

ISSN:1735-4943
پيامك ۳۰۵۵۸۹۹۵۱۲

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

په ماهان

دوره اول متوسطه

رشد

رایج

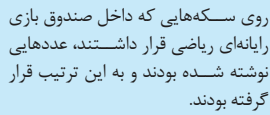
وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir

دوره بیست و هشتم
شماره ۱۱۹/ ۳۴ صفحه
سپتامبر ۱۳۹۹
۳۵۰۰۰ ریال

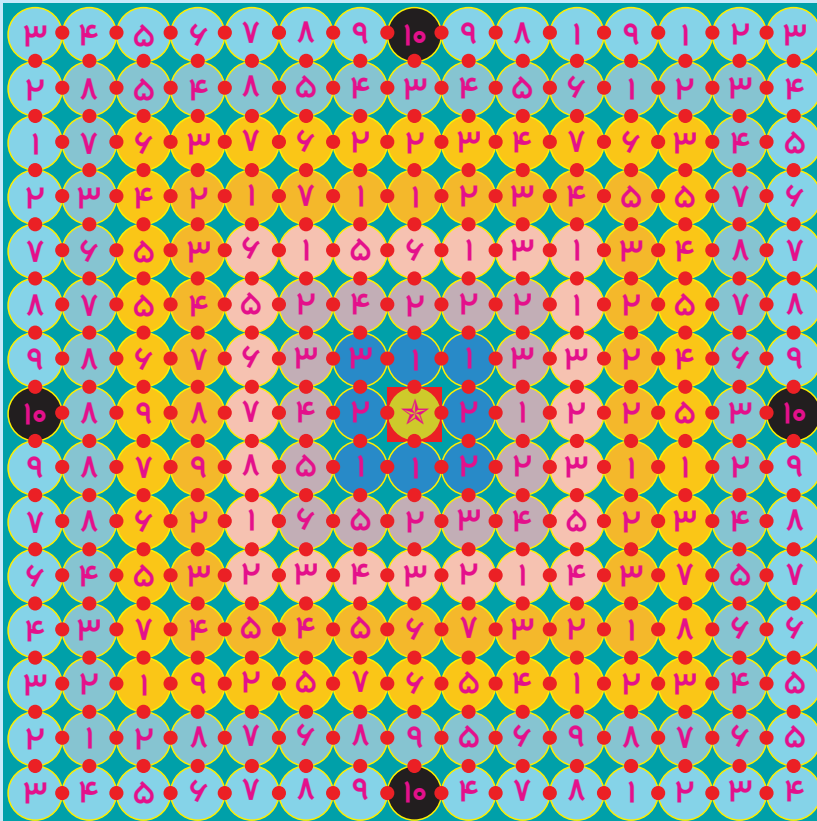
۵

ریاضی دانان معاصر ایران
ابوالقاسم قربانی





دنیالہ
وارزونه



۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱؛ ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱؛ ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱؛ ... ۳، ۲، ۱؛ ۲، ۱؛ ۱؛ استار؛ ۵

نباید جایی از قانون را دوباره تکرار کنید و عددی‌هایی را که مشابه و در یک موقعیت هستند، بیشتر از یک بار تکرار کنید. فقط یک مسیر برای رسیدن به مرکز ستاره‌دار این صفحه وجود دارد.

ریاضی شما هم هستی دان

حسین نامی ساعی

جمله nام	۱۶	۱۴	۱۲	۱۰	۸	۶	۴	۲
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
n	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱

از محسن پرسیدم: «جمله آخری (nام) بر حسب عدد طبیعی (n) چه فرمولی دارد؟ یا بهتر بگویم؛ فرمولی را پیدا کن تا بر حسب (n) ارتباط بین جمله‌ها را در این دنباله نشان دهد.»
محسن با کمی راهنمایی من نوشت:

اولین جمله:	$\frac{2 \times 1}{1+1}$
دومین جمله:	$\frac{2 \times 2}{2+1}$
سومین جمله:	$\frac{2 \times 3}{3+1}$
چهارمین جمله:	$\frac{2 \times 4}{4+1}$
و آخرین و nامین جمله:	$\frac{2 \times n}{n+1}$

من و بچه‌ها بیشتر از محسن خوش حال شده بودیم. به محسن نگاهی کردم و گفتم: «تو ثابت کردی که نه تنها ریاضی را خوب می‌فهمی، بلکه کاری را انجام دادی که ریاضی‌دانان انجام می‌دهند. کار ریاضی‌دانان مشاهده دقیق و کشف ارتباط بین پدیده‌ها و اتفاق‌ها، پیدا کردن قانون و قانونمند کردن ارتباط‌ها، و الگوسازی، مدل‌سازی و فرمول‌سازی برای آن‌هاست که تو امروز این کار را خیلی خوب انجام دادی.»

سلام بچه‌ها! این یک خاطره خوب از یک روز تدریس بود. دوستان خوبم، ریاضی بلد بودن و حتی مثل یک ریاضی‌دان بودن سخت نیست. فقط لازم است تمرین کنیم و یاد بگیریم که: خوب مشاهده کنیم، ارتباط بین تک‌تک اجزایی را که مشاهده می‌کنیم، بیابیم و برای آن‌ها الگو و مدل بسازیم و با فرمولی ثابت آن‌ها را توصیف کنیم و به دیگران یاد بدهیم. دوستان عزیز، در ماه بهمن و طلیعه ایام درخشان دهه مبارک فجر هستیم. ۲۲ بهمن سالگرد پیروزی انقلاب اسلامی ایران بر همه مبارک.

همه چیز داشت خیلی خوب پیش می‌رفت که یک‌دفعه محسن دستش را بالا آورد و گفت: «آقا من از ریاضی هیچ چیزی نمی‌فهم!» سکوت کلاس را فرا گرفت. همه نگاه‌ها به سمت محسن خیره شد که در آخر کلاس نشسته بود. محسن با گفتن این جمله آب سردی بر سر کلاس و درس گرم آن روزمان ریخت و ... من از ادامه تدریس مأیوس شدم. مائیک تخته وایت‌برد کلاس را روی میز انداختم و به طرف محسن رفتم. معلوم بود که محسن هم خیلی از این جریان خوش حال نیست. دستی روی سرش کشیدم، گفتم: «نگران نباش. ریاضی آن قدر هم که فکر می‌کنی سخت و نفهمیدنی نیست. من اطمینان دارم که تو خیلی خوب می‌توانی ریاضی را یاد بگیری و بفهمی. البته اگر بخواهی، نه تنها ریاضی را درک می‌کنی، بلکه من اطمینان دارم می‌توانی در آینده ریاضی‌دان هم بشوی!»

دست محسن را گرفتم و با هم پای تخته رفتیم. محسن در کنار من ایستاد. هر چه روی تخته نوشته بودم پاک کردم. بعد روی تخته این دنباله را نوشتم:

جمله هفتم	جمله ششم	جمله پنجم	جمله چهارم	جمله سوم	جمله دوم	جمله اول
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$\frac{14}{8}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{2}$

رو به محسن کردم و از او پرسیدم: «خب، حالا با دقت به این دنباله نگاه کن و بگو چه ارتباطی بین صورت و مخرج‌های این کسرها می‌بینی؟» محسن با کمی دقت و چند پرسش و راهنمایی‌های من پاسخ داد.

- در صورت این کسرها: اولین جمله 1×2 ، دومین جمله 2×2 ، سومین جمله 3×2 ، چهارمین جمله 4×2 است و تا آخر به همین ترتیب و مخرج کسرها هم که خیلی ساده‌اند؛ یک واحد یک واحد اضافه شده‌اند؛ اولین جمله $1+1$ ، دومین جمله $2+1$ ، سومین جمله $3+1$ ، چهارمین جمله $4+1$ و به همین ترتیب.

من و بچه‌ها از پاسخ محسن خیلی خوش حال شدیم. بعد در پایین تخته عددهای طبیعی متناظر با دنباله را زیر هر یک از جمله‌ها نوشتیم:

یس مجموع ۴۷ در سن ۱۱ سالگی، سه قلوها پیش خواهد آمد.

داستان‌های ریاضی

استاد بدون قیافه!

• داود معصومی مهوار

تمرین حل کرده بودند. همچنین برخی علاقه بیشتری داشتند یا می‌خواستند تر و فرزتر مسئله حل کنند. به آن‌ها نیز کلی تمرین اضافه‌تر داده بودم و حل کرده بودند. فاطمه که همه تمرین‌های اضافه را حل کرده بود و دست تندی داشت، گفت

فاطمه کتابی خوانده بود و در حل یکی از پرسش‌های آن مانده بود. در کلاس مسئله‌اش را به تخته زدیم:
ثابت کنید برابری $x(x+1) = x^2 + x$ یک اتحاد است.
دو هفته‌ای بود که اتحادها را درس گفته بودم و بچه‌ها خوب

و بالاخره برابری (۳) نیز بر اساس یک قرارداد خلاصه‌نویسی است که دربارهٔ توان‌ها داشتیم.

سمیه و خیلی‌ها: واقعاً به خاطر یک خلاصه‌نویسی و ... انتظار دارید قبول کنیم که استدلال کرده‌اید؟ به نظر ما نوشته‌های شما استدلال نیست.

من: الان که دلیل برابری (۱)، (۲) و (۳) را نوشته‌ام، کجای حرفم را نمی‌پذیرید؟ کجای حرفم نادرست است؟

خیلی‌ها: کل نوشته‌تان ایراد دارد و قابل قبول نیست. جزء جزء آن درست است، ولی هر چیز درستی که استدلال نیست. نوشته‌تان حتی قیافهٔ استدلال را هم ندارد.

من: شما حق ندارید قیافهٔ یک استدلال را متهم کنید. حق ندارید چهار جملهٔ مرا یکجا رد کنید. (گاهی این کار شدنی است و یادتان خواهد داد). من یک جمله شامل سه برابری (۱)، (۲) و (۳) نوشته‌ام. اگر نمی‌توانید دلیل من برای درستی (۱) را رد کنید، باید آن را بپذیرید. همین‌جور برای برابری (۲) و (۳).

اگر هیچ یک از این برابری‌ها ایرادی ندارد، حق ندارید استدلال مرا بی‌مزه و نادرست بدانید. گرچه با بی‌مزه بودن آن مشکلی ندارم. هر چه می‌خواهید بگویید، ولی استدلالم درست است و شما هم کم‌کم دارید پی می‌برید که درست می‌گویم. **سمیرا:** ولی از دید من استدلال فاطمه محکم‌تر و بهتر است. او از اتحادها کمک گرفت تا یک اتحاد را ثابت کند (همراهی بقیه).

من: شش‌دانگ حواستان را برای اینجا می‌خواستم. حواستان را خوب جمع کنید. شما درستی اتحاد مربع دو جمله‌ای و حاصل ضرب عبارت‌های مزدوج را چگونه دریافتید؟ همین‌جور نبود؟ به کمک خاصیت پخشی ضرب کردیم. نه؟ ساکت شدم. بچه‌ها هم چیزی نمی‌گفتند.

من: امروز یک ویژگی مهم استدلال را آموختید. استدلال بخش‌های کوچک‌تری دارد که هر یک جداگانه قابل بررسی هستند. اگر بررسی کردید و همهٔ بخش‌های کوچک‌تر یک استدلال را پذیرفتید، همهٔ آن استدلال را باید بپذیرید. **رد کردن یک استدلال سلیقه‌ای نیست. باید بتوانید سستی یکی از پایه‌های آن را با دلیل نشان دهید.**

سحر: ولی باور کنید که اگر ما همین حرف‌ها را زده بودیم، شما آن را به عنوان استدلال نمی‌پذیرفتید و هزار عیب و ایراد از آن می‌گرفتید.

زنگ خورد ...

*** به کتاب ریاضی نهم، فصل ۳- استدلال و اثبات در هندسه مراجعه کنید.**

که می‌تواند این تمرین را حل کند. آمد پای تخته و چنین استدلال کرد:

$$x^2 + x = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = x^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$(i) = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \quad (ii) = (x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2})$$

$$= (x + 1)x = x(x + 1)$$

خیلی خوب توانسته بود از اتحاد مربع دو جمله‌ای (i) و اتحاد حاصل ضرب عبارت‌های مزدوج (ii) کمک بگیرد. استدلالش درست بود و جای حرف نداشت. رفت و سر جایش نشست. من هم گفتم که راه‌حل خود را می‌نویسم. ببینید:

$$(i) \quad x(x+1) = x \times x + x \times 1 = x \times x + x = x^2 + x$$

کمتر کسی بود که نگاهی عادی داشته باشد و کم‌کم صدایشان در آمد که: «این چه جور اثباتی است؟»

من: استدلالم چه ایرادی دارد؟

فاطمه: چیزی که نوشته‌اید، اصلاً استدلال نیست. یک ضرب ساده است. از هیچ اتحادی کمک نگرفته‌اید. برای چه باید قبول کنیم؟

فریبا: هیچ دلیلی نیاورده‌اید. بنده خدا فاطمه، جای جای نوشته‌اش استدلال بود.

سمیه: ببخشیدها! ولی استدلال این قدر بی‌مزه می‌شود؟

من: جای خوبی هستیم. حالا و همین‌جا یکی از مهم‌ترین مشخصات استدلال را یاد می‌گیرید. شش‌دانگ حواستان را جمع کنید. به همهٔ شش‌دانگ آن نیاز دارید. فاطمه جان، لازم نیست استدلال پیچیده باشد. نباید احساس کنیم که حتماً در استدلال از اتحادهای دیگر کمک بگیریم. سمیه جان، بی‌مزی استدلال را رها کن. در استدلال باید به دنبال چیز دیگری باشیم. اما فریبا، تو درست می‌گویی. من بی‌دلیل نوشته‌ام.

ولی عددهای (۱)، (۲) و (۳) را نوشتیم تا دلیل برابری‌های هر حرف را جداگانه بنویسم. ببینید:

برابری (۱) بنا بر خاصیت پخشی ضرب نسبت به جمع نوشته شده و درست است. چنان که پیش‌تر یادتان داده‌ام، به ازای هر سه عدد حقیقی و دلخواه a، b و c داریم:

$$a(b+c) = a \times b + a \times c$$

برابری (۲) نیز متکی به این اصل است که حاصل ضرب هر عدد و یک برابر همان عدد است.

درستی این حدس توسط ابرایانه‌ها تا عدد 10^{17} تأیید شده است؛ اما کماکان اثباتی برای آن وجود ندارد. شاید صورت ساده‌تری از این مسئله‌ها شما را به فکر حل آن‌ها با طرح پرسش حل‌نشده‌ای به نام خودتان انداخته باشد.

● **تحقیق:** نشان دهید که حدس اردیش-استراوس برای وقتی که n زوج باشد و یا مضربی از ۳ باشد، قابل اثبات است: $n=3K$ و $n=2K$

با اطمینان می‌توان گفت که روزی این مسئله‌ها حل خواهند شد، حتی اگر یافتن راه‌حل، مثل قضیه آخر فرما (حکم بزرگ فرما) ۳۵۸ سال طول بکشد. البته همواره پرسش‌های حل‌نشده‌ای هم هستند که ذهن پرشگر انسان را به چالش‌های بزرگ بکشند؛ پرسش‌هایی مانند:

● آیا ممکن است دانش ریاضی جدید ما کاملاً غلط باشد؟

● آیا رمز زیبایی‌های طبیعت آشکار و رمزگشایی می‌شود؟

و دیگر پرسش‌های چالش‌برانگیزی که رسیدن به پاسخ آن‌ها سال‌های متمادی نیاز دارد و ریاضی‌دانان، متفکران، محققان و اندیشمندان بسیاری را طلب می‌کند تا از رازهای این جهان هستی رمزگشایی کنند.

پال اردیش (Pál Erdős)

پال اردیش یکی از ریاضی‌دانان مجارستانی بود که در طول تاریخ بیشتر از هر کسی مقاله ریاضی منتشر کرد و در این کار، با عده زیادی از ریاضی‌دانان همکاری داشت.

پال اردیش در سال ۱۹۱۲ در مجارستان متولد شد و در سال ۱۹۹۶ در همان جا چشم از جهان فرو بست. یکی از قضیه‌های اساسی وی در ریاضیات، یکی از نتایج قضیه رمزی را دقیق می‌سازد. چون با استفاده از قضیه رمزی اثباتی آسان برای اینکه هر دنباله نامتناهی از اعداد حقیقی متمایز دارای زیردنباله‌ای نامتناهی به صورت صعودی یا نزولی است، وجود دارد. این اثبات در سال ۱۹۳۵ در ورقة اثبات «مسئله پایان یافتن شادی» آمده است.

