{R-R'}\overrightarrow{CC'}\qquad \overrightarrow{CS'}=\frac{R}{R+R'}\overrightarrow{CC'}$$

$$k=\frac{R'}{R}\qquad k=-\frac{R'}{R}$$

دایرهٔ (C, R) به دایرهٔ (C', R') با شرط $R\neq R'$ با همسانی $H_{S,\frac{R'}{R}}$ و $H_{S',-\frac{R'}{R}}$ تبدیل می‌شود. S را مرکز همسانی مستقیم و S' را مرکز همسانی معکوس آن دو دایره گویند.

در حالت خاصی که $R=R'$، چون $k=\pm\frac{R'}{R}$، $k=1$ یا $k=-1$. در حالت $k=-1$ همسانی به تقارن مرکزی تبدیل می‌شود که مرکز آن وسط CC' است و در حالت $k=1$ همسانی از بین می‌رود و تبدیل به انتقال می‌شود.

ج ـ در سه دایره که مرکزهای آنها بر یک خط نبوده و اندازهٔ شعاعهای آنها مختلف باشد، از شش مرکز همسانی که سه دایره را دو به‌دو به‌هم تبدیل می‌کند، سه‌مرکز همسانی مستقیم بر یک استقامت می‌باشد و هردو مرکز همسانی معکوس با یک مرکز همسانی مستقیم بر یک خط قرار دارد. به این ترتیب چهار خط پدید می‌آید که یکی را که از سه مرکز همسانی مستقیم می‌گذرد، محور همسانی مستقیم و سه خط دیگر را که هر یک از دو مرکز همسانی معکوس و یک مرکز همسانی مستقیم می‌گذرد، محورهای همسانی معکوس سه دایره گویند.



برهان ـ (C, R) و (C', R') و (C'', R'') سه دایرهٔ مفروض‌اند. L و L' مرکزهای همسانی مستقیم و معکوس دو دایرهٔ (C, R) و (C', R') و M و M' مرکزهای همسانی (C', R') و (C'', R'') و N و N' مرکزهای همسانی (C'', R'') و (C, R) است. عطف به قضیهٔ ترکیب دو همسانی داریم:

$$H_{M,\frac{R''}{R'}}H_{L,\frac{R'}{R}}=H_{N,\frac{R''}{R}}$$

که N با M و L بر یک استقامت است. یعنی همسانی وجود دارد که مرکز آن N است و دایرهٔ C را به C'' تبدیل می‌کند. از طرف دیگر عطف به قضیهٔ ۲ می‌دانیم که دایرهٔ C به دایرهٔ C'' فقط با دو همسانی $H_{N,\frac{R''}{R}}$ و $H_{N',-\frac{R''}{R}}$ تبدیل می‌شود. پس باید N' بر N منطبق باشد؛ یعنی، سه مرکز N و M و L بر یک استقامت واقع‌اند.

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد سه نقطه N' و M' و L و سه نقطهٔ L' و N' و M و سه نقطهٔ M' و L' و N بر یک استقامت واقع‌اند.

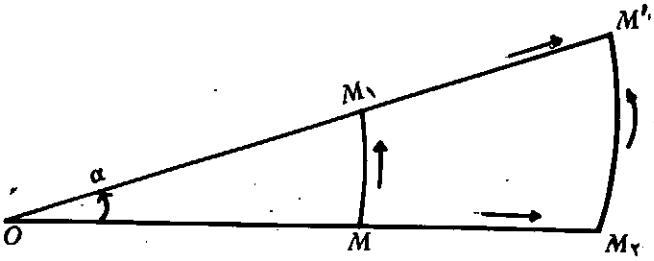
۷ـ همانندی

تبدیل همانندی در شمارهٔ ۶ ـ ۵ صفحهٔ ۳۹ برای حل مسئلهٔ نقشه مورد بحث قرار گرفته‌است، ازنظر اهمیت موضوع، دررشته‌مقاله‌های **درسهایی از هندسه** مجدداً آن را به‌طور کامل‌تر می‌آوریم. درهمین شماره از مجله درصفحهٔ ۳۹ ستون دوم سطر دهم جملهٔ «برحسب اینکه k مثبت یا منفی باشد همانندی را مثبت یا منفی گویند» زائد است. این جمله درقیاس با همسانی (تجانس) نوشته شده و اشتباه محض است. آن را حذف کنید. به‌طوری‌که در همین مبحث خواهید دید هرهمانندی با نسبت منفی را می‌توان با تغییر زاویهٔ همانندی به همانندی مثبت تبدیل کرد.

۱ـ تعریف. همانندی مثبت تبدیلی است که از ترکیب دو تبدیل همسانی ودوران که مرکز مشترک دارند حاصل می‌شود.

درهندسهٔ مقدماتی در صفحهٔ جهت‌دار، دو چند ضلعی

همانند (متشابه) بر حسب این‌که دارای جهت‌های مشترک یا مخالف باشند متشابه مستقیم یا معکوس گفته می‌شوند؛ مانند تساوی مستقیم و معکوس. بنابراین همانندی منفی را نمی‌توان انکار کرد؛ منتها چون همانندی منفی در تعریف تبدیل یك‌به‌یك نمی‌گنجد، آن را به‌عنوان تبدیل درنظر نمی‌گیرند. توضیح بیشتر در این مطلب ــ در اینجا مناسبت ندارد. طبق تعریف همانندی اگر $H_{O,K}$ و $R_{O,\alpha}$ همسانی ودوران به مرکزمشترك O باشد، باملاحظهٔ شکل می‌توان دریافت که برای هرنقطهٔ M



$$R_{O,\alpha}H_{O,K}(M)=H_{O,K}R_{O,\alpha}(M)=M'$$

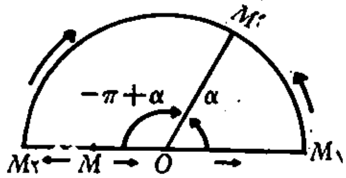
همانندی‌را با نماد $S_{O,K,\alpha}$ نشان می‌دهند که O مرکزهمانندی و K و α نسبت همانندی نامیده می‌شود.

$$S_{O,K,\alpha}(M)=R_{O,\alpha}H_{O,K}(M)=H_{O,K}R_{O,\alpha}(M)$$

۲ــ یادآوری. همانندی با نسبت منفی معادل همانندی با نسبت مثبت باهمان قدرمطلق است به شرط اینکه به‌اندازهٔ زاویهٔ دوران $\pm\pi$ افزوده شود:

$$S_{O,-K,\alpha}(M)=S_{O,K,\alpha\pm\pi}(M)$$

برای اثبات این حکم به‌شکل ذیل نگاه کنید.



(دراین شکل M نقطهٔ مفروض، M_1 و M_2 همسان‌آن با نسبت K ــ و K و M' دوران یافتهٔ M_1 با زاویهٔ α و دوران یافتهٔ M_2 با زاویهٔ $-\pi+\alpha$ است)

خوانندهٔ عزیز:

لطفاً اصلاحات زیر را در مقالهٔ درسهایی از هندسه، قسمت ۲، مندرج در مجله شمارهٔ ۹ تصحیح فرمایید. با پوزش از وجود این اغلاط چاپی، امیدواریم که با تصحیح آنها و تکمیل مقالات، سلسله‌درسهای استاد غیور به‌عنوان منبعی درهندسه‌مورداستفادهٔ خوانندگان قرارگیرد

صفحه		نادرست	درست
۲۶	ستون اول سطر۱۳	$A \quad B \quad C$	$A \quad C \quad B$
۲۶	ستون دوم‌سطر ۱۱	$\angle ABC=\angle B'A'C'$	$B\widehat{A}C=B'\widehat{A'}C'$
۲۶	ستون دوم سطر۱۲	علامت $\angle$ درکنار $B\widehat{A}C$	علامت $\frown$ دربالای BAC
۲۷	ستون اول سطر ۸	$\angle(\vec{U}\ \vec{V})=\angle(\vec{U'}\vec{V'})\Longleftrightarrow$	$\angle(\vec{U}\ \vec{V})=\angle(\vec{U'}\vec{V'})\Longleftrightarrow$
		$\angle(\vec{U}\ \vec{V})=\angle(\vec{U'}\vec{V'})$	$\angle(\widehat{\vec{U}\ \vec{V}})=\angle(\widehat{\vec{U'}\vec{V'}})$
۲۷	ستون دوم سطر۵	$\Longrightarrow(\vec{V},\vec{O})=k\pi$	$\Longrightarrow\angle(\vec{U}\ \vec{a})=k\pi$
۲۹	ستون اول، اول سطر ۵	$\angle(\vec{AO'}\vec{AO})$	$\angle(\vec{AO},\vec{A'O})$
۲۹	ستون‌اول، اول سطر	اگر A	درحالت‌کلی اگر A
۲۹	ستون اول سطر سوم از پائین	خط راست است	خط راست است.
۳۱	ستون اول سطر دوم	$\alpha=\angle\vec{AB},\vec{B'A'}$	$\alpha=\angle(\vec{AB},\vec{A'B'}$
۳۱	ستون اول، اول سطر۱۸	$\angle(\vec{OB},\vec{OB'})$	$\angle(\vec{OB}\ \vec{OB'})\Longrightarrow$
۳۱	ستون اول آخرسطر ۹	$\angle OBA=\angle OA'B'$	$\angle OAB=\angle OA'B'$
۳۱	ستون دوم سطر۳ ازآخر	$S_dT_{AA'}$	$S_dT_{\vec{AA'}}$

پیوستگی و مشتقپذیری تابع ریمان

دکتر علیرضا مدقالچی

بسمه تعالی

مجله رشد آموزش ریاضی ـ قسمت نامه‌ها

سلام علیکم

ضمن آرزوی موفقیت برای کلیه دست اندرکاران مجله رشد ریاضی خواهشمند است که در مورد مشتق پذیری تابع ریمان با ضابطهٔ

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{q} & x\in Q \text{ و } \left(x=\dfrac{p}{q}\right)(p,q)=1\\ 0 & x\notin Q\end{cases}$$

بحث بفرمائید.

با تقدیم احترام

محمد رضا جنبی بحرینی

دبیر ریاضی دورهٔ راهنمائی شیراز

سئوال. آیا تابع ریمان پیوسته است؟ مشتقپذیر است؟

مقدمتاً اشاره می‌کنیم که تابع ریمان به صورت زیر تعریف می‌شود

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{q} & x\in Q \text{ و } x=\dfrac{p}{q} \quad (p,q)=1\\ 0 & x\notin Q\end{cases}$$

برای سهولت حوزهٔ تعریف تابع f را بازهٔ $[0,1]$ می‌گیریم.

در رشد شمارهٔ ۱، مسئلهٔ ۳ ثابت شده است که تابع ریمان در نقاط اصم پیوسته ولی در نقاط گویا ناپیوسته است. بالنتیجه، این تابع درنقاط گویا نمی‌تواند مشتقپذیر باشد زیرا می‌دانیم هر تابع مشتقپذیر در یك نقطه، درآن نقطه پیوسته است. حال نشان می‌دهیم که تابع فوق درنقاط اصم هم مشتقپذیر نیست.

بحث دراین‌موردمستلزم مقدماتی است که ذیلاً می‌آوریم:

قضیهٔ ۱. اگر α عددی حقیقی و $1\leqslant N$ عددی طبیعی باشد آنگاه اعداد صحیحی مانند p و q موجودند به‌طوری که $1\leqslant q\leqslant N$ و

$$\left|\alpha-\frac{P}{q}\right|<\frac{1}{qN}$$

برهان. اثبات‌این‌قضیه مبتنی براصل حجره‌هااست به‌این معنی که اگر $N+1$ شئ را در N حجره قرار دهیم آنگاه‌حداقل یکی از حجره‌ها شامل بیش از یك شئ است.

اعداد 0, $\alpha-[\alpha]$ و $2\alpha-[2\alpha], \dots, N\alpha-[N\alpha]$ یعنی اعداد $K\alpha-[K\alpha]$ $(0\leqslant K\leqslant N)$ را درنظر می‌گیریم. این اعداد دربازهٔ $[0,1]$ قرار دارند. بازهٔ $[0,1]$ را به N زیربازهٔ $\left[0,\frac{1}{N}\right]$ و $\left[\frac{1}{N},\frac{2}{N}\right],\dots,\left[\frac{N-1}{N},1\right]$ تقسیم می‌کنیم. لهذا، اگر این بازه‌ها را به‌عنوان حجره‌ها در نظر بگیریم بایستی دوتا از این اعداد دریك بازه قرار گیرند.

فرض کنیم $m\alpha-[m\alpha]$ و $n\alpha-[n\alpha]$ این دو عدد باشند لهذا، با فرض $p=[m\alpha]-[n\alpha]$ و $q=m-n$ و $0\leqslant n<m\leqslant N$ خواهیم داشت

$$|q\alpha-P|=|(m\alpha-n\alpha)-([m\alpha]-[n\alpha])|$$

$$=|(n\alpha-[n\alpha])-(m\alpha-[m\alpha])|\leqslant\frac{1}{N}$$

بعلاوه، $q=m-n\leqslant m\leqslant N$ چون $m-n>0$ پس $q\geqslant 1$

نتیجه. به‌ازای‌هرعدد حقیقی مانند α، تعدادی‌نامتناهی از اعداد صحیح مانند P و q موجودند که

$$\left|\alpha-\frac{P}{q}\right|\leqslant\frac{1}{q^2}$$

برهان. اگر α گویا باشد حکم بدیهی است. زیرا اگر مثلاً $\alpha=\frac{P}{q}$ آنگاه اعداد $\frac{P}{q}+\frac{1}{nq}$ به ازای n های بزرگتر از q در شرط فوق صدق می‌کنند. فرض می‌کنیم، α اصم باشد به‌ازای $N_1=1$، p_1 و q_1 ی هست که

$$\left|\alpha-\frac{p_1}{q_1}\right|\leqslant\frac{1}{q_1N_1}=\frac{1}{p_1^2}(q_1=1)$$

چون α اصم است $|q_1\alpha-p_1|\neq 0$. بنابراین، N_2 راطوری انتخاب می‌کنیم

$$\frac{1}{N_2}<|q_1\alpha-p_1|$$

لهذا، اعداد صحیحی مانند p_2 و q_2 وجود داردکه

$$1\leqslant q_2\leqslant N_2$$

$$\left|\alpha-\frac{p_2}{q_2}\right|\leqslant\frac{1}{q_2N_2}\leqslant\frac{1}{q_2^2}$$

چون $|q_2\alpha-p_2|\leqslant\frac{1}{N_2}<|q_1\alpha-p_1|$، بنابراین زوج (p_2,q_2) متمایز از (p_1,q_1) است، به روش فوق، به استقراء تعداد نامتناهی زوج مانند $(p_1,q_1),\dots,(p_n,q_n)$ به‌دست می‌آید به‌طوری‌که

$$\left|\alpha-\frac{p_n}{q_n}\right|<\frac{1}{q_n^2}\qquad n=1,2,\dots$$

قضیه فوق از کتاب آشنایی با نظریهٔ اعداد تألیف ویلیام و. آدامز و بری جوئل گولدشتین ترجمهٔ دکتر آدینه محمد نارنجانی اقتباس شده است.

قضیه. اگر f تابعی حقیقی و $\lim_{x\to a}f(x)=L$ $(L\in R)$ آنگاه به ازای هردنبالهٔ $\{x_n\}$ که x_n ها متمایز و $x_n\to a$ و $x_n\neq a$، $f(x_n)$ همگرا به L است.

برهان. بنابرتعریف حد داریم

$$\forall\varepsilon\exists\delta\forall x(|x-a|<\delta\Rightarrow|f(x)-L|<\varepsilon)$$

حال چون $\lim_{n\to\infty}x_n=a$، پس به ازای δ، Nی هست که به‌ازای‌هر n اگر $n\geqslant N$ آنگاه $|x_n-a|<\delta$. بالنتیجه، اگر $n\geqslant N$، آنگاه $|f(x_n)-L|<\varepsilon$ یعنی $\lim_{n\to\infty}f(x_n)=L$.

حال قضیهٔ نهایی را می‌آوریم

قضیه. تابع ریمان درهیچ نقطه‌ای دارای مشتق نیست.

برهان. به‌طوری‌که اشاره گردید اگر x_0 نقطهٔ گویایی باشد آنگاه f در x_0 ناپیوسته است و لذا دارای مشتق‌نیست. فرض‌می‌کنیم x_0 اصم باشد بنا به‌نتیجهٔ قضیهٔ ۱، تعداد نامتناهی اعداد صحیح مانند p_n و q_n وجود دارد به‌طوری‌که

$$\left|\frac{p_n}{q_n}-x_0\right|<\frac{1}{q_n^2}$$

حال می‌توان نوشت

$$\frac{f\left(\frac{p_n}{q_n}\right)-f(x_0)}{\frac{p_n}{q_n}-x_0}=\frac{\frac{1}{q_n}}{\frac{p_n}{q_n}-x_0}$$

بالنتیجه،

$$\left|\frac{f\left(\frac{p_n}{q_n}\right)-f(x_0)}{\frac{p_n}{q_n}-x_0}\right|\geqslant\frac{\frac{1}{q_n}}{\frac{1}{q_n^2}}\geqslant q_n$$

چون $\{q_n\}$ دنباله‌ای نامتناهی از اعداد طبیعی است لهذا، $q_n\to\infty$ (چرا؟) بالنتیجه دنبالهٔ

$$\left\{\frac{f\left(\frac{p_n}{q_n}\right)-f(x_0)}{\frac{p_n}{q_n}-x_0}\right\}$$

محدود نیست لهذا، همگرا نیست پس تابع

$$g(x)=\frac{f(x)}{x-x_0}$$

دارای حد متناهی نیست لهذا، f دارای مشتق نیست.

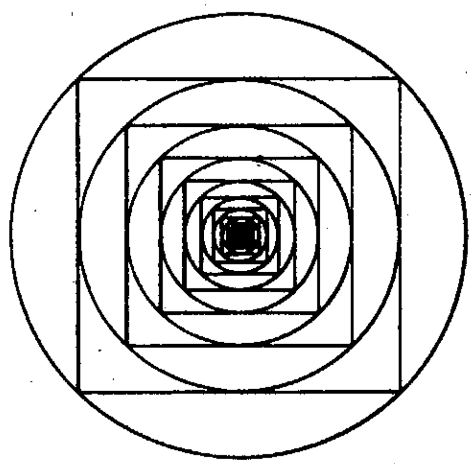
استدلالهای معمائی

نوشتهٔ مایکل‌ستیوبن

ترجمهٔ حسن نصیرنیا
اسفند ۶۴

این‌بار مجموعهٔ مسائلی برای آزمون مهارت شما در محاسبات‌ریاضی برگزیده‌ایم. درواقع محاسبات مربوط به‌این مسائل آسان‌است، اما پی‌بردن به‌شیوهٔ انجام آنها مستلزم اندیشهٔ روشن وتیزبین است.

