



روشد

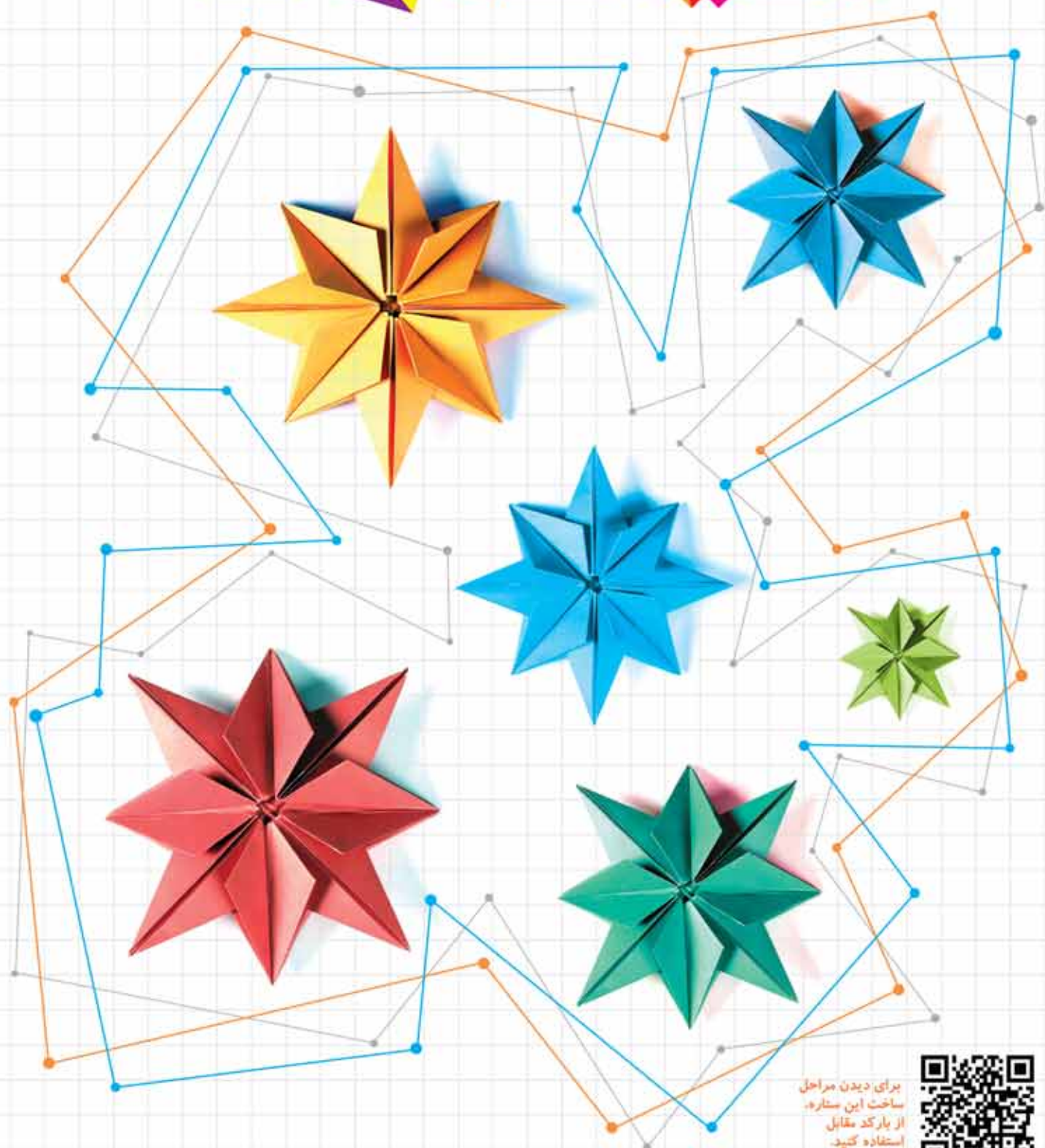
۶

یک تخته شکلات
چند فغان است؟



هنر کاغذ و تا

ایستگاه هنر



برای دیدن مراحل
ساخت این ستاره،
از بارکد مقابل
استفاده کنید.





برهان

۶

یادداشت سردبیر کارگروهی و جور دیگر دیدن / سپیده چمن آرا / ۲
ریاضیات و مدرسه گره هشت و چهارلنگه و لوزی / محدثه کشاورز اصلانی،

سعید شکوری / ۳

چرخیدن تا ته دنیا / هوشمند حسن نیا / ۶

گفت و گو می گیری در فضای مجازی / هوشمند حسن نیا / ۱۰

ریاضیات و مسئله مختصات سفر / دلارام بیدآباد، محمد علیزاده / ۸

بزن، بکش، اثبات کن! / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۳

یک تخته شکلات چند فجنان است؟ / داود معصومی مهوار / ۱۴

یک مسئله و چند راه حل / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۶

ریاضیات و بازی بازی های اندرویدی: هارمونی / کیمیا هاشمی،

علی مرتضوی / ۱۸

ریاضیات و کاربرد سلطانیه، آرایش متقارن نقش ها / نازنین حسن نیا،

شادی رضائی / ۲۰

مثلث های پنهان / حسین نامی ساعی / ۲۲

چهار امتیاز حسرت آور / جعفر اسدی گرمارودی / ۲۴

ریاضیات و تاریخ چین است و چنین است و چنان است، این شکل قضیه

مدل چینی آن است / هوشنگ شرقی، حسام سبحانی طهرانی / ۲۶

گفت و گو ریاضیات «هارمونی» / زهره پندی، هوشمند حسن نیا / ۲۸

ریاضیات و سرگرمی حساب و کتاب انگشتی / نازنین حسن نیا،

سید مهدی بشارت / ۳۰

کاسه هشت و چهار لنگه / پری حاجی خانی / ۳۲

ماجراهای پشت پرده (قسمت پنجم): تحت تعقیب / حسام سبحانی طهرانی،

داود معصومی مهوار / ۳۴

پازلی فکر کنید / محدثه کشاورز اصلانی / ۳۷

گشت در صفحه شطرنج / مترجمان: شراره تقی دستجردی، فاطمه احمدپور / ۳۸

گرفتاری دو گانه / سپیده چمن آرا / ۴۰



تصویر گر: حسین یوزباشی

تصویر روی جلد به مطلب «یک تخته شکلات چند فجنان است؟» تعلق دارد. این مطلب از مطالب ستون «ریاضیات و مسئله» و از سلسله مطالبی است با عنوان «مسئله حل کن، تخمین بزن» در این مطلب، با طرح یک مسئله درباره یکی از موضوع های زندگی روزمره، با شیوه های تخمین، اندازه گیری، ابزارها و محاسبات مرتبط با آن آشنا خواهید شد. در این شماره سراغ شکلات تخته ای رفته ایم و قصد داریم با کمک تخمین و محاسبات دریابیم که: یک تخته شکلات اگر آب شود، چند فجنان می شود؟ برای مطالعه این مطلب به صفحه ۱۴ مجله مراجعه کنید.

نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶

تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ داخلی ۳۷۵

نمابر: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۳۱۶

صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲

صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱

تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۸۶۳۰۰۸

وب گاه: www.roshdmag.ir

رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

وبلاگ اختصاصی مجله:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaie

چاپ و توزیع: شرکت افست

شمارگان: ۱۲۰۰۰ نسخه

شرایط ارسال مطلب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد برهان متوسطه اول، شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید.

تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



«بچه‌ها، بروید در گروه‌هایتان بنشینید. الان باید یک فعالیت گروهی انجام بدهیم.» این جمله‌ای بود که من، وقت‌هایی که برای آن‌ها هم از جاهایشان جابه‌جا می‌شدند تا در کنار اعضای گروهشان بنشینند که هر ماه عوض می‌شد. آن سال‌ها هنوز «فعالیت» در کتاب‌های درسی ریاضی وارد نشده بود، ولی صحبت از نقش کار گروهی در آموزش بود، و بعضی از معلم‌ها مثل من، که اعتقاد داشتیم در مشارکت گروهی، دانش‌آموزان چیزهای زیادی یاد می‌گیرند، بعضی فعالیت‌ها را برای گروه‌ها تنظیم می‌کردیم. البته این اعتقاد، اعتقاد بی‌راهی نبود و من با وجود اینکه گاهی از نظر وقت برای تدریس در دلیل‌هایش هم این بود که می‌دیدم چگونه دانش‌آموزان متفاوت از زاویه‌های مختلف به مسائل و فعالیت‌ها نگاه می‌کنند و چگونه در محیط‌های گروهی، این نگاه‌های مختلف را با هم به اشتراک می‌گذارند. به این ترتیب یاد می‌گرفتند که از زاویه‌های مختلف هم می‌شود به یک موضوع نگاه کرد. عجیبی بود. در کلاس دخترهای گروهی مرا متعجب می‌کرد، پَرَن بود. پَرَن دانش‌آموز دنیایی بود؛ دنیایی که در موقعیت‌های عادی در یک کلاس درس معمولی اصلاً دیده نمی‌شود. آنچه باعث شد من بفهمم که پَرَن دختری معمولی نیست، نوع مشارکت او در فعالیت‌های گروهی بود. پَرَن در دو سه فعالیت، از زاویه دیگری به موضوع نگاه کرده بود که هیچ‌یک از اعضای گروه مانند او آن موضوع را ندیده بودند. نگاه پَرَن باعث شد که گروهش هم نگاه متفاوتی به موضوع پیدا کند و راه‌حلشان در آن فعالیت‌ها، راه‌حلی متفاوت از راه‌حل سایر دانش‌آموزان کلاس و بسیار جالب و حتی ساده‌تر باشد. بعدها خبردار شدم که پَرَن، وارد رشته‌های هنری شده است و درواقع از این خلاقیت و «متفاوت بودن» در خلق آثار هنری استفاده می‌کند. آنچه اهمیت داشت این بود که پَرَن درک کرد تفاوت نگاه او به موضوعات، نه تنها بد نیست، بلکه حتی خیلی وقت‌ها مفیدتر از نگاه‌های عادی است که اکثر آدم‌ها به موضوع‌ها دارند. اعتمادیه نفسی که پَرَن در مشارکت در آن فعالیت‌های گروهی پیدا می‌کرد، بسیار خوشایند بود. وقتی این گونه بچه‌ها را می‌دیدم، بیشتر مصمم می‌شدم که دانش‌آموزانم را در موقعیت‌های مناسب مشارکت قرار دهم و با صبر و حوصله، همه بچه‌ها را در گروه‌ها فعال کنم؛ حتی آن‌هایی را که با گروهشان ساز مخالف می‌زدند. چرا که شک نداشتم این مشارکت‌ها برای آینده آن‌ها مفید و مؤثر است.

سپیده چمن آرا

کار گروهی و
جوار دیگر
دیدن



گره هشت و چهارلنگه و لوزی

• محدثه کشاورز اصلانی
• سعید شکوری
هنر آفرینی با خط کش و پرگار



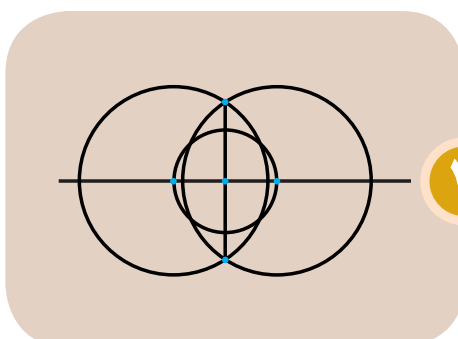
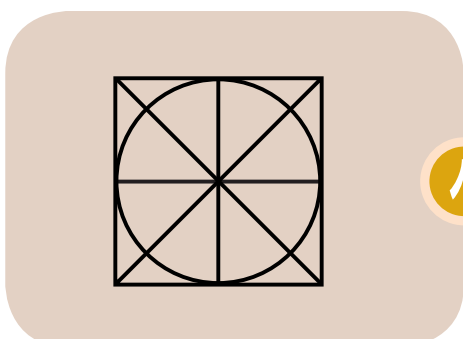
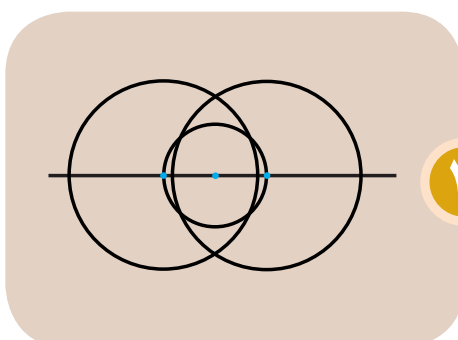
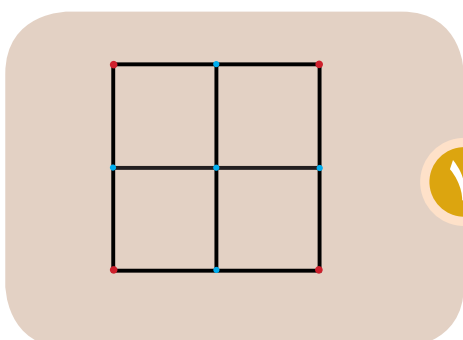
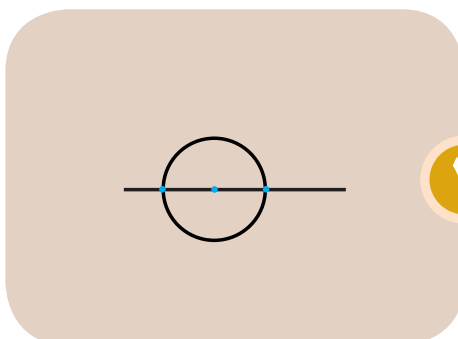
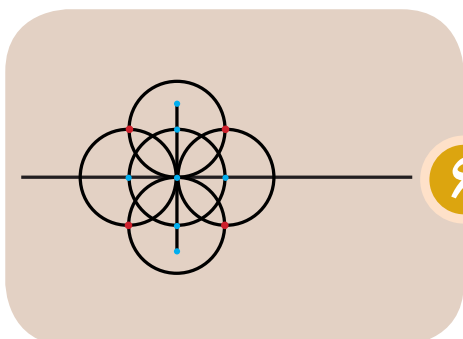
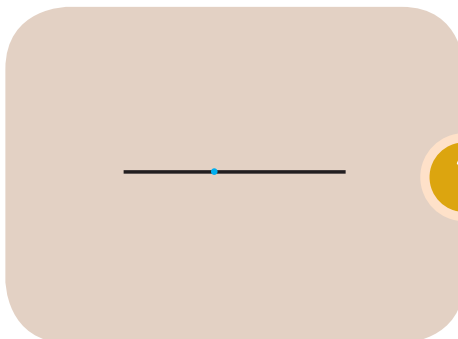
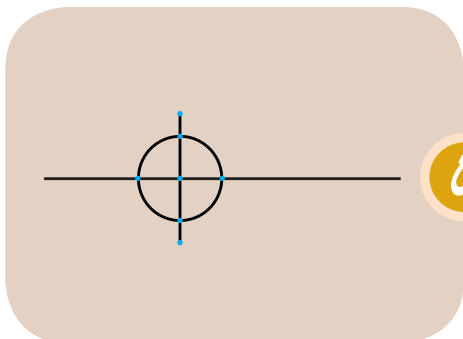
اشاره: در این سلسله

مطالب، می‌خواهیم چند نمونه از طرح‌هایی را که در کاشی‌کاری‌های ایرانی دیده می‌شوند، فقط به کمک خط کش و پرگار رسم کنیم. (منظور ما از خط کش درواقع وسیله‌ای است که خط راست رسم می‌کند و مدرج نیست و با آن نمی‌توان اندازه‌گیری کرد).

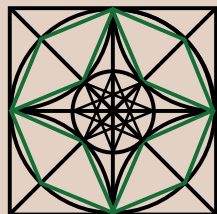
همان‌طور که از اسم گرهی که در این شماره می‌خواهیم رسم کنیم پیداست، این گره شباهت زیادی به گره رسم شده در شماره گذشته مجله دارد. در واقع بخش‌های اولیه آن کاملاً شبیه گره هشت و چهارلنگه است و فقط بخش‌هایی به آن اضافه شده است.



ابتدا باید یک مربع رسم کنیم که به چهار قسمت برابر تقسیم شده است. این کار را در شماره ۹۹ (مهر ۱۳۹۷) مجله انجام دادیم. سپس یک دایره به مرکز این مربع و شعاع برابر با نصف طول ضلع این مربع بزنید (شکل ۸). برای یادآوری، شکل‌های زیر را به ترتیب ببینید و آن را رسم کنید.

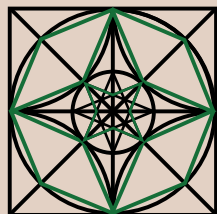


ادامه کار را از روی شکل ۱۲ تکمیل کنید.



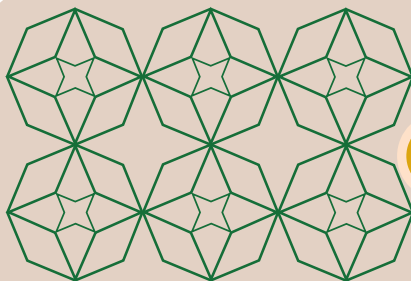
۱۲

حالا می‌توانیم بقیه طرح را کامل کنیم. باز هم به یک مداد پررنگ یا خودکار احتیاج داریم. دقت کنید که با کشیدن ادامه طرح، در واقع یک چهارلنگه کوچک‌تر، درون چهارلنگه بزرگ اصلی خواهیم داشت (شکل ۱۳).



۱۳

حالا می‌توانیم طرحمان را گسترش دهیم (شکل ۱۴).

