

محاسبات شطرنجی

گفت وگو با مهرگان غفوری منش
دانش آموزی که با ریاضیات
شطرنج بازی می کند.
صفحه ۲۷ را بخوانید.



جعبه سازی باریگامی



برای مشاهده
مراحل ساخت
جعبه باز کد مقابل
را اسکن کنید.



علم ارنیسه‌ای با ارزش، و ادب
زیوری نیکو، و اندیشه آینه‌ای
صاف، و پوزش خواستن هشدار
دهنده‌ای دلسوز است. و برای
با ادب بودند همین بس که
آنچه برای خود دوست نداری، در
حق دیگران روا نداشته باشی.

امیرالمؤمنین (ع)

«أمانی طوسی، ج ۱، ص ۱۱۴، ج ۲۹؛

بحارالأنوار، ج ۱، ص ۱۶۹، ج ۲۰»

در این ماه: اسفند ۹۸

پنجم: بزرگداشت خواجه نصیرالدین طوسی؛

ششم: ولادت حضرت امام محمد باقر (ع) (۵۷ ه.ق)؛

هشتم: شهادت حضرت امام علی النقی الهادی (ع)

(۲۵۴ ه.ق)؛

یازدهم: ولادت حضرت امام محمد تقی (ع) (۹۵ ه.ق)؛

هجدهم: ولادت حضرت امام علی (ع) و آغاز ایام

البیض (اعتکاف)؛

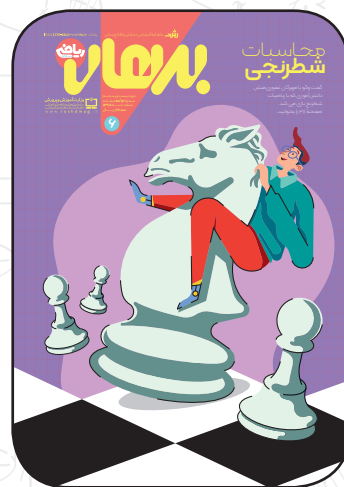
بزرگداشت سید جمال الدین اسدآبادی؛

بیستم: وفات حضرت زینب (س) (۶۲ ه.ق)؛

بیست و پنجم: بزرگداشت پروین اعتصامی؛

بیست و نهم: روز ملی شدن صنعت نفت ایران

(۱۳۲۹ ه.ش).



تصویر روی جلد به مطلب «گفت‌وگو روی صفحه شطرنج» ارتباط دارد، که گفت‌وگویی است با مهرگان غفوری‌منش دانش‌آموز پایه نهم دبیرستان متوسطه اول که با استفاده از محاسبات ریاضی شطرنج بازی می‌کند و دارای رتبه در این بازی است. صفحه ۲۷ را بخوانید.

یادداشت سردبیر و قتش

رسیده: قلم را بردارید! / حسین نامی ساعی / ۲

ریاضیات و مدرسه چگونه درست

بنویسیم؟ / داود معصومی مهوار / ۳

بین یا غیر بین؟ مسئله این است! / فرهاد ایرانی / ۴

چگونه درست محاسبه کنیم؟ / داود معصومی مهوار / ۶

بساز، پیکر کلاس / هوشمند حسن‌نیا، ایرج نوروزی / ۷

ریاضیات و مسئله یک مسئله، چند راه حل / فرشاد

گرمارودی / ۸

ذوق زدگی / مجید منشوری / ۱۰

گزارش معمای نخود و خلال دندان / محمد حسین دیزجی / ۱۲

معرفی کتاب خوارزمی / جعفر رتانی / ۱۵

ریاضیات و تاریخ ابوریحان بیرونی / هوشنگ شرقی / ۱۶

ریاضیات و کاربرد احتمال مهار پناالتی / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۸

مساحت پوشش استخر پلیمری / قاسم حسین قنبری / ۲۲

ریاضیات و محیط زیست ریاضی در باغچه مدرسه / ژما جواهری پور / ۲۰

ریاضیات و بازی بازی‌های اندرویدی: پازل فولدینگ / کیمیا هاشمی / ۲۴

کدام تاس؟ / زهره پندی / ۲۶

گفت‌وگو گفت‌وگو روی صفحه شطرنج / سیاوش کیانی / ۲۷

ریاضیات و سرگرمی ریاضی دانان / احمد حافظ پور / ۳۰

من دروغ گو هستم / شراره تقی دستجردی / ۳۲

طبیعت، ریاضیات و فناوری / فاطمه درویشی / ۳۴

جعبه هشت پهلو / پری حاجی خانی / ۳۶

سس سفید سودآور / زهرا باقری / ۳۸

پازلی فکر کنید / کیمیا هاشمی / ۳۹

عجایب توان / دکتر محمد حسن بیژن زاده / ۴۰

شرایط ارسال مطالب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فناوری / تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران: صندوق پستی ۶۵۴۷-۱۵۸۷۵ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



برخیز که می‌رود زمستان بگشای در سرای بستان
برخیز که باد صبح نوروز در باغچه می‌کند گل افشان
سعدی شیرازی / پیشاپیش بهار تان مبارک

وقتش رسیده؛ قلم را بردارید!

دوستان عزیز من سلام، صاحبان اصلی مجله برهان، سلام!

اولاً، حالتان چطور است؟ با درس هایتان چه می‌کنید؟؛ به خصوص با درس ریاضیات؟ چه مطالبی می‌خوانید؟ چه چیزهایی می‌نویسید؟ و...

ثانیاً، چرا برای مجله خودتان نمی‌نویسید؟ چرا فقط برهان برای شما می‌نویسد و یک طرفه با شما صحبت می‌کند؟ برهان هم دوست دارد نوشته‌های شما را بخواند و صحبت‌های شما را بشنود مضافاً اینکه اصلاً به هم‌فکری و مشورت شما نیاز دارد.

پس قلم و کاغذتان را بردارید و بنویسید. از تجربه‌های خوب دانش‌آموزی‌تان، از کلاس درس ریاضیات، از کشفیات و ایده‌های خوب ریاضی، از کاربرد ریاضی در گوشه گوشه زندگی‌تان، از کارها و فعالیت‌های گروهی که درباره ریاضی در مدرسه انجام می‌دهید، و خلاصه از هر آنچه درباره ریاضیات است.

هیچ چیزی لذت نوشتن یک مطلب خوب را ندارد. و از آن بیشتر، لذت دیدن اسم خودتان در یک مجله خوب را. پس قول بدهید که برای ما بنویسید. ما هم به شما قول می‌دهیم، نوشته‌های خوبتان را چاپ کنیم.

یک خاطره شیرین

دانش‌آموز سال نهم دوره راهنمایی (سابق) بودم. زمستان بود زنگ سوم مدرسه و به اصطلاح زنگ رفتن به خانه به صدا در آمد. در زمانی کمتر از یک دقیقه تمام کلاس‌ها و مدرسه خالی از دانش‌آموز و معلم شد! من هم در حالی که کیف سنگینم را بر دوشم می‌کشیدم، به سرعت و یک راست از مدرسه به سمت دکه روزنامه فروشی محمود آقا رفتم که نزدیک مدرسه بود. از محمود

آقا پرسیدم: مجله «ریاضی هنر است» هنوز نیامده؟

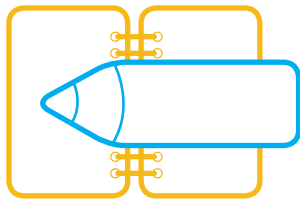
همین که خواست جوابم را بدهد، سر و کله ماشین توزیع روزنامه و مجله پیدا شد. محمود آقا به من نگاهی کرد و گفت: «ماشین آمد، صبر کن ببینم قرار بود امروز مجله «ریاضی هنر است» را بیاورد.» در حین تحویل گرفتن روزنامه‌ها و مجله‌ها، یکدفعه چشمم هر دوی ما به مجله «ریاضی هنر است» افتاد و هر دوی ما خوشحال شدیم. محمود آقا بسته مجله را به من داد و گفت: «باز کن و یکی از آن بردار.»

بسته را باز کردم و یک مجله برداشتم و تند تند و بی‌صبرانه شروع به ورق زدن کردم. یکباره چشمم به اسم خودم در کنار مطلبی افتاد که چاپ شده بود. از خوش حالی در پوستم نمی‌گنجیدم. نمی‌دانستم چه کنم. هر ۲۰ نسخه مجله را برداشتم و همه را یکجا خریدم.

به دایی، خاله و حتی به مادر بزرگم که سواد خواندن و نوشتن نداشت، و معلم و دوستانم، هر کدام یک مجله دادم. تا به این لحظه هیچ وقت خوش حالی آن روز را فراموش نکرده‌ام؛ شادی چاپ شدن اولین مطلبم را. پس شما هم قلم را بردارید و زود دست به کار شوید و مطالب خوبتان را برای برهان بفرستید، بله! ما هم به شما قول می‌دهیم حتماً نوشته‌های خوبتان را چاپ کنیم تا شما هم لذت چاپ آن را ببرید! منتظر مطالب خوبتان هستیم

همراهان خوبم، هجدهم اسفند ماه مصادف است با ولادت حضرت امیرالمؤمنین علی (ع). این روز خجسته را به شما تبریک می‌گویم. حضرت علی (ع) درباره نوشتن می‌فرماید: «کتاب الرجل عنوان عقله و برهان فضله». نوشته انسان نشانه خرد و دلیل فضل اوست. (غرر الحکم و دررالکلم، ج ۱، ص ۶۰). خدائگهار تان

حسین نامی‌ساعی



قسمت ششم ● داود معصومی مهوار

چگونه درست بنویسیم؟

تقسیمی که تعریف نشده!

این مسئله ساده و راه‌حلی را که برای آن نوشته شده است، ببینید.

حمید و بهرام به ترتیب ۱۰ و ۱۴ میلیون تومان سرمایه داشتند. پس از چهار ماه کار، سرمایه حمید ۶۰ درصد رشد کرد و بهرام نیز در همین مدت با تجارت ۳۰ درصد سرمایه خود را افزایش داد. نسبت سود بهرام به سود حمید چقدر است؟

$$\frac{\text{سود بهرام}}{\text{سود حمید}} = \frac{14 \times 0.30}{10 \times 0.60} = \frac{4.2}{6} = 0.7$$

سود بهرام ۰/۷ سود حمید است.

راه‌حل بالا اشتباه بزرگی مرتکب شده است. این بخش را با دقت بیشتری نگاه کنید:

$$\frac{\text{سود بهرام}}{\text{سود حمید}} = \frac{14 \times 0.30}{10 \times 0.60}$$

اینکه « $14 \times 0.30 = \text{سود بهرام}$ » است، جمله‌ای کاملاً درست است. همچنین « $10 \times 0.60 = \text{سود حمید}$ » نیز جمله‌ای درست است. اما تقسیم این دو جمله بر هم معنا ندارد. تقسیم دو عدد معنی دارد (مگر اینکه مخرج صفر باشد)، ولی تقسیم دو جمله خبری معنی ندارد و تعریف نشده است.

این جور نوشتن بی‌معنی است. سهل‌انگاری و اشتباه بزرگی است. هر جور که می‌نویسید، چه ابتکار خودتان باشد و چه آن را جایی دیده باشید، نباید شامل اشتباهی به این بزرگی باشد. هیچ‌کس در هیچ شرایطی نباید چنین چیزی بنویسد.

حالا راه‌حل اصلاح شده را ببینید:

$$\frac{\text{سود بهرام}}{\text{سود حمید}} = \frac{14 \times 0.30}{10 \times 0.60} = \frac{4.2}{6} = 0.7$$

سود بهرام ۰/۷ سود حمید است.

حالا شما راه‌حل مسئله زیر را اصلاح کنید:

مساحت دایره‌ای به قطر ۲۰ سانتی‌متر چند برابر مساحت مربعی به ضلع ۲۰ سانتی‌متر است؟

$$\frac{\text{مساحت دایره}}{\text{مساحت مربع}} = \frac{100 \times 3.14}{400} = \frac{3.14}{4} = 0.785$$

پس مساحت دایره‌ای به قطر ۲۰ سانتی‌متر ۰/۷۸۵ برابر مساحت مربعی به ضلع ۲۰ سانتی‌متر است.

همیشه به آنچه که می‌نویسید، فکر کنید. سر و ته نوشته خود را بخوانید و ورنه‌انداز کنید تا اشکال‌های احتمالی نهفته در آن را بیابید.

پرسش: در راه‌حل مسئله دوم عدد ۱۰۰ در $3/14$ ضرب نشده است. به جای این کار عدد ۱۰۰ با عدد ۴۰۰ (در مخرج) دیده شده است. در مسئله نخست هم اگر کار مشابهی انجام می‌شد، بهتر بود. یعنی بهتر بود که ۱۴ در 0.3 ضرب نمی‌شد. به جای این کار چه کار بهتری باید انجام می‌شد؟

فرهاد ایرانی یاغیرتین

مسئله این است!

(قسمت دوم)

در

قسمت

قبل دیدیم که

مثلث‌هایی هستند با

دو ضلع و یک زاویه غیربین

برابر که هم‌نهشت نیستند. اکنون

می‌خواهیم به این موضوع قدری دقیق‌تر

نگاه کنیم. بیایید با یک فعالیت شروع کنیم.

فعالیت: مثلث ABC را به گونه‌ای رسم کنید که:

$$AB = ۸\text{cm}, BC = ۵\text{cm}, \angle B = ۶۰^\circ$$

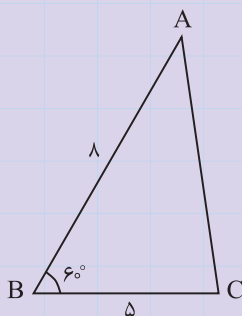
به نظر می‌رسد کار آسانی است. دو ضلع (AB و BC) و زاویه

بین آن‌ها (B) را داریم و می‌خواهیم مثلث را رسم کنیم. به سادگی

ابتدا AB (یا BC) را رسم می‌کنیم. سپس زاویه $B = ۶۰^\circ$ را روی آن با نقاله

جدا می‌کنیم. در ادامه پاره‌خطی مساوی ضلع دیگر (BC یا AB) رسم و انتهای دو

ضلع را به هم وصل می‌کنیم (شکل ۱).



شکل ۱

اگر اندازه‌ها را با دقت گرفته باشید، می‌بینید که

طول AC هم دقیقاً مساوی ۷ سانتی‌متر

می‌شود (دلیل این موضوع را در

سال‌های بالاتر خواهید دید).

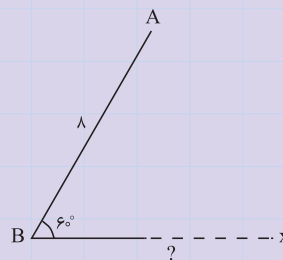
همان‌طور که می‌بینید،

وقتی دو ضلع و

زاویه بین

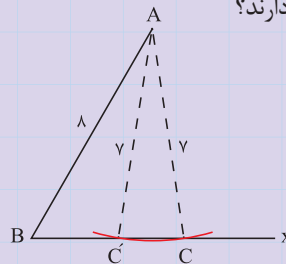
از مثلثی مشخص است، یک مثلث
 «یکتا» رسم می‌شود و اگر این مثلث را
 هر جای دیگر از صفحه هم، هر چند بار رسم
 کنید، مثلثی با همین اندازه‌ها خواهید داشت که با
 مثلث بالا «هم‌نهشت» خواهد بود. اما حالا فرض کنید
 می‌خواهیم مثلث ABC را رسم کنیم که در آن داریم:
 $AB = ۸\text{cm}$ ، $AC = ۷\text{cm}$ و $\angle B = ۶۰^\circ$ (دو ضلع و زاویه غیربین). البته
 الان اندازه BC را نمی‌دانیم! (شاید ۵cm باشد، ولی مطمئن نیستیم!) و
 تنها طول‌های AB و AC و اندازه زاویه B را می‌دانیم.
 این بار ابتدا AB را می‌کشیم. سپس زاویه B را روی نقطه B با یک ضلع AB و
 مساوی ۶۰° رسم می‌کنیم. ضلع دوم این زاویه نیم‌خطی است که نقطه C روی آن قرار
 دارد (شکل ۲).

شکل ۲



نقطه C جایی روی این نیم‌خط است که از A ، ۷ سانتی‌متر فاصله دارد. این موضوع چه کمکی به یافتن جای C می‌کند؟ بله
 اینجاست که می‌توان از پرگار استفاده کرد! اگر دهانه پرگار را به اندازه ۷ سانتی‌متر باز کنیم، سوزن پرگار را در A قرار دهیم و کمانی
 بزنیم (شکل ۳)، نقطه برخورد این کمان با نیم‌خط Bx چه خاصیتی دارد؟
 نقطه‌های C و C' روی Bx ، از A چه فاصله‌ای دارند؟

شکل ۳

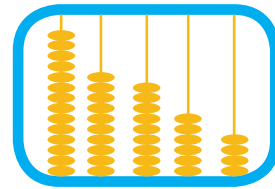


به نظر می‌رسد که به این ترتیب مسئله دو جواب دارد! یعنی مثلث‌های ABC و ABC' ، هر دو دارای دو
 ضلع به طول‌های ۸ و ۷ و یک زاویه ۶۰° ($\angle B$) هستند. اگر طول‌های BC و BC' را با خط‌کش
 اندازه‌گیری کنید، نتایج جالبی به دست می‌آید: $BC = ۵\text{cm}$ و $BC' = ۳\text{cm}$ یعنی دقیقاً دو مثلث
 با ضلع‌های $AB = ۸$ ، $AC = ۷$ و $\angle B = ۶۰^\circ$ داریم! و بنابراین دو مثلث متفاوت (غیرهم‌نهشت)
 با این مشخصات وجود دارد.

