

پیامک ۳۰۵۵۸۹۹۵۱ / ISSN: 1735-4943

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

دوره اول متوسطه

رشد

جهان ۱

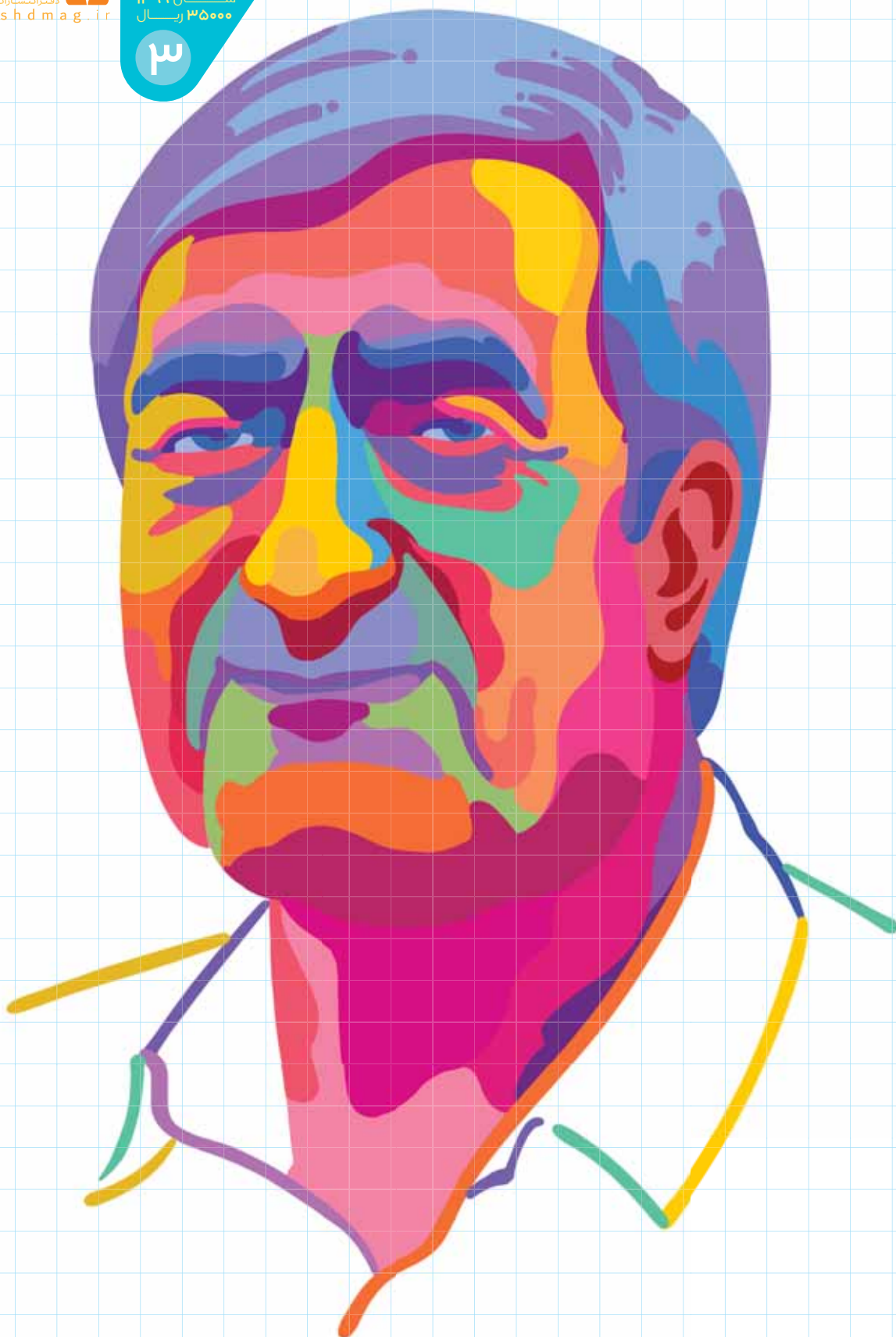
# رشد

وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی  
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی  
www.roshdmag.ir

دوره بیست و ششم  
شماره ۱۱۷/ ۱۳۹۹  
سال ۱۳۹۹  
ریال ۳۵۰۰۰

۳

ریاضی دانان معاصر ایران  
دکتر غلامرضا جهان شاهلو



# عتیقہ خانوادہ افشاری

در زلزله کرمانشاه سنگ‌نوشته عتیقه خانوادہ افشاری شکست و زیر آوار ماند. آقای افشاری  $\frac{3}{9}$  آن، یکی از امدادگران  $\frac{2}{6}$  آن، و یکی از همسایگان  $\frac{1}{3}$  آن را پیدا کردند. اگر این قسمت‌ها کنار هم قرار بگیرند، به نظر شما چقدر از سنگ‌نوشته هنوز پیدا نشده است؟

با توجه به اینکه قطعه‌ها شکل هندسی منتظم نداشتند، این افراد چگونه توانستند تشخیص دهند که چه کسری از عتیقه را پیدا کرده‌اند؟



برای دیدن پاسخ  
بارکد را اسکن  
کنید



مدیر مسئول: محمد ابراهیم محمدی

سر دبیر: حسین نامی ساعی

شورای برنامه ریزی: جعفر اسدی گرمارودی، حمیدرضا امیری،

رضا حیدری قزلجه، خسرو داودی، محمد رضا سید صالحی، عباس

قلعه پور اقدم، داود معصومی مهوار

مدیر داخلی: پری حاجی خانی

ویراستار: بهروز راستانی

مدیر هنری: کوروش پارسائزاد

دبیر عکس: پرویز قراگوزلی

طراح گرافیک و تصویرگر: حسین یوزباشی

وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی  
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی  
www.roshdmag.irدوره بیست و هشتم  
شماره ۱۱۷/۳۲ صفحه  
سال ۱۳۹۹  
ریال ۳۵۰۰۰

۳

نشانی: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۳۶۶  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۱۱۶۱-۹ داخلی ۳۷۵

نماینر: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۳۱۶

صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲

صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱

تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۴۶۷۳۰۸

وبگاه: www.roshdmag.ir

رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

وبلاگ اختصاصی مجله:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnama1ee

چاپ و توزیع: شرکت افست

## یادداشت سردبیر عطف، از

کرونا/ حسین نامی ساعی/ ۲

## ریاضیات و مدرسه داستان های ریاضی؛

«هر» فقط یعنی هر/ داود معصومی مهوار/ ۴

## ریاضیات و مسئله یک مسئله، چند راه حل؛

X بر ۷ چند؟!/ جعفر اسدی گرمارودی/ ۳

جاگذاری ارقام/ عباس قلعه پور اقدم - لذت محاسبه/ لیلی

جلیلی/ ۱۳

## ریاضیات و کاربرد بیابید کمی فکر کنیم؛ چقدر وقت

داریم؟!/ خسرو داودی/ ۶

کودکان و دیفرانسیل هاشین/ قاسم حسین قنبری/ ۸

این عدد در کدام مجموعه است؟/ افشین خاّصه خان/ ۱۰

حذف، حذف، ... تا سقوط؛ برد، برد، ... تا صعود/ جعفر اسدی گرمارودی/ ۱۴

دلفین هایی که با GPS رصد می شوند/ ژما جواهری پور/ ۱۶

## ریاضیات و تاریخ ریاضی دانان معاصر ایران؛ پدر علم «تحلیل پوششی

داده ها» در ایران (دکتر غلامرضا جهانشاهلو)/ رضا حیدری قزلجه/ ۱۸

ریاضی دانان/ احمد حافظ پور/ ۲۰

## ریاضیات و منطق بینوکیو در دهکده عجایب/ مقداد قاری، شراره تقی دستجردی/ ۲۲

## ریاضیات و سرگرمی سرگرمی های عددی، عدد ۶/۱۷۴/ عباس قلعه پور اقدم/ ۲۴

یک سرک در کلاس؛ تخمین دما/ فرخنده متین آرا/ ۳۲

## گفت و گو دست سازه های مشکل گشا/ محمد حسین دیزجی/ ۲۶

## ریاضیات و نرم افزار سرمایه ای که سودش پنهان است/ فاطمه درویشی/ ۳۰

## امام حسن عسکری (ع)

دو خصلت است که بالاتر از آن دو

دیگر چیزی وجود ندارد: ایمان به

خداوند و نفع رساندن به مردم.

«تحف العقول، ص ۴۸۹»

## شمار سال: جهش تولید

## آخر ۹۹

چهارم: ولادت امام حسن عسکری (ع)

پنجم: روز سیج مستضعفان

ششم: وفات حضرت معصومه (س)

دوازدهم: روز قانون اساسی جمهوری اسلامی ایران

سیزدهم: روز جهانی معلولان

شانزدهم: روز دانشجو

بیست و پنجم: روز پژوهش

سی ام: ولادت حضرت زینب (س) و روز پرستار



تصویرگر جلد: حسین یوزباشی

در روستای «سمقاور» از توابع شهر

«کميجان» استان مرکزی، مادری به

نام کبری پس از آن که ۹ فرزند قبلی

خود را از دست داده بود، در ۲۷ اسفند

۱۳۲۲ پسری به دنیا آورد و اسمش را

بنا بر نذر خود در حرم امام هشتم (ع)،

غلامرضا گذاشت...

صفحه ۱۸ و ۱۹ را مطالعه کنید.

شرایط ارسال مطالب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رای و نظر مسئولان نیست.

اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۴۷ تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



# حسین نامی ساعی عطف، از کرونا

سلام دوستان. برای ما تعریف کنید با این روزگار سخت و نگران کننده کرونایی چه می کنید. حتماً یادتان هست که کرونا از شهر «ووهان» چین آغاز شد و اولین فرد مبتلا و اصطلاحاً بیمار صفر، یک مرد چینی از اهالی استان «هوئی» و شهر ووهان بود. البته شاید زیاد اهمیتی نداشته باشد که این فرد چه کسی و اهل کجا بوده، مهم این است که او مبدأ عصر کرونا! و نقطه عطف بسیاری از اتفاقات قرن حاضر در دنیا شده است. همه ما خیلی خوب می دانیم و درک و لمس کرده ایم که کرونا شیوه آموزش را در سراسر دنیا دگرگون کرده است و یقیناً شیوه آموزش ایران را هم. یادم هست که چندی پیش وزیر آموزش و پرورش در نشستی گفت: «کرونا تغییراتی اساسی در دنیا به وجود آورده و زندگی بشر را تحت تأثیر خود قرار داده است. یکی از این تغییرات، تغییر شیوه آموزشی و ایجاد شبکه آموزشی دانش آموزی است که راه اندازی آن در نظام آموزشی کشور یک افتخار ملی و نقطه عطفی در تاریخ آموزش و پرورش ایران است.» بچه ها! در حیات ما انسان ها نقاطی وجود دارند که در آن نقاط زندگی تغییر می کند و از این رو به آن رو می شود، چرخش در آن پدید می آید و مسیر و روش تغییر می کند. این نقاط، نقاط عطف اند. نقطه عطف واژه ای است که طبقات و دسته های کثیری از آن استفاده می کنند؛ از جمله: اقتصاددانان، سیاستمداران، جامعه شناسان، پزشکان، دانشمندان و گروه های دیگر. یک سؤال: اصل نقطه عطف از کجا آمده است؟ پاسخ این سؤال در ریاضیات است. نقطه عطف یک مفهوم دقیق ریاضی است. البته شما در

دوران تحصیل در دوره دوم متوسطه، در کتاب حسابان با آن آشنا می شوید. در حسابان می خوانید که نقطه عطف نقطه ای است روی یک منحنی که خمیدگی و گودی منحنی از آن نقطه جهتش عوض می شود. مثلاً اگر گودی منحنی رو به پایین باشد، از نقطه عطف خمیدگی آن رو به بالا می شود. به بیانی دیگر، اگر جهت خمیدگی و تقعر منحنی رو به عرض های منفی دستگاه مختصات باشد، از نقطه عطف خمیدگی و تقعر به سوی عرض های مثبت تغییر جهت می دهد. خوب حالا شاید برایمان روشن شد که چرا وزیر آموزش و پرورش از شیوه آموزش جدید به نقطه عطف آموزش یاد می کند. به این دلیل که قبل از کرونا آموزش به صورت حضوری، در مدرسه، با کتاب و معلم و مدیر و معاون و غیره بوده، ولی امروز آموزش در خانه و در فضای مجازی و بدون حضور فیزیکی معلم و عوامل آموزش است. در واقع بعد از کرونا، جهت منحنی آموزش عوض شد؛ آموزش وجود دارد، ولی به شیوه ای دیگر. بله بچه های عزیز، واقعاً کرونا نه تنها یک نقطه عطف در آموزش، بلکه نقطه عطفی در بسیاری از امور دیگر در عصر حاضر است، و دقیقاً با همان مفهوم ریاضی خود. یاران خوبم روز سی ام آذر مصادف با ولادت حضرت زینب (س) و روز پرستار است. ما در این ایام و روزگار سخت هرگز خدمات و فداکاری های پرستاران، پزشکان و کادر درمان عزیز کشورمان را فراموش نمی کنیم. روزشان مبارک. برای همه آن ها آرزوی سلامت و سعادت داریم.





يك  
قِسْئله،  
چند  
راه حل

• جعفر اسدی گرمارودی

# چند؟!

## مسئله

اگر  $\frac{x-3y}{y} = 12$ ، آن گاه  $\frac{x}{y}$  را به دست آورید.  
دقت شود که مسئله  $\frac{x}{y}$  را می‌خواهد و قرار نیست حتماً  $x$  و  $y$  را جداگانه محاسبه کنیم. سپس  $\frac{x}{y}$  را به دست آوریم؛ موضوعی که شاید بعضی از افراد در برخورد با مسئله به آنچه که از آن‌ها خواسته شده است، دقت نمی‌کنند و با بررسی جزئیات بیشتر در حل مسئله با مشکل روبه‌رو می‌شوند.

### راه حل دوم

$$\begin{aligned} &\frac{x-3y}{y} \text{ را می‌توانیم به دو کسر با} \\ &\text{مخرج } y \text{ تبدیل کنیم.} \\ &\frac{x-3y}{y} = 12 \rightarrow \frac{x}{y} - \frac{3y}{y} = 12 \\ &\rightarrow \frac{x}{y} - 3 = 12 \rightarrow \frac{x}{y} = 15 \end{aligned}$$

### راه حل اول

$$\begin{aligned} \frac{x-3y}{y} = 12 &\rightarrow x-3y = 12y \\ \rightarrow x &= 12y + 3y \rightarrow x = 15y \\ \rightarrow \frac{x}{y} &= 15 \end{aligned}$$



داود معصومی مهوار

# «هر» فقط یعنی

داستان‌های ریاضی، پاسخ‌های درست، نادرست!

- **من:** خب **مصطفی**، زنگ پیش نشد که مسئله‌تان را بگویند. یعنی من اجازه ندادم. اکنون که معنای «هر» در ریاضیات را یاد گرفته‌اید، می‌توانیم درباره مسئله‌تان گفت‌وگو کنیم. زود صورت مسئله را روی تخته کلاس بنویس و بخوان تا گفت‌وگو آغاز شود.
- ▲ **مصطفی:** در یک مدرسه که ۱۰۰ دانش‌آموز دارد، حداقل ۷ نفر از هر ۱۰ دانش‌آموز در مرحله نخست آزمون انتخابی «IMC ۲۰۱۲» شرکت کرده‌اند و از بین هر ۱۰ نفری که در این آزمون شرکت کرده‌اند، حداقل ۳ نفر از آن‌ها در مرحله نخست پذیرفته می‌شوند. حداقل چند نفر از دانش‌آموزان این مدرسه در مرحله نخست آزمون پذیرفته می‌شوند؟
- الف) ۲۲ نفر      ب) ۲۴ نفر      پ) ۷۰ نفر  
ت) ۹۱ نفر      ث) ۹۰ نفر
- بیشتر ما پاسخ را ۲۱ نفر پیدا کرده‌ایم که اصلاً در میان گزینه‌ها نیست.
- **من:** پرسش و گزینه‌های آن درست‌اند. همگی بار دیگر پرسش را بخوانید. چنان که گفتم، معنای جدی «هر» در ریاضیات را به یاد بیاورید تا ببینیم چه می‌شود.
- مصطفی نشست و همه خاموش بودند. **بهرام** پیش از همه نگاهش عوض شد، ولی من اشاره کردم که هیچ نگویید. کم‌کم چند نفری نگاهشان تغییر کرد و با بهرام سری تکان دادند و یکدیگر را تأیید کردند.
- **من:** **محمد**، دیدم که تو با بهرام موافق بودی. می‌توانی بقیه را هم راهنمایی کنی؟
- ▲ **محمد:** هر ۱۰ نفر واقعاً یعنی هر ۱۰ نفر. ما حواسمان به این نبود.
- من خاموش بودم، ولی همه‌های بود.
- ▲ **مصطفی:** فهمیدم چه می‌گویید. منظورشان این است که ۱۰۰ نفر دانش‌آموز را به ۱۰ گروه ۱۰ نفره تقسیم نکنیم، بلکه

● **من:** درست است. اما پرویز، تو این استدلال را بین ۹۷ نفر سامان بده ببینم چه می کنی؟ قبولی ها را پیدا کن.

▶ **پرویز:** من هنوز قبول ندارم. اما شما فکر می کنید که چون بین هر ۱۰ نفر باید دست کم ۳ نفر قبول بشوند، قبول نشده ها ۷ نفر بیشتر نیستند.

● **محمد (با اشاره من):** از بین ۹۷ نفر آزمون داده، اگر فرض کنیم ۸ نفر باشند که قبول نشده باشند، همه چیز به هم می ریزد.

▶ **پرویز (با اشاره من):** منظور من این است که اگر ۸ نفر قبول نشده باشند، با اضافه کردن ۲ نفر دلخواه به آن ها، ۱۰ نفر خواهیم داشت که ۸ نفرشان در آزمون رد شده اند. در حالی که مسئله گفته است از بین هر ۱۰ نفر شرکت کننده در آزمون، دست کم ۳ نفر پذیرفته می شوند. یعنی حداکثر ۷ نفرشان قبول نمی شوند. پس نمی توانیم فرض کنیم در کل ۸ نفر پذیرفته نشده باشند.