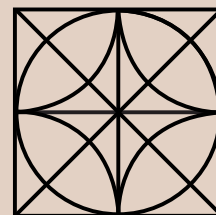


۱۴



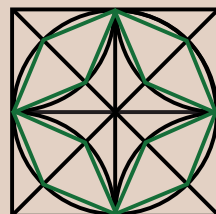
با استفاده از بارکد مقابل، فیلم
روش کامل ترسیم را ببینید.

اکنون باید چهار ربع دایره رسم کنیم. مرکز این ربع دایره‌ها، رأس‌های مربع بزرگ هستند و شعاع آن‌ها به اندازه نصف طول ضلع مربع بزرگ است (شکل ۹).



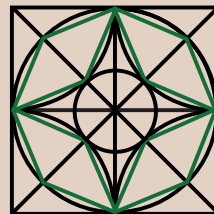
۹

همین جا می‌توانیم بخش اصلی طرح را رسم کنیم. یک هشت که در مرکز آن یک چهارلنگه و در کنار چهارلنگه، چهار لوزی دیده می‌شود. طرح اصلی را با خط‌های سبزرنگ در شکل ۱۰ می‌بینید.



۱۰

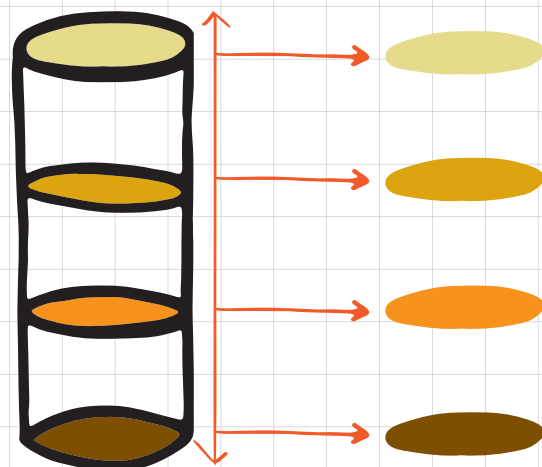
حالا می‌توانیم ریزه‌کاری‌های ظریفی به این طرح اضافه کنیم. برای این کار باز هم باید چند خط ساختاری با مداد بکشیم. اول یک دایره کوچک در مرکز مربع می‌کشیم. مرکز این دایره، مرکز تقارن مربع است. این دایره باید از رأس‌های لوزی‌ها هم بگذرد. به شکل ۱۱ نگاه کنید.



۱۱

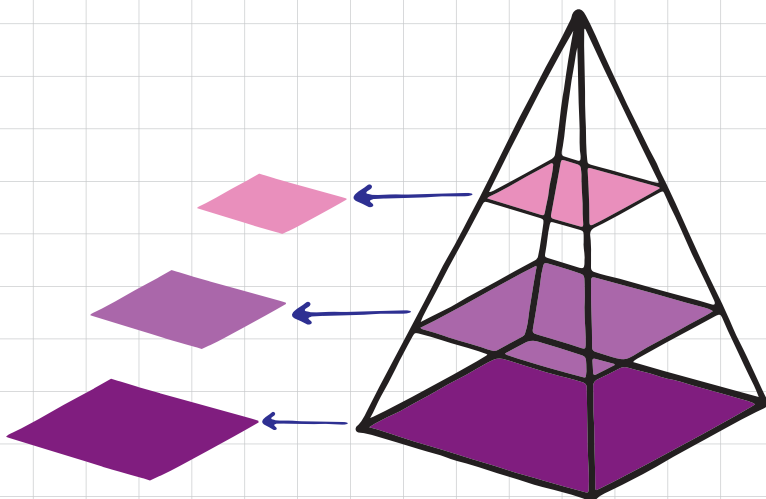
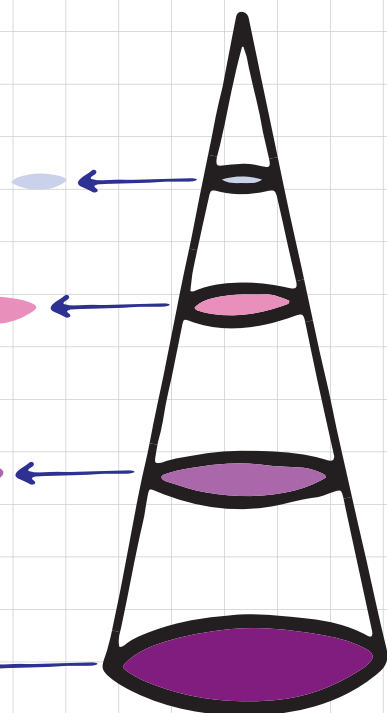
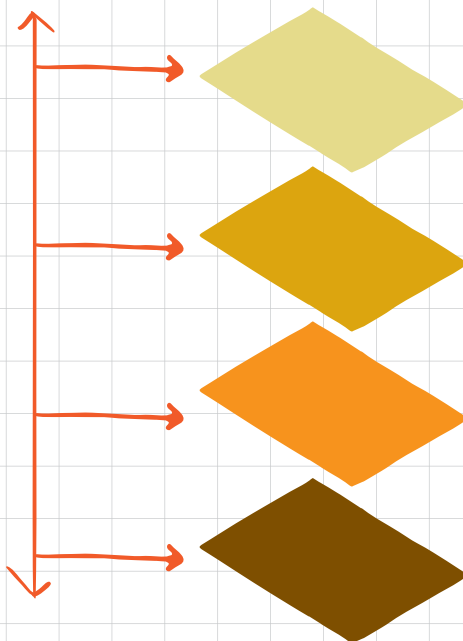
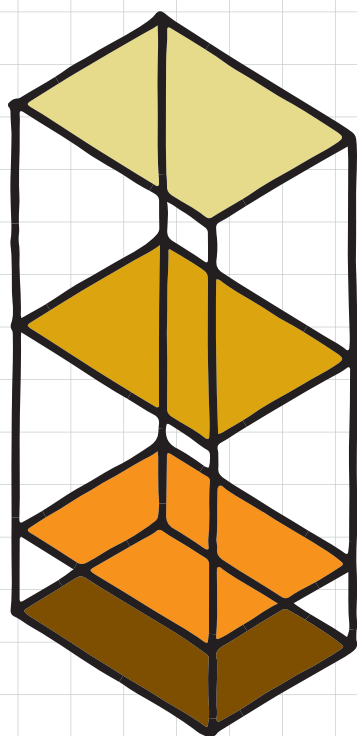
حرف خندان تاته دنا

مقایسهٔ حجم‌های منشوری و هرمی بایکدیگر
هوشمند حسن نیا



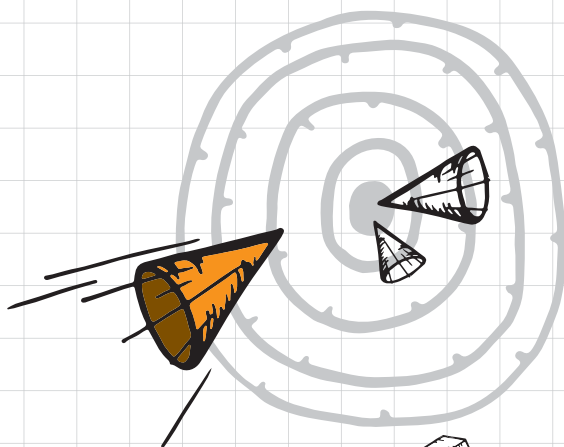
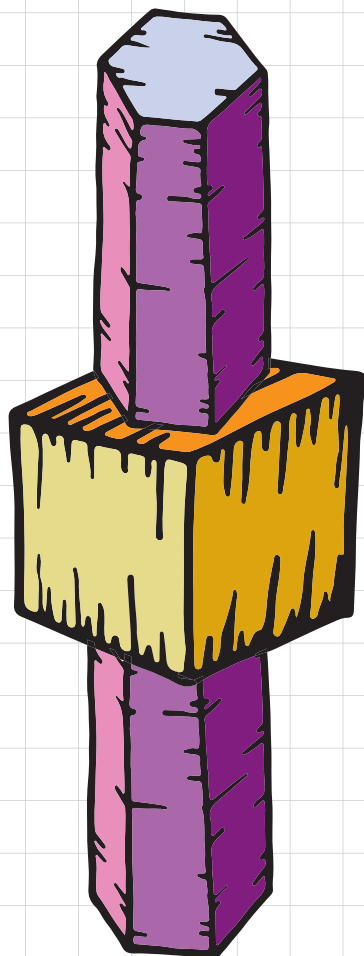
منشورها را
اگر بپریم...

هرم‌ها را
اگر بپریم...

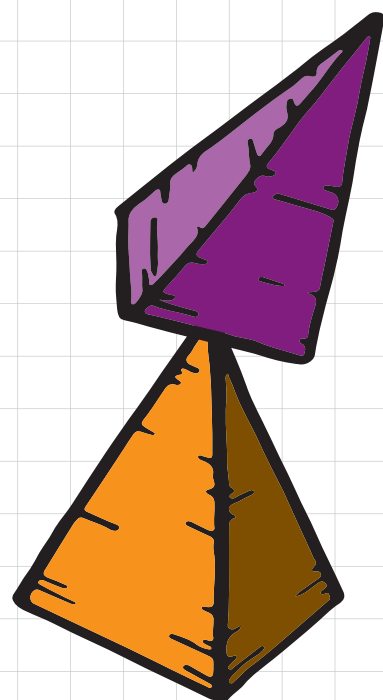




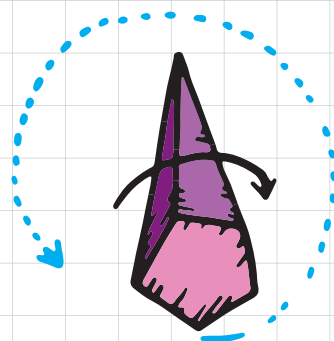
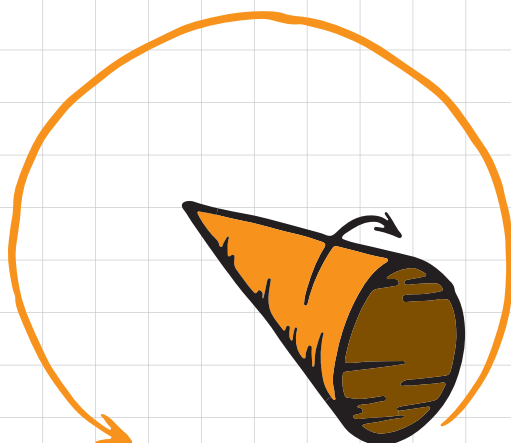
چه برج‌ها که
بامنشورها
می‌شود
ساخت



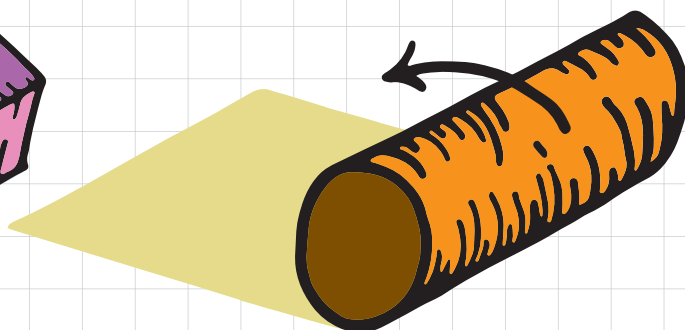
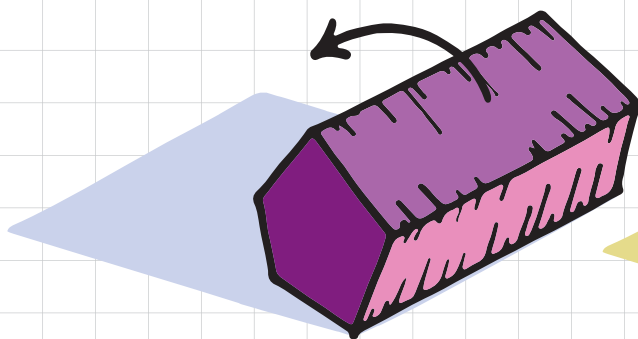
موقع دارت بازی
کدام‌ها بهترند؟



امان از هرم‌های نوک تیز!



با هرم‌ها همیشه دور خودت می‌چرخي



با منشورها می‌شود تا آخر دنیا رفت ...



دوره ۲۴ / شماره ۶ / اسفندماه ۱۳۹۷
ریاضیات و مسئله

برهان

۸

مختصات سفر

● دلارام بیدآباد ● محمد عزیزاده

چگونه اطلاعات جمع آوری شده برای فررا تنظیم کنیم؟

مابقه
هبارت های
زندگی و
ریاضیات

دوستان عزیز، از شماره قبل برنامه ریزی سفر نوروزی را در کنار هم آغاز کردیم و در مطلب «مهندسی سفر» سؤالات مهم و اساسی را برای شروع یک سفر خاطره انگیز مطرح کردیم و حالت های مختلف پاسخ آن سؤالات را بررسی کردیم و برای سفر، جدولی تنظیم کردیم. مقصد سفر، مسیر سفر و برنامه های محل اقامت از جمله مهم ترین مطالبی هستند که در آن مرحله مشخص شدند.

مقصد ● کرمان



خلیج فارس

در جدول دو ستون در رابطه با هزینه مشاهده می کنید: هزینه و هزینه نهایی

ستون هزینه، نشان دهنده هزینه یک نفر است، به عنوان مثال هزینه رفت و برگشت با قطار برای یک نفر ۱۵۲۸۰۰ تومان می باشد.

$$4 \times 152800 = 611200$$

ستون هزینه نهایی نشان دهنده میزان کل هزینه انجام شده در یک مورد خاص است. به عنوان مثال، چون ۴ نفر در این سفر شرکت خواهند کرد هزینه نهایی حمل و نقل با قطار برابر است با:

حالت نوبت شماست که برنامه سفر خود را بچینید و جدول مخارج را به دقت پر کنید. این جدول را پس از تکمیل برای مجله بفرستید. روش های ارسال نامه به مجله را در صفحه شناسنامه مجله می بینید. به کسانی که مخارج سفر را به خوبی مدیریت کرده باشند جوایز نفیسی از طرف مجله اهدا خواهد شد. به خاطر داشته باشید برای این کار می بایست دفترچه ای به همراه داشته باشید تا مخارج سفر را در آن ثبت کنید و سندهای مالی از هزینه ها را در آن گردآوری کنید. از جدول خالی زیر برای این کار استفاده کنید:

عنوان	هزینه	توضیحات	هزینه نهایی

عنوان	هزینه (تومان)	توضیحات	هزینه نهایی (تومان)
حمل و نقل: قطار	۱۵۲۸۰۰	رفت و برگشت به ازای هر نفر	$4 \times 152800 = 611200$
حمل و نقل درون شهری: تاکسی	۲۰۰۰۰	به ازای هر نفر (به طور متوسط)	$4 \times 20000 = 80000$
محل اقامت: هتل	۹۳۰۰۰۰	هتل ۳ ستاره برای ۴ نفر (سه شب)	۹۳۰۰۰۰
تاریخ رفت و برگشت	---	۱۳۹۸/۱/۸ - ۱۳۹۸/۱/۵	----
خورد و خوراک	۵۰۰۰۰	صبحانه در هتل (روی هزینه اتاق حساب شده) نهار و شام و عصرانه تقریباً روزانه به ازای هر نفر	$4 \times 50000 = 200000$
سوغاتی: گز و پسته	۱۲۰۰۰۰	به ازای هر خانواده یک جعبه گز و یک کیلو پسته	$5 \times 120000 = 600000$
مکان های دیدنی: باغ شاهزاده ماهان - بازار باغ فتح آباد - هتل کبری - ارگ بم - آبشار خوشکار	۳۰۰۰۰	بلیت های ورودی	$5 \times 30000 = 150000$
تعداد نفرات: ۴ نفر			

استان کرمان جاذبه های فراوانی را برای یک سفر مهیج دارد با کمی جست و جو و مشورت با خانواده پی بردیم که فصل بهار، زمانی مناسب است تا به دور از گرمای پرحرارت کویر سفری به این استان داشته باشیم. هفته دوم عید برخی از ادارات مانند بانک ها شروع به فعالیت می کنند و از حجم ترافیک سفرهای نوروزی کاسته می شود. در نتیجه تاریخ ۵ تا ۸ فروردین را برای زمان سفر انتخاب کردیم.

یکی از بخش های جذاب و مهم سفر مسیر آن است. برای آنکه تمام خانواده با هم در یک کویه دور هم باشیم و از مسیر بیشترین استفاده را ببریم قطار را انتخاب کردیم (رانندگی تهران تا کرمان برای پدر خانواده خسته کننده می شد).

برای حمل و نقل درون شهری تصمیم گرفته بودیم از وسایل نقلیه عمومی همچون مترو و اتوبوس استفاده کنیم. با کمی پرس و جو متوجه شدیم که دسترسی به این وسایل کمی سخت است بنابراین تاکسی را برگزیدیم. برای محل اقامت یک هتل در مرکز شهر انتخاب کردیم که به وسایل عمومی دسترسی داشته باشیم و بتوانیم به راحتی جابه جا شویم.

کرمان مکان های دیدنی فراوانی دارد که برای هر روز سه مکان را در نظر گرفتیم و یک نصف روز را به گشت و گذار در بازارهای سنتی کرمان اختصاص دادیم.

جدول بالا هزینه ها و مخارج سفر عید به کرمان است، این جدول بر اساس تصمیمات ما برای سفر به کرمان نوشته شده است.