اردیش حدس‌های بسیاری دارد که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، یک مسئله بسیار عمیق و مهم در مبحث رنگ آمیزی گراف‌ها در نظریه گراف‌هاست. اردیش ابتدا مبلغ ۵۰ دلار برای اثبات این حدس به عنوان جایزه قرار داده بود، ولی بعداً آن را به مبلغ ۵۰۰ دلار افزایش داد. تا به امروز این حدس هم در شرایط خاص و کمتری در نظر گرفته شده است و به نتایجی در مورد عدد رنگی این نوع گراف‌ها رسیده‌اند.

اردیش در سومین کنفرانس ریاضی ایران در سال ۱۳۵۱ شرکت داشت و پولی را که در کنفرانس دریافت کرده بود، به زلزله‌زدگان اهدا کرد.



● حمیرا ظفرمند

آستین‌ها را بالا بزنید؛ شاید حلش کنید!

مسئله حل‌نشده حدس اردیش-استراوس

حدس اردیش-استراوس

این حدس که در سال ۱۹۴۸ توسط دو ریاضی‌دان به همین نام ارائه شد، بیان می‌کند: «هر عدد گویا به صورت $4n$ روی n می‌توان به صورت جمع سه کسر به شکل زیر نوشت:

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{4}{1801} = \frac{1}{451} + \frac{1}{395364} + \frac{1}{3249004}$$

برای مثال:

و یا:

$$\frac{4}{49} = \frac{1}{15} + \frac{1}{98} + \frac{1}{210}$$

و همین‌طور:

منبع: ۱. مسئله‌های جایزه‌دار جهانی، نشر معراج قلم.

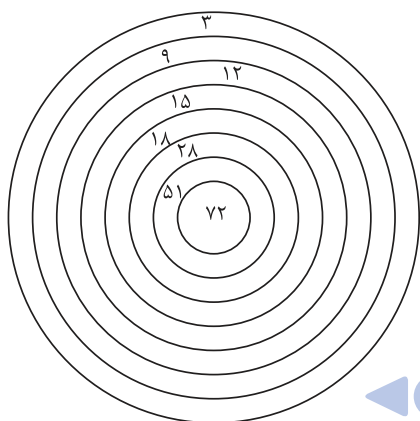
۲. ریاضی‌دانان نامی، اریک تمپل بل، ترجمه حسن صفاری.

۳. مسئله حل‌نشده ریاضی، ویکی‌پدیا.



• لیلا جلیلی

لذت محاسبه



۱ در یک کلاس تیراندازی، بخش‌های متفاوت هدف به صورت شکل ۱ امتیازگذاری شده‌اند. برای برنده شدن و راهیابی به دور نهایی، هر کدام از بازیکنان باید ۱۰۰ امتیاز به دست آورند. مثلاً یک شلیک ۷۲ امتیازی + یک شلیک ۲۸ امتیازی. یا به این صورت:

$$28 + 18 + 15 + 12 + 9 + 3 + 15$$

- آیا می‌توانید دو بار دیگر عددها را طوری جمع کنید که مجموع آن‌ها ۱۰۰ باشد؟

- کدام عدد حتماً باید بین عددهای پیشنهادی شما باشد؟ چرا؟

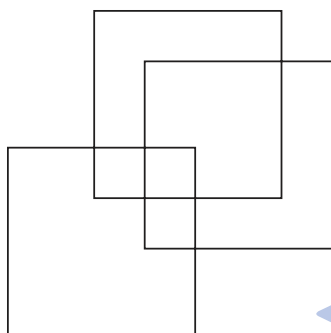
شکل ۱

۲ دستگاه تکثیر مدرسه خراب شده و نمی‌تواند در اندازه واقعی (۱۰۰٪) کپی بگیرد. فقط قادر است در اندازه‌های ۲۰۰، ۵۰، ۴۰ و ۲۰ درصد کپی بگیرد. یعنی برای تهیه یک کپی به اندازه واقعی، ابتدا باید یک کپی ۲۰۰ درصد و بعد از روی آن یک کپی ۵۰ درصد بگیرند. حالا حساب کنید:

الف) برای تهیه کپی ۲۵ درصد (یک چهارم) چه باید بکنند؟

ب) برای تهیه کپی ۸۰ درصد چطور؟

ج) اگر تصادفاً سه بار پشت‌سرهم دکمه ۲۰ درصد را فشار دهند، اندازه نهایی کپی چقدر خواهد شد؟



شکل ۲

۳ با افزودن تنها دو خط راست دیگر، دو مربع دیگر به شکل ۲ اضافه کنید. (لازم نیست مربع‌ها هم‌اندازه باشند).



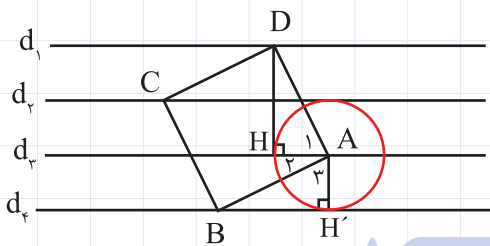
با اسکن رمزینه،
پاسخ‌ها را ببینید.

فاطمه معین‌الدینی • جلال سرحدی • حسین کریمی

سیم‌های موازی برق، مربع تولید می‌کنند!

رسم مربعی که رأس‌های آن بر خط‌های موازی واقع باشند

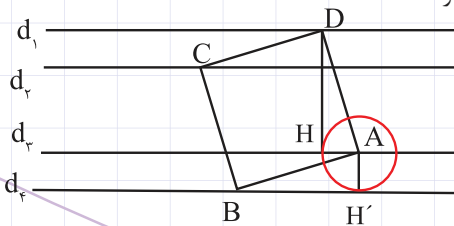
مقدمه: در شماره ۴ مجله: دی ماه ۹۹ دیدیم که چگونه بچه‌های روستای حسن آباد مسئله رسم مربعی که رأس‌های آن بر سیم‌های برق موازی واقع باشند، را حل کردند. و اما ادامه ماجرای بازی بچه‌ها در زمین چمن روستای حسن آباد و مسئله‌های جدید ... همگی رسیدند به دم در منزل آقا معلم. آقا معلم از بچه‌ها تشکر کرد و گفت: «چند لحظه منتظر باشید.» بعد از چند دقیقه معلم برگشت و از جیبش چند شکلات در آورد و به بچه‌ها داد. سپس چند کاغذ که روی هر یک از آن‌ها مسئله‌ای نوشته شده بود، برای بچه‌ها خواند و گفت: «اگر دوست دارید، روی این‌ها فکر کنید. بگیرید و ببرید و بعد حلش را برایم بیاورید.»



شکل ۱

از D به موازات AB رسم می‌کنیم تا d_4 را در C قطع کند. ABCD مربع مورد نظر است.

یوسف مسئله خودش را، یعنی: «اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خطوط موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره، مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌ها و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشد»، بعد از کمی فکر، به صورت زیر حل کرد:



شکل ۲

دایره‌ای به مرکز A واقع بر d_2 چنان رسم می‌کنیم که مماس بر d_4 در نقطه H' باشد و نقطه تلاقی آن را با d_1 H می‌نامیم (شکل ۲). از H مماسی بر دایره رسم می‌کنیم تا d_1 را در D قطع کند. عمود رسم شده از A بر d_4 را در نقطه B قطع می‌کند. از D به موازات AB رسم می‌کنیم تا با d_4 در C متقاطع شود. مربع ABCD به‌دست می‌آید.

یوسف در ادامه نوشت:

مسئله اول: اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله دوم: اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خط‌های موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله سوم: اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله چهارم: اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خط‌های موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد، و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.

مسئله اول را علی، مسئله دوم را یوسف، مسئله سوم را ناصر، و مسئله چهارم را رضا برعهده گرفتند و همگی رفتند.

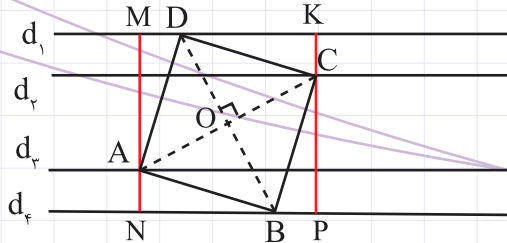
علی روی مسئله خودش، یعنی: «اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، به کمک دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند»، خیلی فکر کرد، ولی نتوانست آن را به سرانجام برساند. از خواهرش، هستی کمک گرفت و او هم مسئله را به صورت زیر حل کرد:

هستی گفت: دایره‌ای به مرکز A و مماس بر d_4 رسم می‌کنیم تا d_4 را در H قطع کند و بر d_4 در H' مماس باشد (شکل ۱). از H مماسی بر دایره رسم می‌کنیم تا d_1 را در D قطع کند. از A هم عمودی بر AD رسم می‌کنیم تا d_4 را در B قطع کند. حالا: $AB=AD$ ، چون:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ AH = AH' = \text{شعاع دایره} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (هر دو متمم } A_2 \text{ هستند)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADH = \triangle ABH' \Rightarrow AB = AD$$

رضا نیز مانند علی و ناصر از عهده حل مسئله چهارم که در اختیار او قرار داده شده بود، برنیامد.

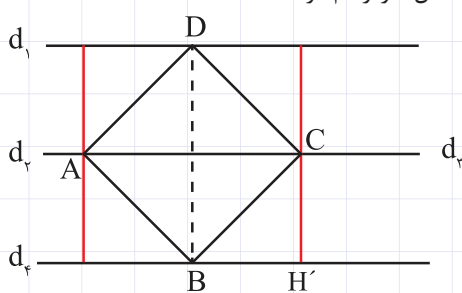
از این رو مسئله خود را با برادرش جلال در میان گذاشت. مسئله رضا از این قرار بود: «اگر فاصله دو خط اول برابر با فاصله دو خط آخر در آن خط‌های موازی باشد و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.»



شکل ۶

استدلال جلال مشابه همان راه حل فاطمه (خواهر ناصر) بود. یعنی ابتدا رسم مربع MKPN و سپس رسم AC و عمودمنصف آن (شکل ۶) و ... اما برای رضا دو سؤال پیش آمد که از جلال پرسید.

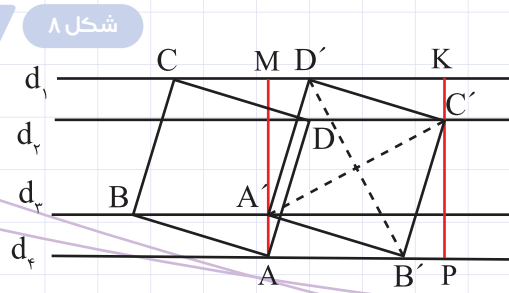
سؤال اول: اگر چهار خط به سه خط موازی تبدیل شوند ($d_1=d_2$)، تکلیف رسم مربع چه خواهد بود؟
جلال شکل ۷ را رسم کرد.



تمرین: استدلال جلال را توضیح دهید.

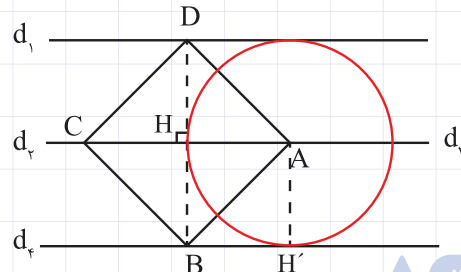
سؤال دوم: اگر A روی خط چهارم با رعایت شرط‌های اولیه مسئله واقع باشد، بدون استفاده از دایره چگونه می‌توان مربع را ساخت؟
جلال گفت: به همان روش اولیه عمل می‌کنیم، با این تفاوت که ابتدا مربع A'B'C'D' و سپس مربع ABCD را رسم می‌کنیم.

تمرین: با توجه به شکل ۸، استدلال جلال را توضیح دهید.



شکل ۸

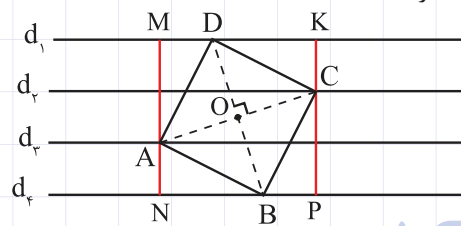
اگر فاصله d_1 تا d_4 به صفر تبدیل شود و اگر به جای چهار خط موازی، فقط سه خط موازی داشته باشیم، طبق شکل ۳، مربع را به دست می‌آوریم.
به عنوان تمرین، استدلال یوسف را در این مورد توضیح دهید.



شکل ۳

اگر به یاد داشته باشید، مسئله سوم که در اختیار ناصر قرار داده شده بود، عبارت بود از: «اگر چهار خط به یک فاصله از هم باشند و نقطه A روی خط سوم، بدون استفاده از دایره مربعی رسم کنید که A یکی از رأس‌های آن باشد و سه رأس دیگر واقع بر سه خط دیگر باشند.»

ناصر نیز مانند علی از عهده حل مسئله برنیامد و او نیز از خواهرش، فاطمه کمک گرفت.

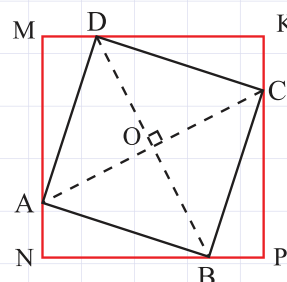


شکل ۴

استدلال فاطمه چنین بود:

از نقطه A عمودی بر خط‌های داده شده رسم می‌کنیم تا d_1 را در M و d_4 را در N قطع کند. مربع MKPN را می‌سازیم. از A به نقطه C (محل تلاقی d_3 با KP) خطی رسم می‌کنیم و وسط آن را O می‌نامیم. عمودمنصف AC، d_4 را در D و d_2 را در B قطع می‌کند. مربع ABCD مربع مورد نظر است. (شکل ۴)

تمرین: با توجه به شکل ۵ که در آن MKPN مربع است و $AN=CK$ و BD عمودمنصف AC است، ابتدا ثابت کنید: $AC=BD$ و $OB=OD$ و از آنجا نتیجه بگیرید: مربع ABCD مربع است. (به یاد داشته باشید که نقطه O، وسط AC ، همان مرکز مربع MKPN است.)



شکل ۵

بیایید
کمی
فکر
کنیم!

۲۵۰ هزار ساعت تا الغدیر

علامه امینی،
افتخار تشیع

● خسرو دادوی



کمی فکر کنیم

در شماره قبل در مورد «لغتنامه دهخدا» و زمانی که ایشان و سایر همکارانشان در تدوین و انتشار این لغتنامه صرف کردند، توضیح دادم. شاید شما با خواندن آن مطلب پیش خود فکر کنید که آقای دهخدا یک استثنا بود. نمی‌شود با یک مثال نتیجه‌گیری کرد. مگر کسان دیگری هم می‌توانند چنین اثر ماندگاری از خود به جای بگذارند؟ چند نمونه مثل آقای دهخدا داریم؟

در پاسخ باید بگوییم: «بله، این انسان‌ها شرایط خاصی داشتند که توانستند اثری ماندگار از خود به جای بگذارند. آن‌ها هم انسانی بوده‌اند مثل بقیه، اما اراده و پشتکار فراوان داشته‌اند و به این باور رسیده بودند که می‌شود از عمر و زمان کوتاهی که در اختیار دارند، استفاده‌های فراوان ببرند. از همین عمر و زمان به‌ظاهر کوتاه، اگر درست و سنجیده استفاده شود، کارهای عظیم و آثار برجسته‌ای می‌توان خلق کرد.»

البته مشابه آقای دهخدا هم کم نبوده‌اند؛ برای مثال، علامه مجلسی، خالق اثر ماندگار «بحارالانوار» که ۱۱۰ جلد است. ایشان علاوه بر این اثر بسیار قابل توجه، چندین جلد کتاب دیگر

هم تألیف کرده است. علامه مجلسی با مجاهدت فراوان شبانه‌روزی و با امکانات آن زمان، تلاش کرد تا روایات و احادیث نقل شده از پیامبر (ص) و ائمه معصومین (ع) را تا حد امکان جمع‌آوری کند تا در گذر زمان از بین نروند.

