

پیامک: ۱۲۰۹۹۵۸۳۰۰۰ ISSN: 1735-4943

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

دوره اول متوسطه

برهان ۱

رشد

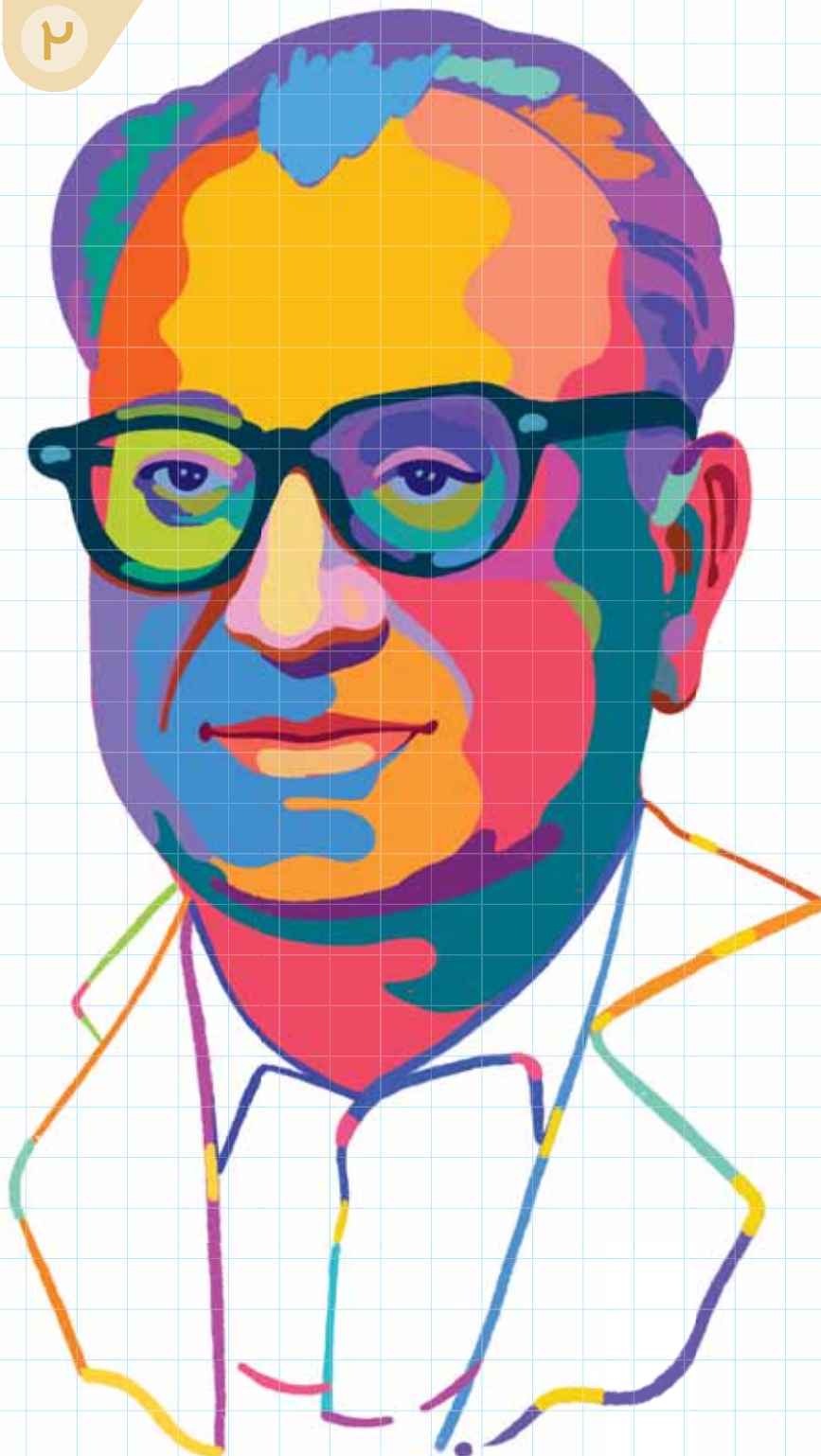
رایج

ریاضی دانان معاصر ایران
دکتر غلامحسین مصاحب

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir

دوره بیست و هشتم
شماره ۱۱۶/۳۲ صفحه
سال ۱۳۹۹
۳۵۰۰۰ ریال

۲



چالش در خانه ریاضیات



کدام گسترده؟

زهرا (مانتوی زرد) و مریم (مانتوی آبی) می‌خواهند با گسترده‌هایی که در دست دارند یک جعبه برای نگهداری هرم شیشه‌ای بسازند. کدام یک می‌توانند این پنج‌وجهی را بسازند؟

چند تا مثلث؟

در دستان احمد و حسین دو کاشی با طرح‌های متفاوت دیده می‌شود. هر کدام از این طرح‌ها چند مثلث دارند؟

غیر ممکن‌ها: آیا نزدیکان درست ایستاده است؟

صندلی چطور؟ چند شکل غیر ممکن دیگر

در تصویر می‌بینید؟

برای دیدن پاسخ بارکد را اسکن کنید.



تصویرگر: علی تقوی

بنابراین: نفر $P_{t+n}=3000$ ، نفر $P_t=2000$

$$P_{t+n} = P_t(1+r)^n \Rightarrow 3000 = 2000(1+r)^1$$

$$\frac{3000}{2000} = 1+r \quad \frac{3}{2} - 1 = r \quad r = 0.5$$

یا ۵۰ درصد. یعنی درصد رشد جمعیت نسبت به وضعیت قبل ۵۰٪ رشد کرده است. و در مثالی واقعی، براساس نتایج سرشماری عمومی و نفوس مسکن ایران، جمعیت کشور ما در سال‌های ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۰، از ۷۰۴۹۵۷۸۲ به ۷۵۱۴۹۶۶۹ رسیده است. پس نرخ رشد جمعیت با این محاسبات برابر است با:

$$P_{t+n} = P_t(1+r)^n \Rightarrow 75149669 = 70495782(1+r)^5$$

$$\frac{75149669}{70495782} = (1+r)^5 \Rightarrow \sqrt[5]{\frac{75149669}{70495782}} = 1+r$$

$$\sqrt[5]{\frac{75149669}{70495782}} - 1 = r \Rightarrow \sqrt[5]{1.06602} - 1 = r$$

با استفاده از ماشین حساب ریشه پنجم $1/0.6601$ را حساب می‌کنیم: $1/0.1287 - 1 = r$ و $0.1287 = 12.87\%$

به عبارت دیگر، درصد رشد $12.87\% \times 100$ برابر 12.87 یا 12.9 درصد است. طبق گزارش مرکز آمار و سرشماری؛ از سال ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۹، درصد نرخ رشد جمعیت در کشور به صورت زیر است: ۸۰ تا ۸۵ درصد رشد 12.1 درصد. ۸۵ تا ۹۰ درصد رشد 12.9 درصد. ۹۰ تا ۹۵ درصد رشد 12.9 درصد. ۹۵ تا ۹۶ درصد است. بچه‌ها به این موضوع فکر کنید: در این روزگار که اکثر خانواده‌ها تک‌فرزندی شده‌اند، اگر این قاعده به همین شکل ادامه پیدا کند، در آینده خبری از عمو، عمه، دایی، خاله و ... نخواهد بود و این‌ها انسان‌های ناشناخته‌ای خواهند بود.

ع‌ خبر

طی نظرسنجی از مخاطبان مجله برهان ریاضی متوسطه اول، اکثراً خواهان تغییری در لوگوی مجله بودند. لذا با احترام به نظر خوانندگان محترم از این شماره این تغییر ایجاد و جای برهان با ریاضی عوض شده است.

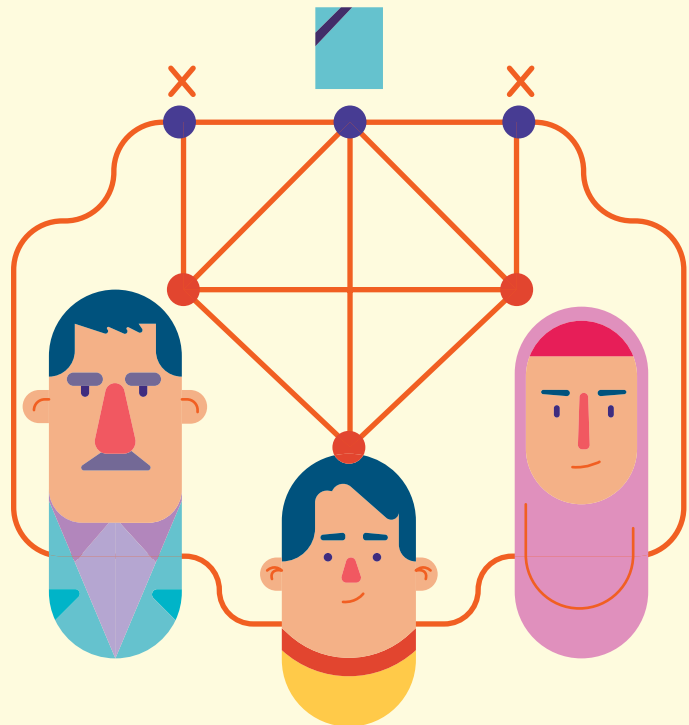
و اما:

۸ آبان ۱۳۵۹ روز نوجوان و بسیج دانش‌آموزی؛ روزی است که محمدحسین فهمیده دانش‌آموز بسیجی ۱۳ ساله در منطقه عملیاتی خرمشهر در مقابله با تانک‌های عراقی به شهادت می‌رسد، با عمل شجاعانه محمدحسین، تانک‌های دیگر عراقی گمان می‌کنند که مورد حمله نیروهای ایرانی قرار گرفته‌اند و عقب‌نشینی می‌کنند.

۱۳ آبان ۱۳۵۷، روز ملی مبارزه با استکبار جهانی و روز دانش‌آموز؛ روزی است که تعداد زیادی دانش‌آموز که برای اعتراض به حکومت پهلوی در دانشگاه تهران جمع شده بودند توسط مأموران حکومت شاه هدف گلوله قرار گرفتند و به شهادت رسیدند...

۲۴ آبان، روز کتاب، کتاب‌خوانی و کتابدار است که برای رشد فرهنگ کتابخوانی و اهمیت و ارزش کتاب به نام روز کتاب نام‌گذاری شده است.

این روزها را گرامی می‌داریم.



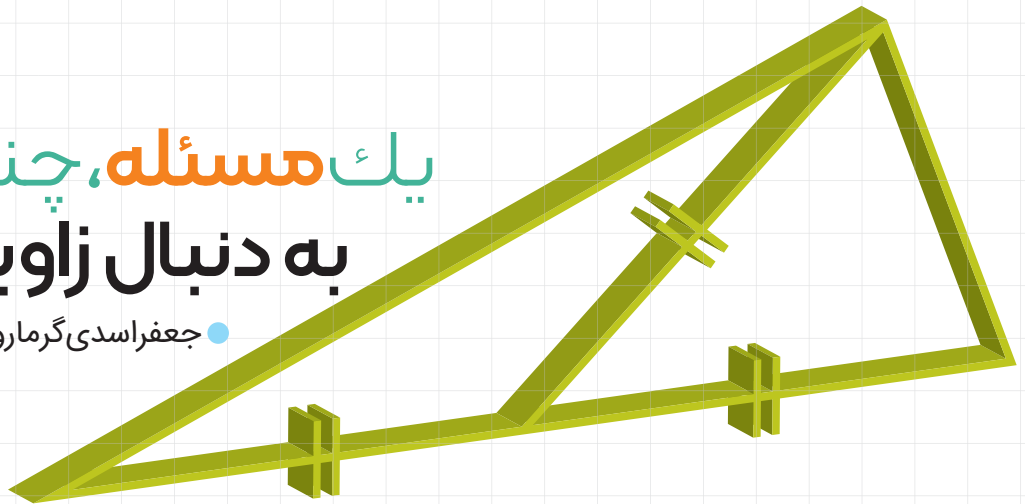
آینده • حسین نامی‌ساعی بتدون عمو!

دوستان و همراهان خوب نوجوان و جوانم سلام. در این روزهای کرونایی برای شما، خانواده‌ها و همه هم‌وطنان عزیزم آرزوی سلامتی دارم. **نوجوان و جوان؛** چه موضوع خوبی است برای نوشتن! شما حتماً خوب می‌دانید که نوجوانان و جوانان هر جامعه در آینده مهم‌ترین عامل توسعه و پیشرفت آن جامعه هستند. بله؛ واقعیت این است که در دهه‌های اخیر نرخ رشد نفوس در ایران شبیهی منفی داشته و زنگ خطر پیر شدن ایران به صدا درآمده است. گزارش «مرکز آمار ایران» در سرشماری‌های نفوس و مسکن در سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۹ بیانگر آن است که نرخ رشد جمعیت از نیمه دوم دهه ۱۳۸۰ به بعد رو به کاهش است؛ گزارشی که پایه اصلی آن «روش ریاضی» است. بدین سبب هم در این نوشته پیش‌بینی جمعیت و طریقی محاسبات ریاضی آن موضوع بحث اصلی ماست. پیش‌بینی جمعیت فرایندی است که جمعیت‌شناسان با استفاده از آن جمعیت آینده را پیش‌بینی می‌کنند. یکی از روش‌های مرسوم پیش‌بینی جمعیت روش ریاضی است که با آن آهنگ رشد جمعیت کشور را به دست می‌آورند. رابطه اصلی پیش‌بینی جمعیت با فرمول ریاضی به صورت تساوی زیر است: $P_{t+n} = P_t(1+r)^n$ که در آن، P_{t+n} : جمعیت در سرشماری دوم، P_t : جمعیت در سرشماری اول، n : فاصله بین دو سرشماری و r : نرخ رشد سالانه جمعیت (که اساس محاسبات قرار می‌گیرد).

در یک مثال غیرواقعی، فرض کنید جمعیت بین دو سرشماری با $n=1$ از ۳۰۰۰ نفر به ۳۰۰۰ نفر رسیده است. می‌خواهیم محاسبه کنیم نرخ رشد چند درصد است.

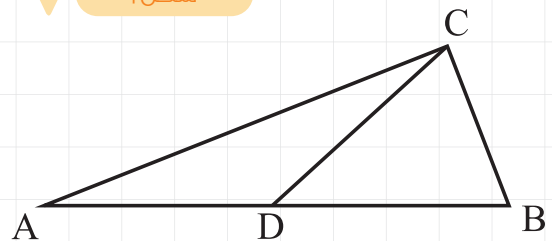
یک مسئله، چند راه حل به دنبال زاویه قائمه

● جعفر اسدی گرمارودی



● مسئله: در مثلث ABC شکل ۱، $DA = DB = DC$ ، نشان دهید زاویه ACB قائمه است.