● گفت‌وگو و عکس: هوشمند حسن‌نیا

مُجِ گیری

در فضای مجازی

چگونه مُجِ رتبه‌های شک‌برانگیز را می‌گیریم؟

برهان: خب جواب کاملاً معلوم است. من چیزی را نصب می‌کنم که هزاران نفر نصب کرده‌اند و نظر مثبتی هم داشته‌اند. **آرمان:** بله. ما تقریباً با ۳۲ هزار تیم یا شرکت برنامه‌نویس روبه‌رو هستیم. حالا فرض کنید که یکی از این شرکت‌ها به خاطر منافعش خواهد

می‌شوند. بگذارید دو تا از آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. شما بر چه اساس انتخاب می‌کنید؟ سمت راستی را ۱۰ نفر نصب کرده‌اند و هیچ‌کس نظری نداده است، اما سمت چپی را ۲۰۰ هزار نفر نصب کرده‌اند و ۸ هزار نفر نظر داده‌اند. طبق نظر آن‌ها نمرهٔ اپلیکیشن ۴/۵ از ۵ بوده است.

برهان: تقلب؟ کجا؟ برنامه‌نویس‌ها اپلیکیشن‌هایی را که نوشته‌اند روی بازار می‌گذارند و کاربرها هم اگر بخواهند، نصب می‌کنند. دیگر، تقلب کجاست؟ **آرمان:** بله. از دور همین‌طور است که شما می‌گویید. اما فکر می‌کنید چند اپلیکیشن در بازار وجود دارد؟

برهان: بگذارید حدس بزنم. مثلاً ۲۰۰۰ تا. **آرمان:** یک کمی عددتان کم است! همین الان که من و شما با هم صحبت می‌کنیم، بیش از ۱۵۰،۰۰۰ اپلیکیشن در بازار وجود دارد! حالا برای مثال، فرض کنید که دنبال یک اپلیکیشن خوب برای آب‌وهوا می‌گردید. اگر در بازار «آب‌وهوا» را جست‌وجو کنید، صدها اپلیکیشن به شما معرفی

اگر خودتان یا خانواده‌تان گوشی اندرویدی داشته باشید، بعید است که **آزار** را ننشاسید. می‌توانید اپلیکیشن‌هایی را که دنبالشان می‌گردید، در **آزار** بیابید. بعضی‌ها را رایگان دریافت کنید و برای بعضی دیگر هزینه بپردازید. حتماً می‌دانید که این اپلیکیشن‌ها را **آزار** تولید نمی‌کند، بلکه تعداد زیادی برنامه‌نویس یا تیم برنامه‌نویسی، به صورت مستقل برای خودشان کار می‌کنند و این اپلیکیشن‌ها را تولید می‌کنند. وقتی کارشان آماده شد، اپلیکیشن خود را روی **آزار** نمایش می‌دهند تا مثل یک فروشگاه بزرگ، در دسترس میلیون‌ها کاربر قرار بگیرد.

سراغ **آرمان** عیسی‌خانی، مسئول تحلیل دادهٔ **آزار** رفتیم و با او در مورد این موضوع صحبت کردیم که کجایهای بازار از ریاضی استفاده می‌شود. البته اگر تمایل داشته باشید که همهٔ حرف‌های ما را بشنوید، باید گفت‌وگوها را در شماره‌های ۵ تا ۸ این دورهٔ مجله دنبال کنید. اما در این شماره **آرمان** برای ما توضیح می‌دهد که در دنیای اپلیکیشن‌ها، «تقلب» چه نقشی بازی می‌کند و چه ارتباطی با ریاضی دارد!





آمار می‌دانیم که چه نسبتی از نصب‌های کاربران در هر کدام از ساعت‌های شبانه‌روز اتفاق می‌افتد.

برهان: و دانستن توزیع کمک می‌کند که تقلب‌ها را پیدا کنید؟



آرمان: دقیقاً. الان مثال می‌زنم.

مشکوک‌های جغرافیایی

فرض کنید تصویر سمت راست، براساس داده‌های آماری کاربرانی که ظرف چند سال اپلیکیشن نصب کرده‌اند، تهیه شده است و توزیع جغرافیایی آن‌ها را نمایش می‌دهد. اما تصویر چپ، توزیع جغرافیایی کسانی را نمایش می‌دهد که در یک ماه اخیر، یک اپلیکیشن خاص (مثلاً اپلیکیشن A) را نصب کرده‌اند.

با توجه به شکل راست، کدام استان‌ها بیشترین میزان نصب اپلیکیشن را داشته‌اند؟

با توجه به شکل سمت چپ، کدام استان بیشترین

جنبه شخصی ندارد. مثلاً ما اسم و فامیل کاربر را هم نمی‌دانیم؛ اصلاً برایمان اهمیتی هم ندارد. ولی هر کس که اپلیکیشن را نصب می‌کند، ساعت، تاریخ، نوع گوشی و چند چیز دیگرش را برای خودمان ذخیره می‌کنیم.

این کار باعث شده است که در طول چند سال، آمار مفصلی در مورد همین اطلاعات ابتدایی کاربران مان داشته باشیم و از روی توزیع آن‌ها می‌توانیم موارد مشکوک را تشخیص دهیم.

برهان: توزیع یعنی چی؟
آرمان: بگذارید مثالی بزنم. مثلاً وقتی من می‌گویم: «توزیع جغرافیایی نصب‌های مان را می‌دانیم» منظورم این است که به‌طور آماری می‌دانیم که کاربرها با چه نسبتی از یزد، اهواز، تبریز و ... یک اپلیکیشن را نصب می‌کنند. یا مثلاً وقتی می‌گویم: «ما توزیع زمانی نصب‌ها را می‌دانیم»، یعنی به‌طور

که پلیس‌ها حواسشان به چه چیزهایی هست، روش‌هایشان را تغییر می‌دهند و جور دیگری دزدی می‌کنند که پلیس‌ها متوجه نشوند. اما سعی می‌کنم دو تا مثال خیلی ساده برایتان بگویم.



توزیع‌های شک‌برانگیز

آرمان: واقعیت این است که ما نمی‌توانیم هر جور تقلبی را تشخیص دهیم. درواقع فقط می‌توانیم با روش‌های آماری، موارد مشکوک را پیدا کنیم و آن‌ها را به‌صورت خاص مورد بررسی قرار دهیم.

برهان: چه مواردی مشکوک هستند؟

آرمان: ما بعضی از اطلاعات مربوط به رفتار کاربران را از قبل داریم. البته این اطلاعات اصلاً

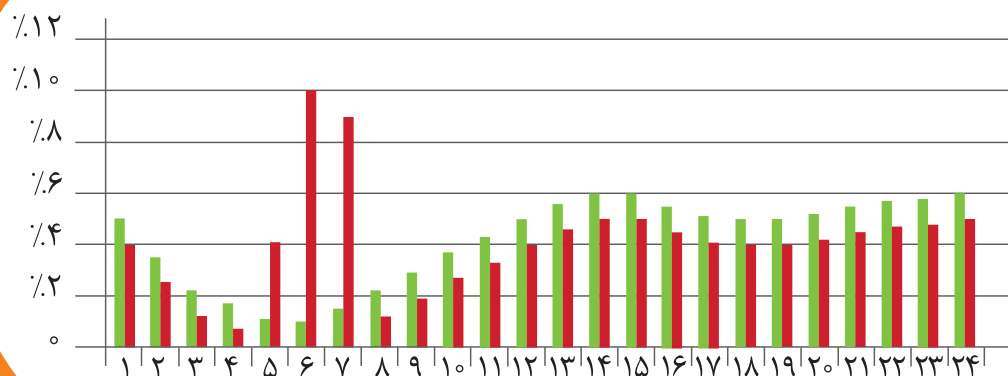
آمار نصب برنامه‌اش را به‌صورت مصنوعی بالا ببرد و برای این کار چند نفر را استخدام کند و از آن‌ها بخواهد که صبح تا شب این اپلیکیشن را نصب و بعد حذف و دوباره نصب کنند و ... یا از آن‌ها بخواهد که دائماً نظرات خوب به آن اپلیکیشن بدهند. این تقلب نیست؟

برهان: چرا، تازه دارم می‌فهمم.

آرمان: کار به همین جا ختم نمی‌شود. ما با برنامه‌نویس‌های حرفه‌ای روبه‌رو هستیم. آن‌ها می‌توانند همین تقلب را به‌صورت اتوماتیک انجام دهند. یعنی به جای اینکه چند نفر را استخدام کنند، برنامه‌ای می‌نویسند که دائماً برنامه اصلی را روی یک گوشی نصب می‌کند و بعد پاک می‌کند و بعد دوباره نصب و ... یا مثلاً برنامه‌ای می‌نویسند که دائماً برود و به برنامه اصلی نمره خوب بدهد.

برهان: عجب! و شما چطور جلوی این تقلب‌ها را می‌گیرید؟ اصلاً چطور متوجه تقلب‌ها می‌شوید؟

آرمان: راستش را بخواهید، نمی‌توانم همه جزئیات کار را توضیح بدهم. این ماجرا مثل بازی دزد و پلیس می‌ماند. اگر دزدها بفهمند



به شکل سمت راست خواهد داشت.

مشکوک‌های زمانی!

میل‌های سبز رنگ در نمودار بالا، توزیع زمانی نصب برنامه‌ها را در طول یک شبانه‌روز نشان می‌دهد که براساس داده‌های جمع‌آوری شده ارائه شده است. میل‌های زرشکی‌رنگ، توزیع زمانی نصب اپلیکیشن B را در طول یک شبانه‌روز نمایش می‌دهد. به نمودارها دقت کنید. اپلیکیشن B قدری عجیب نیست؟

میل‌های سبز نشان می‌دهند که به‌طور آماری، حوالی ساعت ۶ و ۷ صبح، عده‌ی خیلی کمی دنبال نصب کردن برنامه هستند. عجیب

میزان نصب اپلیکیشن را داشته؟

مشکوک نیست؟

اگر به نظر شما هم ماجرا کمی مشکوک می‌آید، بد نیست بدانید که هنوز برای قضاوت خیلی زود است. تا اینجا کار، ما فقط می‌توانیم بگوییم که ماجرا مشکوک است. حالا برای بررسی دقیق‌تر، باید کار به کاردن سپرده شود! ممکن است کاردن موضوع را بررسی و اعلام کند که این موضوع خیلی هم طبیعی است. بعضی از اپلیکیشن‌ها شرایط ویژه‌ای دارند که باعث می‌شود، در یک شهر یا یک استان بیشتر مورد استفاده قرار بگیرند. مثلاً اپلیکیشنی که نقشه‌ی یزد را نمایش می‌دهد، احتمالاً توزیع کاملاً متفاوتی نسبت

توزیع این داده‌های انبوه درواقع برای شما به‌عنوان یک الگو کار می‌کند. حالا برای هر اپلیکیشن جدیدی می‌توانید توزیع زمانی و مکانی نصب‌هایش را با همان الگوهای قبلی مقایسه کنید و اگر هم‌خوان نبود، مشکوک و دست به کار می‌شوید و دقیق و دقیق‌تر موضوع را بررسی می‌کنید. آرمان: بله، این دقیقاً بخشی از کاری است که ما می‌کنیم.

برهان: و بقیه‌ی کار را هم برایمان می‌گویید؟

آرمان: [می‌خندد] نه. آن ماجرای دزد و پلیس را که گفتم فراموش نکنید! اگر من بیشتر توضیح بدهم، درواقع دارم به کسانی که اهل تقلب هستند کمک می‌کنم.

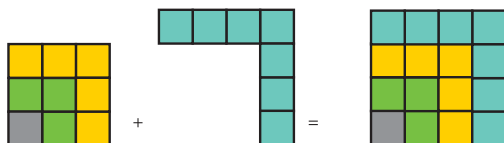
هم نیست، نه؟ اما حوالی ساعت ۶ و ۷ صبح برای نمودار زرشکی اتفاق غیرمنتظره‌ای رخ می‌دهد. میزان نصب اپلیکیشن در این مدت از هر زمانی بیشتر است.

یادتان باشد که درست نیست به سرعت قضاوت کنیم. هیچ وقت نباید با یک مشاهده آماری از این نوع، با قطعیت برخورد کنیم. با مشاهده‌ی چنین چیزی باز هم ما باید کار را به کاردن بسپاریم تا با دقت دنبال سرخ‌هایی بگردد.

برهان: بگذارید ببینم درست متوجه شده‌ام؟ شما همیشه یک سلسله از اطلاعات اولیه، مثل زمان و مکان کاربر را در لحظه نصب برنامه ذخیره می‌کنید.



حالا ۷ را اضافه می‌کنیم:



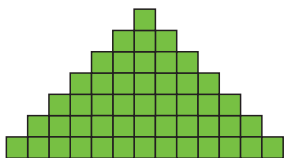
و حالا اثبات جبری را با هم ببینیم. برای اینکه این مجموع را پیدا کنیم، می‌توانیم تمام عددهای آن را دو بار زیر هم بنویسیم. البته یک بار با ترتیب کوچک به بزرگ و بار دیگر با ترتیب بزرگ به کوچک:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{c} 1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) \\ (2k-1) + (2k-3) + (2k-5) + \dots + 1 \end{array} \right\} \\ & + \frac{2k + 2k + 2k + \dots + 2k}{2k} \\ & = 2k \times k = 2k^2 \end{aligned}$$

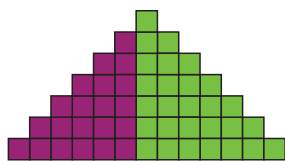
اما حواسمان باشد که با این کار، دو برابر مجموعمان را حساب کرده‌ایم، پس حالا باید حاصل به دست آمده را نصف کنیم:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) = \left(\frac{2k^2}{2} \right) = k^2$$

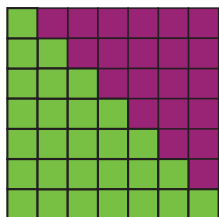
به جز روشی که در بالا دیدیم، یک مدل شکل دیگر هم برای این جمله می‌توان رسم کرد. به دقت به آن نگاه کنید و ارتباط آن را با اثبات بالا بیابید.



همین شکل را می‌توانیم این‌طور نگاه کنیم:



برای درست کردن مربع می‌توانیم بخش‌های بنفش رنگ را بچرخانیم و روی سبزه‌ها بگذاریم؛ به این صورت:



وقتی ادعا می‌کنیم چیزی درست است، باید برای درستی آن دلیل بیاوریم، به این کار «اثبات» می‌گوییم. بعضی‌ها برای اثبات حرفشان به زور متوسل می‌شوند! اما ما که ریاضی می‌خوانیم، می‌توانیم از روش‌های جبری، مثال زدن و ... استفاده کنیم و نیازی به زور نداریم!

این بار می‌خواهیم درستی این جمله را بررسی کنیم که اگر عددهای فرد را از ۱ به ترتیب با هم جمع کنیم، حاصل جمع آن‌ها مقداری برابر با مجذور (مربع) تعداد عددها است. اول چند مثال از جمله بالا را ببینیم:

$$1 + 3 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6^2$$

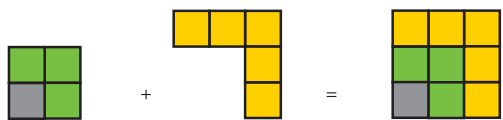
حالا برویم سراغ شکل. برای اینکه بتوانیم عددهای مربع کامل درست کنیم، خوب است برای جمع زدن عددها، آن‌ها را به شکل مربع در بیاوریم: مثلاً وقتی می‌خواهیم

بشکن بخش اثبات کن

۳ تا به ۱ اضافه کنیم، به جای اینکه آن‌ها را کنار هم بگذاریم، بهتر است یک مربع ۲ در ۲ ایجاد کنیم:



۱ و ۳ را با هم جمع کردیم، حالا باید ۵ را با آن جمع کنیم. مربع قبلی ضلع ۲ دارد، پس دو تا ۲ برای کنار و بالا می‌خواهیم. البته ۵ را هم می‌توان به صورت $2 \times 2 + 1$ نوشت.