● **من:** بله، کار پایان یافته است. همین جور که محمد گفت، از ۹۷ نفری که در آزمون شرکت کرده اند، دست کم باید ۹۰ نفر در آزمون پذیرفته شده باشند.

▶ **محمد:** اما دو چیز با عقل جور در نمی آید:

۱. یک پرسش چندگزینه ای و این همه دنگ و فنگ؟
۲. اگر معنای «هر» چنین باشد که گفتید، خب این موضوع بسیار مهمی است و لازم است در کتاب های درسی اشاره ای به آن بشود.

● **من:** این پرسش چندگزینه ای، برای همه دنگ و فنگ ندارد. ما با زبان ریاضی آشنا نبودیم که این همه گفت و شنود داشتیم. کسی که انتظار قبولی در چنین آزمونی دارد، نباید در آزمون با چنین چالشی روبه رو شود. باید از پیش آماده باشد. اما راست گفتید. لازم است در کتاب های درسی اشاره ای به این موضوع مهم شود. شاید آن ها فراموش کردند با من مشورت کنند. (خنده بچه ها). اما موضوع از این هم مهم تر است. تغییر طرز فکرتان تازه شروع شده است. نترسید. ولی منظور ریاضی دان ها از «یا»، «و»، «اگر» و خیلی واژه های دیگر، با پندار کنونی شما یکی نیست. باید بشنوید و کم کم به آن ها عادت کنید. کسانی که می خواهند با شتاب بیشتری یاد بگیرند، می توانند مقاله های زیر را که نشانی می دهم بخوانند. خانم خسروشاهی چند مقاله در مجله دانش آموزی برهان در همین باره نوشته اند که بسیار مفیدند: ● زبان ما، زبان ریاضی - پاییز ۹۳ ● زبان ما، زبان ریاضی - زمستان ۹۳ ● زبان ما، زبان ریاضی - بهار ۹۴ ● زبان ما، زبان ریاضی - تابستان ۹۴ ● مانا در جستجوی حقیقت - پاییز ۹۲ ● مانا در جستجوی حقیقت - زمستان ۹۲ ● مانا در جستجوی حقیقت - بهار ۹۳ ● مانا در جستجوی حقیقت - تابستان ۹۳

\* به ریاضی هفتم، فصل ۳ - هندسه و استدلال و ریاضی نهم، فصل ۳ - استدلال و اثبات در هندسه مراجعه کنید.

بسیار گروه ۱۰ نفره در این ۱۰۰ نفر هست و همه را باید در نظر بگیریم. ولی این درست نیست. این نگاهی عجیب و غریب است. چرا باید چنین کنیم؟

● **من:** زنگ پیش گفتم که منظور ریاضی دانان از «هر» واقعاً «هر» است. عجیب و غریب باشد یا نباشد، همین است که هست. این نگاه ابهام و ابهام ندارد. اما اگر بخواهید تنها ۱۰ گروه ۱۰ نفره از ۱۰۰ نفر را بررسی کنید، تازه آغاز دعوا و بگومگوست! کدام ۱۰ گروه؟ بگو **مرتضی**.

▶ **مرتضی:** یعنی منظور من این است که از هر ده نفری که در نظر بگیریم، دست کم ۷ نفر از آن ها باید در آزمون شرکت کرده باشند؟ این جوری که حتماً باید ۹۷ نفر در آزمون شرکت کرده باشند!

▶ **پرویز:** چه اشکالی دارد که درست مانند گفته مسئله، دانش آموزان را به ۱۰ گروه ۱۰ نفره تقسیم و فرض کنیم که از هر گروه دست کم ۷ نفر در آزمون بوده اند. این جوری پی می بریم که دست کم ۷۰ نفر در آزمون شرکت کرده اند. بی شک درست می گویم.

▶ **مصطفی:** الان فهمیدم. محاسبات پرویز درست نیست. پرویز ۳۰ نفر را کنار گذاشته و می گوید که در آزمون شرکت نکرده اند. در صورتی که قرار است از بین هر ۱۰ نفر، حداقل ۷ نفر در آزمون باشند. پرویز این موضوع را برای ۳۰ نفر یاد شده رعایت نکرده است.

▶ **پرویز و یارانش:** ما نگفتیم که ۳۰ نفر در آزمون شرکت نکرده اند. از کجای حرف ما چنین برداشتی کردید؟ ما گفتیم که مطمئنیم که ۷۰ نفر شرکت کرده اند (نگاه با اقتدار پرویز).

● **من:** ولی من فکر می کنم که پرویز و یارانش اشتباه می کنند. باور کنید که نمی خواهم آزمایشان کنم. واقعاً اشتباه می کنند و پیدا کردن اشتباهشان کمی تیزبینی می خواهد. باز خاموش باشید و ببینید. من هم راهنمایی می کنم. تک تک واژه های پرویز را به یاد بیاورید.

▶ **مهران (پس از سه دقیقه):** پرویز دانش آموزان را به ۱۰ گروه ۱۰ نفره تقسیم کرد و گفت که این گفته مسئله است. در حالی که مسئله چنین چیزی نگفته است.

● **من:** عالی است مهران؛ همین است. تازه پرویز گفت که درباره ۷۰ نفر می داند که در آزمون بوده اند و درباره ۳۰ نفر دیگر حکمی نمی کند. موضوع این است که می توان حکم کرد. مسئله «هر» گفته است. معنایش همان است که مصطفی و مرتضی گفتند. واقعاً ۹۷ نفر در آزمون بوده اند و تنها ۳ نفر را می توانیم بیرون از جلسه آزمون فرض کنیم.

▶ **مرتضی:** زیرا اگر ۴ نفر آزمون نداده باشند، می توانیم ۶ نفر دانش آموز دلخواه به آن ها اضافه کنیم تا ۱۰ نفر بشوند و در این ۱۰ نفر نمی توان ۷ نفر آزمون داده پیدا کرد.

▶ **مصطفی:** عالی است. پس حتماً دست کم ۹۷ نفر در آزمون بوده اند و همین استدلال را می توانیم برای قبولی ها نیز به کار ببریم.



# حق‌دروقت داریم؟! بیایید کمی فکر کنیم

• خسرو داودی

## کمی فکر کنیم!

بسیاری از کارها را دوست داشتیم انجام دهیم، خیلی وقت‌ها می‌گفتم، اگر فرصت داشتیم، این کار را انجام می‌دادم. برای مثال کتابی را برداشتیم، چند صفحه از آن را خواندیم، خیلی خوشم آمد. پیش خودم گفتم: «اگر وقت کنم، می‌خوانم و تمامش می‌کنم. کتاب جالبیه!» برای شما هم پیش آمده است؟ آیا تا به حال کارهایی بوده‌اند که دوست داشته‌اید انجام دهید و نشده است؟! انجام نشدنش به علت نبود وقت بوده است؟ از این‌ها بگذریم. آیا وقت ما در طول روز یا در طول هفته پُر است؟ هیچ جای خالی ندارد؟ یا نمی‌شود بعضی از کارهای غیرضروری را انجام نداد و برای بقیه کارهای ضروری و یا آن‌هایی که بیشتر مورد علاقه ما هستند، وقت باز کرد؟ شما که دانش‌آموز هستید، همیشه یک بهانه خوب دارید: من درس دارم. آخه کارهای درسی‌ام مانده‌اند! تکلیفم را ننوشتام. فردا امتحان دارم و دلایلی مشابه. بزرگ‌ترها هم که همیشه کار دارند. از صبح باید بلند شویم و به سر کار برویم و غروب‌ها خسته و کوفته برگردیم. یعنی بعد از این همه کار، به استراحت احتیاج نداریم؟ اما برای همه ما یک تجربه جدید پیش آمد. با تعطیل شدن مدرسه‌ها و بسیاری از کارها و به علت شرایط قرنطینه، مدت زیادی همه جا تعطیل بود. به تعطیلات، ایام عید نوروز هم اضافه شد. برای دانش‌آموزان که همیشه تابستان‌ها وقت داشتند و آزاد بودند، حالا یک تعطیلات طولانی پیش آمده است. آیا در این ایام به همان کارهایی که برای انجام دادنشان وقت نداشتیم، رسیدیم؟ انجام شدند؟





ممکن است یک نفر به یادگیری زبان انگلیسی علاقه‌مند باشد. هر ترم زبان انگلیسی ۲۱ جلسه ۲ ساعته است و اگر کسی معادل همان زمان خارج از کلاس وقت بگذارد، به راحتی مطالب آن ترم را می‌تواند یاد بگیرد و مسلط شود. پس:

۲۱×۲=۴۲ (ساعت کلاس زبان)  
در هر ترم با اضافه کردن وقت خارج از کلاس

۴۲×۲=۸۴ (ساعت)  
۱۱۱۶÷۸۴≈۱۳ (ترم)

به عبارت دیگر، شما در یک تابستان معادل ۱۳ ترم زبان انگلیسی فرصت دارید. یعنی اگر از صفر شروع کنید، بعد از ۱۳ ترم می‌توانید به ترم پایانی زبان انگلیسی برسید! پس شما در تابستان معادل یادگیری یک زبان فرصت دارید. باورتان می‌شد؟! حالا که روش محاسبه را یاد گرفتید، برای یکی از کارهای مورد علاقه خودتان به همین شکل محاسبه را انجام دهید و ببینید در یک تابستان برای انجام آن کار چقدر وقت دارید!

### بیشتر فکر کنیم!

البته این نوع محاسبه یک اشکال دارد. برای مثال، کسی که به خواندن رمان علاقه دارد، نمی‌تواند در طول روز ۱۰ ساعت وقت خود را به‌طور تمام و کمال برای خواندن رمان بگذارد و تا آخر تابستان ۱۱۱ تا رمان ۲۰۰ صفحه‌ای بخواند. یا کسی که به یادگیری نرم‌افزار یا زبان انگلیسی علاقه‌مند است، به‌طور حتم تمام ساعت‌ها و روزهای خود را فقط به همان کار اختصاص نمی‌دهد. هدف این بود که شما متوجه شوید که چقدر وقت دارید!

حالا که این موضوع را متوجه شدید، بیا باید کمی بیشتر فکر کنید و برای یک تابستان خود یا تعطیلات احتمالی که در مدرسه به علت‌هایی مثل آلودگی هوا، بارش برف و پیدا شدن کرونا پیش می‌آید، برنامه‌ریزی کنید تا از وقت ارزشمند خود استفاده بهتری ببرید. ابتدا فهرستی از کارهایی که علاقه دارید و می‌خواهید انجام دهید، تهیه کنید. مثلاً بگوییم: پنج کتاب رمان می‌خوانم، سه نرم‌افزار کاربردی یاد می‌گیرم، دو ترم فشرده در کلاس زبان انگلیسی شرکت می‌کنم، و ورزشی مثل والیبال را به‌طور حرفه‌ای و مرتب (هفته‌ای حداقل پنج جلسه تمرین) انجام می‌دهم ... و یا هر کاری که شما دوست دارید. وقتی این فهرست تهیه شد، با روشی که یاد گرفته‌اید، زمان هر کدام را به‌دست آورید و تلاش کنید برنامه‌ای قابل اجرا و واقعی برای خودتان تهیه کنید و از زمان در اختیارتان، حداکثر استفاده را ببرید، زمانی که ممکن است بعدها هیچ وقت برای شما تکرار نشود.

### محاسبه کنیم!

چون مخاطب من شما دانش‌آموزان عزیز دوره اول متوسطه هستید، به تعطیلات ایام کرونا کار ندارم و می‌خواهم در مورد تابستان برای شما حساب و کتاب کنم. تابستانی که در طول ۱۲ سال تحصیل ما در مدرسه پیش می‌آید.

کرونا باشد یا نباشد، بچه‌ها تابستان‌ها تعطیل هستند. بیایید حساب کنیم که چقدر در هر تابستان وقت داریم. در شرایط عادی، پایان امتحانات حدود ۲۰ خردادماه است. ما به شما تا انتهای خرداد فرصت می‌دهیم که استراحت کنید تا خستگی امتحانات از تنتان خارج شود. ماه‌های تیر و مرداد و شهریور هر کدام ۳۱ روز دارند. پس:

(روزهای تعطیل در سه ماه تابستان) ۳×۳۱=۹۳ روز  
هر شبانه‌روز ۲۴ ساعت است. ۸ ساعت برای خواب، ۲ ساعت را برای خوردن صبحانه، ناهار، شام، وضو و نماز کنار بگذاریم، می‌شود ۱۰ ساعت. پس از ۲۴ ساعت، ۱۴ ساعت برایمان باقی می‌ماند. ۲ ساعت در روز را برای دیدن تلویزیون و بازی و استراحت کنار بگذاریم، می‌ماند ۱۲ ساعت. پس:

ساعت ۹۳×۱۲=۱۱۱۶

یعنی شما در طول یک تابستان ۱۱۱۶ ساعت وقت آزاد دارید که می‌توانید برای آن برنامه‌ریزی کنید. ببینیم در این زمان چه کارهایی را می‌شود انجام داد. فرض کنید شما به خواندن کتاب داستان علاقه دارید. رمانی را در نظر بگیریم که هر صفحه از آن حدود ۳ دقیقه وقت بگیرد. (من خودم برای نوشتن این مطلب یک صفحه را خواندم و وقت گرفتم، کمتر از ۳ دقیقه شد. ولی برای شما همان ۳ دقیقه را در نظر می‌گیریم). بنابراین در یک ساعت می‌توانیم چند صفحه بخوانیم؟

۶۰ دقیقه=یک ساعت

(۲۰ صفحه در یک ساعت) ۶۰÷۳=۲۰

اگر رمانی ۲۰۰ صفحه داشته باشد، خواندن آن چقدر وقت می‌گیرد؟ در طول زمانی که در تابستان برایمان مانده است، چند رمان ۲۰۰ صفحه‌ای می‌شود خواند؟

(۱۰ ساعت برای یک رمان) ۲۰۰÷۲۰=۱۰

(۱۱۱ رمان ۲۰۰ صفحه‌ای) ۱۱۱۶÷۱۰≈۱۱۱

باورتان می‌شود؟! بالای ۱۰۰ رمان را می‌شود در یک تابستان خواند. در یک قفسه کتابخانه که ۳ طبقه داشته باشد، این تعداد کتاب جا نمی‌شود!

ممکن است یک نفر به یادگیری نرم‌افزارهای کاربردی علاقه‌مند باشد. به‌طور معمول برای یاد گرفتن یک نرم‌افزار ساده و کاربردی، حداکثر ۲۰ ساعت زمان لازم است. پس:

(۵۶ نرم‌افزار کاربردی) ۱۱۱۶÷۲۰≈۵۶



# کودکان و دیفرانسیل

قاسم حسین قنبری  
ماشین



یادم می‌آید، وقتی پسرم کوروش با

ماشین‌های اسباب‌بازی‌اش بازی می‌کرد، به این مشکل بر

می‌خورد که نمی‌توانست راحت دور بزند و بازی‌هایش طبیعی در نمی‌آمدند. به من

شکایت می‌کرد که این اسباب‌بازی‌ها خوب نیستند، چون سر پیچ کار نمی‌کنند و فقط روی خط راست

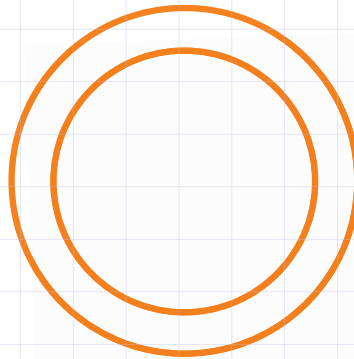
جلو و عقب می‌روند. من هم کمی در مورد این مشکل بررسی کردم و فهمیدم که ماشین‌های اسباب‌بازی سه گروه هستند :

● گروه اول که چرخ‌های آن‌ها توسط یک میله به هم وصل هستند. این نوع ماشین‌ها برای حرکت در جهت خط راست طراحی شده‌اند و برای دور زدن هم مشکل دارند. ● گروه دوم که چرخ‌ها با یک میله به هم وصل نشده‌اند و جداگانه می‌توانند حرکت کنند، می‌توانند دور بزنند، ولی در دورها سر می‌خورند. ماشین‌های «کارتینگ» که در شهر بازی‌ها وجود دارند هم از این نوع هستند و سر پیچ‌ها به مشکل بر می‌خورند. به علاوه به دلیل اصطکاک زیاد، لاستیک‌های آن‌ها خیلی زود فرسوده می‌شوند. ● گروه سوم همانند اتومبیل‌های واقعی عمل می‌کنند. اما ماشین‌های این گروه چه امکاناتی دارند که این مشکل حل شده است؟

شکل ۱



شکل ۲



## ریاضیات پنهان : پس از بررسی حرکت این

ماشین‌ها متوجه شدم که حرکت روی پیچ‌ها مشکل همه این نوع اسباب‌بازی‌هاست. فرض می‌کنیم که یک ماشین اسباب‌بازی روی یک مسیر دایره‌ای حرکت کند. این مسیر دایره‌ای، شکلی شبیه شکل ۱ دارد:

یکی از چرخ‌های ماشین روی دایره کوچک‌تر و دیگری روی دایره بزرگ‌تر حرکت می‌کند و این حرکت روی یک شعاع دایره است. اگر این مسیر را به خط راست تبدیل کنیم، به شکل ۲ می‌رسیم: یعنی چرخ اول مسیر کوتاه‌تر و چرخ دوم مسیر بلندتر را طی می‌کند. بنابراین در هر صورت حرکت دایره‌ای برای این ماشین‌ها مشکل ایجاد

خواهد کرد. ریاضیاتی که در این مسئله پنهان است، همین است که دایره‌های هم‌مرکز با شعاع‌های متفاوت، محیط یا همان طول‌های متفاوت دارند. برای مثال، فرض می‌کنیم که فاصله دو چرخ یک اسباب‌بازی ۱۰ سانتی‌متر است و می‌خواهد دور یک مسیر دایره‌ای به شعاع ۲۰ سانتی‌متر حرکت کند. مسیری که هر کدام از چرخ‌ها طی می‌کنند را حساب کنید.

$$L_1 = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 20 = 125.6$$

مسیر طی شده توسط چرخ اول:

$$L_2 = 2\pi R = 2 \times 3.14 \times 30 = 188.4$$

مسیر طی شده توسط چرخ دوم:

بنابراین چرخ اول تقریباً باید ۶۳ سانتی‌متر مسافت کمتری را طی کند. به عبارتی اگر شعاع حرکت چرخ بزرگ  $R$  و شعاع حرکت چرخ کوچک  $r$  باشد، مسافت طی شده توسط این دو چرخ به ترتیب  $2\pi R$  و  $2\pi r$  می‌باشد و اختلاف مسافت طی شده  $d = L_2 - L_1 = 2\pi(R - r)$  می‌باشد و این یعنی هر چه فاصله چرخ‌ها بیشتر باشد اختلاف مسافت‌ها بیشتر است. مثلاً کامیون‌ها سر پیچ‌ها مشکل بیشتری خواهند داشت. مهندسان باید کاری کنند که چرخ اول کمتر حرکت کند تا طول طی شده توسط هر دو چرخ برابر شود. یا به عبارت دیگر، سرعت حرکت چرخ اول کمتر شود.

