



هنر کاغذ و تا

ایستگاه هنر



برهان

مدیر مسئول
محمد ناصری
سر دبیر
سپیده چمن آرا
هیئت تحریریه
جعفر اسدی گرمارودی، حمیدرضا امیری، زهره پندی، نازنین حسن نیا
هوشمند حسن نیا، حسام سبحانی طهرانی، محدثه کشاورز اصلانی
حسین نامی ساعی، داود معصومی مهوار
مدیر داخلی
پری حاجی خانی
ویراستار
بهروز راستانی
طراح گرافیک + تصویرگر
حسین یوزباشی

یادداشت سردبیر شادی بهار / سپیده چمن آرا / ۲

گفت و گو شبکه مشغول است / نازنین حسن نیا / ۳

ریاضیات و مدرسه ریاضی در بستنی فروشی / زهره پندی / ۸

یک جور دیگر به میانگین نگاه کنید / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۰

سبز یا قرمز / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۲

مقطع بز نیم / سید مهدی بشارت / ۳۰

ریاضیات و کاربرد ستون خنثا / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۴

برش هندوانه با چاقوی ریاضی / سپیده چمن آرا / ۱۶

فراخوان فراخوان دهمین دوره جشنواره عکس رشد / ۱۹

ریاضیات و تاریخ از صفر تا گوگول / حسام سبحانی طهرانی / ۲۰

ریاضیات و مسئله تناظرها یا نخ های متصل / داود معصومی مهوار / ۲۴

با هم مسئله حل کنیم / جعفر اسدی گرمارودی / ۲۶

به بند کشیدن مسئله / هوشنگ شرقی / ۳۶

از میان نامه ها زاویه ها را بشماریم / بهار علیبازی / ۲۷

گزارش گستره ماه مبارک / زهره پندی / ۲۸

ریاضیات و بازی بازی های اندرویدی: فیت دروید / زهرا صباغی، کیمیا هاشمی / ۳۲

پازل حل کنیم / محدثه کشاورز اصلانی / ۳۴

ریاضیات و سرگرمی در جستجوی اعداد اول / شراره تقی دستجردی / ۳۵

هرم های چرخان / پری حاجی خانی / ۳۸

ریاضیات و محیط زیست گل ها و درخت ها در صفحه x و y / ژما جواهری پور / ۴۰

مسابقه ریاضیات و محیط زیست برهان (شماره هفتم) صفحه سوم جلد



نشانی دفتر مجله:

تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱-۹ / داخلی ۳۷۵

نمبر: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۳۱۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲

صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸

وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

roshdmag: / <http://telegram.me/roshdmag>

وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaie

شمارگان: ۱۷۰۰۰ نسخه

قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست. اهداف مجله عبارت اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. خوانندگان رشد برهان متوسطه اول، شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید،

تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲

روی جلد: آندره کولموگروف

پشت جلد را نیز ببینید.

یکی از

لحظه‌های قشنگ برای هر معلم ریاضی، لحظه‌ای است که دانش‌آموزش مسئله‌ای را حل می‌کند و با خوش‌حالی راه‌حل آن را می‌نویسد تا به دوستان دیگرش نشان بدهد. خود حل کردن مسئله، یک جنبه این قشنگی است، و توانایی نوشتن آن راه‌حل به صورتی که دقیق و صحیح باشد، تمام مراحل و جزئیات راه‌حل را در برداشته باشد، و در عین حال برای دیگران نیز قابل درک باشد، جنبه دیگر آن است که برای بسیاری از ما، از حل کردن مسئله سخت‌تر است. در مجله‌های رشد برهان ریاضی متوسطه اول که در این سال تحصیلی چاپ شده‌اند، در هر شماره مطالبی از دوستان هم‌سن خود دیده‌ای؛ راه‌حل یک مسئله، راه‌حل متفاوت برای مسئله‌ای دیگر، کشف یک فرمول، و کشف روشی برای انجام یک عملیات و موارد مشابه دیگر. در این شماره نیز مطالبی از دوست دیگرمان، بهار علیبازی، دانش‌آموز پایه نهم چاپ کرده‌ایم. بهار یک مسئله هندسه را که در جایی غیر از کتاب درسی‌اش دیده بود، حل کرده است و به قدری از حل این مسئله (که به ظاهر سخت می‌نمود) شاد شده بود که آن را برای ما فرستاد تا بررسی کنیم. راه‌حل بهار خیلی زیباست. می‌دانی چرا؟ زیرا در این راه‌حل، او به سادگی از دانشی که پیش از آن یاد گرفته، استفاده کرده و نه تنها مسئله را برای یک چندضلعی خاص مطرح شده حل کرده، بلکه روش حل او برای تمام چندضلعی‌ها هم درست است و او خودش این موضوع را فهمیده و در راه‌حلش آورده است. شادی بهار، نه فقط به دلیل حل آن مسئله، که به این دلیل نیز هست که توانسته از مطالبی که قبلاً خوانده، آن‌هایی را که مرتبط با موضوع این مسئله بودند، تشخیص بدهد و از آن‌ها به صورت خوبی برای حل مسئله استفاده کند. خب شما هم اگر جای بهار بودید، حتماً همین قدر خوش‌حال می‌شدید! اگر آنچه را که در مدرسه یا بیرون از مدرسه می‌بینید و می‌خوانید، خیلی عمیق درک کنید و یاد بگیرید، مطمئن باشید که می‌توانید از آن در جای مناسب استفاده کنید؛ چه در زندگی واقعی، چه برای حل یک مسئله تازه ریاضی.

شادی



مشغول است

• نازنین حسن نیا
• عکاس: شادی رضائی

چگونه دانش احتمال به حل مائل زندگی کمک می کند؟

از روی رنگ های نقشه، وضعیت ترافیک هر خیابان را می فهمیم. شما از روی نقشه فقط می توانید ببینید کجا شلوغ هست یا کجا ترافیک کمتری دارد؛ اما کار گروه پژوهشی ما این است که با کمک دانش احتمال و آمار به سؤال هایی درباره چگونگی جابه جایی مردم در شهر پاسخ دهیم: می خواهیم

• برهان: شنیده ایم که شما روی پروژه هایی کار می کنید که در ظاهر ربط چندانی با ریاضی ندارند. پروژه هایی با موضوع موبایل و ترافیک و ... کمی درباره کارهایتان توضیح می دهید؟

• علیشاهی: خیلی از ما با نقشه های ترافیکی آشنا هستیم و

«احتمال دارد فردا بیایم.» «ممکن است برف ببارد.» «چند درصد احتمال دارد با ترافیک مواجه شوی؟» «چقدر احتمال دارد ...؟»

هر روز در میان گفت و گوهایمان، کلمه «احتمال» را می شنویم. وقتی وارد رشته ریاضی شدم، نمی دانستم که روزی با دانش احتمال آشنا خواهم شد. نمی دانستم که احتمال یکی از شاخه های ریاضی است. برای آشنایی بیشتر، با ریاضی دانان جوانی که در این شاخه پژوهش می کنند گفت و گویی کردم و متوجه شدم دانشمندان ریاضی خیلی از مسائل دنیای پیشرفته امروز را با این علم مطالعه می کنند و برای آن ها راه حل ارائه می دهند. اگر شما هم دوست دارید بدانید که در پشت بسیاری از مسائل زندگی شهری مثل ترافیک یا شلوغی خطوط تلفن همراه و ... چه دانشمندانی مشغول هستند، گفت و گوی ما با خانم محدثه رجائی و آقای دکتر میرامید حاجی میرصادقی و آقای دکتر علی خزلی و آقای دکتر کسری علیشاهی را بخوانید.





پاره‌خط‌های بین آن‌ها یک شکل تصادفی می‌سازد. اسم چنین شکلی، گراف تصادفی است. در ساده‌ترین حالت، می‌توانیم شهر را مثل یک صفحه فرض کنیم. در این صورت یک گراف تصادفی روی صفحه که فضایی دو بُعدی است داریم. اما مسئله‌ای که ما داریم روی آن کار می‌کنیم با این حالت ساده خیلی فرق دارد. در واقع، ما فرض می‌کنیم که نقطه‌های تصادفی که

مسئله برای ما مهم‌تر از خود مسئله شده است.

• **خزلی:** من کمی درباره این دانش ریاضی توضیح می‌دهم. فرض کنید مردم این شهر را به‌صورت نقاطی در نظر بگیریم که در فضا پخش شده و جابه‌جا می‌شوند. اگر پیغام بین دو نفر از افراد شهر منتقل شود، آن دو را با یک پاره‌خط به هم وصل می‌کنیم. چون نمی‌دانیم که انتقال پیغام بین کدام افراد صورت می‌گیرد، فرض می‌کنیم که این انتقال بین هر دو نفر، اتفاق کاملاً تصادفی است و با یک احتمالی انجام می‌شود. بنابراین، مجموعه همه این نقطه‌ها و

بفهمیم که مردم در چه ساعت‌هایی چه سفرهایی انجام می‌دهند و مبدأ و مقصد سفرهای شهری آن‌ها کجاست. این اطلاعات برای نهادهایی مانند شهرداری و پلیس راهنمایی و رانندگی در برنامه‌ریزی شهری بسیار ضروری است. برای مثال زمان‌بندی چراغ‌های هوشمند راهنمایی و رانندگی یا تعیین مسیر خطوط اتوبوسرانی یا زمان‌بندی فاصله حرکت قطارهای مترو با کمک این اطلاعات انجام می‌شود.

• **میرصادقی:** من چند سال قبل روی مسئله‌ای کار می‌کردم که به سیستم‌های موبایل مربوط می‌شد. فرض کنید قرار است پیغامی از شرق شهر به غرب شهر منتقل شود، به طوری که هر کس پیغام را شنید به نفر بعدی بگوید. باز فرض کنید آدم‌های این شهر دائم در حال حرف زدن با هم هستند. یعنی یا پیغام را تکرار می‌کنند یا حرف‌های دیگری می‌زنند. یک نفر را در این شهر در نظر بگیرید. اگر دور و بر او به اندازه کافی ساکت باشد او پیغام را می‌شنود و تکرار می‌کند. اما اگر افراد زیادی نزدیک او باشند و دور و بر او شلوغ باشد، ممکن است پیغام را نشنود و از طرفی اگر اطرافش خیلی خلوت باشد، کسی نیست که به او پیغام را برساند یا پیغام او را بشنود! سؤال این است که چه چیزهایی را باید بدانیم تا بفهمیم آیا این پیغام به طرف دیگر شهر می‌رسد یا نه؟ و این کار چقدر طول می‌کشد؟ همان‌طور که گفتم، این مسئله در ابتدا یک مسئله کاربردی برای مخابرات بوده است، اما در حال حاضر دانش ریاضی حل این





نشان‌دهنده مکان افراد هستند در فضایی هستند که خیلی پیچیده‌تر از صفحه است. بعد گراف تصادفی را در نظر می‌گیریم و ویژگی‌های هندسی آن را مطالعه می‌کنیم؛ مثل اینکه نقطه‌ها در کجاها به هم وصل شده‌اند یا فاصله بین نقاط چگونه است. بعد سعی می‌کنیم فقط با توجه به این ویژگی‌ها بفهمیم که آن فضای پیچیده‌ای که نقاط به آن تعلق دارند، چه جور فضایی بوده است؛ مثلاً چه بُعدی داشته است. یعنی می‌خواهیم ببینیم که اگر این شکل تصادفی را به ما می‌دادند و ما نمی‌دانستیم که نقاط از ابتدا در چه مجموعه‌ای در نظر گرفته شده بودند، چه چیزهایی

در مورد آن مجموعه می‌توانستیم بگوییم. پیچیدگی‌های این مسئله خیلی زیاد است و همه چیز باید با دقت تعریف شود. در واقع، این دیگر یک کار ریاضی محض است، نه کاربردی.

• **برهان:** اصراری ندارید که کاربرد داشته باشد یا نداشته باشد؟

• **خزلی:** دست‌کم الان این مسئله کاربردی نیست. ممکن است در آینده کاربرد پیدا کند اما زیبایی ریاضی آن به اندازه کافی برای ما انگیزه‌بخش هست.

• **برهان:** پس انگار همه کارها در شاخه احتمال به اندازه مثال‌های اولتان کاربردی نیست؟

• **میرصادقی:** در این شاخه از ریاضی، گاه بین مفاهیم غیرعملی (نظری) و مسائل کاربردی رفت و برگشت وجود دارد. مثلاً در احتمال، شاخه‌ای به نام هندسه تصادفی داریم که کاملاً نظری است. می‌توانم با یک مثال، یک کاربرد از آن را برای شما توضیح دهم. مثلاً فرض کنید در یک شهر، محل افرادی که با موبایل صحبت می‌کنند برای ما مهم است. فردی که ساکن این شهر است و موبایل دارد در هر لحظه در نقطه‌ای از این شهر است. مکان افراد تغییرپذیر است و قطعیت ندارد. پس مکان هر فرد به صورت نقطه‌ای تصادفی در این شهر در نظر

گرفته می‌شود. از طرف دیگر هر لحظه ممکن است او با یک احتمالی شروع به صحبت با موبایلش کند یا مکالمه‌اش را تمام کند. اگر مکان همه افرادی را که در یک لحظه با موبایل حرف می‌زنند قرمز کنیم، این نقطه‌های قرمز یک شکل هندسی تصادفی می‌سازند. دلیل تصادفی بودن این شکل، تصادفی بودن مکان هر فرد و تصادفی بودن صحبت کردن او با موبایل در یک لحظه است. حالا اگر در نزدیکی یک آنتن موبایل، تعداد زیادی نقطه قرمز قرار داشته باشد، ظرفیت آنتن تکمیل است و اگر افراد جدیدی بخواهند با موبایل صحبت کنند، پیغام «شبکه مشغول است» را می‌شنوند و در آن لحظه نمی‌توانند ارتباط برقرار کنند. بررسی این شکل هندسی تصادفی، به شرکت مخابرات کمک می‌کند که آنتن‌ها را در جاهای مناسب نصب کند و پوشش شبکه تلفن همراه را گسترش دهد.

• **برهان:** دانش احتمال به مطالعه چیزهایی که قطعی نیست می‌پردازد در حالی که احساس می‌شود ریاضی‌دانان باید چیزهایی را مطالعه کنند که قطعی هستند. پس چه چیزی اینجا ثابت می‌شود یا بهتر بگوییم، از چه چیزهایی مطمئن می‌شویم؟

• **علیشاهی:** برای اینکه کاری واقعاً یک کار ریاضی محسوب شود، استاندارد عجیبی وجود دارد و آن هم، «اثبات» است. در جامعه ریاضی‌دانان تا شما چیزی را اثبات نکنید انگار هیچ کاری نکرده‌اید. ریاضی به صورت جدی از زمان یونان باستان وجود داشته و برخی شاخه‌های ریاضی ۲۰۰۰ سال





قدمت دارند. موضوع شانس و احتمال هم موضوعی تاریخی است که بشر از قدیم با آن سر و کار داشته است. پیشرفت زندگی به تدریج احتمال را به صورت جدی وارد ریاضیات کرد. سابقه ورود علم احتمال به ریاضی حدود ۲۰۰ سال است. پس در ریاضی، شاخه نو و جوانی به حساب می آید.

• **میرصادقی:** مثلاً وقتی می گوییم «احتمال آمدن این روی سکه یک دوم است» یک جمله قطعی است. ولی درباره پدیده های تصادفی و غیرقطعی داریم صحبت می کنیم.

• **علیشاهی:** در واقع علم احتمال به شما می گوید اگر شما احتمال

روش های اثبات احتمالاتی می گوییم. با یک مثال توضیح می دهیم: مسئله ای قدیمی به اسم مسئله مهمانی هست که می گوید اگر ۶ نفر در یک مهمانی باشند، حتماً یا ۳ نفرشان هستند که دو به دو همدیگر را می شناسند یا ۳ نفرشان هستند که هیچ کدام همدیگر را نمی شناسند. این مسئله سال ها پیش ثابت شده است. حالا اگر بخواهیم در یک مهمانی، حتماً ۱۰۰ نفر باشند که یا همه هم را بشناسند یا هیچ کدام یکدیگر را نشناسند، چند نفر باید به این مهمانی دعوت شوند؟ توجه داشته باشید که اگر بدانیم در هر مهمانی n نفره حتماً یا صد نفر دوه دو آشنا هستند یا صد نفر دوه دو غریبه، آن وقت در هر مهمانی پرجمعیت تر هم، چنین صد نفری وجود دارد. در واقع، مسئله اصلی پیدا کردن کوچک ترین تعداد ممکن است. حدود ۱۰۰ سال پیش برای اولین بار جوابی به این مسئله داده شد. یعنی برای این مسئله

عددی ارائه شد که ثابت می شد برای آن تعداد مهمان، حتماً جوابی وجود دارد. در نتیجه جواب دقیق مسئله از این عدد بزرگ تر نبود. اما خود این عدد خیلی خیلی بزرگ بود. از طرف دیگر می شد مثال هایی از نحوه آشنایی مهمان ها ساخت که در آن ها با تعداد مهمان خیلی کمتری، آن صد آشنا یا صد غریبه وجود داشته باشد. با این حال، معلوم نبود که برای هر مهمانی با این اندازه ها، چنین شرایطی برقرار باشد. مثلاً اگر صد نفر که همه همدیگر را می شناسند دور هم جمع شوند، یک

یک سری پیشامد ساده را بدانید یا بتوانید حساب کنید، می توانید احتمال پیشامدهای پیچیده تر را به دست آورید. جالب است که بدانید از حدود صد سال قبل، دانش احتمال توانست با روش های جدیدی که در این شاخه از ریاضیات به وجود آمده بود، به شاخه های دیگر ریاضی کمک کند. این اتفاق باعث شد با استفاده از روش های علم احتمال، مسائلی حل شود که پیش از آن، حل آن ها غیرممکن بود. کاری که خود من در احتمال نظری می کنم، از همین نوع است. به این روش ها،

بسیاری از ریاضی دان ها هم همین احساس را نسبت به احتمال داشتند و فکر می کردند که چون احتمال به موضوعات غیرقطعی یا تصادفی می پردازد، پس ریاضی نیست. حتی در حال حاضر هم در اندیشه بعضی ریاضی دانان این مقاومت وجود دارد؛ اما «احتمال دان ها» هم حرف های قطعی می زنند، ولی حرف های قطعی آن ها درباره پدیده های تصادفی است. درواقع خود این پدیده ها قطعی نیستند ولی ما در مورد آن ها حرف های قطعی می زنیم.