یک تخته شکلات چند فنجان است؟

داود معصومی مهوار

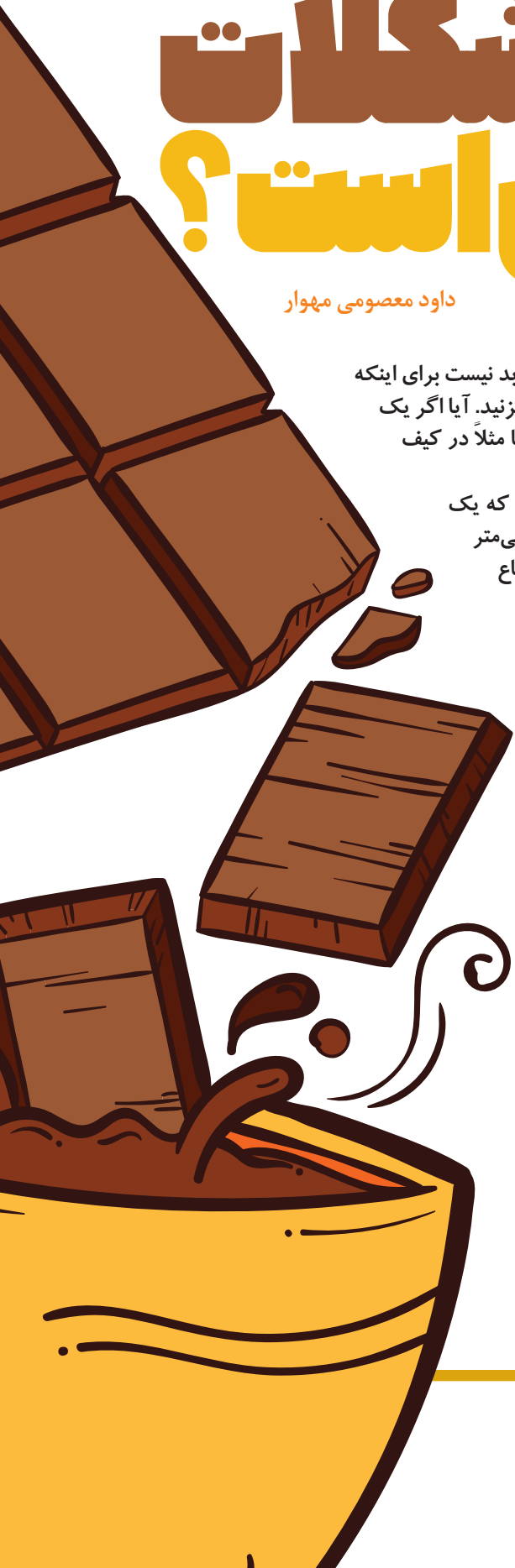
مسئله حل کن، تخمین بزن

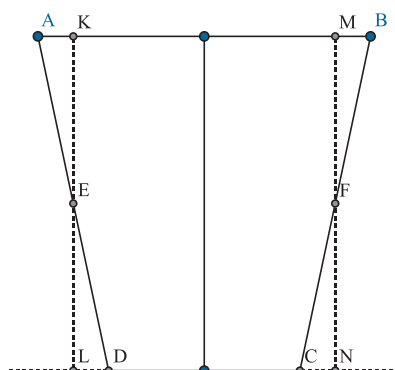
حجم یک تخته شکلات را به سادگی می‌توان محاسبه کرد. اما بد نیست برای اینکه مهارت تخمین خود را بهتر کنید، پیش از محاسبه برای خود تخمین بزنید. آیا اگر یک تخته شکلات را آب کنید، در یک فنجان معمولی جا می‌گیرد؟ یا مثلاً در کیف مدرسه شما چند تا از این شکلات‌ها جای می‌گیرد؟

همان فنجان را در نظر می‌گیریم و دقیق‌تر بررسی می‌کنیم. گیریم که یک تخته شکلات یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۷ سانتی‌متر در ۷/۵ سانتی‌متر در ۵/۵ سانتی‌متر باشد. فنجان ما هم فنجانی معمولی باشد به ارتفاع ۷ سانتی‌متر، قطر دهانه بالایی ۷ سانتی‌متر، و قطر قاعده پایینی ۴ سانتی‌متر. این برآوردها دور از واقعیت نیستند و با همین‌ها تلاش کنید تخمین بزنید و تخمین خود را بنویسید. مثلاً ۱۰ درصد فنجان پر می‌شود؟ ۹۰ درصد فنجان پر می‌شود؟ یا حدوداً ۱/۵ فنجان لازم می‌شود؟

محاسبه حجم شکلات خیلی سراسر است. حجم مکعب مستطیل از ضرب طول، عرض و ارتفاع آن به دست می‌آید.
حجم شکلات = $۵/۵ \times ۷/۵ \times ۱۷ = ۶۳/۷۵$
یعنی حجم تخته شکلات ما حدوداً ۶۴ سانتی‌متر مکعب است.

حالا به سراغ حجم فنجان می‌رویم [فنجانی که نسبت دهانه و قاعده و ارتفاع آن حدود ۷، ۴ و ۷ باشد].
اگر دیواره‌های کناری این فنجان خط صاف نباشند و مثلاً به تو یا بیرون شکم داشته باشند، محاسبه دقیق حجم آن کار ساده‌ای نیست. پس برای سادگی کار فرض می‌کنیم که دیواره کناری فنجان شکم ندارد و صاف است. به عبارت دیگر فرض می‌کنیم فنجان ما بخشی از یک مخروط باشد. در هندسه به این شکل مخروط ناقص می‌گویند و در محاسبه حجم آن از شباه کمک می‌گیرند، ولی ما باز هم کار را ساده‌تر می‌کنیم.





فنجان را یک استوانه فرض می‌کنیم که شعاع
قاعده آن، میانگین شعاع قاعده‌های فنجان باشد. یعنی
به جای قاعده‌هایی با قطرهای ۷ و ۴ هر دو قاعده را
دایره‌هایی با قطر ۵/۵ فرض می‌کنیم. حالا محاسبه حجم
تقریبی فنجان هم ساده شد. حجم استوانه برابر است با: ارتفاع
ضرب در مساحت قاعده.

$$\text{حجم فنجان} = 166 / 22375 = 2/75 \times 2/75 \times 3/14 \times 7$$

پس حجم فنجان ما تقریباً برابر ۱۶۶ سانتی‌متر مکعب است.
حالا اگر همه شکلات تخته‌ای خودمان را آب کنیم، به راحتی در فنجان
جای می‌گیرد و کمی بیش از یک سوم حجم (نه ارتفاع) فنجان را پر
می‌کند.

فکر کنید:

۱ معمولاً تخته‌های شکلات شیارهایی دارند تا ساده‌تر شکسته
شوند. آیا می‌توانید حجم این شیارها را تخمین بزنید؟ کم و
بیش چند درصد از حجم مکعب مستطیل شکلات شیارهای
آن هستند؟

۲ در یک جست‌وجوی ساده، «google» خیلی فوری
به ما می‌گوید که یک سانتی‌متر مکعب شکلات
خالص ۱/۳۲۵ گرم و یک سانتی‌متر مکعب شکر
۱/۵۹ گرم وزن دارد. آیا می‌توانید به کمک
این دو عدد و خواندن وزن تخته شکلات و
محاسبه حجم آن، درصد تلخی شکلات
را پیدا کنید؟





جعفراسدی گرامرودی

یک راه حل

مسئله: کسری گویا
مساوی - بنویسید
که مجموع
صورت و
مخرج
آن ۱۶۵
باشد.

راه حل اول، حدس و آزمایش:

صورت و مخرج $\frac{4}{7}$ را در یک عدد ضرب
می کنیم تا به مجموع مورد نظر برسیم. مجموع ۴
و ۷ برابر ۱۱ است، بنابراین برای رسیدن به ۱۶۵، ابتدا
صورت و مخرج را در عدد ۱۰ ضرب می کنیم و به همین ترتیب
در ۱۱، ۱۲، ۱۳ و ... ادامه می دهیم تا به مجموع ۱۶۵ برسیم.

$\frac{۴}{۷}$ کسرهای مساوی	$\frac{۴}{۷}$	$\frac{۴۰}{۷۰}$	$\frac{۴۴}{۷۷}$	$\frac{۴۸}{۸۴}$	$\frac{۵۲}{۹۱}$	$\frac{۵۶}{۹۸}$	$\frac{۶۰}{۱۰۵}$
مجموع صورت و مخرج	۱۱	۱۱۰	۱۲۱	۱۳۲	۱۴۳	۱۵۴	۱۶۵

برای شروع خوب بود. برای راه حل های بعدی،
علاوه بر کسرهای مساوی، دانش بیشتری
از ریاضی مورد نیاز است.

راه حل دوم، تناسب:

هر کسر می تواند نشان دهنده یک
نسبت باشد که با کسرهای مساوی اش دارای
تناسب است. از طرف دیگر، به جدول تناسب
می توان ردیفی به نام مجموع اضافه کرد:

صورت	۴	۶۰	
مخرج	۷	۱۰۵	
مجموع	۱۱	۱۶۵	
			$\Rightarrow \frac{4}{7} = \frac{60}{105}$

$\times 15$



راه حل سوم، تشکیل معادله (۱):

X را عددی در نظر می گیریم که صورت و مخرج قرار است در آن ضرب شود تا کسری مساوی $\frac{4}{7}$ تولید شود.

$$\frac{4 \times X}{7 \times X} = \frac{4X}{7X}$$

قرار است مجموع صورت و مخرج برابر ۱۶۵ شود. آن را به صورت معادله جبری می نویسیم و X را به دست می آوریم.

$$4X + 7X = 165 \Rightarrow 11X = 165 \Rightarrow X = 15$$

بنابراین:

$$\frac{4X}{7X} = \frac{4 \times 15}{7 \times 15} = \frac{60}{105}$$

راه حل

چهارم، تشکیل معادله (۲):

این دفعه صورت کسر را X می گیریم. پس $\frac{4}{7} = \frac{X}{\text{مخرج}}$ بنابراین مخرج کسر را می توان به صورت زیر پیدا کرد:

$$\text{مخرج} = \frac{7X}{4}$$

اکنون کسر ما $\frac{X}{\frac{7X}{4}}$ است. مجموع صورت و مخرج را برابر ۱۶۵ قرار می دهیم تا X را به دست آوریم:

$$X + \frac{7}{4}X = 165 \rightarrow \frac{4}{4}X + \frac{7}{4}X = 165$$

$$\rightarrow \frac{11}{4}X = 165 \rightarrow X = 165 \times \frac{4}{11} \rightarrow X = 60$$

$$\rightarrow \text{مخرج} = \frac{7}{4}X = \frac{7}{4} \times 60 \rightarrow \boxed{\text{مخرج} = 105}$$

$$\rightarrow \text{کسر} = \frac{60}{105}$$



Games

هارمونی

● کیمیا هاشمی ● علی مرتضوی
بازی‌های اندرویدی
AndroidGames

● تعداد خانه‌هایی که باید رنگ کنید، در بالای صفحه نشان داده می‌شود و این برای کامل کردن پازل راهنمای خوبی است.

● در شکل ۱، پنج خانه باید رنگ شود. آیا می‌توانید این خانه‌ها را مشخص کنید؟

● این بازی بخش‌های متفاوتی دارد که هر کدام از آن‌ها از نظر شکل ظاهری و مهم‌تر از آن، درجه سختی با بخش‌های دیگر تفاوت دارد. مثلاً بازی شکل ۲، از بخش «غار جادویی» با درجه سختی ۲ است. این پازل را کامل کنید.



● هارمونی یک بازی یک‌نفره است. در این بازی در هر مرحله شما صفحه‌ای در اختیار دارید که بعضی از خانه‌هایش رنگی‌اند و تعدادی آینه در مکان‌های مختلف آن قرار دارد. شما باید در هر مرحله تصویر خانه‌های رنگی در آینه را روی صفحه علامت بزنید. برای این کار باید به فاصله‌های این خانه‌ها از هر آینه و طول پاره‌خطی که آینه را مشخص می‌کند، توجه کنید.

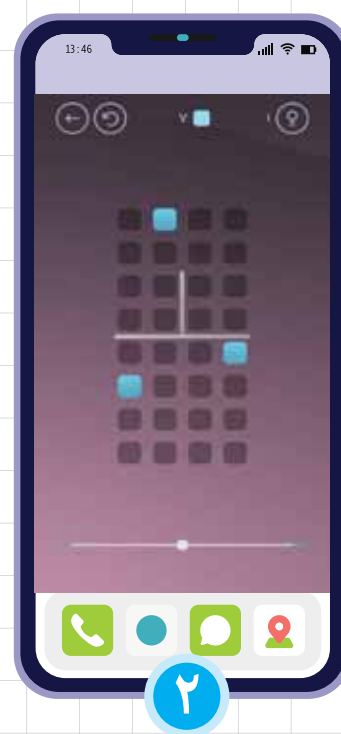
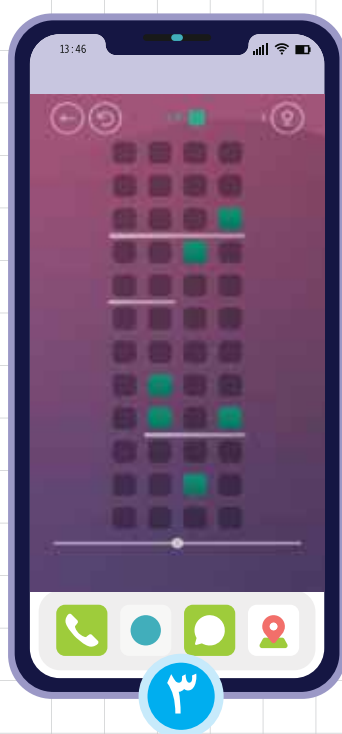
● شاید ابتدا پیدا کردن تصویر مربع‌ها کار ساده‌ای به نظر برسد، اما باید توجه کنید که مربع‌هایی که خودتان هم رنگ می‌کنید، تصویرشان در آینه‌ها تشکیل می‌شود.



Android

● بازی شکل ۳: تصویر مرحله‌ای از بخش «شفق قطبی» با درجهٔ سختی ۳ است. موقع حل کردن این مرحله مراقب تصویر مربع‌هایی که خودتان زده‌اید، باشید؛ چون تعدادشان خیلی زیاد است!

● اگر شما طراح این بازی بودید و می‌خواستید سه آینه را که اندازه‌هایشان ۲ در ۱ است، در صفحه‌ای که در شکل ۴ می‌بینید قرار دهید، آن‌ها را چگونه می‌گذاشتید تا تعداد تصویرهای ایجاد شده بیشترین تعداد ممکن شود؟



هارمونی اولین بازی ساخته شده در استودیوی بازی‌سازی «Lake Horse» است. سازندگان آن ایرانی هستند. ایدهٔ اصلی بازی، مفهوم «تقارن» است. کاربر با پیدا کردن تمامی تقارن‌ها با توجه به آینه‌های موجود در هر مرحله، مرحله را پشت سر می‌گذارد. این بازی تجربهٔ منحصربه‌فردی در اختیار کاربر قرار می‌دهد و بازی مشابه آن در دنیا وجود ندارد. موسیقی بازی، فضایی آرامش‌بخش را برای کاربران ایجاد می‌کند. نام بازی (هارمونی) نیز در واقع به موسیقی ارتباط دارد، نه به موضوع ریاضی بازی. در نسخهٔ فعلی بازی بیش از هزار مرحله، از سطح ساده تا دشوار در بسته‌های متفاوت قرار گرفته و هر بسته، موسیقی و گرافیک منحصربه‌فرد خود را داراست. با تیم سازندگان این بازی به گفت و گو نشسته‌ایم. این گفت و گو را در همین شمارهٔ مجله در صفحهٔ ۲۸ بخوانید.

با استفاده از
بارکد، بازی را
دانلود کنید.



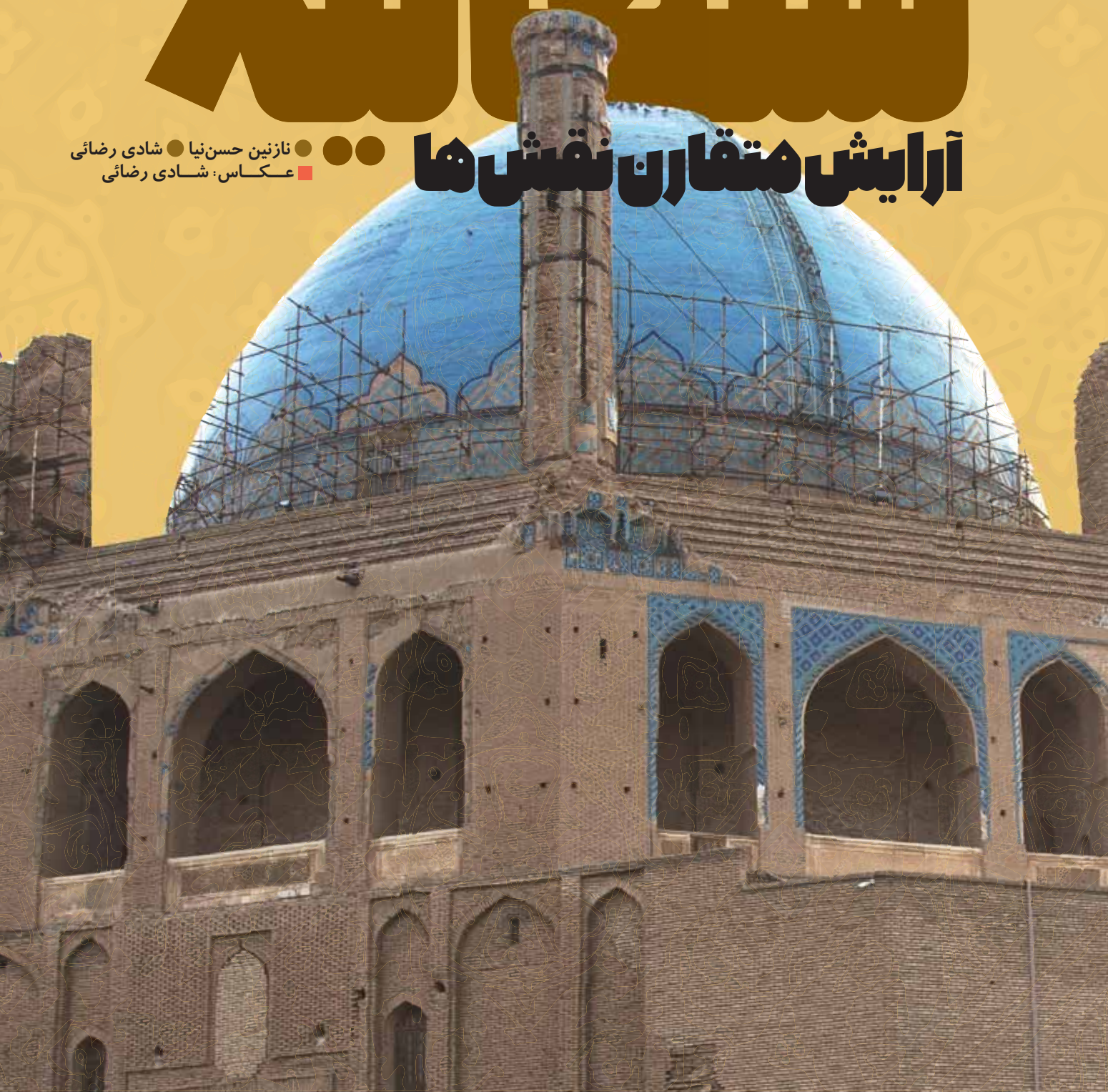


بنای سلطانیه، بنایی آجری است که سبک تزئینات آن برگرفته از فرهنگ ایلخانان مغول است. این بنا دارای هشت ایوان است که هر ایوان تزئینات خاص خود را دارد. سقف ایوان‌ها با نقش‌های اسلیمی تزئین شده است، در سه ایوان آن، نام‌های الله، محمد و علی وجود دارد و پنج ایوان دیگر از ترکیب نشانه‌ها و نقش‌های مغولی و اسلیمی بهره گرفته است. گفتنی است به نقش‌هایی که پیچ و خم، و طرح گل و گیاه دارند، «نقش‌های اسلیمی» می‌گویند.