یکی دیگر از آثار ارزشمند و به یادماندنی، کتاب جاودانه «الغدیر» است که توسط علامه عبدالحسین امینی به رشته تحریر درآمده است. محتوای کتاب در خصوص اثبات حقانیت امامت حضرت امیرالمؤمنین علی‌بن ابی‌طالب (علیه‌السلام) با تکیه بر حدیث شریف و نورانی «غدیر» است. این حدیث را راویان شیعه و اهل سنت روایت کرده‌اند و علامه امینی تلاش کرده است، با گردآوری مأخذ و مستندات و مراجع مختلف، اعتبار و درستی این حدیث را اثبات کند.

بیش از ۵۰ سال از تدوین کتاب الغدیر می‌گذرد، اما در طول این زمان هیچ‌کس نتوانسته از الغدیر - حتی از یک صفحه آن - اشکال یا ایرادی بگیرد و بتواند مطلبی از این اثر را رد کند. این اثر علمی، عمیق و محققانه، آن قدر متقن است و استحکام دارد که حتی مخالفین شیعه نیز نتوانسته‌اند اشکالی به آن وارد کنند.

صفحه دقیقه

و در هر ۶ دقیقه یک صفحه رونویسی می‌کرد (دقیقه) $6 \div 10 = 6$

یعنی باید در ۱۰ روز با روزی ۱۵ ساعت کار بی‌وقفه (در هر ۶ دقیقه یک صفحه) را نسخه‌برداری می‌کرد تا در این مدت بتواند ۱۵۰۰ صفحه را استنساخ کند. توجه داشته باشید که آن کتاب‌ها نسخه‌های خطی، دست‌نویس و بسیار قدیمی بودند و با توجه به اهمیت موضوع در بیان احادیث و روایات، کار نسخه‌برداری باید بسیار دقیق و بدون اشکال انجام می‌شد، تا در ذکر منبع و ارجاعات بعدی هیچ غلط یا اشکالی منتقل نشود. آیا شما می‌توانید از روی یک کتاب با این دقت در مدت ۶ دقیقه یک صفحه را رونویسی کنید و هیچ غلط دیکته‌ای و نگارشی نداشته باشید؟!

بیشتر فکر کنیم

فقط همین کار به ظاهر ساده نسخه‌برداری چقدر زحمت دارد؟ شما در نوشتن تکالیف روزمره خودتان چقدر مشکل دارید؟ وقتی معلم ریاضی شما می‌گوید این تمرین‌ها را در دفتر خود انجام دهید، چقدر غرغر می‌کنید! حاضر نیستید که حتی صورت تمرین‌های ریاضی خود را در دفتر بنویسید. اگر به این مسائل بیشتر فکر کنید، متوجه می‌شوید که کار کتاب‌الغدير چقدر ارزشمند و مهم بوده است. فراموش نکنید که علامه امینی این کار را نه به‌صورت گروهی که به‌صورت فردی و دست تنها انجام داده است. در زمانی که نه از رایانه و دستگاه تکثیر خبری بوده است، نه از اینترنت، وسایل تایپ و ... و نه کتابخانه‌های مجهز امروزی که منابع مختلف را به‌راحتی در اختیار قرار می‌دهند. نقل‌های بسیار زیادی از زحمات و تلاش‌های طاقت‌فرسای علامه وجود دارد که چگونه برای یافتن یک جلد کتاب مورد نظرش سفر می‌کرده، یا حتی به مسئولان کتابخانه‌ها و دارندگان آثار التماس می‌کرده است که آن کتاب را حتی برای یک مدت کوتاه در اختیارش قرار دهند. ایشان برای دسترسی به یک جلد کتاب حاضر شد به‌صورت ناشناس و به‌عنوان خدمتگزار در یک کتابخانه کار کند تا در اوقات فراغت بتواند به منابع مورد نیازش که به‌طور معمول در اختیار شخصی مثل علامه امینی قرار نمی‌دادند، دسترسی داشته باشد.

البته در این راه از عنایات خاص ائمه اطهار (علیهم‌السلام) بسیار برخوردار شد و در این زمینه نقل‌های فراوانی وجود دارد. علاوه بر تدوین اثر ماندگار الغدير، پژوهش علامه امینی منشأ خیرات و برکات زیادی بوده است. از جمله آنکه ایشان در «نصف» یک کتابخانه عظیم را بنیان‌گذاری و منابع مختلف را جمع‌آوری کرد. این کتابخانه در ابتدا فقط چهار هزار جلد کتاب داشت. اما با همت علامه حدود ۵۰۰۰ جلد کتاب خطی از قرن دوم و سوم جمع‌آوری شد و به‌تدریج تعداد کتاب‌های کتابخانه که به نام امیرالمؤمنین (ع) در شهر مقدس نجف نام‌گذاری شده است، به ۵۰۰ هزار عنوان در زبان‌های گوناگون و ۷۰ هزار عنوان کتاب خطی رسید. علامه بزرگوار نیز شش هزار جلد کتاب‌های خود را که برای تدوین الغدير جمع‌آوری کرده بود، به این کتابخانه اهدا کرد. عجب عمر پربرکت و پرخیری داشته است، خدایش رحمت کند.

علامه امینی ۴۰ سال برای تألیف این کتاب زحمت کشید. او در شبانه‌روز ۱۷ ساعت مطالعه و کار می‌کرد. برای جمع‌آوری کتاب‌های مرجع و قدیمی که به‌راحتی در دسترس نبودند، سفرهای زیادی کرد. به نقل از خودشان، ۱۰ هزار جلد کتاب را از ابتدا تا انتها و با دقت خوانده و به ۱۰۰ هزار جلد کتاب مراجعه مکرر داشته است.

محاسبه کنیم

یک‌بار دیگر به عددهای بالا توجه کنید: ۴۰ سال، هر روز ۱۷ ساعت کار بدون تعطیلی!
 (ساعت) $40 \times 365 \times 17 = 248200$

یعنی ایشان حدود ۲۵۰ هزار ساعت برای تدوین کتاب ارزشمند الغدير تلاش کرده است!

خواندن ۱۰ هزار کتاب از ابتدا تا انتها می‌دانید یعنی چه؟! دیدن ۱۰۰ هزار کتاب به‌طور مکرر!

یعنی ۲۵۰ جلد کتاب به‌طور متوسط (جلد) $100000 \div 40 = 2500$
 در هر سال مطالعه کرده است!
 و به‌طور متوسط در هر سال به ۲۵۰۰ (جلد) $100000 \div 40 = 2500$ کتاب مراجعه مکرر داشته است!

کتاب الغدير در ۲۰ جلد به زبان عربی نوشته شده است. یعنی نوشتن هر جلد کتاب به‌طور تقریبی دو سال طول کشیده است. البته تاکنون ۱۱ جلد آن منتشر شده است. همچنین ترجمه فارسی کتاب در ۲۲ جلد نیز موجود است.

به یاد داشته باشید که نزدیک به ۵۰ سال از فوت علامه امینی گذشته، یعنی ایشان کار تدوین الغدير را در حدود ۱۰۰ سال قبل انجام داده است. در آن زمان امکانات امروز وجود نداشت و کار تحقیق و پژوهش بسیار سخت و دشوار بود. با توجه به امکانات فعلی، مثل رایانه‌ها، اینترنت و دستگاه تکثیر، کار پژوهشگر به‌راحتی و با جست‌وجو در منابع مختلف که به‌صورت دیجیتالی تبدیل شده‌اند، انجام می‌شود.

اما در آن زمان برای پیدا کردن یک اثر، محقق مثل علامه امینی، مجبور به سفرهای متعدد می‌شد که بسیار وقت‌گیر و سخت بود. ایشان برای نوشتن الغدير به کتابخانه‌های بزرگ کشورهای عراق، ایران، مصر، سوریه و هند مراجعه کرد و سفرهای مکرر انجام داد. یکی از کارهای منحصر‌به‌فرد و ماندگار ایشان نسخه‌برداری (استنساخ) از کتاب‌هایی بود که فقط یک جلد از آن‌ها موجود بود. چون ایشان مجبور به مراجعه مکرر به آن کتاب‌ها بود. به ناچار تمام متن کتاب را برای خود از ابتدا تا انتها می‌نوشت تا یک نسخه از آن اثر را نزد خود برای مراجعه‌های بعدی داشته باشد. یکی از شاهکارهای علامه امینی مهارت و تبحر ایشان در نسخه‌برداری بود. به‌گونه‌ای که نقل کرده‌اند، ایشان در مدت ۱۰ روز بیش از ۱۵۰۰ صفحه را با خط خود می‌نوشت و نسخه‌برداری می‌کرد.

روز صفحه

یعنی ۱۵۰ صفحه $1500 \div 10 = 150$ (صفحه)

ساعت صفحه

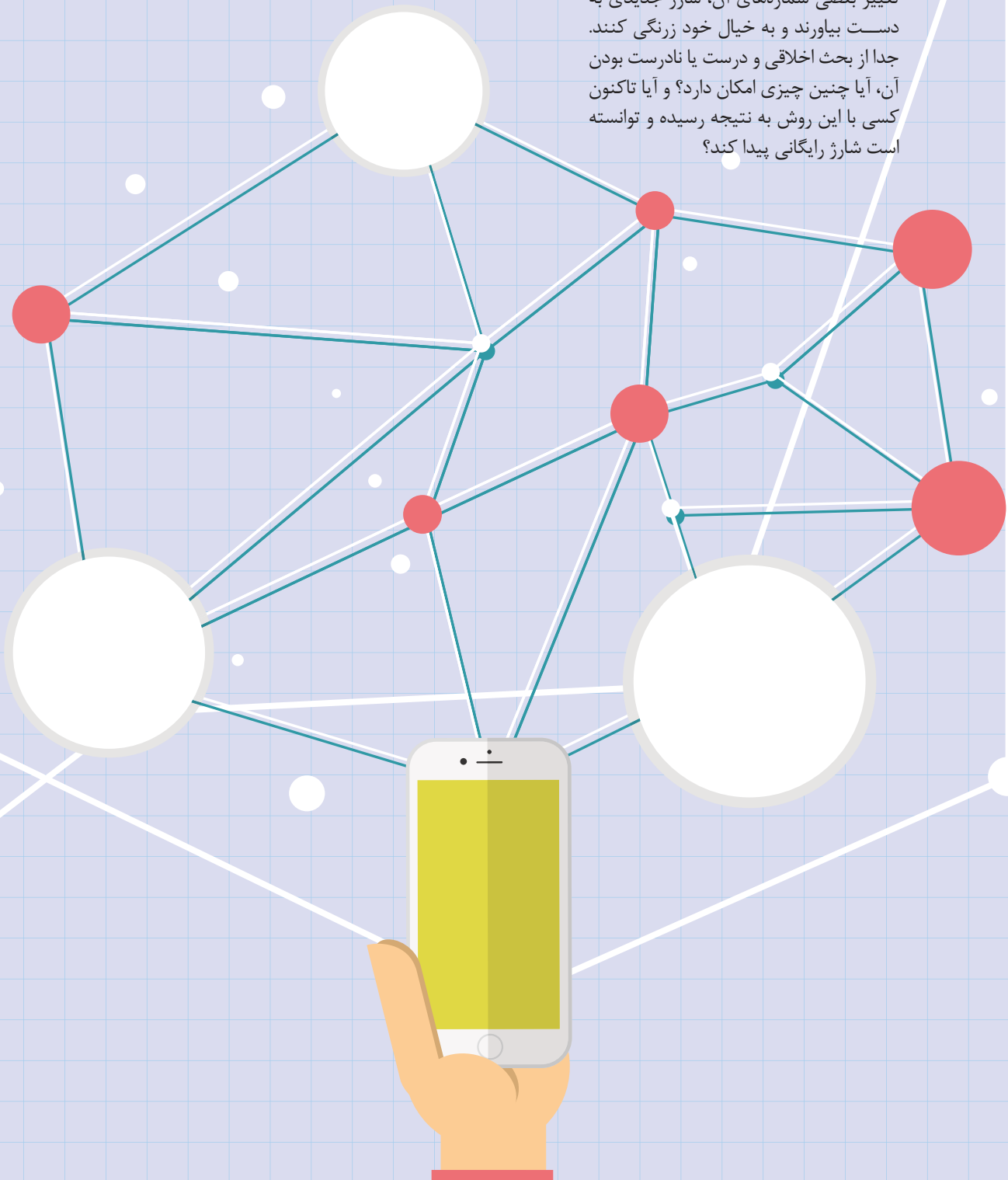
و ۱۰ صفحه در هر ساعت (صفحه) $150 \div 15 = 10$

قاسم حسین قنبری

۱۲۵ میلیون کد

در ۸۶۸ هزار روز

دیده شده که خیلی‌ها وقتی که برای تلفن همراه خود شارژ می‌خرند، سعی می‌کنند با تغییر بعضی شماره‌های آن، شارژ جدیدی به دست بیاورند و به خیال خود زرنگی کنند. جدا از بحث اخلاقی و درست یا نادرست بودن آن، آیا چنین چیزی امکان دارد؟ و آیا تاکنون کسی با این روش به نتیجه رسیده و توانسته است شارژ رایگانی پیدا کند؟





تولید می‌کند. معمولاً با هر بار زدن این کلید یک عدد اعشاری کمتر از یک به ما می‌دهد. مثل $0/278$ یا $0/856$ که برای کدهای سه رقمی مناسب است. اما به کمک نرم‌افزارهای رایانه و گوشی‌های تلفن همراه هم می‌توان عددهای تصادفی تولید کرد. مثلاً با اپلیکیشن «Mathstudio» با دستور «random(min, max)» می‌توان یک عدد تصادفی در فاصله دو عدد خواسته شده تولید کرد.

Min عدد کوچک‌تر و max عدد بزرگ‌تر است.



البته برای تولید شارژ تلفن همراه و رمز، تئوری‌های ریاضی زیادی وجود دارند که خود عددهای تصادفی هم بخشی از آن‌هاست. به هر حال تنها آگاهی داشتن از این ریاضیات پنهان باعث می‌شود که انرژی خود را برای کارهای غیرممکن، بیهوده هدر ندهیم.

شارژ تلفن چند رقمی است؟ چند تا شارژ تلفن می‌توانیم داشته باشیم؟

شرکت‌هایی که در ایران فعال هستند، شارژهایی با ۱۶ رقم به کاربران خود ارائه می‌کنند که همان کدهای ۱۶ رقمی هستند. یعنی رقم‌های سمت چپ هم می‌توانند صفر باشند. با توجه به اینکه هر کدام از این ۱۶ رقم می‌تواند از صفر تا نه تغییر کند، پس 10^{16} تعداد کدها یا همان شارژهاست. مثلاً کد 0000000000000001 یک کد ۱۶ رقمی است که معادل ۱ و کد 0000000000000002 معادل ۲۰ است. به عبارت دیگر، این کدها همه عددهای یک رقمی تا ۱۶ رقمی را در بر می‌گیرند.

اما همه این کدها شارژ نیستند و زیرمجموعه‌ای از این مجموعه، کدها را تشکیل می‌دهد. زیرمجموعه‌ای که تا آخرین جایی که امکان دارد، باید ناشناس بماند. برای درک بزرگی این مجموعه آن را با جمعیت ایران مقایسه می‌کنیم.

فرض می‌کنیم همه ۸۰ میلیون ایرانی بخواهند در یک پوشش جمعی شرکت، و همه این کدهای شارژ را شناسایی کنند. اگر جمعیت ایران را ۸۰ میلیون فرض کنیم، با یک تقسیم ساده به دست می‌آوریم که سهم هر ایرانی 12500000 (صد و بیست و پنج میلیون) کد می‌شود (در این تقسیم حتی نوزادان را هم در نظر گرفته‌ایم). حالا اگر برای وارد کردن هر کد فقط یک دقیقه وقت لازم باشد، برای وارد کردن همه کدها 868055 روز یا 2378 سال وقت لازم است؛ البته با این شرط که بدون وقفه و حتی زمان خوردن و خوابیدن هم این کار را انجام دهیم تا کدها شناسایی شوند.

بنابراین شرکت‌های مخابرات، با آگاهی از این ریاضیات پنهان، با خیال راحت به کار خود ادامه می‌دهند. فقط مسئله اصلی این است که زیرمجموعه شارژها را تا جایی که امکان دارد مخفی نگه دارند.