محدثه رجائی، متولد ۱۳۶۳ تهران
دانشجوی دکتری ریاضی، دانشگاه تربیت
مدرس
زمینه مورد علاقه و تحقیقات: احتمال و
فرآیندهای تصادفی.



میرامید حاجی میرصادقی، متولد ۱۳۶۳
تهران دکتری ریاضی، دانشگاه صنعتی
شریف / دانشگاه پاریس ۶ فرانسه
محل کار فعلی: دانشگاه صنعتی شریف
زمینه‌های مورد علاقه و تحقیقات:
احتمال، آمار.



علی خزلی، متولد ۱۳۶۶ گیلانغرب (استان
کرمانشاه) مدرک: دکتری ریاضی، دانشگاه
صنعتی شریف / محل کار فعلی: محقق
پسادکتری ریاضی، پژوهشگاه دانش‌های
بنیادی / زمینه: فرآیندها و گراف‌های
تصادفی، ریاضی مالی.



کسری علیشاهی، متولد ۱۳۵۸ اصفهان
مدرک: دکتری ریاضی، دانشگاه صنعتی
شریف / عضو هیات علمی دانشکده علوم
ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف / زمینه‌های
مورد علاقه: فرآیندهای تصادفی،
روش‌های احتمالاتی، آمار و علوم داده.

مهمانی داریم که در آن، صد نفر وجود دارند که همه با هم آشنا هستند! اما این مثال نشان نمی‌دهد که در هر مهمانی صد نفر دیگر، صد نفر آشنا یا صد نفر غریبه پیدا می‌شود. نکته‌ای که وجود داشت این بود که بین مثال‌های موجود و عدد ثابت شده فاصله بزرگی بود. در چنین موقعیت‌هایی ریاضی‌دان‌ها سعی می‌کنند ثابت کنند که مقدار مورد نظر از چه عددی نمی‌تواند کوچک‌تر باشد. پس مسئله جدید این بود که اگر مهمان‌ها از چه تعدادی کم‌تر باشند، مهمانی‌ای با آن تعداد پیدا می‌شود که در آن مهمانی، نه ۱۰۰ نفر پیدا می‌شوند که همه با هم آشنا باشند و نه ۱۰۰ نفر که همه با هم غریبه.

ریاضی‌دان معروفی بنام «اردوش» با استفاده از روش‌های احتمالاتی برای این مسئله اثبات درخشانی ارائه داد. در واقع، این اثبات اولین مثال تاریخی از به‌کار بردن چنین روش‌هایی است. روش اثبات او چنین بود که یک مهمانی فرضی با n مهمان را در نظر گرفت و فرض کرد که آشنا یا غریبه بودن هر دو نفر در این جمع، تصادفی است و با پرتاب یک سکه معلوم می‌شود. او برای دو نفر خاص از جمع یک بار سکه می‌انداخت. اگر آن سکه شیر می‌آمد آن دو نفر را آشنا در نظر می‌گرفت و اگر خط می‌آمد آن‌ها را غریبه فرض می‌کرد. بعد سراغ دو نفر بعدی می‌رفت و بار دیگر سکه پرتاب می‌کرد و این کار را ادامه می‌داد تا رابطه هر دو نفری مشخص شود. این که آشنا یا غریبه بودن افراد با پرتاب سکه مشخص می‌شد، به اردوش اجازه می‌داد تا از قوانین احتمال در مورد پرتاب چند سکه استفاده کند. او توانست مقداری مثل m را مشخص کند که اگر تعداد مهمان‌ها از آن کم‌تر باشد، احتمال اینکه در این جمع نه، صد نفر دوه‌دو آشنا باشند و نه، صد نفر دوه‌دو غریبه، مثبت می‌شود. البته اردوش این مثال‌ها را نمی‌ساخت، بلکه فقط به کمک دانش احتمال ثابت می‌کرد که چنین مثال‌هایی وجود دارند. مثل اینکه من برای شما ثابت کنم عدد گنگی که از صد بزرگ‌تر باشد وجود دارد اما مثالی از چنین عددی را به شما معرفی نکنم. به همین دلیل هم هنوز بعضی از ریاضی‌دانان این نوع اثبات‌ها را دوست ندارند. چون نمی‌توانند آنچه را که از وجودش حرف می‌زنند برای شما بسازند. هر چند که ما را مطمئن می‌کنند که چنین چیزهایی وجود دارند. جالب است که هنوز هم برای این مسئله کسی نتوانسته است اثبات واقعاً بهتری از اثبات اردوش ارائه کند؛ چه اثبات احتمالاتی و چه اثبات غیراحتمالاتی.

پی‌نوشت: از خانم محدثه رجائی که هنگام گفت‌وگو همراه ما بودند و در تنظیم متن این گفت‌وگو ما را یاری کردند بسیار سپاسگزاریم.



وقتی می خواهیم خرید کنیم، مخصوصاً وقتی می خواهیم خوراکی بخریم، خوب است به قیمت کالا به نسبت اندازه آن توجه کنیم. معمولاً روی بسته بندی جنس ها، حجم یا وزن آن ها را می نویسند. مثلاً روی بسته بندی روغن زیتون ها، حجم و قیمت نوشته شده است.

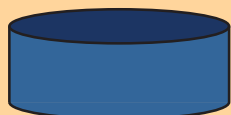
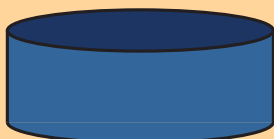


اگر بخواهید روغن زیتون بخرید، خرید یک بسته ۲۰۰۰ سانتی متر مکعبی برایتان به صرفه تر است یا خرید ۸ تا شیشه ۲۵۰ سانتی متر مکعبی؟ به منظور پاسخ به این سؤال می توانید نسبت قیمت به حجم روغن زیتون را در هر یک از بسته ها حساب و با هم مقایسه کنید:

۳۲۰۰۰	۱۷۰۰۰	۱۰۵۰۰	۵۰۰۰	قیمت (تومان)
۲۰۰۰	۱۰۰۰	۶۰۰	۲۵۰	حجم (سانتی متر مکعب)
۱۶	۱۷	۱۷/۵	۲۰	نسبت قیمت به حجم (تومان بر سانتی متر مکعب)

جدول ۱. نسبت قیمت به حجم شیشه های روغن زیتون

در آخرین ردیف جدول، قیمت یک سانتی متر مکعب روغن زیتون در هر نوع بسته بندی محاسبه شده و معلوم است که خرید بسته بزرگ روغن زیتون به صرفه تر است. اگر با بقیه مسائل مانند، نگهداری طولانی مدت، همراه داشتن پول کافی برای خرید بسته بزرگ و... مشکلی نداشته باشید، بهتر است این بسته را بخرید. این کار درباره بسته بندی هایی که روی آن ها وزن یا حجم نوشته شده، کار ساده ای است. اما در بستنی فروشی شرایط فرق می کند، یک بستنی فروشی سه نوع کاسه استوانه ای شکل دارد که هر کدام را بخواهید، کاملاً برایتان پر از بستنی می کند.





آیا با نگاه کردن می‌توانید حدس بزنید که هر ظرف چند برابر بیشتر یا کمتر از ظرف‌های دیگر گنجایش دارد؟ اگر بدانید هر سه استوانه متشابه هستند، یعنی نسبت ارتفاع به شعاع قاعده در هر سه مساوی است، چطور؟ تخمین زدن طول، خیلی ساده‌تر از تخمین زدن حجم است. شاید بتوانید اندازه شعاع قاعده سه استوانه یا دست کم نسبت بین آن‌ها را تخمین بزنید.

اگر شعاع قاعده سه کاسه به ترتیب از کوچک به بزرگ a ، $\frac{1}{5}a$ و $2a$ باشد، نسبت ارتفاع‌های آن‌ها هم به همین ترتیب است و می‌توان آن‌ها را با $\frac{1}{5}h$ ، h و $2h$ نمایش داد. آیا می‌توانید نسبت حجم آن‌ها را پیدا کنید؟ بیاید گنجایش کاسه کوچک را عددی مثل ۷ در نظر بگیریم و گنجایش دو کاسه دیگر را بر حسب گنجایش آن پیدا کنیم.

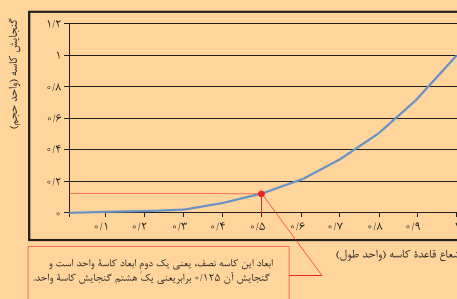
جدول ۲. نسبت گنجایش کاسه‌ها

گنجایش	ارتفاع	شعاع	
$(\pi \cdot a^2 \cdot h) = \pi \cdot a^2 \cdot h = V$	h	a	کاسه کوچک
$(\pi \cdot (\frac{1}{5}a)^2 \cdot (\frac{1}{5}h)) = \frac{1}{125}(\pi \cdot a^2 \cdot h) = \frac{1}{125}V$	$\frac{1}{5}h$	$\frac{1}{5}a$	کاسه بزرگ
$(\pi \cdot (2a)^2 \cdot (2h)) = 8(\pi \cdot a^2 \cdot h) = 8V$	$2h$	$2a$	کاسه بزرگ

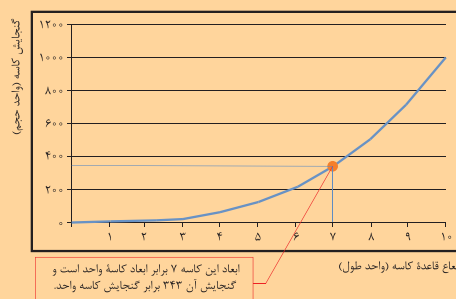
یعنی با این حساب، وقتی ابعاد کاسه $\frac{1}{5}$ برابر شده، گنجایش آن $\frac{3}{125}$ برابر و وقتی ابعاد کاسه ۲ برابر شده، گنجایش آن ۸ برابر شده است.

یک کاسه بستنی واحد به شعاع ۱ واحد طول و گنجایش ۱ واحد حجم را در نظر بگیرید و به نمودارهای ۱ و ۲ نگاه کنید. این نمودارها نشان می‌دهند که کاسه‌های متشابه با این کاسه، اما با اندازه شعاع‌های متفاوت چقدر گنجایش دارند.

نمودار ۲. گنجایش کاسه‌های متشابه - کاسه به شعاع قاعده ۵



نمودار ۱. گنجایش کاسه‌های متشابه - کاسه به شعاع قاعده ۷



حالا که می‌توانید نسبت گنجایش ظرف‌ها را تنها با دانستن یا تخمین زدن نسبت ابعاد آن‌ها محاسبه کنید، با دانستن اینکه قیمت هر ظرف بستنی چقدر است، می‌توانید نسبت قیمت به حجم را در هر کدام حساب کنید و تصمیم به صرفه‌تری بگیرید. شاید حتی تصمیم بگیرید که یک بستنی بزرگ بخرید و خانوادگی نوش جان کنید.



یک جور دیگر به میانگین نگاه کنید

جعفر اسدی گرمارودی

میانگین

گاه می‌توانیم با بالا و پایین کردن عددها، آن‌ها را به صورت جمع عددهای یکسان تبدیل کنیم که در این هنگام، در ذهن بیشتر افراد فکری سریع شکل می‌گیرد: تبدیل جمع به ضرب؛ یعنی:

$$8+8+8=3*8=24$$

میانگین با بالا و پایین کردن عددها

حالا که جمع این عددها به دست آمده، میانگین این سه عدد را نیز می‌توانیم به دست آوریم:

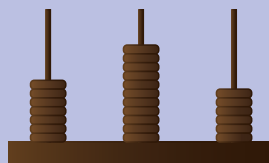
$$\frac{24}{3} = 8 = \text{میانگین}$$

دقت کنید، میانگین، ۸ شد. ۸ همان عددی است که با بالا و پایین کردن ۶، ۱۱ و ۷ به دست آمد. بنابراین نه تنها با بالا و پایین کردن عددها می‌توانیم حاصل جمع را راحت‌تر محاسبه کنیم، بلکه می‌توانیم میانگین آن‌ها را هم داشته باشیم.

مثالی دیگر:

نمره‌های دانش‌آموزی، ۱۲، ۱۷، ۱۴ و ۹ است. می‌خواهیم به همین طریق میانگین این نمره‌ها را به دست آوریم. مراحل کار در جدول ۱ آمده است.

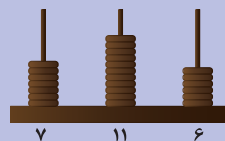
یکسان‌سازی
به این میله‌ها نگاه کنید. می‌خواهیم مجموع حلقه‌ها را به دست آوریم.



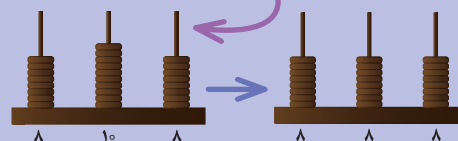
ممکن است خیلی‌ها با شمردن تعداد حلقه‌های هر میله و سپس جمع کردن آن‌ها، تعداد کل حلقه‌ها را به دست آورند. اما هنگامی که

با تعداد میله‌های بیشتری که دارای حلقه‌های زیادی باشند، روبه‌رو شویم، چنین شمردنی آسان نخواهد بود.

اکنون به نحوه جابه‌جایی حلقه‌ها توجه کنید و سپس تعداد حلقه‌ها را بشمارید.



از میله وسط یک حلقه به میله سمت راست می‌دهیم



از میله وسط دو حلقه برمی‌داریم و به هر یک از میله‌های چپ و راست یک حلقه می‌دهیم



میانگین

نام درس	نمره در درس	نمره میانگین
انگلیسی	۱۸	۱۸/۵
عربی	۱۹	۱۸/۵
هنر	۲۰	۱۸/۵
تفکر و سبک زندگی	۱۷	۱۸/۵
فارسی	۱۹	۱۸/۵
پیام آسمانی	۱۸/۵	۱۸/۵
قرآن	۱۹/۵	۱۸/۵
نگارش	۲۰	۱۸/۵
ریاضی	۱۷/۵	۱۸/۵
علوم	۱۶/۵	۱۸/۵

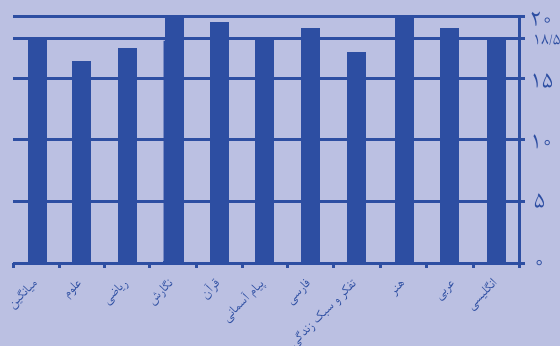
نمره‌هایی که بالاتر از میانگین و پایین‌تر از میانگین بودند، هر دو گروه خودشان را به میانگین (۱۸/۵) رساندند.
توجه: برای میانگین گرفتن، می‌توان به‌طور تقریبی مشخص کرد که میانگین عددها در چه محدوده‌ای قرار خواهد گرفت.