سلطانیه

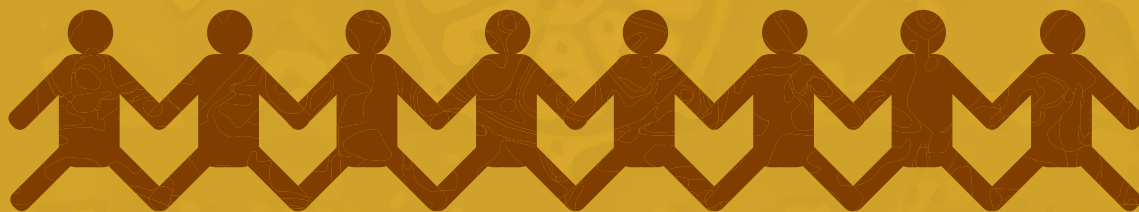
● نازنین حسن‌نیا ● شادی رضائی
■ عکاس: شادی رضائی

آرایش متقارن نقش‌ها





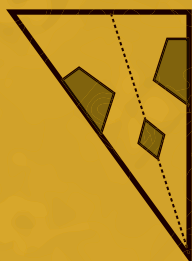
۱ شاید در بچگی ریشه‌هایی به این شکل درست کرده باشید. تقارن طرح‌ها به ما کمک می‌کند، از طریق تا کردن کاغذ بتوانیم با چند بُرش، طرح‌هایی تکرارشونده ایجاد کنیم. هر خط تا، یکی از محورهای تقارن در طرح است.



۲ می‌خواهیم با همان روش تا کردن و بریدن، طرح زیر را روی کاغذ درآوریم.



۳ قسمت‌های متفاوت این طرح‌ها را جدا جدا در نظر می‌گیریم. پنج ضلعی‌های بیرونی چند تا خط تقارن دارند؟ زاویه بین این خط‌ها چند درجه است؟ یک کاغذ بردارید و نقطه‌ای وسط آن بگذارید. همه خط‌های تقارنی را که به دست آوردید روی این کاغذ رسم کنید. برای اینکه طرح نهایی تان دقیق باشد، از نقاله کمک بگیرید تا زاویه‌های ۳۶ درجه میان خط‌ها درست رسم شوند.



۵ حالا نوبت چهارضلعی‌هاست. محل این چهارضلعی‌ها، وسط کاغذ ما می‌افتد و نمی‌توانیم با قیچی آن را ببریم! اما اگر یک خط تایی دیگر اضافه کنیم، درست از وسط این چهارضلعی می‌گذرد. کاغذ را روی خط چین تا بزنید. برش دادن کاغذ ۲۰ لایه سخت است. کمی حوصله کنید و از روی خط بُرش ببرید.



۴ اگر کاغذ را از روی همه این خط‌های تقارن تا بزنید، یک کاغذ ۲۰ لایه به دست می‌آید که برش زدن آن کار آسانی نیست. پس کاغذمان را فقط از روی یک در میان این خط‌ها یعنی ۵ تا خط تقارن تا می‌زنیم. کاغذ را از روی خط‌های بُرش ببرید.



۶ حالا سراغ ستاره ۱۰ پر وسط طرح می‌رویم. آخرین تا را باز کنید و مطابق شکل، کاغذ را از روی خط بُرش ببرید.

۸ این ستاره و طرح درونش را ببینید. آیا طرح درون آن را می‌توانیم به کمک تا زدن، ببریم؟

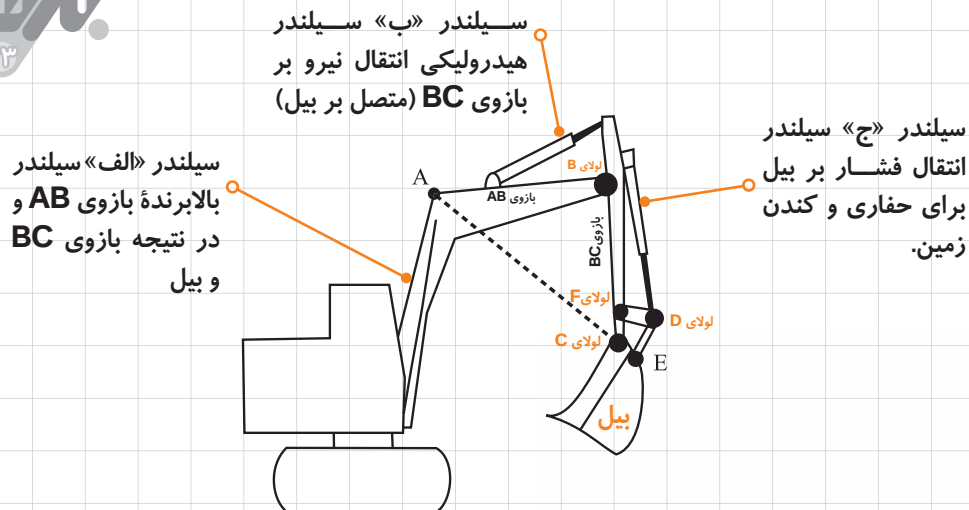
۷ به طرحی که درون این ستاره نقش بسته است، «ترنج» می‌گوییم. این ترنج چند خط تقارن دارد؟ چطور می‌توانیم با کمک تا، آن را از درون ستاره ببریم؟



مشکلهای استخوان

نقش هندسه در عملکرد دینامیکی
هندسه در صنعت • حسین نامی ساعی • مدلسازی سه بعدی: الهام محبوب



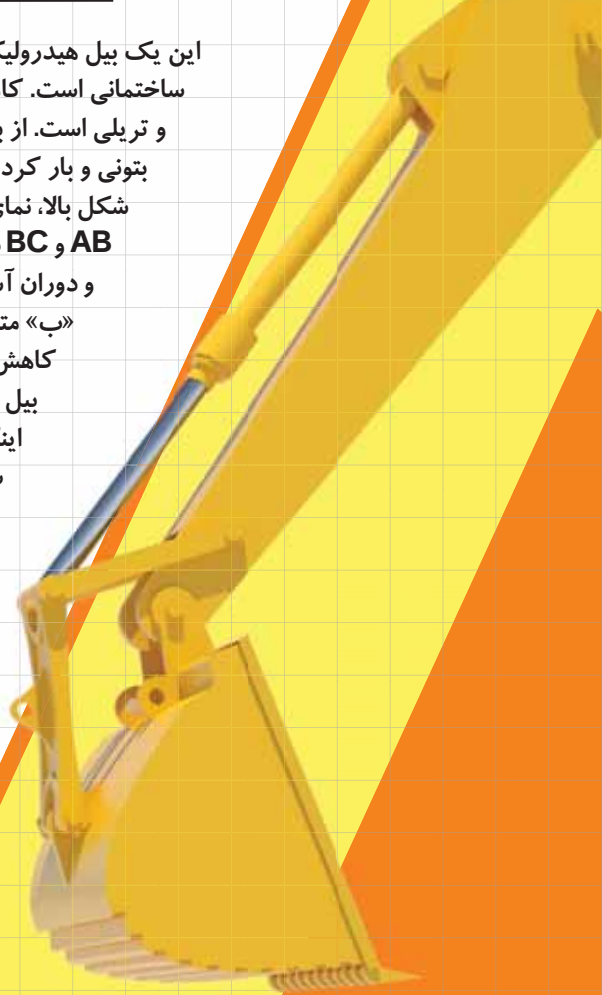


این یک بیل هیدرولیکی و یا یک بیل مکانیکی است. بیل مکانیکی یکی از ماشین آلات ساختمانی است. کار بیل مکانیکی گودبرداری (خاکبرداری) و بار کردن آن در کامیون و تریلی است. از بیل‌های مکانیکی پر قدرت برای تخریب و شکستن زمین‌های سنگی و بتونی و بار کردن سنگ و بتون بر کامیون استفاده می‌شود.

شکل بالا، نمای جانبی یک بیل مکانیکی است. در این نما در مثلث ABC ؛ بازوهای AB و BC در رأس B توسط لولای B به هم متصل شده‌اند. این لولا باعث حرکت و دوران آسان بازوی BC حول نقطه B می‌شود. با نیرویی که سیلندر هیدرولیک «ب» متصل به بازوی BC بر BC وارد می‌کند، در مثلث ABC ، زاویه B کاهش می‌یابد. در نتیجه ضلع AC در ABC کوتاه‌تر و این باعث حرکت بیل به سمت چپ می‌شود. در نتیجه، بیل می‌تواند خاک برداری کند. برای اینکه خاک برداری توسط بیل کامل شود و در واقع بیل، از خاک پُر شود، سیلندر هیدرولیک «ج» بر بازوی کوتاه متصل به بیل DE (در مثلث DEF) نیرو وارد می‌کند. در نتیجه زاویه D کاهش می‌یابد و در نتیجه، سر بیل به سمت بالا می‌رود و بیل پر از خاک می‌شود. هنگام تخلیه خاک از بیل، این کارها برعکس انجام می‌شود.

بیل مکانیکی چه ربطی به هندسه دارد؟

در هندسه قضیه‌ای هست که بیان می‌کند: بزرگی ضلع سوم مثلث، به اندازه زاویه بین دو ضلع دیگر آن بستگی دارد. این قضیه را «قضیه لولا» می‌نامند. در واقع قضیه لولا می‌گوید: «اگر دو ضلع مثلث ثابت بمانند، و زاویه بین این دو ضلع تغییر کند و بزرگ‌تر شود، ضلع سوم مثلث نیز بزرگ‌تر می‌شود.» در بیل مکانیکی، مثلث‌های فرضی ABC و DEF وجود دارند. به بیان ساده، در مثلث ABC ، با کم و زیاد شدن زاویه B توسط سیلندر «ب» و در نتیجه کم و زیاد شدن ضلع مقابل به زاویه B ، یعنی AC ، عمل حفاری انجام می‌شود. در مثلث DEF ، با کم و زیاد شدن زاویه D توسط سیلندر «ج» و کم و زیاد شدن ضلع EF ، عمل بارگیری توسط بیل کامل می‌شود.



چهار امتیاز حسرت‌آور

نگاهی به مرحلهٔ گروهی جام جهانی فوتبال ۲۰۱۸ (روسیه)

● جعفر اسدی گرمارودی

در مطلبی که در شمارهٔ قبل این مجله چاپ شد، به‌طور کامل وضعیت صعود از یک گروه چهارتیمی در امتیازهای متفاوت را، از لحاظ آماری و حالت‌های خاص، بررسی کردیم. حساسیت امتیاز چهار در صعود کردن یا صعود نکردن، و چهار امتیازی بودن تیم ملی فوتبال کشورمان در جام جهانی ۲۰۱۸ (روسیه) بهانه‌ای شد که این امتیاز را در دو شمارهٔ پیش رو بررسی کنیم. همان‌طور که می‌دانید، تیم‌های ایران و سنگال در جام جهانی با کسب چهار امتیاز از صعود به مرحلهٔ بعد بازماندند. در حالی که تیم‌های ژاپن و آرژانتین با همین امتیاز به مرحلهٔ بعد راه یافتند؛ چهار امتیازی که حسرت صعود به مرحلهٔ حذفی را در دل علاقه‌مندان تیم ملی به جا گذاشت.



جدول ۱			
سال	تعداد تیم‌های چهار امتیازی	تعداد صعود کرده‌ها	تعداد حذف شده‌ها
۱۹۹۸	۳	۱	۲
۲۰۰۲	۸	۴	۴
۲۰۰۶	۳	۲	۱
۲۰۱۰	۹	۴	۵
۲۰۱۴	۶	۴	۲
۲۰۱۸	۴	۲	۲
مجموع	۳۳	۱۷	۱۶
درصد	۵۱/۵۲	۴۸/۴۸	

تشکیل جدول فراوانی

در شش دوره اخیر، یعنی ۱۹۹۸، ۲۰۰۲، ۲۰۰۶، ۲۰۱۰، ۲۰۱۴ و ۲۰۱۸، با کمک تاریخچه انجام مسابقات و از طریق سایت «fifa.com»، فراوانی صعود کرده‌ها و حذف شده‌ها قابل بررسی است. در جدول ۱ این فراوانی با جزئیات بیشتر و درصد صعود کرده‌ها قابل مشاهده است.

بررسی جدول

با توجه به عددهای ردیف‌های «مجموع» و «درصد» در جدول، می‌توان گفت کسب چهار امتیاز به‌طور مطمئن به صعود منجر نخواهد شد و به اما و اگرها وابسته خواهد بود. این اما و اگرها به خاطر شرایط کسب چهار امتیاز است؛ یعنی یک برد، یک تساوی و یک باخت. چگونه است که این ترکیب نتایج، گاهی به رفتن به مرحله بعد و گاهی به حذف از مرحله مقدماتی می‌انجامد؟ برای بررسی این موضوع، مرور خاطرات جام جهانی خالی از لطف نیست. به این منظور، نتایج و جدول تیم‌های آرژانتین و ایران در مرحله گروهی را بررسی می‌کنیم. جدول ۲ نتایج تیم آرژانتین را در گروه D مسابقات نشان می‌دهد.

جدول ۳						
رتبه	نام تیم	بازی	برد	مساوی	باخت	امتیاز
۱	کرواسی	۳	۳	۰	۰	۹
۲	آرژانتین	۳	۱	۱	۱	۴
۳	نیجریه	۳	۱	۰	۲	۳
۴	ایسلند	۳	۰	۱	۲	۱

جدول ۲	
آرژانتین ۱ ایسلند ۰	کرواسی ۲ نیجریه ۰
کرواسی ۳ آرژانتین ۰	نیجریه ۲ ایسلند ۰
آرژانتین ۲ نیجریه ۱	ایسلند ۱ کرواسی ۲

رده‌بندی این گروه در جدول ۳ مرتب شده است. آرژانتین به لطف سه پیروزی کرواسی توانست با چهار

امتیاز در رتبه دوم قرار گیرد. سه برد کرواسی از آن نظر به آرژانتین کمک کرد که امتیاز دیگر تیم‌ها کاهش یافت و این تیم توانست با چهار امتیاز به مرحله بعد صعود کند. نتایج تیم فوتبال کشورمان در گروه B مسابقات در جدول ۴ به نمایش گذاشته شده است.

جدول ۵						
رتبه	نام تیم	بازی	برد	مساوی	باخت	امتیاز
۱	اسپانیا	۳	۱	۲	۰	۵
۲	پرتغال	۳	۱	۲	۰	۵
۳	ایران	۳	۱	۱	۱	۴
۴	مراکش	۳	۰	۱	۲	۱

جدول ۴	
ایران ۱ مراکش ۰	اسپانیا ۳ پرتغال ۳
ایران ۰ اسپانیا ۱	پرتغال ۱ مراکش ۰
ایران ۱ پرتغال ۱	مراکش ۲ اسپانیا ۲

رده‌بندی این گروه در جدول ۵ قابل مشاهده است. در این گروه، برتری نداشتن کامل یک تیم در امتیازگیری

سبب پراکندگی امتیازها بین تیم‌ها شد. همین موضوع تیم ایران را با وجود کسب تاریخی چهار امتیاز در رتبه سوم قرار داد. شاید اگر نتیجه مساوی بازی اسپانیا و پرتغال که صدرنشینی تاریخی و موقتی ایران را به همراه داشت، به پیروزی هر یک از این دو تیم منجر می‌شد، امروز صحبت از صعود تیم کشورمان به مرحله بعد بود. با مثال‌های ارائه شده و آمار به دست آمده که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، درمی‌یابیم جواز صعود با چهار امتیاز، به نتایج دیگر تیم‌های آن گروه بستگی داشت. اتفاق جالب در مورد ۴ امتیاز، درصد صعود کرده‌ها و درصد حذف شده‌ها است که به ۵۰ درصد نزدیک است. اما سؤالی که اینجا مطرح می‌شود، این است که: نتایج و امتیاز دیگر تیم‌ها به چه صورت باشد تا تیمی با چهار امتیاز موفق به صعود شود؟ مثلاً کسب ۹ امتیاز توسط تیم دیگری، می‌تواند برای تیم ۴ امتیازی اطمینان خاطر ایجاد کند؟ در مطلبی در شماره بعدی مجله، با نگاهی آماری به شش دوره اخیر، پاسخ این سؤال را بررسی خواهیم کرد.



چین است و چین است چنین است و چنان است

حدود ۸۰۰۰ سال پیش اسببت را که زین می‌کردی و از شرق ایران خارج می‌شدی، چند ماهی باید می‌تاختی تا برسی به یک تمدن بزرگ به نام چین!

هرچی که دوام آورده بود، حدود ۲۲۰۰ سال پیش توسط امپراتور آتش دوستی به نام شی هوانگ تی جزغاله شد. معلوم نیست سردش بوده یا برای چهارشنبه سوری می‌خواست!