مثال دوم از قسمت اول این مقاله (شماره قبل) را ببینید. چه شباهتی با این
 مسئله دارد؟

سؤال: در چه صورت ممکن است وقتی اندازه‌های AB ، AC و $\angle B$ را
 داریم، مسئله تنها یک جواب داشته باشد؟ آیا می‌توانید از آنجا
 یک حکم درباره هم‌نهشتی مثلث‌ها بیان کنید؟

چگونه درست محاسبه کنیم؟



کم فکر کردم؛ خوب ساده نکردم!

● داود معصومی مهوار قسمت ششم

$$\frac{(yb) \times (ya) \times 1}{yc} = \frac{b \times a}{c} \text{ است. پس برابری}$$

نیز درست است. توجه می‌کنیم که $2 \times 0/5 = 1$ است پس می‌توانیم نتیجه بگیریم:

$$\frac{(yb) \times (ya) \times (y \times 0/5)}{yc} = \frac{b \times a \times 0/5}{c}$$

روشن است که خطا کرده‌ایم. دو عدد $\frac{b \times a}{c}$ و $\frac{b \times a \times 0/5}{c}$ نمی‌توانند با هم برابر باشند.

۳. در هر کسر ساده‌ای می‌توان با چنین اشتباهی به نتیجه اشتباه دیگری رسید. مثلاً در کسر $\frac{2}{b}$ هم صورت و هم مخرج کسر را در عدد یک ضرب می‌کنیم و داریم $\frac{2 \times 1 \times 1}{1 \times b}$ و باز هم توجه می‌کنیم که یک دو برابر $0/5$ است. پس داریم:

$$\frac{(2 \times 1) \times 1}{2 \times 0/5 \times b} = \frac{(y \times 1) \times (y \times 0/5)}{y \times (0/5 \times b)} = \frac{(1) \times (0/5)}{0/5 \times b} = \frac{(0/5)}{0/5 \times b} = \frac{1}{b}$$

می‌بینید؟ اثری از ۲ در صورت نماند.

همیشه به چیزی که می‌نویسید خوب فکر کنید.

فکر کنید:

۱. کسی که محاسبات الف را انجام داده است، استدلال‌های ما را دیده است و حرف جدیدی دارد. او می‌گوید محاسبات من برای وقتی درست است که در صورت دو بار k داشته باشیم و در مخرج یک بار. ولی شما در دلیل دوم خود در صورت سه بار k دارید و در دلیل سومتان هم در صورت یک بار k دارید و در واقع این دلایل شما اصلاً درباره محاسبات من چیزی برای گفتن ندارند. نظر شما چیست؟

۲. راستش را بخواهید حتی اگر $k=1$ هم نباشد برابری $\frac{kb \times ka}{kc} = \frac{ba}{c}$ می‌تواند درست باشد. می‌دانید در چه شرایطی؟

چنین اشتباهی بسیار رخ داده است؛ ببینید:

$$\frac{1\% \times 4\%}{1\%} = \frac{1 \times 4}{1} = 4 \text{ یا } \frac{(kb) \times (ka)}{kc} = \frac{b \times a}{c}$$

معمولاً در چنین مواردی تذکر می‌دهند

که برابری $\frac{kb \times ka}{kc} = \frac{ba}{c}$ درست نیست و برابری‌های الف درست نیستند بلکه

$$\frac{kb \times ka}{kc} = \frac{kba}{c} \text{ درست است. این تذکر}$$

خود خالی از اشکال نیست. زیرا برابری

$$\frac{kb \times ka}{kc} = \frac{ba}{c} \text{ گاهی درست است. مثلاً}$$

وقتی که $k=1$ باشد. (می‌توان ثابت کرد که

$$\text{برابری } \frac{kb \times ka}{kc} = \frac{ba}{c} \text{ تنها در حالتی درست است که } k=1 \text{ باشد.})$$

اما بهتر این است که به دلایل نادرستی برابری‌های الف بپردازیم.

۱. خیلی سراسرست مقدار دو طرف برابری را

$$\text{محاسبه می‌کنیم: } \frac{10 \times 40}{10} = \frac{400}{10} = 40 \neq 4$$

روشن است که ۴ و ۴۰ با هم برابر نیستند.

از طرفی همین نابرابری یک مثال نقض

است و ثابت می‌کند که درستی برابری

$$\frac{(kb) \times (ka)}{kc} = \frac{b \times a}{c} \text{ همیشگی نیست.}$$

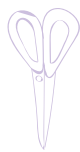
$$۲. \text{گیریم که } \frac{(kb) \times (ka)}{kc} = \frac{b \times a}{c} \text{ درست}$$

باشد و هم چنین فرض می‌کنیم که k برابر

۲ باشد. در این صورت باید داشته باشیم

$$\frac{(yb) \times (ya)}{yc} = \frac{b \times a}{c} \text{ اما یادمان هست}$$

حاصل ضرب یک در هر عددی برابر با همان عدد



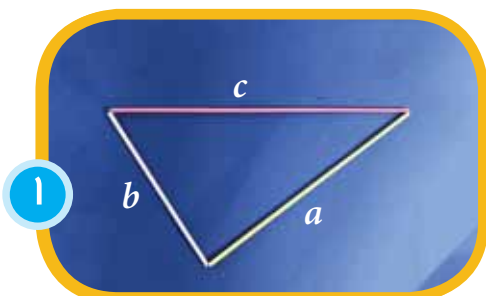
دست‌سازه‌هایی برای کلاس ریاضی هوشمند حسن‌نیا، ایرج نوروزی

قسمت ششم

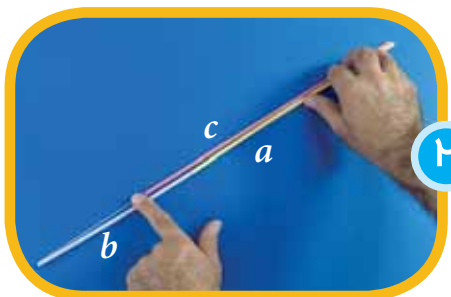
بساز ببر کلاس



وسایل لازم



۱



۲

● بین و فکر کن

● یک لحظه فکر کن و بین موضوعی با عنوان «نامساوی مثلث» را به یاد می‌آوری؟
بله! نامساوی مثلث می‌گوید: «در یک مثلث، مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است.»
آیا رابطه‌ای بین شکل‌های ۱ و ۲ و نامساوی مثلث مشاهده می‌کنی؟
با توجه به شکل‌های ۱ و ۲، آیا با نامساوی الف موافق؟

$c - b < a$ (نامساوی الف)

چطور می‌توان با دست‌سازه شکل ۲، نامساوی الف را نمایش داد؟

● بساز و ببر

دست‌سازه بالا حتماً برای دوستان جالب خواهد بود. با دنبال کردن نشانک روبه‌رو ویدیویی را می‌بینی که روش ساختن دست‌سازه بالا در آن مرحله به مرحله توضیح داده شده است.



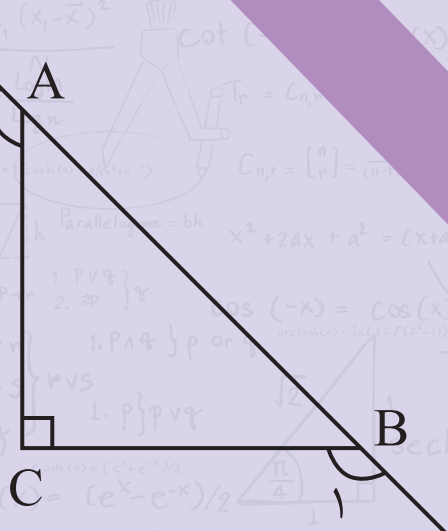


یک مسئله چند راه حل

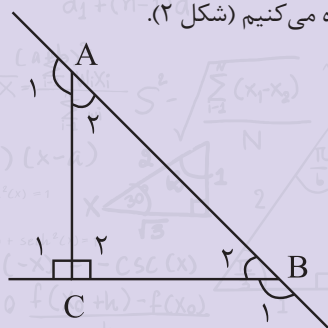
فرشاد گرامرودی

مسئله: در شکل ۱، مجموع
زاویه‌های A و B را
به دست آورید.

شکل ۱



راه حل: برای اینکه فرایند حل مسئله را بهتر نشان دهیم، از نام‌گذاری‌های
دیگری نیز استفاده می‌کنیم (شکل ۲).



شکل ۲

اکنون می‌کوشیم به کمک داده‌های مسئله، اطلاعات یا رابط‌های جدید به
دست آوریم. همان‌طور که می‌دانید، مجموع زاویه‌های مثلث 180° است.
با توجه به قائمه بودن زاویه C خواهیم داشت:

$$\hat{A}_r + \hat{B}_r + \hat{C}_r = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_r + \hat{B}_r = 180^\circ - \hat{C}_r$$

$$\Rightarrow \hat{A}_r + \hat{B}_r = 180^\circ - 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_r + \hat{B}_r = 90^\circ$$



از رابطه به دست آمده در راحل اول و راحل دوم استفاده خواهیم کرد.

راحل اول: با استفاده از زاویه نیم صفحه

در رأس های A و B، زاویه های نیم صفحه داریم. در رأس A، زاویه های $\hat{A}_1$ و $\hat{A}_2$ ، و در رأس B، زاویه های $\hat{B}_1$ و $\hat{B}_2$ مکمل اند. رابطه های زیر را برای زاویه های مکمل می نویسیم و با جمع کردن دو رابطه، $\hat{A}_1 + \hat{B}_1$ را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 180^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 &= 180^\circ \\ \hline \hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B}_2 &= 360^\circ\end{aligned}$$

با توجه به اینکه $\hat{A}_2 + \hat{B}_2 = 90^\circ$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + 90^\circ &= 360^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 360^\circ - 90^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 &= 270^\circ\end{aligned}$$

راحل دوم: با استفاده از زاویه خارجی

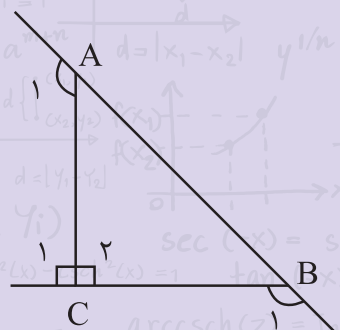
می دانیم زاویه خارجی یک مثلث با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن برابر است. با کمک این موضوع، برای دو زاویه خارجی $\hat{A}_1$ و $\hat{B}_1$ رابطه های زیر را می نویسیم و با جمع کردن این دو رابطه، $\hat{A}_1 + \hat{B}_1$ را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 &= \hat{B}_2 + 90^\circ \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_2 + 90^\circ \\ \hline \hat{A}_1 + \hat{B}_1 &= \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ + 180^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 &= 270^\circ\end{aligned}$$

راحل سوم: با استفاده از مجموع زاویه های خارجی مثلث

می دانیم که مجموع زاویه های خارجی یک مثلث برابر 360° است. با توجه به شکل ۳ خواهیم داشت:

شکل ۳



$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 &= 360^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 360^\circ - 90^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 &= 270^\circ\end{aligned}$$



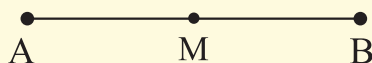
ذوق زندگی باط مجید منشوری عمود منصف!

همیشه زنگ هندسه را دوست داشتم

اول به خاطر اینکه مطالبی را که قرار بود یاد بگیریم، با رسم شکل می‌دیدیم. دوم به خاطر اینکه معلم ما را به گروه‌های سه نفری تقسیم و سؤالی را مطرح می‌کرد. ما اجازه داشتیم با هم در مورد راه‌حل هم‌فکری کنیم. راستی من (مجید)، وحید و احسان هم گروه بودیم. ماجرا از این قرار بود: معلم وارد کلاس شد و شروع به طرح سؤال کرد: «عمود منصف چیست؟»
خب بدون معطلی شروع به گفت‌وگو کردیم:
احسان گفت: «خطی که خطی را نصف می‌کند، عمود منصف است.»

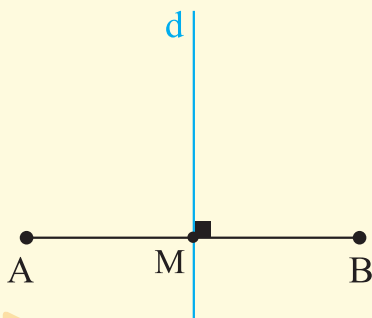
من پرسیدم: «چطور می‌شه خط را نصف کرد؟» وحید گفت: «درسته: خط رو نمی‌شه نصف کرد. عمود منصف خطیه که یک پاره‌خط رو نصف می‌کنه و بر آن عموده.»
من گفتم: مثل شکل ۱ که خط d بر AB عمود است و آن را نصف کرده است.
به زبان ریاضی.

$$d \perp AB, AM = MB$$



شکل ۲

و گفت: «به کمک خط‌کش، طول پاره‌خط AB رو به دست می‌یاریم و به اندازه نصف اون از A یا B جدا می‌کنیم. نقطه M وسط پاره‌خط AB اس. حالا کافیه خطی رو بر AB عمود کنیم که از M بگذره.»
و خط d را مانند شکل ۳ رسم کرد.



شکل ۳

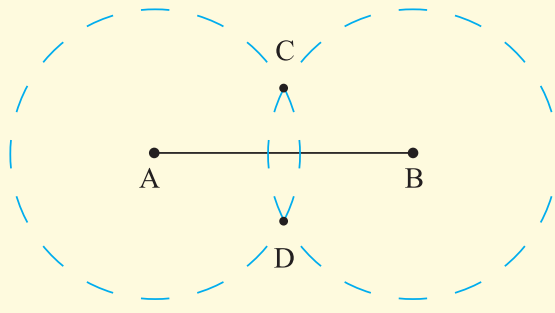


شکل ۱

از معلم خواستیم که تا اینجا جواب ما را ببیند. معلم گفت: آفرین بچه‌ها، شما مسئله رو فهمیدید. حالا برید سراغ سؤال بعدی: چطور می‌توان عمود منصف پاره‌خط را رسم کرد؟
احسان خیلی سریع گفت: «خب کاری نداره، خطی بر پاره‌خط عمود می‌کنیم که از وسط آن بگذره.» من گفتم: «برای پیدا کردن وسط یک پاره‌خط باید طولش را بدونیم تا وسطش را بشه تعیین کرد.»
احسان گفت: «خب کاغذ را طوری تا می‌زنیم که دو سرش روی هم بیفته. در این صورت محل برخورد تا و پاره‌خط، آن را

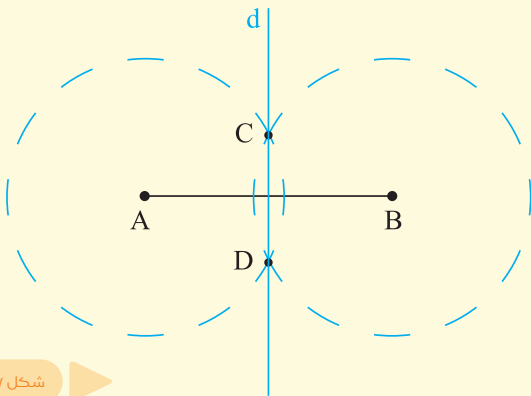


همه گفتیم: «دقیقاً» و من ادامه دادم: «کافیه دو دایره با شعاع برابر و به مرکز A و B رسم کنیم که یکدیگر رو قطع کنند. در این صورت محل برخورد دو دایره، دو نقطه با شرایط دلخواه به ما می‌ده.» و شکل را به صورت شکل ۶ کامل کردم و گفتم: واضح که: $DA=DB=CA=CB$ چون شعاع دایره‌هایی هستند که به مرکزهای A و B رسم شدن.»



شکل ۶

احسان گفت: «پس C و D روی عمودمنصف AB قرار دارن. کافیه خطی رو رسم کنیم که از C و D می‌گذره.»



شکل ۷

این بار لبخند معنی‌داری از روی موفقیت به هم زدیم و معلم را صدا کردیم. ایشان با دیدن راه‌حل ما دستی بر شانه و سر ما کشیدند و گفتند: «می‌دونستم موفق می‌شید! فقط سؤال آخر: شعاع دایره‌هایی که از A و B رسم می‌کنید، چه ارتباطی با طول پاره‌خط AB دارن؟»

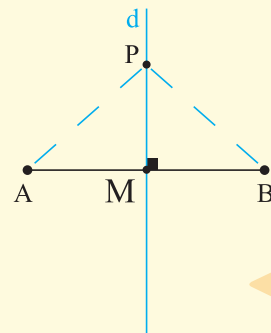
این را پرسیدند و رفتند. من و وحید و احسان با زیرکی به هم نگاه کردیم و جواب از ذهنمان گذشت.