شکل ۱



● راه حل اول: به کمک مجموع زاویه های مثلث دقت کنید قرار است نشان دهیم زاویه C برابر 90° است، در حالی که هیچ عددی در مسئله داده نشده است. اما می دانیم مجموع زاویه های مثلث برابر 180° است. بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

زاویه های مساوی با $\hat{A}$ و $\hat{B}$ را در تساوی قرار می دهیم:

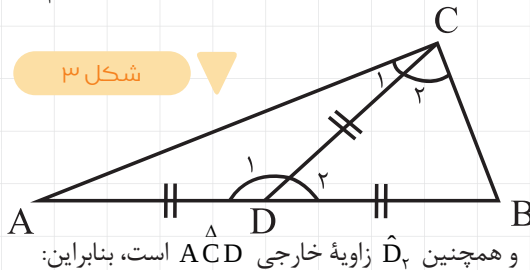
$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}} \hat{C} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ$$

● راه حل دوم: به کمک زاویه خارجی مثلث ابتدا زاویه نیم صفحه D را که از دو زاویه کوچک تر تشکیل شده است با $\hat{D}_1$ و $\hat{D}_2$ نام گذاری می کنیم (شکل ۳). زاویه خارجی DBC است، بنابراین:

$$\hat{D}_1 = \hat{C}_2 + \hat{B}$$

شکل ۳



و همچنین $\hat{D}_2$ زاویه خارجی ACD است، بنابراین:

$$\hat{D}_2 = \hat{C}_1 + \hat{A}$$

از طرف دیگر، مجموع $\hat{D}_1$ و $\hat{D}_2$ زاویه نیم صفحه تشکیل می دهند، بنابراین:

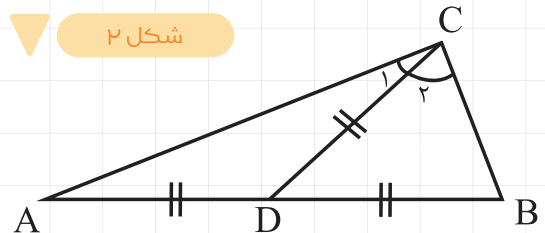
$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{C}_2 + \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{A} = 180^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{A} \atop \hat{C}_2 = \hat{B}} \hat{C}_2 + \hat{C}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ$$

شکل ۲

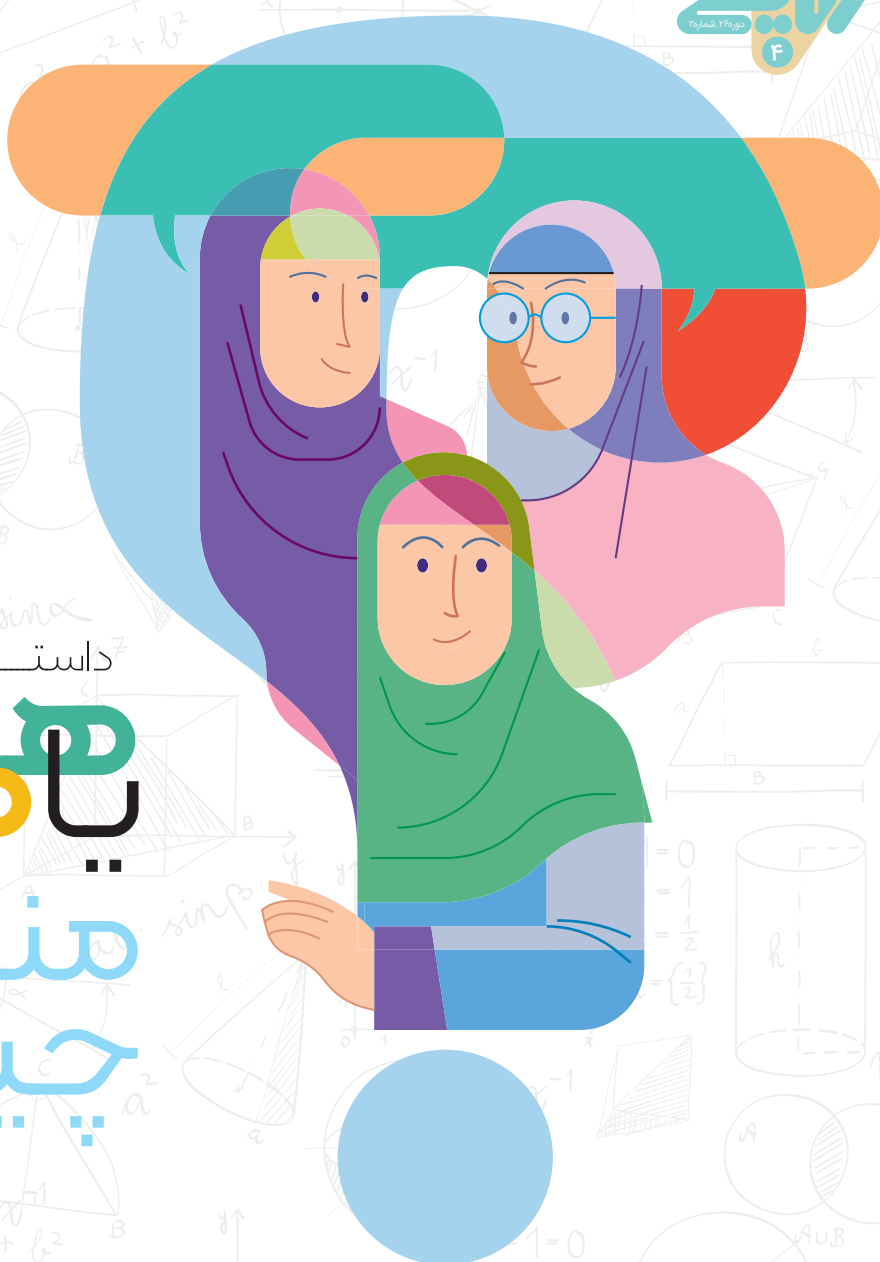


با توجه به ضلع های برابر در مثلث ها، $\triangle ADC$ و $\triangle BDC$ متساوی الساقین هستند. بنابراین زاویه های پای ساق در هر مثلث با هم برابرند:

$$\triangle ADC \text{ در } \hat{C}_1 = \hat{A}$$

$$\triangle BDC \text{ در } \hat{C}_2 = \hat{B}$$

با توجه به این یافته ها دو راه حل برای اثبات قائمه بودن زاویه ACB ارائه می کنیم:



• داود معصومی مهوار

داستان‌های ریاضی همه چیز منظورت چيست؟

می دهند و فک بالا نشان ثابت است.
سحر، فاطمه، سمیه و چند نفر دیگر: درست‌اند. هر سه جمله درست‌اند.

پریسا: درست‌اند. اما اگر خیلی دقیق باشیم، ممکن است ایراد بگیریم که خروس پرواز نمی کند، فلان کس یک چشم ندارد و... ولی کار خوبی نیست. هر سه جمله درست‌اند.

من: هر سه گزاره نادرست‌اند. بین پریسا، پیش‌تر گفته بودم که استدلال گنگ نیست. **ایهام و کنایه ندارد.** شاید در زبان ما یک جمله در جاهای مختلف، با لحن‌های گوناگون، معنی‌های متفاوتی بدهد، ولی در ریاضیات چنین نیست.

گزاره‌های ریاضی همیشه یک معنی دارند؛ فرقی نمی کند چه کسی، با چه لحنی آن را بگوید یا بنویسد. ریاضی دانان برای پرهیز از برداشت‌های گوناگون چنین قرارداد کرده‌اند.

من: خب، **آیسودا** و دیگران! فعلاً از مسئله‌هایتان دست بکشید و به من گوش کنید. من فهمیده‌ام که چرا پاسخ شما در گزینه‌ها نیست. مشکل از مسئله نیست. شما باید طرز فکرتان را عوض کنید.

پریسا: ولی آیسودا کاملاً درست ...

من: ببخشید که اجازه حرف زدن نمی‌دهم. اکنون جایی هستیم که من باید روند درس را نشان بدهم. همراهی کنید تا باز هم به شناخت استدلال نزدیک شوید.

امیدوارم امروز بتوانم تغییر بزرگی در طرز فکرتان پدید بیاورم. وقت کم است. نظرتان درباره این گزاره‌ها چیست؟

۱. همه پرنده‌ها پرواز می کنند.

۲. همه انسان‌ها دو چشم دارند که با آن می بینند.

۳. همه جانوران هنگام غذا خوردن فک پایینی خود را تکان

۲. هیچ یک از دانش آموزان این کلاس ساعت ندارند. و مهم‌تر اینکه به لحن خوانده شدن این دو گزاره هیچ اهمیتی نمی‌دهند. اگر واقعاً هیچ یک از شما ساعت نداشته باشید، هر دو گزاره ۱ و ۲ را درست می‌دانند. و اگر یک نفر (یا بیشتر از یک نفر) از شما ساعت داشته باشد (داشته باشند)، هر دو گزاره ۱ و ۲ را نادرست می‌دانند. نرگس: و اگر همه ما ساعت داشته باشیم، جمله‌های ۱ و ۲ خیلی غلط هستند؟

من: نه، باز هم نادرست هستند. در ریاضیات گزاره خیلی نادرست، کمی درست و ... نداریم. سخن را کوتاه می‌کنم: اگر ریاضی‌دان‌ها بخواهند بگویند: «بعضی گردها گردو نیستند»، می‌گویند: «بعضی گردها گردو نیستند»، همین. می‌بینید؟ بسیار ساده و روشن حرف می‌زنند. و هنگامی که می‌گویند: «هر دو دانش آموز این کلاس با هم دوست هستند»، منظورشان این است که واقعاً هر دو نفر از دانش آموزان این کلاس با هم دوست‌اند. شما ۲۳ نفر در این کلاس هستید. در واقع منظور ریاضی‌دان‌ها از گزاره یاد شده، $23 \times \frac{22}{2} = 253$ گزاره است:

۱. نرگس و زهرا دوست‌اند.

۲. نرگس و پریسا دوست‌اند.

۳. نرگس و منا دوست‌اند.

...

۲۱. نرگس و فاطمه دوست‌اند.

۲۲. نرگس و سحر دوست‌اند.

.....

۲۳. زهرا و پریسا دوست‌اند.

۲۴. زهرا و منا دوست‌اند.

...

۴۳. زهرا و سحر دوست‌اند.

.....

۴۴. پریسا و منا دوست‌اند.

...

.....

۲۵۳. فاطمه و سحر دوست‌اند.

* به ریاضی هفتم، فصل ۳- هندسه و استدلال و ریاضی نهم، فصل ۳- استدلال و اثبات در هندسه مراجعه کنید.

آن‌ها قرارداد کرده‌اند که یک جمله کلی (با «هر»، «همه»، یا «هیچ») تنها هنگامی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

بنابراین از دید آن‌ها، هیچ یک از سه گزاره ۱، ۲ و ۳ درست نیست. گزاره ۱ درست نیست، چون خروس پرواز نمی‌کند. گزاره ۲ درست نیست، چون بعضی از انسان‌ها نابینا هستند. گزاره ۳ نیز درست نیست، چون تمساح برای غذا خوردن فک بالای خود را تکان می‌دهد.

زهرا: واقعاً ریاضی‌دان‌ها خواسته‌اند این قدر دقیق باشند؟ اینکه خوب نیست. تازه، چرا می‌خواهید ما هم چنین اخلاقی داشته باشیم؟

من: نمی‌خواهم در زندگی با اطرافیان خیلی ریزبین باشید. زندگی‌تان را مانند گذشته ادامه بدهید و از کسی عیب‌جویی نکنید و باعث آزار و اذیت و زحمت دیگران نشوید. من هم همین کار را می‌کنم. ولی زبان ریاضی چنین است که گفتم. پس اگر می‌خواهید متن ریاضی بخوانید یا بنویسید، باید با روش و زبان ریاضی آشنا باشید.

می‌دانم به زبان مادری و روزانه خود خو گرفته‌اید، ولی هنگامی که صورت مسئله را می‌خوانید، و هنگامی که کار ریاضی می‌کنید، باید آن را کنار بگذارید.

همه‌تان گزاره زیر را با لحنی ویژه شنیده‌اید: «هر گردی گردو نیست»



در زبان روزمره منظور از گزاره یاد شده این است که: «بعضی گردها گردو نیستند.»

نرگس: مگر ریاضی‌دان‌ها غیر از این فکر می‌کنند؟ من: بله. چشم‌های گرد شده‌تان را باز نگه دارید تا بگویم. ریاضی‌دان‌ها از این گزاره این را می‌فهمند: «هیچ گردی گردو نیست.»

ریاضی‌دان‌ها این دو گزاره را یکی می‌دانند:

۱. هر دانش آموز این کلاس ساعت ندارد.



زاویه در زمان

حسین کریمی

همگی با ساعت آشنا هستیم. ساعت‌های مچی، رومیزی، دیواری و یا ساعت‌هایی که در سطح شهر می‌بینیم، به دو دسته تقسیم می‌شوند: ساعت‌های دیجیتالی و ساعت‌های عقربه‌دار. در این نوشته سراغ ساعت‌های عقربه‌دار می‌رویم. الان ساعت چند است؟

۰۴:۱۰ یا ۱۱:۳۲ یا ۰۱:۵۰ یا ۰۲:۲۸ یا ...

و در هر دقیقه $\frac{360}{60}$ یا همان ۶ درجه حرکت می‌کند. پس اگر بخواهیم اندازه زاویه دو عقربه را در لحظه ۰۴:۱۰ به

دست آوریم، می‌گوییم:

(I) در لحظه ۰۴:۰۰ زاویه بین دو عقربه $4 \times 30^\circ$ یعنی 120° درجه است.

(II) بعد از گذشت ۱۰ دقیقه، عقربه ساعت‌شمار به اندازه $\frac{10}{60}$ سی درجه، یعنی ۵ درجه دیگر نیز حرکت کرده است.

(III) عقربه دقیقه‌شمار $10 \times 6^\circ$ ، یعنی ۶۰ درجه به جلو حرکت کرده است. پس زاویه بین دو عقربه در لحظه ۰۴:۱۰ برابر است با:

$$(120^\circ + 5^\circ) - 60^\circ = 65^\circ$$

برای به دست آوردن رابطه کلی، به منظور محاسبه اندازه زاویه بین دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار در لحظه $h:m$ که در آن h نشان‌دهنده ساعت و m نشان‌دهنده دقیقه است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(I) در لحظه $h:00$ زاویه بین دو عقربه برابر است با $30^\circ h$ درجه.

(II) بعد از گذشت m دقیقه، عقربه ساعت‌شمار به اندازه $\frac{m}{60}$ سی درجه، یعنی $\frac{m}{2}$ درجه دیگر حرکت می‌کند.

(III) عقربه دقیقه‌شمار بعد از m دقیقه، $6m$ درجه حرکت می‌کند.