چینی‌ها علاقه خاصی به حساب و کتاب داشتند و برای همین، چرتکه را هم اختراع کردند. اما خیلی معلوم نیست که چه یافته‌هایی داشتند، چرا که بیشتر مطالبشان را روی ساقه‌های خیزران به هم بافته می‌نوشتند و این ساقه‌ها چندان دوام نداشت.



در کتاب دیگری به نام «چونوپی» تصویری وجود دارد که نشان می‌دهد با اینکه چینی‌ها هیچ دیداری با شخص فیثاغورس نداشتند، اما قضیه‌اش را خوب می‌شناختند و حتی به مدل چینی اثباتش هم می‌کردند.

اما بعد از اینکه شی هوانگ تی خودش هم در آتش خودش سوخت، کتاب‌های چینی جان سالم به در برد. یکی از معروف‌ترین آن‌ها کتاب «حساب در ۹ بخش» است که مسائل کاربردی هندسه و حساب در آن آمده که البته برخلاف یونانی‌ها، بدون استدلال بیان شده.

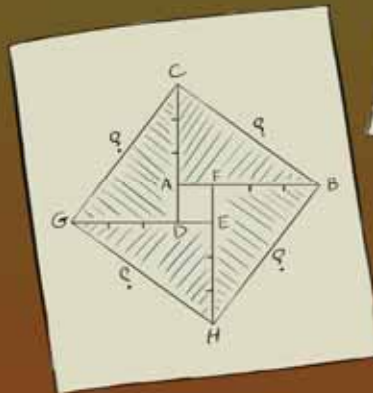
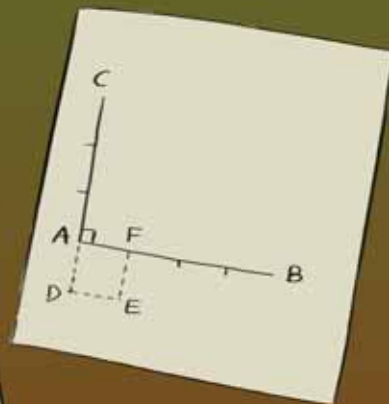
این شکل قضیه مُدل چینی آن است

یک تمدن یک مسئله: چین

هوشنگ شرقی / حسام سبحانی طهرانی • تصویرگر: حمید خلوتی

احتمالاً چینی‌ها ابتدا پاره‌خط‌های AB و AC را به طول‌های ۴ و ۳ واحد و عمود بر هم رسم کرده‌اند. بعد AC را یک واحد از طرف A امتداد داده و به D رسیده‌اند. سپس DE را به طول یک واحد و عمود بر DC رسم کرده و از E به F که به فاصله یک واحد از A واقع است، وصل کرده‌اند. بدین ترتیب، مربع $AFED$ تشکیل شده (چرا مربع؟)

بعد FE و DE را به اندازه سه واحد تا نقاط H و G امتداد داده و C و B و H و G را به هم وصل کرده‌اند. بدین ترتیب به چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت رسیدند (چرا هم‌نهشت؟) که مساحت هر کدام $\frac{3 \times 4}{2} = 6$ واحد است. پس با احتساب مساحت ۴ مثلث و مساحت مربع وسط فهمیدند که مساحت چهارضلعی $CBHG = 25 = (4 \times 6) + 1$ واحد است.



پس تنها کافی بود که ثابت کنند چهارضلعی $CBHG$ مربع است. (چرا شکل، مربع است؟)

چون اینطوری معلوم می‌شود که هر ضلع آن ۵ واحد بوده و بنابراین مشخص می‌شود که مثلثی به اضلاع ۳ و ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است.

حالا اگر بتوانی به ۳ تا چرای ما پاسخ بدهی و برای ما بفرستی، یک جایزه آتشین در حد «امپراتور شی هوانگ‌تی» پیش ما داری.

برای شنیدن داستان کامل ریاضیات در چین، از بارکد مقابل استفاده کنید





در گفت‌وگو با گروه سازندگان بازی هارمونی

ریاضیات «هارمونی»

● زهره پندی، هوشمند حسن‌نیا



خیلی هیجان‌انگیز است که از انجام یک بازی لذت برده باشی و خیلی دلت خواسته باشد بدانی سازندگان آن چطور چنین چیزی به فکرشان رسیده است، چه امکاناتی داشته‌اند که توانسته‌اند بازی را بسازند و منتشر کنند و ... بعد بفهمی که سازندگان بازی ایرانی هستند و در یک کارخانه نوآوری در همین تهران مشغول کارند. این بازی از آذرماه سال ۱۳۹۶ در کافه‌بازار و برای دستگاه‌های اندرویدی منتشر شده است. تاکنون چندین آپدیت برای آن ساخته و منتشر شده است. تیم سازنده آن امیدوار است، به کمک بازخوردی که از کاربران خود می‌گیرد، بازی را در قالب مراحل و مودهای جدید، تنوع و افزایش جذابیت هنری و پشتیبانی از سیستم‌های عامل دیگر ارتقا دهد. به علاوه، تلاش می‌کند با ورود به بازارهای جهانی، این بازی را در دسترس کاربران بیشتری قرار دهد. گفت‌وگو با تیم سازندگان بازی «هارمونی» همین‌جوری شکل گرفت. قسمت‌هایی از این مصاحبه را می‌خوانید:

برهان: کاش ما هم می‌توانستیم همین‌قدر ساده و سریع از مخاطبان مجله بازخورد بگیریم. مثلاً پرسیم راستی مخاطب جان، این مطلب چطور است؟ چقدر برایست جالب بود؟ متن چقدر روان بود؟ و یا حتی بدون پرسیدن، ببینیم چند نفر به این صفحه آمده‌اند؟ چقدر برای خواندن مطلب وقت گذاشته‌اند؟ کجاها را بیشتر دوست داشته‌اند؟ و یا خدای نکرده، چند بار خمیازه کشیده‌اند؟ و ...

مجله برهان متوسطه اول را که می‌شناسید؛ مجله‌ای است درباره ریاضی، برای بچه‌های دوره متوسطه اول. برای مخاطبان ما چه دارید که بگویید؟ بازی هارمونی خیلی ریاضی است. بازی دیگری هم دارید که این‌قدر به موضوع ریاضی مرتبط باشد؟

امروز به بازی بازگشته‌اند. اگر درصد آن‌هایی که برگشته‌اند، کم باشد، لابد بازی مشکلی دارد. یا مثلاً می‌بینیم که کاربرها به‌طور میانگین چند دقیقه در بازی هستند و آمارهای دیگری که خیلی به ما کمک می‌کنند، بازی را با توجه به سلیقه مخاطب تغییر دهیم. معمولاً وقتی سؤالی داریم که خیلی فنی نیست و بیشتر سلیقه‌ای است، مثلاً اینکه کاربران با این رنگ دکمه راحت‌تر بازی می‌کنند یا آن رنگ، دو ویرایش از بازی را به‌طور موازی برای دو گروه مخاطب نمایش می‌دهیم. بعد آمار دو گروه را با هم مقایسه می‌کنیم که بفهمیم کدام گروه بهتر ارتباط برقرار کرده‌اند. راستش بازخورد گرفتن در کار ما خیلی ساده و سریع است و خیلی به‌تر شدن محصولمان کمک می‌کند.

بیشتر بود. همین بازی که بعداً اسمش شد «هارمونی». از همان موقع داریم روی بازی کار می‌کنیم. یک مدت متمرکز کار کردیم و بعد از آنکه بازی را در کافه بازار منتشر کردیم، به کمک بازخوردهایی که از مخاطبان گرفتیم، بازی را بهتر کردیم. الان هم داریم روی نسخه بعدی بازی که امیدواریم مخاطب جهانی داشته باشد، کار می‌کنیم. البته زمان به نتیجه رسیدن در بازی‌های بعدی‌مان کمتر شده است و زودتر به نتیجه می‌رسیم.

برهان: چگونه از مخاطبان بازخورد می‌گیرید؟
تیم سازندگان: با یک نرم‌افزار تحلیل داده (analytic)، مثلاً می‌بینیم که چند درصد از کسانی که دیروز بازی کردند،

برهان: کی و چگونه شروع کردید و چقدر طول کشید؟
تیم سازندگان: اولین تجربه ساخت بازی بود. هم داشتیم یاد می‌گرفتیم که چگونه بازی بسازیم، هم لازم بود توانایی و سلیقه هم را بشناسیم و یاد بگیریم که با هم کنار بیاییم و تیمی کار کنیم. اردیبهشت ۹۶ شروع کردیم. اول ایده‌ها را فهرست کردیم. ظرف دو هفته، بیست-سی ایده نوشتیم و از بین آن‌ها، برای ده تا نسخه آزمایشی (prototype) ساختیم. یعنی خیلی ساده سعی کردیم چیزی را که در ذهنمان بود، پیاده کنیم.

بعد سعی کردیم معیارهای یک بازی خوب را در بیاوریم. آن ده تا بازی را با معیارهایی که نوشته بودیم، امتیازبندی کردیم. امتیاز بازی «تقارن چند آینه» از بقیه

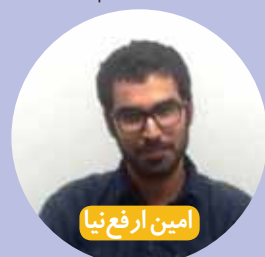


یعنی تقسیمش کنید به بازی‌های کوچک‌تر. مثل راهبرد زیر مسئله در حل مسئله‌های ریاضی. مثلاً اول فقط اینکه توپ با کلیک ماوس حرکت کند. بعد اینکه اگر از خط گذشت، امتیاز بدهد. بعد ... و رفته رفته بازی شکل می‌گیرد.

● از خود موتور بازی‌سازی می‌توانید خروجی بگیرید و بازی را بگذارید در یک بازار بازی مثل کافه بازار خودمان و از مخاطب بازخورد بگیرید و بازی را بهتر کنید.

● یک توصیه مهم: با یک یا چند تا از دوستانتان تیم تشکیل بدهید. کار تیمی را تمرین کنید و یاد بگیرید. با هم کار کردن کمکتان می‌کند که در سختی‌ها، زمانی که کار جلونی‌رود و گیر می‌کنید، هم از نظر فکری و هم از نظر عاطفی سختی‌هایتان تقسیم شوند.

● و یک توصیه هم برای اولیا:



امین ارفع‌نیا

بازی ساختن یک کار خیلی خلاقانه است؛ یک هنر-صنعت. یک جورهایی شبیه مطالعه است که به تجربه آدم اضافه می‌کند؛ ولی خیلی تعاملی‌تر و لذت‌بخش‌تر. بچه‌ها خیلی زود می‌توانند اطلاعات کسب کنند و وارد کار شوند. کاش اولیا قبول کنند که این کار، کار است و حتی می‌تواند آینده شغلی فرزندشان را بسازد.

برهان: ممنون. از طرف خودمان و بقیه اعضای مجله برایتان آرزوی موفقیت داریم.

دارند بازی بسازند، ولی نمی‌دانند از کجا شروع کنند. بازی ساختن الان خیلی با قدیم فرق کرده است. قبلاً اگر کسی می‌خواست بازی بسازد، باید سر تا ته بازی را خودش می‌ساخت اما الان موتورهای بازی‌سازی وجود دارند. مثلاً «unity» یک موتور بازی‌سازی است که داخلش امکاناتی تعریف شده است. یعنی وقتی می‌خواهید در بازی، یک توپ را بزنید که از یک خط رد شود، می‌توانید به سادگی این را که جاذبه در بازی اثر داشته باشد یا نه، معلوم کنید. با این موتور و دیگر موتورهای بازی‌سازی، رؤیای ساختن بازی برای سازندگان مستقل خیلی در دسترس‌تر شده است. پیشنهاد ما این است که اگر دوست دارید بازی بسازید:

● شروع کنید. با یک ایده کوچک شروع کنید و آن را حین ساختن بهتر کنید. بعضی‌ها



حسین پناهلو

می‌گویند، یک بازی در ذهنم هست و مدت‌ها سعی می‌کنند در ذهنشان آن را بهتر کنند. توصیه ما این است که شروع کنید. وقتی بازی ساختن را شروع می‌کنید، بهتر می‌توانید ایده‌تان را توسعه بدهید.

● یک بازی کوچک انتخاب کنید که مطمئن هستید شدنی است و در یک موتور بازی‌سازی شروع کنید به ساختن. در حین ساختن اشکالاتتان را از گوگل بپرسید.

● پروژه‌تان را هر چند کوچک، باز هم قسمت، قسمت کنید.

● **بخش طراحی بازی:** این قسمت اصلی کار است. اینکه بازی در چه زمینه‌ای است، داستانش چیست و چگونه جلو می‌رود. در این قسمت هر چه طراح در علوم متفاوت ایده داشته باشد، بهتر می‌تواند طراحی کند. موسیقی، روان‌شناسی، تاریخ، فیزیک، شیمی و ... طراح بازی، باید دو قسمت دیگر کار را برای پیاده شدن ایده بازی به کار بگیرد.

● **بخش هنری:** کاری که باید انجام شود، این است که تصویرها و محتوای بازی را طوری طراحی کند که ایده بازی به شکل خوبی به مخاطب ارائه شود.

● **بخش برنامه‌نویسی:** تخصصی که لازم دارد برنامه‌نویسی است. برنامه‌نویس عضو لازم تشکیل یک تیم بازی‌سازی



بابک شیخ‌سلیمی

است. یعنی اگر می‌خواهید تنهایی بازی بسازید، باید برنامه‌نویسی بلد باشید. دو قسمت دیگر را هم با ایده و سلیقه خودتان پیش ببرید.

برهان: دورانی که خودتان دانش‌آموز راهنمایی بودید را یادتان هست؟ خودتان را بگذارید جای مخاطبان مجله ما. چیزی هست که دوست داشته باشید به مخاطبان ما بگویید.

تیم سازندگان: بله ... خیلی ... برای نوجوانانی که دوست

چقدر از کارتان ریاضی است؟ **تیم سازندگان:** از آن سمت، یعنی آنچه که مخاطب می‌بیند، ریاضی‌ترین بازی‌مان همین «هارمونی» است. بازی «O» را هم ببینید. در کافه بازار هست. آن بازی هم به خط‌های موازی ربط دارد، ولی اینقدر ریاضی نیست. البته این سمت، یعنی سمتی که داریم بازی می‌نویسیم، خیلی ریاضی است. در نوشتن همه بازی‌ها، باید ریاضی‌وار فکر کنی و پیش بروی.

برهان: بازی «O» همان است که جایزه خلاقانه‌ترین بازی تلفن همراه جشنواره «تی جی سی ۲۰۱۸» را برد؟ **تیم سازندگان:** بله. آن بازی را سه هفته‌ای ساختیم.

برهان: چه خوب. راستی! موسیقی بازی هارمونی یکی



علی مرتضوی

از ویژگی‌های خاص این بازی است. چه شد که از موسیقی اینقدر خوب بهره بردید.

تیم سازندگان: در تیممان دو نفر موسیقی‌کار داشتیم و همان اول کار سعی کردیم از توانایی‌هایمان استفاده کنیم.

برهان: چه جالب! در تیمتان چه تخصص‌هایی لازم دارید؟ **تیم سازندگان:** ساختن بازی سه تا کار اصلی دارد. البته هر سه کار را ممکن است یک نفر انجام دهد، ولی سه تا کار متفاوت است:

دربارهٔ عدد نویسی هشت انگشتی ها

حساب و کتاب

نازنین حسن‌نیا، سید مهدی بشارت

انگشتی

یادآوری عدد نویسی هشت انگشتی ها

در مطلب شمارهٔ قبل مجله، دربارهٔ شمارش با انگشتان دست صحبت کردیم. گفتیم اگر به جای ده انگشت، تنها هشت انگشت داشته باشیم و بخواهیم با انگشتانمان چیزی را بشماریم، چکار باید بکنیم. برای شمردن از یک تا هشت که مشکلی نداریم، اما برای شمارش بیشتر از هشت باید از یک دوست کمک بگیریم. به جای همهٔ هشت انگشت ما، یک انگشت دوستان باز می‌شود. یعنی هر انگشت دوستان نشانهٔ هشت تا است. مثلاً


$$26 = 3 \times 8 + 2$$

همین‌طور پیش می‌رویم و می‌شمریم. هر وقت همهٔ انگشتان دوستان باز شد، از نفر سوم کمک می‌گیریم.


$$64 = 8 \times 8$$

پس برای مثال:


$$326 = 3 \times 64 + 2 \times 8 + 6$$

یعنی: $214 = 326$ هشت انگشتی

$$521 = \dots\dots\dots \text{هشت انگشتی}$$

$$130 = \dots\dots\dots \text{هشت انگشتی}$$

حالا شما بگوئید که هشت انگشتی ۵۶۱ چه عددی است؟

یک هشت انگشتی، عدد ۱۳۰ را به چه شکلی می‌نویسد؟

حالا بیایید ببینیم هشت انگشتی‌ها چگونه حساب و کتاب می‌کنند؟

$$3 \text{ تا یکی} + 2 \text{ دسته ۸ تایی} = \text{هشت انگشتی } 23$$

$$2 \text{ تا یکی} + 4 \text{ دسته ۸ تایی} = \text{هشت انگشتی } 42 +$$

$$5 \text{ تا یکی} + 6 \text{ دسته ۸ تایی} = \text{هشت انگشتی } 65$$

انگار مثل جمع خودمان، یکی‌ها با جمع می‌شوند و هشت‌تایی‌ها با هم. اما آیا این حدس همیشه درست است؟

$$4 \text{ تا یکی} + 3 \text{ دسته ۸ تایی} = \text{هشت انگشتی } 34$$

$$5 \text{ تا یکی} + 2 \text{ دسته ۸ تایی} = \text{هشت انگشتی } 25 +$$

$$9 \text{ تا یکی} + 5 \text{ دسته ۸ تایی} =$$

اما هشت انگشتی‌ها، ۹ ندارند!!! آن‌ها ۹ تا یکی را

به‌صورت زیر می‌شمارند:

$$1 \text{ تا یکی} + 1 \text{ دسته ۸ تایی} = 9 \text{ تا یکی}$$

پس جواب جمع قبلی به این شکل درمی‌آید:

$$9 \text{ تا یکی} + 5 \text{ دسته ۸ تایی} =$$

$$1 \text{ تا یکی} + 1 \text{ دسته ۸ تایی} + 5 \text{ دسته ۸ تایی} =$$

$$\text{هشت انگشتی } (61) = 1 \text{ تا یکی} + 6 \text{ دسته ۸ تایی}$$

برای جمع کردن عددهای هشت انگشتی، آن‌ها را زیر هم می‌نویسیم. از سمت راست، رقم‌های هر ستون را با هم جمع می‌کنیم. اما هر جا که جواب ۸ یا بیشتر از ۸ شد، یک دستهٔ کامل

(دستهٔ ۸ تایی) از آن جدا

می‌کنیم و هر چه را که باقی

ماند، می‌نویسیم. این یک

دسته، به دسته‌های ستون

سمت چپ اضافه می‌شود.