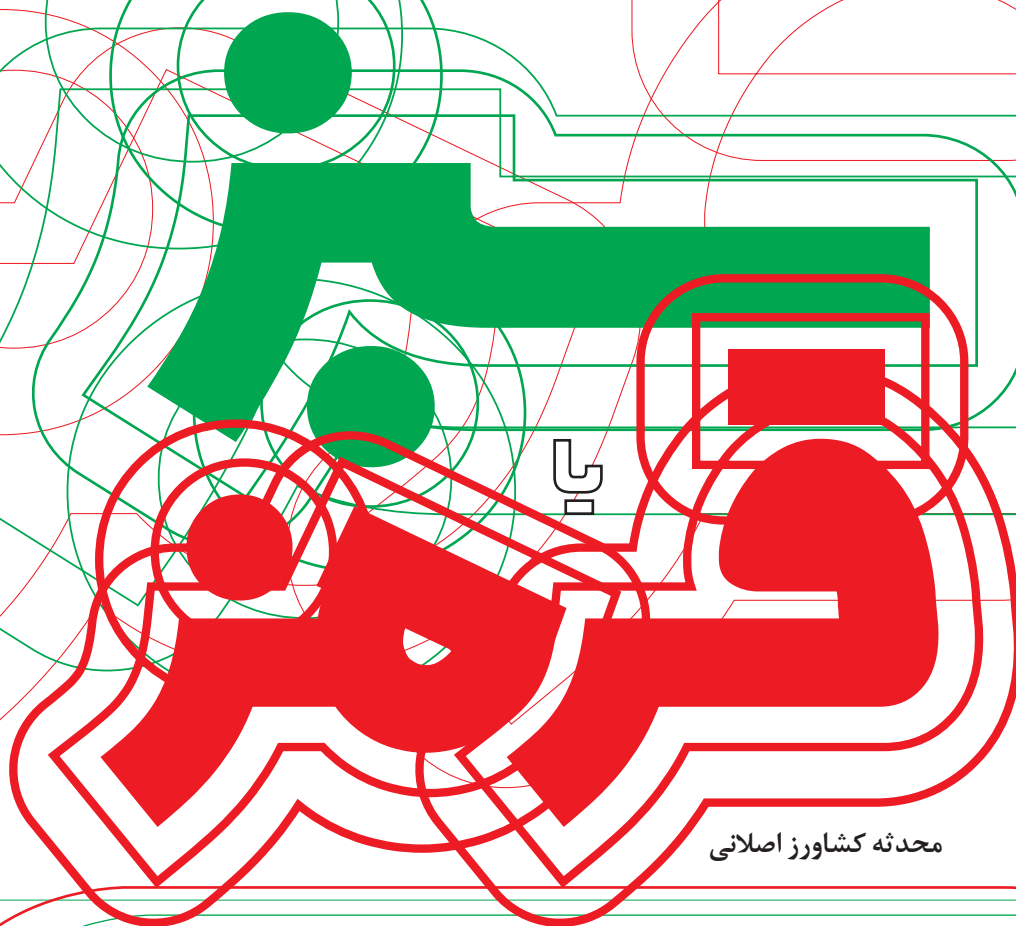
جدول ۱. مراحل رسیدن به میانگین

۹	۱۴	۱۷	۱۲
۱۱	۱۴	۱۵	۱۲
۱۱	۱۴	۱۴	۱۳
۱۲	۱۴	۱۳	۱۳
۱۳	۱۳	۱۳	۱۳

کلام آخر

مشخص است که همیشه نمی‌توان میانگین را به این صورت به دست آورد؛ به‌خصوص هنگامی که میانگین عددها، عددی اعشاری باشد. اما می‌توان به این موضوع اشاره کرد که با بالا و پایین کردن عددها، همه آن‌ها یکسان خواهند شد تا خودشان را به میانگین برسانند. برای روشن شدن این موضوع به نمودار ستونی نمره‌های همان دانش‌آموز کلاس هشتم توجه کنید:





محدثه کشاورز اصلانی

جرم (کیلوگرم)

قد × جرم (متر مربع)

اگر دغدغه افزایش یا کاهش وزن داشته باشید، حتماً تا به حال فرمول‌های متفاوتی را که به ما می‌گویند، چاق هستیم یا لاغر، دیده‌اید. مثلاً یکی از این فرمول‌ها چنین است:

که در این فرمول، عدد جرم با وزن شما برابر است. ابتدا با این فرمول، «شاخص توده بدنتان» (BMI) را حساب کنید. سپس باید ببینید در کدام یک از بازه‌های کمتر از ۲۵، بین ۲۵ تا ۳۰ و یا بیشتر از ۳۰ هستید. بر این اساس متوجه می‌شوید که وزن‌تان طبیعی است، اضافه وزن دارید، یا چاق هستید.

حالا فرض کنیم یک برنامه رایانه‌ای برای همه قدها و جرم‌های معمول در بزرگسالان، این فرمول را حساب کرده باشد و عددهای BMI مربوط به آن‌ها را داشته باشد. این عددها را می‌توان در جدولی نمایش داد که ستون‌های آن قدهای متفاوت و سطرها آن جرم‌های متفاوت را نشان دهند؛ جدولی شبیه جدول ۱. بنابراین هر شخص می‌تواند قد و جرمش را در جدول پیدا کند و با مشخص کردن خانه مربوطه در جدول، شاخص توده بدنش را بیابد. این جدول را می‌توان باز هم کارآمدتر کرد. مثلاً می‌دانیم BMI کمتر از ۱۸ مربوط به

جدول ۱. شاخص توده بدن برای همه قدها و وزن‌های معمول

قد \ جرم	۱۵۰	۱۵۵	۱۶۰	۱۶۵	۱۷۰	۱۷۵	۱۸۰	۱۸۵	۱۹۰	۱۹۵	۲۰۰
۴۰	۱۷/۷۸	۱۶/۶۵	۱۵/۶۳	۱۴/۶۹	۱۳/۸۴	۱۳/۰۶	۱۲/۳۵	۱۱/۶۹	۱۱/۰۸	۱۰/۵۲	۱۰/۰۰
۴۵	۳۰/۰۰	۱۸/۷۳	۱۷/۵۸	۱۶/۵۳	۱۵/۵۷	۱۴/۶۹	۱۳/۸۹	۱۳/۱۵	۱۲/۴۷	۱۱/۸۳	۱۱/۲۵
۵۰	۲۲/۲۲	۲۰/۸۱	۱۹/۵۳	۱۸/۳۷	۱۷/۳۰	۱۶/۳۳	۱۵/۴۳	۱۴/۶۱	۱۳/۸۵	۱۳/۱۵	۱۲/۵۰
۵۵	۲۴/۴۴	۲۲/۸۹	۲۱/۴۸	۲۰/۲۰	۱۹/۰۳	۱۷/۹۶	۱۶/۹۸	۱۶/۰۷	۱۵/۲۴	۱۴/۴۶	۱۳/۷۵
۶۰	۲۶/۶۷	۲۴/۹۷	۲۳/۴۴	۲۲/۰۴	۲۰/۷۶	۱۹/۵۹	۱۸/۵۲	۱۷/۵۳	۱۶/۶۲	۱۵/۷۸	۱۵/۰۰
۶۵	۲۸/۸۹	۲۷/۰۶	۲۵/۳۹	۲۳/۸۸	۲۲/۴۹	۲۱/۲۲	۲۰/۰۶	۱۸/۹۹	۱۸/۰۱	۱۷/۰۹	۱۶/۲۵
۷۰	۳۱/۱۱	۲۹/۱۴	۲۷/۳۴	۲۵/۷۱	۲۴/۲۲	۲۲/۸۶	۲۱/۶۰	۲۰/۴۵	۱۹/۳۹	۱۸/۴۱	۱۷/۵۰
۷۵	۳۳/۳۳	۳۱/۲۲	۲۹/۳۰	۲۷/۵۵	۲۵/۹۵	۲۴/۴۹	۲۳/۱۵	۲۱/۹۱	۲۰/۷۸	۱۹/۷۲	۱۸/۷۵
۸۰	۳۵/۵۶	۳۳/۳۰	۳۱/۲۵	۲۹/۳۸	۲۷/۶۸	۲۶/۱۲	۲۴/۶۹	۲۳/۳۷	۲۲/۱۶	۲۱/۰۴	۲۰/۰۰
۸۵	۳۷/۷۸	۳۵/۳۸	۳۳/۲۰	۳۱/۲۲	۲۹/۴۱	۲۷/۷۶	۲۶/۲۳	۲۴/۸۴	۲۳/۵۵	۲۲/۳۵	۲۱/۲۵
۹۰	۴۰/۰۰	۳۷/۴۶	۳۵/۱۶	۳۳/۰۶	۳۱/۱۴	۲۹/۳۹	۲۷/۷۸	۲۶/۳۰	۲۴/۹۳	۲۳/۶۷	۲۲/۵۰
۹۵	۴۲/۲۲	۳۹/۵۴	۳۷/۱۱	۳۴/۸۹	۳۲/۸۷	۳۱/۰۲	۲۹/۳۲	۲۷/۷۶	۲۶/۳۲	۲۴/۹۸	۲۳/۷۵
۱۰۰	۴۴/۴۴	۴۱/۶۲	۳۹/۰۶	۳۶/۷۳	۳۴/۶۰	۳۲/۶۵	۳۰/۸۶	۲۹/۲۲	۲۷/۷۰	۲۶/۳۰	۲۵/۰۰
۱۰۵	۴۶/۶۷	۴۳/۷۰	۴۱/۰۲	۳۸/۵۷	۳۶/۲۳	۳۴/۲۹	۳۲/۴۱	۳۰/۶۸	۲۹/۰۹	۲۷/۶۱	۲۶/۲۵
۱۱۰	۴۸/۸۹	۴۵/۷۹	۴۲/۹۷	۴۰/۴۰	۳۸/۰۶	۳۵/۹۲	۳۳/۹۵	۳۲/۱۴	۳۰/۴۷	۲۸/۹۳	۲۷/۵۰



جدول ۲. شاخص تودهٔ بدون به تفکیک رنگ برای وزن طبیعی، اضافه وزن و چاقی

قد جرم	۱۵۰	۱۵۵	۱۶۰	۱۶۵	۱۷۰	۱۷۵	۱۸۰	۱۸۵	۱۹۰	۱۹۵	۲۰۰
۴۰	۱۷/۷۸	۱۶/۶۵	۱۵/۶۳	۱۴/۶۹	۱۳/۸۴	۱۳/۰۶	۱۲/۳۵	۱۱/۶۹	۱۱/۰۸	۱۰/۵۳	۱۰/۰۰
۴۵	۳۰/۰۰	۱۸/۷۳	۱۷/۵۸	۱۶/۵۳	۱۵/۵۷	۱۴/۶۹	۱۳/۸۹	۱۳/۱۵	۱۲/۴۷	۱۱/۸۳	۱۱/۲۵
۵۰	۳۲/۲۲	۳۰/۸۱	۱۹/۵۳	۱۸/۳۷	۱۷/۳۰	۱۶/۳۳	۱۵/۴۳	۱۴/۶۱	۱۳/۸۵	۱۳/۱۵	۱۲/۵۰
۵۵	۳۴/۴۴	۳۲/۸۹	۳۱/۴۸	۳۰/۲۰	۱۹/۰۳	۱۷/۹۶	۱۶/۹۸	۱۶/۰۷	۱۵/۲۴	۱۴/۴۶	۱۳/۷۵
۶۰	۳۶/۶۷	۳۴/۹۷	۳۳/۴۴	۳۲/۰۴	۳۰/۷۶	۱۹/۵۹	۱۸/۵۲	۱۷/۵۳	۱۶/۶۲	۱۵/۷۸	۱۵/۰۰
۶۵	۳۸/۸۹	۳۷/۰۶	۳۵/۲۹	۳۳/۸۸	۳۲/۴۹	۳۱/۲۲	۳۰/۰۶	۱۸/۹۹	۱۸/۰۱	۱۷/۰۹	۱۶/۲۵
۷۰	۳۱/۱۱	۲۹/۱۴	۲۷/۳۴	۲۵/۷۱	۲۴/۳۲	۲۳/۸۶	۲۱/۶۰	۲۰/۴۵	۱۹/۳۹	۱۸/۴۱	۱۷/۵۰
۷۵	۳۳/۳۳	۳۱/۲۲	۲۹/۳۰	۲۷/۵۵	۲۵/۹۵	۲۴/۴۹	۲۳/۱۵	۲۱/۹۱	۲۰/۷۸	۱۹/۷۲	۱۸/۷۵
۸۰	۳۵/۵۶	۳۳/۳۰	۳۱/۲۵	۲۹/۳۸	۲۷/۶۸	۲۶/۱۲	۲۴/۶۹	۲۳/۳۷	۲۲/۱۶	۲۱/۰۴	۲۰/۰۰
۸۵	۳۷/۷۸	۳۵/۳۸	۳۳/۲۰	۳۱/۲۲	۲۹/۴۱	۲۷/۷۶	۲۶/۲۳	۲۴/۸۴	۲۳/۵۵	۲۲/۳۵	۲۱/۲۵
۹۰	۴۰/۰۰	۳۷/۴۶	۳۵/۱۶	۳۳/۰۶	۳۱/۱۴	۲۹/۳۹	۲۷/۷۸	۲۶/۳۰	۲۴/۹۳	۲۳/۶۷	۲۲/۵۰
۹۵	۴۲/۲۲	۳۹/۵۲	۳۷/۱۱	۳۴/۸۹	۳۲/۸۷	۳۱/۰۲	۲۹/۳۲	۲۷/۷۶	۲۶/۳۲	۲۴/۹۸	۲۳/۷۵
۱۰۰	۴۴/۴۴	۴۱/۶۲	۳۹/۰۶	۳۶/۷۳	۳۴/۶۰	۳۳/۶۵	۳۰/۸۶	۲۹/۲۲	۲۷/۷۰	۲۶/۳۰	۲۵/۰۰
۱۰۵	۴۶/۶۷	۴۳/۷۰	۴۱/۰۲	۳۸/۵۷	۳۶/۳۳	۳۴/۲۹	۳۲/۴۱	۳۰/۶۸	۲۹/۰۹	۲۷/۶۱	۲۶/۲۵
۱۱۰	۴۸/۸۹	۴۵/۷۹	۴۲/۹۷	۴۰/۴۰	۳۸/۰۶	۳۵/۹۲	۳۲/۹۵	۳۲/۱۲	۳۰/۴۷	۲۸/۹۳	۲۷/۵۰

کمبود وزن است. بین ۱۸ تا ۲۵ مربوط به وزن طبیعی است. بین ۲۵ تا ۳۰ اضافه وزن تعریف می‌شود و بالاتر از ۳۰ فرد دچار چاقی است. می‌توانیم این عددها را روی جدول پیدا کنیم و به روشی نشان بدهیم؛ مثلاً رنگشان کنیم.

در جدول ۲ رنگ آبی مربوط به کمبود وزن، رنگ سبز مربوط به وزن طبیعی، رنگ زرد

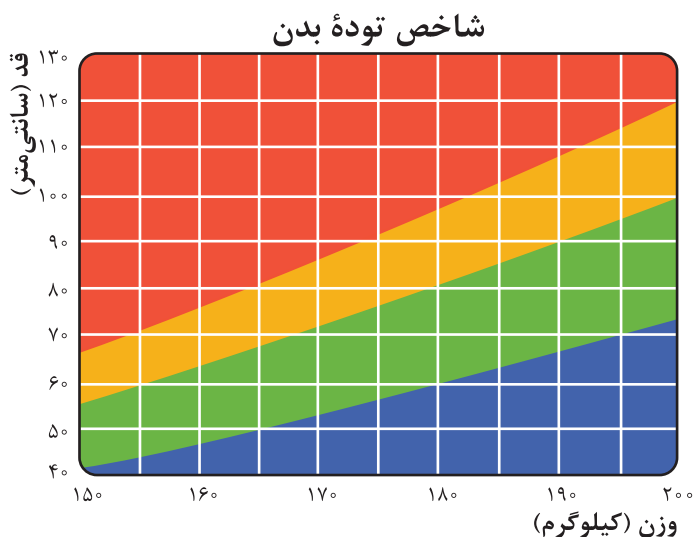
مربوط به اضافه‌وزن و رنگ قرمز مربوط به چاقی است. در مورد این جدول دو نکته وجود دارد:

- عددها به بازه‌های پنج تایی تقسیم شده‌اند. بنابراین خیلی از عددها در جدول نیستند. مثلاً اگر جرم شما ۶۳ کیلوگرم باشد، نمی‌توانید خودتان را در این جدول پیدا کنید.
- عددهای BMI کاملاً دقیق هستند.

طبیعتاً این برنامه رایانه‌ای می‌تواند BMI مربوط به همهٔ جرم‌ها و قد‌ها را در این محدوده محاسبه کند، اما تصور کنید در آن حالت با چه جدول شلوغ و بزرگی طرف می‌شویم. ضمن اینکه در بسیاری از موارد، ما نیاز نداریم بدانیم شاخص تودهٔ بدنمان چند است، فقط برایمان مهم است بدانیم در کدام یک از محدوده‌ها قرار می‌گیریم.

حالا اگر این بار برنامهٔ رایانه‌ای شاخص تودهٔ بدن را برای همهٔ قد‌ها و جرم‌ها محاسبه کند و با توجه به بازه‌بندی استاندارد، آن‌ها را رنگ کند و به جای جدول، یک نمودار به ما بدهد، نموداری شبیه نمودار ۱ درست خواهد شد. شما با هر قد و وزنی می‌توانید خودتان را در این جدول پیدا کنید. (مگر اینکه قدتان بیشتر از ۲۰۰ سانتی‌متر یا وزن‌تان بیشتر از ۱۳۰ کیلوگرم باشد).

در این نمودار، قد و وزن شما در فرمول BMI محاسبه شده و براساس قرار گرفتن در یکی از چهار دسته، رنگ شده است. بنابراین شما می‌توانید ببینید که در کدام یک از این چهار دسته قرار دارید: سبز یا قرمز؟!