راستی به نظر شما بین طول پاره‌خطی که می‌خواهیم عمودمنصف آن را رسم کنیم و شعاع دایره‌هایی که از A و B رسم می‌کنیم، چه رابطه‌ای وجود دارد؟

احسان پرسید، «خب d رو چه‌طور بر AB عمود می‌کنیم؟» من گفتم: «زاویه AMB نیم صفحه یا 180° درجه اس. کافیه نیم‌ساز اون رو رسم کنیم. چون نیم‌ساز زاویه نیم‌صفحه در رأس زاویه، بر اون عموده.»

بار دیگر معلم را صدا زدیم. با مهربانی توضیحات ما را شنید و گفت: «طریقه رسم نیم‌ساز یک زاویه رو می‌دانید؟» گفتیم: «نه!» معلم ادامه داد: «پس از یه راه دیگه عمودمنصف رو رسم کنید که به رسم نیم‌ساز نیاز نباشه.» کم‌کم داشتیم کلافه می‌شدیم. احسان گفت: «بیایید ببینیم عمودمنصف چه خاصیتی داره.» وحید گفت: «خب این رو که همان اول گفتیم. خطی که پاره‌خط رو نصف و بر اون عموده.» احسان گفت: «آفرین به تو! اما این تعریفه.» من گفتم: «برای رسم یک خط به دو نقطه از اون خط نیاز داریم.»

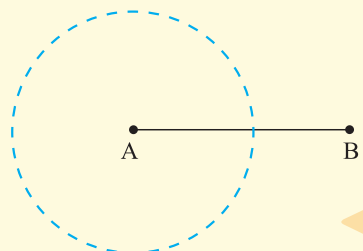
وحید گفت: «در این صورت کافیه دو نقطه از عمودمنصف رو مشخص کنیم و بعد اون‌ها رو به هم وصل کنیم.» من گفتم: «بهتره ببینیم یه نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط چه خاصیتی داره؟» و دست به کار رسم شکل ۴ شدم.



شکل ۴

و ادامه دادم:

«اگه نقطه P روی عمودمنصف AB باشه، دو مثلث PAM و PBM به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت هستند. این موضوع رو در کتاب درسی خونده بودیم. کافیه نقطه‌هایی رو پیدا کنیم که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله هستن.» احسان گفت: «اگه دایره‌ای به مرکز A رسم کنیم، تمام نقطه‌های روی دایره از A به یک فاصله‌اند؛ درسته؟»



شکل ۵



معمای نخود و خلال دندان

عکاس: غلامرضا بهرامی

محمدحسین دیزجی

گزارشی از یک کلاس درس ریاضی مدرسه فرزنانگان ورامین

هنوز چند دقیقه تا پایان کلاس درس ریاضی باقی بود که خانم اسدی به بچه‌ها گفت: «برای جلسه بعد، هر کدام با خودتان مقداری نخود خیس کرده و تعدادی خلال دندان به کلاس بیاورید.» اگر گفته بود برای جلسه بعدی یک گونی، یک نقاله، دو تا خط کش کوتاه و بلند یا چیزهایی شبیه این بیاورید، کسی تعجب نمی‌کرد. ولی کلاس درس ریاضی خانم اسدی همیشه برای ما جالب، جذاب و شگفت‌انگیز است. من، زهرا، مریم، سارا و بقیه بچه‌ها برای جلسه بعد درس ریاضی هر کدام با مقداری نخود خیس خورده که کمی نرم شده بود، با تعداد زیادی چوب خلال دندان در کلاس درس حاضر شدیم. راستی تا یادم نرفته باید بگویم ما در پایه هفتم دبیرستان دخترانه فرزنانگان ورامین درس می‌خوانیم. با ما به کلاس درس بیایید تا خودتان ببینید خانم زهرا اسدی این بار چه فکری در ذهنش برای تدریس ریاضی دارد. از همان اول که وارد کلاس شدیم، خانم گفته بود که در گروه‌های چند نفری دور هم بنشینیم. نخودها و خلال‌ها را هم روی میز بگذاریم. یک اطلاعات اولیه‌ای درباره حجم‌های هندسی در ریاضی به ما داده بود و حالا ما منتظر بودیم که خانم بگوید ما باید چکار کنیم. بعد از اینکه گروه‌بندی تمام بچه‌ها کامل شد، خانم وسط کلاس ایستاد و پرسید: «مثلاً با هرم چه فرقی دارد؟» من دست بالا بردم و گفتم: «مثلاً روی یک سطح است و با سه خط درست می‌شود، اما هرم از سطح فراتر و چندبعدی است و حجم دارد. مثل اهرام ثلاثه که در مصر هست.» خانم گفت: «آفرین! حالا می‌خواهیم به کمک این نخودها و خلال‌هایی که در اختیار داریم، شکل‌های حجمی بسازیم؛ هر چیزی که به ذهنتان می‌رسد. فقط حجم باشد، بقیه‌اش مهم نیست.» کلاس همه‌مه شد. من، زهرا آذری جعفری، مریم، فاطمه، سارا و سوگند شروع کردیم. گروه بودیم و حق داشتیم با هم مشورت کنیم. از نخودها برای اتصال خلال‌ها استفاده می‌کردیم. من یک مکعب مربع درست کردم که رأس‌های آن نخود و یال‌های آن خلال بودند. هر گروه مشغول بود و ما زمان مشخصی داشتیم.



زهرا اسدی



خودش سوژه جالبی به نظر می‌رسید. خلاصه جلسه بعد، هرکسی از هر جا توانسته بود، از پارک محله، خیابان، آشپزخانه منزل، محل کار پدر و هر جای دیگری، شکل‌های حجمی پیدا کرده و از آن‌ها فیلم یا عکس گرفته و آورده بود.

• سوگند تو برای ما بگو وقتی با آن عکس‌ها و فیلم‌ها به کلاس آمدید، چه اتفاقی افتاد؟

سوگند سیاه‌منصوری: خانم همه فیلم‌ها و عکس‌ها را از بچه‌ها گرفت و در کلاس پخش کرد. ما با کارهای هم بیشتر آشنا شدیم. بچه‌ها ایده‌های قشنگی داشتند. با دیدن فیلم‌ها، با شکل‌های جالبی آشنا شدیم. این جلسه خانم یکی دو بازی دیگر هم برای بچه‌ها آماده کرده بود که برای ما جالب بود. در بازی اول خانم یک کیسه بزرگ آماده کرده بود که داخل آن پر بود از وسایل حجمی کوچک یا بزرگ. مثلاً یک تیلۀ کوچک در کنار یک توپ پینگ‌پنگ و از یک پاک‌کن به شکل مکعب مستطیل گرفته تا قوطی استوانه‌ای صندوق یک مؤسسه خیریه. حالا خانم زمان می‌گرفت و می‌گفت از هر گروه یک نفر بیاید و بدون آنکه داخل کیسه را ببیند و فقط با حس لامسه، وسیله‌ای را بیرون بیاورد که مکعب مستطیل باشد. این بازی با شکل‌ها ادامه یافت و دقت ما روی وسایل و شکل‌ها بیشتر شد.

• سارا شنیدم شما از بازی پانتومیم هم برای یادگیری شکل‌های حجمی استفاده کردید. تو برای ما از این موضوع بگو.

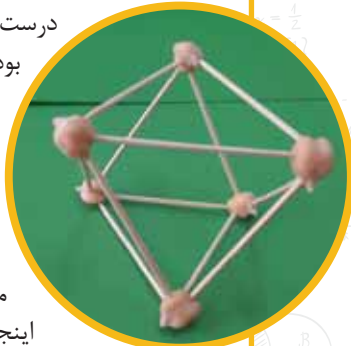
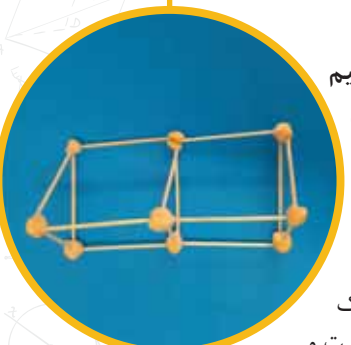
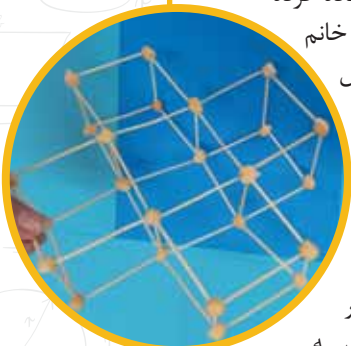
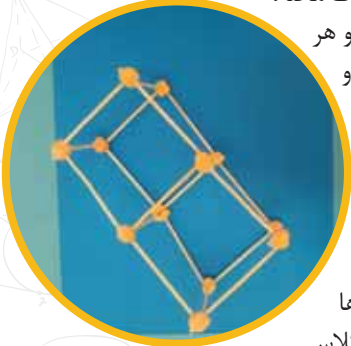
سارا عباس‌زاده: خانم چند نکته مربوط به این درس را روی چند کاغذ نوشته و آن‌ها را در ظرفی ریخته بود. از هر گروه یک نفر می‌آمد و از ظرف کاغذی را برمی‌داشت و آن نکته ریاضی را آن قدر بازی می‌کرد که دوستان گروهش بتوانند آن اسم، عبارت یا نکته ریاضی را

• شما چه شکل‌هایی را در گروه خودتان درست کردید؟

زهرا: هر شکل ترکیبی و خلاقانه را می‌توانستیم بسازیم. هیچ محدودیتی وجود نداشت. یکی هرم ساده چهاروجهی ساخت. یکی مکعب مستطیل درست کرد. دوستم که در گروه دیگری بود، دو هرم ساده را از یک وجه به هم وصل کرد و شکل تازه‌ای شد. در گروه کناری ما یکی از بچه‌ها چیزی شبیه چرخ و فلک ساخت. هر کسی هر شکلی به ذهنش می‌رسید، به صورت خلاقانه می‌ساخت و روی میز می‌گذاشت. اینجا بود که خانم اسدی تازه پای تخته رفت و درباره حجم‌های هندسی درس تازه برایمان توضیح داد. ما چون اول خودمان شکل‌های حجمی متفاوتی را ساخته بودیم، درس برایمان جالب‌تر شد.

• فاطمه شما درباره تکلیف این درس در منزل برای ما بگو؟

فاطمه رادفر: تکلیف خانم برای این درس خیلی جالب بود. قرار شد هرکسی به هر کجا که دوست دارد برود و از شکل‌های حجمی که می‌بیند، عکس و فیلم بگیرد و برای جلسه بعد به کلاس بیاورد. اولش ما فکر می‌کردیم در منزل چه شکل‌هایی می‌توان پیدا کرد. یکی از بچه‌ها گفته بود در خانه ما شاید تنها شکل حجمی میز مکعب مستطیل زیر تلویزیون باشد. اما وقتی رفتیم و جست‌وجو کردیم، شکل‌های فراوانی پیدا کردیم. یکی از بچه‌ها هرچه در آشپزخانه بود را بررسی کرد و یک فیلم جالب ساخت. دوست دیگرم از اتاق خودش کلی عکس و فیلم آورد. مثلاً خرس عروسکی هم یک شکل حجمی بود، اما این حجم نامنظم بود. حتی سطل زباله هم که استوانه‌ای بود،





فاطمه رادفر



شد که: «آیا اولین رقم سمت چپ می‌تواند صفر باشد؟» مثلاً عدد ۷ یک رقمی است، اما در رمز باید ۰۷ بنویسیم. این عدد در ریاضی یک رقمی است، اما در این نوع رمزها دورقمی حساب می‌شود. این هم بهانه‌ای شد که ما نکته‌تازه‌ای یاد بگیریم. خانم اسدی از هر وسیله‌ای برای آموزش استفاده می‌کند. حتی یک بار از جامدادی یکی از بچه‌ها که پر از مداد و خودکار بود، برای آموزش مجموعه‌ها استفاده کرد.

برنیان تاجیک



• ما از طرف مجله برهان ریاضی یک زنگ مهمان کلاس خانم زهرا اسدی بودیم. آن قدر این کلاس شاد و جالب بود که متوجه گذر زمان نشدیم. در لحظه‌های پایانی کلاس از خانم اسدی سؤال کردیم: «شما که لیسانس آموزش ریاضی و فوق لیسانس روان‌شناسی تربیتی دارید، چگونه می‌توانید کلاس ریاضی‌تان را این قدر شاداب ارائه کنید که بچه‌ها در آن احساس خستگی نکنند؟» خانم معلم لبخندی زد و گفت: «همیشه ذهنم درگیر این است که چطور می‌توان ریاضی را از محض بودن خارج و آن را تا حد امکان ساده کرد؛ به طوری که ریاضی با زندگی ما تلفیق شود. خودم در دوران مدرسه همیشه از حل مسئله لذت می‌بردم. اگر در کلاس مسئله‌ای سخت داشته باشیم، سعی می‌کنیم به کمک دانش و اطلاعات همه بچه‌های کلاس پیش برویم و پله پله از دانسته‌ها استفاده کنیم و نادانسته‌ها را کشف و آشکار سازیم. توصیه‌ام به همه بچه‌ها این است که ریاضی و مباحث آن را در زندگی خودتان پیدا کنید و از آن لذت ببرید. همان‌طور که بچه‌های کلاس ما نکته‌های درس ریاضی را در خانه، پارک یا کوچه و خیابان جست‌وجو می‌کنند.

فاطمه تاجیک



سوگند سیاه‌منصوری



پیدا کنند. فرض کنید من باید مخروط را برای بچه‌ها طوری بازی می‌کردم که آن‌ها در پایان می‌توانستند به اسم مخروط برسند.

• این‌طور که ما در مجله رشد برهان شنیده‌ایم، این طرح معلم شما در «جشنواره نوآوری در فرایند آموزش و یادگیری» رتبه اول کشوری را به دست آورده است. دوست داریم شما که الان پایه نهم هستید، خودتان از فعالیت‌های دیگر آموزش ریاضی در کلاس و مدرسه‌تان برای ما بگویید. از روش‌های ابتکاری که برای شما جالب بوده‌اند، تعریف کنید.

کیمیا کچوئیان: یک بار قرار شد هر کدام از بچه‌ها یک عکس از خودش به خانم اسدی بدهد. ما نمی‌دانستیم عکس ما چه ربطی به درس ریاضی دارد. خانم عکس‌ها را اسکن کرد و تعدادی از عکس‌ها را تغییر داد. قیافه بعضی از ما عجیب و غریب شده بود. حتی بعضی‌ها قابل تشخیص نبودند. اینجا بود که خانم مبحث تشابه در ریاضی را مطرح کرد. در درس تشابه داریم که زاویه‌ها تغییر نمی‌کنند، اما ضلع‌ها به یک نسبت از طرفین بزرگ یا کوچک می‌شوند. ما این نکته را روی عکس‌ها دنبال کردیم و یاد گرفتیم.

مانده برخ



• شنیده‌ام یک بار کیف خانم معلم سر کلاس قفل شده بود و ایشان باز کردن قفل را به یک معمای درسی تبدیل کرد. کسی هست که این موضوع را برای ما توضیح بدهد و نکته‌ای را که از آن آموخته، برایمان شرح بدهد؟

فاطمه تاجیک: کیف خانم معلم یک رمز عددی دورقمی داشت. ایشان فرض کرد که شماره رمز را فراموش کرده است. حالا ما دو راه داشتیم: یا باید هرکسی یک عدد فرضی می‌گفت و امتحان می‌کردیم که آیا کیف باز می‌شود یا خیر، یا باید از شماره دو صفر شروع می‌کردیم و تا عدد ۹۹ که در مجموع ۱۰۰ عدد می‌شود، پیش می‌رفتیم. اگر امتحان هر شماره هم پنج ثانیه وقت می‌خواست، خودش یک معادله بود که چقدر وقت کلاس را می‌گیرد. بعد این سؤال مطرح



یکی از آن‌ها کوشیار گیلانی بود. او حدود ۲۰۰ سال بعد از خوارزمی می‌زیست. ● حکیم عمر خیام هم کتابی به نام جبر و مقابله نوشته است. ● نام خوارزمی بعداً در اروپا به **الگوریتم** (Algorithm) تغییر یافت که تا امروز باقی مانده است. در ضمن، کلمه «لگاریتم» هم از همان الگوریتم (یعنی خوارزمی) گرفته شده است. لگاریتم نام نوعی حساب است که در سال‌های آینده شما با آن آشنا می‌شوید. امیدواریم بتوانید این کتاب را به‌دست بیاورید و بخوانید و اندکی هم با تاریخ علم ریاضی آشنا شوید.