پس زاویه بین دو عقربه در لحظه $h:m$ برابر است با:

$$(30^\circ h + \frac{m}{2}) - 6m = 30^\circ h - \frac{11}{2}m$$

حال طبق همین رابطه، مجدداً اندازه زاویه بین دو عقربه را در



بین دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار زاویه‌ای تشکیل شده است. اندازه این زاویه چقدر است؟

می‌دانیم یک دور کامل چرخش هر عقربه 360° درجه است و عقربه ساعت‌شمار در هر ساعت، $\frac{1}{12}$ دور کامل، یعنی 30° درجه حرکت می‌کند و عقربه دقیقه‌شمار در هر ساعت یک دور کامل

در اینجا این سؤال پیش می‌آید که: آیا لحظه $۶:۲۵\frac{۵}{۱۱}$ ، یعنی بین $۶:۲۵:۲۷$ تا $۶:۲۵:۲۸$ ، اندازه زاویه بین دو عقربه واقعاً ۴۰ درجه است؟

باید بگوییم که در بعضی از ساعت‌ها این اتفاق می‌افتد و در بعضی نه. پس به اجبار ساعت‌های عقربه‌دار را نیز به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

(الف) ساعت‌های باتری دار (کوارتز)؛

(ب) ساعت‌های کوکی (چه به صورت دستی و چه به صورت اتوماتیک).

فرق این دو نوع ساعت صرفاً در داشتن یا نداشتن باتری نیست، بلکه مهم‌ترین تفاوت آن‌ها در حرکت عقربه‌هاست. در ساعت‌های کوارتز، حرکت عقربه‌ها پیوسته نیست و به صورت جهشی است. یعنی در هر ثانیه، عقربه دقیقه‌شمار به اندازه $\frac{1}{60}$ و عقربه ساعت‌شمار به اندازه $\frac{1}{720}$ درجه پرش دارد. پس اگر

ساعت باتری داری قبل از $۶:۲۶$ از کار بیفتد، بین دو عقربه زاویه ۴۰ درجه نخواهیم داشت. مثلاً یا در $۶:۲۵:۲۷$ از کار می‌افتد؛ یا در $۶:۲۵:۲۸$ ، و نه بین آن دو، در واقع لحظه $۶:۲۵\frac{۵}{۱۱}$ برای ساعت‌های کوارتز بی‌معنی است.

اما در ساعت‌های کوکی، چون حرکت عقربه‌ها پیوسته است، پس لحظه $۶:۲۵\frac{۵}{۱۱}$ کاملاً قابل قبول است و بین دو عقربه زاویه ۴۰ درجه به وجود خواهد آمد.

تذکر: معمولاً در مسائلی که مربوط به زاویه بین عقربه‌های ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار مطرح می‌شوند، حرکت عقربه‌ها را پیوسته در نظر می‌گیرند؛ مگر آنکه خلافش را یادآوری کرده باشند.

چند مسئله

۱. بین ساعت‌های ۲ و ۳، در چه لحظه‌ای دو عقربه ساعت‌شمار و دقیقه‌شمار بر هم عمودند؟
۲. بین ساعت‌های ۴ و ۵، در چه لحظه‌ای عقربه دقیقه‌شمار روی عقربه ساعت‌شمار قرار می‌گیرد؟
۳. در یک شبانه‌روز چند بار عقربه دقیقه‌شمار روی عقربه ساعت‌شمار قرار می‌گیرد؟
۴. اگر ساعت از نوع کوارتز باشد و عقربه ثانیه‌شمار هم داشته باشد و هر سه عقربه حول یک مرکز بچرخند، در یک شبانه‌روز چند بار عقربه ثانیه‌شمار نیم‌ساز زاویه بین دو عقربه دیگر خواهد بود؟
۵. اگر ساعت مسئله ۴ از نوع کوکی باشد، مسئله ۴ چند جواب خواهد داشت؟

لحظه $۴:۱۰$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} ۱۰ \times \left(\frac{11}{2} - (3^\circ \times 4) \right) &= \text{اندازه زاویه بین دو عقربه} \\ &= 65^\circ - 12^\circ = 53^\circ \end{aligned}$$

مثال ۱. زاویه بین دو عقربه در لحظه $۱۱:۳۲$ چقدر است؟

$$\begin{aligned} ۳۲ \times \left(\frac{11}{2} - (3^\circ \times 11) \right) &= \text{اندازه زاویه بین دو عقربه} \\ &= 154^\circ - 99^\circ = 55^\circ \end{aligned}$$

تذکر: اگر اندازه زاویه بین دو عقربه منفی باشد، آن را مثبت در نظر می‌گیریم و اگر بیش از ۱۸۰° باشد، آن را از ۳۶۰° کم می‌کنیم.

مثال ۲. زاویه بین دو عقربه در لحظه $۲:۲۸$ چند درجه است؟

$$\begin{aligned} ۲۸ \times \left(\frac{11}{2} - (3^\circ \times 2) \right) - (3^\circ \times 28) &= \text{اندازه زاویه بین دو عقربه} \\ &= 94^\circ - 94^\circ = 0^\circ \end{aligned}$$

مثال ۳. اندازه زاویه بین دو عقربه در لحظه $۱۰:۰۶$ چند درجه است؟

$$\begin{aligned} ۶ \times \left(\frac{11}{2} - (3^\circ \times 10) \right) - (3^\circ \times 6) &= \text{اندازه زاویه بین دو عقربه} \\ &= 267^\circ - 30^\circ = 237^\circ \\ &\rightarrow 360^\circ - 237^\circ = 123^\circ \end{aligned}$$

مثال ۴. زاویه بین دو عقربه در لحظه $۱:۵۰$ را به دست آورید.

$$\begin{aligned} ۵۰ \times \left(\frac{11}{2} - (3^\circ \times 1) \right) - (3^\circ \times 50) &= \text{اندازه زاویه بین دو عقربه} \\ &= 275^\circ - 15^\circ = 260^\circ \\ &\rightarrow 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

مثال ۵. در چه لحظه‌هایی بین ساعت ۶ و ۷ زاویه بین دو عقربه برابر ۴۰° خواهد بود؟

حل: فرض کنیم در لحظه $m:۰۶$ زاویه بین دو عقربه ۴۰° باشد:

$$۴۰^\circ = (3^\circ \times h) - \left(\frac{11}{2} \times m \right) \Rightarrow$$

$$۴۰^\circ = ۱۸^\circ - \frac{11}{2}m \Rightarrow m = ۲۵\frac{۵}{۱۱}$$

$$\Rightarrow (3^\circ \times ۶) - \left(\frac{11}{2} \times m \right) = -۴۰^\circ$$

$$-۴۰^\circ = ۱۸^\circ - \frac{11}{2}m \Rightarrow m = ۴۰$$

در مثال ۵ مشاهده می‌کنیم که بین ساعت ۶ تا ۷، دو بار عقربه‌ها با هم زاویه ۴۰° درجه می‌سازند: در لحظه‌های $۰۶:۴۰$ و $۰۶:۲۵\frac{۵}{۱۱}$

بیایید کمی فکر کنیم

خسرو داودی

عبور از قله اورست با کاغذهای A_4 !



کمی فکر کنیم

به طور حتم کلمهٔ میلیارد را شنیده‌اید. در پایهٔ پنجم دبستان با طبقهٔ میلیارد آشنا شدید و خواندن و نوشتن عددها را در این طبقه یاد گرفتید. اما آیا واقعاً در مورد بزرگی این عدد فکر کرده‌اید؟ وقتی عدد میلیارد در کنار کلمهٔ دیگری قرار می‌گیرد، چه معنا و مفهومی پیدا می‌کند؟ برای مثال، یک میلیارد ثانیه چه حسی از زمان در ما ایجاد می‌کند؟ یا وقتی می‌گوییم: یک میلیارد دلار یا یک میلیارد تومان، از این عددها چه تصویری در ذهن ما ایجاد می‌شود؟ آیا تا به حال فکر کرده‌اید برای اینکه یک میلیارد نفر کنار هم قرار بگیرند، چه مقدار زمین لازم است؟ آیا اگر شما در مقابل آن‌ها ایستاده باشید، می‌توانید تا انتهای آن زمین را ببینید؟ کمی در این موارد فکر کنید. وقتی کلمهٔ میلیارد را می‌شنوید، فکر کنید و بکوشید برای خودتان از آن عدد و مصداقش، درک و تصور درستی ایجاد کنید. برای اینکه چگونگی ایجاد این درک و تصور را تمرین کنید، یک مثال و نحوهٔ محاسبه را با هم مرور می‌کنیم تا شما یاد بگیرید در مثال‌های دیگر چگونه از ریاضی و محاسبات خود کمک بگیرید تا این عددهای بزرگ را بهتر بشناسید.

محاسبه کنیم

الان تعدادی کاغذ مقابل من است. مشغول نوشتن این مطالب روی کاغذ هستم. به آن‌ها نگاه می‌کنم. کاغذها را می‌شمارم: ۲۰ برگه کاغذ A_4 روی هم هستند و ضخامت کمی دارند. به این فکر می‌کنم که ضخامت یک میلیارد کاغذ که روی هم قرار گرفته‌اند، چقدر می‌شود؟ خوب کار محاسبه از همین جا شروع می‌شود. قبل از آن می‌خواهم شما حدس بزنید و محاسبه کنید.

حدس خود را در اینجا بنویسید:

فقط نوشتن یک عدد کافی نیست. باید در کنارش واحد را هم بنویسید؛ برای مثال، سانتی‌متر، متر و یا هر واحدی که برای اندازه‌گیری طول به کار می‌رود. یادتان باشد که ضخامت یا ارتفاع کاغذها از جنس اندازه‌گیری طول است. پس اگر در مستطیل فقط یک عدد نوشته‌اید، واحد را نیز اضافه کنید. اکنون از چند نفر دیگر، مثل پدر، مادر، برادر و خواهر، و یا دوست و آشنا بخواهید آن‌ها هم این ضخامت را حدس بزنند و حدس آن‌ها را یادداشت کنید. برای محاسبه از چیزهایی که برایتان آشنا هستند و با آن‌ها زیاد

۱۰۰۰ متر است، کافی است عدد قبل را بر ۱۰۰۰ تقسیم کنیم. پس ۱۰۰۰۰۰ متر یعنی ۱۰۰ کیلومتر! باورتان می‌شود که ضخامت یک میلیارد کاغذ در حدود ۱۰۰ کیلومتر شود؟! این جواب را با حدس خود و یا کسانی که این عدد را حدس زده بودند، مقایسه کنید. چه کسی عدد بزرگ‌تری گفته بود؟ چقدر این حدس‌ها با مقدار واقعی فاصله داشتند؟

بیشتر فکر کنیم.

برای اینکه درک بهتری از جواب به دست بیاورید. کافی است پاسخ ۱۰۰ کیلومتر را با بلندترین قلّه کره زمین، یعنی قلّه «اورست» مقایسه کنیم. ارتفاع قلّه اورست ۸۸۴۸ متر است؛ یعنی به‌طور تقریبی ۹ کیلومتر. پس ۱۰۰ کیلومتر به‌طور تقریبی ۱۱ برابر ارتفاع قلّه اورست می‌شود! بیشتر تعجب کردید؟

آیا با این مثال حالا درک و حس شما از یک میلیارد بهتر شد؟ پس از این به بعد وقتی عددی مثل میلیارد را می‌شنوید، کمی بیشتر فکر کنید. سعی کنید با یک محاسبه ساده درک و تصور خود را نسبت به عددی که شنیده‌اید، افزایش دهید. برای شروع در مورد یک میلیارد ثانیه فکر کنید. به نظر شما آیا بیشتر از یک روز است؟ از یک ماه بیشتر است؟ از یک سال چطور؟ اول حدس بزنید، بعد دست به کار شوید. یک ماشین حساب بردارید تا محاسبه‌ها راحت‌تر انجام شوند.



یادتان باشد: هر دقیقه ۶۰ ثانیه، هر ساعت ۶۰ دقیقه، هر روز ۲۴ ساعت و هر سال ۳۶۵ روز است. اگر لازم شد از جدول تناسب استفاده کنید. محاسبه کنید و از دیدن پاسخ شگفت‌زده شوید!

سر و کار داشته‌اید، شروع کنید. گمان می‌کنم شما بسته‌های کاغذ A_۴ را دیده باشید. در هر بسته ۵۰۰ برگه قرار دارد. ضخامت یک بسته در حدود ۵ سانتی‌متر است؛

برگه	۵۰۰	۱۰۰
سانتی‌متر	۵	x

یعنی: $x = \frac{100 \times 5}{500} = 1$ سانتی‌متر

به کمک یک جدول تناسب فهمیدیم که هر ۱۰۰ برگه که روی هم قرار بگیرند، به اندازه یک سانتی‌متر ضخامت خواهند داشت. اگر بسته‌های کاغذ A_۴ را ندیده باشید، حتماً دفتر ۱۰۰ برگ را دیده‌اید. ضخامت آن به‌طور تقریبی یک سانتی‌متر است. حالا بروید سراغ یک میلیارد کاغذ. باز هم از جدول تناسب کمک می‌گیریم:

برگه	۱۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰
سانتی‌متر	۱	y

سانتی‌متر $y = \frac{10000000000 \times 1}{100} = 100000000$

اگر چه جواب را پیدا کرده‌ایم، اما این عدد ده میلیون سانتی‌متر هنوز حس خوبی به ما نمی‌دهد. واحدهای بزرگ‌تر را برای همین درست کرده‌اند که عدد کوچک‌تر شود تا آن را بهتر درک کنیم. باز هم جدول تناسب!

متر	۱	z
سانتی‌متر	۱۰۰	۱۰۰۰۰۰۰۰

$z = \frac{100000000 \times 1}{100} = 1000000$

کمی بهتر شد: ۱۰۰ هزار متر. اما هنوز می‌توانیم از واحدهای بزرگ‌تر مثل کیلومتر استفاده کنیم. فکر می‌کنم نیازی به نوشتن درباره جدول تناسب نیست. باید تا به حال یاد گرفته باشید که وقتی می‌دانیم هر یک کیلومتر برابر



چند ضلعی‌های محاسبه‌گر

روستای کردوان چند هکتار است؟ • قاسم حسین قنبری



خاطرات دوران مدرسه و خانهٔ مادر بزرگ در روستای کردوان سمنان برای من بسیار شیرین است. در مرور این خاطرات با این مسئله درگیر شدم که منطقهٔ مسکونی این روستا چه مساحتی را اشغال کرده و محیط آن چقدر است؟

یک راه این بود که ما ابتدا از سمنان به گرمسار و سپس به روستای کردوان برویم و به کمک روش‌های دستی (طناب و متر) این کار را انجام دهیم که بسیار وقت گیر و پردردسر بود. با توجه به اطلاعات قبلی تصمیم گرفتیم از «google earth» استفاده کنیم.