نمودار ۱. شاخص تودهٔ بدون برای همهٔ قد‌ها و وزن‌ها

فرمول BMI محاسبه شده و براساس قرار گرفتن در یکی از چهار دسته، رنگ شده است. بنابراین شما می‌توانید ببینید که در کدام یک از این چهار دسته قرار دارید: سبز یا قرمز؟!

پی‌نوشت:

1. Body Mass Index



در مطلب شماره قبل مجله، در مورد مرحله گروهی و جدول امتیازهای تیم‌ها بحث شد. در این شماره، ستون دیگری از این جدول را بررسی می‌کنیم.

تیم‌ها براساس امتیازهایی که در سه مسابقه مقدماتی کسب می‌کنند، رده‌بندی می‌شوند. امکان دارد امتیاز تیم‌ها برابر باشد. در این صورت از ستون «تفاضل گل» استفاده می‌کنند. این ستون خنثا، عدد صحیحی است که از اختلاف گل‌های زده و گل‌های خورده هر تیم در سه مسابقه مقدماتی به دست می‌آید و مانند هر عدد صحیح، سه حالت برای آن پیش می‌آید:

۱. **عددی مثبت:** وقتی که تعداد گل‌های زده از تعداد گل خورده بیشتر است.

۲. **صفر:** وقتی که تعداد گل‌های زده با گل خورده برابر است.

۳. **عددی منفی:** وقتی که تعداد گل‌های زده از تعداد گل خورده کمتر است.

برای نمونه، در جدول‌های ۱ و ۲ نتیجه بازی‌های گروه‌های A و G جام جهانی ۲۰۱۴ برزیل را مشاهده می‌کنید. در این دو گروه شاهد امتیازهای برابر بودیم (از هر گروه چهار تیمی، دو تیم اول جدول رده‌بندی صعود می‌کنند).

جدول ۱. نتیجه بازی‌های گروه A

تیم	بازی	برد	مساوی	باخت	گل زده	گل خورده	تفاضل گل	امتیاز
برزیل	۳	۲	۱	-	۷	۲	+۵	۷
مکزیک	۳	۲	۱	-	۴	۱	+۳	۷
کرواسی	۳	۱	-	۲	۶	۶	۰	۳
کامرون	۳	-	-	۳	۱	۹	-۸	۰



خنثاشا

حاشیه‌های ریاضی جام جهانی فوتبال

جعفر اسدی گرمارودی

جدول ۲. نتیجه بازی‌های گروه G

تیم	بازی	برد	مساوی	باخت	گل زده	گل خورده	تفاضل گل	امتیاز
آلمان	۳	۲	۱	-	۷	۲	+۵	۷
آمریکا	۳	۱	۱	۱	۴	۴	۰	۴
پرتغال	۳	۱	۱	۱	۴	۷	-۳	۴
غنا	۳	-	۱	۲	۴	۶	-۲	۱

در گروه A، تفاضل گل بیشتر برزیل نسبت به مکزیک سبب قرار گرفتن این تیم در صدر گروه A شد. در گروه G شرایط خیلی حساس بود و تفاضل گل بیشتر آمریکا در برابر پرتغال ($0 < -3$) سبب صعود آمریکا به مرحله یک‌هشتم نهایی و حذف پرتغال شد. حالا شاید بپرسید سستونی که چنین سرنوشتی را برای تیم‌ها رقم می‌زند، چرا با نام «ستون خنثا» در این مطلب آمده است. ویژگی خاصی در این ستون هست که می‌خواهیم به آن بپردازیم. مجموع عددهای ستون تفاضل گل گروه‌های A و G را محاسبه می‌کنیم:

$$A \text{ گروه } (-8) + 0 + (+3) + 5 = 0$$

$$G \text{ گروه } (-2) + (-3) + 0 + 5 = 0$$

برای روشن شدن موضوع از ستون‌های گل زده و گل خورده استفاده می‌کنیم:

$$7 + 4 + 4 + 4 = 19 = \text{مجموع گل‌های زده در گروه G}$$

$$2 + 4 + 7 + 6 = 19 = \text{مجموع گل‌های خورده در گروه G}$$

اختلاف این دو عدد که همان مجموع ستون تفاضل گل‌هاست، برابر صفر است.

به عبارت دیگر، در یک جدول رده‌بندی مربوط به هر گروه چندتیمی (برای مثال لیگ)، برای هر تعداد گل زده از سوی تیم‌ها به همان اندازه تعداد گل خورده ثبت خواهد شد.

پی نوشت:

۱. یادآوری می‌کنیم، در هر مسابقه تیم برنده ۳ امتیاز، تیم بازنده صفر امتیاز و در صورت مساوی شدن هر تیم یک امتیاز کسب خواهند کرد.





برش هندوانه با چاقوی

● سپیده چمن آرا
● عکاس: شادی رضائی

ریاضی

به نظر می‌آید که در خیلی از کارها از
ریاضیات استفاده می‌شود. ولی من
اصلاً فکر نمی‌کردم که در آشپزی
هم ریاضیات لازم باشد. وقتی
خانم فاطمه ایمانی روش
درست کردن یک نوع
بیسکویت به نام «برش
هندوانه» را برایم شرح
داد و با او دربارهٔ درست
کردن شیرینی و کیک
بیشتر گفت‌وگو کردم،
دیدم که ریاضیات در
آشپزی هم هست!





گاهی دستور شیرینی که داریم، برای مقدار خیلی زیادتری از نیاز ما است. در این صورت مقدار تمام مواد را باید نصف کنیم یا ثلث کنیم. البته باید دو موضوع را در نظر گرفت:

یکی این که ممکن است در دستورات وزنی، مقدار وزن مواد بر ۲- در نصف کردن مقدارهای دستور- یابر ۳- در ثلث کردن آن‌ها- بخش پذیر نباشد. در این صورت باید از تقریب زدن استفاده کنیم. اینکه آن اعداد را با چه عددهایی تقریب بزنیم و اختلاف اعداد تقریبی با مقدارهای واقعی حداکثر چقدر باشد (یعنی دقت تقریب)، گاهی به تجربه ما در آشپزی نیز بستگی دارد. از خانم ایمانی این موضوع را پرسیدم. پاسخ داد:

ایمانی: «اگر مثلاً در نصف کردن مقدار کره در دستور یک شیرینی، عدد $\frac{37}{33}$ را بیاید، آن را $\frac{37}{5}$ یا حتی ۳۸ می‌گیرم. برهان: «یا مثلاً ۴۰»

ایمانی: «نه دیگر تا آن حد! حداکثر ۱ گرم یا ۲ گرم.»

موضوع دوم این است که در دستور آشپزی، همیشه تعداد بعضی مواد گفته می‌شود؛ مانند تخم مرغ، یا در دستورات پیمانه‌ای که تعداد پیمانه گفته می‌شود. گاهی سه قسمت کردن آن تعداد دشوار است، مثلاً سه قسمت کردن ۵ تا تخم مرغ، یا سه قسمت کردن ۵ پیمانه آرد!

ایمانی: «من خودم این مواقع با وزن مواد کار می‌کنم. مثلاً وزن یک تخم مرغ معمولی حدود ۵۰ گرم است و ۵ تخم مرغ حدوداً ۲۵۰ گرم وزن دارد. یک سوم آن می‌شود $\frac{83}{33}$ گرم. پس برای آن شیرینی که همه موادش را ثلث کرده‌ام، ۸۵ گرم تخم مرغ استفاده می‌کنم.»

راستی دوستان، در اندازه‌گیری مواد با پیمانه، کسر را هم دیدم: ظرف‌هایی که نامشان $\frac{2}{1}$ و $\frac{3}{1}$ و $\frac{4}{1}$ پیمانه بود آیا می‌دانید ارتباط این ظرف‌ها با یک پیمانه چیست؟ بله؛ حجم آن‌ها به ترتیب نصف، ثلث، و ربع ظرف اصلی است. خوب دوست من، حالا که ظرف $\frac{3}{1}$ پیمانه وجود دارد، آیا می‌توانی بگویی در دستورات پیمانه‌ای، برای این که همه مواد را ثلث کنیم باید چه کنیم؟

ایمانی: «پیمانه شیرینی‌پزی یک حجم ثابت برای همه مواد است. می‌توانیم دستورات پیمانه‌ای را به دستور وزنی تبدیل کنیم. به عنوان مثال، یک پیمانه شکر حدود ۱۵۰ گرم است.» ادامه این گفت‌وگو را در شماره آینده مجله بخوانید.

برای تهیه یک شیرینی یا کیک، چند مرحله داریم:

۱. اندازه‌گیری مواد اولیه؛ ۲. ترکیب مواد؛ ۳. ریختن در قالب یا قالب زدن- که بستگی دارد مایه کیک باشد یا خمیر شیرینی و بیسکویت. درباره تک‌تک مراحل با خانم ایمانی صحبت کردم. دیدم در همه آن‌ها رد پای ریاضیات هست:

اندازه‌گیری مواد اولیه

در دستور پختن کیک و شیرینی، ابتدا مقدار مواد لازم گفته می‌شود. معمولاً اندازه مواد به دو صورت بیان می‌شود: براساس واحد اندازه‌گیری رسمی جرم که گرم یا کیلوگرم است؛ و یا بر اساس پیمانه، که در واقع اندازه‌گیری با حجم مواد است. مثلاً ممکن است دستور کیک این طور باشد:

آرد: ۲ پیمانه؛ پودر شکر: ۱ پیمانه؛ تخم مرغ: ۲ عدد؛ روغن جامد: نصف پیمانه؛ آب‌پرتقال: نصف پیمانه؛ پوست‌پرتقال: ۱ ق‌س‌خ؛ بیکنینگ پودر: ۲ ق‌چ‌خ.	یا	آرد: ۲۵۰ گرم؛ شکر: ۲۵۰ گرم؛ تخم مرغ: ۳ عدد؛ کره: ۱۵۰ گرم؛ وانیل: ۱ ق‌چ‌خ؛ نمک: ۱ ق‌چ‌خ؛ بیکنینگ پودر: ۱ ق‌م‌خ؛ دارچین: ۱ ق‌م‌خ.
---	----	--

بد نیست بدانید که معمولاً دستورات کیک و شیرینی براساس مقدار آرد است. یعنی سایر مواد نسبت به مقدار مشخصی آرد تعیین می‌شوند. اینجا نسبت و تناسب وجود دارد؛ اگر آرد زیاد یا کم شود، به همان نسبت سایر مواد زیاد یا کم می‌شوند. مثلاً برای یک مهمانی یا برای عید نوروز می‌خواهیم شیرینی بپزیم ولی دستور شیرینی برای تعداد کمی نوشته شده است. می‌توانیم مقدار تمام مواد را دو برابر کنیم، یا همه را سه برابر کنیم، یا یک و نیم برابر (بسته به این که بخواهیم از آن شیرینی چقدر بیشتر تهیه کنیم؟)

اکنون بیایید شما هم دست به کار شوید و از روی دستور زیر، شیرینی برش هندوانه را درست کنید تا با این ریاضیاتی که از آن صحبت کردیم، در عمل درگیر شوید.

طرز تهیه:

مواد لازم شیرینی برش هندوانه

کره: ۱۰۰ گرم
وانیل: ۱/۸ ق چ
آب سرد: ۲ ق س
پودر قند: ۴۰ گرم
زرده تخم مرغ: ۱ عدد
آرد الک شده: ۲۰۰ گرم
نمک: ۱/۸ ق چ
تخم خرفه: مقداری
رنگ خوراکی سبز و قرمز: ۱ قطره

ابتدا کره را که به دمای محیط رسیده است با پودر قند، زرده تخم مرغ و وانیل در ظرفی ریخته با همزن برقی بزنید تا سفید رنگ شود. آرد و نمک را به تدریج به مواد بالا اضافه کنید و با نوک انگشتان دست مخلوط کنید تا خمیر نرم و لطیفی به دست آید مقداری از خمیر را به رنگ سبز در آورده و مقداری دیگر را به رنگ قرمز در آورید. فر را روی ۱۵۰ درجه سانتی گراد تنظیم کنید پس از آن خمیر قرمز رنگ را به شکل استوانه در آورده لایه‌ای نازک از خمیر سبز رنگ را روی کاغذ روغنی باز کرده و سپس لایه نازک دیگری از خمیر بدون رنگ را به همین صورت باز کرده هر دو خمیر را به آرامی روی هم قرار داده و دور خمیر استوانه‌ای قرمز رنگ بکشید و پس از مرتب کردن و فشرده کردن هر سه خمیر آن را در یخچال قرار دهید پس از نیم ساعت خمیر را برداشته از وسط برش طولی داده و سپس برش‌های عرضی داده تا شبیه برش هندوانه شود از تخم خرفه نیز به جای هسته‌های هندوانه استفاده



به یک سؤال پاسخ دهید:
اگر دستور شیرینی‌ای با پیمانه داده شده باشد و شما فقط پیمانه یک سوم را داشته باشید، چگونه مواد را اندازه می‌گیرید؟

می‌کنیم و روی برش‌های شیرینی می‌پاشیم و شیرینی‌ها را در سینی چیده به مدت ۱۰ تا ۱۵ دقیقه در دمای ۱۵۰ درجه سانتی گراد می‌پزیم. سپس از فر خارج کرده پس از خنک شدن شیرینی‌ها را در ظرف سرو می‌چینیم.

برای دیدن عکس‌های بیشتری از مراحل تهیه این شیرینی، به وبلاگ اختصاصی مجله مراجعه کنید:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee



یامصور

فراخوان دهمین دوره جشنواره رشد عکس

موضوع

«مدرسه، خانه دوم»

- فضای مدرسه (معماری، کتابخانه، بوفه، نماز خانه، حیاط، آب‌خوری، آزمایشگاه، اتاق بهداشت، گرافیک محیطی، دفتر معلمان، کلاس درس و...)
- انواع مدارس (هوشمند، ماندگار، چند پایه، روستایی، عشایری و شهری)
- برنامه‌های مدرسه (صبح گاه، پرچم، کتاب‌خوانی، زنگ تفریح، جشن‌ها، مناسبت‌های مذهبی، راهپیمایی، آغاز سال تحصیلی، نمایشگاه‌ها، آموزش در کلاس، دوستی‌ها و قهرها، فعالیت‌های یاددهی و یادگیری، شورای دانش‌آموزی، شورای معلمان، جلسات اولیا و مربیان و...)
- برنامه‌های جنبی (سرویس مدارس، در راه مدرسه، گردش علمی، اردو، نماز و ...)

بخش «ویژه»

- پوشش‌ها و بازیهای محلی (به ویژه استان‌های مرزی)
- شعار سال: (اقتصاد مقاومتی، تولید - اشتغال)
- پرستی مهر سال: (چگونه باید در محیط مدرسه تحمل و احترام به افکار دیگران و اخلاق و ادب را تمرین کنیم؟)

بخش دانش‌آموزی با موضوع «آزاد»

- این بخش با «موضوع آزاد» به دانش‌آموزان ۱۳ تا ۱۸ ساله تعلق دارد.

گاه‌شمار

- آخرین مهلت ارسال آثار: ۳۱ تیرماه ۱۳۹۷
- انتخاب و داوری آثار: مردادماه ۱۳۹۷
- افتتاح نمایشگاه و اهدای جوایز: مهرماه ۱۳۹۷

امتیازها

- عکس‌های برگزیده به صورت نمایشگاهی در معرض دید عموم قرار خواهد گرفت.
- به هر یک از آثار راه‌یافته به نمایشگاه، حق التالیف پرداخت خواهد شد.
- برای عکاسانی که آثارشان به نمایشگاه راه یابد، گواهی شرکت در نمایشگاه صادر می‌شود.

مقررات جشنواره

۱. شرکت همه عکاسان در این جشنواره، آزاد است.
۲. آثار ارسالی فقط به صورت «تک عکس» پذیرفته می‌شود و هر عکاس می‌تواند با ارسال ۵ عکس در هر یک از موضوع‌ها (جمعاً ۱۰ عکس) در جشنواره شرکت کند.
۳. دانش‌آموزان می‌توانند حداکثر ۷ عکس یا موضوع آزاد ارسال کنند.
۴. آثار باید با حجم کمتر از ۴۰۰ کیلوبایت بر روی وبگاه جشنواره به نشانی: www.roshdmag.ir بارگذاری شوند.
۵. در صورت راه یابی عکس به نمایشگاه، ارسال عکس با اندازه اصلی ضروری است.
۶. ضروری است هر عکاس نام، نام خانوادگی، شماره تماس، نشانی محل سکونت، کد ملی، پست الکترونیکی، عنوان عکس، محل و تاریخ عکاسی هر عکس را به طور کامل مطابق با برگه فراخوان تکمیل و به همراه آثار ارسال کند.
۷. اصلاح رنگ، کنتراست، تیرگی و روشنی، کراپ در عکس‌ها در حدی که اصالت عکس را تغییر ندهد، قابل قبول است.
۸. ارسال اثر توسط عکاس و شرکت در جشنواره، به منزله اعلام مالکیت معنوی عکس‌هاست. در صورت اثبات خلاف این امر در هر مرحله‌ای، عواقب حقوقی و جزایی آن به عهده شرکت کننده است.
۹. از عکس‌های راه‌یافته به جشنواره، با ذکر نام عکاس در نشریات رشد، وابسته به دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی استفاده خواهد شد.