۱ـ نمودار زیر طرحی‌را نشان‌می‌دهدکه درآن دایره‌ها و مربعها به‌تناوب تا بینهایت ازپی هم می‌آیند. آیا می‌توانید محاسبه‌کنید چه‌درصدی از این‌شکل عجیب سایه زده‌شده‌است؟



۲ـ درکتاب علمی ـ تخیلی جالب

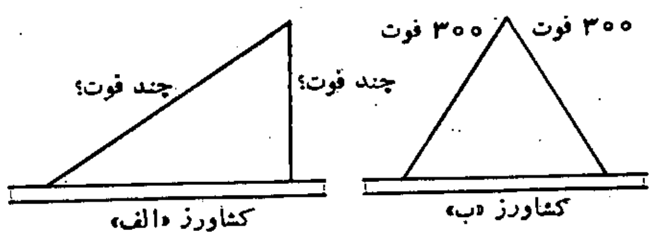
«Andromeda – Strain»

اثر «مایکل‌کریکتون» آمده است که یك میکرب تك‌سلولی از باکتریهای «کلی‌باسیل»* درهر ۲۰دقیقه یك‌بار به‌دونیم تقسیم (وتکثیر) می‌شود.

نویسنده ادعا می‌کندکه اگر همهٔ سلولها در تحت‌شرایط کامل به‌روند تقسیم وبقای زندگی خود ادامه دهند، در مدت ۲۴ساعت حجم‌کل باکتریهای «کلی‌باسیل» حاصل، فضائی معادل حجم کرهٔ زمین‌را اشغال خواهد کرد. با توجه به‌این اطلاعات اندك، محاسبه‌کنیدکه حجم سلول باکتری مادر باید چه‌مقدار باشد تاادعای کریکتون مصداق یابد. (حجم کره از فرمول $\frac{4}{3}\pi r^3$ به‌دست می‌آید وشعاع کرهٔ زمین ۴۰۰۰ مایل است).

۳ـ بااستفاده ازحساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی می‌توان ثابت کردکه درمیان چهارضلعیهای هم محیط (دارای محیط یکسان)، مربع بیشترین‌مقدار مساحت‌را دارد ونیز در میان مثلثهای هم محیط ، مثلث متساوی‌الاضلاع بیشترین مقدار مساحت را داراست.

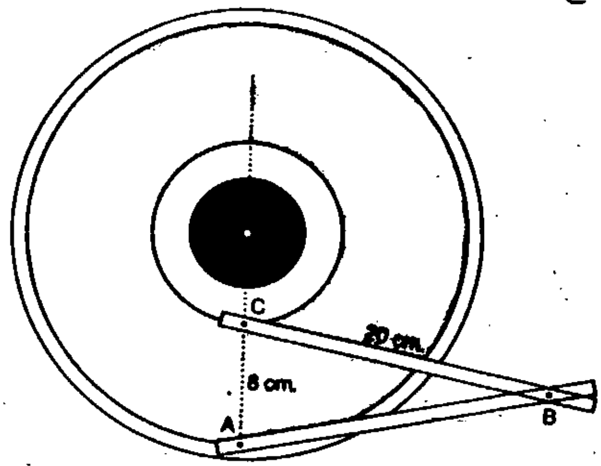
دو کشاورز به نامهای «الف» و «ب» در مزرعه‌ای کار می‌کنندکه یك‌طرف آن‌را دیواری بلند وطویل تشکیل‌می‌دهد. هریك ازاین دوکشاورز می‌خواهد برای خود آغلی مثلثی‌شکل بسازدکه یك‌ضلع آن همان دیوار مزرعه باشد.



کشاورز«الف»می‌خواهدآغلش به‌شکل مثلث‌قائم‌الزاویه باشد (مطابق شکل). طول هریك ازاین دو دیوارکه وی بنا می‌کند، باید چه‌مقدار باشد تا آغل ساخته‌شده بیشترین مساحت را داشته‌باشد؟ کشاورز «ب» مایل است آغلی‌که می‌سازد ، درازای‌دودیوارش مساوی‌باشد.به‌نظرشما هریك از زاویه‌های

این‌مثلث باید چنددرجه باشد تامساحت آغل او نیز بیشترین مقدار ممکن‌را دارا باشد؟

۴ــ دهها سال‌است که پاسخ مسئلهٔ زیر در کتابهای معما به‌غلط درج‌می‌شود. چنانچه‌شما موفق به‌حل درست آن شوید، گوی سبقت‌را دراین میدان‌بازی از اهل‌فن خواهیدبود (کافی است یك‌ماشین حساب‌دستی داشته باشید که‌با‌استفاده از آن‌بتوان توابع مثلثاتی و Sin^{-1} را محاسبه‌کرد).



صفحهٔ گرامافونی داریم به‌قطر ۳۰ سانتی‌متر، که شیارهای روی‌آن ازفاصلهٔ یك‌سانتی‌متری از لبهٔ (صفحه) شروع‌می‌شوند وتا ۶سانتی‌متری مرکز آن حلزونی‌وار ادامه می‌یابند . طول بازوی رابط بین‌سوزن گرامافون (A) ونقطهٔ اتکای آن (B) ۲۰سانتی‌متر است ودرهرسانتی‌متر از صفحه ۱۰۰ شیار وجود دارد .

مسافتی راکه سوزن از ابتدای کار گرامافون تا به‌انتها روی‌صفحه می‌پیماید؛ تا یك‌صدم سانتی‌متر حساب کنید.

پاسخ داده‌شده در بیشتر کتابها ۸ سانتی‌متر است، زیــرا سوزن در درون شیارها حرکت‌نمی‌کند، بلکه این‌شیارهاهستند کــه سوزن را به جلو می‌رانند ودرنتیجه سوزن را ۸سانتی‌متر به‌طرف مرکز صفحه پیش‌می‌برند. با این‌حال دراینجا نکته‌ای است که ازدیدکارشناسان وطراحان معما پنهان مانده است. آیا شما می‌توانید آن‌را دریابید ؟

---

* باکتری Escherichia Coli یا باکتری «کلی باسیل» معمولا در روده وقولون زندگی می‌کند (م.)

پاسخها درصفحه۶۴

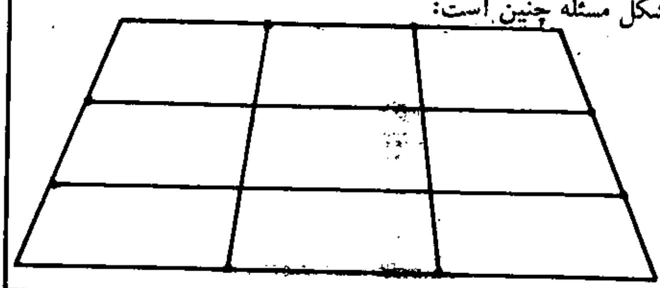
بقیه پیشگفتار از صفحه ۳

عظیم اطلاعات آماری است که بعدازانجام هرکنکور خود به خود دراختیار مسؤولین برگزاری‌کنکور قرارمی گیرد. چقدر خوب‌است که این‌برادران خدمات جانبی‌خود راکمی گسترش داده واین اطلاعات راهمراه یا بدون تجزیه و تحلیل آمــاری جهت استفادهٔ عموم منتشرکنند. بدیهی است که ایــن اطلاعــات اعم ازتعداد شرکت کنندگان به‌تفکیك شهرها ومناطق مختلف، اطلاعاتی مربوط بــه حداقل ومتوسط‌نمرات دبیرستانی قبول‌شدگان، شانس قبولی در هــر رشته، میزان ارتباط رشته‌هــای دبیرستانی‌قبول‌شدگان بارشته‌های‌دانشگاهی واطلاعات‌دیگری ازاین دست می‌تواند مورد استفادهٔ مراکزمختلف برنامه ریزی آموزشی وداوطلبان جدید قرارگیرد.

امیدواریم که نکات بالافتح بابی‌پیرامون مسئله‌کنکوربه طورکلی بوده‌ودبیران واساتید ودیگرصاحبنظران، مارا درارائه بحثهای اصولی پیرامون کنکور یاری‌کنند.

تذکر و تصحیح

از خوانندگان و علاقمندان بخش مسابقه، ضمن‌پوزش، درخواست می‌شودکه در صورت مسئلهٔ مسابقه، مندرج درمجلهٔ شمارهٔ ۹، صفحهٔ ۵۵، سطــر سوم ازآخر، کلمهٔ «باشند» را به «نباشند» تصحیح نمایند. به‌علت وجود این‌اشتباه چاپی، مهلت قبول پاسخها دو ماه دیگر (تـا آخر آبان ماه) تمدید می‌شود. شکل مسئله چنین است:



تذکر

بــه علت تراکم مطالب، امکان درج پاسخهای مسائــل بیست و ششمین المپیاد ریاضی در این شماره مقدور نشد. در شمارهٔ بعد این پاسخها درج خواهد شد.

کامپیوتر و آموزش

اکبر فرهودی‌نژاد

مقدمه

انسان برخلاف سایر حیوانات که صرفاً بــه توانائیهای فیزیکی درحرکت متکی هستند، قادراست وسایلی اختراع کند که با استفاده ازمنابع گوناگون انرژی توانائیهای فیزیکی‌اورا گسترش دهند، ودر این‌روند تاآنجا پیش‌رفته‌که بـا به‌خدمت گرفتن انرژی حاصل‌از اتم ناچاراست برای ادامهٔ بقای خـود نظارتی‌را برچگونگی استفاده ازاین‌منابع انرژی‌اعمال‌کند.

انسان نه‌تنها توان فیزیکی خـودرا بااستفاده از منابع مختلف انرژی توسعه داده‌است، بلکه با ساختن رادیو و تلفن، قدرت شنوایی و با ساختن میکروسکوپها، تلسکوپها، وشبکه‌های تلویزیونی قدرت بینائی خودرا گسترش داده‌است. او به‌دلایل ومقاصدگوناگون، انواع ابزارهای مکانیکی‌را اختراع کـرده است؛ ولی همهٔ‌این وسایل احتمالاً بااستفاده ازقدرت‌تفکر مغز انسان ساخته شده‌اند.

حال‌این‌سئوال مطرح می‌شودکه «آیا بشر می‌تواندابزار وماشینهایی‌بسازدکه‌قدرت‌فکری‌اوراافزایش‌می‌دهند؟» ریاضیات به‌عبارتی‌چنین ابزاری‌است؛ امادر ریاضیات بسیار پیش‌می‌آید که‌زمان زیادی صرف‌عملیات لازم برای حل یک‌مسئله می‌شود . حتی اگرانسان بتواند محاسبات لازم بـرای‌حل یک‌مسئله را به‌سرعت انجام دهد، این‌نیز ممکن است‌کمکی درایـن‌راه باشد؛ زیرا پردازش این‌عملیات ممکن‌است سالها وقت‌ببرد. به‌هرحال امروزه‌هرکسی‌می‌داندکه‌بشرکامپیوترهایی‌ساخته‌است که‌می‌توانند عملیات ریاضی‌را بسرعت خیلی زیاد انجام دهند.

توسعهٔ کامپیوترها بخش‌جالبی درتاریخ نوع بشراست؛ زیراکامپیوتر نه‌تنها انسان‌را قادر ساخته است‌که قـدرت فکری خودرا بالا ببرد بلکه‌اورا به‌انجام‌کارهایی قادر ساخته است‌که قبلاً تصورش‌هم ممکن‌نبود وحتی غیرممکن می‌نمود ـــ مـانند پرواز به‌ماه (کنترل یک‌سفینه فضایی‌که باسرعت ۲۵۰۰۰مایل درساعت حرکت می‌کند، باتوجه به‌حجم اطلاعات عملیاتی‌سفینه وسرعت تغییرات اوج‌گیری و موقعیت‌های فضایی بامغز بشری ممکن نیست).

کامپیوتر چیست؟

درحالی‌که تاسی‌سال‌پیش کمترکسی‌چیزی‌درموردکامپیوتر شنیده‌بود، امروزه‌کسی نیست‌که در مورد کامپیوتر و تأثیر آن برفعالیت‌های بشری چیزی نشنیده باشد و به‌گونه‌ای باآن در ارتباط نباشد؛ درعین‌حال شاید بتوان‌گفت که‌کمتر کسی‌است‌که شناخت واقعی وصحیحی ازکامپیوتر ونحوه‌عمل‌آن داشته‌باشد. دراین مقاله سعی‌شده‌است‌که ضمن شناخت کلی‌ازکامپیوتر وکار- بردهای‌آن ونیز ارائهٔ‌آخرین پیشرفت‌های انجام‌شده درزمینهٔ آموزش به‌کمک‌کامپیوتر، پاسخ مناسبی به‌سئوالاتی ازاین دست داده‌شودکه : کامپیوترها چه‌تأثیری برزندگی انسانها خواهند گذاشت ؟ آیاکامپیوترها می‌توانند فکر کنند؟ آیـا در آینده آدمکهای مصنوعی موجودیت بشررا تهدید خواهندکرد ؟ آیا روزی این‌دست‌ساخته‌های انسانی برخود او چیره خواهندشد؟ آیا داستانها وفیلمهای تخیلی در مورد آدمکهـای مصنوعـی به‌وقوع خواهندپیوست؟ وبالاخره آیا استفاده ازکامپیوتر در آموزش برای‌کشورما ضروری‌است یاخیر؟

تاچندسال پیش کامپیوترمجموعه‌ای بود متشکل‌ازمقدار

زیادی سیم‌پیچ، آهن‌وفولاد، آهن‌ربا، ترانزیستور و پیچ‌ومهره، که پیشرفت‌سریع تکنولوژی الکترونیکی امروزه شکل این مجموعه را تغییر داده وعناصر جدیدی مانند مدارهای مجتمع الکترونیکی وحافظه‌های سیلیکانی [1] را به این مجموعه افزوده است.

درواقع کامپیوتر را باید ماشینی دست‌ساخته انسان دانست که به‌طور خودکار و باسرعت فوق‌العاده زیاد قادر است اطلاعات ودستورالعملهای مختلف را ذخیره و نگهداری کندوسپس برطبق دستورالعمل اطلاعات ضبط‌شده را تجزیه و تحلیل کرده ومحاسبات لازم را روی آنها انجام‌دهد وسرانجام نتیجه را به‌شکل مفید و قابل استفاده‌ای درآورده آن را در اختیار انسان قرار دهد.

اطلاعات ورودی ← ذخیره و نگهداری ← پردازش داده‌ها ← نتایج خروجی

تاریخچهٔ کامپیوتر و انگیزهٔ پیدایش آن

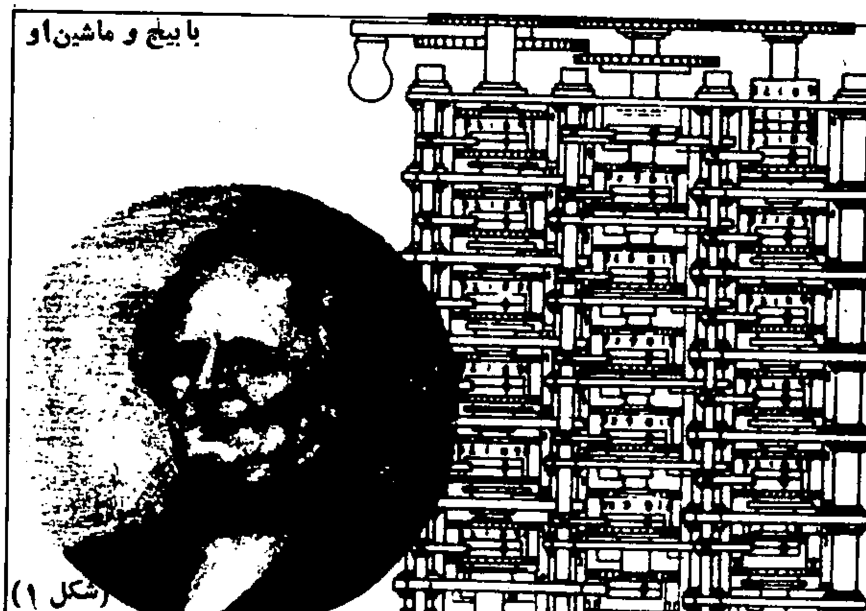
ازچرتکه غالباً به‌عنوان اولین وسیلهٔ محاسباتی نام‌برده می‌شود که پیدایش آن درحدود ۳۵۰۰ سال پیش صورت گرفته است و تا به‌امروز نیز به‌عنوان وسیله‌ای برای محاسبه و نیز آموزش باقی مانده است. به‌قسمتی که در سال ۱۹۸۳ تنها در ژاپن دومیلیون چرتکه به‌فروش رفته‌است. نسبت‌دادن اختراع جدول ضرب به‌فیثاغورث درقرن ششم قبل‌از میلاد مسیح را می‌توان گام بعدی دربهبود محاسبات به‌حساب آورد. تاقرن هفدهم میلادی تلاش قابل ذکر دیگری درتهیه وسیله‌ای برای انجام محاسبات سریع وپیچیده صورت نگرفت، در این زمان پاسکال[2] دانشمند فرانسوی اولین ماشین حساب را ساخت تا به‌وسیلهٔ آن بتواند ستونهای بزرگ اعداد مالیاتی را برای پدرش جمع بزند. ماشین حساب پاسکال کاملاً مکانیکی بود و اعداد توسط وسیله‌ای نظیر شماره‌گیر تلفن وارد دستگاه می‌شد، عمل جمع به‌کمک تعدادی چرخ دنده واهرم صورت می‌گرفت. این ماشین تنها قادربود اعمال جمع وتفریق را انجام دهد. ۳۰ سال بعد لایبنیتز [3] ماشینی ساخت که چهارعمل اصلی را انجام می‌داد. در سال ۱۸۰۴ «ژاکارد»[4] فرانسوی جهت بهبود وضعیت تولید، دریک کارخانهٔ پارچه بافی استفاده ازکارتهای سوراخ‌دار را مطرح کرد. ماشین بافندگی او تنها با تعویض کارتهای منگنه طرح پارچه را تغییر می‌داد. درهمین راستا هالریت [5] در سال ۱۸۹۰ ماشینهای دسته‌بندی وتفکیک کارتهای منگنه را برای استخراج نتایج سرشماری در آمریکا اختراع کرد.