چگونه شارژ تولید کنیم؟

تولید شارژ به کمک عددهای تصادفی

یک روش تولید شارژ این است که از جایی شروع کنیم و عددها را یکی یکی زیاد کنیم. در این روش پیدا کردن شارژ با تغییر عددها بسیار ساده است. اما روی ماشین حساب‌های مهندسی یا علمی، همین‌طور نرم‌افزارهای ریاضی، دکمه‌ای به اسم «RND» یا «RANDOM» وجود دارد که عددهای تصادفی

ریاضی دانان معاصر ایران ابوالقاسم قربانی معلم و مورخ نمونه ریاضی

● دکتر رضاحیدری قزلجه، استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران

● تصویرگر: حمید خلوتی

۱. ابوالقاسم قربانی روز ۲۲ دی ماه ۱۲۹۰ در یکی از محله‌های جنوب بازار تهران زاده شد. در شش سالگی تحصیل در مکتبخانه را آغاز کرد. پدرش با درس خواندن او مخالف بود. بنابراین در سن ۹ سالگی مکتبخانه را رها کرد. شش سال پس از آن، به همت مادر بزرگ خود برای ادامه تحصیل، در یک مدرسه ابتدایی ثبت نام کرد. ابوالقاسم از کودکی خوش خط و در ادبیات فارسی بسیار زبده بود. به همین علت تحصیل در مدرسه ابتدایی را از کلاس پنجم آغاز کرد و سرانجام در ۱۳۰۶ و در ۱۶ سالگی! دوره ابتدایی را به پایان رساند.



۲. او تحصیلات متوسطه را در سال ۱۳۱۲ با رتبه اول به پایان رساند. بی‌درنگ تدریس حساب سال اول متوسطه به زبان فارسی و هندسه سال سوم متوسطه را به زبان فرانسه! در همان مدرسه محل تحصیلش به عهده گرفت. قربانی هم‌زمان با تدریس در دبیرستان، در دانش سرای عالی (دانشگاه خوارزمی فعلی) نیز مشغول به تحصیل بود. در آنجا از درس استادانی چون غلامحسین مصاحب، تقی فاطمی و محسن هشترودی بهره‌مند شد. در سال ۱۳۱۶ لیسانس ریاضیات گرفت و پس از گذراندن دوره سربازی، به استخدام وزارت فرهنگ (آموزش و پرورش) درآمد و در دبیرستان‌ها و همچنین در دانش سرای مقدماتی به تدریس ریاضیات ادامه داد.



۳. قربانی بیشتر به دلیل پژوهش‌هایش درباره ریاضی دانان ایرانی و مسلمان مشهور است. استاد، زبان‌های انگلیسی، فرانسه و عربی را خوب می‌دانست، ریاضیات را تا حد کارشناسی بسیار خوب خوانده بود، در برابر جامعه و تاریخ آن احساس مسئولیت می‌کرد، هویت دینی و ملی خود را باور داشت، و اهل کار و تلاش بود. قربانی که در سال‌های ۱۳۴۱ تا ۱۳۴۵ سرپرست دانشجویان ایرانی در سوئیس بود، پژوهش‌های خود درباره تاریخ ریاضیات را به کمک منابع کتابخانه‌های بزرگ اروپا آغاز کرد. او با کاوش در منابع مختلف، به پژوهشی عمیق در تاریخ ریاضی ایران و اسلام دست زد. در واقع، از طریق معرفی بزرگان، علما و مفاخر ایران، جوانان کشور را با آثار گذشتگان پرافتخار خود آشنا کرد و پیام داد که جامعه ایرانی می‌تواند همچون گذشته، فرزندی چون ابوعلی سینا، ابوریحان بیرونی و خواجه نصیر پرورش دهد.



۴. کتاب «زندگی نامه ریاضی دانان دوره اسلامی» از استاد قربانی، مرجع بسیار مهم و کم نظیری برای پژوهش در تاریخ ریاضیات است. این کتاب زندگی نامه ۱۶۷ نفر از ریاضی دانان ایرانی- اسلامی را شامل می شود که ۷۵ نفر آن ها ایرانی و ۹۲ نفر از سایر کشورهای مسلمان هستند. چکیده ای از این کتاب در سال ۱۳۵۲ به انگلیسی برگردانده و در «دانشگاه صنعتی شریف» چاپ شد. این ترجمه شامل شرح حال و معرفی آثار ۴۰ تن از ریاضی دانان ایرانی است که منبعی دست اول برای پژوهشگران تاریخ ریاضی در دنیا محسوب می شود.



۵. ابوالقاسم قربانی از برجسته ترین نویسندگان کتاب های درسی ریاضیات بود. او کسی بود که بر اساس علاقه شخصی و احساس مسئولیت اجتماعی، از ابتدای تأسیس مدرسه های جدید در کشور کتاب درسی نوشت. در سال های دهه های ۱۳۳۰ و ۱۳۴۰ شمسی، مثل امروز کتاب های درسی یکسان برای سراسر کشور وجود نداشت. در آن زمان افراد مختلفی برای دانش آموزان دبیرستان کتاب درسی می نوشتند. هر معلم یا مدرسه کتابی را به عنوان کتاب درسی انتخاب می کرد. قربانی با همکاری آقای حسن صفاری حدود ۴۷ عنوان کتاب درسی ریاضی برای دبستان و دبیرستان نوشت که به کتاب های صفاری- قربانی معروف بودند و مدرسه های زیادی از آن ها استفاده می کردند. البته بعدها که کتاب های درسی هماهنگ توسط وزارت آموزش و پرورش چاپ می شدند، باز هم قربانی جزو مؤلفان این کتاب های درسی بود. در مجموع، ایشان در طول زندگی خود ۶۸ عنوان کتاب در زمینه ریاضیات، فیزیک و نجوم به چاپ رساند که ۱۰ مورد از آن ها مربوط به تاریخ ریاضیات در ایران و سایر کشورهای کتاب هایش، مقالات متعددی هم در مجله های مختلف چاپ کرد.



۶. در سال ۱۳۶۴ ضعف بینایی قربانی که از جوانی به آن دچار بود، ناگه شدت یافت و موجب شد که استاد برای ادامه فعالیت علمی، ناچار شود از یاری تنی چند از دوستان، آشنایان و شاگردان خود برای قرانت منابع و مآخذ بهره گیرد. با این همه باز هم از پژوهش های دقیق و عالمانه دست نکشید و تا آخرین روزهای زندگی پربارش با همتی ستودنی بدین کار ادامه داد.

۷. قربانی چهار بار برنده جایزه کتاب سال شد: کاشانی نامه (۱۳۵۰)، بیرونی نامه (۱۳۵۳)، بوزجانی نامه (۱۳۷۱)، و تحقیق در آثار ریاضی ابوریحان بیرونی (۱۳۷۱). همچنین، «انجمن ریاضی ایران» جایزه ای به نام جایزه ابوالقاسم قربانی به مقالات برتر در زمینه تاریخ ریاضیات اهدا می کند. ۸. اندکی پیش از فوت او در ۳۰ آبان ۱۳۸۰، یک گردهمایی برای بزرگداشت ۹۰ سالگی او و اهدای دکترای افتخاری به ایشان برنامه ریزی شده بود که اجل مهلت نداد و به جای آن مراسم، یادبود استاد برگزار شد. یادش در قلب همه کسانی که او را می شناختند و از او سرمشق گرفته بودند زنده است. معلومات قربانی در زمینه ریاضیات، تسلطش روی برخی زبان های اروپایی و آشنایی اش با منابع شرقی و غربی، او را به صورت محقق برجسته ای در این زمینه بار آورده بود. قربانی در ماه های آخر عمرش، دو کار پژوهشی بزرگ در دست داشت که با درگذشت وی کار انتشار هر دو کتاب متوقف ماند.



۹. مسئله ای از پاپیروس رابند مربوط به مصر باستان که قدمت تقریبی این پاپیروس به سال ۱۶۵۰ قبل از میلاد بازمی گردد: مصری ها به جای مساحت دایره، مساحت مربعی را در نظر می گرفتند که ضلع آن برابر $\frac{8}{9}$ قطر دایره باشد. از اینجا، مقدار تقریبی عدد π را پیدا کنید. برای بررسی درستی جوابتان، همزینه را اسکن کنید.

منبع اصلی
 معتمدی، اسفندیار. (۱۳۹۵). معلمان بزرگ ایران. انتشارات مدرسه. تهران.

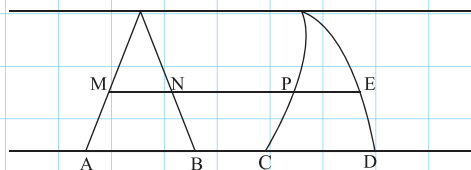
ریاضی دانان

● احمد حافظپور

دانش آموزان عزیز! از دوره قبل، دفتر تازه‌ای را گشوده‌ایم تا شما را با برخی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایران و جهان آشنا کنیم. این معرفی بهانه‌ای خواهد بود که شما در هر شماره تعدادی از این چهره‌ها را به اختصار بشناسید. از آنجا که پاره‌ای از این ریاضی‌دانان به مباحثی فراتر از ریاضیات دبیرستانی پرداخته‌اند که درک آن‌ها برای شما مشکل است، ما می‌کوشیم جنبه‌های ساده‌تر زندگی آنان را برای شما بازگو کنیم.

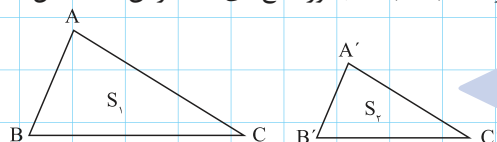
کاوالیری، بوناونتورا (۱۶۴۷-۱۵۹۸م)

کاوالیری اهل ایتالیا و متولد شهر «میلان» بود. در «دانشگاه پیزا» درس خواند و در زمینه‌های ریاضیات، نورشناسی و حرکت به پژوهش مشغول شد. وی هم‌زمان با گالیله می‌زیست و با وی آشنا بود. یکی از کارهای مشهور کاوالیری، ارائه «اصل کاوالیری» است که می‌گوید: اگر دو شکل متفاوت بین دو خط موازی واقع باشند و قاعده‌های آن‌ها برابر باشد، هر خطی که موازی با این دو خط دو شکل را قطع کند، به‌طوری که $MN=PE$ ، مساحت هر دو شکل یکسان و برابر است (شکل ۱).



شکل ۱

کاوالیری این قضیه را هم به اثبات رساند که: «نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر است با نسبت مجذور ضلع‌های متناظر آن‌ها.» (شکل ۲)



شکل ۲

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AB^2}{A'B'^2} = \frac{BC^2}{B'C'^2} = \frac{AC^2}{A'C'^2}$$



کانتور، جرج (۱۹۱۸-۱۸۴۵م)

کانتور ریاضی‌دان بود و با بنیان‌گذاری نظریه مجموعه‌ها باب تازه‌ای در ریاضیات گشود. او در شهر «سن پترزبورگ» روسیه از پدری دانمارکی به دنیا آمد. هنوز خردسال بود که خانواده‌اش از روسیه به آلمان مهاجرت کردند. کانتور در آنجا فیزیک، ریاضی و فلسفه خواند و از «دانشگاه برلین» درجه دکترا گرفت و در مدارس و دانشگاه «هاله» تدریس کرد. کانتور پژوهشگر بزرگی در ریاضیات بود و «انجمن ریاضی‌دانان آلمان» را پایه‌گذاری کرد. ابتدا به پژوهش در نظریه اعداد و سپس به سری‌های مثلثاتی پرداخت. پس از آن بود که نظریه مجموعه‌ها و نظریه بی‌نهایت، وی را به خود مشغول ساخت. نظریه مجموعه‌ها یکی از پایه‌های ریاضیات جدید است و در دهه‌های ۱۳۴۰ و ۱۳۵۰ تدریس آن در دبیرستان‌های ایران نیز آغاز شد.

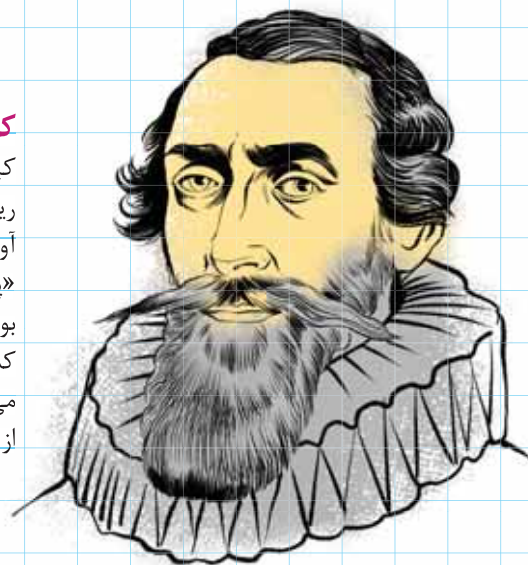


کپرنیک، نیکولاس (۱۴۷۳-۱۵۴۳م)

کپرنیک اهل لهستان بود. او بیش از اینکه به ریاضی‌دان شهرت داشته باشد، به اخترشناس و دانشمند نجوم مشهور است؛ هر چند در ریاضیات آن قدر نابغه بود که در ۲۲ سالگی به استادی ریاضی در «دانشگاه وینبرگ» رسید. ناگفته نماند که کپرنیک ابتدا در رشته الهیات مسیحی و پزشکی تحصیل کرد و سپس به ریاضیات و نجوم پرداخت. کپرنیک انقلاب بزرگی در شناخت کیهان به وجود آورد که به آن «انقلاب کپرنیکی» می‌گویند. او براساس علوم ریاضی کشف کرد که برخلاف نظر گذشتگان، «ستارگان» که خورشید هم یکی از آن‌هاست، ثابت‌اند، اما سیاره‌ها، از جمله زمین و دیگر کرات منظومه شمسی، کره‌هایی متحرک‌اند و به دور خورشید می‌گردند. این نظر که علم نجوم را از اساس دگرگون کرد، چندی بعد از کپرنیک توسط کپلر و گالیله توسعه یافت و انقلاب کپرنیکی بیش از پیش گسترش پیدا کرد.

کپلر، یوهانس (۱۵۷۱-۱۶۳۰م)

کپلر حدود ۳۰ سال بعد از کپرنیک در آلمان متولد شد. او نیز مانند کپرنیک ریاضی‌دان بزرگی بود که هم‌زمان به مطالعه مکانیک سماوی و اخترشناسی روی آورد. کپلر پس از نوشتن کتاب «راز کیهان» از آلمان به کشور «چک» رفت و در «پراگ» در رصدخانه تیکو براهه، دانشمند بزرگ، به کار مشغول شد. در آنجا بود که سه قانون خود، معروف به «قوانین کپلر» را انتشار داد. کپلر همچنین کشف کرد که برخلاف نظر کپرنیک، سیاره‌ها به شکل بیضی به دور خورشید می‌گردند نه به صورت دایره. کپلر و گالیله هم‌زمان بودند و گالیله ۱۲ سال بعد از کپلر درگذشت.



کوشی، آگوستین لویی (۱۷۸۹-۱۸۵۷م)

کوشی در عصر انقلاب فرانسه می‌زیست. لاگرانژ ریاضی‌دان معروف، دوست این خانواده بود و او بود که توصیه کرد، کوشی نوجوان به مدرسه راهنمایی پاریس برود. کوشی سپس به دانشکده مهندسی پلی تکنیک رفت که در آن دانشجویان تیزهوش پذیرفته می‌شدند تا مهندس کارآمدی برای کشور شوند. کوشی را از بنیان‌گذاران «آنالیز ریاضی» می‌دانند. آنالیز بخشی از ریاضیات است که مفاهیم مهمی مثل حد، هم‌گرایی، پیوستگی، انتگرال، مشتق، دیفرانسیل و توابع غیرجبری در آن مورد بحث قرار می‌گیرند و به‌ویژه در علوم مهندسی کاربرد دارد.

پینوکیو در دهکده عجایب

مقداد قاری، شراره تقی دستجردی

در چهار قسمت قبل خواندیم، پینوکیو که وارد دهکده عجایب شده بود، توانست به کمک راهنمایی‌های فرشته مهربان، چهار معمای منطقی را حل کند. معماهای منطقی دهکده عجایب از ویژگی‌های عجیب ساکنان این دهکده به وجود می‌آمدند. چرا که اهالی دهکده یا همیشه دروغ می‌گفتند یا همیشه راست، و نه هر دو. پینوکیو هر بار باید تعیین می‌کرد که هر یک از افرادی که می‌بیند از چه نوعی هستند: راست‌گو یا دروغ‌گو.