جوایز برگزیدگان

مدرسه: خانه دوم

- نفر اول: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و جایزه نقدی؛
- نفر دوم: لوح تقدیر و جایزه نقدی؛
- نفر سوم: لوح تقدیر و جایزه نقدی.

بخش ویژه

- نفر اول: لوح تقدیر، تندیس جشنواره و جایزه نقدی؛
- نفر دوم: لوح تقدیر و جایزه نقدی؛
- نفر سوم: لوح تقدیر و جایزه نقدی.

بخش دانش‌آموزی

- در این بخش به ۵ نفر جایزه نقدی اهدا خواهد شد.

نشانی دبیرخانه جشنواره: تهران: خیابان ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی، طبقه دوم، دبیرخانه جشنواره عکس رشد. صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۳۳۳۱

برای کسب اطلاعات بیشتر به وبگاه جشنواره (www.roshdmag.ir) مراجعه کنید یا با شماره تلفن‌های ۸۸۸۳۳۲۲ و ۸۸۴۹۰۴۱۴ تماس بگیرید.

پاسخگویی ثبت‌نام اینترنتی: ۸۸۴۹۰۱۰۸

پست الکترونیکی جشنواره: aksroshd10@roshdmag.ir

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی / تصویر گر: سام سلماسی

از صفرتا گوگول





و به دلیل آسیب دیدگی شدید دست و پا
دیگر بی خیال رقم های بعدی شدند.



البته هنوز معلوم نیست که چرا
بعضی کتاب ها، تابلوها و... اصرار
دارند به جای ۴، ۵ و ۶ ایرانی از
۴، ۵ و ۶ عربی استفاده کنند.

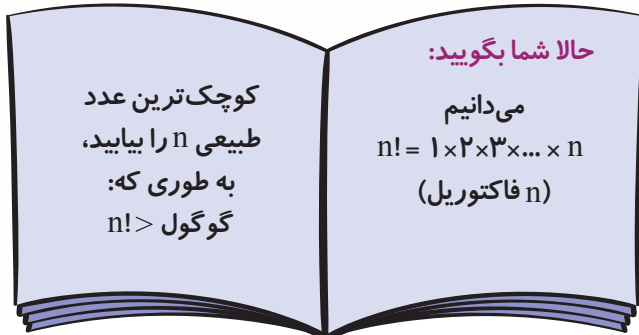


از آن طرف در قرن هفدهم در اروپا، فرانسوی ها
به این نتیجه رسیدند که برای بیان میزان ثروت،
اختلاس و... دیگر هزار و ده هزار و صد هزار کافی
نیست. برای همین، ارزش های مکانی بعدی را
سه رقم سه رقم نام گذاری کردند. البته اغلب این
نام های انتخابی به طور غیررسمی از قرن سیزدهم
در برخی کتاب ها مورد استفاده قرار گرفته بود.



و از آنجا که اروپایی ها در آن دوران بی کار بودند، به این
نام گذاری ادامه دادند.







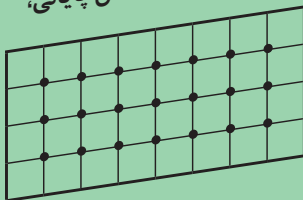
تناظرها یا نخ‌های متصل

فرزند درس خوانده چوپان برای شمارش گوسفندها پاهای گوسفندها را می‌شمرد و عدد به دست آمده را بر ۴ تقسیم می‌کند! استفاده بد از سواد! اما توجه کنید که اگر گوسفندها در جایی باشند که حصار بدون درز داشته باشد و تنها پایین حصار خالی باشد، راه فرزند چوپان خوب است. در این حالت تنها پاهای گوسفندها را می‌بینیم و از این تناظر یک به چهار کمک می‌گیریم. در ادامه می‌کشیم تا در چند مسئله چنین تناظرهایی را ببینیم.

مسئله ۱

در مدرسه حمید نوعی بازی دو نفره رایج است. کاغذی را به‌طور افقی و عمودی بارها خط کشی می‌کنند تا مستطیل‌های کوچکی (که آن‌ها را مستطیل‌های واحد می‌گوییم) در آن ساخته شود. نفر اول کاغذ را از روی یکی از خط‌های کشیده شده، دو تکه می‌کند. از این پس هر کس در نوبت خود می‌تواند یکی از تکه کاغذهای بریده شده را انتخاب کند و از روی یکی از خط‌های راست کشیده شده (حتماً باید هنوز خط داشته باشد) برش دهد و کاغذ را دو تکه کند. برنده این بازی نیز کسی است که آخرین برش را انجام دهد. حمید خیلی زود توانست در این بازی ماهر شود. او در هر بازی انتخاب می‌کرد که نفر شروع‌کننده باشد یا نفر دوم و همیشه برنده می‌شد. سیاست برد او چه بود؟

مستطیل‌هایی که در یک برش که زده می‌شود، ضلع‌های بعضی از مستطیل‌ها بریده می‌شوند. تعداد ضلع‌های برش آزاد می‌شوند نیز ثابت نیست. در آغاز بازی چندین برش انجام می‌شود ولی هیچ مستطیل واحدی آزاد نمی‌شود. بلکه گروهی از مستطیل‌های واحد به هم چسبیده آزاد می‌شوند. ولی در حرکت‌های حساس پایانی، با هر برش ممکن است یک یا دو مستطیل واحد آزاد شوند. شاید کمکی نکند، اما در شکل زیر چیزی به ذهن می‌رسد. نقطه‌های درون شبکه را ببینید. خط برش قرار است از روی هر کدام از این نقطه‌ها دو بار بگذرد. البته گاهی یک خط برش یکباره از چند نقطه می‌گذرد و بار دیگر ممکن است تنها از یکی بگذرد. باور کنید این موضوع هیچ کمکی نمی‌کند، ولی نکته ساده دیگری هست که باید ببینیم.



راهنمایی: نقطه‌های پررنگ شده، نظم و یکسانی مستطیل‌های شبکه و راستی خط‌های برش، همگی بی‌اهمیت هستند. تصور کنید که فاصله عمودی یا افقی متفاوت بودند. یا برخی از آن‌ها کج بودند. یا حتی برخی از آن‌ها انحنا داشتند! در هیچ کدام از این حالت‌ها باز هم مسئله تغییر نمی‌کند. پس به دنبال چیز دیگری (یک تناظر) باشید.



مسئله ۲

در یک روستا تنها اسکناس‌های ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی هست و تا فصل درو پول دیگری به روستا نمی‌آید. تا آن موقع همه خریدهای اهل روستا در خود روستا و بین اهالی صورت می‌گیرد. پس گاهی اهالی روستا بین خودشان پول خرد می‌کنند. هر بار که کسی پول خرد لازم دارد، دقیقاً یک دو هزار تومانی به یکی دیگر از اهالی روستا می‌دهد و دو تا هزار تومانی از او می‌گیرد. این روستا ۱۳۹۶ نفر دارد که همگی پول دارند و تا فصل درو پول خرد می‌کنند. آیا ممکن است که تا فصل درو در روستا پول خرد کردن، هر نفر از روستا در مجموع درست ۱۰ تا اسکناس گرفته باشد؟

در هر روستا پول خرد کردن، هر کس یک یا دو اسکناس می‌گیرد. شاید بخواهید عدد ۱۰ را به صورت مجموعی از چند تا ۲ و چند تا ۱ بنویسید. مثلاً $10 = 2+2+2+2+2$ مربوط به کسی است که ۵ بار دو هزار تومانی داده است و هر بار ۲ تا هزار تومانی گرفته است. همچنین، $10 = 1+1+2+2+2+2$ مربوط به کسی است که چهار بار دو هزار تومانی خود را خرد کرده و دو بار هم از دیگران دو هزار تومانی گرفته و ۴ تا هزار تومانی به آن‌ها داده است. نوشتن همه حالت‌ها کار سختی است، اما هر ۱ باید با یک ۲ از شخصی دیگر نظیر باشد و برعکس.

راهنمایی: توجه کنید که تعداد اسکناس‌هایی که انتظار می‌رود هر کس تا فصل درو بگیرد، برای همه برابر ۱۰ است. از طرف دیگر، در بررسی مسئله پی بردیم که در هر پول خرد کردن، یک نفر دو اسکناس می‌گیرد و نفر دیگر یک اسکناس می‌گیرد. از همه مهم‌تر اینکه اهالی روستا ۱۳۹۶ نفر هستند.

حل مسئله ۱

می‌شود، همین یک تکه کاغذ دو تکه می‌شود. توجه کنید، ولی یک تکه کاغذ هست. وقتی یک برش انجام بزرگ باشند و هر یک در خود چندین مستطیل واحد داشته باشند. در روند بازی این رخداد تکرار می‌شود. هر کس که یک برش انجام می‌دهد، یک تکه به تکه‌های موجود اضافه می‌کند. تا جایی که همه تکه‌ها مستطیل‌های واحد باشند که خط دیگری برای برش نداشته باشند. در این هنگام برنده مشخص شده است. اما تعداد این مستطیل‌های واحد از همان آغاز بازی معلوم است. مثلاً اگر روی کاغذ مستطیل شکل ابتدایی ۹ خط عمودی و ۶ خط افقی کشیده باشند، کاغذ به 7×10 مستطیل کوچک غیر قابل برش تقسیم می‌شود. یعنی در پایان بازی ۷۰ مستطیل برش خورده خواهیم داشت. آغازگر بازی یک تکه را به دو تکه تبدیل می‌کند. نفر دیگر ۲ تکه را به ۳ تکه، آغازگر ۳ تکه را به ۴ تکه تبدیل می‌کند. به همین ترتیب همیشه شخصی که آغازگر بازی بوده است، تعدادی فرد از تکه‌ها را می‌گیرد و تعدادی زوج تحویل می‌دهد و شخص دیگر همیشه تعدادی زوج تحویل می‌گیرد و تعدادی فرد تحویل می‌دهد. پس کسی که در پایان بازی ۶۹ تکه می‌گیرد و ۷۰ تکه تحویل می‌دهد، همان شخص آغازگر بازی است. یعنی اگر تعداد مستطیل‌های غیر قابل برش زوج باشد، همیشه کسی که بازی را آغاز می‌کند خواهد برد. به همین ترتیب اگر این تعداد فرد باشد (مثلاً خط‌های عمودی ۸ تا و خط‌های افقی ۶ باشند و کاغذ $7 \times 9 = 63$ تا مستطیل واحد داشته باشد)، شخص آغازگر بازی همیشه بازنده خواهد بود. در اینجا تناظر یک به یک برش‌ها و تکه‌های موجود را بررسی کردیم.

حل مسئله ۲

در هر رخداد پول خرد کردن ۳ تا اسکناس گرفته می‌شود. یک اسکناس ۲۰۰۰ تومانی و دو تا اسکناس ۱۰۰۰ تومانی. دو تا ۱۰۰۰ تومانی را یک نفر می‌گیرد و یک ۲۰۰۰ تومانی را شخص دیگر می‌گیرد. هنگامی را تصور می‌کنیم که هر کس در پول خرد کردن‌ها، ۱۰ تا اسکناس گرفته باشد. در این صورت تعداد پول‌هایی که همه در رخداد پول خرد کردن گرفته‌اند، برابر باشد با: $1396 \times 10 = 13960$. در آغاز هیچ کس هیچ پولی نگرفته است و تعداد پول‌هایی که همه گرفته‌اند، برابر 13960 است. از این پس پول خرد کردن رخ می‌دهد و روشن است که در هر رخداد پول خرد کردن، عدد ۳ به «تعداد پول‌های گرفته شده توسط همه» اضافه می‌شود. یعنی مجموع تعداد پول‌های گرفته شده توسط همه، همیشه مضرب ۳ است و مسئله انتظار دارد که در پایان (آغاز فصل درو) این عدد برابر ۱۳۹۶۰ باشد. ولی این عدد بر ۳ بخش پذیر نیست. پس چنین چیزی هیچ‌گاه رخ نخواهد داد. در اینجا تناظر یک به سه را بین رخداد پول خرد کردن و تعداد اسکناس‌های گرفته شده توسط دو طرف بررسی کردیم.



باهم مسئله حل کنیم

جعفر اسدی گرمارودی

در مرحله مقدماتی جام جهانی، تیم‌های حاضر به گروه‌های چهارتایی تقسیم می‌شوند. هر تیم سه مسابقه انجام می‌دهد و تیم‌ها براساس امتیاز (برد: ۳ امتیاز، مساوی: ۱ امتیاز و باخت: بدون امتیاز) رده‌بندی می‌شوند. از هر گروه دو تیم به مرحله حذفی صعود خواهند کرد.

یک

آیا امکان دارد یک تیم با کسب شش امتیاز از دور رقابت‌ها حذف شود؟

دو

تیمی بعد از پایان سه بازی مرحله مقدماتی، ۳ گل زده و ۱ گل خورده است. با این تعداد گل زده و گل خورده، این تیم چه امتیازهایی می‌تواند کسب کند؟

سه

آیا امکان دارد تیمی بدون گل زده از مرحله مقدماتی رقابت‌ها صعود کند؟

از همکاران تحریریه، آقایان معصومی و سبحانی برای طراحی مسئله‌ها سپاس گزارم.

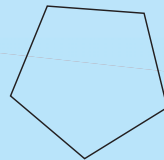
پاسخ‌ها در وبلاگ اختصاصی مجله:

weblog.rosdnamag.ir/borhanrahnamaiee

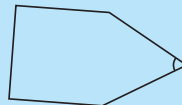
زاویه‌ها را بشماریم

مسئله: ۱۳۹۶ ضلعی محدب چند زاویه داخلی تند دارد؟
برای حل این مسئله اول سعی کردم الگویی پیدا کنم. بعد از امتحان چند شکل متوجه شدم، همه آن شکل‌هایی که من امتحان کردم، سه زاویه داخلی تند دارند. بنابراین در مرحله بعد فرض کردم این شکل بیشتر از سه زاویه داخلی تند دارد. مثلاً چهار تا که در این صورت چهار زاویه خارجی باز هم دارد و چون هر زاویه باز از ۹۰° درجه بیشتر است، پس زاویه باز را به صورت $n+۹۰^\circ$ نشان دادم:

این یک پنج‌ضلعی منتظم است که هر زاویه داخلی آن ۱۰۸° است.



۱۰۸° یک زاویه باز است. آیا می‌توانید یک پنج‌ضلعی رسم کنید که زاویه تند هم داشته باشد؟ تلاش کنید.



این پنج‌ضلعی یک زاویه تند دارد.



حال این پنج‌ضلعی را ببینید: این یکی دو زاویه تند دارد. تلاش کنید یک پنج‌ضلعی با سه زاویه تند رسم کنید. شاید شکل شما هم شبیه این شده باشد:

- $n_1+۹۰$ (زاویه خارجی اول)
- $n_2+۹۰$ (زاویه خارجی دوم)
- $n_3+۹۰$ (زاویه خارجی سوم)
- $n_4+۹۰$ (زاویه خارجی چهارم)

چون مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی ۳۶۰° درجه است، پس مجموع این زاویه‌ها، یعنی $(۹۰+n_1)+(۹۰+n_2)+(۹۰+n_3)+(۹۰+n_4)$ ، ۳۶۰ است. پس: $n_1+n_2+n_3+n_4=۳۶۰$ و در نتیجه $n_1+n_2+n_3+n_4=۰$.

زمانی که $n_1+n_2+n_3+n_4=۰$ باشد، زاویه‌های خارجی هم که قرار بود با آن‌ها تشکیل شوند، به وجود نمی‌آیند و ما گفتیم آن چهار زاویه داخلی تند در صورتی وجود دارند که چهار زاویه خارجی باز هم وجود داشته باشند و الان ثابت کردیم که چهار زاویه خارجی باز نمی‌توانند وجود داشته باشند. پس یک n ضلعی محدب نمی‌تواند بیشتر از سه زاویه داخلی تند داشته باشد. نتیجه: هر n ضلعی محدب حداکثر سه زاویه داخلی تند دارد. من بعد از اثبات این مسئله خیلی خوش حال شدم. درواقع احساس کسی را داشتم که این مسئله را برای اولین بار کشف کرده است. در مدرسه‌ای که در آن درس می‌خواندم هم مرا تشویق کردند و واقعاً احساسم در آن لحظه وصف‌نشدنی بود.

خب حالا نوبت یک پنج‌ضلعی با چهار زاویه تند است. آیا می‌توانید آن را رسم کنید؟ اگر هنوز دارید تلاش می‌کنید یک پنج‌ضلعی با چهار زاویه تند رسم کنید، به شما توصیه می‌کنم مطلب دوست خوبمان، بهار علیبازی را که اکنون دانش‌آموز پایه نهم است، بخوانید:

سلام. بهار علیبازی هشتم و در پایه هشتم درس می‌خوانم. توانستم مسئله زیر را حل کنم. اگر فکر می‌کنید که اثبات این مسئله، موضوع جالبی برای چاپ در مجله برهان است، دوست دارم که آن را در این مجله چاپ کنید.