اولین کسی که موفق شد ماشینی شبیه کامپیوترهای امروزی اختراع کند، چارلز بابیج [6] انگلیسی بود که در سال ۱۸۳۳ ماشینی با ۵۰هزار جزء مکانیکی ساخت. بابیج باوجودی‌که تقریباً تمام دارائی خودرا صرف این‌پروژه کرد ولی چون علوم‌وفنون درآن‌زمان آنقدر پیشرفت نکرده بود که پاسخگوی ساخت اجزاء ماشین او باشد، این‌ماشین هرگز ساخته‌نشد.

کار اختراع کامپیوتر باآغاز قرن بیستم به‌طورجدی وهمه‌جانبه شروع شد، ودر دههٔ ۱۹۴۰ منجر به‌ساخت کامپیوتر «انیاک» [7] (اولین محاسبه‌گر تمام الکترونیکی) وچندکامپیوتر دیگر گردید.

نسل‌های کامپیوتر

کامپیوترهای ساخته‌شده تا اواخر دههٔ ۱۹۵۰ را کامپیوترهای نسل اول‌می‌نامند؛ کامپیوترهای نسل‌اول لامپی بوده و حجم‌زیادی داشتند وبرق فراوانی مصرف می‌کردند ودستگاههای خنك‌کننده قوی برای محافظت اجزاءآن لازم بود. کامپیوترهای ساخته‌شده تاسال ۱۹۶۴ راکامپیوترهای نسل‌دوم می‌نامنداین‌کامپیوترها به‌جای لامپ از ترانزیستور استفاده می‌کردند؛

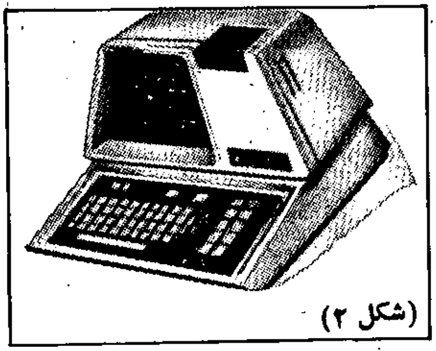


بابیج و ماشین او

(شکل ۱)

حجم کمتری داشته ونیازی به‌دستگاه‌خنک کننده نداشتند. مهمتریـن تولید کنندهٔ کامپیوتر دراین‌دوره و نسلهای بعد شرکت آی.بی.ام [۸] (تأسیس حدودسال ۱۹۵۰) می‌باشد. کامپیوترهای ساخته‌شده‌از۱۹۶۴ تاحدود سال ۱۹۷۵ راکامپیوترهای نسل سوم می‌نامند. خصوصیت این کامپیوترها استفاده آنهـا از « مدار های مجتمع الکترونیکی» [۹] است. ایـن مدارهـا از ترکیب تعداد زیادی ترانزیستور وعناصر دیگر دریك حجم محدود به‌وجود آمـده بودند. کامپیوترهـای ساخته‌شده از سال ۱۹۷۵ به‌بعد را کامپیوترهای نسل چهارم می‌نامند که ویژگیهـای آنها استفاده از مدارهای مجتمع‌الکترونیکی پیشرفته‌تری می‌باشد که امکان اجتماع ده‌هاهزار عنصر الکترونیکی‌را درحجمی کوچکتر از جثهٔ يك کفشدوزك مقدور ساختند.

به‌موازات پیشرفتهای ساختمانـی فوق، کامپیوترها در زمینهٔ طـرز استفاده و برنامه‌نویسی‌نیز شاهد دگر گونیهای‌سریع و گسترده‌ای بوده‌اند؛ ایـن‌تحولات نهایتاً منجر به‌ساخت‌کامپیوترهای فعلی بـاحجم بسیارکم وقیمت‌ارزان وسرعت فوق‌العاده زیاد وحافظه‌های باظرفیت بالاشده،تاجایی که‌آنهارا به‌صورت‌سمبل‌قدرت‌تکنولوژی درآورده‌است.



(شکل ۲)

انواع کامپیوتر

کامپیوترها را می‌توان به‌دودسته تقسیم کرد: کامپیوترهای قیاسی [۱۰] وکامپیوترهای رقمی [۱۱]. اساس‌ساخت‌کامپیوترهای‌قیاسی تکیه براصل «اندازه‌گیری» است درحالی‌که درکامپیوترهای رقمی تکیه بـراستفاده از مفهوم شمارش است. دماسنج، فشارسنج، سرعت‌سنج، ولت‌متر و ... نمونه‌هایی از نوع‌اول هستند. ترازو وساعت‌مچی نمونه‌های دیگری از ایـن نوع‌اند که حرکت عقربه‌های آنها به‌ترتیب براساس سنجش وزن وزمان می‌باشد. از آنجا که در این نوع‌کامپیوترها اصل براندازه‌گیری‌است، جوابهای عددی حاصل از آنها همیشه تقریبی‌است،ولذا درجایی که عمل‌شمارش لازم است و یا حتماً باید جـواب دقیق به‌دست‌آید استفاده ازاین‌نوع کامپیوترها مناسب نیست، اما به‌هرحال نظر به‌ارزانی قیمت، استفاده ازآنها درجای‌خود بسیار مفید ومناسب‌است.

کامپیوترهای رقمی علاوه برماشین حسابهای معمولی، دارای حافظه بـرای ضبط اطلاعات بوده، ازسرعت‌عمل بسیار زیادی بهره‌می‌برند ودرعین حال قادرند اعدادرا باهم مقایسه‌کرده وبراساس‌نتیجهٔ مقایسه، دستورات خـاصی‌را دنبال‌کنند. این‌کامپیوترها برخلاف کامپیوترهای‌قیاسی **تك منظوره** نبوده وبراساس تغییر برنامه می‌توان ازآنها درکارهای مختلف استفاده کرد.

این کامپیوترها تنها با عدد سروکار داشته وقادرندکار کامپیوترهای قیاسی را نیز انجام دهند. نه‌تنها دراین مقالـه بلکه اصولا هرجاکه صحبت‌ازکامپیوتر می‌شود اغلب کامپیوترهای رقمی موردنظرند.

سیر شگفت‌انگیز تکامل کامپیوتر

نگاهـی به‌کامپیوتر هـای اولیه و خصوصیات آنهاومقایسهٔ آنها با کامپیوتر-های امروزی هرانسانی‌را به‌شگفتی‌وا می-دارد ودید واقع‌بینانه‌تری‌ازآینده ورابطهٔ متقابل انسان و کامپیوتر به‌دست می‌دهد.

درحالی‌که‌درکامپیوترهای‌اولیه‌انجام‌هر عمل ضرب تقریباً چهارثانیه وقت می‌برد، سرعت محاسبهٔ هر عمل در کامپیوترهـای کنونی به‌يك میلیاردم ثانیه رسیده است. تاچهل‌سال پیش غیراز معدودی کامپیوتـر تحقیقاتی وجودنداشت. تنهادرسال۱۹۸۰ یکصد میلیون ریز پردازنده تـولید شده است و به‌نـوشته مجلهٔ «معلم‌ریاضی» [۱۳] تعدادکامپیوترهای ساخته شده در ژانـویهٔ ۱۹۸۰ ازکودکان متولد شده در آن مـاه بیشتر بوده‌است. درآن‌زمان به‌علت هزینهٔ سنگین، به‌غیراز دولتهای‌بزرگ کسی‌قادر به‌تهیه‌کامپیوتر نبود. امروزه درآمـریکا و کشورهای‌غربی‌بسیاری‌ازافراد؛ازکامپیوتر های‌شخصی استفاده می‌کنند وقیمت بعضی کامپیوترها ازچندهزار تومان تجاوزنمی-کند. درحالی که کامپیوترهای اولیه حجم بسیار زیادی‌را اشغال کرده‌واز تکنیکهای بسیار ابتدایی سود می‌بردند،کامپیوترهای نسل‌چهارم یا نسل«ادغام ترانزیستورهـا به‌مقیاس بسیار زیـاد (V.L.S.I) » از پولکهای سیلیسیومی استفاده می‌کنند کـه امکان‌ثبت‌صدهزار ترانزیستور برروی‌صفحه کوچکی از سیلیسیوم‌را مقدور می‌سازند. و سرانجام برای تجسم بهتر مطلب به نقل قولی ازدانشمندانگلیسی کریستوفراوانز [۱۴] بسنده‌می‌کنیم: «مغزانسان ازسلولهای‌بسیار ریزی‌به‌نام‌نورون تشکیل‌شده است، تعداد نورونها درمغزانسان به‌ده‌میلیارد می‌رسد. حال ببینیم اگر می‌خواستیم يك کامپیوتر ازنسل اول باقدرتی نزدیك به‌مغزانسان و با همان تعداد واحدهای کارکردی داشته باشیم چه‌ازآب درمی‌آمد. نتیجه بررسی

این‌است: باتکنولوژی معمول سالهای ۵۰ یك‌کامپیوتر برای‌آنکه قدرت کارکردی مشابه مغز انسان داشته باشد (البته بدون توانائی خلاقیت‌آن‌که پیوسته یك‌توانایی انسانی خواهدماند) دستگاهی می‌شد به‌بزرگی شهرپاریس وبرای به‌راه انداختن آن نیروی برقی لازم بودکه تمامی شبکه متروپاریس مصرف‌می‌کند ... درحالی‌که با ریزپردازنده‌های از سال ۱۹۸۰ به‌بعد حجم‌آن حتی کوچکتر ازخود مغز انسانی خواهد شد.»[۱۷]

مقایسهٔ‌انسان‌و کامپیوتر

حقیقت‌این‌است که‌کامپیوتروسیله‌ای است دراختیار انسان وبرای خدمت به‌او که انسان‌را قادر می‌سازد به‌سرعت عملی معادل‌سرعت‌حرکت الکتریسیته‌دست‌یابد. (امروزه سرعت‌عمل مدارات کامپیوتری ۲/۵ میلیون‌برابر سرعت‌انتقال سلولهای عصبی انسان است.) کامپیوتر برخلاف انسان‌که موجودی خلاق ومتفکر است‌قادر به‌تفکر وخلاقیت نبوده و فقط تابع بی‌چون‌وچرای دستوراتی است که انسان برایش معین کرده‌است. بنابراین کامپیوتر وسیله‌ای است در خدمت انسان برای انجام سریع و دقیق محاسبات وپردازش‌داده‌ها ونه مافوق‌او، واین انسان‌است‌که بر آن کنترل و نظارت دارد. یك دید خوش‌بینانه حاکی ازآن‌است که درآینده سیستمهای کامپیوتری قادر خواهند بود همه‌کارهای غیرانسانی را در مقیاس کره زمین انجام‌دهند. در واقع انسان‌را آزاد خواهند گذاشت تا فقط به‌آنچه‌ویژه‌انسان است و همیشه خواهد بود، بپردازد؛ یعنی به‌تفکر، تنها چیزی که از انسان توقع می‌رود.

کاربردهای کامپیوتر

کامپیوترهاتقریباً درتمامی‌زمینه‌های زندگی روزمرهٔ ما نقش فزاینده‌ای‌را ایفا می‌کنند ، به‌عنوان مثال درتهیه‌بسیاری‌از مصنوعات‌انسانی،ازماهواره‌های‌اطلاعاتی گرفته تاکار حروفچینی وچاپ کتاب می‌توان دخالت این ماشینهارا مشاهده کرد، حتی بسیاری‌ازفروشگاههای بزرگ‌ برای محاسبه‌قیمت‌کالاهای فروخته شده و ضبط آن از کامپیوتر استفاده می‌کنند ، بدین منظور بیش‌ازپیش به‌بسته‌ها و قوطی‌ها برچسبی زده‌می‌شودکه شامل گروهی از خطوط باریك است. این خطوط که با سیستم‌کدگذاری مخصوصی تنظیم‌شده‌اند، به‌قسمی روی برچسب نقش بسته‌اند که کامپیوتر می‌تواندباخواندن این‌کدمیله‌ای جنس‌فروخته‌شده‌را به‌حافظه سپرده‌وقیمتش را به‌دست‌آورد.دربسیاری ازمراکز پستی از کامپیوتر برای تعیین آدرس نامه‌ها استفاده می‌شود و غالب قبوض خانگی ، نظیر فیش‌تلفن وگاز و برق توسط این ماشینها محاسبه گردیده‌اند . علاوه براین فیش حقوقی بسیاری از کارمندان به‌وسیله کامپیوترهاتهیه‌ومحاسبه می‌شود،کامپیوترها درامر آموزش علوم وفنون نیز دخالت کرده اند، در بعضی از کشورها بیشتر مدارس‌کامپیوترهای کوچکی تهیه کرده‌اند که مسائل ریاضی‌را به‌کمك‌آنها آموزش داده وتمرین می‌کنند؛ حتی تصحیح برخی از اوراق امتحانی که به‌صورت سئوالات تستی تهیه شده‌اند به‌وسیله کامپیوترها انجام می‌شود . کارخانجات بزرگ‌ و شرکتهای تجاری می‌توانند با استفاده از کامپیوتر درامور مربوط به‌کنترل‌موجودی انبارها، خریدوفروش‌کالا، تولید، پرسنل، حسابداری،...ضمن صرفه‌جویی درنیروی انسانی و زمان پردازش اطلاعات با اطمینان بیشتری به‌نتایج حاصله و صحت آنها بنگرند، وباتجزیه وتحلیلهای آماری وتهیه فرمهای گزارشهای ویژه،تصمیمات لازم‌را جهت پیشرفت‌امور اتخاذ نمایند . حتی برخی کارخانجات توانسته‌اند با به‌کارگیری آدمکهای مصنوعی[۱۵] مجهز به ریزپردازنده‌های برنامه‌ریزی شده ، چندبار بیش‌ازکارخانه‌های نظیرشان بازده داشته باشندومحصولاتی ارزانتر و باکیفیت بهتر ارائه کنند. (کارخانه تویوتای ژاپن نمونه‌ای ازاین‌دست است.) دربسیاری‌از شرکتها مدیرشرکت امکان آنرا یافته‌است تابه‌وسیله یك ترمینال تلویزیونی که در اطاق‌کار او تعبیه شده است، درهرلحظه‌که بخواهدازآخرین وضعیت‌تولید، موجودی انبار، اعتبار مشتریان، بافت پرسنلی و ... اطلاع حاصل کند یا مثلاً برای انتخاب شخصی‌که باید دارای مدرك، جنس، سن، وتخصص ویژه‌ای باشد، بادادن مشخصات فوق‌الذکر به‌کامپیوترمی‌تواند لیست‌افراد واجد شرایط‌را دریافت کند.

نشریات‌علمی‌دنیا،هرروزازگسترش دامنه‌نفوذکامپیوترهاوکاربردهای‌جدیدشان خبر می‌دهندکه پرداختن به‌تمامی آنها در این‌مختصر مقدور نیست ؛ کنترل نشست و برخاست هواپیماها در فرودگاهها وحتی کنترل ترافیك شهرها ، رزروجا و فروش بلیط ، امور بانکداری، امور پلیسی ، امور پزشکی (توسط‌کامپیوترهایی که‌نقش پزشك را ایفا می‌کنند) ، و ... نمونه‌های دیگری ازاین کاربردها هستند.

درآخرین مرحله از انقلابات‌علمی یعنی گسترش دید آماری از اواخر قرن نوزدهم‌میلادی نیاز به‌ریاضیاتی پیدا شد که‌بتواند پاسخگوی محاسبات پرحجم و

پیچیده آماری باشد. اختراع کامپیوتر پاسخی بود به‌این نیاز ریاضیدانان. در واقع اگر بادیدی ظریفتر اختراع وتکامل کامپیوتر را بیش از هرکس مدیون تلاش ریاضیدانان‌ومهندسین الکترونیك بدانیم، باید اعتراف کنیم که خدمات کامپیوتر در جهت سهولت‌کار وگسترش دامنهٔ این‌علوم هم بیش‌از سایر شاخه‌های علوم بوده‌است؛ مثلاً در بسیاری از موارد نظیر انجام محاسبات پیچیده ووقت‌گیر، تصمیم گیری‌های فوری وسریع، طراحی و شبیه‌سازی سازه‌های مهندسی،کامپیوتر نقش یك‌ابزار ضروری‌را درخدمت مهندسی ایفامی‌کند، گذشته ازاینکه پیدایش شاخه‌های علمی نوینی چون شبیه‌سازی ومدل‌سازی‌کامپیوتری خود از ره‌آوردهای کامپیوترها محسوب می‌شوند.

این‌بحث‌را باذکر سخنی ازسروان شرایبر ۱۶ نویسنده کتاب تکاپوی جهانی به‌پایان می‌بریم،آنجاکه پیشرفت‌کشورها وشکوفایی‌اقتصادی‌آنهارادرآینده‌به‌میزان استفاده‌صحیح آنها ازکامپیوتر ربط داده‌و می‌گوید: «دنیای فردا دنیای اطلاعات است، دنیایی‌که درآن اطلاعات جای آنچه‌راکه انرژی‌کلاسیك درجامعهٔ‌دیروز داشت خواهد گرفت ... اطلاعات نه به‌مفهومی‌که درذهن شماست.بلکه اطلاعات به‌معنای حافظه‌های پیچیده و توانائیهای ارتباط».