۱ دسته کامل

۱۵۳ هشت انگشتی

+ ۴۴ هشت انگشتی

۲۱۷ هشت انگشتی

این جمع‌ها را شما انجام دهید:

$$\begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۱۲۷ \\ \text{هشت انگشتی } ۲۵۳ \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۶۷ \\ \text{هشت انگشتی } +۳۱ \\ \hline \end{array}$$

حالا که در جمع کردن عددها ماهر شدیم، نوبت به تفریق می‌رسد.

$$\begin{array}{r} ۷ \text{ تا یکی} + ۲ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۲۷ \\ ۳ \text{ تا یکی} + ۱ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۱۳ - \\ \hline ۴ \text{ تا یکی} + ۱ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۱۴ \end{array}$$

آیا همیشه تفریق به همین راحتی انجام می‌شود؟ یکی‌ها را از هم کم می‌کنیم و ۸ تایی را از هم؟

$$\begin{array}{r} ۵ \text{ تا یکی} + ۲ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۲۵ \\ ۷ \text{ تا یکی} + ۱ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۱۷ - \\ \hline \end{array}$$

اما نمی‌توانیم ۷ تا یکی را از ۵ تا یکی کم کنیم. پس یک بسته ۸ تایی را باز می‌کنیم و از آن کمک می‌گیریم.

$$\begin{array}{r} ۱۳ \text{ تا یکی} + ۱ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = ۵ \text{ تا یکی} + ۲ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۲۵ \\ ۷ \text{ تا یکی} + ۱ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۱۷ - \\ \hline ۶ \text{ تا یکی} + ۰ \text{ دسته } ۸ \text{ تایی} = \text{هشت انگشتی } ۶ \end{array}$$

برای اینکه مطمئن شویم تفریق درست است، می‌توانیم آن را امتحان کنیم:

$$\text{هشت انگشتی } ۱۷ + \text{هشت انگشتی } ۶ = \text{هشت انگشتی } ۲۳$$

برای تفریق عددهای هشت انگشتی، آن‌ها را زیر هم می‌نویسیم. از سمت راست رقم‌های هر ستون را از هم کم می‌کنیم. هر جا که لازم شد، یک بسته ۸ تایی از ستون سمت چپ باز می‌کنیم تا تفریق پیش رود. اگر خواستیم مطمئن شویم که تفریق $A-B=C$ را درست انجام داده‌ایم، می‌توانیم $B+C$ را حساب کنیم. اگر با A برابر شد، تفریق ما درست بوده است.

حالا تفریق‌های زیر را امتحان کنید:

$$\begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۱۳۵ \\ \text{هشت انگشتی } -۱۰۷ \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۱۰ \\ \text{هشت انگشتی } -۵ \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۵۳۱ \\ \text{هشت انگشتی } -۲۵۷ \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۲۱۷ \\ \text{هشت انگشتی } -۹۳ \\ \hline \end{array}$$

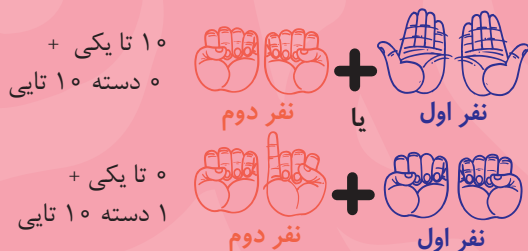
خب، انگار از روش محاسبات هشت انگشتی‌ها سر در آورديم، به نظر شما جواب جمع زیر چیست؟

$$\begin{array}{r} \text{هشت انگشتی } ۳ \\ \text{هشت انگشتی } +۵ \\ \hline \end{array}$$

جالب اینجاست که هشت انگشتی‌ها، عدد ۸ را به دو شکل می‌توانند بنویسند:



البته مشابه این اتفاق برای ما ده انگشتی‌ها هم می‌افتد. ما ۱۰ را به دو صورت می‌توانیم نمایش دهیم.



اما ... عدد ۱۰، دقیقاً همان نمایشی است که در سمت راست به دست آمده است:

ما ده انگشتی‌ها از ۰ تا ۹ را یک رقمی می‌گوییم و برای هر کدام از آن‌ها نماد داریم:

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

به ۱۰ که می‌رسیم، به جای استفاده از یک شکل یا نماد جدید، دسته‌بندی انجام می‌دهیم و می‌نویسیم: ۱۰ یعنی ۰ تا یکی + ۱ دسته ده‌تایی.

یعنی همه عددهای بزرگ‌تر از ۹ با این روش شمرده می‌شوند و نیازی به نماد یا شکل جدیدی برای این عددها نیست. مثلاً ۵۶ یعنی ۶ تا یکی + ۵ بسته ده‌تایی. با این الگو، هشت انگشتی‌ها تنها به عددهای ۰ تا ۷ عددهای یک رقمی می‌گویند. در واقع ۸ برای آن‌ها یک دسته کامل است و آن را به صورت زیر می‌نویسند.



$$۸ = \text{هشت انگشتی } ۱۰$$

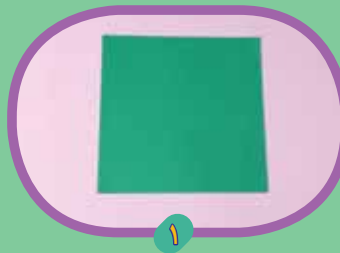
جالب بود، نه؟ با این کشف حتماً شش انگشتی‌ها هم ۶ را به صورت یک دسته شش تایی = شش انگشتی ۱۰ می‌نویسند. آیا می‌توانید حساب کنید موجودات چهار انگشتی، ۱۳ تا سیب را به چه صورت می‌شمارند و می‌نویسند؟ یا مثلاً هفت انگشتی‌ها، چطور ۲۰ را می‌شمارند و می‌نویسند؟



در این شماره می‌خواهیم کاسه‌ای بسازیم که شبیه گره هشت و چهار لنگهٔ لوزی است. با کنار هم قرار دادن چهار تا از این کاسه‌ها می‌توانیم طرح صفحه ۵ را بسازیم. شاید براتون جالب باشه که بجز روش ترسیم با خط‌کش و پرگار با تا کردن هم بتوانید این طرح را بسازید.



۲



۱



۵



۴



۳



۶

کاسه هشت

پری حاجی‌خانی



۷



۱۰



۹



۸



۱۳



۱۲



۱۱



۱۶



۱۵



۱۴



۱۹



۱۸



۱۷



۲۰

ساخت چهارپایه

عکاس: اعظم لاریجانی



۲۱



۲۴



۲۳



۲۲



۲۷



۲۶



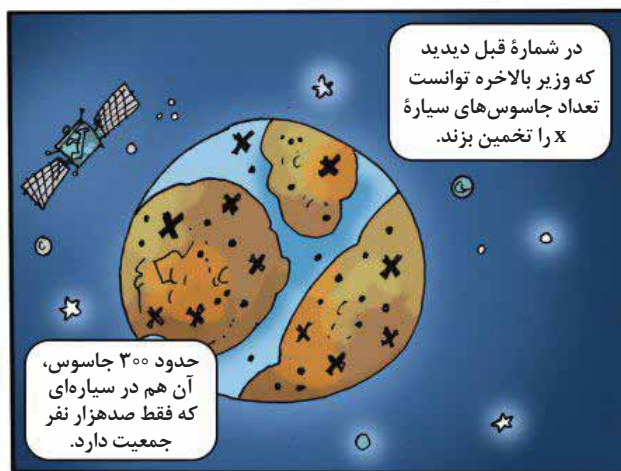
۲۵



ماجراهای پشت پرده

قسمت پنجم: تحت تعقیب

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی، داود معصومی مهوار / تصویر گر: سام سلماسی





و ناگهان برق کل شهر بازی رفت!



ای بخشکی
شانس!



به جای این حرف‌ها،
حواست باشه که مأمور هات
بتونن این ۳۰ نفر رو تعقیب
کنند. اگه یک جلسه دیگه توی
این هفته داشته باشن، با تعقیب
کردن این ۳۰ تا بقیه جاسوس‌ها
هم پیدا می‌شن.



ایله! از کجا معلوم که چند نفر از این
۱۳ نفر به جلسه عین هم می‌رن؟!
اگه جلسه بعدی بیشتر شون
مشترک باشه، بیچاره ایم!

قربان، خوش بختانه موفق شدیم
رد ۱۳ نفر رو بگیریم که با تعقیب
هر کدام می‌تونیم ۳۰ نفر جاسوس
جدید رو پیدا کنیم.

همان شب فرمانده گزارش عملیات
تعقیب و گریز را ارائه کرد.



قربان من می‌ترسم!
مامان!

تو خیر سرت فرماندهی؟!
به جای این مسخره بازی‌ها
به نیروهات بی‌سیم بزن که
حواسشونو جمع کنن.



هه‌هه! فهمیدن من
نیومدم و بر قو قطع کردن.
الان همشون در می‌رن.



قربان، ما تونستیم حدود ۲۸۰ نفر رو
شناسایی کنیم، ولی فعلاً نباید دستگیر شون
کنیم که بقیه هم به چنگمون بیفتن.

لازم نکرده!
همه رو دستگیر
کنین، به جز
۵ نفر. به کمک
اون ۵ نفر می‌تونیم
بقیه رو هم پیدا کنیم.

... و فرصت وزیر
تمام شدا



چند روز بعد چند جلسه در جاهای
متفاوت بین جاسوس‌ها بر گزار و
معلوم شد که جلسه چهار جفت
از این ۱۳ نفر مشترک بوده است.
این‌طوری شد که ۹ جلسه و حدود
۲۸۰ جاسوس شناسایی شدند.



توی این مدت مدام توی سیاره
می‌چرخیدن و هیچ جلسه‌ای نمی‌رفتند.
تا اینکه یک‌هفته روز پنجم همشون
خودشونو نابود کردن!



قربان، ما ۵ روز تمام
این ۵ جاسوس رو
تعقیب کردیم.

۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ...

اما خوش حالی پادشاه از
دستگیری آن همه جاسوس
چندان دوامی نداشت؛
دقیقاً ۵ روز بعد، به تعداد
جاسوسان تحت تعقیب ...



... اما پشت پرده
چه خبر بود؟

باخبر شده‌ایم که حدود ۲۸۰
جاسوس ما دستگیر شده‌اند.
ما مطمئنیم بعضی از شما تحت
تعقیب هستید، اما نمی‌دانیم
چند نفر. فردا در سرتاسر سیاره
بجوخ و ببین کسی تحت تعقیب
هست یا نه.
همین که یک نفر را تحت تعقیب
دیدید، به خانه برگرد و منتظر
پیغام بعدی باش. اما اگر هیچ‌کس
تحت تعقیب نبود، پس حتماً
خودت لو رفته‌ای و باید خودت را
از بین ببری.

اگر این پیغام را می‌خوانی، یعنی اینکه حتماً در روز اول حداقل یک جاسوس
تحت تعقیب پیدا کرده‌ای. ما هیچ اطلاعی از تعداد تحت تعقیب‌ها نداریم و تنها
باید همان دستورالعمل را ادامه بدهی.
در روز دوم همین که دو جاسوس تحت تعقیب دیدی، به خانه برگرد. اما اگر فقط
یک جاسوس پیدا کردی، جاسوس دوم حتماً خود تو هستی و باید خودت را از
بین ببری. اگر هم هیچ جاسوس تحت تعقیبی ندیدی، معلوم می‌شود که فقط
یک جاسوس تحت تعقیب بوده و او هم خود را از بین برده. پس تو، لو رفته‌ای.

آخیش!
امروز به خیر گذشت.

در این روز هر ۵ جاسوس تحت
تعقیب، تنها ۴ نفر را پیدا کردند و طبق
دستورالعمل خودشان را کشتند. اما دیگر
جاسوس‌ها هر کدام ۵ نفر را تحت تعقیب
دیدند و فهمیدند که باید دستورالعمل را
ادامه دهند. به دلیل خشونت بسیار این
صحنه، از نمایش آن معذوریم!

۴ نفر رو می‌بینم
↓
پنجمی من هستم
↓
باید خودم رو
بکشم
↓
۵ نفر رو
تحت تعقیب
می‌بینم
↓
ادامه دستورالعمل
قبلی

هیچ‌کس
رو نمی‌بینم
↓
دیروز لو رفته‌ها
خودشون رو کشته‌ن
↓
نجات پیدا کردم!

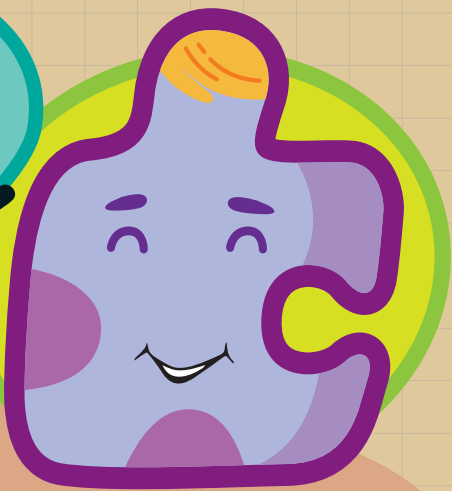
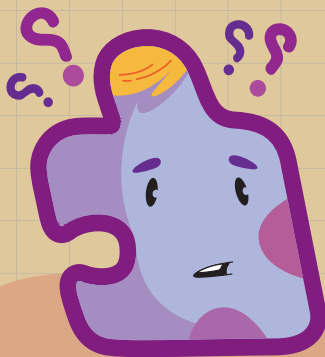
... و سرانجام
روز پنجم فرا رسید.

در روز ششم، جاسوس‌هایی
که تحت تعقیب نبودند، متوجه
شدند دیگر هیچ‌کس تحت
تعقیب نیست و خیالشان راحت
شد که لو رفته‌اند و فقط همان
۵ جاسوس لو رفته بوده‌اند.



پازل فکرنید

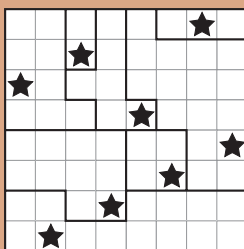
محدثه کشاورز اصلانی



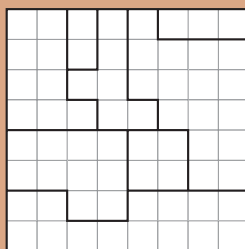
جنگ ستارگان

برای اینکه قوانین پازل «جنگ ستارگان» (star battle) را پیدا کنیم، بیایید یک پازل و حل آن را ببینیم. سعی کنید قبل از دیدن ادامه مطلب، قوانین پازل را حدس بزنید.

پاسخ پازل نمونه

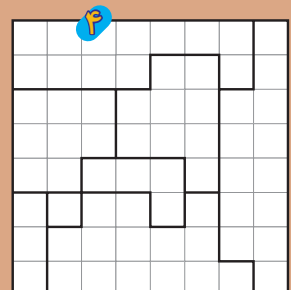
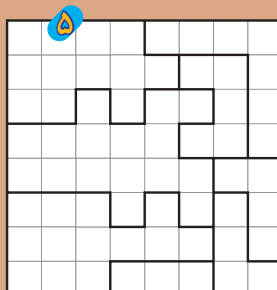
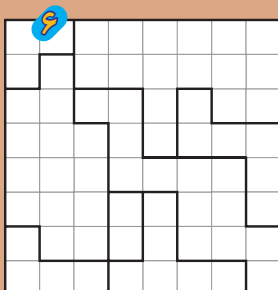
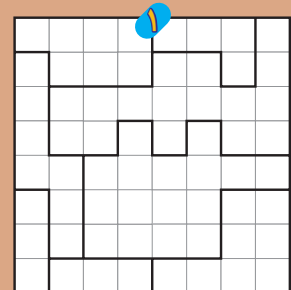
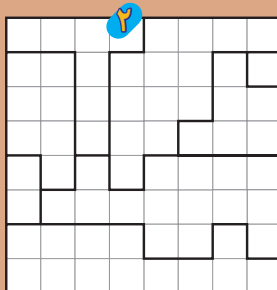
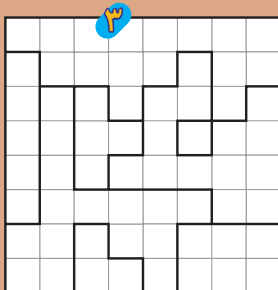


پازل نمونه



خب، حالا برویم سراغ قوانین پازل:

- هر پازل به هشت قسمت مجزا - که می‌توانیم به آن‌ها جعبه بگوییم - تقسیم شده است.
- در هر جعبه دقیقاً یک ستاره وجود دارد.
- به جز این - مثل سودوکو - در هر ردیف و هر ستون دقیقاً یک ستاره وجود دارد.
- ستاره‌ها نباید در مربع‌های مجاور هم باشند (نه افقی، نه عمودی و نه حتی مورب).
- حالا سعی کنید تعدادی پازل را خودتان حل کنید.