## دیفرانسیل

مهندسان قطعه‌ای طراحی کرده‌اند که این مشکل را حل می‌کند. این قطعه «دیفرانسیل» نامیده می‌شود.



در این قطعه، به کمک چرخ‌دنده‌ها مشکل حرکت خودرو سر پیچ‌ها را حل کرده‌اند و چرخ‌های درونی و بیرونی سر پیچ‌ها با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کنند.

البته این قطعه در گذر زمان تغییرات بسیاری را به خود دیده و بسیار پیشرفت کرده است و در آینده هم به تکامل خود ادامه می‌دهد.





افشین خاصه خان

# این عدد در کدام مجموعه است؟

سلام دوستان. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. این بار می‌خواهم ماجرای دانش‌آموزی را برایتان تعریف کنم که در تشخیص انواع عددها کمی مشکل داشت. **عسل** هاشمی دانش‌آموزی است که امسال می‌خواهد دهم را بخواند. وقتی که به درمانگاه آمد، کلی سؤال توی ذهنش بود و بی‌صبرانه می‌خواست به جواب سؤالش برسد. بعد از سلام و احوال‌پرسی از او خواستم هر چه درباره عددها می‌داند بگوید. عسل پرسید: می‌توانم به جای گفتن بنویسم؟

● گفتم هر جور راحتی، و عسل شروع کرد به نوشتن:

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$  مجموعه عددهای طبیعی

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  مجموعه عددهای حسابی

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  مجموعه عددهای صحیح

● پرسیدم: «می‌دانی چرا از حرف‌های انگلیسی برای نشان دادن این مجموعه‌ها استفاده کرده‌اند؟»

عسل گفت: «الان که گفتید کنجکاو شدم بدانم. حدس می‌زنم حرف اول نام‌های انگلیسی آن‌ها باشد.»

● به او گفتم: «درست حدس زدی. می‌دانی طبیعی به انگلیسی چه می‌شود؟»

عسل که معلوم بود انگلیسی‌اش خوب است، بلافاصله گفت: «Natural» و ادامه داد: «با اینکه معنی‌اش را هم می‌دانستم، ولی دقت نکرده بودم.»

● گفتم: «آن دوتای بعدی را هم به‌عنوان تحقیق در خانه انجام بده.»

سپس عسل گفت: «مجموعه بعدی عددهایی هستند که به صورت کسری نوشته می‌شوند؛ مثل  $\frac{2}{3}$ »

● پرسیدم: «می‌توانی مثل مجموعه‌های بالا با اعضا نشان‌شان بدهی؟»

کمی مکث کرد و گفت: «نمی‌دانم از کدام عدد شروع کنم؟»

● گفتم: «مثلاً از  $\frac{1}{2}$  شروع کن.»

عسل شروع کرد به نوشتن:  $\{\dots, \frac{1}{11}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \dots\}$ . از او پرسیدم: «به نظرت عدد بعد از  $\frac{1}{10}$  می‌شود  $\frac{1}{9}$ ؟»

مکثی کرد و گفت: «نه! راست می‌گویید. مثلاً من می‌توانم بین  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{1}{9}$  کلی عدد بنویسم؛ مثل  $\frac{2}{19}$ . اتفاقاً در

کتاب هشتم این کار را می‌کردیم. آقا نه، نمی‌شود با اعضا نوشت.»

● به او گفتم: «به نتیجه درستی رسیدی. این مجموعه را با نماد ریاضی نشان می‌دهند. می‌توانی بنویسی؟»

عسل گفت: «زیاد مطمئن نیستم. اگر اشتباه نکنم، با  $Q$  نشان می‌دهند.»

● تأییدش کردم و گفتم: «شما اشاره کردی که این عددها کسری هستند. من هم یادآوری می‌کنم

که صورت و مخرج این کسر عددهای صحیح بودند. حالا شما مجموعه را بنویس تا من هم

بگویم چرا با  $Q$  نشان می‌دهند.»

عسل شروع کرد به نوشتن:  $Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in Z \right\}$ . از من پرسید: «درسته استاد؟»

● گفتم: «کامل نشده. شما فکر کن بین عدد صحیحی هست که نتوانی در

مخرج بنویسی؟»

گویی چیزی به سرعت به یادش آمده باشد، گفت: «صفر، ما

نمی‌توانیم صفر را در مخرج بنویسیم؛ مثلاً بنویسیم:  $\frac{3}{0}$ »

بعد گفت: «استاد در صورت هم که نمی‌شود

نوشت مثلاً  $\frac{0}{0}$ ؟»

● پرسیدم: «همین  $\frac{0}{0}$  را

می‌توانی معنی کنی؟»



گفت: «هیچی را به هفت قسمت تقسیم کنیم که هر کدام می شود هیچی. استاد، صورت کسر می تواند صفر بشود.»

● گفتیم: «حالا مجموعه  $Q$  رو که نوشته بودی، کامل کن:  $Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$ »

گفت: «استاد دوست دارم درباره اسمش هم صحبت کنیم؟»

● گفتیم: «چه بهتر. اسم این مجموعه را به خاطر می آوری؟»

گفت: «راستش یادم رفته است.»

● پرسیدم: «کدام کتاب درسی پیشت هست؟»

گفت: «فقط نهم.»

● گفتیم: «اگر اشتباه نکنم، این مجموعه در فصل اول کتاب هشتم، به طور کامل معرفی شده است. خوش بختانه در فصل دوم

کتاب نهم هم یادآوری شده است. پس همین الان فصل دوم از کتاب نهم را باز کن تا اسم مجموعه را به خاطر بیاوری.»

عسل شروع کرد به ورق زدن کتاب ریاضی نهم و بعد از چند لحظه گفت: «آها! یادم آمد، مجموعه عددهای گویا. پس آن وقت

$Q$  حرف اول کدوم کلمه می شود؟»

● جواب دادم: «Quotient. معنی اش می شود خارج قسمت. اگر دوست داشتی می توانی اطلاعات بیشتری به دست بیاوری.

این هم یک پروژه دیگر باشد. حالا سوآلی از تو دارم: آیا ما می توانیم همین عددهای گویا را به شکل دیگری هم بنویسیم؟

مثلاً در  $\frac{1}{4}$  می توانی صورت را به مخرج تقسیم کنی. آن وقت خارج قسمت چه عددی می شود؟»

عسل گفت: «خب معلوم است یک عدد اعشاری.»

● به او گفتیم: «من چند عدد گویا می گویم، شما همین کار را بکن و فرم اعشاری شان را بنویس.»

$$\frac{1}{4} = 0.25 \text{ و } \frac{31}{25} = 1.24 \text{ و } \frac{13}{20} = 0.65$$

گفت: «چشم» و نوشت:

● پرسیدم: «این ها چه ویژگی مشترکی دارند؟»

عسل گفت: «باقی مانده همه آن ها صفر شد.»

● به او آفرین گفتیم و پرسیدم: «الان به مخرج این کسرها دقت کن. اگر مخرج را تجزیه کنی، فقط کدام عامل های اول وجود

دارند؟»

با کمی مکث جواب داد: «فقط ۲ و ۵.»

● گفتیم: «حالا می توانی حدس بزنی، چرا آخر سر باقی مانده این کسرها صفر می شود؟»

جوابی نداد. از او پرسیدم: «در تقسیم، وقتی ارقام مقسوم تمام می شوند و شما می خواهید ارقام بعد از ممیز را در خارج قسمت

حساب کنید، چه رقمی را جلوی باقی مانده می گذارید؟»

عسل گفت: «صفر.»

● پرسیدم: «یعنی آن عدد مضرب ۱۰ می شود، درست است؟»

تأیید کرد. گفتیم: «حالا بقیه اش را خودت بگو.»

گفت: «عدد مضرب ۱۰، هم پر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر است. به همین خاطر، باقی مانده در نهایت صفر می شود. چه جالب!

اسمشان الان یادم آمد. کاملاً به این موضوع ربط دارد. مختوم، یعنی تمام شده، دیگر هیچ وقت از یادم نمی رود.»

● گفتیم: «حالا فرم اعشاری این دو عدد گویا را سعی کن بنویسی:  $\frac{1}{7} = 0.142857142857...$  و  $\frac{1}{3} = 0.333333...$ . این ها چه

ویژگی مشترکی دارند؟»

عسل گفت: «باقی مانده شان صفر نمی شود و در خارج قسمت شان رقم های بعد از ممیز با ترتیب خاصی دارند تکرار می شوند.»

● گفتیم: «خوب تشخیص دادی. به همین خاطر است که به آن ها می گویند متناوب ساده؛ یعنی تکرار شوند. حالا به مخرج

این ها دقت کن.»

عسل گفت: «می توانم حدس بزنم، مخرج شان اصلاً عامل های اول ۲ و ۵ را ندارد و به همین خاطر باقی مانده صفر نمی شود،

چون عددهای مضرب ۱۰ به این عامل ها بخش پذیر نیستند.»

● تحسینش کردم و گفتیم: «نوع سومی هم از عددهای گویا را داریم که ترکیبی از این دوتا هستند.»

به سرعت گفت: «یعنی مخرج شان، هم عامل اول ۲ یا ۵، و هم عامل اول غیر از ۲ و ۵ دارد، درست است؟»

● گفتیم: «خوب راه افتادی. پس مثال ها را هم خودت بگو.»

گفت: « $\frac{11}{6} = 1.833333...$  و  $\frac{5}{14} = 0.3571428571428571...$ ». ویژگی مشترک این دو عدد آن است که بعد از ممیز تعدادی از

ارقام شان تکرار نمی شوند و تعداد دیگری تکرار می شوند. اسم شان را هم کاملاً به یادم آوردم: **متناوب مرکب**.»

● پرسیدم: «می توانی به من بگویی اولی چرا متناوب ساده شد؟»

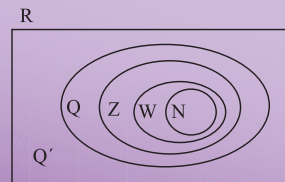
گفت: «چون همه ارقام بعد ممیزش تکرار می شدند.»

● گفتیم: «حالا می توانی عددهای گویا را در یک جمع بندی معرفی کنی؟»

گفت: «ما اگر عددهای گویا را به فرم اعشاری بنویسیم، سه نوع عدد اعشاری خواهیم داشت: مختوم، متناوب ساده و متناوب

مرکب. خیلی خوب شد استاد، حالا دیگر همه عددهای اعشاری را می شناسم.»

- گفتیم: «مطمئنی؟»
- گفت: «مگر باز هم هست؟!»
- گفتیم: «ماشین حساب را در بیاور و  $\sqrt{2}$  را به صورت اعشاری بنویس:  $\sqrt{2} = 1/414213562373\dots$
- حالا دقت کن ببین این عدد اعشاری با آن سه نوع قبلی چه فرقی دارد.»
- با کمی تأمل جواب داد: «معلوم است که مختوم نیست. تکرار هم دارد، ولی تکرارش مثل عددهای اعشاری متناوب، نظم خاصی ندارد. پس متناوب هم نیست. جالب شد، الان مطمئنم این عدد گویا نیست. یعنی نمی توانیم آن را به صورت کسر بنویسیم.»
- پرسیدم: «پس به آن چه بگوییم؟»
- گفت: «فکر کنم گنگ می گفتم؟»
- گفتیم: «ببین باز هم یادت آمد. گنگ کلمه‌ای است مقابل کلمه گویا. به همین خاطر نمادش هم این طور نوشته می شود:  $Q$ ؛ یعنی متمم  $Q$ . خب حالا عدد معروفی هست که در محاسبه‌های دایره از آن استفاده می کردی، چه عددی است؟»
- گفت: «عدد پی» و پس از نوشتن در ماشین حساب و محاسبه ارقام اعشاری  $\pi = 3/14159265359\dots$
- گفت: «این هم دقیقاً همان خصوصیت‌ها را دارد که! پس  $\pi$  هم گنگ است.»
- گفتیم: «موافقی از اول مروری بکنیم؟»
- گفت: «خیلی هم خوب می شود.»
- پرسیدم: «آن سه مجموعه اول، یعنی  $N$ ،  $W$  و  $Z$  تکلیفشان چه می شود؟ آن‌ها گویا می شوند یا گنگ؟ مثلاً عدد ۲ را به صورت کسری و اعشاری بنویس تا مشخص بشود.»
- عسل نوشت:  $2 = \frac{2}{1} = 2/0$  و گفت: «گویاست. صفر و عددهای منفی هم همین طور، همه گویا هستند. یعنی می توانم بنویسم:  $0 < N \subset W \subset Z \subset Q$ »
- تشویقش کردم و گفتم: «حالا فقط به مجموعه مانده است. سعی کن مجموعه‌ای را فرض کنی که از اجتماع عددهای گویا و گنگ ساخته می شود. می دانی چه اسمی برایش گذاشته اند؟»
- عسل با صداقت گفت: «کتاب ریاضی نهم را باز کردم و آن را دیدم؛ مجموعه عددهای حقیقی و با  $R$  نشانش می دهیم.»
- پرسیدم: « $R$  حرف اول چه کلمه‌ای می شود؟»
- عسل با صدای رسایی گفت: « $Real$ ، به معنی حقیقی.»
- گفتیم: «حالا وقت آن است که بحث را با رسم نمودار ون این مجموعه‌ها جمع کنیم. می توانی این کار را بکنی؟»
- عسل گفت: «فکر کنم بتوانم.»
- گفتیم: «از این بحثمان می توانی چکیده‌ای هم در کنار نمودار ون بنویسی؟»
- با سر تأیید کرد و دست به کار شد:
- هر عدد حقیقی را می شود به صورت یک عدد اعشاری نوشت.
- $\hat{E}$  اگه عدد اعشاری مختوم یا متناوب باشد، گویاست و می توانیم آن را به صورت کسری بنویسیم که صورت و مخرجش عددهای صحیح‌اند و مخرجش صفر نیست.
- $\hat{E}$  اگه عدد اعشاری مختوم یا متناوب نباشد، گنگ است و نمی توانیم آن را به صورت کسری بنویسیم که صورت و مخرجش صحیح باشند.
- $\hat{E}$  هر عدد طبیعی، حسابی و صحیح گویاست.



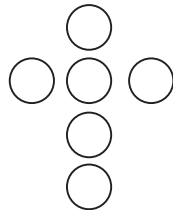


# جاگذاری ارقام لذت محاسبه

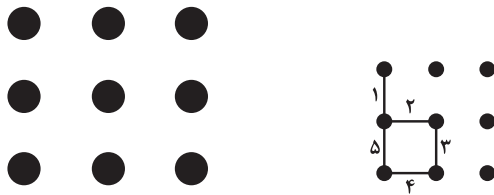
عباس قلعه پوراقدم

لیلا جلیلی

۱. شش عدد سکه به شکل زیر چیده شده‌اند. با جابه‌جایی فقط یک سکه، شکل را به صورت (+) درآورید؛ به‌طوری که در هر ردیف عمودی و افقی چهار سکه وجود داشته باشد.

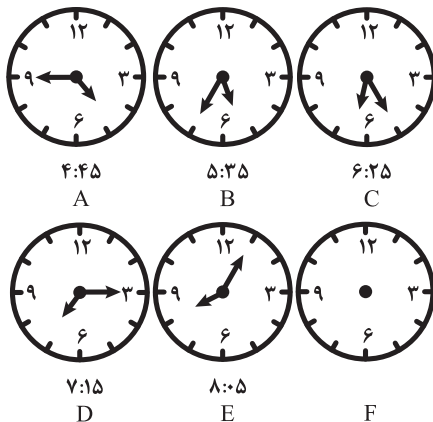


۲. این شش نقطه را بدون برداشتن نوک قلم از روی کاغذ و بدون عبور مجدد از یک مسیر، به هم وصل کنید. فقط خط‌های عمودی و افقی قابل قبول هستند (به مثال توجه کنید). به این ترتیب، حداکثر چند نقطه را می‌توان به هم وصل کرد؟



۳. به ساعت‌های زیر نگاه کنید. عقربه‌های ساعت F چه زمانی را نشان خواهند داد؟

الف. ۹:۰۰ ب. ۹:۰۵ ج. ۸:۵۵ د. ۱۱:۰۰



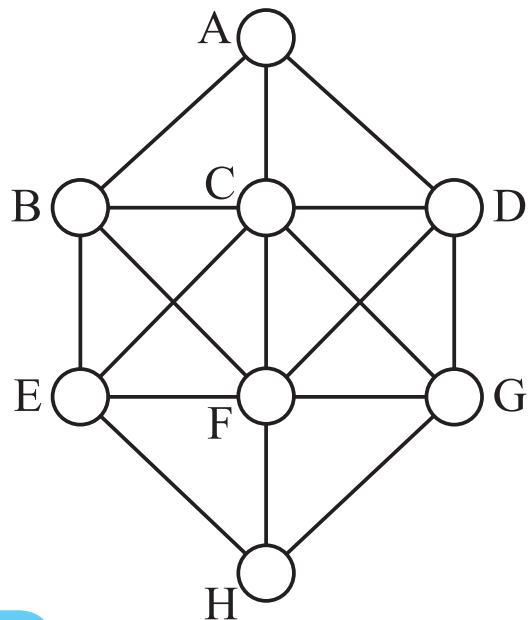
در این بخش، مسئله‌ای مربوط به جاگذاری رقم‌ها را برای شما عزیزان تدارک دیده‌ایم که کمی پیچیده است و اگر روشی منطقی برای حل آن در پیش بگیرید، به مشکل برخورد نخواهید خورد.