کامپیوتر در خدمت آموزش

اصولاً آموزش وپرورش در هر جامعه‌ای ازارکان مهم آن جامعه به‌شمار آمده وغالب افراد آن‌جامعه‌را تحت‌تأثیر خودقرارمی‌دهد. لذا نبایدتأثیرتکنولوژی آموزشی نوین‌را ازنظر دور داشت و از همگامی‌مدارس‌باسایر محیط‌های‌اجتماعی ممانعت به‌عمل‌آورد؛ امروزه دربسیاری‌از کشورهای‌جهان استفاده ازریزپردازنده‌ها ومینی کامپیوترها به‌طور گسترده‌ای توسعه یافته و جایگاه مهمی را درمیان منابع آموزشی، از ابزارهای سمعی و بصری گرفته تا رادیو و تلویزیون، ویدئو و ماهواره‌های ارتباطی بازکرده است. تقریباً بیشتر مؤسسات آموزشی برای‌انجام محاسبات، منظم کردن برنامه‌های مختلف، تنظیم برنامه‌های درسی، ثبت نام، کنترل وسایل و اموال، نگهداری سوابق دانشجویان، اعلام نمرات، ارزیابی امتحانات و نامه‌های اداری از کامپیوتر استفاده می‌کنند. علاوه براین قرائن مسلم حاکی ازآن است‌که بزودی آموزش و پرورش کلاسیك نیز جایش‌را به‌آموزش برنامه‌ریزی شده، نظارت شده، و اصلاح شده به‌وسیله یك نظام کاملاً انفورماتیکی خواهد دادکه قادراست بیش ازپیش به‌حالت انفرادی درآید. برای خواننده علاقمندی‌که این بحث را دنبال می‌کند ممکن‌است این‌سئوال پیش بیایدکه‌تفاوت آموزش به‌وسیله کامپیوتر و تلویزیون در چیست؟ پاسخ‌این‌است‌که درکامپیوترامکان ارتباط‌متقابل‌شخص وکامپیوتر وجود دارد ومحصل بایدبه‌سئوالی‌که ازطریق‌کامپیوتر ازاو می‌شود پاسخ دهد وکامپیوتردرمقابل این‌سئوال‌وخبراست اوواکنش‌نشان‌خواهد داد؛ درحالی‌که تلویزیون و ویدئو فاقد اینگونه امکانات هستند.

امروزه استفاده ازکامپیوتر به‌عنوان ابزاری‌کمك آموزشی، درآموزش کلیهٔ دروس ودرهر سطحی از دوران تحصیلی روبه‌رشد است. آن‌چنان‌که‌برخی ازدست‌اندرکاران امر آموزش پیش‌بینی می‌کنند که قبل‌ازسال ۲۰۰۰ میلادی‌برای‌بسیاری از درسهای دانشگاهی نیز برنامه‌های کامپیوتری تهیه خواهد شد و آموزش این دروس‌را درزمان خیلی کوتاهتری مقدور خواهد ساخت. دراین‌نوع آموزش نحوهٔ عمل هرچه‌که باشدتکیه اصلی‌بایدبرروی مطالب وزمینه درس‌موردنظر استوارباشد نه‌برروی دستگاه کامپیوتر. در آموزش کامپیوتری‌ازبرنامه‌های‌درسی‌پیش‌ساخته‌ای استفاده می‌شود که قبلاً به حافظهٔ کامپیوتر سپرده شده‌اند تادر موقع لزوم فراخوانی شده در اختیار محصلین قرار گیرند. مثالهای ساده‌ای ازنحوهٔ عمل این برنامه‌های کامپیوتری‌را درقسمت آخراین مقاله آورده‌ایم. اینگونه استفاده‌ازکامپیوتر هم‌اکنون درکشورهای استرالیا وژاپن‌نیز آغازگشته است وبخصوص ژاپنیها که با جدیت تمام پروژه کامپیوتری‌کردن دوامر اجتماعی‌مهم‌یعنی‌بهداشت‌عمومی‌وآموزش و پرورش‌را دنبال می‌کنند. در هند نیز کامپیوتر یکی‌از هفت ماده درسی است‌که شاگردان‌در دوره‌دبیرستان‌برحسب‌انتخاب رشتهٔ تحصیلی باید آنرا فرا بگیرند.

کلاسهای کامپیوتری چگونه‌اند؟

درنوعی ازاین کلاسها شاگردان پشت دستگاههای تلویزیونی و ماشین تحریرهایی‌که با یك تلویزیون مرکزی‌در تماس‌هستندمی‌نشینند. این‌دستگاه‌تلویزیون مرکزی به‌سیستم‌کامپیوتر مدرسه‌که دارای دگمه‌های مخصوصی جهت استفاده معلمین می‌باشد متصل است. دانش‌آموزان به اطلاعاتی‌که توسط معلمین واز طریق کامپیوتر در دستگاه ارتباطی آنها منعکس می‌شود توجه می‌کنند و وقتی کامپیوتر از آنها سئوالی‌می‌کند توسط ماشین‌تحریری که در مقابل دارند به‌آن سئوال جواب می‌دهند. کامپیوتر پس از بررسی جواب،

اشتباهات احتمالی دانش‌آموز را گوشزد می‌کند، نتیجهٔ کار شاگردان ومیزان پیشرفت آنها در پایان هر روز توسط کامپیوتر به معلم داده می‌شود تا با بررسی نتایج آزمونها تصمیم بگیرد که برای دانش‌آموزی درس جدیدی را درنظر بگیرد ویا درس قبلی را تکرار کند ویا احتمالا روش ارائه درس را تغییر دهد.

آیا کامپیوترها جانشین مطلق معلمین خواهند شد؟

بشر درطی قرون همواره از عواقب اختراعاتش بیمناك بوده است، وهر وقت وسیلهٔ جدیدی اختراع می‌شد، هراس از آینده دراو ایجاد می‌کرد. اکنون نیز سئوال این است که با اختراع کامپیوتر آیندهٔ معلمی، ودر دیدکلی وجامع، آینده بشریت به کجا خواهد انجامید، آیا آدمکها کنترل تمام امور را به‌دست گرفته و آنها را انجام خواهند داد ودر این فرایند انسان به‌موجودی بی‌مصرف بدل خواهد شد؟! واقعیات بیانگر عکس این مطلب بوده وحاکی از آن هستند که هرچه بیشتر ریزپردازنده‌ها وارتباطات راه دور به‌کار گرفته شوند، به‌همان نسبت به‌کارعظیم انسانی نیاز خواهد بود واصولا بدون کمك انسان هیچیك از این سلولها و هیچیك از این واحدها نخواهند توانست به‌حیات خود و حتی به‌انجام وظیفه‌شان ادامه دهند. در خصوص آموزش نیز علی‌رغم آنکه تکنولوژی کامپیوتری در بسیاری از موارد جانشین معلم شده‌است، لیکن هرگز رابطهٔ شاگرد ومعلم را قطع نکرده وفقط باعث تغییر وظایف معلم شده است، مضافاً به‌اینکه اجرای کامل آن منجر به‌پیدایش پستهای آموزشی جدیدی خواهد شد.

در کلاسهای کامپیوتری وقتی دانش‌آموزی با اشکالی مواجه می‌شود می‌تواند آنرا با معلم خود درمیان بگذارد. در این صورت معلم یا از طریق ارائه موضوع درسی درخواست شده بر روی صفحهٔ تلویزیون دانش‌آموز ویا ازطریق دیگر می‌تواند اشکال درسی اورا برطرف نماید واین امر البته مستلزم تقاضاهای جدیدکارآموزی برای معلمین خواهد بود. به‌هر حال با به‌کارگیری کامپیوتر درامر آموزش وبا توجه به‌تمرین و تکرار با کامپیوتر و بردباری وثبات آن، معلم می‌تواند وقت بیشتری جهت تفکر وتمرکز برروی اهداف آموزشی پیداکندوفعالیتها وروابط انسانی خودرا تقویت کند.

محاسن استفاده از کامپیوتر درامر آموزش

الف ــ سرعت در امر فراگیری ــ به‌این‌نحو که دوره‌های تحصیلی را می‌توان تقریباً به‌نصف زمان فعلی تقلیل داد.

ب ــ آموزش غیرحضوری ــ به این نحو که شخص می‌تواند درمنزل یامحل کار خود با استفاده از کامپیوتر، مطلب درسی موردنظر خودرا که قبلا به‌صورت برنامه کامپیوتری درآمده است، فرا بگیرد. این شیوه خصوصاً از آن‌نظر مفید می‌نماید که امکانی را برای محصلین معلول و استثنایی ویا بیماران بستری‌شده فراهم می‌آورد.

ج ــ تقویت حس کنجکاوی و نوطلبی دانش‌آموزان با ایجاد جاذبه برای آموزش و تبدیل آموزش انفعالی (ضبط شناخت) به آموزش فعال (مبادله و انگیزش).

د ــ ریشه کن کردن بیسوادی ــ با تقویت توان مکالماتی کامپیوترها و یا عمومیت دادن به‌آموزش کامپیوتری.

و ــ انعطاف‌پذیری وتوسعه دورهٔ بستهٔ تحصیلی به‌سرتاسر زندگی.

ز ــ جایگزینی ارزیابی دائمی انفرادی به‌جای امتحانات ومسابقات ورودی درنظام آموزش سنتی.

اشکالات استفاده از کامپیوتر

الف ــ امکان هرز رفتن نیروهای خلاق ونابغه به‌خاطر امکان پذیرش کورکورانه از کامپیوتر.

ب ــ احتمال افزایش انگیزه‌های بازدارنده ارائه آموزش وسیله برخی از معلمین وتنبل شدن شاگردان درحل مسائل وانجام محاسبات نظیر آنچه درموردماشین حساب به‌وقوع پیوست.

ج ــ هزینهٔ هنگفت آموزش کامپیوتری وآموزش معلمین وامکان وابستگی به‌خارج.

د ــ عدم‌اطمینان ازحفظ تعادل بین آموزش کامپیوتری وهویت فرهنگی وآداب سنتی.

آیا استفاده از کامپیوتر درآموزش لازم است؟

کامپیوتر یکی از ضروریات آینده است وانفورماتیکی کردن آموزش وپرورش گامی است به‌سوی کاهش شدید نیاز به‌معلم، وجهان صنعتی به‌سرعت در این راه گام برمی‌دارد؛ لذا به‌نظر می‌رسد مانیز دیر یا زود ناگزیریم برای حفظ پیوستگی بین کسب مهارتهای علمی و فنی در داخل و خارج کشور ازکامپیوتر در امر آموزش استفاده کنیم؛ پس چه‌بهتر که از هم‌اکنون مقدمات این امر را فراهم آوریم تا نابسامانی-

های آموزشی از قبیل آنچه پیش از ایـن درمورد ریاضیات جدید پیش آمـد رخ ندهد، به‌طوری که تحصیل کردگان داخل کشور در رونداده تحصیلشان درخارج از ایران با سیستمی کاملا نامأنوس برخورد کرده واز ادامه کار مأیوس گردند. ولی گذشته ازعدم آمادگی دانش‌آمـوزان و معلمان ازآنجا کـه هنوز نه‌تولید مینی - کامپیوترهـای ارزان قیمت در یك سطح وسیع ملی مقدور است و نه دید عمیق و همه‌جانبه‌ای ازپروژه‌های اجراشده‌آموزش کامپیوتری در دست می‌باشد دراین مرحله

اقدام به‌کامپیوتریزه‌کردن آموزش‌وپرورش زود به‌نظر می‌رسد ولی می‌توان پیشنهاد کرد که در کتب درسی جایی (حدود ۲۵ صفحه) برای معرفی‌کامپیوتر درحدکلیات چگونگی کارکردآن، کاربردها وتوانائی‌های آن، معرفی الگوریتمها [۱۷] و توانا کردن محصلین به‌نـوشتن الگوریتمهای نسبتاً ساده درنظر گرفته شود. بازمی‌توان پیشنهاد کرد که ضمن حفظ ارتبـاط بـا کنفرانسهایی که در سطح جهان در رابطهٔ باکار برد کامپیوتر در آمـوزش برگزار می‌شوداز‌ماحصل تجربیات و دست‌آورد-

های پیشگامان این راه کسب اطلاع شود و نحوهٔ استفاده از کامپیوتـر در نظـام آموزشی کشور بدون وابستگی به منابع تکنولوژیکی آن، در نشستهایـی چنـون کنفرانس ریاضی کشور مورد بررسی و مذاقه قرار داده‌شود. وسرانجـام به‌هنگام اعمال این‌پروژه‌ابتداآنرابه‌طورآزمایشی ودر مقیاسی محدود به‌مورد اجرا گذاشت و در این راستا استفاده از کتابخانه‌های عمومی ازطریق نصب امکانات کامپیوتری درآنها وجذب افراد، منطقی به‌نظر می-رسد.

مثالهایی از نحوه آموزش دروس به‌کمك کامپیوتر

آموزش تقسیم ــ می‌توان برنامه‌ای را درنظر گرفت که بـا چند شکل زیبا و جذاب نظرشاگرد را جلب کـرده، سپس تحت‌عنوان درس تقسیم توضیحات‌لازم‌را به‌شاگردان بدهد. اگر برنامه‌را برای دو دانش‌آموز در نظر بگیریم کامپیوتر ابتدا اسم آنهارا می‌پرسدوسپس چگونگی‌بازی را توضیح می‌دهد. «در این بـازی نحوه عمل چنین‌است که هربازیکن باید یك‌عدد دلخواه به‌کامپیوتر بدهد وسپس‌هربازیکن خارج قسمت عدد اولی به‌دومی‌را حدس بزند، خارج‌قسمت، اعشاری‌هم می‌تواند باشد. درهر صورت برنده‌کسی است که جوابش به‌جواب واقعی نزدیکتر است». کامپیوتر پس از مقایسه جوابها با جواب واقعی برنده را به‌همراه جـواب درست معرفی‌کرده وتشویق می‌کند. اگر در برنامه کامپیوتر این درس برای یك‌نفر طراحـی شده‌بود، نحوه‌عمل می‌توانست چنین‌باشد که‌کامپیوتر پس ازارائه دو عدد، خـارج قسمت آنهارامی‌پرسید واگر پاسخ‌محصل اشتباه‌بود ازاو می‌خواست که دوباره‌سعی کند وسرانجام با ذکر جـواب صحیح و درج‌نتیجه درپروندهٔ محصل سئوال‌دیگری را مطرح‌می‌کرد. برنامه‌هـای مشابهی را می‌توان برای تمرین روی کوچکتریـن مضرب مشترك وبـزرگتریـن مقسوم علیه مشترك دوعددو... طراحی کرد.

آموزش جمله‌سازی با کلمات

کامپیوتر بانمایش تعدادی‌کلمات‌ازدانش-آموز می‌خواهد ترتیب صحیح‌این‌کلمات را به‌گونه‌ای تعیین‌کندکه شکل دستوری یك جمله‌را نمایش دهد. به‌محض اینکـه شاگرد کلمه نـامناسبی را انتخاب کنـد کامپیوتر اشتباه اوراگوشزد می‌کند وازاو می‌خواهد که‌کلمه دیگری را انتخاب‌کند. کامپیوتر برحسب تعداد اشتباهات شاگرد جملات بعدی‌را به‌قسمی مطرح می‌کندکه ساده‌تر یا پیچیده‌ترباشد، بـا استفاده از شیوه‌ها وتصاویرمناسب می‌توان این‌بازی را مهیج‌تر کرد. بخصوص می‌توان درس را به‌صورت بازی بین دوشاگرد طراحی کرد تا باهر انتخاب درست، برای‌دانش-آموز امتیازی منظور کند وسرانجام ضمن تشویق ومعرفی برنده، نتیجه‌را در کارنامه هردو ضبط کند.

آموزش‌هندسه واشکال هندسی

برای آموزش اشکال، زبـانهای کامپیوتری مخصوصی طراحی شده‌اند که شاگردان را قادر می‌سازند بـا انتخاب چند دستور ساده، تصاویر رنگی زیبایی‌را بر روی صفحه نمایش کامپیوتر به‌وجـود آورند، تکرار این‌نوع تمرین روی‌اشکال هندسی، دانش‌آموزرا به‌طریق شهودی با اشکال‌هندسی وخواص‌آنها آشنامی‌کند. Logo یکی از این زبانها است‌که برای دانش‌آموزان‌دبستانی ودبیرستانی‌طراحی شده ودستورات آن بسیار ساده‌اند. برای آشنایی خـواننده مثال ساده‌ای‌را از یك برنامه به‌زبان Logo دراینجا می‌آوریم، که برای درك‌آن کافـی است سه دستور زیررا بدانیم:

FD x

یعنی خطی‌به‌طول x واحد رسم‌کن

RT α

یعنی α درجه به‌سمت راست‌بچرخ

Repeat n[ ]

یعنی دستورداخل کروشه‌را n بار تکرارکن

بنابراین دستور

Repeat 4 [FD 60 RT 90]

باعث می‌شود که هر بار پس‌ازرسم خطی به‌طول 60 واحد 90 درجه‌چرخش به‌سمت‌راست صورت گیرد که باعث می‌شود‌مربع‌شکل(۳)رسم‌شود. این‌یك برنامه کامپیوتری است که مثلاً اسم آن‌را Box می‌گذاریم و برای این‌کار چنین عمل می‌کنیم:

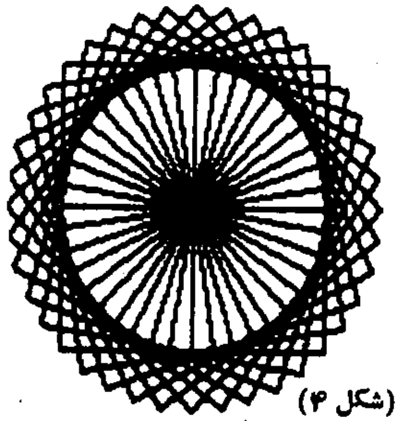
(شکل ۳)

```
To Box
Repeat 4 [FD 60 RT 90]
END
```

این کار ما را قادر می‌سازد که هر وقت خواستیم کامپیوتر مربعی رسم کند فقط به‌او بگوئیم Box .

برنامهٔ زیر که اسم آن Pin است سبب می‌شود که کامپیوتر چهل‌مرتبه مربعی مثل شکل (۳) رسم کرده و آن‌را هر بار ۹درجه به‌سمت‌راست بچرخاند.

```
To Pin
Repeat 40 [Box RT 9]
END
```



(شکل ۴)

حال شما قادرید فقط با نوشتن کلمه Pin از کامپیوتر بخواهید شکل زیبای(۴) را روی صفحه کامپیوتر رسم کند برای انتخاب رنگ خطوط و زمینه نیز امکاناتی برایتان مهیا شده است.

پس‌از توضیحات بالامعلم‌سئوالات زیررا از شاگردان می‌پرسد:

۱ ــ برنامه Pin را طوری تغییر دهید که فقط ۳۶ مربع‌را رسم‌کند. آیا فکر می‌کنید که‌برنامه‌تان هنوزهم یك‌دور کامل‌را طی می‌کند؟ (راهنمایی ــ باید دستور RT 9 راتغییر دهید).

۲ ــ برنامه‌ای بنویسید که یك‌مثلث متساوی‌الاضلاع‌رسم کند، سپس‌برنامه‌ای مانند Pin بنویسید که ازتعدادی مثلث‌یك طرح دایره‌ای ایجاد کند.