بعد از ورود به سایت، از منو، خط کش را انتخاب کردیم و به منطقهٔ کردوان در گرمسار رفتیم. ابتدا با یک دایره مساحت و محیط را تقریب زدیم.



با این تقریب محیط ۳۹۶۰ متر یا تقریباً ۴ کیلومتر، و مساحت تقریباً ۱۲۴ هکتار به دست آمد که می توانستیم آن را برحسب مترمربع نیز حساب کنیم. اما ما مساحت دقیق تری می خواستیم. به همین دلیل از چندضلعی استفاده کردیم. با این

چندضلعی مساحت روستا تقریباً ۶۰ هکتار و محیط آن ۴۲۰۰ متر به دست آمد. اما باز هم می توانستیم دقیق تر باشیم. به همین دلیل اضلاع چندضلعی را افزایش دادیم. با این چندضلعی جدید محیط ۴۹۶۰ متر و مساحت تقریباً ۵۹ هکتار شد. اما این مساحت ها چگونه

به دست می آیند؟ ریاضیاتی که در این نرم افزار پنهان است و کارها را بی سروصدا انجام می دهد، چیست؟ در مقاله «چند کیلومتر تا مقصد فاصله داریم؟» (شماره ۱، مهر ۱۳۹۹)، گفتیم که وقتی مختصات دو نقطه توسط ماهواره تعیین شد، به کمک قضیه فیثاغورس طول پاره خط بین آن ها حساب می شود. بنابراین طول ضلع ها و قطرهای چندضلعی معلوم است. حال در یک مرحله چندضلعی را به چند مثلث تبدیل و مساحت آن ها را محاسبه و با هم جمع می کنیم. اما مساحت یک مثلث وقتی اضلاع آن معلوم است، چگونه حساب می شود؟



قضیه هرون

اگر a ، b و c سه ضلع یک مثلث باشند و p نصف محیط آن، مساحت مثلث از رابطه: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ به دست می آید که رابطه هرون نامیده می شود.

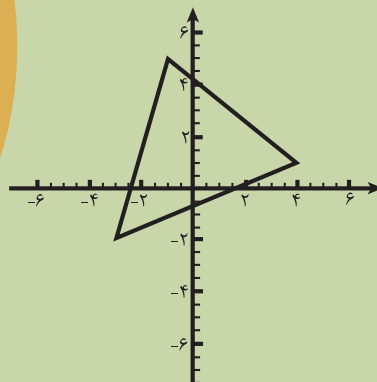
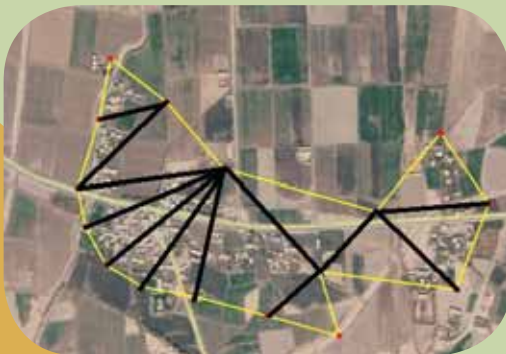
مثال: مساحت مثلثی با مختصات سه رأس $A(-۳,-۲)$ ، $B(۴,۱)$ و $C(-۱,۵)$ را حساب کنید. ابتدا طول سه ضلع را به کمک قضیه فیثاغورس حساب می کنیم:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(۴-(-۳))^2 + (۱-(-۲))^2} = \sqrt{۵۸} = ۷/۶۱ \\ BC &= \sqrt{(-۱-۴)^2 + (۵-۱)^2} = \sqrt{۴۱} = ۶/۴ \\ CA &= \sqrt{(-۱-(-۳))^2 + (۵-(-۲))^2} = \sqrt{۵۰} = ۷/۰۷ \\ p &= \frac{۷/۶۱ + ۶/۴ + ۷/۰۷}{۲} = ۱۰/۵۴ \end{aligned}$$

در این مرحله سراغ فرمول هرون می رویم:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{۱۰/۵۴(۱۰/۵۴-۷/۶۱)(۱۰/۵۴-۶/۴)(۱۰/۵۴-۷/۰۷)} \\ &= \sqrt{۴۴۳/۶۴} = ۲۱/۰۶ \end{aligned}$$

با جمع کردن مساحت این مثلث ها، مساحت چندضلعی حساب می شود.



چند تا عدد می گم، شمارنده ها شونو بنویس: ۷، ۱۰، ۶، ۱۳.  بله.

گ

- پس بقیه با این دوتا ساخته می‌شن. سعی کن بنویسی:

$$1, 2, 3, \underbrace{2 \times 2}_4, \underbrace{2 \times 3}_6, \underbrace{2 \times 2 \times 2}_8, \underbrace{2 \times 2 \times 3}_{12}, \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{16}$$

ادامه دادم: «مهدی جان الان موقع شش که ب.م.م. دو عدد رو با هم به بحث بذاریم.»

گفت من آماده‌ام. پرسیدم: «لان می‌تونی بگی ب.م.م. دو عدد یعنی چی؟»

پاسخ داد: «یعنی بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد.»

آگه بخوایم کلمه به کلمه انجام بدیم، چه کار باید بکنیم؟

مقسوم‌علیه‌های دو عدد رو بنویسیم، بعد مشترک‌ها رو جدا کنیم و از بین اونا، بزرگ‌ترین رو انتخاب کنیم.

آفرین گفتیم و از او خواستیم ب.م.م. دو عدد ۲۴ و ۶۰ را محاسبه کند. چنین نوشت:

$$\text{مقسوم‌علیه‌های } 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$$

$$\text{مقسوم‌علیه‌های } 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60$$

$$\text{مقسوم‌علیه‌های مشترک } 24, 60: 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$\text{بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک } 24, 60 = 12$$

$$\text{پرسیدم: «می‌تونی با بیان ساده معنی } 12 = 12 \times 60 \text{ رو بگی؟»}$$

۱۲ بزرگ‌ترین عددیه که هم‌زمان ۲۴ و ۶۰ بر اون تقسیم می‌شن.

می‌تونی بگی کوچک‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد وجود داره یا نه؟

به سرعت گفت: «معلومه که وجود داره و همیشه با ۱ برابره. پس به همین دلیله که ما همیشه به دنبال بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد هستیم!»

بعد مهدی پرسید: «استاد روش دیگه‌ای هم برای پیدا کردن ب.م.م. وجود داره؟»

جواب دادم: «اگه کتابتو با دقت می‌خوندی، متوجه می‌شدی که برای این کار باید ۲۴ و ۶۰ رو به‌صورت حاصل‌ضرب عددهای اول بنویسی.»

$$\begin{cases} 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{cases}$$

گفتم: «حالا باید عددهای اول رو با تعداد کمتر انتخاب کنی. یعنی عدد اول ۲ در ۲۴ سه تا و در ۶۰ دو تا وجود داره. پس دو تا ۲ انتخاب می‌کنیم. عدد اول ۳ در هر دو، بدون وجود داره، پس همون بدون ۳ رو انتخاب می‌کنیم و عدد اول ۵ در ۲۴ صفر تا و در ۶۰ بدون وجود داره، پس عدد ۵ انتخاب نمی‌شه (صفر کمتر از ۱). حالا عددهای اول انتخابی

$$\text{رو در هم ضرب می‌کنیم: } 2 \times 2 \times 3 = 12$$

با اشتیاق گفت: «چقدر خوب و راحت!»

گفتم: «اگه موافقی بریم سراغ ک.م.م. یا ...»

بلافاصله گفت: «کوچک‌ترین مضرب مشترک.»

مهدی جان می‌دونی مضرب چیه؟

تقریباً می‌دونم که مثلاً مضرب‌های ۵ می‌شه ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ...

یعنی از خود عدد شروع می‌شه و به اندازه همون عدد بهش اضافه می‌شه. این عمل به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنه.

اینو انگار خوب بلدی. پس مضرب‌های دو عدد ۵ و ۶ رو بنویس.

مهدی نوشت:

$$\begin{cases} 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, \dots \\ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, \dots \end{cases}$$

حالا مضرب‌های مشترک ۵ و ۶ رو مشخص کن.

باز هم نوشت: ۳۰، ۶۰، ۹۰، ...

و کوچک‌ترین مضرب مشترک اونا؟

$$\text{و مهدی بدون مکث گفت: «} [5, 6] = 30 \text{»}$$

باز پرسیدم: «به نظرت بزرگ‌ترین مضرب مشترک وجود داره؟»

کمی فکر کرد و گفت: «نه، هر چقدر پیش بریم مضرب‌های مشترک بزرگ و بزرگ‌تر می‌شن.»

بعد مثل اینکه چیزی کشف کرده باشد گفت: «فهمیدم! دیگه هیچ‌وقت ب.م.م. رو بزرگ‌ترین مضرب مشترک نمی‌گم. آقا برای محاسبه ک.م.م.

حتماً راه ساده‌تری هم مثل ب.م.م. وجود داره؟»

درست حدس زدی. برای این کار دوباره دو عدد ۲۴ و ۶۰ رو به‌صورت

$$\begin{cases} 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{cases}$$

حالا این بار باید عددهای اول رو با تعداد بیشتر انتخاب کنی. خب عدد اول ۲ در ۲۴ سه تا و در ۶۰ دو تا وجود داره، پس سه تا ۲ انتخاب می‌کنیم. عدد اول ۳ در هر دو، بدون وجود داره، پس فقط همون ۳ بدون ۳ انتخاب می‌شه. و عدد اول ۵ در ۲۴ وجود نداره و در ۶۰ یکی وجود داره، پس ۵ بدون ۵ هم انتخاب و همه اونا رو در هم ضرب می‌کنیم:

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

مهدی جان سؤال آخرم رو می‌پرسم: دوباره با بیانی ساده $120 = [24, 60]$ رو معنی کن.

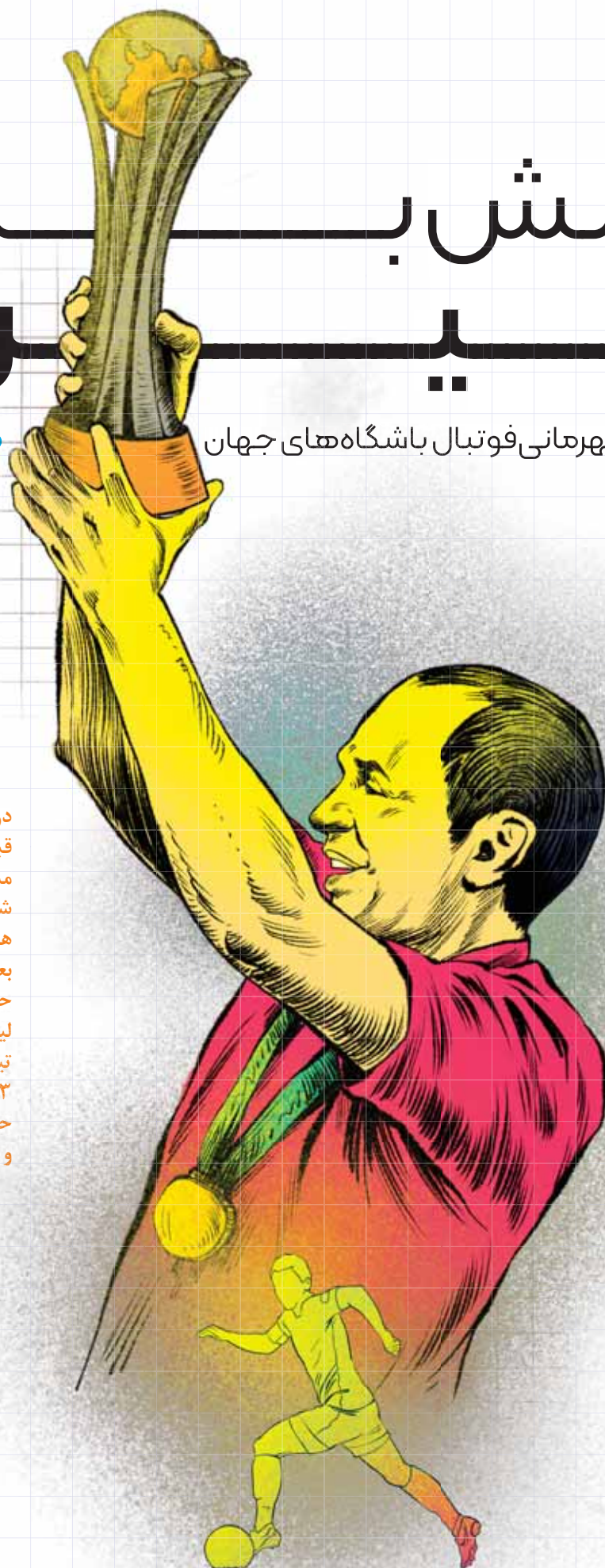
مهدی با طمأنینه گفت: «۱۲۰ کوچک‌ترین عددیه که هم‌زمان بر ۲۴ و ۶۰ بخش‌پذیره.»

تشویقش کردم و از او خواستم برود و متن کتاب درسی‌اش را با دقت بخواند و فعالیت‌ها، کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها را انجام بدهد.

شش بازی تا پیش بازی

جام قهرمانی فوتبال باشگاه‌های جهان ● جعفر اسدی گرمارودی

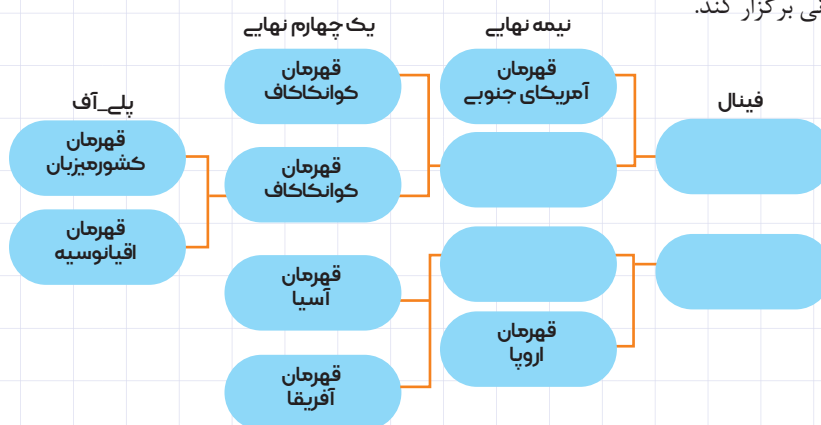
در سال‌ها و شماره‌های
قبل‌تر با سه مدل برگزاری
مسابقه‌های فوتبال آشنا
شدید: ۱. به صورت حذفی^۱ (با
هر بازی تیم برنده به مرحله
بعد و بازنده از ادامه رقابت‌ها
حذف خواهد شد)؛ ۲. به صورت
لیگ یا همان دوره‌ای^۲ (همه
تیم‌ها با هم مسابقه می‌دهند)؛
۳. به صورت ترکیبی از لیگ و
حذفی^۳ (مخصوص جام جهانی
و جام ملت‌های قاره‌ها).