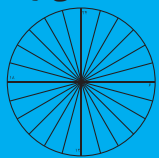
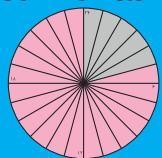


گتره ماه مبارک

پروژه یک روزه دانش آموزی در مدرسه مفید دخترانه، مدرسه زندگی زهره پندی

۲. خب! در برلین ساعت ۲:۳۷ دقیقه صبح زمان اذان بود. اما ۲:۳۷ دقیقه در آلمان! ما باید می فهمیدیم که این زمان یعنی چه ساعتی در ایران. پس به آدرس یک آژانس مسافرتی سر زدیم و اختلاف ساعت آلمان با ایران را پیدا کردیم. این اختلاف ۲:۳۰- است. یعنی وقتی آنجا ساعت ۲:۳۷ و موقع اذان صبح است، اینجا ساعت ۵:۰۷ است که اگر با ۲:۳۰- جمع شود، می شود: ۲:۳۷. به همین ترتیب وقتی آنجا ۲۱:۴۹ و موقع اذان مغرب است، اینجا ۵:۱۹ روز بعد است. شما هم اختلاف ساعت شهر مورد نظرتان را در کشور دیگر را با ایران پیدا کنید و محاسبات مربوط به آن را انجام دهید.

۳. تصمیم گرفتیم در دایره ۲۴ ساعته زیر نشان دهیم که دوستان در برلین در چه ساعت هایی از شبانه روز به وقت ایران روزه است.



به این منظور باید تقریباً از ساعت ۵ تا ۲۴ را رنگ می کردیم، (رنگ صورتی)

برای روزه و رنگ توسی برای غیر روزه)

۴. این هم زمانی که یک نفر در تهران روزه است:

قصه از اینجا شروع شد که روز دوشنبه، هشتم خرداد ۱۳۹۶، برابر با سوم ماه رمضان ۱۴۳۸، قرار بود افطاری بمانیم مدرسه و یکهو دلمان برای یکی از دوستانمان که پارسال افطاری پیش ما بود، ولی امسال با خانواده اش به شهر برلین در آلمان رفته بود و آنجا زندگی می کرد، تنگ شد. فکر کردیم سر افطار با او تماس بگیریم و او را هم در این مراسم شریک کنیم. اما اول باید می فهمیدیم افطار در برلین چه ساعتی است و آن ساعت در برلین، چه ساعتی در تهران است.

این شد که پروژه ای را آغاز کردیم تا در آن نه فقط درباره برلین، بلکه درباره خیلی شهرهای دیگر داده جمع کنیم و این داده ها را روی یک نقشه بزرگ نمایش دهیم. شما هم شهری، مثلاً یکی از پایتخت های جهان را، انتخاب کنید و با ما همراه شود. ۱. به آدرس زیر سری بزنید و ساعات اذان صبح و مغرب در آن شهر را پیدا کنید:

<http://www.farsigo.com/city.php>

این وبگاه هر روز اوقات شرعی همان روز را در اختیارتان قرار می دهد.

ما هم ساعت سحر و افطار برلین را پیدا کردیم.

اوقات شرعی و قبله در جهان

به افق شهر تهران
در کشور ایران

12:52:35

دوشنبه 8 خرداد 1396

3 رمضان 1438

29 می 2017

04:08	اذان صبح
05:51	طلوع آفتاب
13:02	اذان ظهر
20:13	غروب آفتاب
20:34	اذان مغرب
00:11	نیمه شب

اوقات شرعی و قبله در جهان

به افق شهر Berlin
در کشور آلمان

9:56:7

دوشنبه 8 خرداد 1396

3 رمضان 1438

29 می 2017

02:37	اذان صبح
04:53	طلوع آفتاب
13:04	اذان ظهر
21:16	غروب آفتاب
21:49	اذان مغرب
-----	نیمه شب



از پایین به بالا حرکت می‌کنیم، طول مدت روزه‌داری بیشتر می‌شود و بالا به پایین تفاوت زیادی دارد.

به نمودارهای روی یک مدار نگاه کنید. عرض جغرافیایی همه این مناطق با هم برابر است. وقتی از شرق به غرب می‌رویم، انگار وقت اذان صبح از یک شهر به شهر دیگر می‌رسد و اذان مغرب هم همین‌طور از شرق به غرب جلو می‌رود، اما طول روزه‌داری روی مدار تقریباً یکسان است.

با مشاهده کره زمینی که پر از نمودارهای دایره‌ای روزه‌داری بود، سؤال‌های متفاوتی به ذهنمان رسید؛ مثلاً:

۱. آیا می‌توانیم نمودار مربوط به جایی را که نمودارش را نداریم، پیش‌بینی کنیم؟
۲. آیا همیشه، یعنی در همه روزهای سال، روز و شب شهرها همین ترکیب را دارند؟
- ما حدس‌هایی هم زدیم و شواهدی هم برای حدس‌هایمان پیدا کردیم. شما هم سؤال‌هایی در این باره بپرسید و به دنبال پاسخشان باشید.

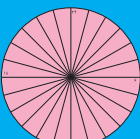
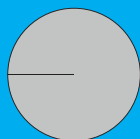
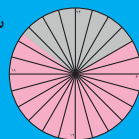


▲ نمودار شهرهای روی یک نصف النهار

▼ نمودار شهرهای روی یک مدار



شما هم نمودار دایره‌ای ساعت روزه‌داری در شهر مورد نظرتان را با هر رنگی که دوست دارید، درست کنید.



بوینس آیرس - آرژانتین

۵. در پروژه دانش‌آموزی «گستره ماه مبارک»، این کار را برای شهرهای مختلفی در دنیا انجام دادیم. نمودارهای دایره‌ای را با استفاده از دو دایره هم‌اندازه (یکی صورتی و یکی توسی) درست کردیم.

یک شعاع از دایره توسی و شعاع مربوط به ساعت اذان صبح را در دایره صورتی برش دادیم و دو دایره را طوری در هم قرار دادیم و چرخانیدیم که نمودار دایره‌ای مناسب برای نمایش ساعت‌های روزه‌داری به رنگ صورتی و ساعت‌های غیرروزه‌داری به رنگ توسی نمایش داده شود. و به این ترتیب نمودارها را آماده کردیم.



ریکجاویک - ایسلند



تهران - ایران

۶. در پایان همه نمودارهای دایره‌ای را در جای خود، روی یک کره زمین بزرگ چسباندیم و به مشاهده پرداختیم.

۷. الگوهای زیبایی در این نمودارها دیده می‌شد.

به نمودارهای روی یک نصف النهار نگاه کنید، طول جغرافیایی همه این مناطق با هم مساوی است. همان‌طور که دیده می‌شود، هر چه





مقطع بز نیم

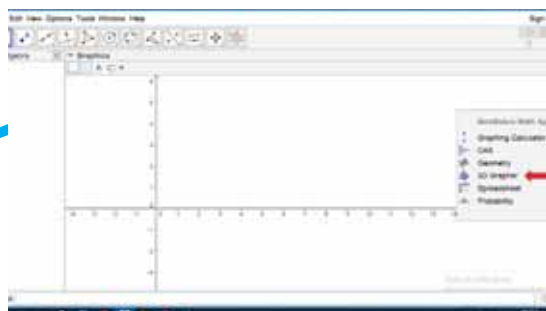
سید مهدی بشارت

خوباند،
ولی کارهای
ساده و دم‌دستی نیستند.
بعضی هم به شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای
اشاره می‌کردند؛ شبیه‌سازی با نرم‌افزارهایی
مثل 3D Max، Solid Work، CATIA و Geogebra. این
نرم‌افزارها امکانات زیادی در اختیار شما می‌گذارند. ما امروز
می‌خواهیم سراغ نرم‌افزار «جئوجبرا» برویم.

شروع کار با جئوجبرا

جئوجبرا نرم‌افزاری رایگان است و از آدرس «geogebra.org»
به راحتی دانلود می‌شود. وقتی نرم‌افزار را باز می‌کنید، صفحه‌
تصویر ۱ را می‌بینید.

تصویر ۱



«3D Grapher» را انتخاب کنید تا به نمای سه بعدی بروید.
همچنین می‌توانید از منوی «options» قسمت «language»،
زبان برنامه را به فارسی (Persian) تغییر دهید.
در قسمت بالا و راست صفحه، کنار عبارت نمای سه‌بعدی یک
مثلاً کوچک قرار دارد. اگر انتخابش کنید، تصویر ۲ را خواهید
دید. به ترتیبی که در تصویر نشان داده شده است، می‌توانید
شبکه شطرنجی را آشکار و محورها را پنهان کنید.

خاطر م

هست، اولین باری

که در کلاس به بچه‌ها گفتم

می‌شود یک استوانه را طوری برش زد

که مقطع آن یک مستطیل شود، هیچ‌یک از بچه‌ها

باورش نشد! جالب‌تر آنکه من هم باورم نمی‌شد که بچه‌ها

مطلب به این سادگی را باور نکنند!

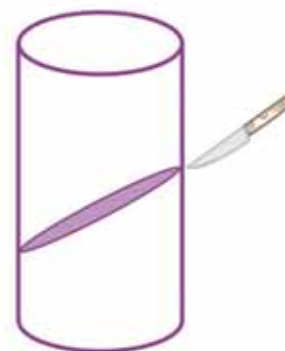
بعدها فهمیدم که بچه‌ها تنها

تصورشان از برش استوانه، مانند شکل

زیر است و اینکه مقطع استوانه‌ای

مستطیل شود، از جنس «نوع دیگر

نگاه کردن» است.



با چی مقطع بز نیم؟

تصور ذهنی از مقطع‌هایی که در یک

شکل می‌توان زد کار سختی است،

چون نمی‌توان شکل را روی کاغذ

کشید، باید واقعاً آن را ساخت! آن هم با چیزی که بشود به

راحتی آن را برش زد.

قسمت بدتر ماجرا اینجاست که وقتی با زحمت آن را

می‌سازی و با دقت آن را برش می‌زنی، دیگر آن شکل را

نداری تا بتوانی از یک زاویه دیگر آن را برش بزنی! و دوباره

باید آن را بسازی تا بتوانی دوباره برش بزنی!

یک‌بار در کلاس از بچه‌ها پرسیدم: «شکلمان را با چه

بسیاریم تا بتوانیم آن را مقطع بز نیم؟» جواب‌های بچه‌ها

خیلی متنوع بود. اولین چیزی که به ذهن بچه‌ها می‌رسید

«سیب زمینی» و مانند آن بود؛ هویج، سیب یا خیار. ولی

خودشان می‌گفتند که بعضی از شکل‌ها، مثل استوانه یا

کره را به این راحتی نمی‌شود با سیب‌زمینی ساخت. برای

ساختن این شکل‌ها می‌شود از خمیر استفاده کرد که

راحت در دست مثل کوفته قلقلی گرد و کروی می‌شود.

البته اشکال این است که سفت نیست و موقع برش

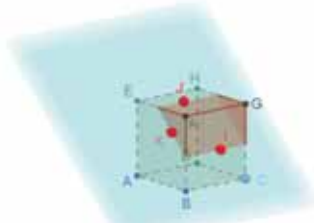
به راحتی شکش خراب می‌شود.

پیشنهادهای بعدی ساخت با چوب یا گچ و برش با اره، و

همچنین ساخت با پرینتر سه‌بعدی و برش با لیزر و... بود که

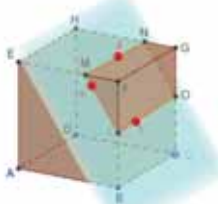


روی سه نقطه‌ای که در مرحله قبل مشخص کرده بودید، کلیک کنید. صفحه گذرنده از این سه نقطه رسم خواهد شد (تصویر ۵).

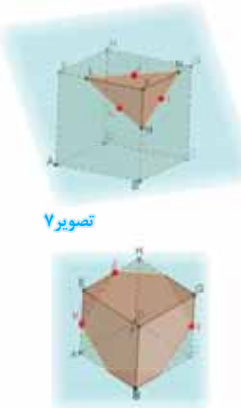


تصویر ۵

در تصویر ۵ نقاط A، J و K روی سه سطح مجاور مکعب قرار دارند و صفحه گذرنده از آن‌ها مکعب را مقطع زده است. برای آشکارتر شدن مقطع، از آیکون تقاطع دو سطح، یعنی استفاده می‌کنیم. ابتدا روی آیکون (آیکون هفتم) کلیک کنید. بعد از آن باید دو سطحی را که می‌خواهید تقاطع آن‌ها رنگی شود، انتخاب کنید. در اینجا ما یک بار روی مکعبی که کشیده‌ایم و بلافاصله روی صفحه سطح مقطع کلیک می‌کنیم. مقطعی که به وسیله صفحه از مکعب بریده شده



تصویر ۶

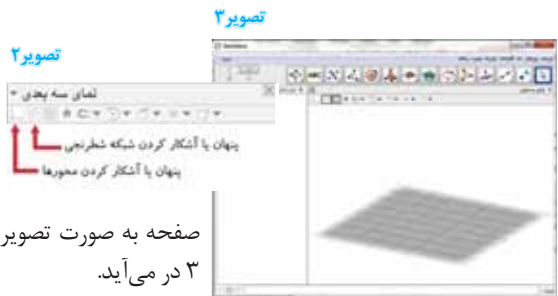


تصویر ۷

تصویر ۸

است، به رنگ نارنجی نمایش داده می‌شود (تصویر ۶). در اینجا سطح مقطع چهارضلعی MNOL است. می‌توانیم شکل را از زاویه‌های متفاوت ببینیم. برای این کار باید صفحه را توسط ماوس «drag» کنیم. روی اولین آیکون کلیک کنید. سپس ماوس را روی صفحه حرکت دهید.

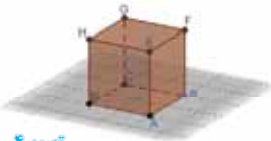
با جابه‌جا کردن نقاط A، J و K می‌توانید برش‌های متنوعی ایجاد کنید. برای این کار کافی است باز هم روی آیکون اول کلیک کنید و سپس روی هر کدام از نقطه‌ها که می‌خواهید کلیک کنید و جایش را تغییر دهید. در تصویر ۷ سطح مقطع یک مثلث شده است.



صفحه به صورت تصویر ۳ در می‌آید.

مقطع مکعب

ساده‌ترین شکلی که می‌توان رسم کرد، مکعب است. روی منوی نهم (با علامت ) کلیک کنید. از بین گزینه‌های پیشنهادی مکعب را انتخاب کنید.



تصویر ۴

حالا کافی است روی دو نقطه از صفحه کلیک کنید تا برایتان یک مکعب بکشد. خیلی هیجان‌انگیز است! حالا می‌خواهیم برش بزنیم. یعنی می‌خواهیم مکعب را با یک صفحه تقاطع بدهیم. اینجا رسم صفحه برای ما حکم همان چاقوی برش را دارد.

برای رسم صفحه باید سه نقطه از آن معلوم باشد. آیکون دوم  را انتخاب کنید و به کمک آن سه نقطه دلخواه روی سطح مکعب معین کنید. دقت کنید، بهتر است نقاط را روی سطح وجه‌های مکعب انتخاب کنید نه روی یال‌های آن. در این صورت بعداً به راحتی می‌توانید آن‌ها را حرکت دهید.

حالا آیکون  را انتخاب کنید. این آیکون به شما امکان می‌دهد، با مشخص کردن سه نقطه، صفحه گذرنده از آن‌ها را رسم کنید. بعد از انتخاب این آیکون،



Phit droid

زهرآ صباغی / کیمیا هاشمی

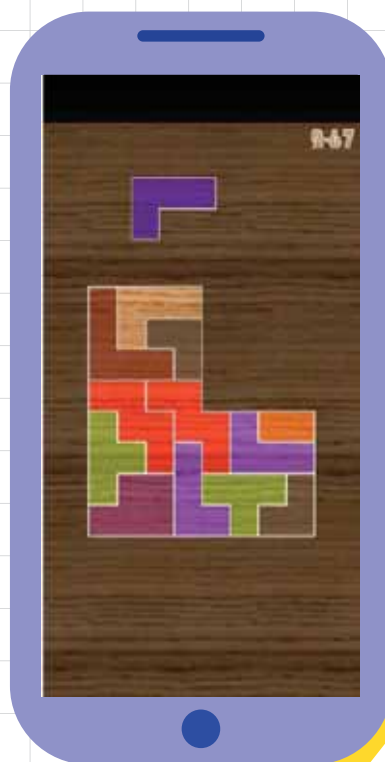
بازی‌های اندرویدی
Android Games

مجموعه بازی‌های اندرویدی



تصویر ۲

صفحه بازی «فیت‌دروید» (Phitdroid) بسیار ساده است. یک چندضلعی در وسط صفحه وجود دارد که شما باید با شکل‌هایی که در اختیار دارید، آن چندضلعی را پر کنید. این پازل دارای چندین مرحله است که هر کدام از آن‌ها صدها پازل دارد. این بازی به صورت تک نفره است. مشابه این بازی، بازی «تانگرام اچ‌دی» (Tangram HD) است که باید شکل‌های مشخص شده را با هفت قطعه‌ای که در اختیار دارید، بسازید. در بازی تانگرام می‌توانید قطعه‌ها را هم بچرخانید.