پانوشتها:

1) Silicon

[ماده‌ای‌است شیمیایی‌باخواص وکاربردهای‌مهم. برای اطلاع بیشتر به مجله رشد آموزش شیمی شماره۶ــ سیلیکونها ــ نوشته دکترعلی پورجوادی مراجعه شود.]

2) Pascal. B.
3) Leibniz. G.
4) Jacquard
5) Hollerith
6) Babbage. C.
7) ENIAC
8) I. B. M.
9) Integrated Circuits (I. C.)
10) Analog Computers
11) Digital Computers
12) Microprocessor
13) Mathematics Teacher
14) Christopher Evans
15) Robot
16) Servan Schreiber. Jean Jacques
17) Algorithm

[هر دستورالعملی‌که مراحل مختلف انجام‌کاری را به زبان دقیق و با جزئیات کافی بیان نماید به طوری‌که ترتیب مراحل و شرط خاتمه عملیات در آن کاملاً مشخص باشد.]

منابع و مآخذ

[1] Malcolm Graham, Mathematics A Liberal Arts Approach

[2] Fry, Tom, Granada Guides Computers (Glosgow, William Collins Sons, 1983)

[3] B. DAVIS. GORDON. Introduction to Computers (Third Edition 1977)

[4] Eric A. Weiss, Computer Usage Applications (Computer Usage Company, 1970)

[5] Arithmetic Teacher, Volume 32, Number 9 May 1985

[6] Algebra One, The Random House Mathematics Program, Random House, INC, New York, 1973

[7] Mathematics Teacher No. 1–12, 1984

[8] Mathematics Teacher No. 1–12, 1985

[9] Curriculum Review Vol. 25, No. 3, 1986

[۱] فصلنامه تعلیم‌وتربیت ــ نشریه سازمان پژوهش وبرنامه‌ریزی آموزشی ــ شماره ۲ و ۳ سال ۱۳۶۴

[۲] کامپیوتر دستگاه حیرت انگیز ساخت انسان ــ ترجمه هادی غلامی شماع ــ بنگاه ترجمه و نشر کتاب ــ تهران ۱۳۵۴

[۳] بهروز برهامی ــ آشنایی با کامپیوتر ــ چاپخانه طلوع آزادی ــ تهران ۱۳۶۴

[۴] عبدالحسین نیك‌گهر(مترجم) ــ تکاپوی جهانی ــ چاپ‌دوم ــ تهران ۱۳۶۲

مسائل

۱ــ از واقعهٔ قتلی این اطلاعات به‌دست‌آمده که جملگی راست است:

۱) اگر حسین قاتل نیست، پرویز قاتل است.

۲) حسین قاتل نیست یا مقتول خواب بوده است.

۳) اگرمقتول خواب بوده است، قتل درمهمانخانه‌واقع نشده است.

۴) قتل درمهمانخانه واقع شده است.

قاتل کیست؟

۲ــ فرض‌کنید که

$$h(x)=f(2x)\ ,\ g(x)=f\left(\frac{1}{2}x\right)\ ,\ f(x)=x^2-2[|x|]$$

اگردامنهٔ f بازهٔ $(-2,2)$ باشد آنگاه دامنهٔ g و h را مشخص کنید؛ سپس، نمودار سه تابع راکشیده وبایکدیگرمقایسه کنید.

۳) یك قطعه سیم به طول l را بریده دو قسمت می‌کنیم، یکی را به شکل مربع و دیگری را به شکل یك مثلث متساوی‌الاضلاع خم می‌کنیم. سیم را به‌چه نسبتی قطع کنیم که:

(الف) مجموع مساحتها مینیموم شود.

(ب) مجموع مساحتها ماکزیموم شود.

۴ــ همهٔ‌اعدادحقیقی x, y, z, w را طوری به‌دست‌آورید که جواب دستگاه ذیل باشند.

$$\begin{cases} x+y+z=w \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{w} \end{cases}$$

آیا‌این‌دستگاه درمجموعه اعداد طبیعی جواب‌دارد؟ درمجموعه اعداد صحیح چطور؟

۵ــ تابع $\dfrac{p(x)}{q(x)}$ را یك تابع گویا خوانیم درصورتی که $p(x)$ و $q(x)$ دوبسجمله‌ای (چندجمله‌ای) باشند. ثابت‌کنید به‌ازای $0<x<1$ تابع

$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2^n}}{1-x^{2^{n+1}}}$$

یك تابع گویا است.

۶ــ فرض‌کنید که f و g و h توابعی ازاعداد حقیقی باشند که به‌ازای هرعدد حقیقی x چنین تعریف شوند:

$$h(x)=\frac{f(x+1)+f(x-1)}{2}$$

و

$$g(x)=\frac{f(x+4)+f(x-4)}{2}$$

$f(x)$ را برحسب g و h محاسبه‌کنید.

۷ــ فرض‌کنید‌که A، B و C سه عدد حقیقی مثبت و a، b و c سه عدد حقیقی دوبه‌دو متمایز باشند. ثابت‌کنید‌که‌معادلهٔ

$$\frac{A}{x-a}+\frac{B}{x-b}+\frac{C}{x-c}=1$$

دارای سه ریشهٔ حقیقی است.

۸ــ فرض‌کنید‌که عمل $*$ بربازهٔ $[0,1]$ باضابطهٔ ذیل تعریف شده باشد:

$$x*y=min\{x+y,1\}\ ;\ \forall x,y\in[0,1].$$

عمل $*$ کدام یك ازخواص گروه را داراست؟

۹ــ فرض‌کنید که H یك زیر گروه (دارای h عضو) در گروه G باشد. همچنین فرض‌کنید که G دارای عضوی مانند a

باشد به‌طوری‌که به‌ازای هر x در H،

$$(xa)^3=1$$

که در آن ۱ عضو بی‌اثر (خنثی) در G است. اگر P زیرمجموعهٔ همه اعضائی به صورت $x_1a\,x_2a\ldots x_na$ باشد، کـه n عدد صحیح مثبتی است و $x_i\in H$،

الف) ثابت کنید که P مجموعه‌ای متناهی است.

ب) ثابت کنید که در حقیقت، P بیش از $3h^2$ عضو ندارد.

۱۰ـ ثابت کنید که

$$\begin{bmatrix}1-a & b\\ a & 1-b\end{bmatrix}^n=\frac{1}{a+b}\begin{bmatrix}b & b\\ a & a\end{bmatrix}+\frac{(1-a-b)^n}{a+b}\begin{bmatrix}a & -b\\ -a & b\end{bmatrix}$$

۱۱ـ اگر V یك زیرفضای R^2 باشد به‌طوری که $V\neq R^2$ آنگاه $V=\{0\}$ یا V خط مستقیمی است که ازمبدأ می‌گذرد. این مسأله را برای R^3 تعمیم دهید.

۱۲ـ ثابت کنید که به‌ازای هردو عدد صحیح a، b، کـه $0\leqslant b\leqslant a$ وهرعدد اول P

$$\binom{Pa}{Pb}\equiv\binom{a}{b}\pmod{P}$$

که در آن،

$$\binom{a}{b}=\frac{a!}{a!(a-b)!}$$

۱۳ـ ثابت کنید که به‌ازای هرعـدد طبیعی n، و هرعدد طبیعی فرد k، عدد $1+2+\cdots+n$ یك مقسوم‌علیه

$$1^k+2^k+\cdots+n^k$$

است.

۱۴ـ فرض کنید که $f(x)=(-1)^{\left[\frac{x}{2}\right]}\cos\frac{\pi}{2}[x]$. مقدار

$$\int_0^{20} f(x)\,dx$$

را محاسبه کنید.

۱۵ـ نقاط AوBوC کـه برروی یك خط نیستند طوری انتخاب شده‌اند که

$$AB^2\geqslant AC^2+BC^2$$

ثابت کنید که به‌ازای هر نقطهٔ D درصفحهٔ A، B، C،

$$CD^2\leqslant AD^2+BD^2$$

اگر D در صفحهٔ A، B، و C نباشد، آیا رابطه فوق برقرار است؟

۱۶ـ فـرض کنید P نقطهٔ متغیری برروی ضلع BC از مثلث ABC باشد. قطعه خط AP دایرهٔ محاطی مثلث را در دو نقطهٔ QوR قطع می‌کند (نقطه QبهA نزدیکتراست). ثابت کنید که نسبت $\frac{AQ}{AP}$ وقتی مینیموم است کـه نقطهٔ P نقطهٔ تمـاس دایرهٔ محاطی خارجی متقابل A نسبت به‌ضلع BC باشد.

۱۷ـ فرض کنید کـه A نقطه تقاطع دو دایره C_1 و C_2 بترتیب، به‌مرکـز O_1 و O_2 باشعاعهای متمایز باشند. یکی از خطوط مماس خارجی دو دایرهٔ، دایرهٔ C_1 رادرنقطهٔ P_1 و، دایره C_2 را در نقطهٔ P_2 قطع می‌کند. خط مماس دیگر دایره C_1 را در نقطهٔ Q_1 و دایرهٔ C_2 را درنقطهٔ Q_2 قطع می‌کند: همچنین فرض کنید که M_1 نقطهٔ وسط P_1Q_1 و M_2 نقطهٔ وسط P_2Q_2 باشد. ثابت کنید که زاویهٔ O_1AO_2 برابر زاویهٔ M_1AM_2 است.

۱۸ـ از تقاطع سه خط متقارب در داخـل مثلث، و مار برسه رأس آن، ۶ مثلث پدید می‌آید کـه مساحت سه مثلث آن یکی درمیان باهم برابرند. ثابت کنید که سه خط متقارب منطبق برسه میانهٔ مثلث است.

۱۹ـ به‌چند طریق می‌توان ۴۰ عدد سیب را بین سه نفر توزیع کرد؟

۲۰ـ به‌چندطریق می‌توان ۱۰ عددسیب، ۱۵ عدد گلابی، و ۶ عدد هلو را بین چهار نفر توزیع کرد؟

حل مسائل شمارهٔ ۸

۱) ثابت‌کنید که به‌ازای هر دو عددحقیقی a و b،

$$||a|-|b|| \leqslant |a+b| \leqslant |a|+|b|.$$

شرط تساوی را درنامساویهای‌فوق بررسی کنید.

حل: فرض کنید a و b دوعددحقیقی باشند، دراین‌صورت

$$|a+b|^2=(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$
$$\leqslant a^2+b^2+2|a||b|=(|a|+|b|)^2$$

یا

$$|a+b|\leqslant|a|+|b|$$

شرط تساوی در این حالت آن است که $ab=|ab|$ یا $ab\geqslant 0$.

اینك نامساوی طرف دیگر را ثابت می‌کنیم؛ چون،

$$b=(b+a)-a \text{ و } a=(a+b)-b$$

پس،

$$|a|=|(a+b)-b|\leqslant|a+b|+|-b|$$
$$=|a+b|+|b|,$$
$$|b|\leqslant|a+b|+|a|.$$

بالنتیجه، $-|a+b|\leqslant|a|-|b|\leqslant|a+b|$ یا $||a|-|b||\leqslant|a+b|$.

برای به‌دست‌آوردن شرط تساوی، داریم

$$(|a|-|b|)^2=|a+b|^2$$
$$a^2+b^2-2|a||b|=a^2+b^2+2ab$$
$$-|a||b|=ab$$

بنابراین، شرط تساوی درنامساوی سمت چپ آن است که $ab\leqslant 0$؛ یعنی، a و b مختلف‌العلامه، یاحداقل یکی‌از آن‌دو صفر، باشد.

۲) مجموعه xهائی‌راکه درگزاره‌های زیرصدق می‌کنند به‌دست آورید:

(الف) $|x-2|+|x+2|>4$

(ب) $|x+1|+|x+2|+|x+3|\geqslant 2$

(ج) $2|x-1|+|2x-4|=2$

حل: (الف)؛ بنابر مسئلهٔ ۱، به‌ازای هرعدد حقیقی x،

$$|x-2|+|x+2|=|2-x|+|x+2|$$
$$\geqslant|2-x+x+2|$$
$$=4$$

نامساوی اکید است. بنابراین، مجموعهٔ xهائی راکه تساوی رخ می‌دهد از اعداد حقیقی حذف می‌کنیم. بنابر مسئله ۱، xها بایددرنامعادلهٔ $(2-x)(x+2)\geqslant 0$ صدق کنند. بالنتیجه، مجموعهٔ جواب عبارت است از

$$R-\{x|(2-x)(x+2)\geqslant 0\}=R-[-2,2]$$
$$=(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$$

قسمت (ب): باتوجه به مسئلهٔ ۱،

$$|x+1|+|x+3|=|-x-1|+|x+3|$$
$$\geqslant|-x-1+x+3|=2$$

از طرفی داریم،

$$|x+2|\geqslant 0$$

با جمع دونامساوی فوق نتیجه مطلوب حاصل می‌شود.

قسمت (ج):

$$2|x-1|+|2x-4|=|2x-2|+|-2x+4|$$
$$\geqslant|2x-2-2x+4|=2$$

بنابراین، جواب قسمت (ج)، مجموعهٔ xهائی است‌که درشرط تساوی درنامعادلهٔ فوق صدق کنند؛ یعنی،

$$(2x-2)(-2x+4)\geqslant 0$$

یا $x\in[1,2]$.

۳) ثابت کنید به‌ازای هرسه عدد حقیقی a، b، و c،

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}\geqslant 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

و

$$\sqrt{4a^2+b^2+c^2}+\sqrt{a^2+4b^2+c^2}$$
$$+\sqrt{a^2+b^2+4c^2}\geqslant 4\sqrt{a^2+b^2+c^2}.$$

حل: اگر V_1، V_2، V_3 سه‌بردار درفضا باشند، آنگاه

$$|V_1+V_2+V_3| \leqslant |V_1|+|V_2|+|V_3|$$

که در آن $|V|=|ai+bj+ck|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. بنابراین، اگر $V_1=ai+bj$ و $V_2=bj+ck$ و $V_3=ai+ck$ آنگاه نامساوی اول نتیجه می‌شود، و اگر $V'_1=2ai+bj+ck$ ، $V'_2=ai+2bj+ck$ ، و $V'_3=ai+bj+ck$ آنگاه نامساوی دوم حاصل می‌گردد.

۴) فرض کنید که $A_n=(0,\frac{1}{n}]$ و $B_n=[0,\frac{1}{n})$ $(n\in N)$. مطلوب است محاسبهٔ مجموعه‌های زیر:

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \ ,\ \bigcap_{n=1}^{\infty} B_n$$

حل: ثابت می‌کنیم که $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n=\phi$ ، $\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n=\{0\}$. اگر $x\in\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ آنگاه به‌ازای هرعدد طبیعی n ، $x\in A_n$. بنابراین، همواره $0<x\leqslant\frac{1}{n}$. چون به‌ازای هرعدد طبیعی n این نامساوی برقرار است، پس اگر $n\to\infty$ ، $0<x\leqslant 0$. بالنتیجه، چنین xی موجود نیست.

حال اگر $x\in\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n$ آنگاه به‌ازای هر n ، $0\leqslant x\leqslant\frac{1}{n}$. بنابراین، $0\leqslant x\leqslant 0$ یا $x=0$ وبالنتیجه $\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n=\{0\}$

۵) ثابت کنید که:

(الف) به‌ازای هرسه عددحقیقی ومثبت a، b، و c اگر $a+b+c=1$ آنگاه

$$(1-a)(1-b)(1-c)\geqslant 8abc.$$

تساوی فقط و فقط وقتی برقرار می‌شودکه $a=b=c=\frac{1}{3}$.

(ب) اگر $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$ و $\alpha>0$ ، $\beta>0$ آنگاه

۱) $(1-tg\alpha)(1-tg\beta)(1-tg\alpha tg\beta)\geqslant 8tg^2\alpha tg^2\beta$ ،

۲) $\cos(\alpha+\pi/4)\cos(\beta+\pi/4)\cos(\alpha+\beta) \geqslant 4\sin^2\alpha\sin^2\beta$.

حل: (الف)؛

$$1-a=b+c\geqslant 2\sqrt{bc},$$
$$1-b=a+c\geqslant 2\sqrt{ac},$$
$$1-c=a+b\geqslant 2\sqrt{ab}.$$

از اینجا نتیجه می‌شودکه

$$(1-a)(1-b)(1-c)\geqslant 8abc.$$

شرط تساوی آن است که $b+c=2\sqrt{bc}$ و $a+c=2\sqrt{ac}$ و $a+b=2\sqrt{ab}$. از اینجا نتیجه می‌شود که $a=b=c$.

چون $a+b+c=1$ ، پس، $a=b=c=\frac{1}{3}$.

ب ، با توجه به اینکه $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$ ، بنابراین

$$tg(\alpha+\beta)=1$$
$$tg\alpha+tg\beta+tg\alpha tg\beta=1$$

که با قرار دادن $tg\alpha$ ، $tg\beta$ ، و $tg\alpha tg\beta$ ، بترتیب به‌جای a ، b ، و c نامساوی (۱) نتیجه می‌شود. نامساوی (۲) را با خلاصه‌کردن نامساوی (۱) می‌توان به‌دست آورد.

۶) فرض کنید که a یك عددحقیقی باشد. ثابت کنید که اگر $|a|<1$ آنگاه حد a^n ، وقتی که $n\to\infty$ ، صفر است؛ و اگر $a>1$ ، حد a^n ، وقتی که $n\to\infty$ ، بینهایت است.

حل: اگر $|a|<1$ سه‌حالت رخ می‌دهد، $0<a<1$، $a=0$ ، $-1<a<0$ اگر $a=0$ ، حکم بدیهی است. فرض کنیم که $0<a<1$. بنابراین عدد مثبتی مانند h موجود است که $a=\frac{1}{1+h}$. ازطرفی

$$a^n=\frac{1}{(1+h)^n}=\frac{1}{1+nh+\dots+h^n}\leqslant\frac{1}{nh}$$

یا $0<a^n\leqslant\frac{1}{nh}$. بنابراین $\lim\limits_{n\to\infty} a^n=0$.

اگر $-1<a<0$ آنگاه $0<-a<1$. بنابرحالت قبل، $\lim\limits_{n\to\infty}(-a)^n=0$ ، یا $\lim a^n=0$ اگر $a>1$ آنگاه h مثبتی‌موجود است که $a=1+h$. بنابراین،

$$a^n=(1+h)^n=1+nh+\dots+h^n\geqslant nh$$

چون $\lim\limits_{n\to\infty}(nh)=\infty$ ، پس $\lim\limits_{n\to\infty} a^n=\infty$.