«لیگ» مسابقاتی باشگاهی است که معمولاً هفت تا هشت ماه طول می کشد و حذفی هم به عنوان یک جام مکمل در کنار لیگ در هر کشوری برگزار می شود. اما یک جام بین المللی در رشته فوتبال به صورت کاملاً حذفی برگزار می شود و در نوع خودش اتفاق جالبی است. این جام، جام باشگاه های جهان است. تنها جام معتبر فوتبال در سطح جهانی و باشگاهی است که به صورت حذفی برگزار می شود. دلیل آن هم فشردگی مسابقات تیم های باشگاهی است. حذفی بودن مسابقات این امکان را خواهد داد تا مسابقات سریع تر برگزار شوند و به اتمام برسند. این جام با حضور هفت تیم برگزار می شود. بنابراین برای تعیین قهرمان به شش مسابقه نیاز خواهد بود. با توجه به اینکه تعداد تیم ها توانی از دو نیست، همه تیم ها به صورت هم زمان وارد یک مرحله نخواهند شد. با توجه به شرایط تیم ها از نظر حضور در رقابت های قاره ای و اعتبار مسابقات هر قاره، حضور تیم ها در سه مرحله صورت می گیرد که در جدول زیر قابل مشاهده است.

ورود از مرحله پله آف ^۴	نماینده باشگاه کشور میزبان
ورود از مرحله پله آف	قهرمان اقیانوسیه
ورود از یک چهارم	قهرمان آفریقا
ورود از یک چهارم	قهرمان آسیا
ورود از یک چهارم	قهرمان کونکاف ^۵
ورود از نیمه نهایی	قهرمان آمریکای جنوبی
ورود از نیمه نهایی	قهرمان اروپا

اکنون در نمودار می توانید حضور هر تیم را نیز در هر مرحله مشاهده کنید. همچنین نمودار نشان می دهد، هر تیم با چه تیمی مسابقه خواهد داشت و در صورت پیروزی، حریف احتمالی اش چه تیمی خواهد بود. البته در سال ۲۰۱۹ آخرین باری بود که جام باشگاه های جهان به این صورت برگزار شد و «فیفا» تصمیم گرفت مسابقات را به مانند جام های جهانی برگزار کند.



همان طور که در نمودار مشخص است، به شش بازی برای تعیین قهرمان نیاز است. البته با توجه به تعداد تیم ها، تعداد بازی ها یکی کمتر از تعداد تیم ها خواهد بود.

پی نوشت ها

۱. برای اطلاعات بیشتر می توانید به مطلب «بازی حذف می شی»، شماره ۷۶، آبان ۱۳۹۴ مراجعه کنید.
۲. برای اطلاعات بیشتر می توانید به مطلب «لیگ های ورزشی»، شماره ۷۵، مهر ۱۳۹۴ مراجعه کنید.
۳. برای اطلاعات بیشتر می توانید به مطلب «چند تا بازی کنی قهرمان می شی؟»، شماره ۷۷، آذر ۱۳۹۴ مراجعه کنید.
4. Play off
۵. کنفدراسیون اتحادیه فوتبال آمریکای شمالی و مرکزی و کاراییب.



تصویر ۴

لطفاً يك شكلات چاپ كنيد هندسه و چاپگر سه بعدی

ژما جواهری پور

در درس ریاضی و بخش هندسه با ابعاد و سطح و حجم، و همین طور واحدهای اندازه گیری آن‌ها آشنا شده‌اید. به اشیای اطراف خود نگاه کنید. اکثر اشیای سه‌بعدی اند و مطابق آنچه یاد گرفته‌اید، شامل دو دسته است:

ب) حجم‌های غیر هندسی

اشیای غیر هندسی برخلاف اشیای هندسی دارای شکل‌های پیچیده‌تر هستند و محاسبه حجم آن‌ها بسیار مشکل است. (تصویر ۴)



تصویر ۵

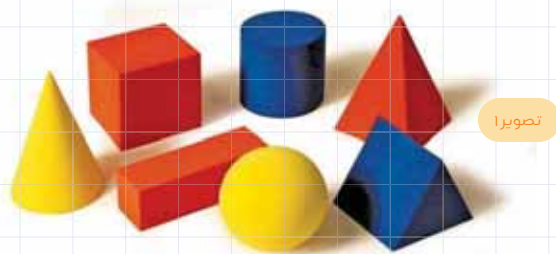
حتی اندام‌های ما انسان‌ها شکل‌های غیر هندسی هستند (تصویر ۵). شما در سال‌های قبل با ساخت حجم‌های هندسی آشنا شده‌اید. همان‌طور که در تصویر ۶ می‌بینید، هر حجم هندسی یک الگوی مشخص دارد که با برش و تا و اتصال بخش‌های آن، یک جسم هندسی سه‌بعدی تشکیل می‌دهد.



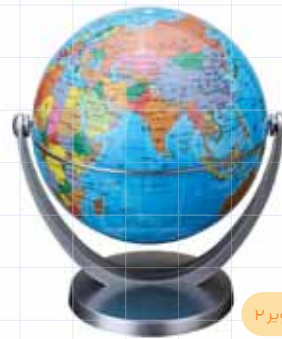
تصویر ۶

اما آیا می‌توانید یک شکل غیر هندسی را نیز با دقت و ظرافت مدل واقعی آن بسازید؟ در سال‌های اخیر، دانشمندان و مهندسان به نوعی فناوری دست پیدا کرده‌اند که می‌تواند هر جسمی در جهان را در ابعاد واقعی آن چاپ کند. بله درست متوجه شدید. شاید تا امروز منظور از کلمه «چاپ کردن» برای شما چاپ یک کتاب و یا نوشته‌های یک کاغذ در یک سطح دوبعدی، مثل سطح یک کاغذ بود. ولی با پیشرفت فناوری و علم استفاده از مواد مختلف، «چاپگر سه‌بعدی» به بازار عرضه شده است که می‌رود تا در آینده تحول شگرفی در ساخت کالاهای ایجاد کند. اساس کار این چاپگرهای سه‌بعدی همان

الف) حجم‌های هندسی



تصویر ۱



تصویر ۲

در تصویرهای ۱ و ۲ حجم‌های منشوری، هرمی و کره را می‌توانید ببینید. همچنین، اشیای ممکن است از ترکیب چند حجم هندسی تشکیل شده باشند. مانند تصویر ۳ این شیء از یک مخروط و یک مکعب مستطیل تشکیل شده است.

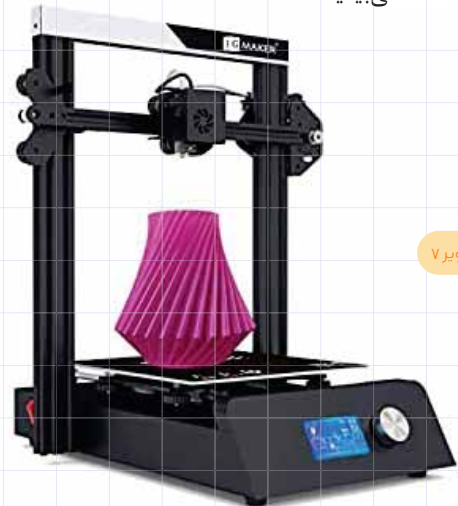
تصویر ۳





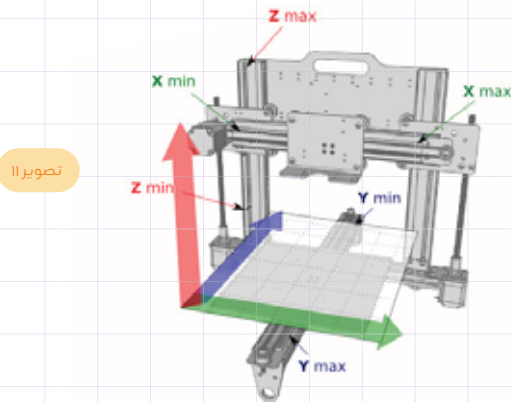
تصویر ۱۰

اصول هندسی و ریاضی است که شما در کتاب ریاضی خود آموختید. در تصویر ۷ یک چاپگر سه بعدی و شی‌ای را که تولید کرده‌است، می‌بینید



تصویر ۷

مشابه آن اندام را چاپ کنند (تصویر ۱۰).



تصویر ۱۱

شاید خوش حال شوید، اگر بدانید این چاپگرهای سه بعدی به تولید خوراکی‌ها هم وارد شده‌اند و با ریختن مواد اولیه و با دادن الگوی هندسی، می‌توانند خوراکی هم برای ما چاپ کنند. (تصویر ۸)



تصویر ۸

حالا ببینیم هندسه چطور باعث این فناوری جالب شده است. برای ساخت یک جسم، ابتدا باید آن را اسکن سه بعدی کرد و اطلاعات ابعادی آن را از هر طرف گرفت. سپس چاپگر سه بعدی این جسم را لایه به لایه در یک دستگاه مختصات سه بعدی با ابعاد x ، y و z چاپ می‌کند (تصویر ۱۱). البته موضوع بسیار بسیار مهم موادی است که جسم را با آن می‌سازیم و دانش پیچیده‌ای دارد. در زندگی آینده همه ما، چاپگرهای سه بعدی نقش بزرگی خواهند داشت و همان‌طور که دستگاه فتوکپی یک وسیله عادی است، به‌زودی چاپگرهای سه بعدی هم که بر اساس دانش ریاضی و هندسه، و با جهش‌هایی در علم مواد و عناصر شیمیایی ساخته شده‌اند، در زندگی روزمره ما نقش جدی ایفا خواهند کرد. شاید وقتی بزرگ‌تر شدید، خودرو و خانه شخصی‌تان را یک چاپگر سه بعدی برایتان بسازد (تصویر ۱۲).

منابع:

1. <https://www.3dnatives.com/en/3d-printing-food-a-new-revolution-in-cooking/>
2. <http://cisana.net/running-repetier-firmware/>



تصویر ۱۲



تصویر ۹

ریاضی‌دانان معاصر ایران دکتر غلامحسین مصاحب پدر ریاضیات جدید ایران

۱. غلامحسین مصاحب در سال ۱۲۸۹ خورشیدی از پدری طبیب و مادری شاعر در تهران دیده به جهان گشود. برنامه زندگی او بسیار منظم بود. از کودکی اهل مطالعه بود و به ریاضیات علاقه‌ای وافر داشت. یک بار پدرش به شوخی گفت: «غلامحسین خان، شما از این X و Y خسته نمی‌شوید؟ این‌ها به چه درد می‌خورند؟»

● رضاحیدری قزلجه
 ● تصویرگر: حمید خلوتی

و غلامحسین در جواب گفت: «آقا جان آینده دنیا به همین X و Y بستگی دارد و روی آن‌ها بنا می‌شود.» دبیرستان را به عنوان شاگرد اول تهران در ۱۶ سالگی تمام کرد.



۲. تحصیلات عالی را نخست در تهران (دانشگاه خوارزمی فعلی) و سپس در فرانسه و انگلستان ادامه داد و در سال ۱۳۲۷ مدرک دکترای ریاضیات را از «دانشگاه کمبریج» انگلستان دریافت کرد. هنگام ورود به کمبریج، علاقه‌مند بود که دوره دکترای زیر نظر پروفیسور بسیکویچ بگذراند، اما او به سختی دانشجوی خارجی می‌پذیرفت. پروفیسور در ضمن مصاحبه‌ای از وی می‌پرسد: آیا غلامحسین مصاحبی را که تحقیقاتی درباره خیام کرده است، می‌شناسد؟ و مصاحب در جواب می‌گوید: «خودم هستم.» به این ترتیب، برای دوره دکترای زیر نظر بسیکویچ پذیرفته می‌شود.

در دوره دکترای یکی از افتخارات او، پذیرفته شدن در حلقه شاگردان خاص برتراند راسل، فیلسوف و ریاضی‌دان نامدار انگلیسی بود. راسل دو گونه کلاس داشت: یکی کلاس عادی که حدود ۵۰۰ دانشجو داشت، و دیگری کلاسی خاص با پنج دانشجو که آن‌ها را از میان خیل متقاضیان گلچین می‌کرد؛ مصاحب یکی از این پنج تن بود.



۳. این ریاضی‌دان برجسته، به زبان‌های فارسی، عربی، فرانسوی و انگلیسی مسلط بود و با زبان‌های آلمانی و روسی در حد استفاده از متون علمی آشنایی داشت. در ۲۰ سالگی با انتشار مجله «ریاضیات عالی و مقدماتی»، گام‌های مؤثری در ترویج ریاضیات در کشور برداشت. از همان موقع هم به تألیف کتاب‌های درسی برای دبیرستان اقدام کرد. تألیفات او، از نظر تنوع موضوع اعجاب‌انگیزند؛ از معرفی خیام ریاضی‌دان تا روزنامه‌نگاری سیاسی و دانشنامه‌نویسی.

مصاحب شخصیتی چند بعدی داشت. با وجود شهرتش به عنوان ریاضی‌دان، آثار غیرریاضی زیادی هم دارد که یکی از درخشان‌ترین آن‌ها «دایرةالمعارف فارسی»، به عنوان میراث ماندگار مصاحب است که برای نخستین بار به روش علمی و با معیارهای بین‌المللی در کشور تدوین شد. بنابراین، او بنیان‌گذار دانشنامه‌نویسی مدرن در کشور است. دو نمونه از کتاب‌های ریاضی او، «آنالیز ریاضی» (اولین کتاب فارسی در این زمینه، چاپ سال ۱۳۴۸) و «تئوری مقدماتی اعداد» هستند که مجموعاً بالغ بر ۵۰۰ صفحه می‌شوند. کتاب دوم در سال ۱۳۶۲ به عنوان کتاب سال جمهوری اسلامی ایران برگزیده شد.

۴. مصاحب، پدر ریاضیات جدید ایران است که برای نخستین بار مفاهیم و اصول این علم را به ایران آورد و در دانشگاه‌ها تدریس کرد. در سال ۱۳۴۵ مؤسسه ریاضیات^۱ را تأسیس کرد که در زمینه تربیت ریاضی‌دانان تراز اول در کشور، پیشرو بود و تعداد انگشت‌شماری دانشجو می‌پذیرفت و تمام کوشش خود را برای آموزش و پرورش آنان به کار می‌بست. تا سال ۱۳۵۸ طی ۱۳ دوره، ۷۴ مدرس ریاضی دانشگاهی در آن مؤسسه تربیت شدند که اکثر آن‌ها امروزه از چهره‌های سرشناس و پیشکسوت ریاضیات کشور محسوب می‌شوند.