## پر کردن هشت دایره با رقم‌های ۱ تا ۸

رقم‌های ۱ تا ۸ را در هشت دایره موجود در شکل زیر چنان قرار دهید که شرط زیر برقرار باشد:

در دو دایره‌ای که توسط یک خط مستقیم به هم وصل شده‌اند، دو رقم که یکی مابعد یا ماقبل رقم دیگر باشد، نمی‌توانند جای بگیرند.

برای اینکه شرط مسئله را بهتر متوجه شوید، مثالی می‌زنیم. به فرض اگر رقم ۵ را در دایره بالایی (دایره A) قرار دادید، در هیچ یک از سه دایره‌ای که در پایین دایره A یک ردیف افقی تشکیل داده‌اند (دایره‌های C، B و D)، نمی‌توانید هیچ یک از رقم‌های ۴ (مابعد ۵) و ۶ (ماقبل ۵) را قرار دهید، زیرا هریک از این سه دایره با خط مستقیم به دایره بالایی وصل هستند.



با اسکن بارکد بالا  
 می‌توانید پاسخ  
 معماها را ببینید.

جعفر اسدی گرمارودی

# حذف، حذف، ... تاسقوط برد، برد، ... تاصعود

مزیت‌ها و  
عیب‌های  
جام حذفی



این موضوع را با نگاه ریاضی بررسی می‌کنیم. برای مثال یک جام حذفی ۳۲ تیمی در نظر می‌گیریم. با حضور ۳۲ تیم، مسابقه‌ها از مرحله یک شانزدهم شروع خواهند شد. تعداد مسابقه‌ها در هر مرحله را در جدول ۱ مشاهده می‌کنید. در یک ردیف تعداد تیم‌های صعود کرده و در ردیف بعدی تعداد حذف‌شده‌ها در هر مرحله مشخص شده است. روشن است در هر بازی تیم برنده صعود می‌کند و تیم بازنده حذف می‌شود. بنابراین در مرحله یک شانزدهم که ۳۲ تیم حضور دارند، ۱۶ تیم حذف خواهند شد.

| جدول ۱                              |            |         |          |            |       |
|-------------------------------------|------------|---------|----------|------------|-------|
| نام مرحله                           | یک شانزدهم | یک هشتم | یک چهارم | نیمه نهایی | فینال |
| تعداد تیم‌های حاضر در هر مرحله      | ۳۲         | ۱۶      | ۸        | ۴          | ۲     |
| تعداد تیم‌های صعود کرده در هر مرحله | ۱۶         | ۸       | ۴        | ۲          | ۱     |
| تعداد تیم‌های حذف شده در هر مرحله   | ۱۶         | ۸       | ۴        | ۲          | ۱     |

#### مزیت‌ها

طبق جدول ۱، برگزاری این جام حذفی با پنج مرحله امکان‌پذیر است. یعنی تیم قهرمان در پنج مرحله مشخص خواهد شد. اگر جام حذفی با ۶۴ تیم برگزار شود، کافی است مسابقه‌ها را در شش مرحله برنامه‌ریزی کرد. بنابراین در زمان اندکی<sup>۱</sup> می‌توان چنین مسابقه‌هایی را به پایان برد. تعداد تیم‌ها نیز با افزایش هر مرحله دو برابر خواهد شد که از این نظر، فراوانی بالا می‌تواند مزیت این جام نسبت به نوع‌های دیگر باشد.

#### عیب‌ها

باز به سراغ جدول ۱ می‌رویم. در هر مرحله نصف تیم‌ها حذف خواهند شد. با توجه به جدول، در همان مرحله اول مسابقه‌ها، از ۳۲ تیم حاضر نصف تیم‌ها، یعنی ۱۶ تیم حذف می‌شوند. در جدول ۲، همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در پایان دو مرحله اول ۷۵ درصد تیم‌ها، یعنی سه چهارم تیم‌ها حذف می‌شوند.

| جدول ۲                                        |            |         |          |            |
|-----------------------------------------------|------------|---------|----------|------------|
| نام مرحله                                     | یک شانزدهم | یک هشتم | یک چهارم | نیمه نهایی |
| تعداد مجموع تیم‌های حذف شده در پایان هر مرحله | ۱۶         | ۲۴      | ۲۸       | ۳۰         |
| درصد تیم‌های حذف شده                          | ۵۰٪        | ۷۵٪     | ۸۷/۵٪    | ۹۳/۷۵٪     |

این درصد حذف تیم‌ها در همان مراحل اولیه، برای برگزاری جام، برنامه‌ریزی تیم‌ها و حتی علاقه‌مندان باشگاه‌ها اصلاً رضایت‌بخش نیست.

حتی اگر تعداد تیم‌ها ۶۴ تیم باشد نیز کسر حذف‌شده در دو مرحله اول برابر سه چهارم (۷۵٪) خواهد بود. در مرحله اول ۳۲ تیم (یک دوم تیم‌ها) حذف و یک دوم صعود می‌کنند و در مرحله دوم نصف این یک دوم دوباره حذف می‌شوند؛ یعنی:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \text{حذف‌شده‌های دور دوم}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

در مجموع سه چهارم تیم‌ها حذف خواهند شد.

با توجه به بررسی‌های انجام شده، جام حذفی به عنوان یک جام مکمل در طول یک سال، یا برای برگزاری مسابقه‌های فوتبال در زمان‌های اندک مناسب است.

#### پی‌نوشت

۱. مثلاً با توجه به شرایط فوتبال و با در نظر گرفتن استراحت ۴ روزه برای هر مسابقه، با حضور ۶۴ تیم، می‌توان مسابقه‌ها را حداقل در ۲۱ روز برگزار کرد و به پایان برد.





# دلفین‌هایی که با GPS رصد می‌شوند

## دنیای شگفت‌انگیز عددها • ژما جواهری‌پور

از حوادث و موضوع‌های اطرافمان هم براساس عددها انجام می‌شود.

یک مثال می‌زنم: اگر یک دانشمند زیست‌شناس بخواهد زندگی دسته‌ای از دلفین‌ها را بررسی کند، نیاز دارد اطلاعاتی لحظه‌به‌لحظه از مسیر حرکت آن‌ها داشته باشد. او باید به سؤال‌هایی جواب دهد که پاسخ همه آن‌ها یک عدد است.



دلفین‌ها در طول روز چند کیلومتر شنا می‌کنند؟ دلفین‌ها بیشتر در چه نقاطی از دریا و در چه فاصله‌ای از ساحل مشغول شنا هستند؟ تعداد آن‌ها در هر دسته چند تاست؟ طول عمر هر کدام چقدر است؟ چه میزان غذا مصرف می‌کنند؟ و ...

دانشمندان برای بررسی زندگی این موجودات دریایی زیبا از وسیله‌ای به نام «GPS» استفاده می‌کنند. این دستگاه به

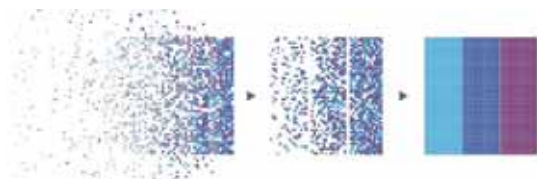
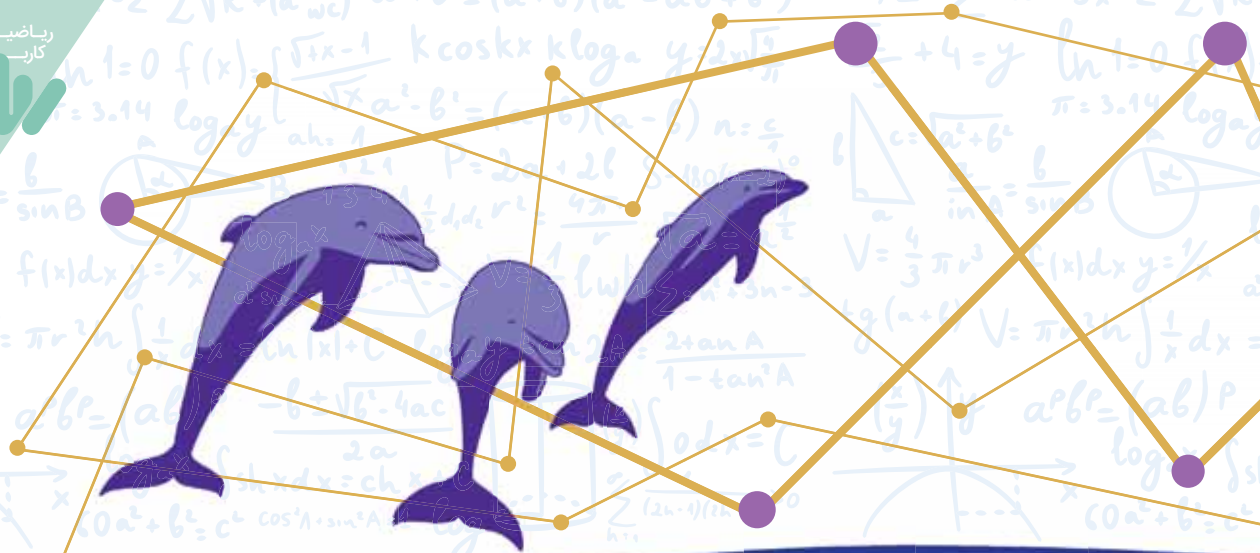


باله دلفین وصل می‌شود و به کمک ماهواره، اطلاعات دقیقی از مسیر حرکت دلفین‌ها به پژوهشگران ارائه می‌کند.

یک، دو، سه ... سه تا سیب. این شاید اولین تجربه همه ما از یادگیری پایه‌ای‌ترین موضوع علم ریاضی، یعنی عددها، باشد. وقتی برای نخستین‌بار شمارش عددها را یاد گرفتیم، تلاش می‌کردیم هر چه در اطرافمان می‌دیدیم را با یک عدد شماره‌گذاری کنیم.

|    |                     |
|----|---------------------|
| ۱  | 🍎                   |
| ۲  | 🍌 🍌                 |
| ۳  | 🍌 🍌 🍌               |
| ۴  | 🍓 🍓 🍓 🍓             |
| ۵  | ⭐ ⭐ ⭐ ⭐ ⭐           |
| ۶  | 🌻 🌻 🌻 🌻 🌻 🌻         |
| ۷  | 🐼 🐼 🐼 🐼 🐼 🐼 🐼       |
| ۸  | 🍎 🍎 🍎 🍎 🍎 🍎 🍎 🍎     |
| ۹  | 🌳 🌳 🌳 🌳 🌳 🌳 🌳 🌳 🌳   |
| ۱۰ | 🍷 🍷 🍷 🍷 🍷 🍷 🍷 🍷 🍷 🍷 |

وقتی دانش ریاضی ما پیش رفت، چهار عمل اصلی ریاضی را یاد گرفتیم (جمع، تفریق، ضرب، و تقسیم) و دنیای عددها باز هم جالب‌تر شد. حالا بدون اینکه متوجه باشیم، در طول روز مرتب از این دانش عددها استفاده می‌کنیم. عددها همیشه ما را برای فهم و درک محیط اطرافمان یاری می‌کنند. سرعت یک خودرو، میزان خرید میوه، وزن، تعداد پله‌ها و ... همه با یک عدد معرفی می‌شوند. تحلیل‌های ما



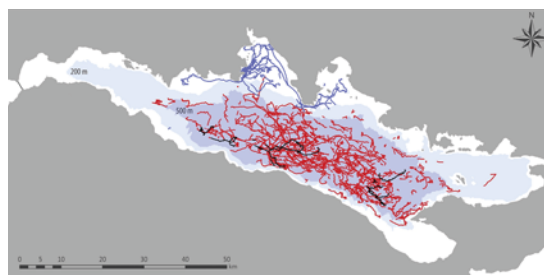
اگر فرض کنیم هر مربع بالا یک اطلاعات از محل حرکت دلفین، فاصله از ساحل، و تعداد وعده‌های غذایی باشد که به‌طور پراکنده جمع‌آوری شده است، علم کلان‌داده با پردازش این عددها می‌تواند نتایج معنی‌داری را به ما ارائه کند. می‌دانیم هر روز داده‌ها و اطلاعات بسیار زیادی تولید می‌شوند که ما نیازمند نتیجه‌گیری از این داده‌ها و برنامه‌ریزی براساس این آن‌ها هستیم.



اطلاعاتی مثل میزان مصرف انرژی، تولید روزانه کارخانه‌ها، ذخایر پولی بانک‌ها، و میلیاردها داده‌ای که باید روی همه آن‌ها مطالعه، و تجزیه و تحلیل شود. نیاز به دانش ریاضی «کلان داده» دیگر یک الزام است. شاید شما دوست داشته باشید، در آینده شغلی در عالم شگفت‌انگیز عددها داشته باشید. بنابراین باید با این دانش بیشتر آشنا شوید.

اما نتایج به‌دست آمده بسیار زیادند و تحلیل آن‌ها بسیار مشکل است.

به تصویر زیر نگاه کنید. این خط‌ها مجموعه نقاطی هستند که دلفین ما از آن‌ها عبور کرده است. آیا می‌توانید این نقاط را بشمارید؟!



نگران نباشید دانش ریاضی یک بار دیگر به کمک ما انسان‌ها آمده است و شاخه‌ای در علم ریاضی ایجاد شده است به نام «کلان‌داده» یا «Big data».

کلان‌داده به زبان ساده، شاخه‌ای در ریاضی است که به کمک رایانه‌ها می‌تواند اطلاعات پراکنده و نامنظم به‌دست آمده را به اطلاعات مرتب و قابل تحلیل تبدیل کند.



منبع:

1. [https://www.researchgate.net/figure/Dolphin-movements-plotted-based-on-GPS-positions-during-378-h-of-tracking-in-the-Gulf-of\\_fig2\\_307585209](https://www.researchgate.net/figure/Dolphin-movements-plotted-based-on-GPS-positions-during-378-h-of-tracking-in-the-Gulf-of_fig2_307585209)



# ریاضی‌دانان معاصر ایران دکتر غلامرضا جهانشاهلو پدر علم «تحلیل پوششی داده‌ها» در ایران

● تصویرگر: حمید خلوتی

● رضا حیدری قزلجه

۱. در روستای «سمقاور» از توابع شهر «کميجان» استان مرکزی، مادری به نام کبری پس از آن که ۹ فرزند قبلی خود را از دست داده بود، در ۲۷ اسفند ۱۳۲۲ پسری به دنیا آورد و اسمش را بنا بر نذر خود در حرم امام هشتم (ع)، غلامرضا گذاشت. غلامرضا حاضر نبود مثل بقیه کودکان به مکتب برود. خوش بختانه در همان زمان در روستای آن‌ها یک خیر، دبستانی احداث کرد و غلامرضا تا کلاس ششم در آنجا درس خواند.

۲. چون تا فاصله ۱۰۰ کیلومتری ده دبیرستانی وجود نداشت، به مدت سه سال ترک تحصیل کرد و به کشاورزی پرداخت. پس از آن در ۱۶ سالگی ادامه تحصیل داد. کلاس هفتم را در کميجان و هشتم و نهم را در دبیرستانی در اراک گذراند. سال ۱۳۴۰ اتفاقی که نقطه عطف زندگی‌اش بود، رخ داد: او به دبیرستان علی ابن ابی‌طالب (ع) که یکی از بهترین‌های دبیرستان اراک بود، راه یافت و در سال ۱۳۴۳ دیپلم ریاضی را اخذ کرد.

۳. سال ۱۳۴۳ با شرکت در کنکور سراسری در رشته ریاضی - فیزیک دانشگاه فردوسی مشهد پذیرفته شد و در تابستان ۱۳۴۶ با اخذ مدرک کارشناسی به تهران آمد. «مؤسسه ریاضیات دکتر مصاحب» تازه تأسیس شده بود و قرار بود مدرس دانشگاه تربیت کند. چون علاقه زیادی به تدریس داشت، در آزمون ورودی آن شرکت کرد و جزو شش نفر پذیرفته شده این مؤسسه قرار گرفت. دوره کارشناسی ارشد در تابستان ۱۳۴۸ به پایان رسید و جهانشاهلو که بالاترین امتیاز این دوره را داشت، به عنوان استادیار گروه ریاضی دانشگاه خوارزمی (تربیت معلم سابق) مشغول به کار شد. پس از سه سال تدریس، در سال ۱۳۵۱ برای ادامه تحصیل به انگلستان رفت.

۴. چون از ریاضی محض به ریاضی کاربردی تغییر رشته داده بود، مجبور شد فوق لیسانس دوم خود را در «تحقیق در عملیات» از «دانشگاه ساوت همپتون» بگیرد. پس از آن برای دوره دکترا به «دانشگاه برونل» لندن رفت. سال ۱۳۵۵ از رساله دکترای خود دفاع کرد و به تهران برگشت تا کار در دانشگاه را ادامه دهد. غلامرضا جهانشاهلو، علاوه بر آنکه استاد ریاضی دانشگاه خوارزمی بود، سمت‌های دیگری هم داشت که به چند مورد از آن‌ها اشاره می‌شود: معاون وزیر علوم، تحقیقات و فناوری و رئیس سازمان سنجش آموزش کشور، معاون شهرداری تهران، معاون دانشجویی دانشگاه خوارزمی، معاون سازمان هواپیمایی کشوری، و معاون پژوهشی دانشگاه خوارزمی. او همچنین استاد نیمه وقت دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات بود. ایشان در هر یک از این موقعیت‌ها، خدمات چشم‌گیری را انجام دادند. برای مثال، در پست معاونت شهرداری تهران، در راه‌اندازی پروژه‌هایی مانند مترو، خطوط در دوران خدمت در سازمان هواپیمایی کشوری، باشگاه خلبانی را سر و سامان داد تا کشور از اعزام دانشجو برای آموزش خلبان بی‌نیاز شود.