۷) در وجود ویا عدم وجود

$$\lim_{x\to\infty}\sin x$$

بحث کنید.

حل: فرض کنید که $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x=l$. بدیهی است که

$$\lim_{x\to\infty}\sin 2x=\lim_{x\to\infty}\sin(x+1)=\lim_{x\to\infty}\sin(x-1)=l$$

از طرفی،

$$(1)\qquad \sin(x+1)-\sin(x-1)=2\sin 1\cos x$$
$$(2)\qquad \sin 2x=2\sin x\cos x$$

اگر از دوطرف تساوی (۱) حد بگیریم، خواهیم داشت

$$l-l=2\sin 1\lim_{x\to\infty}\cos x$$

از اینجا نتیجه می‌شودکه $\lim_{x\to\infty}\cos x=0$. اینك از دو طرف رابطهٔ (۲) حد می‌گیریم. بالنتیجه،

$$l=2l\times 0$$

$$l=0$$

به‌طورخلاصه نتیجه‌می‌شود که $\lim_{x\to\infty}\cos x=\lim_{x\to\infty}\sin x=0$.

از طرفی،

$$\sin^2 x+\cos^2 x=1$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sin^2 x+\cos^2 x)=1$$

$$0+0=1$$

$$0=1$$

و این یك تناقض است. بنابراین $\sin x$، وقتی که $x\to\infty$، حد ندارد.

۸) (الف) به‌کمك‌مسئلهٔ ۶، نقاط پیوستگی وناپیوستگی تابع $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}+x^2}{x^{2n}+1}$ را به‌دست آورید.

(ب) آیا تابع f درنقاط پیوستگی آن مشتقپذیر است؟

(پ) نمودار این تابع را رسم کنید.

حل: بنابرمسئلهٔ۶، اگر $|x|<1$ آنگاه $\lim_{n\to\infty}x^n=0$. بنابراین $f(x)=x^2$. ولی اگر $|x|>1$ آنگاه $\lim_{n\to\infty}x^{-2n}=0$. بالنتیجه،

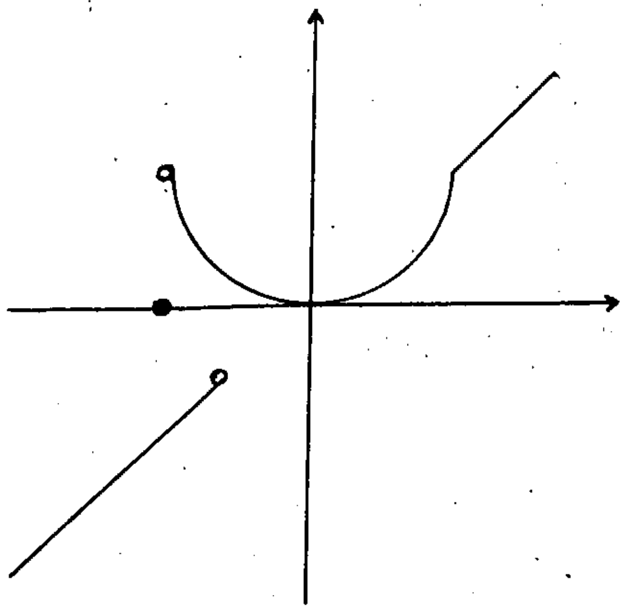
$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n}\left(x+\frac{x^2}{x^{2n}}\right)}{x^{2n}(1+x^{-2n})}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{x+x^2\cdot x^{-2n}}{1+x^{-2n}}=x$$

بنابراین، ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر است:

$$f(x)=\begin{cases}x^2 & x\in(-1,1)\\ x & x\in(-\infty,-1)\cup[1,\infty)\\ 0 & x=-1\end{cases}$$

این تابع در هر نقطهٔ غیراز $x=-1$ پیوسته است و تنها درنقاط $x=\pm1$ مشتقپذیر نیست (چرا؟) نمودار تابع چنین است:



۹) تابع حقیقی f بر بازهٔ $[0,1]$ تعریف شده است و درمعادلهٔ تابعی

$$f(ax)=bf(x)\qquad \left(0\leqslant x\leqslant\frac{1}{a}\right)$$

که در آن a و b دوعدد حقیقی بزرگتراز ۱ است، صدق می‌کند. ثابت کنید:

اولاً، به‌ازای هرعدد حقیقی x، که $0\leqslant a^n x\leqslant 1$،

$$f(a^n x)=b^n f(x)$$

ثانیاً، اگر f عددمثبتی‌باشد که به‌ازای هر x از $[0,1]$، $|f(x)|\leqslant K$ (یعنی، f کراندار باشد) آنگاه f درنقطهٔ صفر از راست پیوسته است.

حل: برهان قسمت اولاً، به استقراء است. به‌ازای $n=1$ حکم برقرار است. فرض کنیم که به‌ازای n برقرار باشد، و $0\leqslant x\leqslant\frac{1}{a^{n+1}}$. دراین‌صورت، $0\leqslant a^n x\leqslant\frac{1}{a}$. بنابراین،

$$f(a^{n+1}x)=f(a(a^n x))=bf(a^n x)$$

لذا بنابر فرض استقراء $f(a^{n+1}x)=b^{n+1}f(x)$.

اینك، قسمت ثانیاً را ثابت می‌کنیم. باید ثابت کنیم که به‌ازای هر ε دلخواه عددمثبتی مانند δ موجود است که به‌ازای هر x از $[0,1]$، اگر $0\leqslant x<\delta$ آنگاه $|f(x)|<\varepsilon$.

فرض کنیم که ε عدد مثبت دلخواهی (وبعداز این‌ثابت) باشد. بنابر مسئلهٔ ۶، چون $a>1$ و $b>1$ پس عـدد طبیعی

N موجود است که به‌ازای هر n، اگر $n \geqslant N$ آنگاه

$$\frac{1}{b^n}<\frac{\varepsilon}{K},\quad \frac{1}{a^n}<1$$

فرض کنیم که $\delta=\frac{1}{a^N}$ و $0\leqslant x<\delta$. بدیهی است که $0\leqslant a^N x<1$، بنابراین،

$$f(a^Nx)=b^Nf(x)$$

و

$$|f(x)|=\left|\frac{f(a^Nx)}{b^N}\right|\leqslant\frac{K}{b^N}<K\times\frac{\varepsilon}{K}=\varepsilon.$$

و از اینجا نتیجه می‌شود که $\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=0$.

۱۰) ثابت کنید که به‌ازای هرعدد طبیعی نا کمتر از ۲، مانند n، حاصلجمع

$$1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}$$

یك عدد صحیح نیست.

حل: هرعدد طبیعی را می‌توان به‌صورت $2^l(2k+1)$ نوشت، که نمایش آن بدین‌صورت منحصر به‌فرد است (چرا؟). درحاصلجمع سعی می‌کنیم مخرج کسور را به‌صورت $2^l(2k+1)$ بنویسیم. دربین مخرجها تنها یك m هست که

$$\frac{1}{m}=\frac{1}{2^l(2k+1)}$$

که در آن، l بزرگترین عددی است که $2^l(2k+1)\leqslant n$، و چنین lای منحصر به‌فرد است (چرا؟). بنابراین،

$$1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{m}+\cdots+\frac{1}{n} = \frac{2a+2b+\cdots+(2k+1)+\cdots+2m}{2^lP}$$

صورت حاصلجمع فوق مجموع n جمله است که همه، بجز جمله متناظر m که $(2k+1)$ است، زوج است. بالنتیجه، حاصلجمع فوق کسری است که صورت آن فرد و مخرج آن زوج که نمی‌تواند یك عدد صحیح باشد.

۱۱) فرض کنیم که a و b و c اعدادصحیح مثبتی‌هستند که دو به دو نسبت‌به‌هم اول‌اند. دراین‌صورت

(الف) هرعدد صحیح بزرگتراز $bc-b-c$، مانند r، را می‌توان به‌صورت $yb+zc$ نوشت، که درآن، z و y اعداد صحیح نامنفی هستند.

(ب) ثابت کنید که عدد

$$2abc-ab-bc-ca$$

بزرگترین عدد صحیحی است که نمی‌توان آن‌را به‌صورت $xbc+yca+zab$ نمایش‌داد، که در آن، x و y و z اعداد اعداد صحیح نامنفی هستند.

حل: فرض کنید که

$$r>bc-b-c \qquad (1)$$

چون b و c نسبت به‌هم اول‌اند، پس

$$\{0, c, 2c, \cdots, (b-1)c\}$$

یك دستگاه (دسته) کامل مانده‌ها به پیمانهٔ b است. بنابراین zی موجود است که $0\leqslant z\leqslant b-1$ و $r\equiv zc \pmod{b}$. ازاینجا نتیجه می‌شود که عددصحیحی‌مانند y هست که $r-zc=yb$. از طرفی بنابر (۱)،

$$\begin{aligned} r-zc &> bc-b-c-zc \\ &\geqslant bc-b-c-(b-1)c=-b \end{aligned}$$

یا $r-zc=yb>-b$. بالنتیجه، $y\geqslant 0$ (زیرا y یك‌عدد صحیح است). با توجه به توضیحات فوق اعدادصحیح‌نامنفی مانند y و z موجودند به‌طوری که

$$r=yb+zc$$

برای حل قسمت (ب)، ابتدا ثابت می‌کنیم که اگر $n>2ab-ab-bc-ca$ آنگاه اعداد صحیح نامنفی مانند x و y و z موجودند به‌طوری که $n=xbc+yca+zab$.

فرض کنیم که $n>2abc-ab-bc-ca$. چون a و bc نسبت به‌هم اول‌اند، پس،

$$\{0, bc, 2bc, \cdots, (a-1)bc\}$$

یك دستگاه کامل مانده‌ها به‌پیمانهٔ a است. بنابراین xی، که $0\leqslant x\leqslant a-1$، موجود است که $n\equiv xbc \pmod{a}$، از اینجا نتیجه می‌شود که عدد صحیحی مانند r موجود است که $n-xbc=ra$. اما،

$$\begin{aligned} n-xbc &> 2abc-ab-bc-ca-(a-1)bc \\ &=(bc-b-c)a \end{aligned}$$

پس، $r>bc-b-c$. بنابر قسمت (الف)، اعداد صحیح نامنفی مانند y و z موجود است که

$$r=yb+zc$$

با جایگذاری r، در $n-xbc=ra$، خواهیم داشت

$$n=xbc+yab+zac$$

و این همان نتیجه مطلوب است.

برای تکمیل برهان ثابت می‌کنیم که

$$2abc-ab-bc-ca$$

را نمی‌توان به‌صورت $xbc+yca+zab$ نوشت

(برهان خلف). فرض کنیم چنین نباشد، یعنی، اعداد صحیح نامنفی مانند x و y و z موجود باشند که

$$2abc-ab-bc-ca=xbc+yca+zab.$$

ازطرفی،

$$2abc-ab-bc-ca\equiv -bc \pmod{a}$$
$$xbc+yca+zab\equiv xbc \pmod{a}$$

بالنتیجه،

$$xbc\equiv -bc \pmod{a}$$
$$bc(x+1)\equiv 0 \pmod{a}$$

بنابراین kای موجود است که

$$bc(x+1)=ka$$

چون x نامنفی و a و bc نسبت به‌هم اول‌اند، پس، باید a عدد $x+1$ را عادکند. بنابراین $x+1\geqslant a$ یا

$$x\geqslant a-1$$

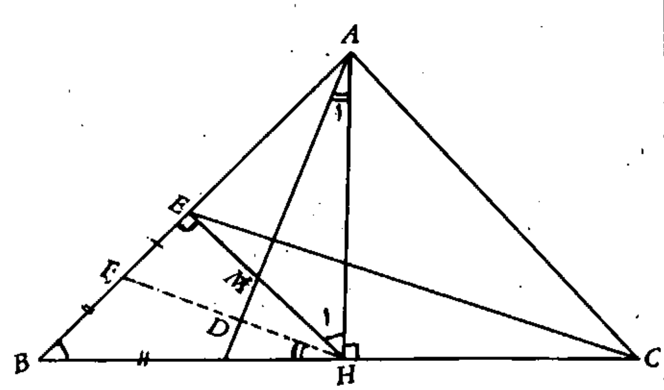
به‌طریق مشابه، نتیجه می‌شود که $y\geqslant b-1$ و $z\geqslant c-1$.
ازطرفی،

$$\begin{aligned}2abc-ab-bc-ca&=xbc+yca+zab\\&\geqslant(a-1)bc+(b-1)ca\\&\quad+(c-1)ab\\&=3abc-ab-bc-ca\end{aligned}$$

یا $abc\leqslant 0$ که یك تناقض است.

۱۲) درمثلث متساوی‌الساقین ABC، که $AB=AC$، فرض کنید که H پای ارتفاع A، E پای عمود از H به AB، و M وسط EH باشد. ثابت کنید که $AM\perp EC$.

حل:



از H به F، وسط EB، وصل می‌کنیم. درمثلث EBC خط HF وسط BC و BE را بهم وصل می‌کند. بنابراین، این خط موازی EC است. برای اثبات مسئله، کافی است ثابت کنیم. که AM بر HF عمود است. دومثلث AEH و HEB باهم متشابه‌اند. بنابراین، $\frac{EB}{BH}=\frac{EH}{HA}$. ازاین‌تساوی نتیجه می‌شود که $\frac{FB}{BH}=\frac{MH}{HA}$. به‌این‌تساوی‌تساوی دو زاویهٔ $\widehat{H_1}=\widehat{B}$ را ضمیمه می‌کنیم. بنابراین، دومثلث AMH و HFB باهم متشابه‌اند (درحالت دوضلع متناسب و زاویهٔ بین آنها مساوی). بالنتیجه، $B\widehat{H}F=H\widehat{A}M$. از طرفی، $B\widehat{H}F+F\widehat{H}A=90^\circ$. از اینجا نتیجه می‌شود که

$$F\widehat{H}A+H\widehat{A}M=90^\circ$$

یا

$$A\widehat{D}H=90^\circ$$

۱۳) درمجموعهٔ اعدادحقیقی دو رابطهٔ f و g راچنین تعریف می‌کنیم:

$(a,b)\in f$ درصورتی‌که $a-b$ گویا باشد،

$(a,b)\in g$ درصورتی‌که $a-b$ گنگ باشد،

(الف) کدام‌یك از دو رابطه f و g یك‌رابطه هم‌ارزی است.

(ب) دسته (ياردهٔ) هم‌ارزی a را چنین تعریف‌می‌کنیم:

$$[a]=\{x|(a,x)\in f\}$$

ثابت کنیدکه به‌ازای هرعدد n و اعدادگویای x_1، ...، x_n،

$\bigcap_{k=1}^{n}[x_k]=\bigcup_{k=1}^{n}[x_k]=Q$ (Q مجموعهٔ اعداد گویاست)

(پ) ثابت کنیدکه به‌ازای هرعددطبیعی n که $n\geqslant 2$،

$$\bigcap_{k=1}^{n}[\sqrt{k}]=\phi$$

(ت) با توجه به خاصیت ارشمیدسی اعداد که، اگر a و b دوعدد حقیقی باشند به‌طوری‌که $b>0$ آنگاه عدد طبیعی مانند n موجود است که

$$nb>a,$$

ثابت کنیدکه بین هردوعددحقیقی، عضوی‌از دسته $[a]$ موجود است (a عضو دلخواهی از مجموعهٔ اعداد حقیقی است).

حل: g یك‌رابطه هم‌ارزی‌نیست، زیرا خاصیت انعکاسی را ندارد ($a-a=0$ گنگ نیست)، ولی f یك رابطه هم‌ارزی است. اثبات اینکه رابطهٔ f، خاصیت انعکاسی و تقارنی دارد چندان مشکل نیست، تنها خاصیت تعدی آن‌را ثابت می‌کنیم. فرض‌کنیم که $(a,b)\in f$ و $(b,c)\in f$.

بنا براین،

$$a-b\in Q \quad \text{و} \quad b-d\in Q$$

چون مجموع دوعدد گویا، گویاست؛ پس

$$(a-b)+(b-d)=a-d\in Q$$

بالنتیجه، $(a,d)\in f$.

برای اثبات (ب) کافی است ثابت کنیم که به‌ازای هر عدد گویا مانند q ،

$$[q]=Q$$

که معادل این است که $Q\subseteq[q]$ و $[q]\subseteq Q$.

فرض کنیم که $x\in[q]$ بنابر تعریف دستهٔ هم‌ارزی ، $(q,x)\in f$ یا $(x,q)\in f$ (خاصیت تقارنی f) بالنتیجه، عددگویایی‌مانند r موجوداست که $x-q=r$ یا $x=q+r$ چون حاصلجمع دوعدد گویا عددی است گویا، پس، $x\in Q$.

برای اثبات $Q\subseteq[q]$ ؛ فرض کنیم که $r\in Q$ چون $q-r\in Q$ (تفاضل دوعدد گویا یک عدد گویاست) پس $(q,r)\in f$، بالنتیجه، $r\in[q]$.

برای اثبات (پ)، کافی است ثابت کنیم که

$$[\sqrt{1}]\cap[\sqrt{2}]=\phi \quad (\text{چرا ؟})$$

فرض کنیم چنین نباشد، یعنی؛ $[\sqrt{1}]\cap[\sqrt{2}]\neq\phi$
بنابراین عددی حقیقی مانند x موجود است که

$$x\in[\sqrt{1}],\ x\in[\sqrt{2}]$$

چون $x\in[1]$ پس $x-1\in Q$. از طرفی $x\in[\sqrt{2}]$ پس $x-\sqrt{2}\in Q$. چون تفاضل دوعدد گویا عددی است گویا ، بنابراین،

$$(x-1)-(x-\sqrt{2})\in Q,$$

$$\sqrt{2}-1\in Q.$$

که یک تناقض است. بالنتیجه با این تناقض حکم مطلوب حاصل می‌شود.

برای اثبات (ت) ؛ فرض کنیم که $a\in R$. بنابراین، دوحالت رخ می‌دهد. حالت اول؛ $a\in Q$، درچنین‌حالتی چون $[a]=Q$ پس کافی است ثابت کنیم که بین هردو عدد حقیقی یک عدد گویا موجود است.