۵. او معلمی بزرگ بود که در علم، آموزش و مدیریت آموزشی، یک‌تنه جریان عظیمی به راه انداخت و تأثیری شگرف بر جای گذاشت. مردی که در دارالمعلمین درس خواند و معلم شد، به وزارت معارف (فرهنگ) هم وارد شد و چند سالی نیز در این وزارتخانه، مسئولیت‌هایی، از جمله ریاست تعلیمات عالی به بر عهده داشت. او از برجسته‌ترین دانشمندان تاریخ معاصر است که علم و فرهنگ در ایران مدیون اوست. وی تمام زندگی خود را صرف آموختن و آموزش کرد؛ حتی لحظه‌ای که در ۲۱ مهرماه سال ۱۳۵۸ و در سن ۶۹ سالگی از دنیا رفت، همداد در دستش بود و در کنار نوشته‌ها و کتاب‌هایش جان به جان آفرین تسلیم کرد. او در آموزش و هر امر دیگر، کار اندک و ناقص را نمی‌پسندید و معتقد بود: یا عالی یا هیچ.

مسئله: بابک، افشین، نیما و سهراب چهار دوست هستند. از آن‌ها در مورد ترتیب قدشان پرسیدم و پاسخ‌های زیر را دریافت کردم:
 افشین: سهراب کوتاه‌ترین بین ما است.
 بابک: من از دو نفر بلندترم یا افشین کوتاه‌ترین است.
 نیما: من از دو نفر کوتاه‌ترم و افشین کوتاه‌ترین نیست.
 سهراب: من بلندترین آن‌ها هستم.
 بعداً فهمیدم که فقط یکی از آن‌ها دروغ گفته است. این چهار نفر را به ترتیب قد مرتب کنید.

پی‌نوشت

۱. در سال ۱۳۷۶ مؤسسه ریاضیات به «مؤسسه تحقیقات ریاضی دکتر غلامحسین مصاحب» تغییر نام یافت.



ریاضی دانان

احمد حافظپور

دانش آموزان عزیز! از دوره قبل، دفتر تازه‌ای را گشوده‌ایم تا شما را با برخی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایران و جهان آشنا کنیم. این معرفی بهانه‌ای خواهد بود که شما در هر شماره تعدادی از این چهره‌ها را به اختصار بشناسید. از آنجا که پاره‌ای از این ریاضی‌دانان به مباحثی فراتر از ریاضیات دبیرستانی پرداخته‌اند که درک آن‌ها برای شما مشکل است، ما می‌کشیم جنبه‌های ساده‌تر زندگی آنان را برای شما بازگو کنیم.



سوفی ژرمن، ماری (۱۸۳۱ - ۱۷۷۶)

سوفی ژرمن از انگشت‌شمار زنان ریاضی‌دان در اروپای قرن هجدهم بود. او در سال‌های بحرانی انقلاب کبیر فرانسه در پاریس زاده شد. ۱۳ سال داشت که شوق ریاضی در او فوران کرد و با اینکه تحصیل دختران، به‌ویژه ریاضی خواندن، چندان مورد قبول نبود، توانست خود را به سطح یک استاد ریاضی برساند. او با دو ریاضی‌دان بزرگ، لاگرانژ و گاوس ارتباط علمی داشت و گاوس پیشنهاد داد که سوفی را به‌عنوان استاد دانشگاه گوتینگن آلمان بپذیرند. کارهای مهم سوفی «رساله‌ای در باب نظریه اعداد» و «نظریه کشسانی» است. همچنین اثری در زمینه هندسه، دیفرانسیل و اعداد اول دارد. به علاوه در حوزه فلسفه و روان‌شناسی هم دارای آثاری بود. سوفی ژرمن عمر کوتاهی داشت و در ۵۵ سالگی درگذشت.

رهنما، غلامحسین (۱۳۲۵ - ۱۲۵۹ شمسی)

غلامحسین رهنما از استادان دانشمند ریاضی در اوایل قرن حاضر بود. او در شیراز متولد شد. در نوجوانی به تهران رفت و در مدرسه دارالفنون به تحصیل مشغول شد. استاد ریاضی او، عبدالغفار خان نجم‌الدوله، ریاضی‌دان و منجم برجسته‌ای بود. رهنما پس از پایان تحصیلات خود معلم ریاضی دارالمعلمین تهران شد و سال‌ها در آنجا تدریس کرد و کتاب‌های ریاضی نوشت. هنگامی که دانشگاه تهران تأسیس شد (۱۳۱۳)، رهنما را به‌عنوان دکتر ریاضیات پذیرفتند و او بعداً استاد و رئیس دانشکده فنی شد. هنگامی که استاد دانشکده فنی بود، در سال ۱۳۱۶ آزمایش معروف «آونگ فوکو» را با آویختن آونگ از سقف گنبد مسجد سپهسالار (شهید مطهری فعلی) انجام داد و این آزمایش برای اولین بار در ایران به نام او ثبت شد. آزمایش مذکور حرکت وضعی زمین را اثبات می‌کند. رهنما عضو فرهنگستان زبان فارسی بود و در سه دوره هم تصدی وزارت فرهنگ را برعهده داشت. او در مجموع ۵۰ جلد کتاب درسی برای مدرسه‌ها و دانشگاه‌ها نوشت که از جمله: هیئت، هندسه مجسمات و هندسه مسطحه می‌باشد. رهنما در حرم حضرت عبدالعظیم (ع) در شهر «ری» مدفون است.





شهریاری، پرویز (۱۳۹۱ - ۱۳۰۵)

شهریاری آموزشگر بزرگ ریاضی و مردی بسیار پرکار و علاقه‌مند به علم بود. در کرمان متولد شد. دانش آموز بود که پدرش را از دست داد، ولی با حمایت مادر فداکارش درس خواند و توانست از دانش‌سرای عالی تهران لیسانس ریاضی بگیرد. او زبان‌های انگلیسی، فرانسه و روسی را می‌دانست و از این زبان‌ها ترجمه می‌کرد. سال‌های طولانی در مدرسه‌ها و دانشکده‌های تهران درس داد. ده‌ها کتاب نوشت یا ترجمه کرد، بیش از هزار مقاله نوشت و چند مجله را هم سردبیری کرد. مجله‌ای که در دست دارید (برهان) نیز یکی از بنیانگذارانش مرحوم شهریاری بود و ده‌ها مقاله در آن نوشت. این مرد دانشمند را باید از چهره‌های ماندگار ریاضی در قرن حاضر در ایران دانست. شهریاری در تهران در گذشت و به خاک سپرده شد.

شیخ بهایی (۱۰۳۱ - ۹۵۴ق)

نام او محمد بهاء‌الدین عاملی، معروف به شیخ بهایی است. در زمان شاه‌عباس صفوی می‌زیست و شاه به او اعتماد و علاقه داشت. او در نوجوانی با خانواده‌اش از جبل عامل لبنان به ایران مهاجرت کرد و تا پایان عمر در ایران بود و سرانجام در حرم حضرت رضا (ع) به خاک رفت. شیخ بهایی استعدادی عجیب در همه علوم داشت، به‌طوری که نمی‌توان گفت در کدام رشته بیشتر می‌دانست، ولی مسلم است که در ریاضی و نجوم هم چهره‌ای بی‌نظیر بوده است. کتاب مشهور شیخ بهایی در ریاضیات، «خلاصه الحساب» به عربی است. این کتاب تا قرن اخیر به‌عنوان کتاب ریاضی در بسیاری از حوزه‌های علمی اسلامی مورد استفاده بود. سازمان «یونسکو» در سال ۲۰۰۹ میلادی که «سال نجوم» نام‌گذاری شده بود، نام شیخ بهایی را جزو مفاخر ایران ثبت کرد. پس از شیخ، کسی در ریاضیات قدیم به بزرگی او نرسید.



صفاری، حسن (۱۳۸۱ - ۱۲۹۵ش)

حسن صفاری از برجسته‌ترین مؤلفان کتاب‌های ریاضی درسی در ایران بود. او در تهران متولد شد، از دانش‌سرای عالی لیسانس ریاضی گرفت و در مدرسه‌های تهران به تدریس پرداخت. در همان سال‌ها او با ابوالقاسم قربانی (که بعداً با او نیز آشنا خواهیم شد)، ده‌ها کتاب ریاضی شامل جبر، مثلثات، حساب و هندسه برای مدرسه‌ها نوشتند، به‌طوری که نام «صفاری - قربانی» برای معلمان و دانش‌آموزان به یک نام مشهور و یا نشان تبدیل شده بود. صفاری مترجمی برجسته نیز بود و چندین کتاب مهم ترجمه کرد؛ از جمله: تاریخ علوم، تاریخ صنایع و اختراعات؛ ریاضی دانان نامی. صفاری در اواسط عمرش به فرانسه رفت و مقیم پاریس شد و همان جا درگذشت.



پینوکیو در دهکده عجایب

● مقدار قاری ● شراره تقی دستجردی

در قسمت قبل خواندیم که پینوکیو وارد دهکده عجایب شد؛ دهکده‌ای که هر کدام از اهالی آن با همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست و نه هر دو. پینوکیو در برخورد اولش با کوتوله‌های چکمه‌پوش، کاملاً گیج شده بود. در همین زمان، فرشته مهربان در کنارش ظاهر شد.

● **پینوکیو:** چه خوب شد که اینجا رسیدم! من به کمکتون نیاز دارم ...

● **فرشته مهربان:** می‌دانم چه شده است! برای اینکه بتوانی معمای کوتوله‌های چکمه‌پوش را حل کنی، حالت‌های متفاوت را در نظر بگیر. برای رعایت سادگی، از حالت‌های متفاوت کوتوله چکمه‌بنفش شروع کن. سپس نتیجه‌اش را برای دو کوتوله دیگر بررسی کن. فرشته مهربان این را گفت و ناپدید شد. پینوکیو فوراً دفتر یادداشت و مدادش را که به گردن داشت، از زیر کتفش درآورد. سپس طبق پیشنهاد فرشته مهربان دو جدول کشید:

نوع شخص	گزاره	نوع شخص	گزاره
چکمه بنفش	چکمه زرد گفت من دروغگو هستم.	چکمه بنفش	چکمه زرد گفت من دروغگو هستم.
چکمه سبز	حرف چکمه بنفش را باور نکن. او دروغگوست.	چکمه سبز	حرف چکمه بنفش را باور نکن. او دروغگوست.
چکمه زرد	من دروغگو هستم.	چکمه زرد	من دروغگو هستم.

از آنجا که هیچ یک از اهالی این دهکده نمی‌تواند بگوید: «من دروغگو هستم»، پینوکیو از جدول اول نتیجه گرفت حالتی که کوتوله چکمه‌بنفش راست‌گو باشد، امکان‌پذیر نیست. همچنین، با توجه به جدول دوم نتیجه گرفت که کوتوله چکمه‌بنفش، دروغ‌گو و کوتوله چکمه‌سبز، راست‌گوست. علاوه بر این، او فهمید که با این اطلاعات نمی‌تواند راست‌گو یا دروغ‌گو بودن کوتوله چکمه‌زرد را تعیین کند؛ چه بد! پینوکیو از اینکه توانسته بود معمایش را حل کند، خیلی خوش حال شد. داشت دور خودش می‌چرخید که به یک زوج جوان برخورد کرد!

● **پینوکیو:** اوه. خانم و آقا ببخشید! واقعاً معذرت می‌خوام.

در حالی که پینوکیو از خجالت سرش پایین بود، نیم‌نگاهی به آقای کوتوله انداخت. همین که دید دارد لبخند می‌زند، هم خیالش راحت شد و هم جسارت پیدا کرد تا از آن‌ها در مورد راست‌گو یا دروغ‌گو بودنشان بپرسد.

● **پینوکیو:** ببخشید آقا. کدام یک از شما راست‌گو و کدام یک دروغ‌گو هستید؟

● **آقای کوتوله:** ما هر دو دروغ‌گو هستیم. به عبارت دیگر من و همسرم دروغ‌گو هستیم.

پینوکیو در دفترش جمله آقای را نوشت. چند ثانیه‌ای به جمله خیره شد، اما نتوانست بفهمد هر یک از آن خانم و آقا از چه نوعی هستند. به همین دلیل سرش را بالا آورد تا سؤال‌های دیگری بپرسد، اما خانم و آقا رفته بودند. حالا که دیگر امیدی برای دستیابی

آقای کوتوله	خانم کوتوله	آقا و خانم کوتوله	جمله آقای کوتوله: ما هر دو دروغگو هستیم.
راستگو	راستگو	هر دو دروغگو نیستند.	دروغ
راستگو	دروغگو	هر دو دروغگو نیستند.	دروغ
دروغگو	راستگو	هر دو دروغگو نیستند.	دروغ
دروغگو	دروغگو	هر دو دروغگو هستند.	راست

به اطلاعات بیشتر درباره این زوج جوان نداشت، فکر کرد بهتر است یک بار دیگر تلاش کند تا جمله آقای را تحلیل کند. به یاد پیشنهاد فرشته مهربان افتاد. سریع دفترچه‌اش را باز کرد و حالت‌های متفاوت را نوشت:

پینوکیو چند دقیقه‌ای به جدول نگاه کرد. او پس از آنکه به یاد آورد، اهالی این دهکده یا همیشه راست می‌گویند یا همیشه دروغ و نه هر دو، نتوانست پاسخ معمای دوم را نیز پیدا کند.

ادامه دارد ...



É پینوکیو چگونه تشخیص داد، هر یک از آن آقا و خانم از چه نوعی هستند؟

در شماره قبل با گزاره‌ها آشنا شدیم. در منطق، معمولاً گزاره‌ها را با حروف کوچک انگلیسی نشان می‌دهیم. چون هر گزاره یا راست است یا دروغ، می‌توان به هر گزاره یکی از دو عدد ۰ (به معنی دروغ) یا ۱ (به معنی راست) را به عنوان ارزش اختصاص داد. به مثال‌های زیر توجه کنید:

p : ۲ یک عدد اول است

q : ۲ یک عدد مرکب است

در این صورت ارزش گزاره p که آن را با $V(p)$ نشان می‌دهیم، ۱ و ارزش گزاره q که آن را با $V(q)$ نشان می‌دهیم، ۰ است.

گزاره‌هایی که با آن‌ها سروکار داریم، همیشه به سادگی گزاره‌های بالا نیستند. به گزاره‌های شبیه به گزاره‌های بالا، «گزاره ساده» (یا گزاره اتمی)، و به گزاره‌هایی که از ترکیب دو یا چند گزاره ساده (با کمک رابط‌هایی مثل «چنین نیست که»، «و»، «یا»، «اگر ... آن‌گاه...»، و غیره) به دست آمده باشند، «گزاره مرکب» می‌گوییم. برای مثال گزاره‌های زیر مرکب هستند.