۵. جهانشاهلو پس از انجام کارهای اجرایی متفاوت، در سال ۱۳۷۱ به دانشگاه خوارزمی برگشت و در سال ۱۳۷۶ به مرتبه استادی رسید. در این سال کارهای اجرایی را رها کرد و در دو دهه بعد از آن تا زمان وفات، به تدریس در دوره‌های تحصیلات تکمیلی و انجام پژوهش پرداخت. ایشان استاد راهنمای ۱۱۲ دانشجوی دکتری و بیش از ۲۰۰ دانشجوی کارشناسی ارشد بود. در واقع شاگردان غلامرضا جهانشاهلو، بیش از ۳۰۰ استاد ریاضی هستند که در دانشگاه‌های گوناگون به تدریس و پژوهش مشغول‌اند. او همچنین در تربیت بیش از ۱۰۰۰ دبیر ریاضی کشور نقش داشته است. استاد در طول عمر پر برکت خود ۲۲ جلد کتاب به چاپ رساند. همچنین، بیش از ۲۷۸ مقاله در مجله‌های معتبر بین‌المللی و داخلی به چاپ رساند و یا در همایش‌ها ارائه کرد. پایگاه استنادی «اسکوپوس»<sup>۲</sup>، دکتر جهانشاهلو را نفر اول تولید علم در «گرایش تحلیل پوششی داده‌ها» (DEA) در سطح جهانی معرفی کرده است.



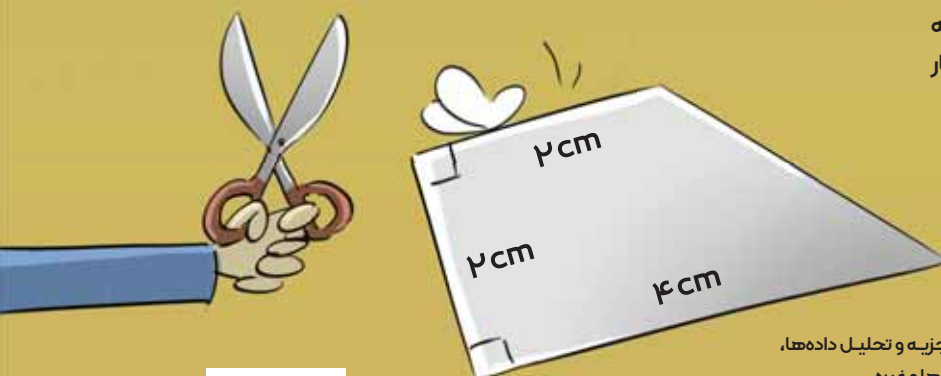
۶. استاد با وجود سخت‌گیری در امور آموزشی، ارتباطی بسیار صمیمی با دانشجویان خود داشت. او شماره تلفن تمام دانشجویان خود را داشت و حتی در منزلش که دارای کتابخانه کاملی است، به پذیرش دانشجویان و راهنمایی آن‌ها می‌پرداخت. به گفته دانشجویانش، نماز اول وقت و احترام به پدر و مادر همواره از توصیه‌های مهم استاد بود. همچنین از نظر دانشجویان، برخی ویژگی‌های استاد به این شرح بوده‌اند: واگذاری بخش‌هایی از اثبات و حل به دانشجویان؛ ارزیابی پیوسته در طول نیم‌سال؛ تأکید بر حل مسئله و تعمق در مسائل از دیدگاه‌های متفاوت. بالاخره اینکه استاد، بسیار وقت‌شناس و منضبط بود. گاهی برای آنکه وقت دانشجویانش در ترافیک صبحگاهی هدر نرود، کلاس‌های درس ایشان یک یا دو ساعت زودتر از ساعت کار رسمی دانشگاه تشکیل می‌شد.



۷. سرانجام در ۱۶ فروردین ۱۳۹۶، پس از سال‌ها خدمت در عرصه‌های گوناگون، در ۷۳ سالگی بدرود حیات گفت؛ اما با مکتب علمی و اخلاقی که بنا نهاد، همیشه در خاطره‌ها خواهد ماند.



۸. مسئله: شکل مقابل یک دوزنقه قائم‌الزاویه است. چگونه می‌توانید با برش‌هایی، آن را به چهار دوزنقه کوچک‌تر و متشابه با خودش تبدیل کنید؟



پی‌نوشت‌ها

۱. Data Envelopment Analysis، یک روش ریاضی است برای تجزیه و تحلیل داده‌ها، جهت محاسبه کارایی و بازده صنایع، سازمان‌ها، بانک‌ها، نیروگاه‌ها و غیره.

۲. Scopus: یکی از نمایه‌های استنادی معتبر و شناخته شده است که اطلاعات کتاب‌شناختی حدود ۶۰ میلیون سند (کتاب، مقاله، ...) و همچنین اطلاعات پژوهشگران هر گرایش علمی را به همراه ارجاعات موجود، در اختیار کاربران خود قرار می‌دهد.

منبع اصلی

قاسمی هنری، طاهر (۱۳۹۶). «یادنامه شادروان دکتر غلامرضا جهانشاهلو». خبرنامه انجمن ریاضی ایران. سال ۳۸. شماره ۱. بهار ۱۳۹۶. شماره پیاپی ۱۵۱. صص ۳۹ تا ۴۵.

برای دیدن  
 پاسخ بار کد را  
 اسکن کنید



# ریاضی دانان

احمد حافظپور

دانش آموزان عزیز! از دوره قبل، دفتر تازه‌ای را گشوده‌ایم تا شما را با برخی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایران و جهان آشنا کنیم. این معرفی پهنه‌ای خواهد بود که شما در هر شماره تعدادی از این چهره‌ها را به اختصار بشناسید. از آنجا که پاره‌ای از این ریاضی‌دانان به مباحثی فراتر از ریاضیات دبیرستانی پرداخته‌اند که درک آن‌ها برای شما مشکل است، ما می‌کشیم جنبه‌های ساده‌تر زندگی آنان را برای شما بازگو کنیم.



## فاطمی، سید محمد تقی (۱۳۷۴ - ۱۲۸۳ ش)

این استاد ریاضی‌دان ایرانی را با نام پروفیسور تقی فاطمی می‌شناسند.

او یکی از استادان برجسته ریاضی در این قرن بود و پاره‌ای از استادان برجسته بعدی زیر نظر او به استادی رسیدند. پروفیسور فاطمی اهل نائین بود، ولی در اصفهان متولد شد. خاندان او مرفه و از خوانین بودند، از این رو پس از دیپلم وی را به فرانسه فرستادند و فاطمی با تحصیل در آن کشور از دانش‌سرای عالی پاریس، با نوشتن رساله «استعمال گروه‌ها در هندسه»، دکترای ریاضی گرفت. او بیش از ۴۵ سال در دانشگاه‌های تهران و مشهد تدریس می‌کرد. با احمد بیرشک در تألیف کتاب‌های ریاضی همکاری داشت و به اتفاق او کتاب «مکانیک استدلالی» را نوشت. پروفیسور فاطمی پس از فوت در حرم حضرت امام رضا (ع) به خاک سپرده شد.



## عسگرزاده، لطفی (۱۳۹۶ - ۱۳۰۰)

عسگرزاده ریاضی‌دانی بود که در شهر «باکو» در جمهوری آذربایجان، از پدری ایرانی و مادری روس به دنیا آمد. ده سال داشت که با خانواده‌اش به ایران آمد و در تهران به مدرسه رفت و از دبیرستان البرز دیپلم گرفت. سپس به دانشکده فنی دانشگاه تهران رفت و در رشته برق و الکترونیک فارغ‌التحصیل شد. آن‌گاه رهسپار آمریکا شد و از «دانشگاه M. I. T.» درجه دکترا گرفت. عسگرزاده که در جهان به او پروفیسور «زاده» می‌گویند، در ریاضیات «منطق فازی» را ابداع کرد که موجب تحول بزرگی در علوم مهندسی و نظریه سیستم‌ها شد. مهندسان ژاپنی با فهم منطق فازی و کاربردی کردن آن، در تولید محصولاتی مثل دوربین عکاسی، ویدیو، جاروی برقی و دیگر وسایل الکترونیک به پیشرفت‌های مهمی دست یافتند.

عسگرزاده دارای چند دکترای افتخاری نیز بود و مدال‌های بسیاری هم دریافت کرد. وی در برکلی کالیفرنیا در ۹۶ سالگی درگذشت.





### فرما، پیر دو (۱۶۶۵-۱۶۰۷م)

فرما ریاضی‌دان بزرگی بود که زندگی‌اش تا حدی شگفت‌انگیز به نظر می‌رسد. چرا؟ زیرا در هیچ مدرسه و دانشگاهی ریاضیات نخواند و ریاضیات را برای تفریح و سرگرمی مطالعه می‌کرد. همچنین مسئله‌ای را طرح کرد که تا حدود چهار قرن حل آن ریاضی‌دانان را به خود مشغول کرد. فرما در شهر «مونتابان» فرانسه متولد شد و پدرش تاجر چرم بود. تحصیلات ابتدایی را در خانه گذراند. سپس به دانشگاه رفت و در رشته حقوق درس خواند. پس از آن هم مشاور حقوقی شهرداری محل شد. از آنجا که به عددها و محاسبه‌ها علاقه زیادی داشت، اوقات فراغتش را به این کار می‌گذراند و در این زمینه با دانشمندان بزرگ زمانش دوستی و مکاتبه می‌کرد. مثلاً یکی از دوستان ریاضی‌دانش پاسکال بود. شهرت فرما به خاطر مسئله‌ای است که طراحی کرد و به «قضیه آخر فرما» شهرت دارد. فرما می‌گفت: در معادله  $a^n + b^n = c^n$  هیچ سه عدد مثبتی را نمی‌توان یافت که در این معادله صدق کنند؛ به جز عددهای ۱ و ۲. اما او این قضیه را اثبات نکرد و اثباتش را برای آیندگان گذاشت و رفت. طی سه چهار قرن تلاش ریاضی‌دانان به جایی نرسید تا عاقبت در سال ۱۹۹۹، ریاضی‌دانان دانشگاه پرینستون آمریکا راه‌حل آن را یافتند و حرف فرما اثبات شد. این قضیه دارای یک شگفتی است: برای  $n=2$  بی‌نهایت جواب وجود دارد. یعنی شما بی‌نهایت عدد می‌توانید پیدا کنید که در معادله  $a^2 + b^2 = c^2$  صدق می‌کند، و آن عددها سه ضلع مثلث قائم‌الزاویه در قضیه فیثاغورس هستند.

### فیبوناچی، لئوناردو (۱۲۵۰-۱۱۷۰م)

فیبوناچی از ریاضی‌دانان بزرگ اروپا در قرون وسطا بود و مقارن با عصر حکیم عمر خیام، ریاضی‌دان ایرانی، در ایتالیا می‌زیست. پدرش بازرگان بود و پسرش را همراه خود به سفرهایی به مصر، شام و دیگر سرزمین‌های اسلامی می‌برد. از این رو، فیبوناچی با ریاضیات و دانشمندان ریاضی‌دان مسلمان، مثل **خوارزمی**، **کرجی** و **ابو کامل** آشنا شد و آثار آن‌ها را به زبان لاتین ترجمه کرد. فیبوناچی به دو چیز بیشتر شهرت دارد: یکی بردن عددهای هندی به اروپا، و دیگری کشف «نسبت طلایی». او در مسافرت به سرزمین‌های مسلمانان دریافت که آن‌ها محاسبه‌های خود را با عددهای هندی که از ۱ تا ۹ است و صفر نیز دارد، به راحتی انجام می‌دهند. در حالی که این کار در اروپا با عددهای رومی به سختی انجام می‌شد. بنابراین این نوع عددنویسی را در اروپا رواج داد. اما نسبت طلایی چیست؟ عددهای طلایی به یک رشته متوالی عددهای صحیح می‌گویند که به جز دو عدد اول، عددهای بعدی از جمع دو عدد قبلی به دست می‌آیند؛ به این ترتیب: ۰، ۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴، ۵۵، ۸۹، ۱۴۴، ۲۳۳، ... فیبوناچی دریافت که نسبت هر عدد نسبت به قبلی حدود ۱/۶ است. به این نسبت، نسبت طلایی گفته می‌شود. در طبیعت مثلاً در بعضی از گل‌ها این نسبت وجود دارد؛ از جمله در گل آفتابگردان.



### فیلدز، جان چارلز (۱۹۳۲-۱۸۶۳م)

نام فیلدز برای ما ایرانیان یادآور «جایزه ریاضی فیلدز» است که در سال ۲۰۱۴ به **مریم میرزاخانی**، ریاضی‌دان ایرانی تعلق گرفت. فیلدز بنیان‌گذار این جایزه است. فیلدز متولد کانادا بود. او نه تنها به ریاضیات علاقه داشت، بلکه بیش از آن به گسترش ریاضیات در جهان علاقه‌مند بود. وی در دانشگاه‌های «تورنتو» (کانادا) و «جان هاپکینز» (در آمریکا) تحصیل کرد و ۱۰ سال نیز در آلمان و فرانسه به تحصیل و همکاری با دانشمندان اروپایی پرداخت. کار بزرگ و جهانی فیلدز همان‌طور که گفتیم، بنیاد نهادن جایزه فیلدز به هزینه خودش بود. این جایزه هر چهار سال یک بار به چند ریاضی‌دان که سن آن‌ها کمتر از ۴۰ سال باشد، در صورتی که کار درخشانی در پیشرفت علم ریاضی انجام داده باشند، داده می‌شود. در سال ۲۰۱۴ (۱۳۹۱)، جایزه فیلدز به چهار ریاضی‌دان داده شد که یکی از آن‌ها میرزاخانی بود. او آن زمان در دانشگاه پرینستون آمریکا به تدریس و پژوهش اشتغال داشت، که متأسفانه در سال ۱۳۹۶ بر اثر بیماری سرطان درگذشت.





# پینوکو در دهکده عجایب

مقداد قاری، شراره تقی‌دستجردی

فکر کنید پینوکو چگونه براساس جدول ۱، توانست تشخیص دهد هر یک از کلاه‌نارنجی و کلاه‌آبی از چه نوعی هستند؟ در شماره قبل با گزاره‌های ساده و مرکب آشنا شدیم. دیدیم گزاره‌هایی که با «و» به هم مربوط می‌شوند در دسته گزاره‌های مرکب قرار می‌گیرند. در این قسمت با نمونه‌ای دیگر از گزاره‌های مرکب آشنا می‌شویم. درواقع گزاره «**حداقل یکی از ما دروغ گو است**» یا گزاره «**من یا همکار من دروغ گو است**»، خلاصه‌شده دو گزاره ساده «**من دروغ گو هستم**» و «**همکار من دروغ گو است**» می‌باشد که با حرف ربط «یا» به هم مربوط شده‌اند و یک گزاره مرکب را تشکیل داده‌اند: **من دروغ گو هستم یا همکار من دروغ گو است**.

چنین ترکیبی را ترکیب فصلی می‌نامیم. در منطق، ترکیب فصلی دو گزاره A و B را با نماد  $A \vee B$  نشان می‌دهیم. مانند ترکیب عطفی دو گزاره، درمورد ترکیب فصلی دو گزاره هم این سؤال مهم به وجود می‌آید که ارزش دو گزاره چه ارتباطی با ارزش ترکیب فصلی آن دو گزاره دارد؟ ابتدا سعی کنید با کمک مثال‌ها، خودتان جدول ۲ را کامل کنید:



در دو قسمت قبل خواندیم که پینوکو وارد دهکده عجایب شد؛ دهکده‌ای که هر کدام از اهالی آن یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. دیدیم پینوکو در برخورد با چند نفر از اهالی این دهکده و با راهنمایی فرشته مهربان، چگونه توانست تشخیص دهد هر کدام راست‌گو هستند یا دروغ‌گو. پینوکو به گردش در این دهکده ادامه می‌داد که دو فروشنده دوره‌گرد را دید؛ یکی با کلاه نارنجی و دیگری با کلاه آبی. پینوکو دلش می‌خواست از آن‌ها آبنبات بخرد، اما برای اینکه کلاه سرش نرود، فکر کرد بهتر است اول بفهمد کدام یک راست‌گو و کدام یک دروغ‌گو هستند.

● **پینوکو:** سلام آقا، بخشید، سؤالی دارم. کدام یک از شما راست‌گو و کدام یک دروغ‌گو هستید؟

● **کلاه نارنجی:** حداقل یکی از ما دروغ‌گوست. یعنی یا من دروغ‌گو هستم یا همکار من (یا هر دو).