گفتیم تاریخ علم ریاضی! بله، هر علمی برای خودش تاریخ دارد. بعضی از دانشمندان کارشان مطالعه و تحقیق در تاریخ یک علم است و نه خود آن علم. خواندن تاریخ علم بسیار شیرین است و حتی می‌تواند شیرین‌تر و ساده‌تر از خود آن علم باشد. گاهی بعضی از دانشمندان در اثر مطالعه تاریخ علم، به سوی آن علم کشیده شده‌اند. شما هم حتی اگر به یکی از درس‌ها، مثلاً ریاضی، علوم یا جغرافیا علاقه ندارید، سعی کنید دست‌کم تاریخ آن علم را بخوانید؛ مثلاً شرح زندگی دانشمندان آن علم را. چه بسا همین شما را به آن علم نیز علاقه‌مند سازد. همین کتاب خوارزمی کتابی است که شاید خواندن آن شما را به دنیای تازه‌ای رهنمون شود.

حسن سالاری در سال ۱۳۵۵ در

جایزه خراسان شمالی متولد شد. او نویسنده، ویراستار،

مترجم، پژوهشگر و مدیر پایگاه اینترنتی جزیره دانش

بود. سالاری سه بار برندهٔ جایزه کتاب سال، سه بار جایزهٔ

کتاب فصل و دو بار برندهٔ جایزهٔ جشنوارهٔ کتاب‌های آموزشی رشد شده بود. همچنین جایزهٔ «قلم پرندهٔ

کنون پرورش فکری کودکان و نوجوانان» را در سال ۱۳۸۸ دریافت کرده بود. از سالاری بیش از ۳۰۰ مقاله

به‌صورت ترجمه و تألیف در مجله‌ها و روزنامه‌ها منتشر شده است. از جمله آثار او می‌توان به کتاب‌های «۱۰۰

دانشمند ایران و اسلام»، مجموعهٔ هفت جلدی «تاریخ علم برای نوجوانان»، شبیه‌سازی انسان، زیست‌شناسی

پیش‌دانشگاهی، دایره‌المعارف مدرسه، فرهنگ‌نامهٔ کلید دانش، کتاب‌های کار علوم تجربی، سلول،

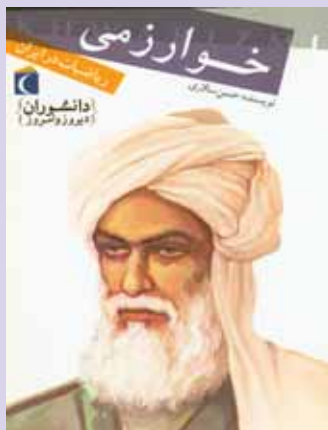
گیاهان، ژنتیک، خوارزمی بینان‌گذار جبر و ... اشاره کرد.

حسن سالاری روز پنجشنبه ۱۹ دی ماه ۱۳۹۸، در اثر تصادف در جادهٔ

فیروزکوه، به دیار باقی شتافت.

نویسنده: زنده‌یاد حسن سالاری / ناشر: محراب قلم / نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۶

نویسنده: زنده‌یاد حسن سالاری / ناشر: محراب قلم / نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۶



خوارزمی جعفر ربّانی

کتابی که در این شماره به شما معرفی می‌کنیم، همان‌طور که می‌بینید، کتابی است دربارهٔ **محمد بن موسی خوارزمی**، اولین ریاضی‌دان بزرگ در تمدن اسلامی. در این کتاب می‌خوانیم که چگونه این مرد دانشمند توانست با تحصیل علم، خودش را از «خوارزم» که شهری در ترکستان آن روز و ازبکستان امروز بود، به بغداد، پایتخت عباسیان برساند و به‌عنوان ریاضی‌دانی بزرگ وارد دستگاه **مأمون**، خلیفهٔ عباسی شود.

خوارزمی را بنیان‌گذار علم «جبر» می‌دانند، زیرا کتابی به نام «جبر و مقابله» نوشت. ولی باید دانست که خوارزمی کار بسیار مهم دیگری هم انجام داد و آن آوردن روش عددنویسی هندی به ایران بود. این روش بعدها به اروپا رفت و به جای عددنویسی رومی نشست که بسیار سخت بود. توضیح این موضوع را باید در همین کتاب بخوانید، ولی اگر بخواهیم خیلی خلاصه برای شما بگوییم، نمونه‌اش این است که قبلاً در عددنویسی اروپاییان، رقم صفر وجود نداشت. بنابراین عدد ۱۰ را با X نشان می‌دادند و عدد ۱۱ را با XI و عدد ۱۲ را با XII. همچنین عدد ۵۰ را با L نشان می‌دادند. پس عدد ۸۰ را این‌طور می‌نوشتند LXXX (۵۰+۱۰+۱۰+۱۰). حالا فرض کنید می‌خواستند بنویسند: ۱۹۸۶، می‌نوشتند:

MCMLXXXVI

M(۱۰۰۰) CM(۹۰۰) LXXX(۸۰) VI(۶)

از اینکه بگذریم، شما در این کتاب به جز با خوارزمی، با بعضی از ریاضی‌دان‌های دیگر هم آشنا می‌شوید؛ کسانی مثل **براهماگوتای هندی**، **بطلمیوس یونانی**، **کوشیار گیلانی**، **غیاث‌الدین جمشید کاشانی**، **فیبوناچی ایتالیایی**، **عمر خیام نیشابوری**، و **محمد کرچی**. همچنین خواهید دانست که: ● خوارزمی هم‌زمان با **امام رضا (ع)** زندگی می‌کرد.

● خوارزمی فقط ریاضی‌دان نبوده، بلکه اخترشناس و منجم هم بود. ● بعد از خوارزمی دانشمندان دیگری راه او را دنبال کردند که



یک تمدن، هزار و یک ریاضی دان

ابوریحان بیرونی: شوشنگ شرقی تصویرگر: حمید خلوتی

۱. ریاضی دان، فیلسوف، ستاره شناس، گیاه شناس، تاریخ نگار و دانشمندی کامل بود. وی در بیرون شهر خوارزم متولد شد و به همین دلیل به بیرونی شهرت یافت.

۲. به زبان های فارسی، عربی، و سانسکریت (زبان هندی قدیم) مسلط بود و لحظه ای از تحقیق و مطالعه دست بر نمی داشت.

۳. بیرونی سال های زیادی از عمرش را در کنار سلطان محمود و سلطان هسعود غزنوی در هند به سر برد و در مورد تاریخ، فرهنگ و ریاضیات هند تحقیقات مفصلی کرد که نتایج آن در کتابی به نام «تحقیق ماللهند» از او آمده است.



۴. کارهای ریاضی و نجوم او بسیار مفصل هستند. از جمله توانست روشی را برای محاسبه طول شعاع کره زمین ارائه دهد و نیز خورشیدگرفتگی و ماه گرفتگی‌هایی را رصد کند.

۵. کارهایی هم در زمینه زیست‌شناسی و جانورشناسی از او به جا مانده‌اند. شهرتش در دنیای علم و مغرب زمین بسیار است و مجسمه او را در برابر دفتر سازمان ملل در شهر وین نصب کرده‌اند.



۶. بیشترین کارهای او در زمینه ریاضیات در کتابی به نام «آثار الباقیه» گردآوری شده‌اند. به یک مسئله از این کتاب اشاره می‌کنیم. این مسئله در مباحثه‌ای بین او و یکی از حکمرانان هند مطرح و حل شده و به «معمای شطرنج» معروف است. حکمران هند می‌گوید: «اگر در خانه اول صفحه شطرنج ۸×۸، ۱ دانه گندم بگذاریم، در خانه دوم، ۲ دانه، در خانه سوم، ۴ دانه، در خانه چهارم، ۸ دانه و همین‌طور در هر خانه دو برابر خانه قبلی گندم بگذاریم تا به خانه شصت و چهارم برسیم. در مجموع چند دانه گندم می‌شود؟»

۷. ابوریحان این مسئله را به روشی شبیه روش امروزی آن به صورت زیر حل کرده است. برای محاسبه X ، دو طرف این تساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$X = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{59} + 2^{60} = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{59} + 2^{60}$$

$$2X = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{60} + 2^{61}$$

حالا به دو طرف 2^0 (مساوی ۱) را اضافه می‌کنیم:

$$2X + 1 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{59} + 2^{60} + 2^{61}$$

اگر کمی دقت کنیم، قسمت ابتدایی مجموعه سمت راست، همان X است! بنابراین داریم:

$$2X + 1 = X + 2^{61} \Rightarrow X = 2^{61} - 1$$

جالب است که ابوریحان مقدار دقیق $2^{61} - 1$ را هم محاسبه کرده و در کتاب آثار الباقیه به صورت زیر آورده است:

$$X = 18446744073709551615$$

چه عدد بزرگی! باورناتان می‌شود که این قدر گندم در صفحه شطرنج جا شود؟ حدس می‌زنید وزن این تعداد دانه گندم چند کیلوگرم (یا چند تن؟) شود؟



احتمال مهار

پنالتی

جعفر اسدی گرمارودی

چگونه بیشتر گل بزنیم؟



در حین بازی فوتبال، داور اعلام ضربه پنالتی می‌کند. بازیکنی که پشت توپ قرار گرفته است با خودش می‌گوید: «چگونه این ضربه را با اطمینان بیشتری گل کنم؟ ای کاش دروازه‌بان نبود تا من به راحتی توپ را درون دروازه قرار می‌دادم! (البته اگر بیرون از چارچوب نزنم).»

اگر ضربه‌ام به سمت چپ برود و دروازه‌بان به سمت راست، یا برعکس، حتماً گل خواهد شد. اگر به وسط دروازه ضربه بزنم، او به یک طرف شیرجه خواهد رفت و توپم گل می‌شود. اما اگر جهت ضربه من با جهت حرکت او یکی باشد، در این صورت ضربه من باید به قدری محکم باشد و به گوشه دروازه برود که شانس کمی برای گرفتن توپ توسط دروازه‌بان باقی بماند.

این‌ها مواردی هستند که شاید یک بازیکن فوتبال در حین زدن ضربه پنالتی به آن‌ها فکر کند. گذشته از مواردی که گفته شد، بارها شنیده‌ایم که پنالتی «پنجاه- پنجاه» است. یعنی از هر دو ضربه پنالتی، یکی باید گل شود. از آمار مسابقات و جام‌های فوتبال می‌توانیم برای بررسی تجربی این موضوع استفاده کنیم. دو جام را در نظر می‌گیریم: جام جهانی فوتبال-۲۰۱۸، و جام ملت‌های آسیا-۲۰۱۹.



۳



۲



۱



اگر دروازه‌بان درون دروازه نباشد، گل شدن پنالتی به ۱۰۰ درصد نزدیک است و کافی است توپ به سمت دروازه با سرعت مناسب شلیک شود. وجود دروازه‌بان است که این احتمال را کاهش می‌دهد. طبق آمار بررسی شده در دوره‌ای از مسابقه‌ها، امکان گل شدن بیش از امکان گل نشدن توپ است. شاید در نظر گرفتن شانس برابر برای ضربه‌های پنالتی، به دلیل وجود دو حالت گل شدن و گل نشدن باشد. این دو حالت، حداقل برحسب آمار به دست آمده، دارای فراوانی یکسان نیستند. در پایان یادآوری می‌کنیم که هنگام ضربه‌های پنالتی، کسی از سرنوشت توپ اطلاعی ندارد. فقط با توجه به آمار به دست آمده، انتظار گل بیش از گل نشدن آن است. این همان موضوعی است که باعث می‌شود، تیمی که برایش پنالتی اعلام شده است، بیشتر خوش حالی کند.

جام جهانی فوتبال - ۲۰۱۸

در جام جهانی ۲۰۱۸، در کل ۲۹ پنالتی گرفته شد که ۲۲ تای آنها گل شدند. با تشکیل جدول تناسب، درصد پنالتی‌های گل شده را به دست می‌آوریم.

گل شده‌ها	۲۲	۷۵/۹
کل پنالتی‌ها	۲۹	۱۰۰

به‌طور تقریبی می‌توان گفت: ۷۵ درصد پنالتی‌های جام جهانی ۲۰۱۸ گل شده‌اند. به عبارت دیگر، از هر چهار پنالتی سه تا گل شده است.

جام ملت‌های آسیا - ۲۰۱۹

در این جام، ۱۵ پنالتی از سوی داوران اعلام شد که ۱۳ تای آنها گل شدند. از جدول تناسب، درصد پنالتی‌های گل شده را به دست می‌آوریم.

گل شده‌ها	۱۳	۸۶/۷
کل پنالتی‌ها	۱۵	۱۰۰

با توجه به درصد به دست آمده، درصد پنالتی‌های گل شده در این جام حتی بیشتر از جام جهانی بوده است.

چطوری
گریس؟!

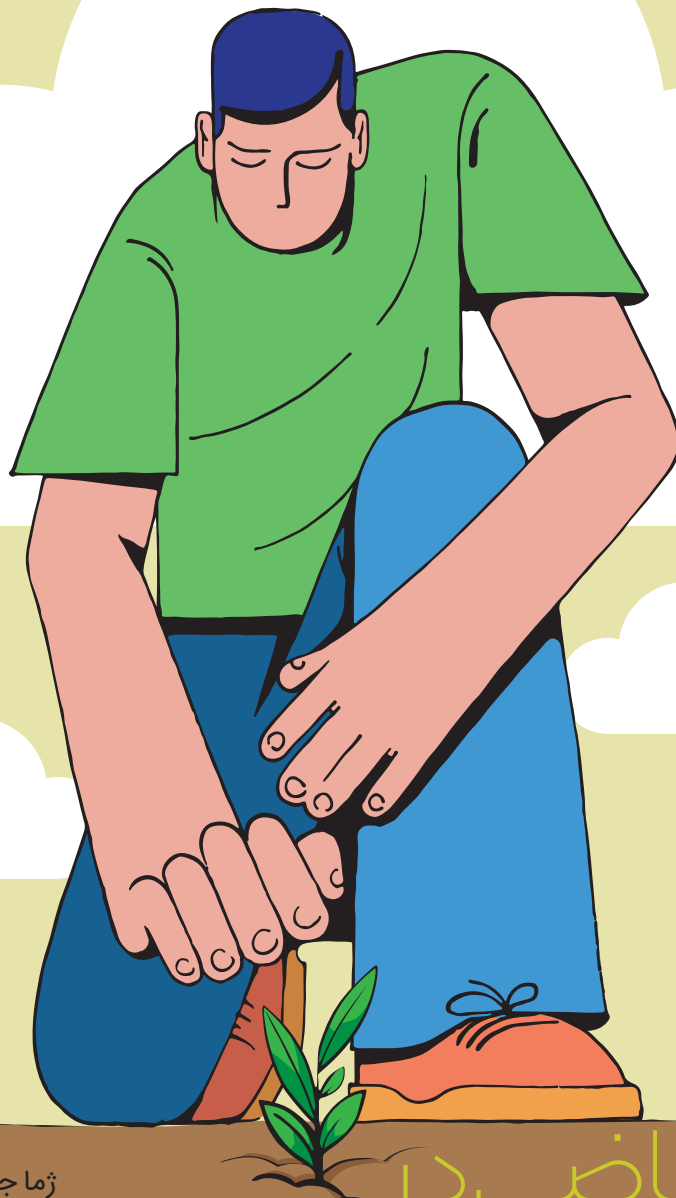


۵



۴



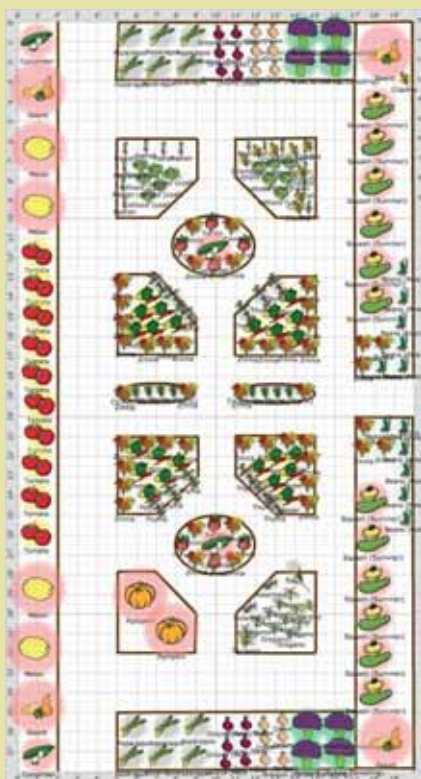


ژما جواهری پور

ریاضی در باغچه مدرسه

«هفته درخت کاری» در اسفند ماه همیشه همراه با خاطرات خوب و لذت بخش از همراهی با هم کلاسی ها و معلمان در طبیعت و کاشتن درخت است. حتماً شما هم با خانواده و یا دوستان خود امسال مثل سال های قبل حداقل یک درخت به درخت های کره زمین زیبایمان اضافه کرده اید. در مورد درخت کاری و اثرات آن بر کاهش آلودگی های محیط زیستی با هم صحبت کنیم.