دیدیم پینوکیو در معمای چهارم با دو خواهر همسان روبه‌رو شد. او با خودش فکر کرده بود: آیا دوقلوهای دهکده عجایب از یک نوع هستند یا نه؟ او پس از تحلیل جمله یکی از خواهرها فهمید، هر دوی آن‌ها راست‌گو هستند. بنابراین حدس زد دوقلوهای دهکده عجایب از یک نوع هستند. برای اینکه حدس خود را بررسی کند، در دهکده گشتی زد تا یک دوقلوی دیگر پیدا کند. پس از مدتی، دو برادر نوجوان همسان دید که یکی از آن‌ها دستکش پوشیده بود و دیگری نه.

پینوکیو: سلام پسران نوجوان. روزتان به خیر. سؤالی دارم. می‌خواهم بدانم کدام یک از شما راست‌گو و کدام یک دروغ‌گو هستید؟
پسر دستکش‌پوش: ما هر دو از یک نوع هستیم.

چشمان پینوکیو برقی زد. از اینکه حدسش درست بود، خوش حال شد. اما یکبارہ یادش افتاد که در دهکده عجایب است و به فکر فرو رفت. پینوکیو با خود گفت: «اگر این پسر دروغ‌گو باشد، چه می‌شود؟» پیش از اینکه پینوکیو به خود بیاید، برادران همسان از آنجا رفته بودند. پس بار دیگر دفترچه یادداشتش را باز کرد و مشغول بررسی تمام حالت‌ها شد.

پسر دستکش‌پوش	برادر پسر دستکش‌پوش	نوع گزاره «پسر دستکش‌پوش و برادرش از یک نوع هستند»
راست‌گو	راست‌گو	راست
راست‌گو	دروغ‌گو	دروغ
دروغ‌گو	راست‌گو	دروغ
دروغ‌گو	دروغ‌گو	راست

جدول ۱

پینوکیو با کمی تأمل در جدول ۱، توانست معمای پنجم را نیز حل کند. او از اینکه از عهده حل این معما برآمده بود، بسیار شادمان بود، اما هنوز نمی‌دانست آیا حدسش در مورد یک نوع بودن همسان‌ها درست است یا نه.

ادامه دارد...



➤ با توجه به جدول ۱، مشخص کنید در مورد نوع هر یک از این دو پسر چه می‌توان گفت؟
➤ به نظر شما چرا پینوکیو هنوز در مورد اینکه حدسش درست است یا نه، مطمئن نبود؟

در داستان قبل با گزاره‌های شرطی که نوع مهمی از گزاره‌های مرکب هستند، آشنا شدید. شاید برایتان عجیب باشد، اما گزاره‌ای که پینوکیو در این داستان تحلیل کرد نیز به نحوی به گزاره‌های شرطی مربوط است. برای اینکه این ارتباط را دریابید، اجازه دهید معنای گزارهٔ پسر دستکش‌پوش را با دقت بررسی کنیم. گزارهٔ «ما هر دو از یک نوع هستیم» در واقع به این معناست که «اگر من راست‌گو باشم، برادرم هم راست‌گوست و اگر من دروغ‌گو باشم، برادرم هم دروغ‌گوست.»
به عبارت دیگر، گزارهٔ «A و B از یک نوع هستند»، از ترکیب عطفی دو گزارهٔ شرطی به‌دست آمده است:

$$(A \rightarrow B) \wedge (\sim A \rightarrow \sim B)$$

پس به کمک جدول ارزش گزاره‌های شرطی هم می‌توانیم به جدولی که پینوکیو در معمای پنجم رسید، دست پیدا کنیم. جدول ۲ کار بررسی شما را آسان می‌کند.

V(A)	V(B)	V(A→B)	V(∼A)	V(∼B)	V(∼A→∼B)	V((A→B) ∧ (∼A→∼B))
۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱
۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰
۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰
۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۲

پس از تکمیل جدول ۲ خواهید دید، ستون آخر جدول همان ارزش‌هایی را نشان می‌دهد که پینوکیو در ستون آخر جدولش به دست آورده بود.

➤ در منطق، گزارهٔ $(A \rightarrow B) \wedge (\sim A \rightarrow \sim B)$ را به صورت $A \leftrightarrow B$ نشان می‌دهیم و می‌خوانیم «A اگر و تنها اگر B». به این ترتیب گزارهٔ پسر دستکش‌پوش چنین است: «من راست‌گو هستم، اگر و تنها اگر برادرم راست‌گو باشد.» به نظر شما آیا می‌توان گفت گزارهٔ پسر دستکش‌پوش به این معناست که:

«من دروغ‌گو هستم اگر و تنها اگر برادرم دروغ‌گو باشد؟ چرا؟»
➤ با توجه به اصول دهکدهٔ عجایب (که راست‌گوها همیشه راست می‌گویند و دروغ‌گوها همیشه دروغ و نه هر دو) قضیهٔ زیر را ثابت کنید:

قضیه: برای هر گزارهٔ p، اگر یکی از اهالی بگوید که من راست‌گو هستم، اگر و تنها اگر p، در این صورت گزارهٔ p درست

است (صرف نظر از اینکه این شخص راست‌گوست یا دروغ‌گو).
یک رابطهٔ ریاضی برای بیان ارتباط $V(p)$ و $V(q)$ با $V(p \leftrightarrow q)$ پیدا کنید.

شاید به نظرتان آمده باشد که نمادگذاری گزارهٔ $A \leftrightarrow B$ به جای اینکه معنای $(A \rightarrow B) \wedge (\sim A \rightarrow \sim B)$ را به ذهن بیاورد، باید به معنای $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ باشد. اجازه دهید با جدول ارزش گزاره‌ها (جدول ۳) این موضوع را بررسی کنیم. برای این کار کافی است بررسی کنیم در جدول ارزش‌ها، عددهای ستون مربوط به $\sim A \rightarrow \sim B$ با عددهای ستون مربوط به $B \rightarrow A$ دقیقاً یکی است. اگر این اتفاق بیفتد، می‌گوییم دو گزاره هم‌ارز یا معادل هستند و می‌نویسیم: $(B \rightarrow A) \equiv (\sim A \rightarrow \sim B)$.
منطق‌دان‌ها هم‌ارزی $(B \rightarrow A) \equiv (\sim A \rightarrow \sim B)$ را «قانون عکس نقیض» می‌نامند.

➤ جدول ارزش‌های (جدول ۳) زیر را پر کنید:

V(B)	V(A)	V(B→A)	V(∼A)	V(∼B)	V(∼A→∼B)
۱	۱				
۱	۰				
۰	۱				
۰	۰				

جدول ۳

➤ هم‌ارزی $B \rightarrow A$ و $\sim A \rightarrow \sim B$ در اثبات درستی بسیاری از گزاره‌های شرطی کاربرد دارد. آیا می‌توانید مثالی بیاورید که به جای اثبات درستی $B \rightarrow A$ ، اثبات درستی $\sim A \rightarrow \sim B$ آسان‌تر باشد؟

➤ به کمک جدول ارزش‌های زیر (جدول ۴) بررسی کنید: آیا دو گزارهٔ $A \rightarrow B$ و $B \rightarrow A$ هم‌ارز هستند؟

V(A)	V(B)	V(A→B)	V(B→A)
۱	۱		
۱	۰		
۰	۱		
۰	۰		

جدول ۴

➤ مثالی از دو گزاره بیاورید که اولی، دومی را نتیجه دهد، ولی دومی، اولی را نتیجه ندهد.

➤ چرا از $(B \rightarrow A) \equiv (\sim A \rightarrow \sim B)$ می‌توان نتیجه گرفت: $(A \rightarrow B) \wedge (\sim A \rightarrow \sim B) \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

راه حل های خنده دار

سرگرمی های عددی

عباس قلعه پور اقدم

۷ را پیدا کنم. من این کار را به این صورت انجام می‌دهم: تنوی ۸ یک ۷ تایی موجود است، یک ۷ تایی می‌شود ۷ تا. حالا ۷ را از ۲۸ کم می‌کنم تا ۲۱ بماند. تنوی ۲۱ سه تا ۷ تایی موجود است. پس پاسخ ۱۳ می‌شود.

بورکی با حالتی پیروزمندانه و شادمان راه حل خود را روی یک تکه کاغذ به صورت زیر خلاصه می‌کند:

$$\begin{array}{r} 28 \div 7 \\ - 7 \times 13 \\ \hline 21 \\ - 7 \times 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

شی آ: روش بورکی واقعاً شگفت‌انگیز است! ولی من هنوز به طور کامل متقاعد نشده‌ام. فکر می‌کنم راه بهتری برای نشان دادن اینکه ۲۸ تقسیم بر ۷ برابر ۱۳ می‌شود، وجود دارد! کافی است هفت تا سیزده را زیر هم بنویسیم و با هم جمع کنیم. ابتدا ستون ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱. پس حاصل ۲۱ می‌شود. حال به سراغ ستون یک‌ها می‌رویم و آن‌ها را به ۲۱ اضافه می‌کنیم: ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸؛ پس حاصل برابر ۲۸ می‌شود. شی آ محاسبه‌های خود را به صورت زیر خلاصه می‌کند:

$$\begin{array}{r} 13 \\ +13 \\ +13 \\ +13 \\ +13 \\ +13 \\ +13 \\ \hline 28 \end{array}$$

در این قسمت از «سرگرمی‌های عددی» می‌خواهم از کتاب جوکی با عنوان «۳۶۶ جوک (یک جوک برای هر روز از سال کبیسه)، یک خنده در هر روز شما را از پزشک بی‌نیاز می‌کند (۱۹۲۳)»^۱، که توسط آقای اروین اس. کاب^۲ در سال ۱۹۲۳ نوشته شده، داستان خنده‌داری را که در واقع یک جوک ریاضی است، برایتان تعریف کنم. این داستان در مورد سه مرد ساده‌لوحی است که عدد ۲۸ را بر ۷ تقسیم می‌کردند و جواب ۱۳ را به دست می‌آوردند! در حالی که ۲۸ تقسیم بر ۷ برابر ۴ می‌شود.

همان‌طور که می‌دانید، طبق رابطه تقسیم، اگر مقسوم بر مقسوم‌علیه بخش‌پذیر باشد، حاصل ضرب خارج‌قسمت در مقسوم‌علیه باید برابر مقسوم بشود. یعنی اگر ادعای این سه مرد درست باشد، باید $7 \times 13 = 28$ شود که چنین نیست. ولی در ادامه خواهید دید که چگونه این سه مرد با روش‌های عجیب و غریب خود درستی تساوی‌های $28 \div 7 = 13$ و $7 \times 13 = 28$ را ثابت می‌کنند. حال داستان را برایتان تعریف می‌کنم تا هم کمی بخندید و هم روی تمرینی که در این مورد به شما عزیزان خواهم داد، فکر کنید. «سه اشراف‌زاده به نام‌های کلی^۳، بورکی^۴ و شی آ^۵ سهام‌دار یک معدن زغال‌سنگ بودند. صاحب معدن به‌عنوان کادو به هر یک از آن‌ها ۲۸ تن زغال‌سنگ می‌دهد و به آنان می‌گوید که آن را میان هفت خانواده از فامیل‌های خود تقسیم کنند (در نظر داشته باشید، در قدیم در بسیاری از کشورها از زغال‌سنگ به‌عنوان سوخت مصرفی خانه استفاده می‌شد). این سه مرد روی این موضوع که با تقسیم ۲۸ تن زغال‌سنگ میان ۷ خانواده، به هر خانواده چه مقدار زغال می‌رسد، با هم به بحث می‌نشینند! گفت‌وگو و عملکرد عجیب آن‌ها را دنبال کنید.

بورکی: باید کمی از معلومات ریاضی‌ام استفاده کنم. اگر بخوام میان ۷ خانواده ۲۸ تن زغال‌سنگ را تقسیم کنم، پس باید خارج‌قسمت تقسیم ۲۸ بر

یک دوتایی می‌شود ۲. با کم کردن ۲ از ۱۲، ۱۰ باقی می‌ماند؛ توی ۱۰، پنج دوتایی وجود دارد، پس پاسخ ۱۵ می‌شود.

$$\begin{array}{r} 12 \quad 2 \\ - 2 \quad 15 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array}$$

روش شی‌آ: دو تا ۱۵ را زیر هم می‌نویسیم و به روش شی‌آ جمع می‌کنیم. ابتدا ستون ۵ها را جمع می‌کنیم؛ ۱۰.۵ پس حاصل ۱۰ می‌شود. حال به سراغ ستون یک‌ها می‌رویم و آن‌ها را به ۱۰ اضافه می‌کنیم؛ ۱۱. ۱۲.

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 12 \end{array}$$

روش کلی: ۲ ضرب در ۵ می‌شود ۱۰. ۲ تا یک می‌شود ۴، ۱۰ با ۲ می‌شود ۱۲.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 2 \\ \hline 10 \\ + 2 \\ \hline 12 \end{array}$$

حالا دیگر نوبت شماسست! مورد بیست و یکم حاصل تقسیم ۴۵ بر ۵ است که باید آن را پیدا کنید. البته پاسخ ۹ را از شما نمی‌خواهم، بلکه پاسخی را باید پیدا کنید که با روش‌های سه مرد جور در بیاید.
 $45 \div 5 = ?$

پی‌نوشت

1. 366 jokes (one for leap year), A Laugh a Day Keep the Doctor Away (1923)
2. Irvin S. Cobb
3. Kelly
4. Burke
5. Shea

کلی: من هنوز به درستی نتایج شما دو نفر شک دارم. اجازه دهید من هم روش خودم را مطرح کنم. اگر بتوانیم نشان دهیم که ۱۳ ضرب در ۷ می‌شود ۲۸، پاسخ ۱۳ درست است. خب! ۷ ضرب در ۳ می‌شود ۲۱، ۷ تا یک هم می‌شود ۷، ۲۱ با ۷ می‌شود ۲۸. به همین سادگی! به زبان ریاضی، پاسخ کلی به این صورت است:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline 21 \\ + 7 \\ \hline 28 \end{array}$$

پس از این گفت‌وگوها، بورکی، کلی و شی‌آ هر سه متقاعد شدند که دیگر به بحث بیشتر نیازی نیست. بنابراین تصمیم گرفتند به هر یک از هفت خانواده از فامیل‌هایشان ۱۳ تن زغال سنگ بدهند!

حال که داستان تمام شد، می‌توان این پرسش را مطرح کرد: آیا عددهای ۲۸، ۷ و ۱۳ ویژگی به خصوصی دارند؟ آیا تنها این سه تایی (۲۸، ۷، ۱۳) ویژگی مزبور را دارد؟ این سه مرد با این روش خاص و عجیبی که داشتند، برای مثال، حاصل ۲۸ تقسیم بر ۴ را چند به دست می‌آوردند؟

پاسخ این است که علاوه بر این سه تایی، ۲۱ مورد دیگر نیز وجود دارند که رفتار مشابهی از خود نشان می‌دهند. در همه این ۲۱ مورد یکی از سه عدد، یک رقمی و دوتای دیگر دو رقمی هستند. در زیر به ۲۰ مورد از آن‌ها اشاره می‌کنم. مورد بیست و یکم را شما باید کار کنید.

$$\begin{array}{l} 12 \div 2 = 15, 18 \div 3 = 24, 14 \div 2 = 28, 15 \div 3 = 14, 16 \div 4 = 13, \\ 18 \div 2 = 45, 28 \div 4 = 25, 24 \div 3 = 17, 16 \div 2 = 35, 24 \div 4 = 15, \\ 25 \div 5 = 14, 18 \div 6 = 12, 15 \div 5 = 12, 36 \div 4 = 18, 27 \div 3 = 27, \\ 48 \div 8 = 15, 48 \div 6 = 17, 35 \div 5 = 16, 49 \div 7 = 16, 36 \div 6 = 15, \end{array}$$

برای روشن شدن موضوع، مورد اول یعنی $12 \div 2 = 15$ را با هر سه روش توضیح می‌دهم و بررسی بقیه را به عهده خودتان می‌گذارم تا در هر مورد خود را جای هر یک از سه شخصیت داستان قرار دهید و با روش او درست بودن یک تساوی نادرست را اثبات کنید.
روش بورکی: توی ۲، یک دوتایی موجود است.