پینوکو به سرعت دفترچه یادداشتش را باز کرد و جمله کلاه‌نارنجی را در آن نوشت. مدتی به جمله خیره ماند. از آنجا که ناامید شده بود که بتواند از این جمله چیزی بفهمد، در دلش آرزو کرد ای کاش فرشته مهربان را بار دیگر ببیند. اما از فرشته مهربان هم خبری نبود. پینوکو با یادآوری اینکه دو معمای قبلی را هم به‌تنهایی توانسته حل کند، اعتمادبه‌نفس گرفت. بنابراین دوباره تلاش کرد. او به تک‌تک کلمات کلاه‌نارنجی خوب فکر کرد. سپس نتیجه گرفت سه حالت ممکن است از این جمله مد نظر کلاه‌نارنجی بوده باشد: ۱. فقط کلاه‌نارنجی دروغ‌گو باشد. ۲. فقط کلاه‌آبی دروغ‌گو باشد. ۳. هم کلاه‌نارنجی و هم کلاه‌آبی دروغ‌گو باشند. سپس بار دیگر توصیه فرشته مهربان را به کار گرفت و حالت‌های متفاوت را در جدول ۱ نوشت: پینوکو با دقت به جدول نگاه کرد. او به خاطر آورد که اهالی این دهکده یا همیشه راست می‌گویند و یا همیشه دروغ و نه هر دو. بنابراین متوجه شد که هر کدام از کلاه‌نارنجی‌ها و کلاه‌آبی‌ها از چه نوعی هستند. پینوکو بسیار خوش‌حال بود از اینکه توانسته معمای سوم را نیز حل کند. او آبنباتش را خرید و به گشت و گذار در دهکده ادامه داد.

| کلاه نارنجی | کلاه آبی | کلاه نارنجی یا کلاه آبی | جمله آقای کوتوله: ما هر دو دروغگو هستیم. |
|-------------|----------|-------------------------|------------------------------------------|
| راستگو      | راستگو   | هر دو دروغگو نیستند.    | دروغ                                     |
| راستگو      | دروغگو   | حداقل یکی دروغگو است.   | راست                                     |
| دروغگو      | راستگو   | حداقل یکی دروغگو است.   | راست                                     |
| دروغگو      | دروغگو   | حداقل یکی دروغگو است.   | راست                                     |

| $p$                  | $V(p)$ | $q$               | $V(q)$ | $p \vee q$             | $V(p \vee q)$ |
|----------------------|--------|-------------------|--------|------------------------|---------------|
| ۲ عددی اول است.      | ۱      | ۲ عددی زوج است.   | ۱      | ۲ عددی زوج یا اول است. | ?             |
| ۳ عددی اول است.      | ۱      | ۳ عددی زوج است.   | ۰      | ۳ عددی زوج یا اول است. | ?             |
| ۲۹ عددی غیر اول است. | ۰      | ۲۹ عددی فرد است.  | ۱      | ?                      | ?             |
| ۹۱ عددی اول است.     | ۰      | ۹۱ مربع کامل است. | ۰      | ?                      | ?             |

جدول ۲

۲. جمله «علم بهتر است یا ثروت» یعنی یا «علم بهتر از ثروت است» یا «ثروت بهتر از علم است» یا هیچ کدام. به عبارت دیگر، « $p$  یا  $q$ » وقتی درست است که یا فقط  $p$  درست باشد یا فقط  $q$  درست باشد یا هیچ کدام درست نباشند. به این نوع رابط «یای مانع‌الجمع» گفته می‌شود، زیرا از درست بودن هم‌زمان دو جمله ممانعت می‌کند. اجازه دهید یای مانع‌الجمع را با نماد  $p \vee q$  نشان دهیم. در این صورت، جمله «علم بهتر است یا ثروت» به گزاره  $p \vee q$  در منطق ترجمه می‌شود. مثال‌های دیگر از یای مانع‌الجمع: «آرش یا مسلمان است یا مسیحی» (یا هیچ کدام)، و: «ماهان یا در خانه است یا در مدرسه».

۳. جمله «علم بهتر است یا ثروت» یعنی حداقل یکی از جمله‌های «علم بهتر از ثروت است» یا «ثروت بهتر از علم است» درست است. به عبارت دیگر، « $p$  یا  $q$ » وقتی درست است که یا  $p$  درست باشد یا  $q$  و یا هر دو. به این نوع رابط «یای مانع‌الرفع» گفته می‌شود، زیرا ممانعت درستی هم‌زمان دو جمله را رفع می‌کند. در منطق یای مانع‌الرفع را با نماد  $\vee$  نشان دهیم. درواقع این نوع «یا» همان است که در این داستان پینوکیو با آن مواجه شدیم. در این صورت، جمله «علم بهتر است یا ثروت» به گزاره  $p \vee q$  در منطق ترجمه می‌شود. مثال‌های دیگر از یای مانع‌الرفع: «عامل سکتۀ قلبی یا چربی است یا ژنتیک (یا هر دو)»، و: «ماهان یا معلم است یا شاعر».

حتماً تا اینجا دریافته‌اید که با استفاده از معناهای مختلف «یا» در این جمله، به سادگی می‌توان بحث‌های مختلفی را که در مورد جمله «علم بهتر است یا ثروت» میان ما درمی‌گیرد، بررسی کرد. به طور کلی، منطق به ما کمک می‌کند تا در گفت‌وگوهای روزمره، بتوانیم برداشت درست‌تری از منظور طرف مقابلمان پیدا کنیم و خودمان نیز دقیق‌تر آنچه را در نظر داریم، بیان کنیم تا کمتر دچار سوءتفاهم شویم.

۴. با دقت در گفت‌وگوهای روزمره، مثال‌های دیگری برای این سه نوع ترکیب فعلی ارائه دهید.

۵. پیش از این سعی کردید جدولی رسم کنید و ارزش  $p \vee q$  را با استفاده از ارزش  $p$  و ارزش  $q$  تعیین کنید. حال با استفاده از توضیحاتی که در بالا داده شد، آیا می‌توانید دو جدول رسم کنید و ارزش  $p \vee q$  و همچنین ارزش  $p \wedge q$  را با استفاده از ارزش‌های  $p$  و  $q$  تعیین کنید؟

همان‌طور که حدس زده‌اید، ارزش ترکیب فعلی دو گزاره، تنها زمانی است که هر دوی آن‌ها ارزش ۰ داشته باشند. همچنین می‌توان رابطه  $V(p)$  و  $V(q)$  با  $V(p \vee q)$  را به صورت ریاضی بیان کرد.

$$V(p \vee q) = V(p) + V(q) - (V(p) \times V(q))$$

۶. تلاش کنید عبارت ریاضی دیگری برای بیان ارتباط  $V(p)$  و  $V(q)$  با  $V(p \vee q)$  پیدا کنید.

اکنون آماده‌اید که به معمای سوم پینوکیو در دهکده عجایب برگردیم. فرض کنید « $p$ : کلاه‌نارنجی دروغ‌گو است» و « $q$ : کلاه‌آبی دروغ‌گو است». در این صورت، جمله «حداقل یکی از کلاه‌نارنجی یا کلاه‌آبی دروغ‌گو است» با  $p \vee q$  نشان داده می‌شود. همان‌طور که در جدول بالا دیده‌اید، چهار حالت بالا برای ارزش گزاره  $p \vee q$  پیش می‌آید. پس تنها زمانی که هر دوی کلاه‌نارنجی و کلاه‌آبی راست‌گو باشند، جمله «حداقل یکی از ما دروغ‌گو است» دروغ است. اما در این صورت کلاه‌نارنجی که راست‌گو است جمله‌ای دروغ گفته است و این برخلاف اصل اولیه در این دهکده خواهد بود.

پس باید آن حالتی را از جدول پینوکیو برای معمای دوم انتخاب کنیم که نوع گزاره در ستون آخر (از نظر راست یا دروغ بودن) با نوع کلاه‌نارنجی (از نظر راست‌گو یا دروغ‌گو بودن) مطابقت داشته باشد؛ یعنی کلاه‌نارنجی راست‌گو و کلاه‌آبی دروغ‌گو است. به نظر می‌رسد که ما در زندگی روزمره رابط «یا» را در معنی‌های مختلفی به کار می‌بریم. اجازه دهید با یک مثال معنی‌های مختلف «یا» را بررسی کنیم. بیشتر ما در مورد موضوع زیر یا انشا نوشته‌ایم یا حداقل درباره آن فکر کرده‌ایم:

### علم بهتر است یا ثروت.

فرض کنید  $p$  نشان‌دهنده جمله «علم بهتر از ثروت است» و  $q$  نشان‌دهنده جمله «ثروت بهتر از علم است» باشد. حال جمله «علم بهتر است یا ثروت» را می‌توان به صورت « $p$  یا  $q$ » نوشت. ولی با کمی دقت می‌فهمیم که این جمله را می‌توان به صورت‌های مختلف زیر معنی کرد:

۱. جمله «علم بهتر است یا ثروت» یعنی دقیقاً یکی از جمله‌های «علم بهتر از ثروت است» یا «ثروت بهتر از علم است» درست هستند و نه هر دو. به عبارت دیگر، « $p$  یا  $q$ » وقتی درست است که یا فقط  $p$  درست باشد یا فقط  $q$  درست باشد و نه هر دو. به این نوع رابط «یای حقیقی» گفته می‌شود. بیاپید یای حقیقی را با نماد  $\vee$  نشان دهیم. در این صورت، جمله «علم بهتر است یا ثروت» به گزاره  $p \vee q$  در منطق ترجمه می‌شود. مثال‌های دیگر از یای حقیقی: «عدد طبیعی یا زوج است یا فرد (و نه هر دو)»، و: «ماهان یا پسر است یا دختر».

# سرگرمی‌های عددی

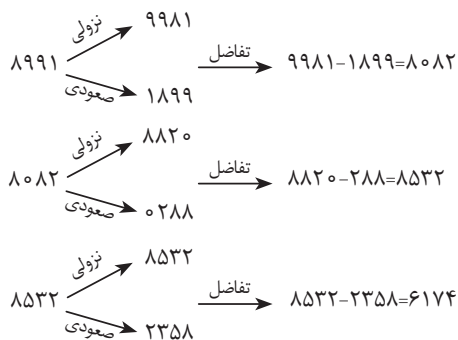
عباس قلعه‌پور اقدم

## عدد ۶۱۷۴

دست آمده، از مرحله چهارم دوباره تکرار کنید. اگر همین‌طور ادامه دهید، در کمتر از ۸ مرحله به عدد ثابت ۶۱۷۴ خواهید رسید. این ویژگی در مورد تمام عددهای چهار رقمی (به جز ۹ عدد با ارقام یکسان) برقرار است.

**ادامه مثال:** مرتب شده ۴۱۷۶ به صورت نزولی برابر ۷۶۴۱ و به صورت صعودی برابر ۱۴۶۷ می‌شود. تفاضل این دو عدد به صورت  $۷۶۴۱ - ۱۴۶۷ = ۶۱۷۴$  خواهد بود.

همان‌گونه که دیدید، با انجام این مراحل روی عدد ۷۸۵۴ به عدد کاپرکار رسیدیم. راستی شما چه عددی را انتخاب کرده بودید؟ آیا به ۶۱۷۴ رسیدید؟ عدد ۷۸۵۴ با دو بار تکرار مراحل به ۶۱۷۴ رسید. عدد انتخابی شما در چند بار تکرار به این عدد رسید؟ اجازه دهید مثالی دیگر بیاوریم.



عدد ۸۹۹۱ در سه تکرار به ثابت کاپرکار رسید، ولی همیشه این‌گونه نیست. ممکن است تا هفت بار تکرار نیاز باشد. بنابراین باید حوصله کنید.

۶۱۷۴ عدد خاصی است، چون ویژگی عجیبی دارد. این ویژگی را ریاضی‌دان هندی، کاپرکار که در فاصله سال‌های ۱۹۰۵ تا ۱۹۸۶ می‌زیست، در سال ۱۹۵۵ کشف کرد. از آن زمان عدد ۶۱۷۴ با عنوان «ثابت کاپرکار» شناخته شد.

### ویژگی‌های خاص ۶۱۷۴

برای آشنایی با ویژگی عجیبی که عدد ۶۱۷۴ دارد، قلم و کاغذ بردارید و مراحل زیر را دنبال کنید:

**۱** یک عدد چهار رقمی که تمام رقم‌هایش یکسان نباشد، انتخاب کنید.

**نکته:** اگر از میان ۹۰۰۰ عدد چهار رقمی، عددهای ۱۱۱۱، ۲۲۲۲، ۳۳۳۳، ۴۴۴۴، ۵۵۵۵، ۶۶۶۶، ۷۷۷۷، ۸۸۸۸، ۹۹۹۹ را حذف کنیم، شما برای انتخاب، ۸۹۹۱ گزینه دارید.

**مثال: ۷۸۵۴**

**۲** رقم‌های عدد انتخابی را به صورت نزولی (از بزرگ به کوچک) مرتب کنید.

**ادامه مثال: ۸۷۵۴**

**۳** رقم‌های عدد انتخابی را به صورت صعودی (از کوچک به بزرگ) مرتب کنید.

**ادامه مثال: ۴۵۷۸**

**۴** عددهای به دست آمده از مرحله‌های (۲) و (۳) را از هم کم کنید.

**ادامه مثال:  $۸۷۵۴ - ۴۵۷۸ = ۴۱۷۶$**

**۵** مراحل (۲)، (۳) و (۴) را برای عدد به



$$\begin{array}{l} 9963 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 3996 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 9963 - 3996 = 5967$$

$$\begin{array}{l} 6642 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 6264 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 6642 - 6264 = 3778$$

$$\begin{array}{l} 7641 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 4176 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 7641 - 4176 = 3465$$

### نوبت شما

شما نیز عددهای ۲۰۰۵ و ۱۳۹۹ را به ۶۱۷۴ برسانید.  
نکته: خود عدد ۶۱۷۴ نیز با یک بار انجام مراحل به خودش می‌رسد.

$$\begin{array}{l} 7641 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 1467 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 7641 - 1467 = 6174$$

شاید این پرسش برای شما مطرح شده باشد که چگونه می‌توان مطمئن بود که تمام عددهای چهار رقمی (به جز ۹ عدد)، با انجام این مراحل به عدد ۶۱۷۴ می‌رسند؟ آیا باید تک‌تک ۸۹۹۱ عدد را آزمایش کرد؟ پاسخ این است که نیازی به آزمودن تمام این عددها نیست، زیرا این ویژگی عدد ۶۱۷۴ اثبات جبری دارد که به امید خدا در دوره دوم متوسطه می‌توانید آن را پیگیری کنید و متوجه شوید.

### کاربرد

یادگیری این مراحل و انجام آن برای خواهر و برادرهای کوچک‌تان که در دوره ابتدایی درس می‌خوانند (مخصوصاً برای دانش‌آموزان پایه چهارم که تازه با عددهای چهار رقمی آشنا شده‌اند)، می‌تواند تمرین خوبی برای تفریق عددهای چهار رقمی باشد. برای خود شما نیز می‌تواند وسیله سرگرمی و بازی با دوستانتان باشد. سعی کنید یک بازی در این زمینه برای خودتان طراحی کنید.

نکته: ممکن است در مرحله‌ای عددی سه رقمی ظاهر شود. در چنین مواقعی به سمت چپ آن یک صفر اضافه کنید و کار را ادامه دهید. به مثال زیر توجه کنید که در مورد عدد ۲۱۱۱ به چنین موردی برمی‌خوریم:

$$\begin{array}{l} 2111 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 1112 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2111 - 1112 = 999$$

$$\begin{array}{l} 9990 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 0999 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 9990 - 0999 = 8991$$

$$\begin{array}{l} 9981 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 8991 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 9981 - 8991 = 990$$

$$\begin{array}{l} 8820 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 0288 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 8820 - 0288 = 8532$$

$$\begin{array}{l} 8532 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 2358 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 8532 - 2358 = 6174$$

عدد ۲۱۱۱ با پنج بار تکرار مراحل به ۶۱۷۴ رسید. مثالی دیگر می‌زنیم که به شش بار تکرار نیاز دارد و آن عدد ۲۰۲۰ است.

$$\begin{array}{l} 2200 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 2020 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2200 - 2020 = 180$$

$$\begin{array}{l} 8721 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 2178 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 8721 - 2178 = 6543$$

$$\begin{array}{l} 7443 \xrightarrow{\text{نزولی}} \\ 7443 \xrightarrow{\text{صعودی}} \end{array} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 7443 - 7443 = 0$$

پی‌نوشت

# دست‌سازه‌های مشکل‌گشا

گفت‌وگو با جمیله زجاجیان  
معلم، مؤلف، طراح مسابقه‌ها  
و داور جشنواره‌های الگوهای

محمدحسین دبیزی  
عکاس: رضا معتمدی



همه ما در طول زندگی برای رسیدن به موفقیت‌های بیشتر به مشورت و راهنمایی نیاز داریم؛ گاهی با یک دوست و گاه با یک معلم یا مربی با تجربه که بتواند ما را به‌درستی هدایت کند. در این شماره به مشهد رفتیم تا با یک معلم باتجربه، نویسنده کتاب‌های آموزشی و طراح آزمون‌های المپیادها گفت‌وگو کنیم. جمیله زجاجیان لیسانس ریاضی دارد و بارها در جشنواره‌های الگوهای برتر تدریس رتبه‌های ممتاز آورده و از طرف دیگر، خودش آثار دیگران را داوری کرده است. برگزاری کارگاه «روش‌های خلاقانه تدریس» یکی از تجربه‌های موفق ایشان است. یادگیری ریاضی به کمک دست‌سازه‌ها یکی از تجربه‌های موفق این معلم به شمار می‌رود. همین موضوع محور گفت‌وگوی مجله با خانم جمیله زجاجیان از مشهد با ۳۳ سال تجربه آموزش و تدریس است که با هم می‌خوانیم.

لحظه‌شماری می‌کند. از ایجاد انگیزه که شروع هر آموزشی است، تا تعمیق یادگیری که هدف نهایی است، در تمام مراحل، دست‌سازه نقش کلیدی دارد. حال تصور کنید، با وجود این دیدگاه ناصحیح که «کلاس و معلم ریاضی خشک است»، همراه کردن آموزش با دست‌سازه‌های جذاب و پرکاربرد چقدر می‌تواند در یادگیری و تغییر این نگرش تأثیرگذار باشد. من سال‌هاست برای این تغییر نگرش تلاش می‌کنم و نتیجه آن را در کلاس‌های درس کاملاً مشاهده کرده‌ام که هیجان دانش‌آموزان برای دیدن دست‌سازه جدید و شروع آموزش جدید بوده است.

● **چطور شد که به فکر استفاده از دست‌سازه‌های ریاضی در کلاس‌های خودتان افتادید؟**

○ اول مهر ۱۳۶۶، در روستایی بسیار محروم، بدون آب و برق، و دور از تمامی رسانه‌ها (رادیو، تلویزیون و ...)، در اولین جلسه درس به‌عنوان دبیر زبان وارد کلاس شدم. مخاطبانم دانش‌آموزان پایه سوم راهنمایی بودند. عنوان درس این بود: In the park. خواندم و ترجمه کردم، اما هیچ‌چیز دانش‌آموزان حاکی از آن بود که معنی پارک را نمی‌دانند. من به خیال اینکه قرار است

● **یکی از فعالیت‌های مهم شما تهیه دست‌سازه‌های ریاضی است. منظور از دست‌سازه‌های ریاضی چیست؟**

○ دست‌سازه به هر وسیله‌ای گفته می‌شود که به کمک آن یادگیری یک مفهوم، آسان‌تر، عمیق‌تر و ماندگارتر صورت بگیرد. ترجیح دارد، دست‌سازه با امکانات ساده و به شیوه‌ای راحت ساخته شود و کار کردن با آن نیز برای فراگیرنده ساده باشد.