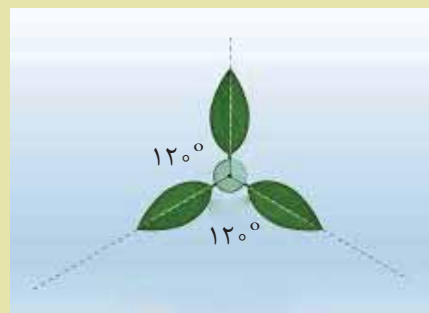
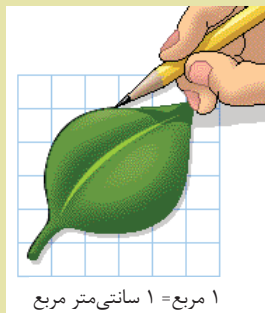
درخت کاری نکات پیچیده و دقیقی دارد. بنابراین قبل از انتخاب نهال و کاشت درخت باید درباره آن به طور کامل مطالعه کنید. در این مقاله برخی از نکات درخت کاری را با هم مرور می کنیم. برای انتخاب نهال باید به وضعیت اقلیمی محل زندگی خود توجه کنید. همچنین، به دلیل محدودیت منابع آبی در کشور، سعی کنید از گیاهان و درختانی استفاده کنید که بومی باشند و به آبیاری زیاد نیاز نداشته باشند. به سالم بودن نهال هم توجه کنید. برای کاشت نهال ابتدا مقداری خاک مرغوب کف گودال بریزید. سپس نهال را روی آن قرار دهید. مراقب ریشه نهال باشید که در زمان حمل و نقل و پس از کاشتن آسیب نبیند و خشک نشود. پس از پر کردن چاله، خاک



دور نهال را با پافشرده کنید که هوا از منافذ ریشه ها را خشک نکند. بهتر است با خرده چوب روی خاک را بپوشانید. پس از کاشت به نهال آب بدهید. یک درخت در سال به طور متوسط دو کیلوگرم اکسیژن تولید می کند. میزان اکسیژن آزاد شده به وسیله درختان پهن برگ در یک هکتار بین ۲۵۰۰ تا ۳۰۰۰ کیلوگرم است و می تواند نیاز ۱۰ انسان را تأمین کند. همین طور یک درخت در مدت یک سال با انجام عمل تبخیر و تعرق به اندازه ۴۰۰ - ۲۵۰ لیتر آب را به صورت بخار از خود متصاعد می کند. این مقدار در گیاهان مختلف متفاوت است، به طوری که درختان برگ پهن بیش از سوزنی برگ ها موجب افزایش رطوبت هوا می شوند. به احترام زمین و برای حفظ سلامت و زندگی درخت بکاریم. برای کاشتن درخت می توانید از حیاط خانه و یا مدرسه هم شروع کنید. آیا تا به حال به دقت به فضای سبز مدرسه خود نگاه کرده اید؟ چه نوع گیاهانی در آن وجود دارند؟ فاصله آن ها از هم چقدر است؟

خوب است از باغچه مدرسه خود برای یک تمرین محاسبه های ریاضی استفاده کنید. نقشه ریاضی باغچه خود را بکشید. برای این کار ابزار زیر را نیاز دارید: **متر نواری** **گونیا** **نقاله** **خط کش** **کاغذ شطرنجی** و همچنین یک دوست که با شما همکاری کند. دفترچه یادداشت خود را به همراه ببرید! شکل هندسی باغچه حیاط مدرسه شما چیست؟ مربع، دایره، دوزنقه و یا شکل هندسی مشخصی ندارد. ابتدا ضلع های باغچه را با متر نواری اندازه بگیرید و شکل کل باغچه را روی کاغذ رسم کنید. برای رسم شکل در کاغذ شطرنجی باید نسبت مشخصی از ضلع ها مثلاً $\frac{1}{10}$ ابعاد اصلی را انتخاب و در کاغذ رسم کنید. سپس مساحت باغچه را محاسبه کنید. اگر باغچه شکل هندسی مشخص نداشته باشد، در این صورت پس از رسم شکل باغچه روی کاغذ، آن را به شکل های هندسی که محاسبه مساحت آن ها را آموخته اید، تقسیم کنید. به خاطر داشته باشید، برای رسم دقیق باید زاویه های بین ضلع ها را داشته باشید، که می توانید با کمک نقاله این زاویه ها را محاسبه کنید. سپس فاصله بین گیاهان و درختان را

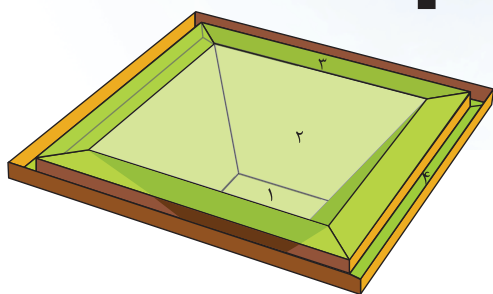
اندازه بگیرید. در جای مشخص روی کاغذ محل گیاهان را مشخص کنید. برای دقت بیشتر، فاصله هر گیاه و یا درخت را از ضلع های باغچه تعیین کنید. نقشه ریاضی فضای سبز مدرسه شما تقریباً به دست آمد. اطلاعات جالب دیگری را هم می توانید اضافه کنید. مثلاً اندازه محیط درختان را با متر نواری و ارتفاع گیاهان کوچک را با خط کش اندازه بگیرید. می توانید نمونه ای از برگ گیاهان را روی کاغذ شطرنجی قرار دهید و با کمک مقیاس کاغذ، مساحت برگ را تعیین کنید. همین طور به کمک خط کش اندازه ارتفاع گیاهان را به دست آورید. این قصه ریاضی باغچه مدرسه شماست.





ریاضیات در خانه باغ من مساحت پوشش استخر پلیمری

قاسم حسین قنبری

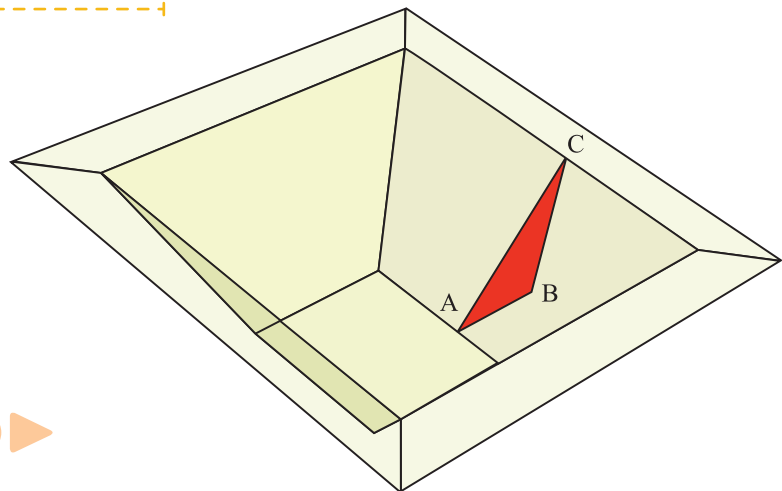


شکل ۱

در شماره قبل پس از حفر استخر به مرحله طراحی و خرید پوشش پلیمری برای استخر رسیدیم. در این مرحله باید مساحت استخر را با توجه به شرایط آن پیدا می کردیم. می دانیم که پوشش پلیمری باید در اطراف استخر مهار شود. به این منظور از لبه استخر نیم متر به طرف بیرون می رویم (این قسمت نقش پیاده روی اطراف استخر را دارد) و کانالی به عمق و عرض نیم متر حفر می کنیم. انتهای پوشش پلیمری را در کانال قرار می دهیم و روی آن خاک می ریزیم. در شکل ۱، ناحیه ۴ کانال را نشان می دهد.

شکل ۱ از چهار قسمت تشکیل شده است:

۱. مربعی به ضلع ۵ متر که مساحت آن ۲۵ متر مربع می شود.
۲. دیوارها که چهار دوزنقه اند، با دو قاعده ۵ و ۷ متر. ارتفاع آن ها مجهول است و باید محاسبه شود.



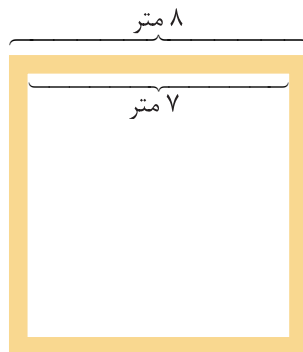
شکل ۲

در شکل ۲، مثلث ABC قائم‌الزاویه است و داریم: $BC=3$ و $AB=1$. پس اگر به کمک قضیه فیثاغورس وتر را حساب کنیم، خواهیم داشت:

$$AC^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10} = 3/16$$

پس مساحت یکی از این دوزنقه‌ها از رابطه $3/16 \times \frac{5+7}{2} \approx 19$ حساب می‌شود. در نتیجه مساحت همه دیواره‌ها برابر ۷۶ متر مربع خواهد بود.

۳. حاشیه بالا به صورت شکل ۳ است. این حاشیه پیاده‌روی کنار استخر محسوب می‌شود.



طول ضلع مربع کوچک ۷ متر است که با نیم متر حاشیه از هر طرف، مربع بزرگ‌تری به ضلع ۸ متر به وجود می‌آید:

$$\text{مساحت} = 8 \times 8 - 7 \times 7 = 15$$

پس مساحت آن ۱۵ متر مربع است.

۴. کانال دور از دو دیواره به ارتفاع نیم متر تشکیل شده است. دیواره اول روی مربعی به ضلع ۸ متر و مربع دوم روی مربعی به ضلع ۹ متر بنا شده است. پس مساحت آن‌ها می‌شود:

$$32 \times 0/5 + 36 \times 0/5 = 34$$

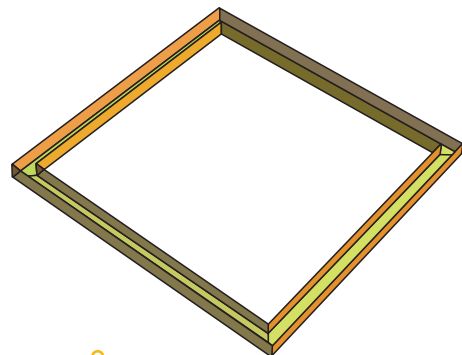
و مساحت کف کانال هم از کم کردن مساحت دو مربع به ضلع‌های ۹ و ۸ متر از هم به دست می‌آید. یعنی مساحت کف کانال می‌شود:

$$\text{متر مربع } 81 - 64 = 17$$

شکل ۳

پس در کل مساحت پوشش استخر $167 = 25 + 76 + 15 + (17 + 34)$ متر مربع است که چون قسمت‌هایی از پوشش پلیمری روی هم قرار می‌گرفت، ما ۱۸۰ متر مربع در نظر گرفتیم.

شکل ۴





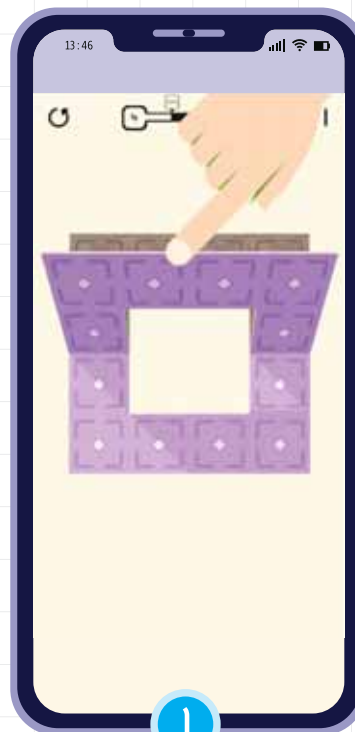
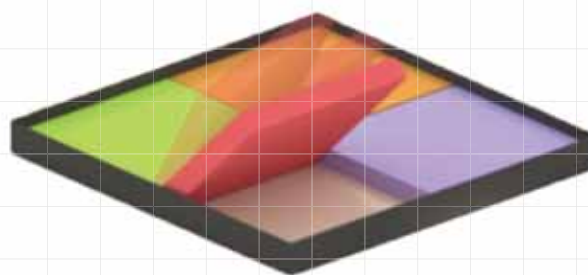
● کیمیا هاشمی

پازل فولدینگ

Folding Puzzle

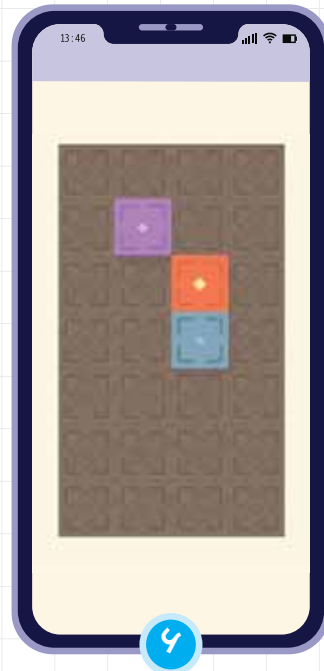
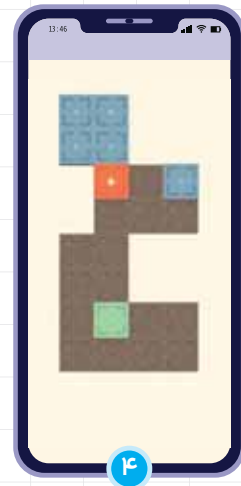
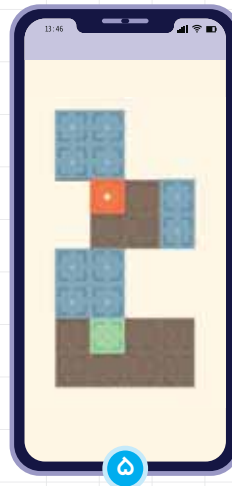
Android Games
بازی‌های اندرویدی

«پازل فولدینگ» پازلی یک نفره است که هر چند یاد گرفتن قوانینش ساده است، اما حل کردن تمام معماهای آن می‌تواند چالش‌برانگیز باشد. در این پازل در هر مرحله تعدادی مربع رنگی روی صفحه بازی در اختیارتان قرار می‌گیرد. شما می‌توانید در هر حرکت برای هر بلوک، بلوکی متقارن با آن نسبت به یک ضلع این بلوک ایجاد کنید (به شکل ۱ نگاه کنید).



این کار را باید تا جایی ادامه دهید که کل صفحه با مربع‌های رنگی پوشانده شود. دقت کنید که بعد از هر حرکت، تعداد مربع‌های بلوک رنگی که انتخاب کرده بودید، دوباره می‌شود و پس از آن باید برای تکثیر کردن این بلوک جدید تصمیم بگیرید. برای مثال، شکل ۲ بعد از یک حرکت به شکل ۳ تبدیل شده است و برای ادامه این بازی شما باید مستطیل نارنجی را تکثیر کنید. آیا برای حل این مرحله، راه حل دیگری هم وجود دارد؟

به شکل ۴ نگاه کنید. همان‌طور که می‌بینید، در بعضی از مراحل این بازی، ممکن است بعضی از بلوک‌های هم‌رنگ در نقطه‌های متفاوتی از صفحه باشند. دقت کنید که در این شرایط هم با انتخاب کردن هر کدام از بلوک‌ها، تمام بلوک‌های هم‌رنگ آن هم انتخاب و تکثیر می‌شوند. برای مثال، شکل ۴ را می‌توان تنها با یک حرکت به شکل ۵ تبدیل کرد. آیا می‌توانید این بازی را کامل کنید؟
در هر کدام از مرحله‌های شکل‌های ۶ تا ۸، حداقل با چند حرکت می‌توانید کل صفحه بازی را بپوشانید؟



با استفاده از
بارکد، بازی را
دانلود کنید.

این بازی را می‌توانید از این لینک دانلود کنید: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.DD.FoldingPuzzle>



B D	۰	۰	۴	۴	۴	۴
۲	D	D	B	B	B	B
۲	D	D	B	B	B	B
۲	D	D	B	B	B	B
۲	D	D	B	B	B	B
۶	D	D	D	D	D	D
۶	D	D	D	D	D	D

بازی‌هایی برای کلاس درس

زهره پندی

کدام تاس؟

وسایل لازم: فقط چهار تاس

بازی چقدر است؟

همین کار را برای تاس‌های C و D و تاس‌های A و هم انجام دهید و احتمال بردنتان را وقتی که دوستان تاس D را برداشته است، حساب کنید و مقایسه کنید و ببینید با برداشتن کدام تاس، شانس بیشتری برای بردن دارید.

عددهای روی این تاس‌ها مثل عددهای روی تاس‌های معمولی نیست. می‌توانید تاس‌ها را با برچسب زدن روی چهار تاس آماده و نوشتن عددها مانند شکل‌های زیر روی وجه‌های آن‌ها، بسازید و آن‌ها را با توجه به شکل‌ها، A، B، C و D بنامید.

شرح فعالیت

این بازی دو نفره است. یکی از بازیکنان، بازیکن اول و دیگری بازیکن دوم است و این ترتیب در هر دور بازی عوض می‌شود. در هر دور، بازیکن اول یکی از تاس‌ها را برمی‌دارد. بعد نوبت بازیکن دوم است که او هم یک تاس بردارد. هر دو تاسشان را می‌اندازند. برنده کسی است که عدد برآمده از تاسش، بزرگ‌تر باشد.