کشف راه حل جدید

کارهای بزرگ با قدم‌های کوچک • محمدحسین دیزجی

عاشق و شیفته درس رسم فنی بود و در این درس تبحر عجیبی داشت. دیپلم اتومکانیک را که گرفت، برای ادامه تحصیل دوست داشت در زمینه نقشه‌کشی ادامه تحصیل بدهد که میسر نشد و رشته حسابداری را انتخاب کرد. الان سال هاست که به عنوان دبیر ریاضی در دوره اول متوسطه در چند مدرسه تدریس می‌کند. تسلط در درس فنی، مهارت در نقشه‌کشی، و داشتن خلاقیت در زمینه یافتن راه‌حل‌های متعدد برای حل یک مسئله، امروز از او یک معلم مبتکر ساخته است. ساختن ابزارهای گوناگون برای تدریس بهتر ریاضی، انگیزه‌ای شد تا ما به دیدار غلام رسول یعقوبی در «دبیرستان شهید نصرالهی» در شهرستان «تربت جام» استان خراسان رضوی برویم. گفت‌وگو با این دبیر ریاضی را با هم می‌خوانیم.

گونیا و پرگار را ندارند. به هر حال دانش‌آموزانی هستند که یا توان خرید دو یا سه وسیله را ندارند و یا کار با آن‌ها برایشان مشکل است.

همچنین وسیله دیگری داریم برای رسم ارتفاع ضلع‌ها و رسم خط عمود بر یک خط از نقطه معلوم. به کمک این وسیله می‌توان ارتفاع ضلع‌های هر نوع شکل به خصوص را، بدون استفاده از گونیا و با دقت بسیار زیاد رسم کرد. مثلاً ارتفاع مثلث‌هایی که زاویه تند دارند و یا قائم‌الزاویه هستند و یا یک زاویه باز دارند. همچنین با این وسیله می‌توان از یک نقطه به خط روبه‌رو بدون استفاده از گونیا، با دقت زیاد خط عمود رسم کرد.

تا به حال چند وسیله کمک آموزشی ساخته‌اید. لطفاً اسم ببرید و از کارهای هر کدام کمی توضیح بدهید.

با توجه به مباحث درس ریاضی، با مشارکت دانش‌آموزان وسایل ساده و متعددی ساخته‌ایم. این مشارکت باعث می‌شود قوه تخیل آنان بیشتر فعال شود و خودشان هم دنبال ساخت وسایل ساده برای حل مسائل درسی باشند. ما حتی از این وسایل، نمایشگاه کلاسی هم گذاشتیم. درباره تخته میخ و کش که توضیح دادم. کار دیگر ما درست کردن شکل‌های هندسی، مانند چندضلعی‌ها، روی صفحه برای مشخص کردن محور و مرکز تقارن که به کمک این شکل‌ها خیلی راحت متوجه می‌شوند کدام شکل‌ها مرکز تقارن

● از اولین وسیله کمک آموزشی که خودتان ساختید، برایمان بگویید.

ساخت تخته میخ و کش که برای تدریس خط‌های موازی و مورب و تساوی زاویه‌ها و ضلع‌های روبه‌رو در چهارضلعی‌ها از آن استفاده می‌شود. ساخت شکل‌های هندسی به کمک تلقی برای تدریس محور، مرکز تقارن و شناسایی شکل‌هایی که محور و مرکز تقارن دارند. این وسیله را در زمان تدریس درست کردیم و بچه‌ها هم به صورت گروهی در آن مشارکت داشتند. از آنجا که تدریس خط‌های موازی و مورب روی تخته برای اغلب دانش‌آموزان زیاد قابل فهم نبود، پیشنهاد ساخت وسیله را به دانش‌آموزان دادم و یادگیری خیلی بهتر انجام شد.

● شما وسیله‌ای برای رسم عمود منصف هم ساخته‌اید. این وسیله چه کاری انجام می‌دهد و چه کمکی به یادگیری دانش‌آموزان می‌کند؟

من اسم این وسیله را رسم‌کننده عمود منصف ضلع‌های شکل و پاره‌خط‌ها گذاشتم. به کمک این وسیله خیلی ساده و بدون استفاده از پرگار و گونیا می‌توان عمود منصف ضلع‌ها و پاره‌خط‌ها را رسم کرد. این وسیله به دلیل ارزانی و استفاده بسیار راحت از آن، دانش‌آموزان را در این درس تشویق می‌کند که مسائل مربوطه را با اشتیاق حل کنند. چون دغدغه تهیه و استفاده از

و دنبال ساخت وسایل باشند. این موضوع در حل مباحث ریاضی به آنان کمک می‌کند.

● در حال حاضر چه وسیله دیگری در ذهن دارید که برای کارهای آموزشی بسازید؟

در حال ساخت وسیله رسم نیم‌ساز زاویه‌ها بدون استفاده از پرگار هستیم. نمونه اولیه آن را ساخته‌ام، ولی اشکال‌های کوچکی دارد که در حال برطرف کردن آن‌ها و تکمیل این وسیله هستیم.

● ایده ساخت این وسایل معمولاً چطور به ذهن شما می‌رسد. یعنی چه اتفاقی می‌افتد که شما تصمیم می‌گیرید، یک وسیله را بسازید؟

من این پیش‌زمینه و پیش‌نیاز را از رشته تحصیلی خودم در دیپلم فنی مکانیک و درس رسم فنی دارم. ترسیم نقشه به فکر و قدرت تجسم بالا نیاز دارد. چون در آن درس موفق و ممتاز بودم، با همین خصلت، تدریس خودم را در درس ریاضی دنبال می‌کنم. لذا همیشه دنبال ساخت ابزارهایی هستم تا تدریس، یادگیری و آموزش را راحت‌تر کند.

● آیا این وسایل را جایی به نام خودتان ثبت کرده‌اید؟

متأسفانه تا الان موفق به ثبت ایده‌ها و دست‌سازهایم نشده‌ام و این اولین بار است که برای ثبت کارهایم اقدام کرده‌ام که امیدوارم به حول و قوه الهی و توجه و لطف شما عزیزان بتوانم هر چه زودتر آن‌ها را به ثبت برسانم.



● به عنوان سؤال پایانی، چه صحبتی با دانش‌آموزان دارید تا بتوانند نگاه خلاقانه را بیشتر در وجود خود پرورش دهند و هنگام برخورد با یک مسئله در صدد یافتن راه‌حل‌های متعدد برای آن باشند؟

درس را فقط برای کسب نمره نخوانند که بعد از کسب نمره، مطلب حفظی را فراموش خواهند کرد. آن وقت زمانی که به آن علم و دانش نیاز پیدا می‌کنند، با مشکلاتی روبه‌رو می‌شوند و افسوس می‌خورند چرا یاد نگرفتند. همواره دنبال راه‌حل‌های جدید باشند تا قدرت تفکر و خلاقیت خود را پرورش دهند. وقتی شما در این مسیر رشد و ترقی می‌کنید، دیگر دانش‌آموزان هم شما را الگو قرار می‌دهند و در این مسیر گام برمی‌دارند. کارهای بزرگ با قدم‌های کوچک شروع می‌شوند.

● از حضور شما در این گفت‌وگو سپاسگزاریم.

من هم از طرف خودم و دانش‌آموزانم در تربیت جام از شما و مجله ریاضی برهان صمیمانه تشکر می‌کنم.

دارند یا نه، کدام شکل‌ها محور تقارن دارند یا نه، و یا هر شکل چند محور تقارن دارد.

● ساخت این وسایل چه تأثیری روی یادگیری و اعتمادبه‌نفس دانش‌آموزان شما داشته است؟

به یقین استفاده از ابزارها و وسایل کمک‌آموزشی فهم و درک درس را بهتر می‌کند. حال اگر خود دانش‌آموزان این وسیله را بسازند یا در ساخت آن مشارکت داشته باشند، اعتمادبه‌نفسشان بالاتر می‌رود و ماندگاری مباحث در ذهن آنان بیشتر می‌شود. یکی از کارهای ما ساخت ماکت‌های حجمی است. ما سعی می‌کنیم از ساده‌ترین وسایل، مثل جعبه کفش، پوشش (کاور) سسی‌دی، مقوا، تلیق و کاغذ رنگی که در دسترس همه هست، استفاده کنیم.

● اشاره کردید که در تهیه و اجرای برخی از طرح‌ها، دانش‌آموزان هم مشارکت داشتند. کمی بیشتر در این باره برآی‌مان بفرمایید.

البته اکثر دانش‌آموزان به صورت گروهی و تعدادی هم انفرادی، هم بنا به توصیه من و هم به خاطر علاقه خودشان، بعضی وسایل را می‌سازند و به کلاس می‌آورند. برای مثال: ایوب فرازی، امیررضا مضانی، امیررضا صالح، مهران دری، ابوالفضل سالاری و ... در آماده‌سازی و ساخت تخته میخ و کش که قبلاً توضیح دادم، نقش داشتند. همچنین پوریا پرکوک، سیدمحمد افتخاریان، محراب وکیلی، آرمین عطاردی، علی جلیلی، مصطفی مروی و ... هدایت و مدیریت گروه‌های دانش‌آموزی را برای ساخت وسایل و دیگر تجهیزات بر عهده داشتند. این مشارکت‌ها، هم باعث رشد خود این بچه‌ها می‌شود، و هم دیگر دانش‌آموزان را به فعالیت‌های عملی و گروهی تشویق می‌کند. همین ساخت وسایل کمک‌آموزشی به سایر دانش‌آموزان مدرسه هم انگیزه کار و تلاش داده است.

● از یادگیری و فهم بهتر مطالب درسی قبل و بعد از ساخت و استفاده از این وسایل در کلاس خودتان بفرمایید.

تدریس و آموزش برای درس‌ها و مباحث‌هایی که امکان استفاده از ابزارهای کمک‌آموزشی برای آن‌ها وجود دارد، به مراتب اثرگذارتر و ماندگارتر است. به ویژه آنکه خود دانش‌آموزان هم بتوانند در ساخت و استفاده از این ابزارها نقش داشته باشند. دانش‌آموزی که از قوه تخیل و تجسم خود هم کمک می‌گیرد، یادگیری‌اش عمیق خواهد بود.

● شنیده‌ایم شما دانش‌آموزان خودتان را به ساخت وسایل کمک‌آموزشی تشویق می‌کنید. نقش آفرینی بچه‌ها در این زمینه، چه تأثیری روی اعتمادبه‌نفس آنان گذاشته است؟

چون درس ریاضی فهمیدنی است و نه حفظ کردنی، لذا من تا جایی که امکان دارد با روش‌های متنوع هر مبحث را تدریس می‌کنم و راه‌حل‌های متفاوتی ارائه می‌دهم تا دانش‌آموزان هم در صدد کشف و یافتن نکته‌های جدید و تازه باشند. همین موضوع باعث می‌شود بچه‌ها تشویق و ترغیب شوند که فکر کنند

پیکار بالگردها بر فراز جزیره‌ها

خسرو داودی

هر کدام از بازیکن‌ها باید از چهار جزیره متفاوت بگذرند و با بالگرد خود پرواز کنند. قواعد بازی را دنبال کنید:

۱. هر بازیکن با یک عدد شروع می‌کند و فقط از یک عمل ریاضی که به او اختصاص داده شده است، استفاده می‌کند.

۲. نتیجه نهایی محاسبه‌اش باید همان عددی باشد که روی پرچم بالگرد او نوشته شده است.

مثال: بازیکن ۱ فقط از ضرب استفاده می‌کند. او باید به بالگرد $\times$ برسد. عدد شروع او ۵ و عدد نهایی‌اش ۱۵۰ است.

۵: عدد شروع

$5 \times 2 = 10$: اولین جزیره

این عدد خیلی زیاد است، پس بازیکن ۱ راه را اشتباهی رفته است.

$10 \times 6 = 60$: دومین جزیره.

۳. بازیکن‌ها می‌توانند راه‌های یکدیگر را قطع کنند و از جزیره‌های مشابه استفاده کنند، اما نمی‌توانند مسیرهای مثل هم را دنبال کنند.

۴. بازیکن‌ها باید از مسیرهایی که روی آب (کم‌رنگ) مشخص شده‌اند، حرکت کنند.

سلام، من بازیکن شماره ۱ هستم. من فقط می‌توانم از «ضرب» استفاده کنم تا به بالگرد $\times$ برسم. عدد شروع من ۵ است.

سلام، من بازیکن شماره ۲ هستم. من فقط می‌توانم از «تقسیم» استفاده کنم تا به بالگرد $\div$ برسم. عدد شروع من ۲۰۰ است.

سلام، من بازیکن شماره ۳ هستم. من فقط می‌توانم از «جمع» استفاده کنم تا به بالگرد $+$ برسم. عدد شروع من ۱۰ است.

سلام، من بازیکن شماره ۴ هستم. من فقط می‌توانم از «تفریق» استفاده کنم تا به بالگرد $-$ برسم. عدد شروع من ۱۵۰ است.





عدد شروع	عدد ۱. روی جزیره	عدد ۲. روی جزیره	عدد ۳. روی جزیره	عدد ۴. روی جزیره	عدد روی پرچم	
۵	×	×	×	×	= ۱۵۰	بازیکن ۱
۲۰۰	÷	÷	÷	÷	= ۵	بازیکن ۲
۱۰	+	+	+	+	= ۲۰۰	بازیکن ۳
۱۵۰	-	-	-	-	= ۱۰	بازیکن ۴

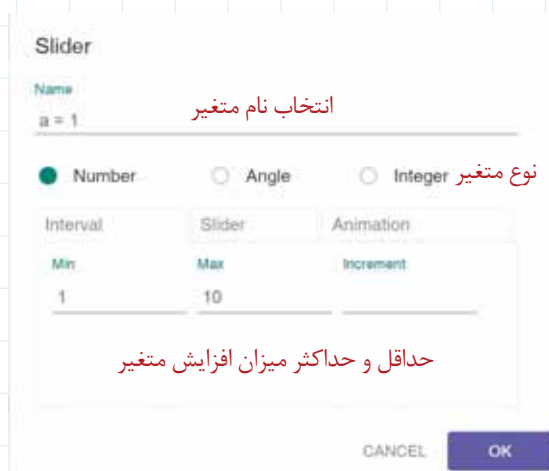
مسیر
بازیکن ها



مربع دو جمله‌ای باجئوجبرا

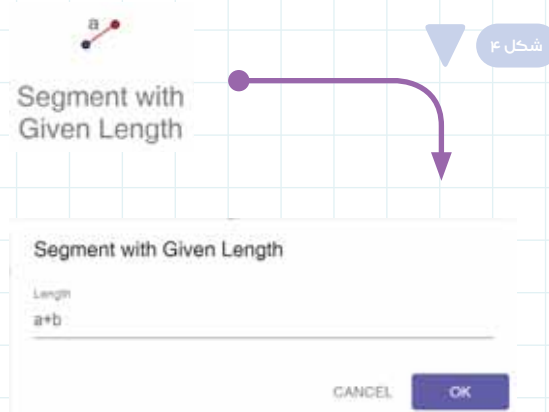
● فاطمه درویشی

- در کادری که ظاهر می‌شود، تنظیمات را مطابق شکل ۳ انجام دهید.



شکل ۳

- مانند آنچه در مرحله ۱ و ۲ انجام دادید، یک متغیر با نام b نیز تعریف کنید. می‌توانید با استفاده از  متغیرهایی را که در صفحه ایجاد کرده‌اید، جابه‌جا و تغییر مقدار آن‌ها را ملاحظه کنید.
- گزینه $\text{Segment with given length}$ (رسم پاره‌خط با تعیین طول آن) را انتخاب و روی یک نقطه دلخواه کلیک کنید و پاره‌خطی به طول $a+b$ رسم کنید (شکل ۴).



شکل ۴

همیشه آموزش یک مطلب از طریق شکل، بیشتر در خاطر ما می‌ماند. بنابراین در این مقاله سعی داریم برای شما عزیزان با استفاده از شکل هندسی، «اتحاد مربع دو جمله‌ای» را معرفی کنیم و سپس با استفاده از یک کاربرگ پویا در جئوجبرا، آن را به شکلی زیبا در قالب شکل هندسی نمایش دهیم. با این روش شما خواهید دید چقدر بین شاخه‌های درس شیرین ریاضی ارتباط‌های زیبا وجود دارد.