R : ۲ یک عدد اول نیست

S : ۲ و ۶ اول هستند

در نگاه اول به نظر می‌رسد، هر دوی این گزاره‌ها ساده باشند. اما در واقع صورت دقیق این دو گزاره چنین است:

چنین نیست که ۲ یک عدد اول است R :

۲ عدد اول است و ۶ عدد اول است S :

É ارزش گزاره R چیست؟

É بین گزاره‌های p و q چه ارتباطی می‌بینید؟

É ارزش گزاره S چیست؟

همان‌طور که دقت کردید، ارزش گزاره‌های q و R ، با ارزش گزاره p متفاوت است. اما بین گزاره p و R تفاوت ظریفی وجود دارد. در منطق می‌گوییم: گزاره R نقیض گزاره p است، چرا که به هر حال یک عدد یا اول است یا اول نیست. برای نشان دادن نقیض گزاره‌ای مانند A ، از نماد $\sim A$ استفاده می‌کنیم و می‌توانیم رابطه ریاضی زیر را بنویسیم:

$$V(\sim A) = 1 - V(A)$$

دیدیم که گزاره مرکب S ، از ترکیب دو گزاره که با حرف ربط «و» به هم مربوط شده‌اند، به دست آمده است. چنین ترکیبی را ترکیب عطفی می‌گوییم. در منطق، ترکیب عطفی دو گزاره A و B را با $A \wedge B$ نشان می‌دهیم.

É ارزش دو گزاره چه ارتباطی با ارزش ترکیب عطفی آن دو گزاره دارد؟ ابتدا سعی کنید به کمک مثال‌های زیر خودتان جدول زیر را پُر کنید:

همان‌طور که حدس زده‌اید، ارزش ترکیب عطفی دو گزاره، تنها زمانی ۱ است که هر دوی آن‌ها ارزش ۱ داشته باشند. بنابراین ارزش گزاره S صفر است. زیرا اگر چه ۲ عددی اول است، اما ۶ چنین نیست.

É مانند رابطه ریاضی‌ای که برای $V(A)$ و $V(\sim A)$ نوشتیم، یک عبارت ریاضی بنویسید که بیانگر رابطه $V(A)$ و $V(B)$ با $V(A \wedge B)$ باشد؟

به معمای دوم پینوکیو در شهر عجایب برگردیم. فرض کنید: p : آقای کوتوله دروغ‌گوست و q : خانم کوتوله دروغ‌گوست. در این صورت، جمله «هر دو دروغ‌گو هستند» با گزاره $p \wedge q$ نشان داده می‌شود. چهار حالت بالا برای ارزش گزاره $p \wedge q$

پیش می‌آید. پس تنها زمانی که هر دوی آن آقا و خانم دروغ‌گو باشند، جمله «هر دو دروغ‌گو هستیم» درست است. اما در این صورت آقای کوتوله که دروغ‌گوست،

جمله‌ای درست گفته است که برخلاف اصل اولیه در این دهکده خواهد بود. پس باید آن حالتی را از جدول پینوکیو برای معمای دوم انتخاب کنیم که نوع گزاره در ستون آخر (از نظر راست یا دروغ بودن) با نوع آقای کوتوله (از نظر راست‌گو یا دروغ‌گو بودن) مطابقت داشته باشد.

p	$V(p)$	q	$V(q)$	$p \wedge q$	$V(p \wedge q)$
۲ عددی اول است.	۱	۶ عددی غیر اول است.	۱	۲ عددی اول است و ۶ عددی غیر اول است.	؟
۲ عددی اول است.	۱	۶ عددی اول است.	۰	۲ و ۶ اعداد اول هستند.	؟
۲ عددی غیر اول است.	۰	۶ عددی غیر اول است.	۱	؟	؟
۲ عددی غیر اول است.	۰	۶ عددی اول است.	۰	؟	؟





● زهرا باقری

دور دنیا در کمتر از هشتاد روز

دیروز بود که خوندن کتاب «دور دنیا در هشتاد روز» رو از این نویسنده دوست‌داشتنی تمام کردم. خلاصه داستان این بود که دو نفر با هم صحبت می‌کنند و یکی از آن‌ها ادعا می‌کنه: هیچ‌کس نمی‌تونه در هشتاد روز دور دنیا رو سفر کند و دوباره به نقطه شروع برسه (البته یادتون باشه که این داستان حدود ۱۵۰ سال پیش اتفاق افتاده). آن یکی شخصیت داستان، آقای فاگ که قهرمان قصه هست، مخالفت می‌کنه و می‌گه: من به این سفر می‌رم تا به همه شما ثابت کنم که «می‌شه»! بعد هم به همراه خدمتکار وفادارش، پاسپار تو راهی این سفر می‌شوند تا بتوانند در کمتر از هشتاد روز، کره زمین را دور بزنند و به کشور خودشان انگلیس برگردند.

از روزی که یادم می‌یاد، عاشق کتاب‌ها و فیلم‌های علمی - تخیلی بودم. حالا در مورد هر موضوعی که بود، دوست داشتم. ولی اگر مثل جنگ ستارگان، فضایی بود که زندگی برام شیرین می‌شد. بین تمام نویسنده‌ها، نویسنده محبوبم ژول ورن فرانسوی بوده و هست. همیشه به این فکر می‌کنم که اگر دانشمندان پروژه‌های علمی خودشون رو رها می‌کردند و فقط روی پروژه‌های توی کتاب‌های آقای ژول ورن کار می‌کردند، الان دنیا خیلی پیشرفته‌تر بود. حتماً همه ما داشتیم با سفینه شخصی‌مون به مدرسه می‌رفتیم و هر کدوممون حداقل یک ربات مخصوص داشتیم که همه تکلیف‌ها و مشق‌های مدرسه‌مون رو می‌نوشت.

نصف النهار مبدأ



عرض جغرافیایی = افقی

طول جغرافیایی = عمودی

موقعیت

بعد هم فهمیدم به نصف النهار اصلی، «نصف النهار مبدأ» می گن که از رصدخانه ای در محلی به نام «گرینویچ» در شهر لندن کشور انگلستان می گذره؛ یعنی همون جایی که مسافرت آقای فاگ قصه ما شروع شد. بقیه نصف النهارها هم نسبت به موقعیت قرارگیری شون نسبت به این اصلیه، نصف النهار شرقی یا نصف النهار غربی نامیده می شن. کره زمین 360° است. شبانه روز هم 24 ساعته. پس ما 24 تا نصف النهار داریم:

$$\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

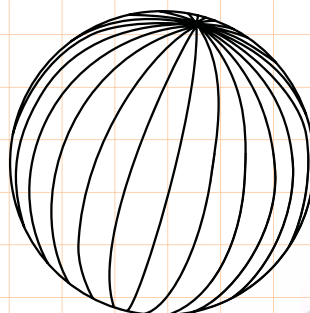
پس فاصله هر نصف النهار از بعدی 15° درجه است و از یک نصف النهار تا نصف النهار بعدی، اختلاف زمانی برابر یک ساعته. فرض کنید توی لندن ساعت $12:12$ نیمه شب 15 آبان ماه باشه. اون وقت در کشورهایی که غرب این نصف النهار قرار دارند، مثل برزیل، درواقع ساعت عقب تره و هنوز 14 آبان ماهه. اما در کشورهایی که در شرق این نصف النهار قرار دارند، مثل ایران، زمان جلوتره. برای ایران اختلاف زمانی با گرینویچ $3:30$ است. یعنی اگر لندن $12:12$ نیمه شب باشه:

$$12:12 + 3:30 \Rightarrow 3:42 \text{ تهران در نیمه شب}$$

در زمان دور دنیا در هشتاد روز هم، آقای فاگ و دوستانش وقتی به نقاط مختلف سفر می کردند، درواقع همین اتفاق براشون می افتاد. در نهایت هم به دلیل مسافرت به عرض های جغرافیایی متفاوت، یک روز از زمان جلو افتادند.

نکته جالب اینه که در بعضی کشورها که پهناور هستند و غرب و شرق آن ها بیشتر از یک نصف النهار را در خود جای می ده، بیشتر از یک ساعت رسمی وجود داره. مثلاً شما فرض کنید که شهروند یکی از آن کشورها هستید و در کشور خودتون از شهری به شهر دیگه سفر می کنید، ولی یکدفعه ساعت به طور قراردادی تغییر می کنه. جالبه! نه؟

یک عالمه اتفاق جالب و مهیج در این سفر توی کشورهای مختلف می افته، ولی تمام جذابیتش به نظرم در آخر داستانه؛ زمانی که گروه مسافرای ما در وقت مقرر به وعده گاه می رسند و فکر می کنند که پنج دقیقه دیر کرده اند و بازنده اند. اما در نهایت به اشتباه خودشون پی می برند و متوجه می شوند که در طول سفرشان به دور کره زمین، درواقع یک روز هم از زمان جلو افتاده اند و نه تنها نباخته اند، که در 79 روز دور دنیا رو سفر کرده اند. خلاصه از دیروز که این کتاب رو خوندم، تمام فکر و ذکرم پیش این محاسبه هاست که اصلاً چطوری می شه آدم از زمان جلو بیفته. اینجا بود که دوباره با تشکر از کتاب های درسی، فهمیدم که کره زمین با یک سری خط فرضی تقسیم بندی می شه که به اون ها «نصف النهار» می گیم. این خط های فرضی، قطب شمال رو به قطب جنوب زمین متصل می کنند. راستش این خط های روی کره زمین منو یاد هندوانه انداختند.



معمایخانه ریاضیات

● تصویرگر: علی تقوی

● خسرو داودی



علی باید همهٔ معماهای داخل خانهٔ ریاضیات را درست حل کند تا با رمزی که به دست می‌آورد، به فرمول اسرارآمیز ریاضی دست پیدا کند.

آ. حاصل کدام یک از عبارت‌های عددی که به زبان رومی نوشته شده‌اند، برابر با ۱۰ می‌شود؟

۱ $X+II$

۲ $XI+I$

۳ $IX+I$



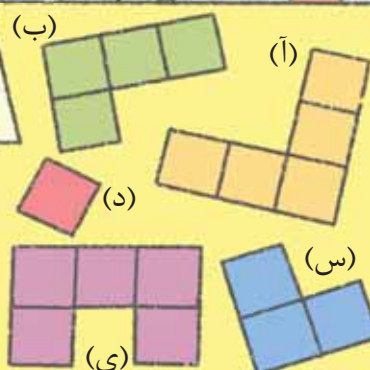
د. پکن ۹ ساعت از تهران جلوتر است. ساعت علی زمان را به وقت تهران نشان می‌دهد. کدام ساعت زمان درست را در پکن نشان می‌دهد؟

ب. با ترکیب کدام یک از قطعه‌ها می‌توان یک مربع ساخت؟

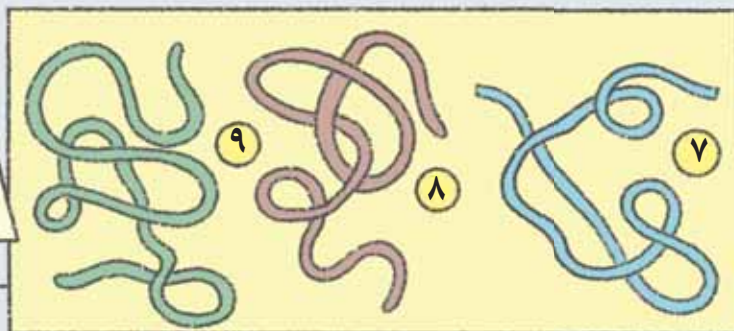
۴ آ ب س

۵ س د ی

۶ ب د ی



س. اگر آخر طناب‌ها را بکشیم، در کدام طناب گره ایجاد می‌شود؟



چند تا گربه و موش در خانهٔ ریاضیات پیدا می‌کنید؟

پیدا کردن رمز

دور حرفی که فکر می‌کنید درست است، خط بکشید. با این حرف‌ها یک کلمه بسازید تا مشخص کند که فرمول اسرارآمیز ریاضی را با چه روشی باید ارسال کنید.

(ا) ① ② ③

غ چ ر

(ب) ④ ⑤ ⑥

ر ن د

(س) ⑦ ⑧ ⑨

د ه ل

(د) ⑩ ⑪ ⑫

ک س ا

(ی) ⑬ ⑭ ⑮ ⑯

آ ی ط پ

(ف) ⑰ ⑱ ⑲

ه ی ب

(ج) ⑳ ㉑ ㉒

م د چ

ی. دنباله‌ای از شکل‌های زرد به رنگ قرمز در می‌آیند. شکل آخری که از ماشین خارج می‌شود، کدام است؟

ج. عددهای هرم بالا را کامل کن (عدد هر دایره برابر است با مجموع عددهای دو دایره زیر آن). مجموع عددهای ردیف پایین چه عددی است؟

ف. کدام طرح شامل شکل زیر است؟



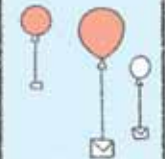
بطری آبی



راکت آبی



بالن سبک



پرنده‌ها



نور چراغ



با پیکان



پرچم سبز



با دودها



شناخت مطلق، قدر مطلق

فاطمه درویشی

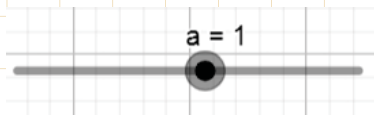
نکته دقت کنید که در ریاضی به کمیتی که مقدار آن را بتوان تغییر داد، متغیر گفته می‌شود. برای مثال، در رابطه $y=x+3$ کمیت x متغیری است که مقدار آن می‌تواند تغییر کند و با تغییر مقدار x و جمع آن با عدد ۳ مقدار y مشخص می‌شود.

• در جئوجبرا، یک متغیر با استفاده از گزینه **Slider** $a=2$ (متغیر) تعریف می‌کنیم. انتخاب این گزینه و کلیک در صفحه مختصات پنجره‌ای به صورت شکل ۳ باز می‌کند که شما می‌باید مقادیر را طبق آنچه در شکل می‌بینید، در آن وارد کنید. (مقادیر مشخص شده دلخواه است).



شکل ۳

• با انجام مرحله بالا در صفحه مختصات، یک شکل دستگیره مانند همانند شکل ۴ نمایان می‌شود که این همان متغیر تعریف شده است. با نگه داشتن ماوس روی این شکل و حرکت آن به سمت چپ و راست می‌توان مقدار متغیر را تغییر داد.