فرض کنید شما بازیکن دوم هستید. اگر دوستان تاس A را برداشته باشد، بهتر است شما کدام تاس را بردارید؟ برای پاسخ دادن به این سؤال باید ببینید احتمال بردن شما با برداشتن کدام تاس بیشتر است. در همهٔ حالت‌ها، عدد برآمده از تاس A برابر ۳ است. اگر شما تاس B را بردارید، چقدر احتمال دارد که عدد بزرگ‌تر از ۳ بیاورید و برنده شوید؟ اگر تاس C را بردارید، چطور؟ اگر تاس D را بردارید، چطور؟ اگر دوستان تاس D را برداشته باشد، چطور؟ آیا به این سؤال هم می‌توانید به سادگی سؤال قبلی، پاسخ دهید؟ برای پاسخ دادن به این سؤال هم باید ببینید احتمال بردن شما با برداشتن کدام تاس بیشتر است B یا A، C.

در جدول ۱ همهٔ حالت‌های ممکن در شرایطی که یکی از بازیکنان تاس D و بازیکن دیگر تاس B را برداشته، آمده است. هر تاس ۶ وجه دارد و ۳۶ حالت ممکن قابل تصور است. در هر یک از ۳۶ خانهٔ جدول نشان داده‌ایم که در آن حالت، کدام بازیکن (کسی که B را برداشته، یا آنکه D را برداشته) برنده است. با توجه به جدول، احتمال بردن هر بازیکن در این

۳	۰	۵	۲
۳ ۳ ۳	۴ ۰ ۴	۱ ۱ ۱	۲ ۲ ۲
۳	۴	۵	۶
۳	۴	۵	۶
A	B	C	D

سؤال: فرض کنید شما بازیکن دوم هستید. اگر دوستان تاس B را برداشته باشد، بهتر است شما کدام تاس را بردارید؟ اگر تاس C را برداشته باشد، بهتر است کدام تاس را بردارید؟

منبع: Mathematics For Teachers An Interactive Approach for Grade K- 8, Thomas Sonnabend





گفت و گو روی صفحه شطرنج!

● سیاوش کیانی ● عکاس: اعظم لاریجانی ● محاسبات شطرنجی

مهرگان غفوری منش امسال در پایه نهم و در دوره اول متوسطه در دبیرستان نواب صفوی منطقه ۱۶ تحصیل می‌کند، اما سال‌هاست که دل در گروی شطرنج دارد و به قول معروف از آن عشق شطرنج‌هاست! به گفته خودش، از سال‌های اول ابتدایی با این بازی جذاب آشنا شده و به آن پرداخته است. در رقابت‌های مدرسه‌اش هم مقام نخست را کسب کرده است. در آذرماه امسال فرصتی دست داد تا با این نوجوان علاقه‌مند گفت‌وگویی درباره شطرنج و ریاضیات، ارتباط‌ها، شباهت‌ها و تفاوت‌های آن‌ها داشته باشیم. چکیده صحبت‌های ما را در ادامه می‌خوانید.

هندسه را حل کنید، در حالی که هیچ ایده مشخصی هم ندارید، راه‌های گوناگونی به ذهنتان می‌رسد. اما قبل از اینکه دست به قلم ببرید، اول باید پیش‌بینی کنید. مثلاً فرض کنید که برای اثبات برابری دو پاره‌خط، ممکن است با رسم یک پاره‌خط اضافه بخواهید به راه‌حل مسئله برسید. اما قبل از این کار فکر می‌کنید که اگر این کار را انجام دهم، بعد چه می‌شود، بعد از آن به چه نتیجه‌ای می‌رسد و ... تا اینکه پیش‌بینی کنید که این راه به نتیجه می‌رسد یا خیر. تا حالا این را تجربه کردی؟ ● **غفوری منش:** بله موافقم و در همین هندسه، مثلاً وقتی می‌خواهیم در یک شکل اندازه زاویه‌ها را پیدا کنیم، با همین روش بهتر به نتیجه می‌رسیم.

● **برهان:** برخی از بزرگان و استادان شطرنج و قهرمانان این رشته می‌گویند: برای اینکه در مسابقه شطرنج به نتیجه مطلوب برسیم، باید با هر حرکت خودمان یا حریف، به نتایج بعدی آن بیندیشیم و تا هفت حرکت بعدی را پیش‌بینی کنیم. نظرت در این باره چیست؟ ● **غفوری منش:** البته تا هفت حرکت که نه، ولی تا سه حرکت را خودم هم تجربه کرده‌ام. بله، پیش‌بینی حرکت‌ها و نقشه‌های حریف، در تصمیم‌گیری‌های ما خیلی تأثیر دارد.

● **برهان:** حالا این را می‌دانستی که در ریاضیات هم همین‌طور است. مثلاً وقتی شما می‌خواهید یک مسئله



و هیجان ندارد. صورتی که نمی‌دانند این بازی چقدر جذاب است و هیجان زیادی هم دارد. البته در مقایسه با ورزش‌هایی که تغییرات لحظه‌ای در آن‌ها اتفاق می‌افتند، این طور نیست، ولی هیجان آن تدریجی است. باید این زیبایی‌ها برای دانش‌آموزان تشریح شوند و آن‌ها به سمت این ورزش جذاب فکری تشویق شوند. با این کار هم

قوة تفکر و خلاقیت آن‌ها تقویت می‌شود و هم به ریاضیات و درس‌های فکری و استدلالی آن‌ها کمک می‌شود.

در اینجا پدر مهرگان وارد بحث شد و توضیح تکمیلی زیر را ارائه داد:

– باید فرهنگ‌سازی بشود. در مدرسه‌ها معلمان ورزش به ترویج این ورزش فکری بیشتر همت کنند. چرا که مبنای همه حرکت‌ها و مسیریابی درست ما در زندگی به «خوب فکر کردن» بر می‌گردد. من دوست دارم بدانم شطرنج چه تأثیری در خوب فکر کردن مهرگان داشته است. ما اگر به این صفحه شطرنج روبه‌رویمان نگاه کنیم، می‌بینیم که مهم‌ترین مؤلفه آن «مهارت» است که ضامن موفقیت در آن است. اگر این مهارت در تفکر و نتیجه‌گیری به زندگی روزمره انسان وارد شود، به «معرفت» منتهی می‌شود. معرفت مهم‌ترین مؤلفه زندگی بشر است که در کارهای فیلسوفان و ادیبان ما هم بسیار بر آن تأکید شده است.

● **برهان:** بله. می‌خواهیم بدانیم، این مهارت که به‌دست آورده‌ای و برای لذت‌بخش هم هست، آیا در زندگی روزمره تأثیری داشته است یا خیر؟

● **غفوری‌منش:** بله. شطرنج درس‌های زیادی در زندگی برایم داشته است. مثلاً اینکه هیجان‌زده

● **برهان:** پس در حقیقت می‌شود گفت که یک مسئله ریاضی از این نظر کاملاً شبیه یک مسئله شطرنج است. مثلاً اگر بخواهیم ثابت کنیم که در یک شکل خاص، دو زاویه با هم برابرند، ممکن است ببینیم که این دو زاویه، زاویه‌های یک مثلث هستند، پس اگر آن‌ها با هم برابر باشند، آن مثلث، متساوی‌الساقین می‌شود و در آن صورت، دو پاره‌خط (ضلع) برابر خواهیم داشت و از آنجا ... و به همین ترتیب جلو می‌رویم تا به یک نتیجه بدیهی برسیم. این یک جای پا برای شروع اثبات ما خواهد بود و تازه شروع به نوشتن می‌کنیم. این تفاوت یک دانش‌آموز خلاق با دانش‌آموزی عادی است که تا به یک مسئله می‌رسد، شروع به نوشتن می‌کند و فقط کاغذ را سیاه می‌کند! شما که شطرنج بازی می‌کنی، آیا تأثیر شطرنج را در رویکردت نسبت به حل مسئله احساس کرده‌ای؟

● **غفوری‌منش:** بله، تجربه کردم. مثلاً وقتی می‌خواهم در یک شکل اندازه یک ضلع، یا زاویه را پیدا کنم، یا هم‌نهشتی دو مثلث را نشان دهم، باید به نتیجه کارهایی که می‌کنم، فکر کنم و ببینم که آیا این راه به نتیجه می‌رسد، یا اینکه به بن‌بست می‌رسد!

● **برهان:** پس به این ترتیب می‌توان گفت که باید در ترویج شطرنج به‌عنوان یک ورزش فکری کارهایی انجام شود. به نظر شما آیا این کار به‌قدر کافی انجام شده است و چه

کارهایی باید انجام شوند؟

● **غفوری‌منش:** به قدر کافی نه! البته کلاس‌های آموزش شطرنج وجود دارند، ولی در سطح مدرسه‌ها علاقه زیادی بین دانش‌آموزان نمی‌بینم. وقتی هم به آن‌ها پیشنهاد شرکت در این ورزش جذاب و لذت‌بخش را می‌دهم، می‌گویند که کسل‌کننده است





۱. روی یک صفحه شطرنج چگونه می‌توانید هشت مهره وزیر را قرار دهید، به طوری که هیچ کدام یکدیگر را تهدید نکنند؟

۲. روی یک صفحه شطرنج، به چند طریق می‌توان هشت مهره رخ را قرار داد، به طوری که هیچ دوتایی از آن‌ها یکدیگر را تهدید نکنند؟

۳. روی یک صفحه شطرنج، چند مربع (با ابعاد متفاوت) می‌توان شمرد؟

۴. هر مهره دومینو می‌تواند دو خانه کنار هم را در صفحه شطرنج بپوشاند. آیا می‌توانید با گذاشتن ۳۱ مهره دومینو در صفحه شطرنج، ۶۲ خانه از ۶۴ خانه آن را طوری بپوشانید که دو خانه خالی مانده، دو گوشه مقابل هم در صفحه باشند؟ آیا این کار شدنی است؟ چرا؟



تصمیم نگیرم، اول فکر کنم و بعد اجرا کنم. ببینم تصمیمی که گرفته‌ام، بعدش چه می‌شود و به چه نتیجه‌ای می‌رسد. گاهی اشتباه در بازی شطرنج می‌تواند کشنده و غیرقابل بازگشت باشد. در زندگی هم همین‌طور است. پس شطرنج به ما درس دقت و آینده‌نگری می‌دهد. همین‌طور ممکن است بعضی وقت‌ها با قربانی کردن یک مهره (موقعیت کم‌ارزش)، به یک موقعیت ارزشمند برسیم. شطرنج کاملاً هم عادلانه است و فقط تفکر تعیین‌کننده است.

در خاتمه گفت‌وگو، از ارتباط دیگری بین شطرنج و ریاضی گفتیم: برخی مسئله‌های ریاضی هستند که روی صفحه شطرنج مطرح می‌شوند و غالباً به شاخه‌ای از ریاضیات تعلق دارند که به «ترکیبیات» شهرت دارد. چهار مورد از این مسئله‌ها را مطرح کردیم مهرگان قبول داد که به آن‌ها فکر کند. گفتیم این مسئله‌ها را با شما هم در میان بگذاریم و به قید قرعه به دوستانی که راه‌حل هر چهار مسئله را برایمان ارسال کنند، جایزه‌ای تقدیم کنیم:





احمد حافظپور

ریاضی دانان

دانش آموزان عزیز! از شماره قبل، دفتر تازه‌ای را گشوده ایم تا شما را با پاره‌ای از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان ایران و جهان آشنا کنیم. این معرفی به ترتیب الفبایی خواهد بود و شما در هر شماره تعدادی از این چهره‌ها را به طور کوتاه خواهید شناخت. از آنجا که پاره‌ای از این ریاضی‌دانان به مباحثی فراتر از ریاضیات دبیرستانی پرداخته‌اند که درک آن‌ها برای شما مشکل است، ما می‌کشیم جنبه‌های ساده‌تر زندگی آنان را برای شما بازگو کنیم.

امی نوتر، آلمانی (۱۹۳۵ - ۱۸۸۲ م)

امی نوتر یک زن ریاضی‌دان آلمانی بود. او مورد ستایش ریاضی‌دانان بزرگی مثل آلبرت اینشتین و هیلبرت قرار گرفته است. امی نوتر فرزند ریاضی‌دانی به نام ماکس نوتر بود. در دانشگاه «ارلانگن» درس خواند و درجه دکترا گرفت. اما از آنجا که در آن زمان به زنان اجازه حضور در دانشگاه را نمی‌دادند، مجبور شد به مدت چهار سال بدون دریافت حقوق و با نام مستعار در دانشگاه تدریس کند تا سرانجام او را پذیرفتند. نوتر بعدها به آمریکا رفت و در ایالت «پنسیلوانیا» به تدریس در دانشگاه ادامه داد. این بانوی ریاضی‌دان عمر کوتاهی داشت و در سن ۵۳ سالگی درگذشت. امی نوتر نه فقط در علم جبر جدید، بلکه در فیزیک نظری هم دانشمندی صاحب‌نظر بود.



اقلیدس (قرن سوم قبل از میلاد)

اقلیدس یکی از ریاضی‌دانان بزرگ یونان باستان و بزرگ‌ترین مؤلف کتاب ریاضی در عهد باستان است به همین جهت او را بنیان‌گذار هندسه می‌دانند. گفته‌اند اقلیدس در دانشگاه اسکندریه مصر که آن را جانشین اسکندر مقدونی، بطلمیوس یکم سوتر (یعنی بطلمیوس ناجی) تأسیس کرده بود، درس می‌داده است. شهرت اقلیدس به خاطر نوشتن کتاب «اصول اقلیدس» است که هنوز هم اعتبار دارد. او در این کتاب همه آنچه را که هندسه‌دانان قبل از وی گفته بودند جمع‌آوری کرده است. اگر کسی این کتاب را نداند نمی‌تواند هندسه را بفهمد، زیرا اصول اقلیدس اساس هندسه است. یکی از اصول اقلیدس این است که «دو خط موازی هرگز به هم نمی‌رسند.» و اصل دیگر: «کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه خط راست است.»





اویلر، لئونارد (۱۷۸۳ - ۱۷۰۷ م)

اویلر که در زبان فرانسه به او اولر می‌گویند، یکی از ریاضی‌دانان عجیب در چند قرن گذشته است. او که در شهر «بازل» سوئیس متولد شد، به قدری استعداد داشت که در ۱۴ سالگی به دانشگاه رفت و زیر نظر دانشمندی به نام **یوهان برنولی**، لیسانس ادبیات و فوق‌لیسانس فلسفه گرفت. اویلر تازه از ۱۸ سالگی وارد مطالعه ریاضیات شد و هنوز یک سال نگذشته بود که شهرت یافت و از او برای تدریس در شهر «سن‌پترزبورگ» روسیه دعوت شد. آن قدر پرکار و خلاق بود که هر روز به کشف تازه‌ای در ریاضیات می‌رسید. یکی از ریاضی‌دانان فرانسه به نام **آراگو** گفته است: اویلر با همان سهولتی که نفس می‌کشید، محاسبه‌های ریاضی را انجام می‌داد. آثار اویلر آن قدر زیادند که هنوز همه آن‌ها چاپ نشده‌اند. نکته تأسفبار در زندگی اویلر این است که او بر اثر بیماری در سن ۶۰ سالگی نابینا شد. با این حال تا ۷۶ سالگی به کار ادامه داد و به حل مسائل ریاضی مشغول بود. سرانجام روزی که مشغول محاسبه مسیر سیاره اورانوس بود، ناگهان گفت: «من مردم!» و زندگی‌اش پایان یافت.



برنولی، یوهان (۱۷۴۸ - ۱۶۶۷ م)

در تاریخ ریاضیات نوین چند نفر دانشمند به نام برنولی دیده می‌شوند. برنولی‌ها از یک خانواده سوئیسی بودند که تعدادی ریاضی‌دان برجسته از آن برخاستند. یکی از آن‌ها **یوهان برنولی** بود. پدر یوهان به شغل عطاری مشغول بود، ولی دو پسرش ریاضی‌دان شدند. یکی همین یوهان و دیگری **ژاکوب**. یوهان اول پزشکی خواند، ولی پس از مدتی به ریاضیات روی آورد. او با برادرش همکاری داشت، در عین حال این دو برادر با هم رقابت و حتی حسادت هم داشتند. کار مهم یوهان برنولی در ریاضیات گسترش حساب دیفرانسیل و انتگرال بود.



برنولی، دانیل (۱۷۸۲ - ۱۷۰۰ م)

دانیل برنولی، پسر یوهان برنولی بود و اهمیت او در ریاضیات بیش از پدرش است. شگفت این است که دانیل هم مثل پدرش ابتدا پزشکی خواند تا آنجا که با **ویلیام هاروی**، کاشف گردش خون، همکاری کرد و رساله دکترایش را درباره عملکرد ریه‌ها نوشت؛ در حالی که فقط ۲۱ سال داشت. پس از آن برنولی به فیزیک و ریاضیات روی آورد و در این زمینه به ابداعات و کشف‌های بسیاری دست یافت. او در ۲۴ سالگی دستاوردهایش در ریاضیات را منتشر کرد. برنولی و اویلر دوست و همکار بودند و مخصوصاً در فیزیک به کارهای مهمی دست زدند. یکی از کشف‌های برنولی این بود که نشان داد، هرچه یک سیال در یک مسیر با سرعت بیشتری حرکت کند، فشار وارد بر آن از اطراف کمتر می‌شود. این اصل در صنایع هوایی کاربردی دارد.