قبل از شروع مطلب به یاد بیاوریم که مساحت مربع برابر است با: یک ضلع ضرب در خودش یا همان یک ضلع به توان دو.

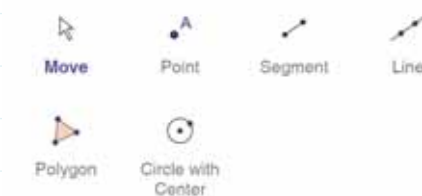
تعریف اتحاد مربع دو جمله‌ای: در صورتی که a و b دو عدد حقیقی باشند، خواهیم داشت:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

دوستان عزیزم اگر به رابطه اتحاد مربع دو جمله کمی دقت کنیم، توان دو ما را به یاد مساحت مربع می‌اندازد و همین باعث می‌شود ما برای نمایش رابطه به سراغ شکل هندسی مربع برویم. برای اینکه هر چه زیباتر این کار را انجام دهیم، از جئوجبرا کمک می‌گیریم.

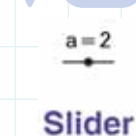
- با تایپ آدرس <https://www.geogebra.org/geometry> وارد محیطی از جئوجبرا می‌شوید که مختص ترسیمات است.
- در شکل ۱ با هر بار کلیک روی گزینه More می‌توانید ابزار ترسیمات بیشتری را ملاحظه کنید.

Basic Tools



MORE

شکل ۲



Slider

شکل ۱

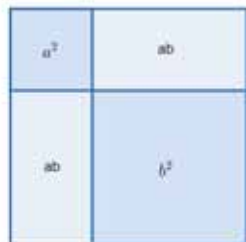
- ابزار Slider (لغزنده) را که برای ایجاد متغیر در جئوجبرا از آن استفاده می‌شود، انتخاب کنید و در محلی دلخواه از صفحه کلیک کنید (شکل ۲).

که مخصوص نوشتن متن است، انتخاب و داخل مربع a کلیک کنید تا پنجره تنظیم متن ظاهر شود. در این پنجره روی گزینه Advanced کلیک کنید تا قسمت پایین پنجره طبق شکل ۷ ظاهر شود. سپس برای نوشتن فرمول های ریاضی روی گزینه LaTeX formula کلیک کنید تا پنجره بعدی شکل ۷ ظاهر شود. مانند آنچه در شکل نشان داده شده است، xa را انتخاب کنید و در بالای صفحه محلی که $x^a\{a\}$ نمایش داده می شود به جای x حرف a و به جای a در داخل $\{\}$ عدد ۲ را تایپ کنید تا فرمول a^2 را داخل مربع ایجاد نمایید.



شکل ۷

همین عمل را برای سایر قسمت های به دست آمده در شکل انجام دهید تا شکل ۸ به دست آید.



شکل ۸

همان طور که مشاهده می کنید مربع به ضلع $(a+b)$ و مساحت $(a+b)^2$ ، به دو مربع به ضلع های a با مساحت a^2 و b با مساحت b^2 و همچنین دو مستطیل به طول و عرض a و b با مساحت های ab تقسیم شده است. بنابراین روابط زیر بین مساحت های آنها برقرار است.

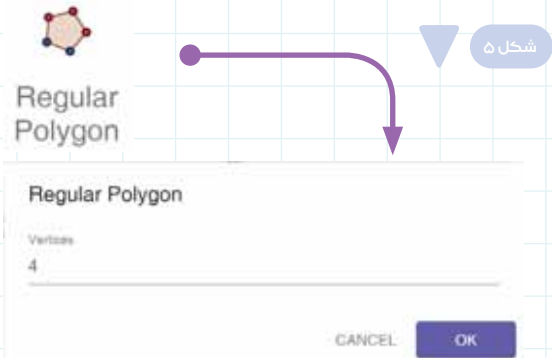
$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

رابطه به دست آمده همان رابطه اتحاد مربع دوجمله ای است که با استفاده از مساحت مربع ها به دست آمده است.

برای اینکه زیبایی کار خود را بهتر مشاهده کنید می توانید ابزارهای لغزنده را جابه جا کنید و ببینید که رابطه بالا همواره (به ازای مقادیر متفاوت a و b) برقرار است.

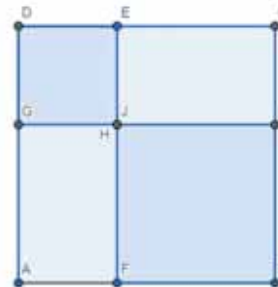
تمرین: رابطه اتحاد مزدوج را مشابه بالا تمرین کنید.

• توسط گزینه Regular Polygon (چندضلعی منظم) با انتخاب دو سر پاره خط رسم شده در مرحله قبل و عدد ۴ به عنوان تعداد ضلع ها، یک مربع رسم کنید (شکل ۵).



• در صورت جابه جایی متغیرهای a و b ملاحظه می کنید که اندازه مربعی که رسم شده است، تغییر می کند.

• مانند آنچه در مرحله قبل انجام دادید و توسط راهنمای درج شده در کادر آبی رنگ شکل را مانند شکل ۶ تکمیل کنید.



شکل ۶

۱. ابتدا از محل D یک پاره خط به ضلع a رسم کنید.
۲. همین کار را از نقطه A نیز انجام دهید.
۳. یک چهارضلعی منظم با انتخاب نقطه E و سپس نقطه D بکشید. (در صورتی که جابه جا انتخاب کنید، مربع ایجاد شده بالای پاره خط DC قرار می گیرد و این به علت تنظیمات جئوجبرا است. می توانید صحت آن را بررسی کنید.
۴. یک چهارضلعی منظم با انتخاب نقطه F و سپس نقطه B رسم کنید.

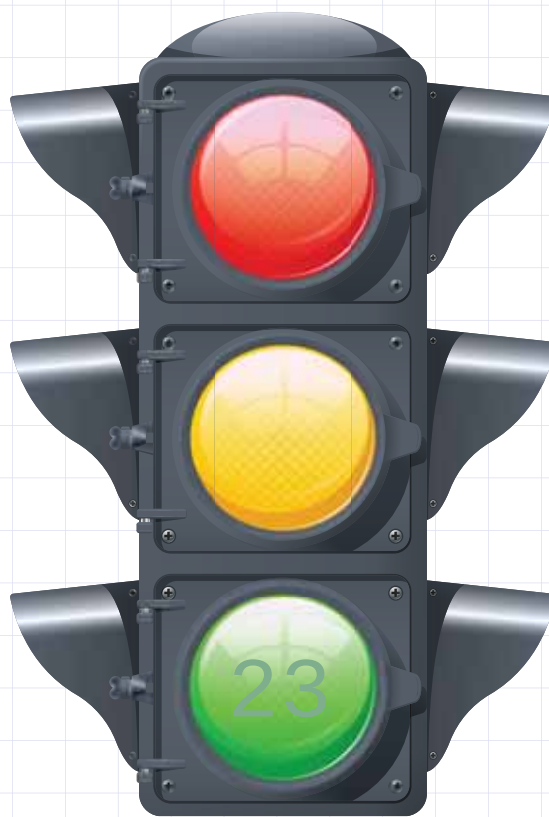
می بینید که دو مربع داریم یکی به ضلع a و دیگری به ضلع b

• بهتر هست با کلیک راست روی هر نقطه و انتخاب گزینه settings (تنظیمات) و سپس برداشتن علامت انتخاب گزینه Show Object (نمایش شیء)، نقاط را مخفی کنید تا مانع از شلوغی شکل در مراحل بعد شوید.

• حال می خواهیم مساحت هریک از قسمت های به دست آمده در مرحله قبل را داخل آن بنویسیم. به این منظور ابزار ABC Text را

ناظم‌های رنگ

زهرا باقری



زمان‌های متفاوت در خیابان، چراغ راهنمایی در بازه‌های زمانی که توسط زمان‌سنج مشخص می‌شود، سبز، زرد و قرمز می‌شوند تا جریان ثابت بدون ترافیکی از رفت‌وآمد، در تمام جهت‌های چهارراه وجود داشته باشند. البته چراغ‌های راهنمایی دارای زمان‌سنج، برای چهارراه‌های شلوغ که حجم ترافیک سنگین و ثابتی دارند، مناسب هستند. در چهارراه‌هایی که ترافیک غیرقابل پیش‌بینی است، چراغ‌هایی که فقط زمان‌سنج دارند، مناسب نیستند. برای مثال، در نواحی اطراف شهر که رفت‌وآمد بیشتر در خیابان اصلی جریان دارد، چراغ راهنمایی رانندگان را مجبور می‌کند که به‌طور غیرضروری و وقتی ترافیکی وجود ندارد، پشت چراغ‌قرمز منتظر بمانند. امروزه با پیشرفت فناوری، با نصب چند حسگر (سنسور) در یک چهارراه، و با استفاده از هوش مصنوعی، به راحتی می‌توان مدیریت چراغ‌های راهنمایی را به یک سیستم هوشمند سپرد و از به هدر رفتن زمان و سوخت خودروها و آلودگی هوا پشت چراغ‌قرمز جلوگیری کرد. در بعضی از چراغ‌های راهنمایی، شاهد برخی از ناهماهنگی‌ها در زمان شمارشگرها هستیم. مثلاً در شمارش معکوس چراغ سبز، یک دفعه پرشی در عدد‌های رخ می‌دهد یا شمارشگر روی یک عدد به مدت چند ثانیه باقی می‌ماند. این نوع اتفاق‌ها، نه تنها به دلیل اشکال در چراغ راهنمایی نیستند، بلکه نشان می‌دهند، چراغ راهنمایی دارد به‌صورت هوشمند کار می‌کند. طرز کار چراغ‌های راهنمایی هوشمند به این صورت است که وقتی ماشین‌ها پشت چراغ‌قرمز می‌ایستند، یک سری سیگنال برای چراغ فرستاده می‌شود. حسگرهایی که حضور خودروها را پشت چراغ حس می‌کنند، بنا بر موقعیت جغرافیایی آن مکان و فناوری به کاررفته در آن‌ها، مدل‌های متفاوتی دارند. بعضی از حسگرها از لیزر استفاده می‌کنند. بعضی هم از شلنگ‌های پلاستیکی که داخل آن‌ها هوا جریان دارد. شلنگ‌ها کف جاده کار گذاشته می‌شوند. زمانی که خودرو روی آن‌ها توقف می‌کند، تغییر فشار هوای داخل شلنگ، سیگنالی را به چراغ راهنمایی می‌فرستد. همچنین بعضی چراغ‌ها از دوربین‌های ویدیویی برای تشخیص حضور خودروها پشت چراغ راهنمایی بهره می‌گیرند. در نوع دیگر این حسگرها، ماریجی از سیم‌ها سطح جاده جاسازی شده‌اند. وقتی خودرو بالای این سیم‌ها توقف می‌کند، حسگر تغییرات میدان مغناطیسی را تشخیص می‌دهد و سیگنالی را به چراغ راهنمایی ارسال می‌کند. (به دلیل اینکه خودرو یک جسم فلزی بزرگ است، باعث تغییر در میدان مغناطیسی می‌شود.)

نحوه عملکرد چراغ راهنمایی هوشمند

ابتدا با نصب چند حسگر یا با استفاده از دوربین (که نیازمند عملیات پردازش تصویر است)، داده‌ها وارد سیستم می‌شوند. سیستم براساس حجم خودروهایی که در هر خیابان منتهی به

آیا تا به حال پیش آمده، زمانی که در خیابان قدم می‌زدید، به چهارراه برسید و به طرز رفت‌وآمد ماشین‌ها دقت کنید؟ اینکه چطور یک چراغ راهنمایی سه‌رنگ، نظم را در خیابان برقرار می‌کند؟ اگرچه بیشتر آن‌ها ظاهر یکسانی دارند و در یک چرخه زمانی رنگ‌های سبز، زرد و قرمز را نمایش می‌دهند، اما طرز کارشان متفاوت است. بیشتر چراغ‌های راهنمایی معمولی با یک زمان‌سنج (تایمر) کار می‌کنند. یعنی زمان‌سنج مشخص می‌کند که مدت‌زمان سبز بودن چراغ چند ثانیه باشد و پس از آن زرد و قرمز چه مدت باشند. بیشتر چراغ‌های راهنمایی با زمان‌سنج معمولی کار می‌کنند. بسته به حجم ترافیک در

برخورد کرده‌اید، براساس زمان سنج است یا حسگر؟ و اگر براساس حسگر است، چگونه کار می‌کند؟ همچنین به این فکر کنید که در حال حاضر، تعدادی از حسگرها براساس تغییر در میدان مغناطیسی، به چراغ راهنمایی سیگنال ارسال می‌کنند. چون یک خودروی فلزی به محدوده آن حسگرها وارد شده است. ولی با گذشت زمان که استفاده از فلزها در ساخت خودروها روزبه‌روز کاهش می‌یابد و خودروها با استفاده از پلاستیک و مواد کامپوزیت ساخته می‌شوند، چگونه حسگرهایی باید به جای این‌ها قرار بگیرند؟ از قوه تخیل خودتان هم استفاده کنید و فکر کنید، در آینده که خودروهای پرنده هم اضافه می‌شوند، دیگر جاده‌ها سطحی ندارند و وسایل نقلیه در هوا هستند، چه حسگرهایی باید به کار گرفته شوند تا مناسب‌تر باشند؟ حال تصور کنید بخواهیم با استفاده از رابطه‌های ریاضی به مدل‌سازی و فرمول‌بندی ترافیک پشت چراغ قرمز بپردازیم.

طول سیکل: مدت زمانی است که چراغ یک محور مجدداً سبز می‌شود.

طول فاز: درصدی از طول سیکل است که به زمان سبز برای هر محور اختصاص داده می‌شود.

Offset: فاصله زمانی است که یک خودرو از یک تقاطع به تقاطع بعدی می‌رسد.

تأخیر در تقاطع: مدت زمانی است که خودرو برای عبور از تقاطع باید منتظر بماند.

موج سبز: فرایندی است برای ایجاد هماهنگی بین چراغ‌ها و ایجاد فاز سبز در جهت موج حرکت ترافیک.