دست‌سازه‌ای ارزشمند است که:

۱. با وسایل دورریختنی، کم‌قیمت و در دسترس همگان ساخته شود.
۲. طرز ساخت و به کار بستن آن ساده باشد.
۳. چند بار مصرف باشد.
۴. زیبا و شکیل باشد.
۵. حمل‌ونقل آن ساده باشد.
۶. مفهوم را به‌راحتی به بیننده منتقل کند.

● **دست‌سازه‌های ریاضی چه نقشی در آموزش ریاضی توسط معلم و فراگیری آن توسط دانش‌آموزان دارد؟**

○ به اعتقاد من، تدریس همراه با دست‌سازه مانند غذایی است که در تهیه آن از بهترین چاشنی‌ها استفاده شده است؛ به‌طوری‌که هر فردی، با هر ذائقه‌ای، برای خوردنش

نظم کلاس را به هم بریزند، با این اتفاق برخورد کردم؛ غافل از اینکه آن‌ها واقعاً نمی‌دانستند. تصمیم گرفتم کاری کنم که کلاس درس هم‌جان‌آور و جذاب باشد و دانش‌آموزان برای شروع کلاس لحظه‌شماری کنند و منتظر یک اتفاق جدید باشند.

لذا شروع به ساخت دست‌سازه کردم. بخشی از آن‌ها را خودم در خانه درست کردم و بخشی را همراه با دانش‌آموزان در کلاس درس و در حین تدریس می‌ساختیم. این کار برای من و دانش‌آموزانم لذت‌بخش و هیجان‌انگیز بود.

● برای چه مباحثی از درس ریاضی می‌شود از دست‌سازه‌های ریاضی استفاده کرد؟

○ به نظر من برای اکثر موضوع‌های ریاضی می‌توان دست‌سازه ساخت. حتی برای بعضی مباحث می‌توان از بیش از یک دست‌سازه استفاده کرد.

دانش‌آموزان دارای ایده‌های ناب و جذابی هستند که کافی است کشف شوند و این استعدادها بالقوه به فعل در بیایند. در این مرحله معلم نقش اساسی دارد. او با ایجاد انگیزه، دانش‌آموزان را تشویق می‌کند، ایده‌هایی را که در سر دارند، مطرح کنند و به آن‌ها پر و بال بدهند. نتیجه آن، خلق یک اثر است.

● یکی از فعالیت‌های شما برگزاری کارگاه‌های روش‌های خلاقانه در تدریس است. به نظر شما چطور می‌توان ریاضیات را به صورت خلاقانه تدریس کرد تا دانش‌آموزان این درس را بهتر فرا بگیرند؟

○ به نظر من ریاضیات سرتاسر خلاقیت است. فقط کافی است معلم شیوه درستی در پرورش این خلاقیت‌ها به کار بگیرد.

وقتی دانش‌آموز خلاقیت را در تدریس معلم مشاهده می‌کند، یاد می‌گیرد که او هم باید به دنبال ارائه روش‌های خلاقانه باشد.

برای مثال، یکی از کارهایی که من در کلاس انجام می‌دهم به این صورت است:

مسئله‌ای را مطرح می‌کنم که خودم حداقل دو یا سه روش متفاوت برای پاسخ به آن می‌دانم. از دانش‌آموزان می‌خواهم، با هر چند روشی که می‌دانند، آن را پاسخ دهند و پاسخ‌های خود را روی برگه‌ای بنویسند. پاسخ‌ها را جمع‌آوری و با توجه به تکراری بودن بعضی پاسخ‌ها، آن‌ها را دسته‌بندی می‌کنم و فراوانی هر پاسخ را مشخص می‌سازم. این کار نشان می‌دهد که اولاً برای حل یک سؤال چند روش ارائه شده است، و ثانیاً هر روش به ذهن چند دانش‌آموز رسیده است.

این نوع امتیازدهی با توجه به تعداد پاسخ‌های متفاوت هر دانش‌آموز است. دانش‌آموزی که روش‌های بیشتری ارائه داده باشد، امتیاز بیشتری می‌گیرد. این کار باعث می‌شود که

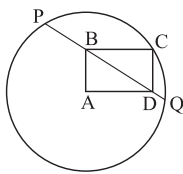


می‌آید و در کنار من، به ارائه روش خلاقانه خودش می‌پردازد. تکرار این اتفاق یعنی معرفی دانش‌آموزان خلاق. در این زمینه مثالی از هندسه تقدیم می‌کنم.

یک سؤال و پنج راه‌حل از دانش‌آموزان

که در بعضی بخش‌ها دارای تفاوت‌هایی هستند:

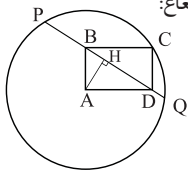
سؤال: فرض می‌کنیم ABCD یک مستطیل ۱×۲ باشد. دایره‌ای به مرکز A و شعاع AC رسم می‌کنیم. اگر امتداد BD دایره را در نقطه‌های P و Q قطع کند، طول PQ چقدر است؟



پاسخ ۱:

شعاع:

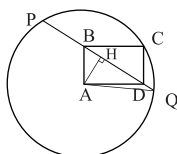
$$\begin{aligned} \triangle ABC: AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 1^2 + 2^2 = 5 \rightarrow AC = \sqrt{5} = AP \\ AC &= AP = BD = \sqrt{5} \end{aligned}$$



عمود AH را رسم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{B} &= \hat{B} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ز}} \triangle ABH \sim \triangle ABD \\ \frac{AB}{BD} = \frac{AH}{AD} = \frac{BH}{AB} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{AH}{2} \rightarrow AH = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \triangle APH: AP^2 &= AH^2 + PH^2 \rightarrow (\sqrt{5})^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 + PH^2 \\ \rightarrow PH^2 &= 5 - \frac{4}{5} = \frac{21}{5} \rightarrow PH = \sqrt{\frac{21}{5}} \end{aligned}$$





پاسخ ۳:

نکته آموزشی: در دایره، عمودی که از مرکز دایره بر وتر رسم می‌شود، آن را نصف می‌کند یعنی AH عمودمنصف PQ است.

پس:

$$PH = HQ \rightarrow PQ = 2 \times PH = 2\sqrt{\frac{21}{5}}$$

$$PQ = 2\sqrt{\frac{21}{5}}$$

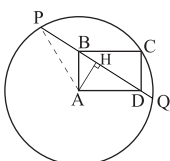
دلیل این نکته هم واضح است: چون  $AP=AQ$  پس A روی عمودمنصف PQ قرار دارد (قضیه عمودمنصف).

$$\text{شعاع دایره} = AC = AQ = \sqrt{5}$$

$$S_{ABCD} = AH \times BD = 2 \rightarrow AH \times \sqrt{5} = 2$$

$$\rightarrow AH = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$HQ^2 = AQ^2 - AH^2 \rightarrow QH = \sqrt{\frac{21}{5}} \rightarrow PQ = 2\sqrt{\frac{21}{5}}$$



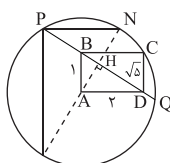
پاسخ ۴:

$$AH \times BD = AB \times AD \rightarrow AH \times \sqrt{5} = 2$$

$$\rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$AP^2 = AH^2 + PH^2 \rightarrow 5 = \frac{4}{5} + PH^2$$

$$\rightarrow PH = \sqrt{\frac{21}{5}} \rightarrow PQ = 2\sqrt{\frac{21}{5}}$$



پاسخ ۵:

$$1 \times 2 = AH \times \sqrt{5} \rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

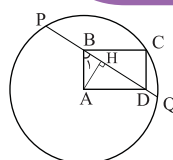
$$PH^2 = MH \times NH \rightarrow PH^2 = \left(\sqrt{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}\right) \left(\sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$\rightarrow PH^2 = \frac{21}{5} \rightarrow PH = \sqrt{\frac{21}{5}}$$

$$PQ = 2PH = 2\sqrt{\frac{21}{5}}$$

• دانش آموزان در بحث فراگیری درس ریاضی چطور می‌توانند از روش‌های خلاقانه استفاده کنند تا درس را بهتر بفهمند؟ شاید خلاقیت تنها به روش‌های آموزشی معلم منحصر نباشد و خود دانش آموزان برای یادگیری به خلاقیت نیاز داشته باشند.

○ دقیقاً حق با شماست. معلم می‌تواند با عملکردش الگویی برای دانش آموزان باشد تا آن‌ها بفهمند، خودشان هم برای یادگیری



پاسخ ۲:

$$AC = AP = AQ = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

عمود AH را بر BD رسم می‌کنیم.

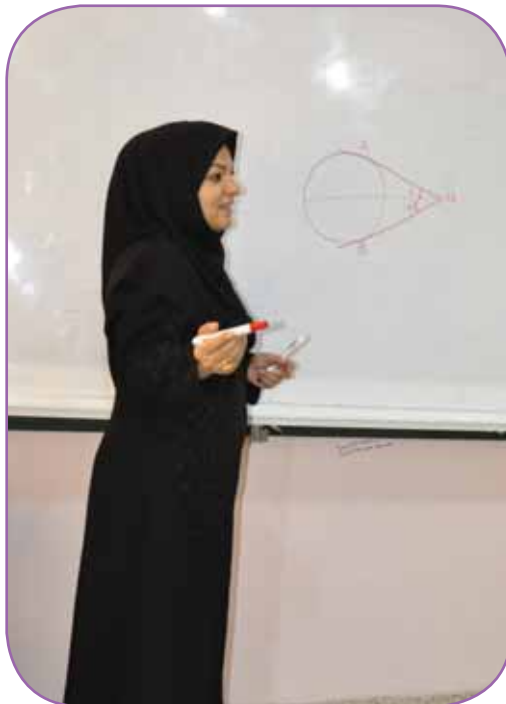
$$\left. \begin{matrix} \widehat{B_1} = \widehat{B_2} \\ \widehat{A} = \widehat{H} \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ABD \rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AH}{AD} \rightarrow$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{AH}{2} \rightarrow AH = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

چون داریم:  $AP=AQ$  پس AH در  $\triangle APQ$  میانه است؛  
یعنی:  $PH=HQ$  داریم:

$$PH = HQ = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{5 - \frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{21}{5}}$$

$$\rightarrow PQ = 2\sqrt{\frac{21}{5}}$$



فراموش نشدنی را برایم رقم زد. جلسه بعد در گزارشی که باید به معلم ارائه می کردم، گفتم که تعیین علامت ضرب و تقسیم را به شیوه ای خودساخته تدریس کردم. با تعریف و تمجید هم کلاسی ها، معلم مشتاق شد روش مرا ببیند و بشنود. من این بار با شوق فراوان روش خودم را برای معلم ارائه کردم.

#### روش ابداعی من:

عدد اولی: مثبت=روز، منفی=شب

عدد دومی: مثبت=روشن، منفی=تاریک  
حاصل:

اگر جمله با کلمه «هست» درست می شود=مثبت

اگر جمله با کلمه «نیست» درست می شود=منفی

|                        |                      |
|------------------------|----------------------|
| $(+) \times (+) = (+)$ | (روز) (روشن) (هست)   |
| $(+) \times (-) = (-)$ | (روز) (تاریک) (نیست) |
| $(-) \times (+) = (-)$ | (شب) (روشن) (نیست)   |
| $(-) \times (-) = (+)$ | (شب) (تاریک) (هست)   |

مثالی ملموس که همگی نتیجه آن را می دانند. این تجربه زیبا سال هاست که در کلاس های تدریسم اجرا می شود و آن را به تمامی همکاران عزیزم تقدیم کرده ام.

#### ● از حضورتان در این گفتگو صمیمانه سپاسگزاریم.

می توانند خلاقیت داشته باشند. مثلاً برای به خاطر سپردن نام شاعران همراه با نام کتاب و تاریخ تولدشان شیوه هایی را ابداع می کنند تا بهتر، آسان تر و ماندگارتر بتوانند آن ها را به خاطر بسپارند. به اشتراک گذاشتن این شیوه ها می تواند اتفاق زیبایی یک کلاس درس باشد.

به خصوص در گروه هم سالان این روش ها بسیار مورد استقبال دیگران قرار می گیرند. به عنوان نمونه مثالی می زنم. در کودکی برای به خاطر سپردن ارکان نماز از کلمه «قنترس» استفاده می کردیم که از اتصال حرف اول کلمه های قیام، نیت، تکبیرة الاحرام، رکوع و سجود ساخته شده بود. قطعاً این شیوه خلاقانه ای بوده که توسط یک نفر ابداع شده بود.

#### ● خوش حال می شویم که گفتگو را با خاطره ای از درس ریاضی در دوران تحصیل شما، یا نکته و مسئله ای که آن روزها برایتان جالب بوده است، به پایان ببریم.

○ سال تحصیلی ۱۳۵۹-۶۰ در کلاس اول راهنمایی تحصیل می کردم. در کل دوران تحصیلم عاشق ریاضی بودم. معلم ها مرا جانشین خودشان می کردند. آرزو می کردم یک روز معلم غیبت داشته باشد تا من در کلاس تدریس کنم. همیشه دوست داشتم در کنار تدریس معلم، من هم روش مخصوص به خودم را داشته باشم. معتقد بودم اگر دانش آموزان روش معلم را فهمیده باشند، دیگر نیازی به تکرار همان عبارتها و مثال ها نیست. به نوعی باید بگویم دوست داشتم متفاوت باشم.

یک روز معلممان ضرب و تقسیم عددهای صحیح را تدریس کرد. هم کلاسی هایم در تعیین علامت حاصل، دچار مشکل شده بودند. معلم با ذکر یک مثال کوشید که ضمن جذاب کردن تدریس، کاری کند که به خاطر سپردن نکته آسان شود. روش ایشان به این صورت بود:

دوست دوست من، دوست من است:  $(+) \times (+) = (+)$

دوست دشمن من، دشمن من است:  $(+) \times (-) = (-)$

دشمن دوست من، دشمن من است:  $(-) \times (+) = (-)$

دشمن دشمن من، دوست من است:  $(-) \times (-) = (+)$

من از اساس با این مثال مشکل داشتم. تمام روز ذهنم درگیر شد که چطور دشمن دشمن من دوست من است!!!! دوران دفاع مقدس بود. رفتار دشمنان کشورم را تجزیه تحلیل می کردم، اما به نتیجه درستی نمی رسیدم. تا اینکه یک مثال خوب به ذهنم رسید. اما خجالت می کشیدم آن را در حضور معلم مطرح کنم. بالاخره روز موعود که منتظرش بودم، فرا رسید و معلم به کلاس نیامد.

با خودم فکر کردم، امروز می توانم این روش را تدریس کنم تا میزان استقبال دیگران را بسنجم و باید بگویم حس خوب تدریس با استقبال بی نظیر هم کلاسی هایم، خاطره ای

# کاربرد مهم ریاضی در اقتصاد سرمایه‌ای که سودش پنهان است

در این مقاله در نظر داریم، یک کاربرد مهم ریاضی را در اقتصاد و زندگی روزمره برای شما عزیزان بازگو کنیم تا از اهمیت یادگیری ریاضی و به کارگیری آن در زندگی بیشتر آگاه شوید.

هدف از شروع هر فعالیت اقتصادی کسب سود است. بنابراین مهم است که بدانیم سوددهی یک فعالیت اقتصادی چطور در علم اقتصاد و حسابداری محاسبه می‌شود.

یک مفهوم مهم در علم اقتصاد و حسابداری هست به نام نقطه «سربه‌سر».

همان‌طور که می‌دانید، فعالیت اقتصادی همیشه مستلزم یک هزینه است که اصطلاحاً آن را «سرمایه‌گذاری» می‌نامند. وقتی هم آنچه تولید می‌شود، وارد بازار می‌شود یا فروخته می‌شود، «درآمد» به دست می‌آید. حال از زمانی که میزان درآمد از میزان سرمایه‌گذاری بیشتر شود، این فعالیت به مرحله سوددهی رسیده است.

در هر فعالیت اقتصادی دو نوع هزینه وجود دارد که لازم است با مفهوم هر دو آشنا شوید.

● **هزینه‌های ثابت:** این هزینه‌ها به محض شروع فعالیت اقتصادی شروع خواهند شد و ارتباطی با میزان تولید ندارند؛ هزینه‌هایی مثل اجاره محل یا هزینه خرید ماشین‌آلات، و ....

● **هزینه‌های متغیر:** این هزینه‌ها با میزان تولید ارتباط مستقیم دارند؛ مثل هزینه خرید مواد اولیه یا دستمزد کارگرها ...

مشخص است که در محاسبات مربوط به هزینه‌ها، هر دو هزینه باید در نظر گرفته شوند.

**نقطه «سربه‌سر»:** نقطه‌ای است که در آن درآمدها با هزینه‌ها برابر می‌شود و مشخص می‌کند از چه میزان فروش، سوددهی آغاز خواهد شد. نقطه زردرنگ در شکل ۱ همان نقطه سربه‌سر نامیده می‌شود.

برای اینکه شما عزیزان درک بهتری از آنچه گفته شد پیدا کنید، با یک مثال مطلب را ادامه خواهیم داد.