شکل ۴

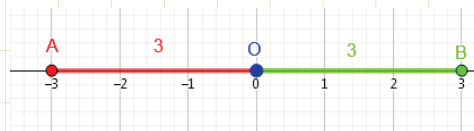
در جئوجبرا برای بیان قدر مطلق از دستور abs استفاده می‌کنیم. مثلاً به جای اینکه بنویسیم: $|x|$ ، می‌نویسیم: $abs(x)$.
• برای محاسبه قدر مطلق متغیر a ، در خط فرمان **Input...** مانند آنچه در شکل ۵ نشان داده شده است، دستور $b=abs(a)$ را وارد کنید. این دستور مقدار b را برابر با قدر مطلق a محاسبه می‌کند.

$$b = |a|$$

→ 1

شکل ۵

همان‌طور که می‌دانید، به فضای میان دو شیء که روی هم قرار نگرفته‌اند، فاصله گفته می‌شود. به شکل ۱ دقت کنید. فاصله نقطه $A=(-3, 0)$ از مبدأ مختصات $O=(0, 0)$ ، یعنی طول پاره خط قرمز با فاصله نقطه $B=(3, 0)$ از نقطه $O=(0, 0)$ ، یعنی طول پاره خط سبز، هر دو برابر با عدد ۳ است.



شکل ۱

به آنچه در بالا توضیح داده شد، یعنی فاصله نمایش هر نقطه مانند A یا B از مبدأ مختصات، «قدر مطلق» آن عدد گفته می‌شود و آن را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$|-3| = |3| = 3$$

آنچه در مطلب بالا اهمیت دارد، درک این موضوع است که نتیجه قدر مطلق همیشه یک عدد مثبت است. به همین خاطر در ریاضی، قدر مطلق به صورت زیر هم تعریف می‌شود:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

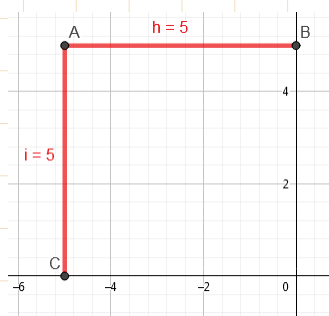
رابطه بالا بیان می‌کند که: عددی مانند x ، در صورتی که مثبت یا صفر باشد، نتیجه قدر مطلق آن، خود عدد خواهد شد، و در صورتی که منفی باشد، قرینه عدد (یعنی مثبت) خواهد شد. همان‌طور که در مطالب کتاب درسی خود رسم یک خط را در دستگاه مختصات انجام دادید، در سال‌های آینده یاد خواهید گرفت، روابط مهم ریاضی را می‌توان به یک نمودار یا شکل تبدیل کرد. بنابراین قصد داریم به منظور درک عمیق‌تر مفهوم قدر مطلق، یک کاربرگ پویا در نرم‌افزار «جئوجبرا» ایجاد کنیم و یک بار دیگر از درک زیبایی‌های ریاضی در کنار شما عزیزان لذت ببریم.

ابتدا وارد محیط کلاسیک جئوجبرا شوید و با استفاده از دکمه‌های بزرگ‌نمایی که در شکل ۲ نمایش داده شده است، ترتیبی دهید که عددهای روی محور x در فاصله‌های 10 تا 10 نمایش داده شوند.

شکل ۲

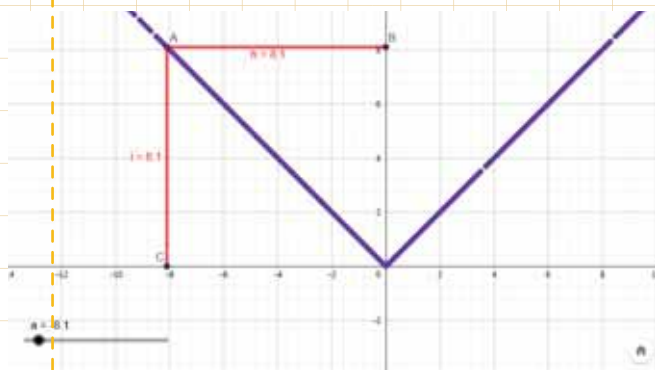
• قبل از اینکه وارد مرحله بعد شوید، به این

- در این مرحله روی پاره‌خط‌های AB و AC کلیک راست، و گزینه **Settings** (تنظیمات) را انتخاب کنید. در پنجره‌ای که ظاهر می‌شود، با استفاده از سربرگ Color رنگ پاره‌خط‌های فوق را عوض کنید.
- گزینه **Distance or Length** (فاصله یا طول) را انتخاب کنید و به منظور مشخص کردن اندازه پاره‌خط‌های AB و AC، روی آن‌ها کلیک کنید تا شکل ۸ به دست آید.



شکل ۸

- روی نقطه A کلیک راست کنید و گزینه **Show trace** (نمایش ردیابی) را انتخاب کنید. این عمل باعث می‌شود با جابه‌جایی نقطه A در صفحه، رد آن به جا بماند. با تغییر نقطه A یا حرکت متغیر a می‌توانید این مطلب را امتحان کنید.
- روی متغیر a کلیک راست کنید و گزینه **Animation** (پویانمایی) را انتخاب کنید و نتیجه کار خود را ببینید (شکل ۹). در این کاربرد شما می‌بینید که با تغییر متغیر a، متغیر b چطور تغییر می‌کند و همین‌طور ملاحظه می‌کنید که شکل تابع قدر مطلق (قسمت بنفش) به صورت عدد ۷ است.



شکل ۹

تمرین: با استفاده از شکل در جثوجبر نشان دهید که مقادیر $y = |x| - 3$ در چه محدوده‌ای قرار خواهد گرفت؟

- حال با تغییر متغیر a می‌توانید مقدار قدر مطلق آن (b) را در خط فرمان ملاحظه نمایید.
- خب حالا برویم سراغ رسم شکل قدر مطلق. همان‌طور که در بالا نیز اشاره شد، اکثر روابط مهم در ریاضی را می‌توان به صورت نمودار یا شکل نشان داد. این کار به درک عمیق آن مفهوم خاص کمک می‌کند. به علاوه، کم‌کم این درک را در ما ایجاد خواهد کرد که ریاضی هنری ارزشمند است و تمام جوانب آن با هم به زیبایی هر چه تمام‌تر در ارتباط هستند.

- به منظور ایجاد یک نقطه مرتبط با a و قدر مطلق آن b، در خط فرمان دستور زیر $A=(a,b)$ را اجرا کنید (شکل ۶).

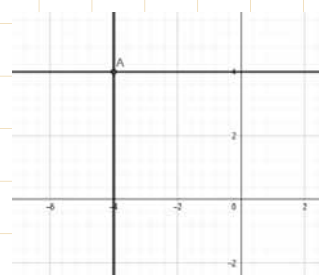
$$A = (a, b)$$

$$\rightarrow = (1, 1)$$

شکل ۶

ملاحظه می‌کنید، نقطه A در صفحه مختصات ظاهر می‌شود که با تغییر متغیر a می‌توان آن را در صفحه مختصات جابه‌جا کرد.

- با استفاده از گزینه **Perpendicular Line** (خط عمود)، از نقطه A دو خط عمود بر محورهای مختصات رسم کنید. برای انجام این کار، پس از انتخاب گزینه مورد نظر، ابتدا نقطه A و سپس محور مختصات را انتخاب کنید (مانند شکل ۷).



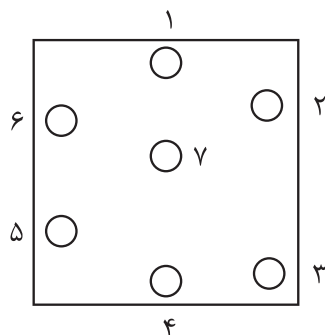
شکل ۷

- با استفاده از گزینه **Intersect** (تقاطع)، در نوار ابزار بالای صفحه محل تقاطع دو خط را با محورهای مختصات مشخص کنید. این نقطه‌ها را سیستم B و C نام‌گذاری می‌کند.
- با استفاده از گزینه **Segment** (پاره‌خط)، پاره‌خط‌هایی از نقطه A به نقطه‌های B و C رسم کنید. سپس روی خط‌هایی که در مرحله قبل رسم کرده‌اید، کلیک راست کنید و با انتخاب گزینه **Show Object** (نمایش شیء)، خط‌های فوق را مخفی کنید.

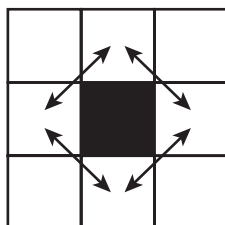
لیلا جلیلی

لذت محاسبه

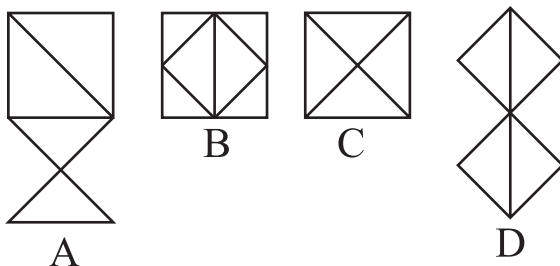
۱ آیا می‌توانید فقط با رسم سه خط راست، مربع زیر را طوری تقسیم کنید که در هر قسمت فقط یک دایره باشد؟



۲ در این جدول ۳ در ۳، خانه وسط سیاه شده و کاری با آن نداریم. عددهای ۱ تا ۸ را طوری در باقی خانه‌ها قرار دهید که هیچ دو عدد متوالی در کنار هم قرار نگیرند. چه عمودی، چه افقی و چه به صورت مورب (خانه‌هایی که در شکل مشخص شده‌اند).



۳ کدام یک از شکل‌های A، B، C و D را می‌توان بدون برداشتن نوک قلم از روی کاغذ (در یک حرکت پیوسته) رسم کرد، به طوری که از هیچ مسیری دو دفعه عبور نکنیم؟



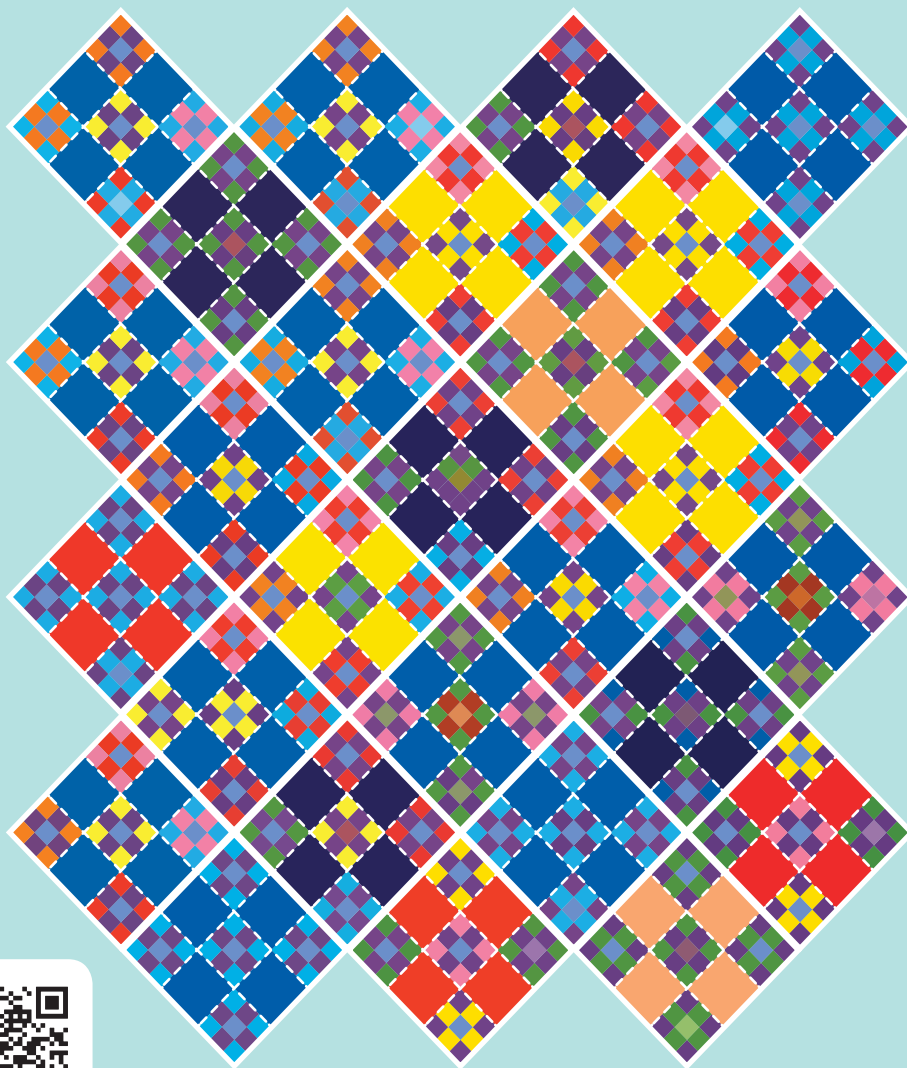
برای دیدن پاسخ
بارکد را اسکن
کنید.



پازلی فکر کنید

پازل کاشی

در خانه ریاضیات یک تابلوی کاشی کاری معماری ایرانی روی دیوار قرار دارد. فقط دو تا از ۲۸ کاشی‌های مربعی به طور یکسان رنگ شده‌اند. دو کاشی مربعی را پیدا کنید.





مکعب ۴۸ تکه

پری حاجی‌خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

این مکعب با استفاده از ۴۸ برگ کاغذ ۷×۷ سانتی‌متر ساخته شده است. هر برگ پس از تا خوردن به شکل یک متوازی‌الاضلاع درمی‌آید. اگر کمی با دقت به تصویر نگاه کنید می‌توانید متوازی‌الاضلاع‌ها را ببینید.



برای مشاهده
مراحل ساخت
این حجم زیبا
نشانه را اسکن
کنید



سفر به دنیای اندیشه با کتاب‌های انتشارات مدرسه



«انتشارات مدرسه» در موضوعات قرآن و معارف اسلامی، ادبیات و هنر، دانش و فناوری و کمک آموزشی برای همه گروه های سنی به ویژه دانش آموزان دوره متوسطه کتاب منتشر می کند. برای دسترسی به کتاب های انتشارات مدرسه، علاوه بر مراجعه به کتابفروشی های معتبر سراسر کشور می توانید جهت دریافت کتاب در محل مورد نظرتان، به سایت www.eboofe.ir مراجعه کنید. اگر مایل به مطالعه «کتاب الکترونیک» هم هستید، لینک دریافت نرم افزار کتابخوان انتشارات مدرسه از طریق همین سایت قابل دریافت است.



www.madresehpublishing.com

جهت ارتباط با ما در شبکه‌های اجتماعی، روزی ۲۴ ساعت و ۷ روز هفته را اسکن نمایید.

دشمنی تهران: خیابان شهید ادرسی، پلاک ۱۰، تهران، ایران. شماره تماس: ۰۲۱-۸۸۸۸۸۸۸۸

تلفون: ۸۸۸۰۰۳۲۶-۹ دورنویس (فائیس): ۸۸۹۰۳۸۰۹