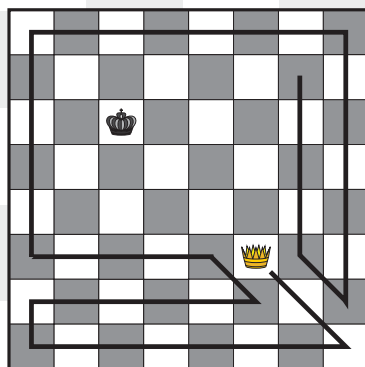
برای حل پازل‌ها خوب است به این راهنمایی‌ها توجه کنید: ● برای حل پازل، جعبه‌هایی که یک خانه‌ای باشند یا تعداد خانه‌ای کمتری داشته باشند، گزینه مناسبی برای شروع هستند. ● جعبه‌هایی که کاملاً عمودی یا افقی هستند هم برای شروع مناسب‌ترند. ● خوب است در هر مرحله و بعد از گذاشتن هر ستاره، خانه‌هایی را که امکان گذاشتن ستاره ندارند، خط بزنید.

اگر می‌خواهید تعداد بیشتری از این پازل‌ها را حل کنید، می‌توانید به نشانی «Krazydad.com» سر بزنید.



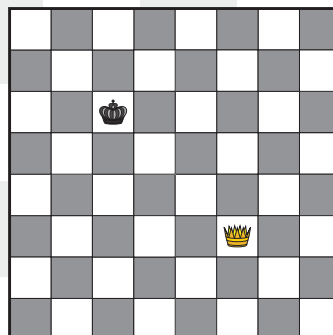
گشت وزیر

حرکت وزیر در صفحه شطرنج، ساده است: عمودی، افقی یا اریب. در مسئله «گشت وزیر» قرار است وزیر خود را به خانه‌ای که شاه در آن قرار دارد، برساند اما می‌خواهد در طول گشتش، از تمام خانه‌های دیگر نیز دقیقاً یک بار بگذرد. در شکل روبه‌رو، شما موقعیت شاه و وزیر را در صفحه شطرنج و ۱۱ حرکت ابتدایی وزیر را می‌بینید.



اکنون نوبت شماست!

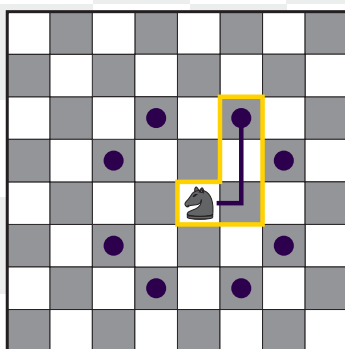
حرکت‌های بعدی وزیر را در شکل بالا مشخص کنید، به گونه‌ای که از همه خانه‌ها بگذرد و در نهایت هم به شاه برسد. با چند حرکت این کار را انجام دادید؟ در صفحه مجاور، خودتان یک گشت برای وزیر مشخص کنید که تعداد حرکت‌های وزیر، کمتر از گشت قبلی شود. تلاش کنید گشت با کمترین تعداد حرکت را پیدا کنید (جواب: ۱۵ حرکت).



ارابه

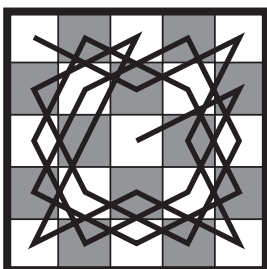
گشت اسب

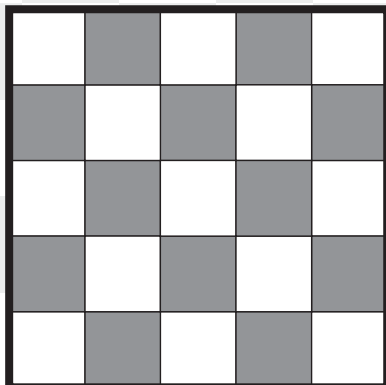
حرکت اسب در صفحه شطرنج حرکت عجیبی است؛ دو حرکت (عمودی یا افقی) و سپس یک حرکت (افقی یا عمودی) یا یک حرکت (عمودی یا افقی) و سپس دو حرکت (افقی یا عمودی)، در واقع حرکتی شبیه به حرف L. در این بین اسب می‌تواند از روی مهره‌های دیگر به راحتی ببرد و تنها خانه مقصدش مهم است. برای مثال، در صفحه روبه‌رو، اسب می‌تواند به یکی از خانه‌هایی که درون آن‌ها نقطه گذاشته‌ایم برود.



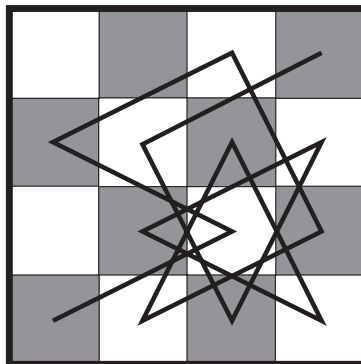
نویسنده: یان
استیوارت
مترجمان: شراره
تقی دستجردی
و فاطمه
احمدپور

هندسه حرکت اسب، سؤالات جالبی را در ریاضی به وجود می‌آورد. یکی از این سؤالات در مورد «گشت اسب» است. در این گشت، اسب از یکی از خانه‌های شطرنج شروع به حرکت می‌کند و باید تمام خانه‌های دیگر را دقیقاً یک بار طی کند. شکل زیر یک گشت ممکن را برای یک صفحه ۵×۵ نشان می‌دهد.





اکنون نوبت شماست!
حالا که مطمئن هستید چنین گشتی
وجود دارد، یک صفحه 5×5 بکشید
و با شروع از یک خانه دیگر، گشت
دیگری برای اسب در این صفحه پیدا
کنید.
آیا در صفحه 3×3 گشتی با اسب
وجود دارد؟



گشتی که در شکل نشان داده شده است، «بسته»
نیست؛ به این معنا که خانه شروع حرکت اسب
با خانه پایان متفاوت است. جالب است بدانید،
با وجود آنکه در صفحه 5×5 می توان یک
گشت با اسب داشت، اما نمی توان گشتی بسته
را مشخص کرد. به عبارت دیگر، از هر خانه ای
که شروع کنید، نمی توانید تمام خانه ها را طی
کنید و به همان خانه شروع برگردید. اما چرا؟
برای پاسخ به این سؤال تصور کنید خانه های
این صفحه، مثل خانه های شطرنج سفید و سیاه
شده باشند. اسب در هر خانه ای با هر رنگی که
باشد، اگر یک پرش کند، به خانه ای با رنگ
متضاد خانه اولیه می رود. پس اگر اسب یک
گشت بسته داشته باشد، باید تعداد خانه های
سفید و سیاه با هم برابر باشند. (چرا؟) اما چون
تعداد خانه های صفحه 5×5 برابر است با ۲۵،
پس تعداد خانه های سیاه یکی بیشتر از خانه های
سفید است و یا برعکس. توجه کنید که شرط
برابر بودن تعداد خانه های سیاه و سفید برای
داشتن یک گشت بسته با اسب کافی نیست.
برای مثال، در صفحه 4×4 نه تنها گشت بسته
است، بلکه حتی گشت هم نمی توانیم داشته
باشیم. شکل روبه رو تلاش بی نتیجه ما را برای
پیدا کردن یک گشت در صفحه 4×4 نشان
می دهد. می بینید که بعد از طی کردن ۱۳ خانه،
امکان ادامه دادن این گشت وجود ندارد.

کمی تاریخ!

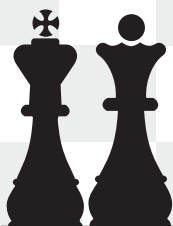
به نظر می رسد مسئله گشت اسب، اولین
بار در قرن ۹ میلادی مطرح شده است.
لئونارد اویلر یکی از اولین ریاضی دان هایی
بود که روی این مسئله تحقیق کرد. پس از
آن وارنزدروف در سال ۱۸۲۳ قانونی برای
حرکت اسب معرفی کرد که به «قانون
وارنزدروف» معروف است. به غیر از آن
ریاضی دانان دیگری چون پل و کول نیز
قوانینی برای حرکت اسب ابداع کردند برای
دیدن مطالب بیشتری این آدرس سر بزنید:

<https://en.wikipedia.org/wiki/knights-tour27%>

شما تلاش کنید در صفحه
 4×4 گشت «ناقص» دیگری
با اسب پیدا کنید که در آن
بیشترین تعداد خانه طی شده
باشد (جواب: ۱۵ خانه).

منبع:

Ian Stewart. Professor Stewart's Cabinet of
Mathematical Curiosities. 2008. Basic Books.
New York

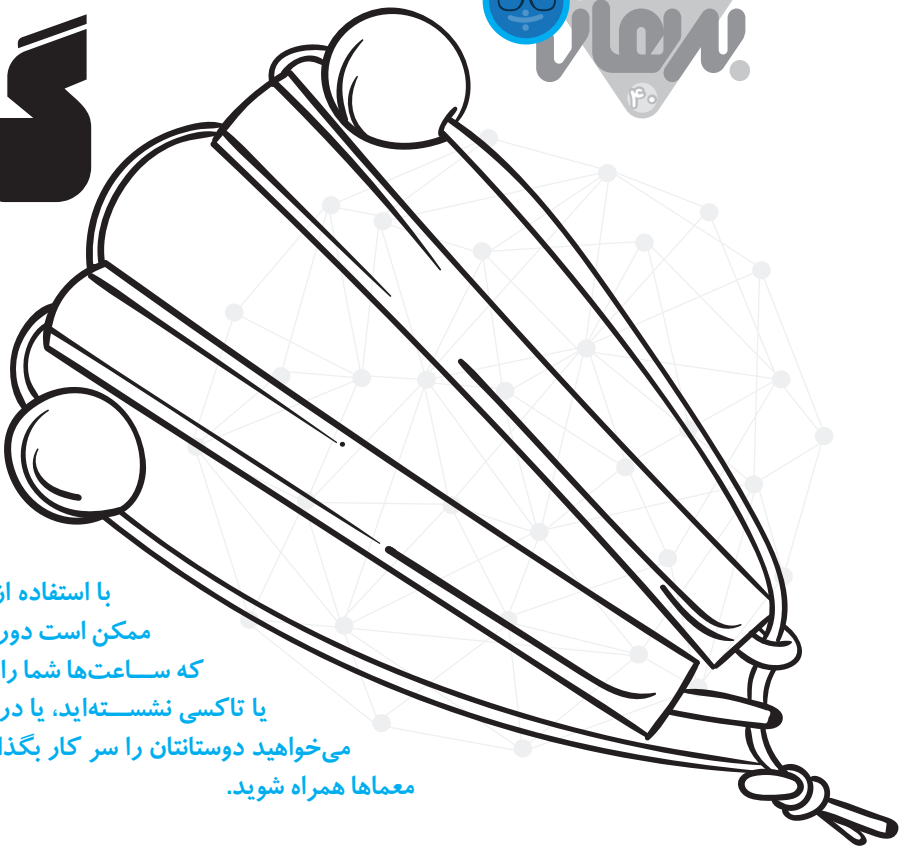




گرفتاری دوگانه

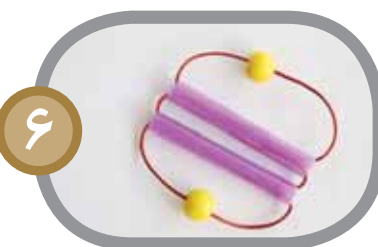
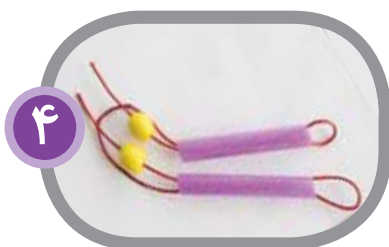
بادورریختنی‌ها، محابازید

• سپیده چمن آرا • عکاس: غلامرضا بهرامی



با استفاده از بعضی وسایل دوروبرمان و حتی وسایلی که ممکن است دورریختنی باشند، می‌توانید معماهایی درست کنید که ساعت‌ها شما را سرگرم کنند. در راه مدرسه وقتی در اتوبوس یا تاکسی نشسته‌اید، یا در سفر، یا شب‌ها که خوابتان نمی‌برد! یا وقتی که می‌خواهید دوستانتان را سر کار بگذارید! این وسایل را جمع کنید و با ما در ساختن معماها همراه شوید.

۱ وسایل لازم: دو نی ضخیم به طول ۱۰ سانتی‌متر • ریسمان نسبتاً نازک به طول ۸۰ سانتی‌متر • دو مهره بزرگ • خط کش یا متر اندازه‌گیری • قیچی **۲** ریسمان را از وسط تا کنید و دوباره ریسمان تا شده را از وسط تا کنید، به طوری که یک سر آن یک حلقه و سر دیگر آن، دو حلقه دیده شود. **۳** مطابق تصویر، هر نی را از یکی از تاهای ریسمان (از آن سمت که دو حلقه دارد) رد کنید تا تای ریسمان از نی‌ها خارج شود. **۴** از هر یک از دو سر آزاد ریسمان، یک مهره را رد کنید. **۵** یکی از دو سر آزاد ریسمان را از محل دو تای ریسمان مطابق تصویر رد کنید و به سر آزاد دیگر گره بزنید. **۶** ریسمان را آن‌قدر جابه‌جا کنید که هم تای ریسمان و هم گره، داخل نی مخفی شوند. اکنون معمای شما آماده است. باید هر دو مهره را به یک قسمت ریسمان ببرید و دوباره آن‌ها را سر جایشان برگردانید. دقت کنید هرگاه این معما را به دوستانتان می‌دهید، تای ریسمان و گره داخل نی مخفی باشند.



مسابقه

شماره ۶

اسفند ۱۳۹۷

مجله رشد برهان متوسطه اول

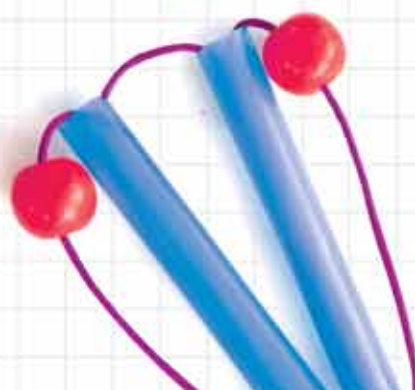
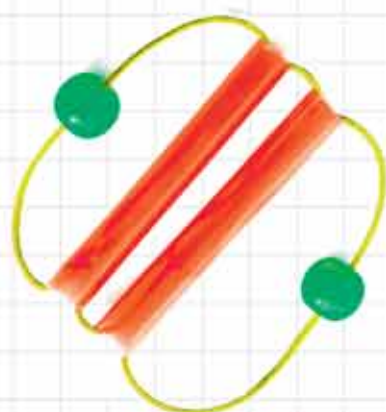
هر دو مهره را به يك قيمت ريمان
كنار هم بپرو آن ها را دوباره
سرجایشان برگردان

از مراحل کار خود فیلم بگیرید

و آن را تا تاریخ ۳۱ فروردین ۱۳۹۸

به نشانی رایانامه زیر ارسال کنید:

borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir



گزارش

رشد برهان ریاضی متوسطه اول، مجله‌ای است برای شما دانش آموزان؛ دانش آموزان پایه‌های هفتم و هشتم و نهم دبیرستان. این نشریه درباره ریاضیات است. نه صرفاً برای علاقه‌مندان به ریاضیات، بلکه حتی برای آن‌ها که از ریاضیات متنفرند! هدف تحریریه مجله تهیه مطالب خواندنی و سرگرم‌کننده است تا علاوه بر تشویق دانش آموزان به خواندن و گسترش فرهنگ مطالعه، آن‌ها را با ریاضیات و ریاضی‌وار فکر کردن، بیشتر آشنا کند و ریاضیات را در زندگی و در اطرافشان به آن‌ها نشان دهد. رشد برهان ریاضی بخش‌های ثابت متنوعی دارد که در مجله به هر یک از آن‌ها یک ستون می‌گوییم. یکی از ستون‌های آن «گزارش» است. گزارش‌هایی که در مجله چاپ می‌شوند، به فعالیت‌هایی اختصاص دارند که در مدرسه‌ها یا در مکان‌های آموزشی و فرهنگی، برای آموزش ریاضیات یا مرتبط با ریاضیات انجام می‌گیرند. اغلب گزارش‌ها از کلاس‌های درس ریاضی شما در شهرهای گوناگون ایران تهیه می‌شوند. اگر ما را از فعالیت‌های خود در ارتباط با ریاضیات باخبر کنید، به مدرسه شما هم خواهیم آمد. در دوره‌های گذشته این مجله نیز در این ستون مطالب خواندنی دیگری چاپ شده‌اند. برای دسترسی به آن مطالب، به آرشیو مجله‌های رشد به نشانی زیر مراجعه کنید:

www.roshdmag.ir

با حل معمای صفحه ۴۰ و ارسال فیلم راه‌حل، در مسابقه این دوره از مجله شرکت کنید.