برنولی، ژاکوب (۱۷۰۵ - ۱۶۵۴ م)

ژاکوب برنولی برادر **یوهان برنولی**، هر دو پسران یک عطار سوئیسی بودند. ژاکوب در دانشگاه «بازل» سوئیس ریاضیات خواند و در همانجا هم استاد ریاضیات شد. وی زیر نظر **لایب‌نیتس** که خودش یکی از اعجوبه‌های فیزیک، فلسفه و ریاضیات بود، از رساله دکترایش دفاع کرد. خود برنولی هم چند دانشجوی برجسته داشت که دو نفرشان از خانواده برنولی‌ها بودند: **ژان برنولی** و **نیکولا برنولی**. در ریاضیات یک مجموعه از عددها وجود دارد که به نام «عددهای برنولی» معروف است.





نمایش نامه های پارادوکسیکال

من دروغگو هستم

شراره تقی دستجردی

در کلاس درس

معلم تصویر زیر را به دانش آموزانش نشان می دهد. بچه ها ابتدا با دیدن دماغ پینوکیو می خندند، اما بعد از لحظه ای به فکر فرو می روند که منظور از این تصویر چیست.

این جمله دروغ است.



معلم: بچه ها همه شما داستان پینوکیو رو می دونید. برای همین دوست دارم نظرتون رو راجع به این تصویر بشنوم.

علی: اجازه، به نظرم اینکه دماغش به این حال و روز افتاده، با جمله ای که نوشته به ارتباطی داره.

فرزان: با توجه به بلایی که سر دماغش اومده و ما می دونیم دماغ پینوکیو موقع دروغ گفتن دراز می شه، باید دماغش به ارتباطی با راست یا دروغ بودن جمله ای که نوشته داشته باشه.

معلم سرش را به نشانه تأیید پایین می آورد و با لبخند، رضایت خود را از پیشرفت بچه ها در بررسی این تصویر ابراز می کند.

صدرا: بله، باید بررسی کنیم جمله ای که پینوکیو نوشته راسته یا دروغ. اما اگر راست باشه، باید دماغش اندازه معمولی باشه و اگر دروغ، باید دماغش دراز شده باشه. نمی فهمم چه حالت دیگه ای امکان پذیره که بخواد پینوکیو رو این طوری بترکونه؟

بچه ها چند لحظه به فکر فرو می روند. **بهراد** فوراً دفترش را باز و شروع به نوشتن می کند. پس از گذشت دقیقه ای برای صحبت کردن اجازه می گیرد.

بهراد: بچه ها من متوجه شدم که جریان از چه قراره. پیشنهاد می کنم به حرف فرزان و صدرا فکر کنید. بررسی کنید این جمله درستیه یا غلط. یعنی دماغ پینوکیو با نوشتن این جمله باید دراز می شد یا همون اندازه معمولی می موند؟



نظر شما در
مورد جمله
«من دروغ گو
هستم» چیست؟
آیا در دسته
پارادوکس‌های دروغ گو
قرار می‌گیرد؟ تلاش
کنید، چند مورد دیگر
پارادوکس دروغ گو مثال بزنید.
پارادوکسی که در اینجا خواندید،
یک نمونه از پارادوکس‌های
دروغ‌گوست. از قدیمی‌ترین نمونه‌های
این پارادوکس‌ها می‌توان به جمله معروف
سقراط اشاره کرد که به پارادوکس سقراط
معروف است:

من تنها یک چیز می‌دانم و آن اینکه هیچ
نمی‌دانم.

یکی از راه‌حلهایی که برای این دسته از
پارادوکس‌ها پیشنهاد شده‌اند، این است که
هیچ زبانی حق صحبت درباره درستی یا
نادرستی گزاره‌های خود آن زبان را ندارد.
به عبارت دیگر، حق نداریم در مورد درستی
یا نادرستی جمله «این جمله دروغ است»
اظهار نظر کنیم. این پارادوکس در اثبات «قضیه
اول ناتمامیت گودل» و «قضیه تعریف‌ناپذیری
صدق تارسکی» کاربرد دارد.

فاضل سراب، از علمای دوره صفویه نیز در
رساله خود با نام «جذر اصم» صورتی از این
پارادوکس را آورده است:
فرض کنید فردی می‌گوید: «همه حرف‌های
من در این یک ساعت دروغ است». اگر این
فرد در آن ساعت به جز این جمله چیز دیگری
نگفته باشد. آیا حرفی که زده درست است یا
نادرست؟

محمدرضا: اگه جمله پینوکیو راست باشه، یعنی هر
چی می‌گه درستته. پس درست می‌گه که دروغه. پس
دروغه! در حالی که ما فرض کردیم جمله راسته! پس
این جمله هم راسته و هم دروغ!
معلم خوش حال است. او به محمدرضا لبخند می‌زند
و سرش را به نشانه تأیید پایین می‌آورد. محمدرضا به
بچه‌ها نگاه می‌کند و بهت و تعجب را در صورت آن‌ها
می‌بیند. بنابراین کمی صبر می‌کند تا دوستانش آنچه را
که گفته است، هضم کنند. پس از گذشت دقیقه‌ای معلم
به عرفان نگاه می‌کند.

معلم: عرفان می‌تونی استدلال را ادامه بدی؟
عرفان: بله. طبق حرف محمدرضا، ما فهمیدیم که این
جمله نمی‌تونه راست باشه، چون در این صورت باید
دروغ باشه. حالا بررسی کنیم که آیا می‌تونه دروغ باشه.
اگر فرض کنیم که دروغ باشه، چون خود جمله هم
می‌گه دروغه، پس جمله‌ای راسته. یعنی در هر دو
حالت، یعنی چه ابتدا اون رو راست در نظر بگیریم و
چه دروغ، به نظر می‌رسه که در نهایت این جمله هم
راسته و هم دروغ.

معلم: بسیار عالی بچه‌ها. شما متوجه منظور این تصویر
شدین. به چنین استدلال‌هایی «پارادوکس» می‌گیم.
نمونه‌ای که امروز باهاش آشنا شدین، جزو پارادوکس‌های
دروغ گو قرار می‌گیره.

امید: اجازه، جمله «من دروغ گو هستم» هم همین‌طوره؟
معلم: بچه‌ها، لطفاً توی خونه به پرسش امید فکر کنید و
علاوه بر اون، تلاش کنید که باز هم نمونه‌هایی از چنین
پارادوکس‌هایی پیدا کنید.

«پارادوکس» کلمه‌ای یونانی است که از دو قسمت «پارا»
و «دوکس» تشکیل شده. پارا به معنای «برخلاف»
و دوکس به معنای «اعتقاد» است به همین دلیل،
منطق‌دان‌ها استدلالی را که به نظر درست می‌رسد، ولی
با فرض‌های قبلی گفته شده آن استدلال، یا با اعتقادات
و شهود مردم هماهنگ نباشد و به نظر عجیب برسد،
پارادوکس می‌نامند. شناخت و رفع اشکال پارادوکس‌ها
باعث پیشرفت‌های بسیاری در ریاضیات، فلسفه و
علوم تجربی شده است. با این حال، هنوز پارادوکس‌هایی
وجود دارند که حتی برای منطق‌دان‌ها نیز حل نشده‌اند.



طبیعت، ریاضیات و فناوری • فاطمه درویشی

◆ در ماه اول مزرعه‌دار یک جفت خرگوش دارد.
◆ در ماه دوم باز هم یک جفت دارد. چون خرگوش‌ها هنوز به سن بلوغ نرسیده‌اند.
◆ در ماه سوم خرگوش‌ها زادآوری می‌کنند که نتیجه آن دو جفت خرگوش برای مزرعه‌دار است.
◆ در ماه چهارم جفت خرگوش اول زادآوری می‌کنند، ولی جفت خرگوش‌های دوم هنوز به سن بلوغ نرسیده‌اند. بنابراین مزرعه‌دار سه جفت خرگوش خواهد داشت.
◆ در ماه پنجم جفت خرگوش‌های اول و دوم هر کدام دو جفت دیگر به جمعیت خرگوش‌ها اضافه می‌کنند و جفت خرگوش‌های سوم در انتظار بلوغ‌اند. نتیجه پنج جفت خرگوش است.

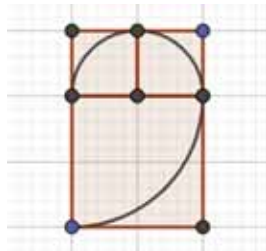
◆ هر ماه که می‌گذرد، خرگوش‌های مزرعه‌دار به ترتیب به زادوولد ادامه می‌دهند: ۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ۱۳, ۲۱, ۳۴, ۵۵, ۸۹, ۱۴۴, ۲۳۳, ...
اگر کمی دقت کنید، می‌بینید که در این سری از عددها، هر عدد از مجموع دو عدد پیشین خود به‌دست می‌آید. این سری مشهور را به افتخار کسی که مسئله را حل کرد «دنباله فیبوناچی» می‌نامند. حالا می‌خواهیم با استفاده از این دنباله مشهور ماریچ تصویرهای بالا را در جئوجبرا رسم کنیم. این بار می‌خواهیم در محیط قدیمی جئوجبرا کار کنیم تا کمی هم با این محیط آشنا شوید. پس کار را به‌صورت زیر شروع می‌کنیم:
● بعد از اجرای مرورگر و ورود به سایت جئوجبرا به نشانی: <https://www.geogebra.org> روی علامت  در بالا و سمت راست صفحه کلیک می‌کنیم و سپس گزینه  را از فهرستی که ظاهر می‌شود، انتخاب می‌کنیم تا بدین ترتیب وارد محیط تصویر ۱ شوید.

به این تصویرهای زیبا از طبیعت نگاه کنید. این‌ها نمونه‌هایی از نظم شگفت‌انگیزی هستند که در طبیعت دیده می‌شوند و گاه فراتر از درک و باور ما هستند. شاید برای شما عزیزان جالب باشد که بدانید، ترکیب ماریچ مانند این شکل‌ها از قوانین ریاضی پیروی می‌کند. در این مقاله ما قصد داریم، ضمن شرح دادن این الگوی جالب در ریاضی، آن را در محیط «جئوجبرا» رسم کنیم. در سال ۱۲۲۵ میلادی، امپراتور فردریک دوم مسئله‌ای به‌صورت زیر مطرح کرد: «مزرعه‌داری یک جفت خرگوش دارد. این خرگوش‌ها از سن یک ماهگی به بعد، هر ماه یک جفت خرگوش به دنیا می‌آورند. با این فرض که خرگوش‌ها هرگز نمی‌میرند. مزرعه‌دار در نهایت صاحب چند خرگوش خواهد بود؟» تنها کسی که جواب را یافت و مسابقه را برنده شد، **لئونارد فیبوناچی**، جهانگرد ایتالیایی بود. او مسئله را خیلی ساده حل کرد:



♦ دقت کنید طبق پیش فرض، ترسیم در صفحه خلاف جهت عقربه‌های ساعت انجام می‌شود. بنابراین پس از مشخص کردن نقطه B به عنوان مرکز کمان، ابتدا نقطه C و سپس نقطه A را به عنوان دو سر کمان انتخاب می‌کنیم.

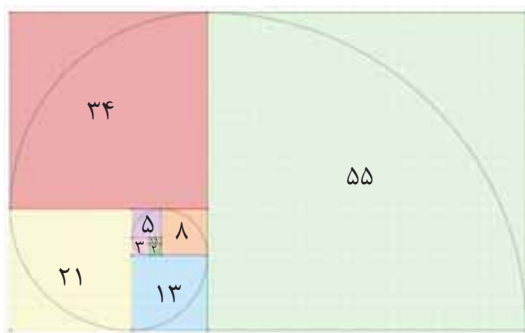
● با توجه به اینکه در سری فیبوناچی هر جمله از جمع دو جمله قبل به دست می‌آید، بنابراین در این مرحله با استفاده از آنچه تا به اینجا آموخته‌اید، شکل را به صورت تصویر ۶ تکمیل کنید.



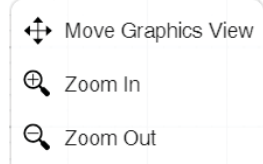
تصویر ۶

● از این پس می‌توانید تا هر مرحله از سری فیبوناچی که خواستید، شکل را تکمیل و مارپیچ را زیباتر کنید؛ مانند آنچه در تصویر ۷ مشاهده می‌کنید.

تصویر ۷



در نظر داشته باشید، برای نوشتن متن در جئوجبرا از گزینه ABC Text و برای جابه‌جایی و تغییر بزرگنمایی از گزینه‌های فهرست تصویر ۸ استفاده شده است.

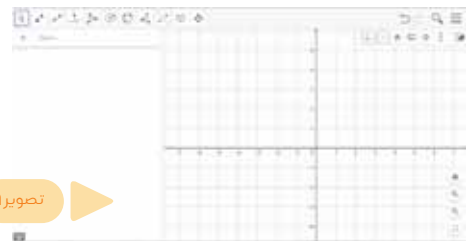


تصویر ۸

♦ همچنین شما می‌توانید با کمی گشت‌وگذار در محیط جئوجبرا، رنگ و ضخامت خطها را تغییر دهید.

تمرین

۱. دو مثال دیگر برای مارپیچ فیبوناچی در طبیعت ذکر کنید.
۲. هر جمله فیبوناچی را به جمله قبل از آن تقسیم کنید و عددهای به دست آمده را بنویسید. آیا می‌توانید تشخیص دهید عددهای به دست آمده به سمت چه عددی میل می‌کنند؟



تصویر ۱

♦ پیشنهاد می‌شود، برای آنکه نام و عنوان شکل‌های رسم شده نمایش داده نشوند، روی گزینه  Settings (تنظیمات) راست صفحه کلیک و سپس گزینه Labeling (برچسب) را انتخاب کنید. در پنجره‌ای که ظاهر می‌شود، برای گزینه «No New Objects» (برای اشیای جدید نباشد) را انتخاب و سپس توسط گزینه «Save Settings» تنظیمات خود را ذخیره کنید؛ تا از این پس اشیای بدون عنوان ترسیم شوند.



تصویر ۲

● توسط گزینه «Segment with Given length» (پاره خط به طول داده شده) دو پاره خط به طول ۱ سانتی‌متر در امتداد هم به صورت تصویر ۳ رسم کنید.



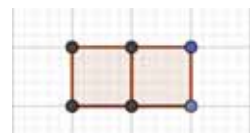
تصویر ۳



● توسط گزینه «Regular Polygon» (چند ضلعی منتظم) تصویر ۴ را در صفحه ایجاد کنید.



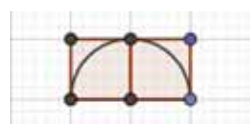
تصویر ۴



● در این مرحله با استفاده از گزینه «circular arc» (کمان) با مشخص کردن مرکز کمان و دو سر آن تصویر ۵ را رسم کنید.



تصویر ۵



جعبه هشت پهلوی

جعبه سازی با اریگامی

پری حاجی خانی
عکاس: اعظم لاریجانی

در این دوره از مجله می خواهیم با استفاده از هنر «اریگامی» یا همان «کاغذ و تا»، حجم های هندسی را به شکل جعبه های زیبایی بسازیم و از آن ها برای هدیه دادن و یا مرتب کردن وسایلمان استفاده کنیم. جعبه هشت پهلوی یکی دیگر از سری حجم های استوانه ای است که در این شماره می سازیم قاعده این جعبه همان طور که از اسمش پیداست یک هشت ضلعی منتظم است. این جعبه را با ۱۶ برگ کاغذ مربع شکل می سازیم. ۸ برگ برای در جعبه و ۸ برگ برای بدنه. از این جعبه می توانیم برای نگهداری سی دی استفاده کنیم. می توانید حدس بزنید طول کاغذی که برای این کار استفاده می کنیم باید چقدر باشد؟ برای ساختن در جعبه تصویرهای ۲ تا ۱۵ و برای بدنه جعبه تصویرهای ۱۶ تا ۲۴ را دنبال کنید.