فرض کنید در یک فعالیت اقتصادی کالای A تولید می‌شود که هزینه‌های ثابت و متغیر آن به‌صورت زیر است:

برای تولید کالای A مبلغ ۵۰۰ میلیون تومان هزینه ثابت و به ازای تولید هر کالای A مبلغ ۲۰ میلیون تومان هزینه متغیر خواهیم داشت. بنابراین برای تولید X واحد از کالای A معادله زیر را خواهیم داشت:

| A   |                 |
|-----|-----------------|
| 500 | هزینه ثابت :    |
| 20  | هزینه هر قطعه : |

❖ برای تولید کالای A مبلغ ۵۰۰ میلیون تومان هزینه ثابت و به ازای تولید هر کالای A

مبلغ ۲۰ میلیون تومان هزینه متغیر خواهیم داشت. بنابراین برای تولید X واحد از کالای A معادله زیر را خواهیم داشت:

$$y = 500 + 20x$$

در نظر بگیرید که قیمت کالای A در بازار مبلغ ۳۵ میلیون تومان در نظر گرفته شود. یعنی به ازای فروش هر واحد از کالای A مبلغ ۳۵ میلیون تومان درآمد برای این بنگاه اقتصادی کسب می‌شود. بنابراین به ازای فروش X واحد از این کالا معادله درآمد بنگاه به‌صورت زیر خواهد شد:

$$y = 35x$$



به معادلات اخیر با دقت نگاه کنید. آنچه می‌بینید شبیه به کدام یک از مباحث کتاب درسی شماست؟ بله درست متوجه شدید عزیزان، این دو معادله از نوع معادله خط هستند.

برای فهم بهتر این مثال و در نهایت به دست آوردن نقطه سربه‌سر (نقطه‌ای که از آن پس این بنگاه وارد سوددهی خواهد شد) وارد نرم‌افزار «جئوجبرا» خواهیم شد تا یک بار دیگر با استفاده از امکانات این نرم‌افزار یک مفهوم دیگر ریاضی را زیباتر ببینیم.

● پس از ورود به محیط GeoGebra Classic، از فهرست مقابل که به‌صورت خودکار ظاهر می‌شود، گزینه Spreadsheet را انتخاب کنید.

دقت کنید، در صورتی که این فهرست ظاهر نشد، می‌توان با کلیک روی در گوشه بالا و سمت راست صفحه جئوجبرا و انتخاب گزینه View آن را ظاهر کرد.

آنچه در محیط جئوجبرا ملاحظه

می‌کنید، یک صفحه شطرنجی است که ستون‌های نام‌گذاری شده به نام‌های A و B و ردیف‌های شماره‌گذاری شده دارد و به آن در اصطلاح «صفحه گسترده» گفته می‌شود. از این محیط برای تهیه جدول‌های محاسباتی می‌توان استفاده کرد.

● برای شروع کار، جدول مرتبط با مسئله قبل را در محیط بسازید و متن‌ها و مقادیر را در جدول به شکل مقابل وارد کنید. دقت کنید، برای تغییر طول و عرض سطرها و ستون‌ها کافی است ماوس خود را بین شماره دو سطر و یا نام دو ستون قرار دهید و آن را بکشید.

● حال نوبت به نوشتن فرمول برای محاسبه هزینه تولید کالا رسیده است. همیشه نوشتن فرمول در محیط صفحه گسترده با گذاشتن علامت =

(مساوی) شروع می‌شود. با رعایت این موضوع، در ستون B که مربوط

به هزینه‌هاست، این عبارت را تایپ کنید و سپس کلید enter را بزنید:

| A                     | B                         |
|-----------------------|---------------------------|
| تعداد تولید یا همان X | هزینه متغیر تولید کالای A |
| 5                     | $500 + 20 \cdot A3$       |
| 10                    |                           |



- بتوانیم همه شکل را به صورت کامل مشاهده کنیم).
- با کلیک روی  $\equiv$  در بالای صفحه سمت راست، و انتخاب گزینه View  $\star$  و سپس Algebra  $\checkmark$ ، خط فرمان را در صفحه به منظور رسم خطها ظاهر کنید.
- در خط فرمان دو معادله خط زیر را وارد کنید:

$$y = 500 + 20x$$

$$y = 35x$$

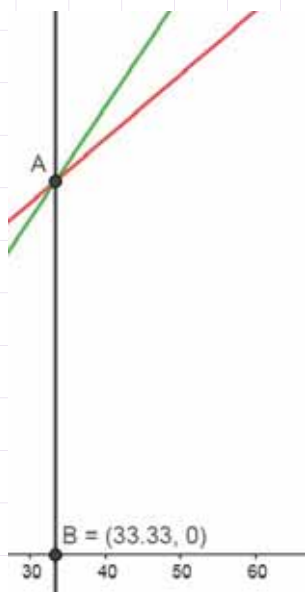
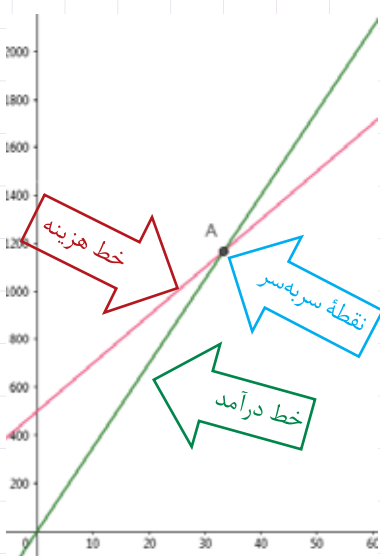
بدین ترتیب خطهای مربوط به هزینه و درآمد این بنگاه اقتصادی را رسم کردیم. با برداشتن علامت تیک گزینه Algebra  $\checkmark$ ، صفحه نمایش را به حالت اولیه برگردانید تا خطهای رسم شده را ببینید.

با استفاده از گزینه Intersect  $\times$  محل تقاطع این دو خط را مشخص کنید. این نقطه نشان می دهد که از چه میزان تولید

بیشتر، بنگاه به سوددهی می رسد. این همان نقطه سر به سر است که به دنبال آن بودیم. ملاحظه می کنید که از این نقطه به بالا خط مربوط به درآمد بنگاه از خط هزینه بالاتر قرار می گیرد و این به مفهوم سوددهی بنگاه است.

● برای مشخص کردن میزان تولید در نقطه سر به سر کافی است یک خط از نقطه A به محور X ها عمود کنید که این کار را از طریق گزینه Perpendicular Line  $\perp$  انجام می دهیم. کافی است پس از انتخاب این گزینه، ابتدا نقطه A و سپس محور X را انتخاب کنید. پس از تعیین محل برخورد این نقطه با محور X توسط گزینه Intersect  $\times$ ، نقطه ای با نام B به دست می آید. طول این نقطه میزان تولید برای شروع سوددهی را مشخص می کند.

● با کلیک راست روی نقطه B و انتخاب گزینه Settings  $\text{⚙}$  (تنظیمات) می توانید مقدار نقطه را با انتخاب گزینه Show Label  $\checkmark$  به شکل زیر نمایش دهید که مشخص می کند از کالای ۳۴ به بعد، این بنگاه وارد مرحله سوددهی خواهد شد. این نتیجه با آنچه در جدول قسمت قبل به دست آمد، همخوانی دارد.



این فرمول همان معادله خط هزینه تولید به ازای واحد مشخص از کالای مربوطه است.

- به منظور پر کردن این ستون و محاسبه هزینه سایر سطرها کافی است مربع کوچک پایین سمت راست کادر آبی رنگ این سلول را به سمت پایین بکشید. 500
- بدین ترتیب جدول به صورت زیر تکمیل خواهد شد:

|    | A                                                           | B    | C |
|----|-------------------------------------------------------------|------|---|
| 1  |                                                             |      |   |
| 2  | میزان درآمد هزینه متغیر تولید کالای A تعداد تولید یا همان x |      |   |
| 3  | 0                                                           | 500  |   |
| 4  | 5                                                           | 600  |   |
| 5  | 10                                                          | 700  |   |
| 6  | 15                                                          | 800  |   |
| 7  | 20                                                          | 900  |   |
| 8  | 25                                                          | 1000 |   |
| 9  | 30                                                          | 1100 |   |
| 10 | 35                                                          | 1200 |   |
| 11 | 40                                                          | 1300 |   |
| 12 | 45                                                          | 1400 |   |
| 13 | 50                                                          | 1500 |   |

- با توجه به اینکه در مثال، درآمد حاصل از فروش هر کالا ۳۵ میلیون تومان هست، پس برای محاسبه درآمد حاصل از فروش، ستون C را به صورت مقابل پر کنید:

C

میزان درآمد

$$=35*A3$$

- همیشه درآمد منهای هزینه سود را تعیین می کند بنابراین در نهایت برای محاسبه سود، ستون D را به صورت مقابل تکمیل کنید تا جدول کامل شود:

D

سود

$$=C3-B3$$

ملاحظه می فرمایید که طبق جدول از کالای ۳۵ به بعد سود این فعالیت اقتصادی مثبت شده است.

|    | A                                                               | B    | C    | D    |
|----|-----------------------------------------------------------------|------|------|------|
| 1  |                                                                 |      |      |      |
| 2  | سود میزان درآمد هزینه متغیر تولید کالای A تعداد تولید یا همان x |      |      |      |
| 3  | 0                                                               | 500  | 0    | -500 |
| 4  | 5                                                               | 600  | 175  | -425 |
| 5  | 10                                                              | 700  | 350  | -350 |
| 6  | 15                                                              | 800  | 525  | -275 |
| 7  | 20                                                              | 900  | 700  | -200 |
| 8  | 25                                                              | 1000 | 875  | -125 |
| 9  | 30                                                              | 1100 | 1050 | -50  |
| 10 | 35                                                              | 1200 | 1225 | 25   |
| 11 | 40                                                              | 1300 | 1400 | 100  |
| 12 | 45                                                              | 1400 | 1575 | 175  |

برای محاسبه نقطه سر به سر دقیق، بهتر است مسئله را در قالب نمودار نمایش دهیم: ● در این مرحله صفحه مختصات خود را طوری جابه جا کنید که مرکز آن به گوشه پایین سمت چپ منتقل شود. پس از کلیک راست روی صفحه مختصات، گزینه Graphics  $\text{⚙}$  را انتخاب کنید. سپس در صفحه ای که ظاهر می شود، عددهای زیر را به منظور تغییر مقیاس محور مختصات وارد کنید (تا هنگام رسم نمودار مرتبط با جدول

Dimensions

x Min: -2

x Max: 100

y Min: -100

y Max: 3500

xAxis : yAxis

1 : 23.25814

فرخنده متین آرا

# تخمین دما

## یک سبک در کلاس



است، اگر هوا زیاد سرد نباشد، می شود با آب آن حمام کرد.

● نازنین: چون ۴۵ درجه از بدن ما گرم تر است. اما الان هوا ۳۷ درجه است.  
● کتابتون: ۳۷ درجه خیلی گرم است! آن روز را که کولر کلاس خراب بود و ما داشتیم از گرما تلف می شدیم، به یاد داری؟ آن روز دمای هوا ۳۵ درجه بود.

■ بله ۳۷ درجه هوای گرمی است. حتی در

دمای ۳۰ درجه هم بدون خنک کننده نمی شود مدت طولانی دوام آورد. ولی صفر هم نمی تواند درست باشد.  
● نیلوفر: بله صفر نیست، چون دمای داخل یخچال ما ۳ درجه یا ۴ درجه است. به نظرم حتی اگر دمای اینجا ۴ درجه هم بود، با لباس گرم هم احساس سرما می کردیم و نیاز به بخاری داشتیم.  
■ هلیا جان لطفاً این دماسنج را بگیر و دمای روی آن را بخوان.

● هلیا: اینجا درجه سلسیوس را ۱۹ درجه نشان می دهد.  
■ دمای آرامش، یعنی دمایی که شما در آن با لباس معمولی احساس گرما یا سرما ندارید، دمای ۱۸ تا ۲۴ درجه است. البته کمی به این بستگی دارد که گرمایی هستید یا سرمایی! مثلاً خود من در ۱۵ درجه هم حس خوبی دارم و دمای بیش از ۲۲ درجه به نظرم گرم است 😊 شما گرمایی هستید یا سرمایی؟

نظر شما چیست؟

به نظر شما دمای این اجسام چند درجه است؟

- چایی که نه سرد است و نه دهان را می سوزاند
- آب خنکی که نه دندان را درد بیاورد و نه خیلی گرم باشد
- هوای گرم سشوار
- آب گرم دوش حمام
- بستنی

■ معلم

● شاگرد

■ بچه ها می دانید این چیست؟

● بچه ها: دماسنج.

■ به نظرم امروز خیلی هوا خوب است. نه خیلی سرد است نه گرم. به نظر شما دماسنج چه دمایی را نشان می دهد؟

● صبا: به نظر من صفر است.

■ چطور به این عدد رسیدی؟

● ریحانه: بله خانوم، صفر است. دمای مثبت بیشتر از صفر است که هوای گرم است. دمای منفی کمتر از صفر است که هوای سرد است. تنها عددی که نه گرم است نه سرد، صفر است.

■ بله. البته این هم سخنی است! هر چند نادرست 😊 بقیه چه نظری دارند؟

● هستی: منم فکر می کنم نادرست است. چون در علوم خوانده ایم، آب در صفر درجه یخ می بندد، ولی بطری آب من یخ نبسته!

● نازنین: من فکر می کنم چون دمای بدن انسان ۳۷ است، پس الان دمای هوا ۳۷ است.

■ بعضی یخچال ها دمای داخل یخچال را روی در آن می نویسد، در بعضی از آب گرم کن ها هم دمای آب گرم شده روی بدنه آن نمایش داده می شود. کسی از شما تا به حال به این عددها توجه کرده؟

● سحر: بله خانم، آب گرم کن ما از این درجه ها دارد. معمولاً دمای آب روی ۶۰ است، اما بعضی وقت ها که آب روی ۴۵ درجه

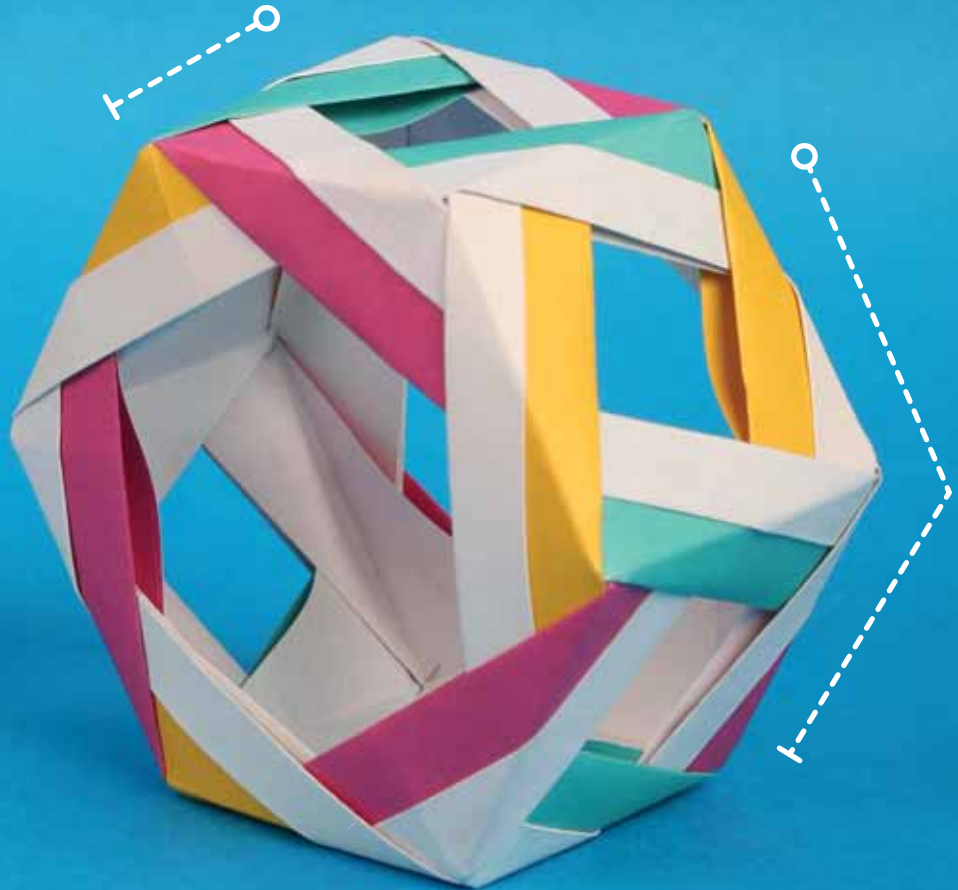
کاغذوتا



پری حاجی خانی

# چرخ شش گوشه

چرخي که در این شماره درست کردیم، یک حجم منشوری است که با استفاده از ۱۸ برگ کاغذ ۷×۷ سانتی متر ساخته شده است. برای اینکه راحت تر بتوانید این حجم را بسازید مانند من از سه رنگ استفاده کنید. چون تایی که برای هر رنگ می زنیم متفاوت است.



برای مشاهده  
مراحل ساخت  
این حجم زیبا  
نشانه مقابل را  
اسکن کنید.





# بستنی بعد از مانور زلزله

۱. بهنام و بهروز امدادگران هلال احمر، بعد از آموزش امداد رسانی در مانور زلزله، برای استراحت به بستنی فروشی رفتند.

۲. این خیلی خوبه. چند در می آید؟

۳. با حساب من ۲۵ هزار تومان برای هر نفرمان.

۴. بهنام و بهروز هر کدام ۱۵ هزار تومان به کارگر بستنی فروشی دادند. هر کدام یک ۱۰ هزار تومانی و یک ۵ هزار تومانی دادند.

۵. کارگر بستنی فروشی پول ها را به صندوق داد.

۸. بیا، این هم ۵۰۰۰ تومان باقی مانده پول آنها.

۷. حساب آنها دقیقاً ۲۵ هزار تومان می شود.

۶. صورت حساب میز ۴

۹. کارگر بستنی فروشی به میز بهنام و بهروز برگشت.

۱۰. ۳ هزار تومان انعام شماست. برای خودت نگه دار.

۱۲. آنها هر کدام ۱۴ هزار تومان پرداختند که می شود ۲۸ هزار تومان. به من هم ۳ هزار تومان انعام دادند. پس در کل می شود ۳۱ هزار تومان. هزار تومان اضافی از کجا آمد؟

۱۳. آیا می توانید اشتباه محاسبه کارگر را پیدا کنید؟

۱۱. و ما هر کدام هزار تومان برمی داریم.