تصویر ۱

- در هر یک از چهار گوشه صفحه تصویر ۳ کدام یک از کاشی‌ها، تحت هیچ شرایطی، امکان قرار گرفتن ندارند؟
- یک بازیکن حل کردن این پازل را با قرار دادن کاشی سبز شروع کرده است. فکر می‌کنید با این حرکت می‌توان پازل را کامل کرد؟ آیا می‌توان در همین مرحله از بازی ثابت کرد که این حرکت، بازی مناسبی است یا باید تا استفاده کردن از بیشتر کاشی‌ها صبر کرد و بنا به شرایط پیش آمده تصمیم گرفت؟



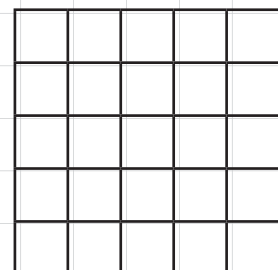
تصویر ۳



• بازی تصویر ۴ را ادامه دهید. در هر مرحله برای پر کردن آخرین سطری که نیمه کاره کاشی کاری شده است، چه انتخاب‌هایی دارید؟ برای مثال، بعد از گذاشتن کاشی سبز، در سطر آخر هنوز دو خانه خالی مانده‌اند. به کمک کدام یک از این کاشی‌ها می‌توان این دو خانه را پر کرد، بدون اینکه برای پر کردن بقیه خانه‌های مجاور آن‌ها به مشکل برخوردیم؟

در هر مرحله، گزینه‌هایی را که برای پر کردن سطر نیمه کاره دارید، مشخص کنید. سپس با در نظر گرفتن کاشی‌هایی که برای مرحله‌های بعدی باقی مانده‌اند، از بین این گزینه‌ها انتخاب کنید.

• آیا می‌توانید در این بازی، پازلی طراحی کنید که دو پاسخ داشته باشد؟ به طور دقیق‌تر می‌توان گفت: آیا می‌توانید کاشی‌هایی طراحی کنید که با دو چینش متفاوت آن‌ها در صفحه بازی ۵×۵، تمام صفحه را پر کنند و هیچ خانه‌ای را هم خالی نگذارند؟



تصویر ۵

تصویر ۴





پازل حل کنیم

مجله دانش‌آموز اصلائی

قوانین Inky ● خانه‌های جدول را باید طوری پر کنید که عددهای ۱ تا ۴ در هر سطر و هر ستون دقیقاً یک بار تکرار شوند. ● عددهایی که در جعبه‌های سیاه - که با کادرهای پررنگ‌تر جدا شده‌اند - قرار دارند، باید طوری باشند که با عملیات گفته شده حاصل مورد نظر را بدهند. ● عددهای نوشته شده در جعبه‌های سیاه می‌توانند تکراری باشند، البته مادامی که در یک سطر یا ستون نباشند. ● این پازل را می‌توان بدون حدس زدن حل کرد.

۶+	۲-	۱-		۲÷
			۸×	۷+
۹+				۶×
	۲÷		۲-	
	۵×			

۲÷		۲-		۵+
۱۵×	۳۶×	۲÷		
			۹+	
۲÷	۶+			۲-
		۴×		

۲-		۶+	۶×	۵+
۲÷				
۱-	۴×		۷+	
	۱۲×		۳-	۲-
۵×				

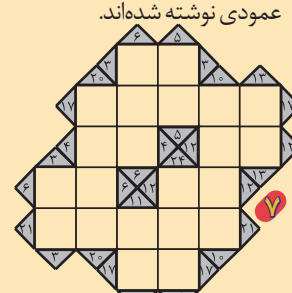
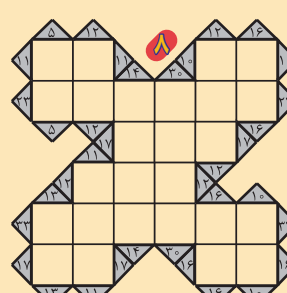
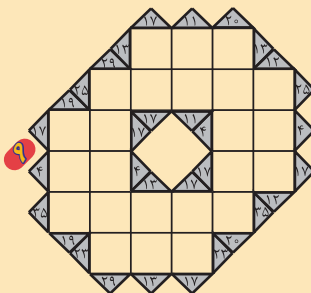
قوانین Slitherlink ● می‌توانید نقطه‌ها را به‌صورت عمودی یا افقی به هم وصل کنید (خط مورب نمی‌توان رسم کرد). ● در انتهای پازل باید یک شکل بسته بکشید که خط‌های آن یکدیگر را قطع نکرده باشند و یا منشعب نشده باشند. ● عددهایی که در پازل می‌بینید، نشان‌دهنده تعداد خط‌هایی هستند که باید دور مربع کشیده شوند. ● مربع‌های خالی به این معنا هستند که ممکن است دور آن‌ها بین صفر تا ۳ خط کشیده شود. ● این پازل یک جواب منحصر به فرد دارد. ● این پازل را می‌توان بدون حدس زدن حل کرد.

۳	۳	۲	۳
۲		۳	
۲	۲		۳
	۳		۳
۲		۲	۳
	۳		
۳		۲	۳

۲	۳	۳	۲	۳
		۳		
۲	۲	۲	۱	۱
	۲	۱		۳
۲		۱		
۳	۱	۲	۱	۲
۳			۳	۱

۲					۱
	۳	۲	۳		
			۳		۳
	۱	۲	۲	۲	۲
۲			۳		۲
۳	۲		۳		۲
۱	۲				۳

قوانین Kakuro ● پازل‌های «کاکورو» شبیه پازل‌های «سودوکو» و جدول کلمات متقاطع هستند، با این تفاوت که به جای حروف در جدول کلمات متقاطع، اینجا اعداد ۱ تا ۹ جایگزین شده‌اند. ● در یک کلمه (در یک ردیف یا ستون با یک راهنما) نباید اعداد تکراری وجود داشته باشد. ● جمع عددهایی که در یک کلمه می‌نویسید، باید مساوی عدد راهنمای آن باشد. عددهای راهنما در سمت راست و چپ کلمه‌های افقی، یا در بالا و پایین کلمه‌های عمودی نوشته شده‌اند.





ماشین حساب دوست داشتنی من ● شراره تقی دستجردی

سلام دوستان، مطالب «ماشین حساب دوست داشتنی من» با این هدف اصلی نوشته می‌شوند که نشان دهند، چگونه می‌توان به کمک ماشین حساب، به جای درگیر شدن در انجام محاسبات، روی جواب‌های به دست آمده متمرکز شد تا راحت‌تر به نتایج هر فعالیت رسید. فعالیت این بار بررسی عددهایی است به شکل $2^n - 1$ که در آن‌ها n عددی طبیعی است. پیشنهاد می‌کنم قبل از شروع، حتماً ماشین حسابتان را بیاورید تا در انجام محاسبات به شما کمک کند. من ابتدا حاصل چند عدد را به دست آوردم، به امید آنکه الگویی ببینم:

$$2^8 - 1 = \dots \bullet 2^7 - 1 = 127 \bullet 2^6 - 1 = 63 \bullet 2^5 - 1 = 31 \bullet 2^4 - 1 = 15 \bullet 2^3 - 1 = 7$$

همان‌طور که می‌بینید، برخی از عددهای حاصل اول هستند. شاید این حدس به ذهن بیاید که برای توان‌های فرد، حاصل $2^n - 1$ اول است. برای بررسی حدسمان، ساده‌ترین کار این است که حاصل $2^n - 1$ را برای $n = 1, 2, 9, 10$ نیز حساب کنیم:

$$2^1 - 1 = 1$$

همان‌طور که می‌بینید، چون $2^1 - 1$ اول نیست، پس حدس ما درست نبوده است.

به یاد داشته باشید که گاهی حدس‌های ما درست از آب در نمی‌آیند! اما نباید ناامید شد. می‌توان حدس‌های تازه‌ای زد.

شاید بتوانیم حدسمان را با استثنا قائل شدن برای عدد یک این‌طور اصلاح کنیم که برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک و فرد، حاصل $2^n - 1$ اول است. پس اکنون باید برای $n = 9$ نیز این حدس جدید را بررسی کرد:

$$2^9 - 1 = 511$$

همان‌طور که می‌بینید، برای حدس اخیرمان هم به بن‌بست خوردیم! (511 به 7 بخش پذیر است). اما ناامید نشوید. با نگاه دوباره به عددهای به دست آمده، می‌توان حدس دیگری زد:

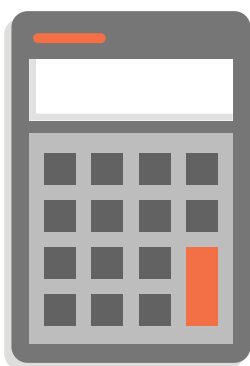
عدد $2^n - 1$ برای $n = 2, 3, 5, 7$ و برای $n = 1, 4, 6, 8, 9, 10$ اول نیست.

بسیار خب! پس شاید با توجه به این دسته‌بندی بتوان گفت که اگر عدد n ، اول باشد، $2^n - 1$ نیز اول است و اگر عدد n اول نباشد، $2^n - 1$ نیز اول نیست. دوباره باید حدسمان را بررسی کنیم. شما در تساوی‌های زیر، جاهای خالی را پر کنید. از ماشین حسابتان کمک بگیرید.

$$2^{16} - 1 = \dots \bullet 2^{15} - 1 = \dots \bullet 2^{14} - 1 = \dots \bullet 2^{13} - 1 = \dots \bullet 2^{12} - 1 = \dots \bullet 2^{11} - 1 = \dots$$

با توجه به آنچه در بالا محاسبه کردید، می‌بینید که برای برخی از توان‌های اول، حاصل $2^n - 1$ اول است و برای برخی از آن‌ها نه. اما چیزی که تا به اینجا مشاهده می‌شود، این است که برای توان‌هایی که اول نیستند، حاصل $2^n - 1$ نیز اول نشده است. اکنون نوبت شماست. حدسمان را مبنی بر اینکه برای عددهای غیراول، حاصل $2^n - 1$ اول نیست، بررسی کنید. اگر درست است، سعی کنید درستی آن را ثابت کنید و اگر نادرست است، حدس جدیدی بزنید. در مورد توان‌های اول چه می‌توان گفت؟ آیا می‌توانید بگویید برای کدام n ‌های اول، حاصل $2^n - 1$ نیز اول است؟

لطفاً نتایج خود را برای ما نیز ارسال کنید. دوستان خوبم، اگر به دیدن نتایج بیشتری که ریاضی‌دان‌ها تاکنون در این مورد به دست آورده‌اند، علاقه‌مند هستید، «عددهای مرسن» را در کتاب‌ها، مقالات و یا اینترنت جست‌وجو کنید.



در جستجوی اعداد اول



به بند کشیدن مسئله

کلاس ریاضی آقای انسان دوست

هوشنگ شرقی

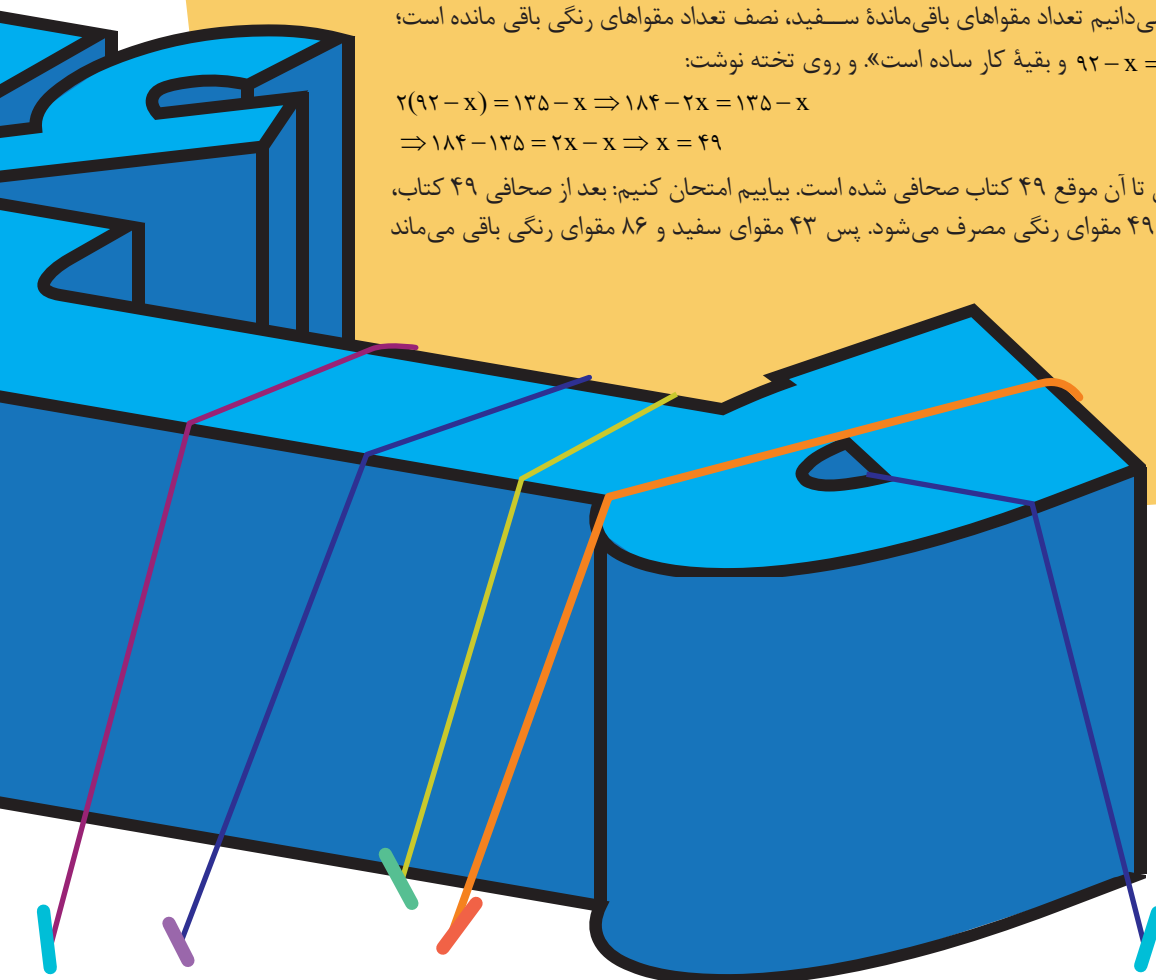
در میان همه‌ی بچه‌ها و مثل همیشه آقای انسان دوست وارد کلاس شد و بعد از آرام کردن بچه‌ها گفت: «بچه‌ها امروز می‌خواهم در مورد موضوعی مهم در ریاضیات با شما صحبت کنم. مدل‌سازی ریاضی یعنی اینکه به یک مسئله که با کلمات بیان شده است، سر و شکل ریاضی بدهیم و آن را با رابطه‌هایی به زبان ریاضی بنویسیم تا بتوانیم با بررسی آن رابطه‌ها، مسئله را حل کنیم. مثلاً ممکن است به معادله‌هایی برسیم و با حل آن‌ها مسئله‌مان را حل کنیم. بیایید با یک نمونه شروع کنیم. در یک کارگاه صحافی ۹۲ برگ مقوای سفید و ۱۳۵ برگ مقوای رنگی بود. رضا، شاگرد صحافی، مشغول صحافی کتاب‌ها بود و برای صحافی هر کتاب یک مقوای سفید و یک مقوای رنگی مصرف می‌کرد. در بین کارش یک لحظه متوجه شد که تعداد مقوای سفید باقی مانده نصف تعداد مقوای رنگی است. او تا آن موقع چند کتاب را صحافی کرده بود؟» سهراب فوراً دستش را بلند کرد و گفت: «آقا کاری ندارد! تعداد مقوای سفید را می‌گیریم x و تعداد مقوای رنگی را می‌گیریم y و...» آقا با بلند کردن دستش سهراب را که بی‌وقفه صحبت می‌کرد، به آرامش دعوت کرد و گفت: «اجازه بدهید، این طوری نمی‌شود مسئله را حل کرد. یادتان باشد که همیشه ابتدا مسئله را خوب بخوانید. همیشه سعی کنید برای درک خوب مسئله، خودتان را در فضای مسئله بگذارید. فرض کنید خودتان شاگرد صحافی هستید. اول کار ۹۲ برگ مقوای سفید و ۱۳۵ برگ مقوای رنگی داشتید. بعد چند کتاب را صحافی کردید و باقی‌مانده تعداد مقوای سفید نصف باقی‌مانده تعداد مقوای رنگی بود. آنچه می‌خواهید تعداد کتاب‌هایی است که صحافی کرده‌اید. پس به عنوان اولین انتخاب تعداد کتاب‌ها را x بگیریم». بعد آقای انسان دوست روی تخته نوشت: $x =$ تعداد کتاب‌های صحافی شده

بعد رو به بچه‌ها گفت: «خب، اگر x کتاب صحافی شود، چند مقوای سفید و چند مقوای رنگی مصرف می‌شود؟» بابک گفت: «خب معلوم است آقا، هر کتاب یک مقوای سفید و یک مقوای رنگی می‌خواهد. سپس x کتاب، x مقوای سفید و x مقوای رنگی مصرف می‌کند». آقا گفت: «آفرین! سپس باقی‌مانده مقوای سفید به راحتی به دست می‌آید». و روی تخته نوشت: $x - 135$: باقی‌مانده مقوای رنگی و $x - 92$: باقی‌مانده مقوای سفید