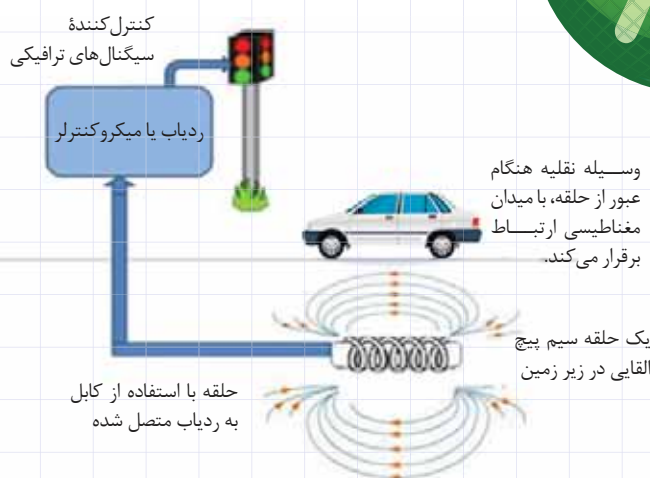


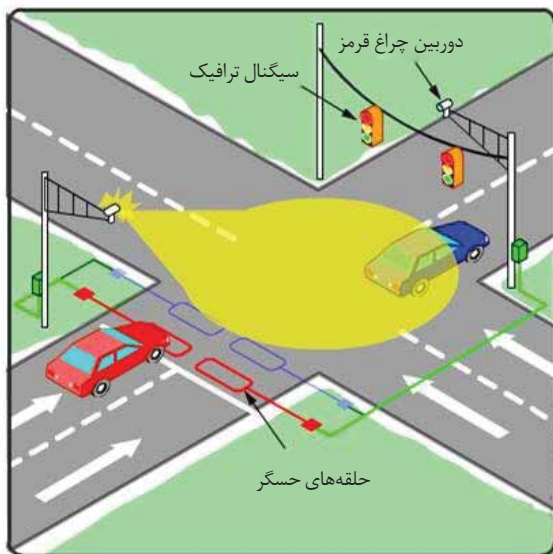
تقاطع حضور دارند، تصمیم‌گیری می‌کند. اگر حجم خودروها خیلی کم باشد (مانند نیمه‌شب)، چراغ‌ها به صورت چشمک‌زن روشن و خاموش خواهند شد. در یک حالت ایده‌آل نیز انتظار می‌رود چراغ‌ها به صورت منظم و مساوی روشن و خاموش شوند. اما هنگامی که خودروهای ورودی از سمت یک خیابان نسبت به خیابان‌های دیگر بیشتر است، منصفانه نیست که چراغ‌ها با زمان‌بندی مساوی روشن و خاموش شوند. زیرا در این صورت در یک طرف، خودروها با ترافیک مواجه می‌شوند. در صورتی که اگر چراغ سبز آن خیابان، زمان بیشتری سبز بماند، مشکل ترافیک به سادگی حل می‌شود. در اکثر تقاطع‌ها، چراغ‌ها به صورت دو زمانه عمل می‌کنند؛ یعنی خیابان‌های موازی، با هم سبز و با هم قرمز می‌شوند. اما اگر در تقاطعی برای مثال، اگر خودروهای ورودی از ضلع شمالی و ضلع جنوبی نسبت به دیگر اضلاع، زیاد باشند، ممکن است با وجود چراغ راهنمایی هوشمند دو زمانه، باز هم شاهد ترافیک باشیم؛ مخصوصاً اگر مقصد اکثر خودروها نیز یک خیابان خاص مثلاً ضلع شرقی باشد. این شرایط را باید به گونه‌ای دیگر مدیریت کرد. مثلاً چراغ‌ها را به صورت سه‌زمانه روشن و خاموش کرد؛ به این صورت که ابتدا فقط چراغ ضلع شمالی سبز شود، سپس چراغ ضلع جنوبی و در آخر نیز چراغ محور شرقی - غربی. چراغ راهنمایی هوشمند سیستمی است که با توجه به حجم خودروهای ورودی به یک تقاطع هم‌سطح، چراغ‌های راهنمایی را به صورت عادلانه مدیریت می‌کند. «سکاتس»

(SCATS) یکی از چندین سیستم موفق کنترل مرکزی هوشمند در دنیاست که پس از بررسی‌های کارشناسی و مطابق با نیاز کلان‌شهر تهران، توسط «شرکت کنترل ترافیک» در سال ۱۳۷۲ خریداری شده و مورد بهره‌برداری قرار گرفته است. هم‌اکنون نیز در ۴۴۰ تقاطع تهران فعال است. هدف این سیستم، جمع‌آوری اطلاعات ترافیکی

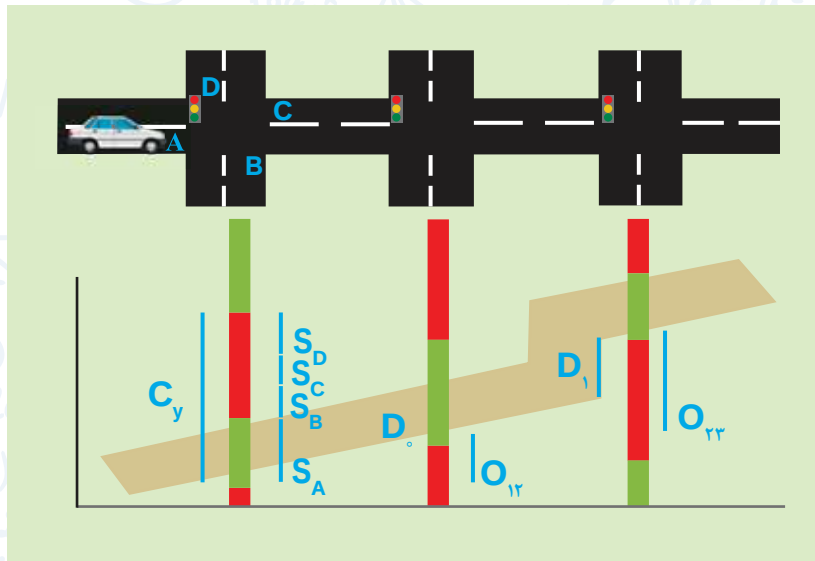


تقاطع، تجزیه و تحلیل اطلاعات، و تصمیم‌گیری براساس آن‌هاست. در بعضی از شهرهای بزرگ دنیا، بعضی از چراغ‌های راهنمایی، به قدری پیشرفته هستند که اجازه می‌دهند، بعضی از خودروها آن‌ها را کنترل کنند. یعنی چرخه زمانی سبز، زرد و قرمز آن‌ها به صورتی تنظیم می‌شود که اجازه دهد، آن نوع وسایل نقلیه خاص، مثل آمبولانس، ماشین‌های آتش‌نشانی و ماشین پلیس، به سرعت و با کمترین توقف پشت چراغ قرمز، از آن چهارراه عبور کنند. شروع کنید و قدمی در شهر بزنید و به چراغ‌های راهنمایی و طرز کار آن‌ها دقت کنید. سعی کنید تشخیص دهید، طرز کار یک چراغ راهنمایی که به آن





تصویر ۲



تصویر ۱

(۲) همان‌طور که در تصویر ۱ می‌بینید، خودروی قرمز رنگ، تقاطع اول و دوم را بدون هیچ تأخیری طی می‌کند، ولی در تقاطع سوم با چراغ قرمز مواجه می‌شود و به مدت D_1 در زمان تأخیر قرار می‌گیرد. طول سیکل برای تقاطع اول C_y و S_A ، S_B و S_C به ترتیب مقادیر شکاف مرحله برای مسیرهای A، B، C و D در طول سیکل C_y و مقادیر D_1 و D_2 مدت زمان تأخیر خودروی قرمز رنگ در مسیر مستقیم، در تقاطع‌های دوم و سوم است که مقدار D_2 صفر و مقادیر O_{1r} و O_{2r} ، به ترتیب مقدار Offset بین تقاطع اول با دوم و دوم با سوم می‌باشد.

(۳) در ابتدا با استفاده از تجهیزات، داده‌های ترافیکی (شامل تعداد خودروهای ورودی و خروجی در هر مسیر، سرعت حرکت خودروها) که بیان‌کننده شرایط ترافیکی موجود در مسیرها می‌باشند به صورت لحظه‌ای جمع‌آوری و به‌عنوان داده‌های دینامیک یا همان داده‌های زمانی در پایگاه داده ذخیره می‌شوند. با انجام پردازش‌ها بر روی این داده‌ها، تعداد خودروهای موجود در مسیرها و سرعت حرکت ترافیکی براساس رابطه (۱)، در هر لحظه تعیین می‌شود.

(۴) با استفاده از این داده‌ها و داده‌های استاتیک (که شامل مشخصات هندسی مسیرها می‌باشد)، پارامترهای ترافیکی شامل ظرفیت، حجم ترافیک و زمان سفر در هر مسیر با استفاده از روابط (۲)، (۳)، (۴) تعیین می‌شوند.

$$\text{میانگین سرعت ماشینها} = \frac{\text{سرعت ماشین ۱} + \text{سرعت ماشین ۲} + \dots}{\text{تعداد ماشینها}}$$

طول مسیر $\times$ تعداد خودروهایی که

در مسیر می‌توانند قرار بگیرند

$$\text{ظرفیت مسیر} = \frac{\text{ظرفیت مسیر}}{4}$$

تعداد ماشینها

$$\text{درصد حجم ترافیک مسیر} = \frac{\text{تعداد ماشینها}}{\text{ظرفیت مسیر}} \times 100$$

طول مسیر

$$\text{زمان سفر در مسیرها} = \frac{\text{طول مسیر}}{\text{سرعت}}$$

(برای راحتی محاسبات مسیر را یکطرفه در نظر گرفتیم)

با ذخیره‌سازی پارامترها و شرایط ترافیکی هر روز و هر لحظه، تاریخچه ترافیک به‌وجود می‌آید. با پردازش تاریخچه ترافیک رفتار ترافیکی میانگین و اطلاعاتی از قبیل ساعت‌های اوج ترافیک، مسیرها و تقاطع‌های پرتراffic و درجه اهمیت آنها و نیز جهت جریان‌ها و موج‌های حرکت ترافیک در ساعت‌های مختلف روز حاصل شده و بر مبنای آن برنامه زمان‌بندی پیش‌فرضی برای چراغ‌ها تنظیم می‌شود.



«سوسن: نه خانم حالا
«۶۰ ثانیه که نه! ولی ۵
دقیقه ای می آیم».

(۴۵ دقیقه بعد)

«سوسن و بچه ها: خانم ببخشید
چند دقیقه دیر شد، بیایم کلاس؟
«عزیزم اختلاف واقعیت تأخیر شما
۹ برابر تخمینتان است. الان که من
درس را تمام کردم، بچه ها دارند «کار
در کلاس» حل می کنند. ولی بیایید توی کلاس تا تمرینی را با
هم انجام بدهیم».

خانم محاسب یک کورنومتر از استاد تربیت بدنی گرفت و به کلاس
بازگشت.

بچه ها این یک بازی است. از لحظه ای که اعلام می کنم، همه
چشمستان را ببندید و هر وقت فکر کردید یک دقیقه تمام گذشته
است، بدون هیچ صدا و جلب توجهی چشمستان را باز کنید و
دستتان را بالا بگیرید.

زمان هایی که بچه ها به عنوان ۱ دقیقه اعلام کردند:

«فهیمة: ۲۵ ثانیه

«زهره: ۴۱ ثانیه

«صبا: ۶۵ ثانیه

«مهلا: ۸۰ ثانیه

....

«سوسن: ۴ دقیقه و ۲۰ ثانیه!

این تمرین خوبی برای سنجش درک شما از زمان است.

نظر شما چیست؟

آیا شما می توانید بدون نگاه کردن به ساعت ۶۰ ثانیه را اعلام
کنید؟

به نظر شما برای انجام این کارها چند ثانیه زمان نیاز دارید؟

پوشیدن کفش

استحمام

نوشیدن یک لیوان آب

میل کردن ناهار

پیاده روی از درخانه شما تا سر خیابان اصلی

یک سرک در کلاس تخمین زمان

فرخنده متین آرا

«معلم

«شاگرد

«سوسن: خانم محاسب! می شود من و ۵ نفر دیگر امروز با تأخیر

به کلاس بیایم؟

«مثلاً چقدر تأخیر عزیزم؟

«سوسن: قرار است دبیر تربیت بدنی از ما تست والیبال بگیرد.

یک دقیقه بیشتر طول نمی کشد.

«سوسن جان! عزیزم! یک دقیقه یعنی ۶۰ ثانیه! شما ۶ نفری

می خواهید در عرض ۶۰ ثانیه تست والیبال بدهید؟ نفری ۱۰

ثانیه؟

ویژه بزرگ عباس قلعه پور اقدم

۱	۸	۹	۱	۱	۲	۱	۰
۱	۹	۰	۴	۹	۸	۴	۰
۸	۹	۸	۱	۷	۶	۲	۲
۸	۸	۵	۵	۷	۶	۵	۵
۳	۳	۲	۹	۳	۶	۶	۲
۱	۱	۰	۲	۲	۹	۹	۲
۵	۱	۱	۳	۴	۹	۹	۵
۷	۳	۷	۳	۵	۸	۷	۵

جدول این شماره یک جدول عددی 8×8 است. پاسخ موارد زیر را در جدول پیدا کنید (یک مورد به عنوان نمونه مشخص شده است) و دور آن‌ها خط بکشید. هشت خانه باقی می‌ماند که اگر رقم‌های این هشت خانه را به ترتیب کنار هم قرار دهید، دو عدد چهاررقمی به دست می‌آید که اولی سال تولد و دومی سال وفات یکی از ریاضی‌دانان معاصر ایرانی برحسب تاریخ میلادی است. نام این ریاضی‌دان بزرگ را برای ما بفرستید تا جایزه‌ای نفیس تقدیمتان شود!

- مجموع مربعات هفت عدد اول نخست. $\textcircled{۲}$ بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد ۳۱۵۷ و ۶۳۱۴. $\textcircled{۳}$ اگر مجموع دو عدد صحیح مثبت برابر ۶۰۰۰ و اختلاف آن‌ها ۴۹۰ باشد، عدد بزرگ‌تر برابر ... است. $\textcircled{۴}$ اگر مجموع سه عدد صحیح مثبت متوالی برابر ۲۵۱۷ باشد، عدد بزرگ‌تر برابر ... است. $\textcircled{۵}$ اگر چهار واحد به حاصل ده منهای مجموع منفی سی‌وشش اضافه شود و حاصل ۵ برابر گردد، نتیجه ... می‌شود. $\textcircled{۶}$ در یک ساعت عقربه‌ای ظرف ۳۵ دقیقه، عقربه دقیقه‌شمار ... درجه حرکت می‌کند. $\textcircled{۷}$ اگر طول ضلع مربعی را ۱۶ برابر کنیم، مساحت آن ... برابر می‌شود. $\textcircled{۸}$ عددی طبیعی بین ۳۱۰۰ تا ۳۲۰۰ که با مقلوب خود برابر است. $\textcircled{۹}$ حاصل عبارت $(\sqrt{37}+2)(\sqrt{37}-2)$. $\textcircled{۱۰}$ تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی هر مجموعه ۱۰ عضوی. $\textcircled{۱۱}$ نخستین ۶ رقم اعشار عدد π . $\textcircled{۱۲}$ بزرگ‌ترین عدد طبیعی زوج سه‌رقمی. $\textcircled{۱۳}$ بزرگ‌ترین عدد اول سه‌رقمی. $\textcircled{۱۴}$ پانزده برابر هفتمین عدد اول. $\textcircled{۱۵}$ مجموع شمارنده‌های عدد ۹۷. $\textcircled{۱۶}$ اگر در متوازی‌الاضلاع ABCD، $\angle A = 2y + 15^\circ$ ، $\angle C = 3y - 73^\circ$ باشد، آن‌گاه ... یک زاویه ... درجه است. $\textcircled{۱۷}$ ۵ برابر ششمین عدد اول. $\textcircled{۱۸}$ قد بابک از قد فرهاد، $12/5$ درصد بیشتر است. قد فرهاد ۱۶۸ سانتی‌متر است، پس قد بابک ... سانتی‌متر است.

به‌عنوان نمونه، مجموع مربعات هفت عدد اول نخست به‌صورت
 $666 = 1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + 13^2 + 17^2$ محاسبه می‌شود که این عدد را
 در جدول با کشیدن خط دور آن مشخص کرده‌ایم. عدد ۶۶۶ همچنین مجموع ۱۴۴ رقم
 اعشاری ابتدایی عدد π است.



با اسکن رمزینه،
 پاسخ‌ها را ببینید.



هشت وجهی ۶ رنگ

پری حاجی خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

حجمی که می بینید نمایی از داخل یک هشت وجهی منتظم است که با ۶ برگ کاغذ 15×15 سانتی متر ساخته شده است. آیا می توانید تعداد مثلث های متساوی الاضلاع و متساوی الساقینی که در این حجم دیده می شود را بشمارید؟



برای مشاهده
مراحل ساخت
این حجم زیبا
رمزبند را اسکن
کنید.



بازی در روزهای زوج

علی و محسن تصمیم گرفتند
که در بازی رایانهای ریاضی
شرکت کنند.

علی: بیا بریم بازی

معلم: هر کس
برای خود یک هم گروهی پیدا
کند. هر دو نفر پشت یک رایانه
بنشینند. شما باید هر مرحله را
تمام کنید.

محسن: اسم ۸ نفر در لیست هست. با
دو نفر ظرفیت تکمیل می شود.

علی و محسن از
مرحله اول بازی خیلی
کیف کردند.

محسن: علی تو هم گروهی
من می شوی؟

باید در هر هفته ۳ بار بازی
کنید: شنبه ها، دوشنبه ها و
چهارشنبه ها

معلم: آفرین به همه!
همه را دوشنبه می بینم. یادتان باشد.
همه گروه ها جلسه بعد تغییر می کنند.
شما باید با یک نفر دیگر هم گروه شوید.
قبل از اینکه به کلاس بیایید: هم گروهی
خودتان را معلوم کنید.

محسن: آیا با مرتضی
هم گروه شده ای؟ او در
بازی رایانهای عالی است!

آیا می توانید حساب کنید که چند
هفته باید بگذرد تا علی و محسن
دوباره با هم هم گروه شوند؟ در چه
روزی از هفته این اتفاق می افتد؟

علی: می دونم. مصطفی
هم یک جورى مثل اوست.
ما کی دوباره با هم هم گروه
می شویم؟