فرض‌کنیم که x و y دوعدد حقیقی باشد به‌طوری‌که $x>y$. بنابرخاصیت‌ارشمیدس‌اعداد، اگر $b=x-y>0$ و $a=1$ آنگاه عددی طبیعی مانند n موجود است که

$$x-y>\frac{1}{n} \quad \text{یا} \quad n(x-y)>1 \qquad (1)$$

فرض‌کنیم که جزء صحیح ny برابر m باشد . بنابراین ،

$(2)\ m\leqslant ny<m+1$ از رابطه (۱)و(۲) نتیجه می‌شود که

$$y<\frac{m+1}{n}=\frac{m}{n}+\frac{1}{n}<y+(x-y)=x.$$

پس $\frac{m+1}{n}$ عدد گویای مطلوب است.

حالت دوم؛ فرض کنیم که a گنگ باشد و x و y دوعدد حقیقی دلخواهی که $x>y$. بنابر حالت اول، عدد گویائی مانند r موجود است که

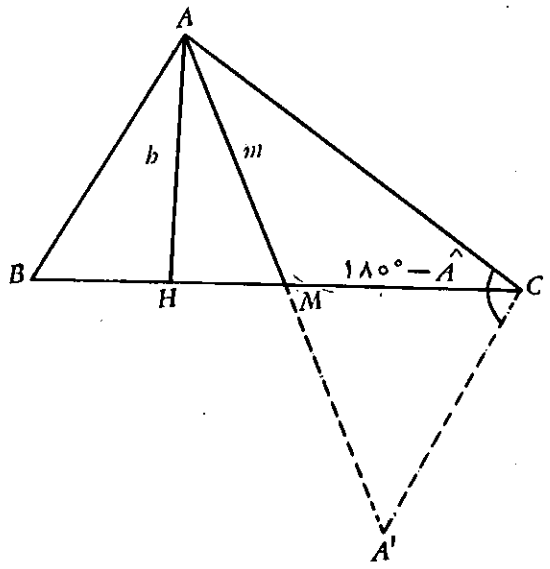
$$y-a<r<x-a.$$

یا $y<r+a<x$ ، که در آن، $a+r\in[a]$ (چرا؟)

۱۴) مطلوب است تعیین مثلثی که ازآن میانه و ارتفاع نظیر یک ضلع و زاویه رو به‌روی آن ضلع معلوم است؛

$$(h_a,\ m_a,\ A)$$

حل : از مثلث ABC ، $AH=h$ و $AM=m$ ، و $\hat{A}$ است. برای‌رسم‌مثلث،مثلث AHM (با معلومات‌دوضلع AH، AM و $\hat{H}=90°$) قابل رسم است. بعد از رسم این مثلث AM را به‌اندازه خود تا A' امتداد می‌دهیم. اگر ABC مثلث مطلوب باشد، چهارضلعی $ABA'C$ متوازی‌الاضلاع‌است. زیرا، قطرهای آن یکدیگر را نصف کرده‌اند. بنابراین، $\widehat{ACA'}=180-\hat{A}$. پس اگر روی AA' کمان در خور $180°-\hat{A}$ را رسم‌کنیم، امتداد HM کمان در خور را در رأس C قطع می‌کند. با جداکردن MB مساوی MC، رأس B نیز به‌دست می‌آید.



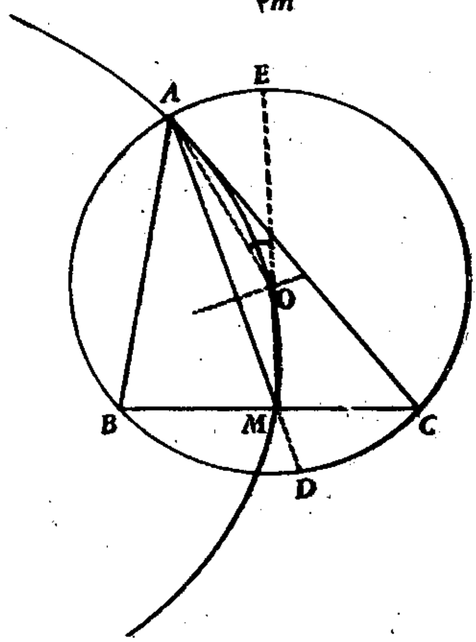
۱۵) مطلوب است رسم مثلثی، که از آن، یك ضلع و میانهٔ نظیر آن ضلع و تفاضل دو زاویه مجاور معلوم باشد.

حل: به‌فرض اینکه ABC مثلث مطلوب باشد $AM=m$ و $BC=a$ و $\hat{B}-\hat{C}=\alpha$ از آن معلوم است. AM را امتداد می‌دهیم تا دایره را درنقطه D قطع کند. از تساوی

$$AM\cdot MD=MB\cdot MC$$

طول MD تعیین می‌شود؛ یعنی،

$$MD=\frac{a^2}{4m}.$$



(برای تعیین MD به‌طریق هندسی چنین عمل می کنیم: $BC=a$ را رسم می‌کنیم. از وسط آن MA را مساوی m بامتداد دلخواه می کشیم، سپس، از سه نقطهٔ A، B، و C دایره‌ای عبور می‌دهیم تا امتداد AM را در D قطع کند.)
عمود منصف BC از نقطهٔ O، مرکز دایرهٔ محیطی مثلث، می‌گذرد و کمان $\widehat{BAC}$ را در E به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. به‌سادگی می‌توان دریافت که

$$\widehat{AOE}=\hat{B}-\hat{C}=\alpha.$$

از آنچه‌گفته شد روش رسم مثلث به‌شرح ذیل به‌دست‌می‌آید: $AM=m$ را رسم می کنیم، روی آن کمان در خور زاویهٔ $(180^\circ-\alpha)$ را می کشیم، AM را به‌اندازهٔ $\frac{a^2}{4m}$ تا نقطهٔ D امتداد می‌دهیم. چون O (مرکز دایرهٔ محیطی مثلث) روی این کمان درخور است، بنابراین، عمودمنصف AD کمان در خور را درنقطهٔ O قطع می کند. حال می‌توانیم دایرهٔ محیطی مثلث را به مرکز O وشعاع OA رسم کنیم. از M خطی بر OM عمود می کنیم تا دایره را در دو رأس B و C قطع کند. مثلث ABC مثلث مطلوب است.

۱۶) فرض کنید α یك ریشهٔ معادلهٔ $x=tg\,x$ باشد. ثابت کنید

$$\int_0^1 \sin^2\alpha t\,dt=\frac{\alpha^2}{2(1+\alpha^2)} \quad \text{و}$$

$$\int_0^1 \cos^2\alpha t\,dt=\frac{2+\alpha^2}{2(1+\alpha^2)}.$$

اگر α و β دو ریشهٔ متمایز همان معادله باشند، ثابت کنید

$$\int_0^1 \sin\alpha t\cdot\sin\beta t\,dt=0 \quad \text{و} \quad \int_0^1 \cos\alpha t\cdot\cos\beta t\,dt=\cos\alpha\cdot\cos\beta$$

حل: اگر $\alpha=0$، حکم بدیهی است. پس فرض کنیم که $\alpha\neq 0$. می‌دانیم که $\sin^2\alpha t=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha t)$ بنابراین، با توجه به‌اینکه $\alpha=tg\alpha$،

$$\begin{aligned}\int_0^1 \sin^2\alpha t\,dt&=\frac{1}{2}\int_0^1(1-\cos 2\alpha t)dt\\&=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2\alpha}\sin 2\alpha t\right)\Big|_0^1\\&=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{tg\alpha}{1+tg\alpha^2}\right)\\&=\frac{\alpha^2}{2(1+\alpha^2)}\end{aligned}$$

و،

$$\int_0^1 \cos^2\alpha t\,dt=\int_0^1(1-\sin^2\alpha t)dt=$$

$$=1-\frac{\alpha^2}{2(1+\alpha^2)}=\frac{2+\alpha^2}{2(1+\alpha^2)}$$

حال فرض می کنیم که α و β دو ریشهٔ متمایز معادلهٔ $x=tgx$ باشند. بنابراین $\alpha=tg\alpha$ و $\beta=tg\beta$ و

$$\alpha-\beta=tg\alpha-tg\beta=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

از اینجا نتیجه می‌شود که $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\alpha-\beta}=\cos\alpha\cos\beta$. به‌طریق مشابه ثابت می‌شود $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\alpha+\beta}=\cos\alpha\cos\beta$. بنابراین

$$\int_0^1 \sin\alpha t\sin\beta t\,dt=\frac{1}{2}\int_0^1[\cos(\alpha-\beta)t-\cos(\alpha+\beta)t]dt$$

$$=\left(\frac{1}{2(\alpha-\beta)}\sin(\alpha-\beta)t-\frac{1}{\alpha+\beta}\sin(\alpha+\beta)t\right)\Big|_0^1$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\alpha-\beta}-\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\alpha+\beta}\right]=0$$

برای اثبات قسمت دوم،

$$\int_0^1 \cos\alpha t\sin\alpha t\,dt=\int_0^1\cos(\alpha+\beta)t\,dt=$$

$$=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\alpha+\beta}=\cos\alpha\cos\beta.$$

۱۷) فرض کنید که $tgx+tgy=2$. ثابت کنید که $\sin^2x+\sin^2y$ در $x=y=\frac{\pi}{4}$ دارای یك ماکزیموم است. همین حکم را دربارهٔ $\sin^3x+\sin^3y$ ثابت کنید. درمورد $\sin^4x+\sin^4y$ چه حکمی می‌توان کرد؟

حل: داریم

$$\sin^2x+\sin^2y=\frac{tg^2x}{1+tg^2x}+\frac{tg^2y}{1+tg^2y}=$$

$$\frac{(tgx+tgy)^2}{(1+tg^2x)(1+tg^2y)}=\frac{4}{1+(tgx+tgy)^2-tgxtgy}$$

$$=\frac{4}{5-tgxtgy}$$

شرط اینکه $\sin^2x+\sin^2y$ ماکزیموم داشته باشد آن است که مخرج کسر کمترین مقدار را داشته باشد. بنابراین، برای چنین منظوری می‌بایستی $tgxtgy$ بیشترین مقدار را طوری اتخاذ کند که مخرج مثبت باشد. با توجه به اینکه $tgx+tgy$ مقدار ثابتی است، پس $tgx=tgy$. بنابراین، $2tgx=2$ یا $tgx=1$. بالنتیجه، $x=y=\frac{\pi}{4}$. برای قسمت بعدی روشی را اتخاذ می‌کنیم که درحالت کلی مسائل مشابه را می‌توان بدان روش ثابت کرد. فرض کنیم که

$$(2)\ tgx+tgy=2 \quad \text{و} \quad (1)\ z=\sin^3x+\sin^3y$$

چون y را می‌توان برحسب x معین نمود، پس z تابعی از x است. بنابراین، از (۱) و (۲)،

$$\begin{cases}\dfrac{dz}{dx}=3\cos x\sin^2x+3y'\cos y\sin^2y\\ 1+tg^2x+y'(1+tg^2y)=0\end{cases}$$

$$y'=\frac{-(1+tg^2x)}{1+tg^2y}=-\frac{\cos^2y}{\cos^2x}$$

ازطرفی،

$$\frac{dz}{dx}=3\cos x\sin^2x-\frac{3\cos^2y}{\cos^2x}\cos y\sin^2y$$

$$=\frac{3}{\cos^2x}(\cos^3x\sin^2x-\cos^3y\sin^2y)$$

$$=\frac{3}{\cos^2x}(\cos^3x-\cos^5x-\cos^3y+\cos^5y)$$

$$=\frac{3}{\cos^2x}(\cos y-\cos x)(\cos^4y+\cos^3y\cos x+\cos^2y\cos^2x+\cos y\cos^3x+\cos^4x-\cos^2x-\cos^2y-\cos x\cos y)$$

حال اگر $\cos y-\cos x=0$ آنگاه $\frac{dz}{dx}=0$ ، با توجه به اینکه $tgx+tgy=2$ ، نتیجه می‌شود که $x=y=\frac{\pi}{4}$. به ازای $x=y=\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{d^2z}{dx^2}<0$. بنابراین تابع z دراین نقطه دارای ماکزیموم است.

۱۸) فرض کنیم که $n=p_1\cdots p_k$ عددطبیعی باشد، که درآن، p_iها اعداد اول دوبه‌دو متمایزند. ثابت کنید که

$$nZ=p_1Z\cap\cdots\cap p_kZ=\bigcap_{i=1}^k p_iZ$$

حل: می‌دانیم که $nZ=\{x|u=nz$ که z از Z موجود است$\}$. بنابراین، بدیهی است که به‌ازای هر i ، $nZ\subseteq p_iZ$. بالنتیجه،

$$nZ\subseteq\bigcap_{i=1}^k(p_1Z) \qquad (1)$$

اینك، عکس جزئیت فوق را ثابت می‌کنیم. فرض کنیم که $x\in\bigcap_{i=1}^k p_iZ$ ، بنابراین z_iای از Z هست که $x=p_iz_i$ بالنتیجه x بر p_iها بخشپذیر است و چون p_iها نسبت به هم اولند، پس، x برحاصلضرب آنها بخشپذیر است. بنابراین، zای از Z موجود است که

$$x=(p_1\cdots p_k)z=nz)$$

یا $x\in nZ$ ، از اینجا نتیجه می‌شود که $\bigcap_{i=1}^k p_iZ\subseteq nZ$ (۲) .

از (۱) و (۲) نتیجهٔ مطلوب حاصل می‌شود.

۱۹) فرض کنید که $0<a<b$ و

$$f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & x \\ a & b & a+b & x^2 \\ a^2 & b^2 & (a+b)^2 & x^3 \\ a^3 & b^3 & (a+b)^3 & x^4 \end{vmatrix}$$

بدون محاسبهٔ دترمینان، معین کنید که $f(x)=0$ دارای چهار ریشهٔ دو به دو متمایز است. سپس، حد $\frac{f(x)}{x}$ را وقتی که $x\to\frac{a+b}{2}$ ، به‌دست آورید.

حل: به‌ازای $x=0$ درایه‌های ستون آخر صفر است. بنابراین $f(0)=0$. ازطرفی ستون آخر $f(a)$ ، $f(b)$ ، و $f(a+b)$ ، به‌ترتیب، a برابر ستون اول، b برابرستون دوم، و $(a+b)$ برابرستون سوم است. بالنتیجه،

$$f(a)=f(b)=f(a+b)=0$$

چون 0 ، a ، b ، و $a+b$ اعداد متمایزی هستند و در معادلهٔ $f(x)=0$ صدق می‌کنند، همچنین، $f(x)$ معادله‌ای حداکثر از درجه چهاراست (کافی است که دترمینان را نسبت به‌ستون آخر درنظر بگیریم) دراین صورت معادلهٔ فوق دقیقاً چهار ریشه دارد. بنابراین،

$$f(x)=x(x-a)(x-b)(x-a-b)K,$$

که درآن، K یك عدد ثابت است و با قرار دادن یك عدد خاص به‌جای x (مثلاً، $x=-1$)، ومحاسبهٔ دترمینان فوق، مقدار $ab(b-a)$ برای K حاصل می‌شود. ضابطهٔ $f(x)$ به‌صورت ذیل است:

$$f(x)=ab(b-a)x(x-a)(x-b)(x-a-b)$$

چون $\frac{f(x)}{x}$ یك چند جمله‌ای است، پس،

$$\lim_{x\to\frac{a+b}{2}}\frac{f(x)}{x}=ab(b-a)\left(\frac{a+b}{2}-a\right)\left(\frac{a+b}{2}-b\right)\left(\frac{a+b}{2}-a-b\right)=\frac{1}{8}ab(b-a)^3(a+b)$$

۲۰) برمبنای یك استدلال احتمالاتی اتحاد زیررا ثابت کنید $(N>n)$:

$$1+\frac{(N-n)}{N-1}+\frac{(N-n)(N-n-1)}{(N-1)(N-2)}+\dots+\frac{(N-n)\cdots 2\cdot 1}{(N-1)\cdots(n+1)n}=\frac{N}{n}$$

[راهنمایی: ظرفی حاوی N توپ است که n تای آنها سفید است. توپها را بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. احتمال این پیشامد را حساب کنید که سر انجام توپ‌سفیدی خارج شود.]

حل: باتوجه به‌راهنمایی، فرض کنید

W_i : توپ سفید در دفعهٔ i م خارج شود

روشن است که W_i ها دو به دو ناسازگارند و

$$P(W_1)+p(W_2)+\dots+P(W_{N-n-1})=1$$

زیرا، دراستخراج $N-n-1$ م کلیه توپهای سیاه خارج شده‌اند و در استخراج بعدی حتماً توپ سفید خارج خواهد شد. بنابراین، چون

$$P(W_1)=\frac{n}{N}$$

$$P(W_2)=\frac{N-n}{N}\cdot\frac{n}{N-1}$$

$$\vdots$$

$$P(W_{N-n-1})=\frac{N-n}{N}\cdot\frac{N-n-1}{N-1}\cdots\frac{N-n-(N-n-1)}{N-(N-n-1)}\cdot\frac{n}{n}$$

درنتیجه،

$$\frac{n}{N}+\frac{N-n}{N}\cdot\frac{n}{N-1}+\dots+\frac{N-n}{N}\cdot\frac{N-n-1}{N-1}\cdots\frac{1}{n+1}\cdot\frac{n}{n}=1$$

و یا

$$\frac{n}{N}\left[1+\frac{N-n}{N-1}+\dots+\frac{(N-n)\cdots 2\cdot 1}{(N-1)\cdots(n+1)}\right]=1$$

وسرانجام باضرب طرفین تساوی فوق در $\frac{N}{n}$ ، نتیجه مطلوب به‌دست می‌آید.