بعد ادامه داد: «می‌دانیم تعداد مقوای باقی‌مانده سفید، نصف تعداد مقوای رنگی باقی مانده است؛ یعنی: $x - 92 = \frac{x - 135}{2}$ و بقیه کار ساده است». و روی تخته نوشت:

$$2(x - 92) = x - 135 \Rightarrow 184 - 2x = x - 135 \\ \Rightarrow 184 - 135 = 2x - x \Rightarrow x = 49$$

آقا ادامه داد: «یعنی تا آن موقع ۴۹ کتاب صحافی شده است. بیاییم امتحان کنیم: بعد از صحافی ۴۹ کتاب، ۴۹ مقوای سفید و ۴۹ مقوای رنگی مصرف می‌شود. پس ۴۳ مقوای سفید و ۸۶ مقوای رنگی باقی می‌ماند





و تعداد مقواهای سفید باقی مانده نصف تعداد مقواهای رنگی باقی مانده است». بعد آقا رو به ما گفت: «حالا یک مسئله دیگر برایتان دارم و امیدوارم خودتان آن را حل کنید!» و روی تخته صورت مسئله را به این ترتیب نوشت: از یک خواهر و برادر پرسیدند: شما چند خواهر و برادر دارید؟ خواهر جواب داد: تعداد برادران من مساوی تعداد خواهرانم است. برادر پاسخ داد: تعداد برادران من نصف تعداد خواهرانم است. آن‌ها چند خواهر و برادر هستند؟ بچه‌ها مشغول نوشتن و کار کردن روی مسئله شدند. کمی بعد بابک دستش را بالا برد و گفت: «آقا فکر می‌کنم اینجا دیگر باید تعداد خواهرها را X و تعداد برادرها را Y بگیریم. یعنی دو تا مجهول داریم». آقا گفت: «بله درست است، ولی دقت کنید که خود دختر و پسر که دارند جواب می‌دهند را هم در نظر بگیرید. درواقع می‌توانید تعداد دخترهای خانواده را X و تعداد پسرها را Y بگیرید». کمی بعد افشین دستش را بالا برد و گفت: «آقا من حل کردم، بیایم پای تخته؟» با اجازه آقا، افشین رفت پای تخته و این‌ها را نوشت: Y : تعداد پسرها / X : تعداد دخترها

بعد گفت: «تعداد خواهران دختری که از او سؤال شده، $X-1$ است، چون خودش را باید از تعداد دخترها کم کنیم. ولی تعداد برادرانش همان Y است. پس طبق گفته او: $Y=X-1$ و تعداد برادران پسر که از او سؤال شده $Y-1$ است، ولی تعداد

خواهرانش X و طبق گفته او $Y-1 = \frac{X}{2}$. در نتیجه: $Y = \frac{X}{2} + 1$ پس:

$$Y = X - 1, Y = \frac{X}{2} + 1 \Rightarrow X - 1 = \frac{X}{2} + 1$$

$$\Rightarrow X - \frac{X}{2} = 1 + 1 \Rightarrow \frac{X}{2} = 2$$

$$\Rightarrow X = 4, Y = 4 - 1 = 3$$

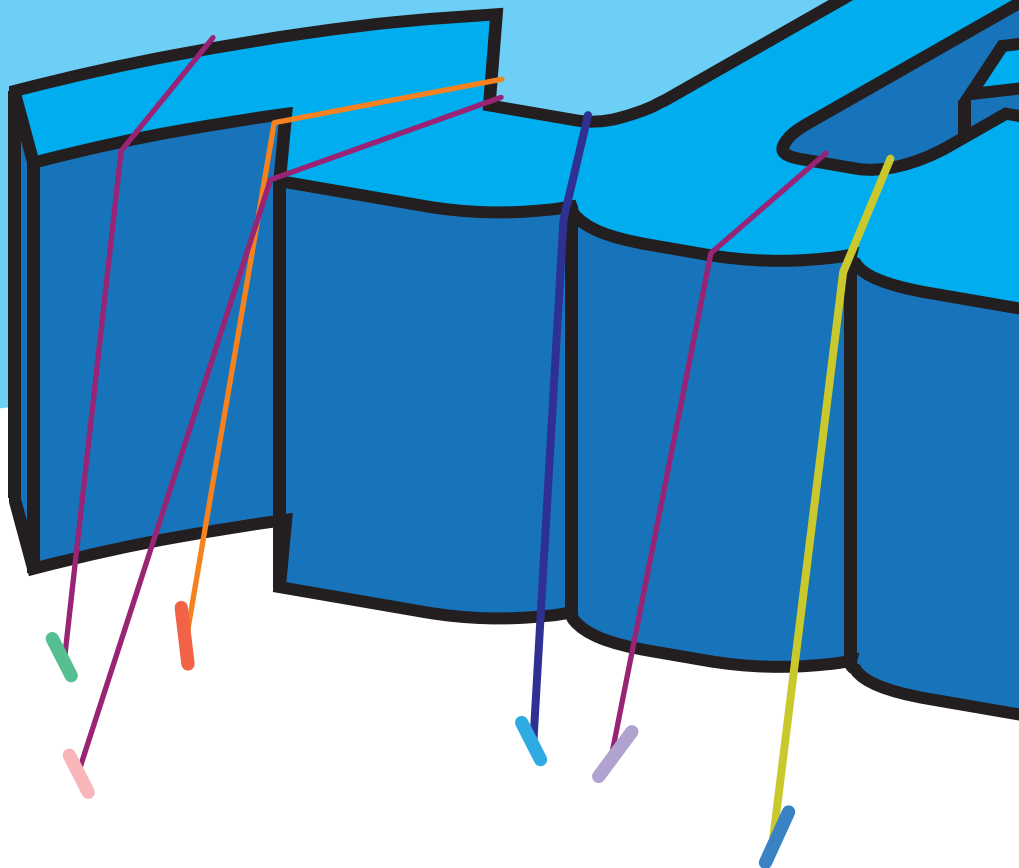
یعنی در این خانواده، سه پسر و چهار دختر وجود دارد.

بعد آقا این مسئله را هم برای کار بیشتر به ما داد:

۱. سن پدری سه برابر سن پسرش است. ۱۰ سال دیگر سن پدر دو برابر سن پسر می‌شود. پدر و پسر اکنون چند سال دارند؟

۲. اکنون چند دقیقه به ساعت شش مانده است، اگر ۵۰ دقیقه قبل درست چهار برابر همین مدت از ساعت ۳ گذشته باشد؟

۳. بابک به رضا گفت: درست است که پول تو سه برابر پول من است، ولی اگر فقط ۱۰۰۰ تومان به من بدهی، پولت دو برابر پول من می‌شود. هر یک از آن‌ها چقدر پول دارند؟





هرم یا چهاروجهی منتظم یکی از حجم‌هایی هست که همه ما با آن آشنایی داریم و می‌دانیم که با استفاده از چهار مثلث متساوی‌الاضلاع می‌توانیم یک هرم بسازیم. حالا با استفاده از هرم یک حجم هیجان‌انگیز می‌سازیم. برای ساخت هرم‌های چرخان باید مراحل زیر را با هم طی کنیم.



هرم‌های چرخان



در انتهای این مراحل، تصویرهای شماره ۲۰ و ۲۱ حجم به دست آمده را نشان می‌دهند که می‌توانیم با چرخاندن آن حالت‌های مختلفی از این حجم را مشاهده کنیم.



این حجم از ترکیب سه برگه که هر کدام دو هرم ایجاد می‌کنند ساخته می‌شود. در مجموع این حجم شش هرم منتظم دارد. ساخت این حجم نسبت به آنچه در شماره‌های قبل آموخته‌اید، کمی پیچیده‌تر است ولی تلاش کنید به زحمتش می‌ارزد.



پری حاجی‌خانی

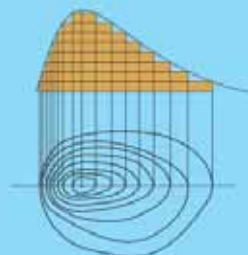
خان



ژما جواهری پور

گل‌ها و درخت‌ها در صفحه X و Y

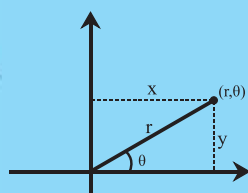
باغچه خانه‌تان کمک کنید. یک نقشه از باغچه تهیه کنید. شما با دستگاه مختصات (X و Y) آشنا شده‌اید و می‌توانید با نقطه‌یابی، موقعیت هر مکان را در دستگاه مختصات نشان دهید. پس ● محورهای مختصات را در یک صفحهٔ مدرج با یک مقیاس انتخابی رسم کنید. ● حال موقعیت هر کدام از درختان و گل‌های داخل باغچه را در این دستگاه مختصات نشان دهید. به این ترتیب فاصلهٔ بین گل‌ها هم قابل اندازه‌گیری است. ابتدا بر روی این دستگاه مختصات، نقطهٔ مورد نظر برای کاشت گل‌های جدید را مشخص کنید. توجه کنید که حتماً با تحقیق، میزان فضای مورد نیاز هر گیاه را در نظر بگیرید. ● شاید باغچهٔ خانهٔ شما سطح نیست. باز هم ریاضی می‌تواند برای تهیهٔ نقشه به شما کمک کند. فرض کنید که در یک باغچه یک تپهٔ کوچک واقع شده باشد برای اینکه



بتوانید این پستی و بلندی‌ها را هم در نقشه نشان دهید از مدل شکل زیر استفاده کنید؛ یعنی نقاط هم‌ارتفاع را بر روی یک منحنی نشان دهید. برای رسم این منحنی‌ها قوانین زیر را داریم:

● **قانون ۱:** هر خط حدفاصل (خط کنتور) نمایشگر خطوطی است که کاملاً هم‌ارتفاع هستند. ● **قانون ۲:** خطوط حدفاصل هیچ‌گاه با یکدیگر برخورد نمی‌کنند. ● **قانون ۳:** رفتن از یک خط حدفاصل به یک خط حدفاصل بالاتر، نشان‌دهندهٔ افزایش ارتفاع می‌باشد. ● **قانون ۴:** هر چقدر، خطوط حدفاصل به همدیگر نزدیک‌تر باشند، شیب زمین تندتر و هر چقدر فاصلهٔ این خطوط با همدیگر بیشتر باشد، شیب زمین ملایم‌تر است.

شاید شما هم بارها دربارهٔ اهمیت پوشش گیاهی شنیده و یا خوانده باشید. آیا تا به حال به فضاهای سبز اطراف خود دقت کرده‌اید؟ آیا می‌دانید اهمیت این ریه‌های تنفسی در چیست؟ اگر شما در مناطق سرسبز شمال زندگی می‌کنید حتماً با جنگل‌های هیرکانی، این ذخیره‌گاه ارزشمند گیاهی آشنایی دارید و اگر در جنوب کشور زیبایمان زندگی می‌کنید شاید یک سفر دریایی در بین جنگل‌های حرا داشته‌اید. اگر زاگرس‌نشین هستید حتماً درختان زیبای بلوط را می‌شناسید. اگر در غرب



کشور هستید حتماً در دشت‌های غنی از گیاهان دارویی و کوهستانی این مناطق گردش نموده‌اید. اگر هم شهرنشین هستید لافل یک بار به یکی از بوستان‌های نزدیک منزل خود سر زده‌اید. این‌ها همه و همه فضاهای سبز دوست‌داشتنی اطراف ما

را تشکیل می‌دهد. پوشش‌های گیاهی علاوه بر تصفیه و تلطیف هوا، ذخایر ژنتیکی گیاهی بسیار بسیار گران‌بهایی نیز دارند. بدون این منابع گیاهی حیات سایر جانداران امکان‌پذیر نخواهد بود و همچنین حفظ ذخایر آب زیرزمینی را مدیون وجود این رویشگاه‌های گیاهی هستیم. با آغاز فصل بهار و رویش طبیعت اغلب خانواده‌های ایرانی به سراغ باغچه‌های خود می‌روند و گل‌های زینتی این فصل را می‌کارند. علاقه‌مندی به سبزی و آبادانی در بین ما ایرانیان ریشه اعتقادی و تاریخی دارد. امسال برای اینکه شما هم در حفاظت از محیط‌زیست خود نقش داشته باشید یک درخت بکارید و با دانش ریاضی که دارید، در بهسازی



مسابقه!



در هفتمین مسابقه از سلسله مسابقات ریاضیات و محیط زیست مجله رشد پرهان متوسطه اول، قصد داریم باشما، سراغ باغچه خانه خود یا یکی از اقوام برویم تا با دانش ریاضی خویش به هرچه زیباتر شدن آن کمک کنیم.

جدول زیر را تکمیل و همراه عکس باغچه و نقشه ها برای ما ارسال کنید و جایزه بگیرید.

شرایط مسابقه

- * يك نقشه از باغچه تهیه کنید و آن را در يك دستگاه مختصات مناسب با مقیاس مشخص نمایش دهید.
- در این نقشه باید موقعیت هر کدام از درختان یا گل های باغچه یا سایر تزیینات (مانند سنگ فرش یا حوض یا ...)
- در مختصات مناسب به شکل درست توسط نقاط یا خطوط، نمایش داده شده باشد.
- * اگر باغچه شما سطح نیست، نقشه مناسب این سطوح هم ارتفاع را نیز جداگانه در دستگاه مختصاتی مانند دستگاه مختصات قبل، نشان دهید.
- * عکس مناسب از نمای بالایی باغچه ای که نقشه آن را کشیده اید، تهیه کنید.

نام و نام خانوادگی

پایه تحصیلی

نام استان، شهرستان یا روستا

نام مدرسه، آدرس و تلفن

نام و شماره تماس رابط

نام گیاهان، نحوه نگهداری

مقیاس

شرح جزئیات (نام گیاهان)

شرح مختصر از مراحل کار

مختصات
شرکت کننده
در مسابقه

توضیحات
نقشه

* جدول را به صورت فایل «pdf» ذخیره کنید و از طریق «ایمیل» به دفتر مجله رشد پرهان ریاضی متوسطه اول بفرستید: borhanmotevasetehi@reshdmag.ir
* در صورت نیاز، فایل «word» جدول را در وبلاگ اختصاصی مجله بیاورید: weblog.reshdmag.ir/borhanrahnmaiee * مهلت ارسال پاسخ: ۱۳۹۷/۱/۳۰
علاوه بر سه دانش آموز برتر مسابقه، سه مدرسه به عنوان مدرسه های برتر کشور نیز انتخاب خواهند شد و از تاهامی دانش آموزان شرکت کننده در این مسابقه از این مدرسه ها تقدیر به عمل خواهد آمد.



نظریه احتمال



«نظریه احتمال» شاخه‌ای از ریاضیات است که در آن اتفاق‌هایی که تصادفی هستند، تحلیل می‌شوند. آشنایی بشر با شانس و عدم قطعیت، تاریخچه‌ای به درازای تمدن بشریت دارد. شواهدی از بازی‌هایی که شانس در آن‌ها بسیار نقش دارد، از ۳۵۰۰ سال پیش در مصر باستان به دست آمده است. برخی آشنایی مردم با این بازی‌ها را به شش هزار سال قبل هم برمی‌گردانند.

بسیاری بر این باور هستند که منشأ علمی شدن احتمال، یافتن احتمال‌های بُرد و باخت در بازی‌های شانسی بوده است. درواقع با کارهای فرما و پاسکال در قرن هفدهم میلادی، روی مسئله‌ای که به «مسئله امتیازها» مشهور است، آغاز شده است. البته برخی محققان با مطالعه تاریخچه «مخاطره» (یا ریسک) دریافته‌اند که مسائل مشابهی در محاسبه‌های مربوط به تقسیم سهم در فسخ قراردادهای شراکتی وجود داشته است. بنابراین شاید مسائل مربوط به شراکت و بازرگانی، خیلی پیش از مسئله مشهور امتیازها، فکر عده‌ای را به موضوع شانس و احتمال به خود مشغول کرده بود و منشأ واقعی علم احتمال بوده است.

پس از آن در قرن هجدهم نام ریاضی‌دانان بسیاری مانند یاکوب برنولی و آبراهام دموآور و کنت دو بوفون در شکل‌گیری و پیشرفت نظریه احتمال به چشم می‌خورد. در نیمه دوم سده نوزدهم، دانشمندان روسی تأثیر زیادی در پیشرفت نظریه احتمال داشتند. چبیشف و شاگردانش، لیاپونوف و مارکوف از جمله این افراد هستند. اما بالاخره در قرن بیستم ساختار اصل موضوعی احتمال بنا شد و در میان همه افرادی که در این پیشرفت نقش داشتند، درخشان‌ترین نام در این عرصه، آندره کولموگروف روسی است که اصول موضوع احتمال را در کتابی به نام «مبانی نظریه احتمال» در آلمان منتشر کرد.

امروزه نظریه احتمال در رشته‌های گوناگون، مانند مهندسی‌ها، علوم مدیریت و حتی پزشکی و حقوق کاربرد بسیار دارد.

تصاویر: ۱/ آندره کولموگروف ۲/ یاکوب برنولی ۳/ پافوتی چبیشف
۴/ آندره مارکوف ۵/ الکساندر لیاپونوف

منابع:

۱. وبسایت دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی شریف.
۲. وبسایت سواد آماری.
۳. سایت ویکی‌پدیا.