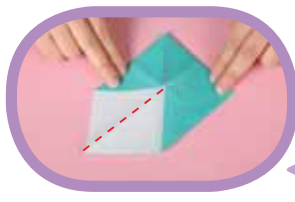
۱



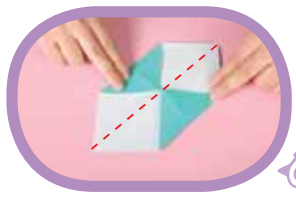
۲



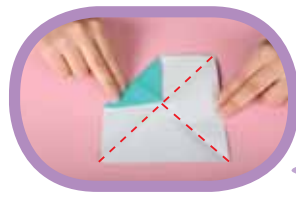
۳



۴



۵



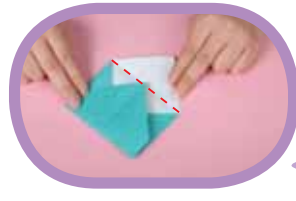
۶



۷



۸



۹



۱۰



۱۱



۱۲



۱۳



۱۴



۱۵



۱۶



۱۷



۱۸



۱۹



۲۰



۲۱



۲۲



۲۳



۲۴





سس سفید سودآور • زهرا باقری

دیشب مامان قول داده بود که اگه کمکش کنم، غذای مورد علاقه‌ام رو درست کنه: سالاد الویه! برای شروع گفت: «لازمه اول سس سفیدش رو درست کنیم، چون همه خوشمزگی سالاد الویه به سس خوب اونه.» من از روی دستور، مواد اولیه رو خوندم: تخم‌مرغ: ۱ عدد؛ سرکه: ۵ قاشق غذاخوری؛ روغن: ۳۰۰ میلی‌لیتر؛ نمک، شکر و فلفل: به میزان لازم. مامان همه مواد رو آماده کرد و روی میز گذاشت. همون موقع تلفن زنگ خورد و مامان رفت که جواب بده. من موندم و حس کنجکاویم که گل کرده بود. خودم شروع به کار کردم. سرکه و روغن رو توی ظرف ریختم و شروع کردم تند و تند هم‌زدن. ولی همین که دست از هم‌زدن برمی‌داشتم، سرکه و روغن از هم جدا می‌شدند. ای بابا! حالا چی کار کنم؟ روغن باید حلال باشه (چون حجم اون بیشتره) و سرکه محلول؛ پس مشکل کجاست؟ یاد درس علوم پارسال افتادم. ترکیب روغن و سرکه تشکیل یک «امولسیون» می‌ده. یعنی یه مایع غوطه‌ور در یه مایع دیگه. یعنی یه مخلوط ناهمگن. برای اینکه اجزای اون‌ها از هم جدا نشند، به یه پایدارکننده امولسیون احتیاج هست. مواد اولیه رو دوباره نگاه کردم. تخم‌مرغ رو جا گذاشته بودم! پس حتماً پایدارکننده‌ام تخم‌مرغ بوده. اون رو داخل ظرف دیگری شکستم و هم زدم. بعد شروع کردم به قطره‌قطره اضافه کردن امولسیون به تخم‌مرغ و هم‌زدن ترکیب. داشت جواب می‌داد و سس مایونز آماده می‌شد. ادویه‌ها رو هم اضافه کردم. حس آشپزهای حرفه‌ای بهم دست داد. حالا یک سؤال ذهنم رو درگیر کرده بود: درست کردن سس خیلی آسونه، اما آیا صرفه اقتصادی هم دارد؟ شروع کردم به حساب و کتاب و روی جلد بطری روغن رو خوندم.

یک بطری ۸۰۰ میلی‌لیتری روغن ۸۰۰۰ تومان
 بود و من ۳۰۰ میلی‌لیتر روغن مصرف کرده بودم: $\frac{۳۰۰}{۸۰۰۰} = \frac{x}{۸۰۰۰}$ $\Rightarrow x = ۳۰۰۰$ تومان

پس برای روغن مبلغ ۳۰۰۰ تومان پرداخته بودم. تخم‌مرغ رو هم دونه‌ای ۷۰۰ تومان خریده بودم. برای محاسبه قیمت سرکه، نمی‌دونستم ۵ قاشق غذاخوری سرکه بر حسب گرم چقدر می‌شه. پس ۵ قاشق سرکه داخل پیمانه مدرج اندازه‌گیری مامان ریختم و دیدم تقریباً ۱۵ میلی‌لیتر می‌شه. روی شیشه سرکه سفید که وزن اون ۵۰۰ گرم بود، قیمت ۸۰۰۰ تومان خورده بود. برای سرکه حجم رو بر حسب میلی‌لیتر نداده بود، ولی می‌تونستم اون رو تقریباً مثل آب در نظر بگیرم و بگم ۵۰۰ گرم سرکه برابر ۵۰۰ میلی‌لیتر سرکه است. پس:

برای ادویه هم حدود ۱۶۰ تومان رو در نظر گرفتم
 تا محاسبه آسون باشه. سس به دست اومده رو هم داخل پیمانه اندازه‌گیری ریختم

مواد مصرفی	هزینه مصرفی
روغن	۳۰۰۰
تخم‌مرغ	۷۰۰
سرکه	۲۴۰
ادویه	۱۶۰
جمع کل	۴۱۰۰

و دیدم شد ۳۸۰ میلی‌لیتر. من در مجموع ۴۱۰۰ تومان برای تولید ۳۸۰ میلی‌لیتر سس هزینه کرده بودم. حالا باید می‌دیدم قیمت سس تولید کارخونه چقدره؟ دیدم یک شیشه سس ۴۳۰ میلی‌لیتری قیمتش ۸۵۰۰ تومان است.

$\frac{۴۳۰}{۸۵۰۰} = \frac{x}{۸۵۰۰}$ $\Rightarrow x \approx ۷۵۱۲$ تومان

پس اگه من می‌خواستم این ۳۸۰ میلی‌لیتر سس رو به صورت بسته‌بندی و کارخونه‌ای بخرم، باید تقریباً ۷۵۱۲ تومان می‌پرداختم.

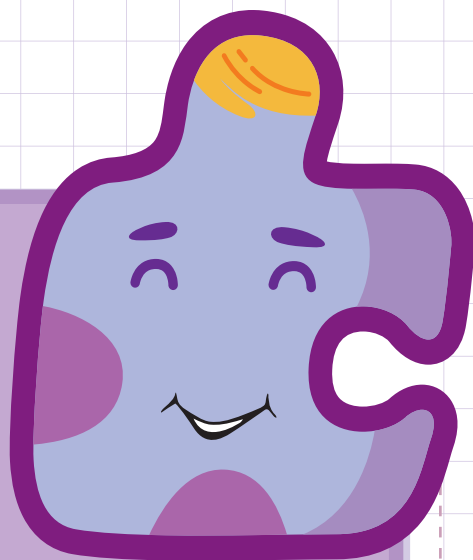
پس سود من برابر بود با: تومان ۷۵۱۲ - ۴۱۰۰ = ۳۴۱۲

به نظرتون چندلیتر سس

درست کنم و بفروشم

می‌تونم پول‌دار بشم؟





پازلی فکر کنید TenGrid تِن گِرید

۷	۴	۵	۹	۰	۲	۸	۳	۶	۱
۸	۶	۰	۱	۷	۳	۴	۲	۹	۵
۰	۷	۴	۸	۲	۵	۹	۶	۱	۳
۹	۶	۵	۷	۴	۱	۰	۳	۲	۸
۵	۴	۹	۰	۳	۷	۲	۸	۶	۱

۲۹ ۲۷ ۲۳ ۲۵ ۱۶ ۱۸ ۲۳ ۲۲ ۲۴ ۱۸

پاسخ پازل نمونه

۷	۵			۸	۶				
۸	۶		۷		۲	۹	۵		
۷			۲	۵	۹				
		۷	۱		۳			۸	
۴	۹	۰	۳	۷	۸			۱	

۲۹ ۲۷ ۲۳ ۲۵ ۱۶ ۱۸ ۲۳ ۲۲ ۲۴ ۱۸

پازل نمونه

بازی «تن گرید» یک پازل عددی است. بیاید مثل همیشه قبل از خواندن قوانین، نگاهی به یک نمونه حل شده از این پازل بیندازیم و قوانین آن را حدس بزنیم.

قوانین پازل: ۱) عددهای ۰ تا ۹ باید طوری در خانه‌های خالی جدول نوشته شوند که هر عدد در هر سطر دقیقاً یک بار ظاهر شود. ۲) در خانه‌هایی که با هم همسایه هستند (سطری، ستونی و یا قطری)، نباید عدد مشابه نوشته شود. ۳) مجموع عددهای هر ستون باید با عددی که زیر آن نوشته شده است، برابر باشد. **برویم سراغ حل کردن چند نمونه از این پازل:**

۲	۸	۰	۳	۴	۷	۵	۱		
	۳		۱				۶	۴	
۰		۵	۶	۳	۴	۱	۲	۹	۸
				۰	۳	۷			
۷	۵	۹		۲	۴		۳		

۲۷ ۲۴ ۱۸ ۲۴ ۲۱ ۱۹ ۱۹ ۲۲ ۲۳ ۱۸

۳

۴				۸	۶		۱		
۰	۹			۵	۷		۴	۲	۶
		۰	۹		۶	۷			۴
	۴	۸	۵		۲			۷	
۰	۲	۹	۷	۴	۸	۳	۱	۵	

۲۱ ۱۹ ۳۰ ۲۹ ۲۲ ۲۴ ۱۹ ۲۷ ۱۱ ۲۳

۲

	۴		۲	۹	۳	۸	۷	۵	
۵		۱	۷	۰	۸	۶	۹	۳	۴
۴		۵		۳	۷				
۲	۶	۴	۸	۵			۷		
	۳				۵		۸	۶	

۱۲ ۲۳ ۱۲ ۲۰ ۱۸ ۴۰ ۱۷ ۳۴ ۲۴ ۲۵

۱

	۷	۰		۱	۶	۵	۸	۳	
۸	۵	۲	۹			۳	۶	۱	۰
	۷			۶				۹	۳
۹		۴	۷		۱	۳	۸		
۶			۹	۴	۵	۷			

۲۹ ۲۹ ۸ ۳۴ ۱۸ ۲۴ ۱۱ ۲۲ ۲۵ ۱۵

۶

۰	۸		۵	۴	۳		۷	۹	۲
۳			۹	۱	۸	۴			۵
	۱	۸					۵		
	۰	۳				۹		۷	۵
۹	۴	۰	۳	۱	۷	۵	۸		

۲۵ ۲۲ ۱۶ ۲۲ ۱۴ ۲۶ ۲۶ ۲۵ ۳۳ ۱۶

۵

	۸		۲	۹					
۳	۹	۶				۰	۱	۴	
۶		۰	۹	۳	۱	۴			
۴	۸		۵	۲	۹	۳	۶	۰	۱
		۴		۵	۲	۱	۷	۸	

۲۱ ۲۹ ۲۱ ۲۱ ۲۷ ۱۷ ۱۸ ۱۵ ۲۳ ۲۳

۴

اگر دوست دارید نمونه‌های بیشتری از این پازل حل کنید، می‌توانید به نشانی اینترنتی زیر مراجعه کنید:

<https://www.janko.at/Raetsel/Zehnergitter/index.htm>

با اسکن نشانک مقابل می‌توانید پاسخ پازل‌ها را ببینید.





عجایب توان

دکتر محمدحسن بیژن زاده

«توان» تکرار ضرب است، وقتی که همه عواملها مساوی باشند. وقتی یک عدد مثبت را به توان می‌رسانیم، ممکن است حاصل بزرگ‌تر از عدد شود یا آنکه عددی کوچک‌تر به دست آید:

اما:

$$۰/۵^۲ = ۰/۵ \times ۰/۵ = ۰/۲۵$$

$$۰/۵^۳ = ۰/۱۲۵$$

عدد ۱ تنها عددی است که به هر توانی برسد، نتیجه خود ۱ می‌شود.

$$۱^۵ = ۱$$

$$۱^{۱۰۰۰} = ۱$$

$$۲^۳ = ۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

$$۳^۲ = ۳ \times ۳ = ۹$$

اینک این دو تساوی را در نظر بگیرید:

می‌توانید درستی تساوی‌ها را با ماشین حساب راستی آزمایی کنید. اختلاف $۱/۰۱$ و $۰/۹۹$ چقدر است؟

$$۱/۰۱ - ۰/۹۹ = ۰/۰۲$$

$$۱/۰۱^{۳۶۵} \simeq ۳۷/۸ \quad (۱)$$

$$۰/۹۹^{۳۶۵} \simeq ۰/۰۳ \quad (۲)$$

اما توان‌ها چقدر اختلاف دارند؟

اگر بخواهیم توانی از $۱/۰۱$ بزرگ‌تر از عددی مانند ۱۰۰۰ باشد، باز هم این امر ممکن است.

$$(۱/۰۱)^{۸۰۰} > ۱۰۰۰$$

اگر بخواهیم توانی از $۰/۹۹$ از $۰/۰۰۱$ کوچک‌تر باشد، باز هم ممکن است چنین عددی را حدس بزنید و بعد با ماشین حساب راستی آزمایی کنید! در واقع نه تنها $۱/۰۱$ ، بلکه هر عدد که از ۱ بزرگ‌تر باشد، توان‌های آن بزرگ و بزرگ‌تر می‌شوند؛ هر عدد که بخواهید! اما هر عدد که از ۱ کوچک‌تر باشد، چطور؟ عدد ۱ مرز این سرنوشت است! آیا می‌توانید تساوی‌های (۱) و (۲) را در زندگی روزمره و تلاش و فعالیت روزانه تفسیر کنید؟ به این محاسبات درصدی فکر کنید و نتیجه آن‌ها را امتحان کنید.

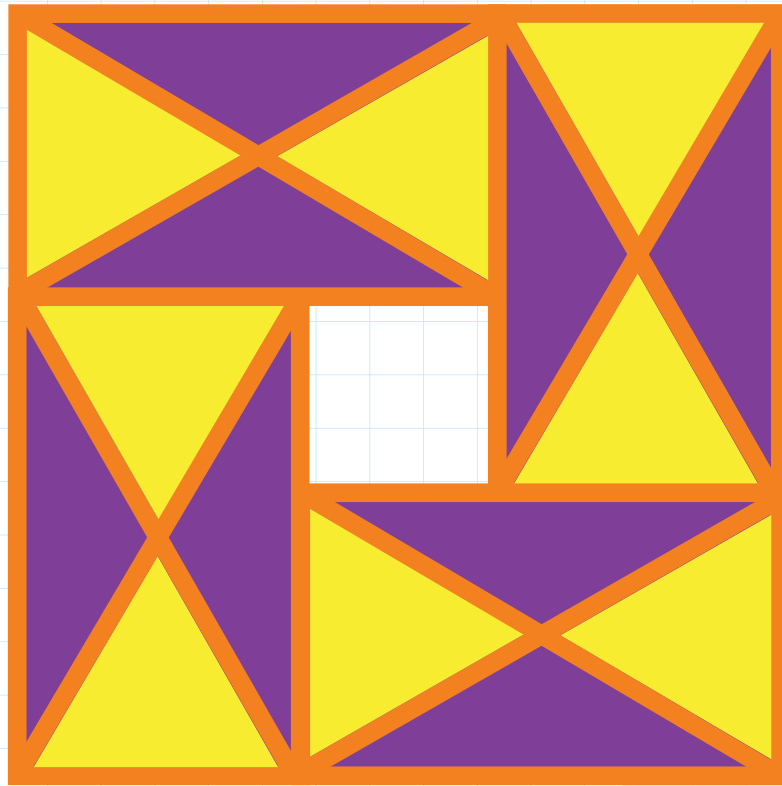
راز گشای

عباس قلعه پور اقدم

از مربع کاشی کاری شده

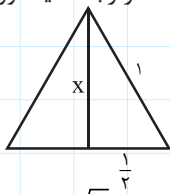
می خواهیم طول ضلع کاشی چاله مربعی را حساب کنیم

مربع بزرگ زیر با کاشی هایی از مثلث های متساوی الاضلاع زرد رنگ و مثلث های متساوی الساقین بنفش رنگ و یک کاشی مربع سفید رنگ که در مرکز مربع و به صورت چاله می باشد کاشی کاری شده؛ اگر طول ضلع کاشی های متساوی الاضلاع زرد رنگ برابر واحد باشد، طول ضلع کاشی چاله مربعی وسط شکل چقدر است؟
می دانیم: در هر مثلث متساوی الاضلاع ارتفاع وارد بر ضلع آن را نصف می کند، همچنین با استفاده از رابطه فیثاغورس می توانیم طول ضلع چاله مربعی را به دست بیاوریم.



بنابراین به آسانی و به روش زیر محاسبه می کنیم

دور کاشی مربعی سفید رنگ را چهار مستطیل هم اندازه احاطه کرده اند. هر یک از این مستطیل ها از دو کاشی متساوی الاضلاع زرد رنگ و دو کاشی متساوی الساقین بنفش رنگ ساخته شده اند. ابتدا ارتفاع کاشی های زرد رنگ را پیدا می کنیم.
با در نظر داشتن اینکه در هر مثلث متساوی الاضلاع، ارتفاع وارد بر یک ضلع آن را نصف می کند و با استفاده از رابطه فیثاغورس می توان نوشت:



$$1^2 = x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس طول هر یک از مستطیل ها برابر $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ یا $\sqrt{3}$ خواهد بود. لذا طول ضلع کاشی چاله مربعی برابر $\sqrt{3} - 1$ است.

اثبات بدون کلام

حسین کریمی

$$S = (a+b)^r = \begin{array}{|c|c|} \hline S_1 & S_2 \\ \hline S_3 & S_4 \\ \hline \end{array}$$

Labels for the diagram above:

- Top-left: $a+b$
- Top-right: a and b
- Bottom-left: a and b
- Bottom-right: a and b

$$\begin{array}{|c|} \hline S_1 = a^r \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline S_2 = a.b \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline S_3 = a.b \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline S_4 = b^r \\ \hline \end{array}$$

Labels for the diagram above:

- Top-left: a
- Top-right: b
- Bottom-left: a
- Bottom-right: b

$$S = S_1 + r S_2 + S_4$$

$$S = a^r + r a.b + b^r$$

بنابراین:

$$(a+b)^r = a^r + r a.b + b^r$$