پاسخهای استدلالهای معمائی

۱ـ پاسخ ٪۷۲/۶ یا $\frac{2\pi-4}{\pi}$ است. فرض می‌کنیم که نمودارمورد نظرشامل مجموعه‌ای نامتناهی ازحلقه‌ها باشد. از آنجاکه‌همهٔ حلقه‌ها ازنظرهندسی‌متشابه‌هستند، درصدفضای‌سایه زده شده بین هردایره ومربع محاط درآن در همهٔ موارد دیگر یکسان است. بنابراین کافی است که درصد مساحت سایه زده شدهٔ میان یکی‌ازحلقه‌ها ومربع درون آن را محاسبه کنیم، تا پاسخ معما یعنی کل درصد سطوح سایه زده شده به‌دست آید:

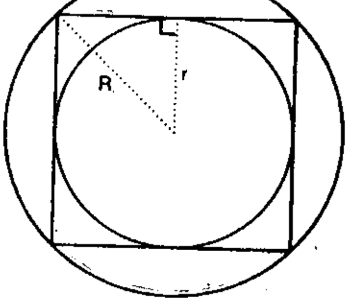
$$\frac{\text{مساحت سایه‌زده شده}}{\text{مساحت حلقه}}=\frac{\pi R^2-(2r)^2}{\pi R^2-\pi r^2}$$

با توجه به قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$r^2+r^2=R^2 \text{ یا } r^2=\frac{R^2}{2}$$

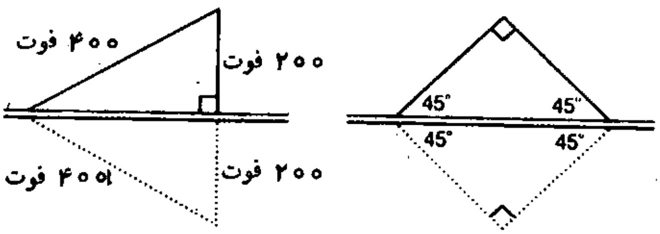
وازآنجاخواهیم داشت:

$$\frac{2\pi-4}{\pi}=٪۷۲/۶$$



۲ـ پاسخ ۸/۳۶ فوت مکعب است. هرسلول باکتری در۲۴ ساعت ۷۲ بارتقسیم وتکثیرمی‌شود وروی هم رفته 2^{72} سلول جدید تولید می کند. می‌دانیم که حجم کرهٔ زمین $\frac{4}{3}\pi(4000)^3$ مایل مکعب است. پس حجم‌سلول مادرمی‌شود $[\frac{4}{3}\pi(4000)^3]\div 2^{72}$ مایل مکعب. حال با ضرب کردن این عدد در 5280^3 پاسخ برحسب فوت مکعب حاصل می‌شود. بنابراین ملاحظه می‌شودکه کریکتون به راه خطا* رفته است و سلول باکتری‌اولیه نمی‌تواند با این سرعتی‌که او می گوید، رشدکند.

۳ـ پاسخ معما عبارت است از۴۰۰ فوت و۲۰۰ فوت برای آغل کشاورز «الف» و°۴۵، °۹۰ و°۴۵ برای آغل دیگر. فرض می‌کنیم درهردو مورد یاد شده یك‌کشاورزفرضی درآن سوی دیوار (و درست چسبیده به آن) آغلی باهمان مشخصات وقرینهٔ آغلهای دوکشاورز بسازد.



بدین ترتیب آغل مضاعف‌کشاورز «الف» به شکل یك مثلث بزرگ درخواهد آمد، که طول محیط آن ۱۲۰۰ فوت خواهد شد. همان گونه‌که درصورت مسئله اشاره رفت، مثلث متساوی الاضلاع نسبت‌به‌دیگرمثلثهای هم محیط بیشترین مقدار مساحت را دارد. بنابراین چنانچه آغل مضاعف‌کشاورزما و همتای فرضی اوهرشکل دیگری جزاین باشد، آغل کشاورز «الف»که نیمی‌ازکل مساحت‌آن را تشکیل‌می‌دهد، نمی‌تواند دارای بیشترین مقدارمساحت باشد. به همین روال، کشاورز «ب» وهمتای فرضی اونیزباید درمجموع آغلی به شکل مربع بناکنند، چه مساحت هرچهارضلعی هم محیط دیگرازمساحت مربع موردنظر کمترخواهد بود و دراین صورت آغل‌کشاورز «ب» لزوماً نمی‌تواند بیشترین مساحت را دارا باشد.

۴ـ پاسخ ۸/۰۳ سانتی متراست، چرا؟ خطای محاسبه ناشی‌ازآن است‌که تصورکنیم مسیرحرکت سوزن را یك خط

بقیه درصفحه ۲۷

* در کتاب **زیست شناسی** سال چهارم علوم تجربی چاپ ۱۳۶۴، تحت عنوان **«تولید مثل باکتریها»** درصفحات ۲۰۴ و ۲۰۵ چنین می‌خوانیم: «... هرگاه یك سلول باکتری‌که درهر۲۰ دقیقه یك بارتقسیم می‌شود باتصاعد هندسی به مدت ۴۸ ساعت در محیط مناسبی رشدنماید، وزن تودهٔ حاصل چهارهزار برابر وزن کرهٔ زمین خواهد بود! ولی چون پس‌ازمدتی شرایط محیط زیست برای رشد وتکثیر نامُساعد می‌گردد، هرگزتعداد باکتریها به این حدنمی‌رسد...» ما نیزشما خوانندهٔ عزیزرا فرامی‌خوانیم تا بااستفاده ازشیوهٔ استدلال طراح این معما ومقایسهٔ وزن (جرم) زمین باوزن سلول باکتری اولیه، درستی ونادرستی ادعای پژوهشگران میکرب شناس را بررسی‌کنید. (مترجم)

برادرمحمد طاهرشعاعی و برادرحسین کرمانی

جوابهای شما برای مسائل شمارهٔ ۵ـ۶ متأسفانه بعداز چاپ مجلهٔ رشد شمارهٔ ۸ به‌دست مارسیدکه به‌این ترتیب از درج آنها دربخش حل مسائل به‌نام خودتان، معذورهستیم.

برادرحمید رضا شاطری

نامهٔ شمارا دریافت‌کردیم وابرازتمایل‌شمابرای‌همکاری بامجله، مایهٔ خوشوقتی ماست. اولین مطلب شما درمورد نحوهٔ یافتن تعداد جملات $(x_1+\dots+x_n)^m$ به‌طوراصولی تنظیم نشده‌است، به‌خصوص‌وقتی‌که m و n اعداد دلخواهی هستند، پیچیدگی‌عبارتهای جبری برحست m وn درك مطلب را دشوار می‌کند وبه‌نظرمی‌آید بااستفاده ازضرایب دوجمله‌ای، بتوانید مطالب خود را مختصرترومنظم‌تر ارائه نمایید. تلخیص وتنظیم مطالب باتوجه به‌نکات فوق، امکان درج آن را به‌عنوان یك مقاله مقدور می‌سازد.

مسائلی‌که برای‌درج درمجله ارسال‌کرده‌اید، جالب ولی فاقد راه حل هستند. درصورتی‌که راه حلهای‌کوتاه وابتکاری برای آنها دارید، ارسال فرمایید تادرمجله درج شوند.

برادرمنصور ایوبی

دستورها وقواعدی‌که به‌دست‌آورده‌اید، جالب‌توجه‌اند ولی بهتربودکه برای این دستورها وقواعد برهان واستدلال هم ارائه می‌کردید. شاید قواعد شما برای‌کسانی‌که بابرنامهٔ فعلی درکنکور شرکت می‌کنند، مفید باشد ولی اینگونه‌کارها را نمی‌توان درشمارفعالیتهای ریاضی محسوب‌کرد. امیداست که سعی وکوشش خود را درآتیه، درجهت درك مفاهیم ریاضی وبه‌دست‌آوردن روشهای منظم ومستدل ریاضی‌معطوف دارید.

برادرجعفر کاظمی

درجواب اثباتی‌که برای اصل توازی آورده‌اید، توجه شما رابه نکات زیرجلب می‌کنیم: درهندسهٔ اقلیدسی تعریف دوخط موازی چنین است ـ هرگاه دوخط راست دریك صفحه بوده و نقطهٔ مشترك نداشته باشند، نسبت به‌هم موازی نامیده می‌شوند. تعریف هم فاصلگی، یعنی قبول اصل وجود دوخط راست هم فاصله، یکی ازمعادلهای اصل پنجم اقلیدس است؛ یعنی باقبول‌آن، اصل‌پنجم‌اقلیدس‌ثابت می‌شود. علت اینکه‌این تعریف ـ برای توازی دوخط ـ به‌کار برده نمی‌شود، آن است که درهندسه‌های غیر اقلیدسی، مکان هندسی، انتهاهای عمودهایی‌که ازنقاط یك خط راست ودریك طرف خط برآن اخراج می‌شوند، خط راستی نیست.

برای روشن شدن مطلب، اصل پنجم هندسهٔ اقلیدسی و برخی ازمعادلهای آن را در زیرمی‌آوریم.

اصل پنجم ـ اگردوخط به‌وسیلهٔ موربی‌چنان قطع شوند که مجموع اندازه‌های دوزاویهٔ متقابل درونی دریك طرف خط مورب، کمتراز °۱۸۰ باشد دراین صورت دوخط یکدیگر را درآن طرف مورب قطع می‌کنند.

اصول زیرمعادل اصل بالا هستند.

۱ـ ازهرنقطهٔ خارج خط مفروض فقط یك خط می‌توان بموازات آن خط رسم کرد.

۲ـ مجموع زاویه‌های هرمثلث، °۱۸۰ است.

۳ـ وجود شکلهای متشابه؛ یعنی دومثلث که همنهشت (قابل انطباق) نباشند ولی زاویه‌های آنها باهم مساوی باشد.

۴ـ خطهای راست هم فاصله؛ یعنی اگردونقطهٔ متمایزاز یك خط d ازخط دیگر d' به‌یك فاصله باشد، هرنقطهٔ خط d از خط d' به همان فاصله است.

درخاتمه، برای‌کسب‌اطلاع بیشتر، توجه‌شما رابه‌کتاب، هندسه‌های‌اقلیدسی ونااقلیدسی، تألیف ماروین‌جی گرینبرگ،

ترجمهٔ م. ه. شفیعیها، از انتشارات مرکز نشر دانشگاهی، جلب می‌کنیم.

برادر کاظم بادپای و محمد رضا پورخلیلی

چون جواب شما به مسئلهٔ مندرج درشمارهٔ ۷ دیرتر از موعد واصل گردید، امکان درج آن دربخش مسابقه مقدور نشد.

برادرجلال بدری

مقدار $\pi(a+b)$ محیط بیضی را باتقریب می‌دهد ولی هرچه بیضی کشیده‌تر باشد (یعنی اختلاف a و b بیشترشود)از دقت تقریب کاسته‌می‌شود. برای محاسبهٔ تقریبی محیط بیضی با هرمیزان دقتی که مورد نظر باشد، می‌توان انتگرالهای مربوطه را بتقریب مورد لزوم حساب کرد.

برادرسعید ذاکری

اگربه مقالهٔ امتناع تثلیث زاویه و... مندرج درمجلهٔ رشد آموزش ریاضی ۵-۶، یا هرمقاله‌ای دراین زمینه نظر دقیق بیفکنید متوجه خواهید شدکه تثلیث زاویه و... به‌شرطی ممتنع است که خود را مقید به هندسه اقلیدسی کنیم وجواب دقیق برای مسئله بخواهیم. درصورتی‌که از ابزارهای دیگر استفاده کنیم ویاجواب را به طورتقریبی بخواهیم، البته، مسئله دیگرممتنع نیست. همانطورکه خودشما هم اشاره کرده‌اید راه حل ارائه شده درکتاب مورد ذکر شما تقریبی است وعلت‌آن است‌که درشکلی‌که رسم کرده‌اید درصورت محاسبهٔ طول OK، برحسب زاویهٔ FOC، متوجه خواهید شدکه مثلاً با دوبرابر کردن زاویهٔ FOC،طول OK دوبرابرنمی‌شود، درصورتی‌که باید چنین شود، چون تقسیم زاویه به سه قسمت برمبنای تقسیم OK به‌سه قسمت مساوی است.

به‌نامهٔ قبلی شما درشمارهٔ ۹ پاسخ داده‌ایم‌که حتماً تاکنون‌پاسخ رامشاهده فرموده‌اید.

درخصوص شماره‌های ۱ و۲ مجله به‌اطلاع می‌رسانیم که این شماره‌ها نایاب است وچون مورد تقاضای عدهٔ‌کثیری است، انشاءاله به‌نحوی‌نسبت به‌تجدید چاپ‌آن درآینده اقدام خواهیم کرد.

برادر شمس‌اله قندی - دانش‌آموز سوم راهنمایی

قاعده‌ای‌که برای محیط‌بیضی به‌دست‌آورده‌اید، درست نیست، کافی است آن را درمورد دایره، که حالت خاصی‌از بیضی‌است، امتحان وملاحظه کنیدکه مطابق قاعدهٔ شما برای π (نسبت قطردایره به‌محیط‌آن) مقداری بیش‌از۴ به‌دست می‌آید.

محاسبهٔ محیط بیضی، به‌کمك روشهای حساب انتگرال، منجربه انتگرالی می‌شودکه می‌توان آن را با هرمقدار دقت مورد نظر، البته بتقریب حساب‌کرد.

برادرعباس‌کرمی - تهران

پاسخهای شما به‌تعدادی ازمسائل مندرج درمجلهٔ شمارهٔ ۸ واصل شد. راه حلهای شما درست است‌گرچه درمواردی می‌توان آنها را کوتاهترکرد. متأسفانه به‌علت زیر چاپ بودن مجلهٔشمارهٔ ۱۰، امکان درج‌جوابها به‌نام‌شما مقدورنشد. درج پاسخهای درست خوانندگان درمجله به‌شرطی مقدوراست که این جوابها حداکثرتادوماه بعدازانتشار هرشماره به‌دست ما برسد.

برادرالهویردی رضازاده - دانش‌آموز- ارومیه

راه حل شما برای مسئله کتاب، که ازطریق شمارش مستقیم درکتاب حل شده، کلی ودرست است. در واقع شما برای شمارش تعدادکارتهایی که حرف a روی‌آنها قراردارد، حرف a راکه روی کارت وجود دارد کنارمی‌گذارید وازسه حرف باقیمانده ۲ حرف را انتخاب می‌کنیدکه به $3=\binom{3}{2}$ صورت امکان‌پذیراست. بقیهٔ نوشته‌های شما هم مبنی براین استدلال است.

برادرشهرام طالبی - دانش‌آموز- بندرعباس

ازابرازمحبت شما نسبت به‌مجله سپاسگزاریم ومتذکر می‌شویم که

۱- سازمان پژوهش و برنامه ریزی ، اقداماتی درجهت بهبود درتوزیع مجله، ازجمله تعیین نمایندهٔ فروش درمراکز

شهرها، صورت داده که امید واریم موجب رسیدن سریعتر مجله به‌دست تعداد زیادتری خواننده شود.

۲ـ همانطور که اشاره کرده‌اید، روی سخن اصلی ما با دبیران محترم ریاضی‌است، مع‌هذا دانش‌آموزان را هم ازنظر دورنداشته‌ایم واغلب‌مسائل درسطح‌دانش‌آموزان است. درنظر داریم که تعداد مقالات مورد استفادهٔ دانش‌آموزان را بیشتر کنیم تامجله برای این عزیزان قابل استفاده‌ترشود.

۳ـ پیشنهادشمادرمورد گسترده‌ترکردن بخش‌معرفی کتاب بجاست. دراین راه بیشترخواهیم کوشید.

۴ـ توصیهٔ شمارا به دفترامورکمک آموزشی وکتابخانه‌ها ـوزارت آموزش وپرورش درهمینجا منعکس می‌کنیم تا در صورت امکان، نسبت به‌تجدید چاپ کتابهای ریاضی خودو از جمله متمم جبروآنالیز اقدام‌کنند.

۵ـ برای تهیه شماره‌های قبل، با بخش توزیع مکاتبه کنید تا درصورت موجود بودن، این شماره‌ها را برای شما بفرستند.

خواهر متین مهریار ـ دانش آموزسال دوم ریاضی فیزیك ـ رشت

نظرشما درخصوص تصویرروی جلد مجلهٔ شمارهٔ ۷ کاملاً درست است. جسمی به‌این شکل؛ به طوری‌که همهٔ قطعات سازندهٔ آن مکعب باشد، نمی‌تواند وجود خارجی داشته‌باشد.

دلیل آنکه درمواردی تصاویرروی جلد باتوضیح همراه نیستند، این است که اغلب آنهاکارهای هنرمندانه‌ای هستندکه ازترکیب اشکال ریاضی به‌وجود آمده‌اند واهمیت آنها فقط درزیبایی آنهاست. این آثار رامی‌توان مانند تابلوهای نقاشی تلقی کرد جزاینکه درطرح آنها اشکال ریاضی مقام ویژه‌ای دارند.

درخصوص درج مطالبی‌خاص دبیران راهنمایی

خواهرجلال زاده ـ اردبیل

نوشتهٔ شما را دراختیارمؤلفین کتاب اول راهنمایی‌قرار داده شد. کتاب راهنمایی‌اول کلاً بازنویسی شده وچه بسا اکثر ایرادهای شما برطرف شده است.

برادران علی وکیلی زارچ ـ حسن شعبانی سلطانمرادی ـ احمد علی تقی‌بیگی

مطالب شما رسید.

اخبار گروه ریاضی دفتر تحقیقات وبرنامه ریزی درسی

● آموزش «مدرسین ریاضی دورهٔ راهنمایی» با همکاری دفتر آموزش ضمن خدمت وگروه ریاضی دفتر تحقیقات و برنامه‌ریزی، از تاریخ ۲۶ تیرماه لغایت ۷ مرداد ماه ۱۳۶۵ در مرکز تربیت معلم شهید رجائی لاهیجان برگزار شد.

در این دوره ۳۵۰ نفر مدرسین ریاضی راهنمائی ضمن آشنا شدن با روشهای جدید آموزش ریاضی، کتابهای جدیدالتألیف ریاضی اول و دوم را همراه با مؤلفین این‌کتابها مورد بررسی قرار دادند و با روش تدریس آنها آشنا شدند. این مدرسین بعداً در مناطق آموزشی خود به دبیران ریاضی راهنمائی آموزش خواهند داد.

● برادران میرزا جلیلی و محسن حسام‌الدینی‌کارشناسان گروه ریاضی دفترتحقیقات ازتاریخ ۶۵/۵/۲ لغایت ۶۵/۵/۱۲ ازطرف سازمان پژوهش وبرنامه‌ریزی در سی وهشتمین‌کنفرانس بین‌المللی‌آموزش ریاضی درانگلستان شرکت کردندکه گزارش آن در شمارهٔ ۱۱ مجله خواهدآمد.

Contents

Roshd, Magazine of Mathematical Education, Vol III No. 10,. Summer 1986 Mathematics Section, 274 BLDG-No. 4 Ministry of Education Iranshahr Shomali Ave., Tehran - Iran.

A. Publication of Ministry of Education; Islamic Republic of Iran.