وزارت آموزش و پرورش/ سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی/ دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی/
دوره بیست و سوم/ شماره ۹۲۰/ آذر ۱۳۹۶/ ۴۰ صفحه/ ۱۱۰۰۰ ریال/ پیامک نشریه
۳

رشد

ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

برهان

ریاضی

برای دانش‌آموزان متوسطه اول

هنر کاغذ و تا

اوریگامی

هُوَ الحسیب

ISSN:1735-4943

۳

وزارت آموزش و پرورش/سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی/شرکت افست/دوره۲۳/شماره۹۳
آذر ۱۳۹۶/برای دانش‌آموزان متوسطه اول/ ۴۰صفحه/۱۱۰۰۰ ریال

رشد

برهان ریاضی

یادداشت سردبیر مطالعهٔ منتقدانه / سپیده چمن‌آرا / ۲
گفت‌وگو توپولوژی چیست؟ نوشیدن چای توی پیراشکی / نازنین حسن‌نیا / ۳
معرفی کتاب هندسه از ابتدا تا ... / جعفر ربّانی / ۷
ریاضیات و مدرسه ریاضی در استانداردهای آتش‌نشانی / زهره پندی / ۸
چند مسئله ویک راه‌حل / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۰
ریاضیات و کاربرد بهترین صعود / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۲
یک سوزن به پارچه، یک جوالدوز به هندسه / سپیده چمن‌آرا / ۱۴
کاشی در دل کاشی، کاشی‌کاری به روش جایگزینی / کیان کریمی خراسانی / ۱۶
دویدن بر فراز کیلومتر / حسین نامی ساعی / ۱۸
ریاضیات و تاریخ اعداد کانگورویی، اعداد مومیایی / حسام سبحانی‌طهرانی / ۲۰
ریاضیات و مسئله یک مسئله، چند راه حل / داود معصومی‌مهوار / ۲۴
با هم مسئله حل کنیم /کیان کریمی‌خراسانی / ۲۶
از میان نامه‌ها حاصل‌ضرب‌های نادرست / سید محمد مهدی موسوی / ۲۷
گزارش بچرخ تا بچرخیم! / سمیه‌سادات میرمعینی / ۲۸
ریاضیات و بازی بازی‌های اندرویدی: اتللو / زهرا صباغی، کیمیا هاشمی / ۳۰
فکر بکر! / داود معصومی‌مهوار / ۳۲
پازل حل کنیم / محدثه کشاورز اصلانی / ۳۴
ریاضیات و سرگرمی راز عدد هفت / شراره تقی‌دستجردی / ۳۵
برف‌روبی دسته جمعی /هوشنگ شرقی / ۳۶
مکعب کاغذی / پری حاجی‌خانی / ۳۸
ریاضیات و محیط زیست به قلّه‌ها نگاه کن / ژما جواهری‌پور / ۴۰
مسابقهٔ سوم ریاضیات و محیط زیست برهان صفحه سوم جلد

نشانی دفتر مجله:
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی:۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱-۰۲۱ داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸-۰۲۱
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲-۰۲۱، کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد دفتر مجله:۱۱۳
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن اموربازرگانی: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸ roshdmag:
وب‌گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۲۰۰۰۰ نسخه

قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛ مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست. اهداف مجله عبارت اند از:گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی/توسعه تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری/ تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:
تهران؛صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲

روی جلد: سرینیواسا رامانوجان
پشت جلد را نیز ببینید.

مطالعهٔ منتقدانه

سال قبل، در دومین شمارهٔ مجله، مطلبی از دوستمان **متین کلاکر**، از استان مازندران، چاپ کردیم. متین در آن مطلب ایده‌های درستی مطرح کرده بود، ولی دلیل درستی آن‌ها را نگفته بود. ما خواسته بودیم که شما خوانندگان دلیل آن را برایمان بیابید و بفرستید. **سیدمحمدمهدی موسوی**، از مشهد، در نامه‌ای که برایمان نوشته، هم دلیل درستی ایدهٔ متین را گفته، هم کاربردی از یکی از کارهایی که متین در مطلبش آورده، بیان کرده، و هم کتابی معرفی کرده است. مطلب سیدمحمدمهدی در همین شمارهٔ مجله چاپ شده است.

یکی از کارهای خوبی که هنگام مطالعهٔ یک مطلب می‌توان انجام داد، همین است که باید تحلیلی و منتقدانه آن را بخوانیم. اگر اشکالی در آن می‌بینیم، آن را نقد کنیم، اگر ناقص است، آن را تکمیل کنیم، و اگر در آن ادعاهایی شده که دلیل درستی‌شان بیان نشده، در جست‌وجوی دلیل درستی آن‌ها باشیم. هنگامی که مطلبی را با این ترتیب می‌خوانیم، بیشتر آن را درک می‌کنیم و عمیق‌تر از آن استفاده می‌کنیم. به علاوه، اگر ما نیز دست به قلم شویم و آن را تکمیل یا تصحیح کنیم، به تولید علم در حالت کلی کمک کرده‌ایم.

دانش بشری در کل، حاصل تلاش‌های تک‌تک ماست، حتی اگر تلاش ما به نظر بسیار کوچک بیاید. از سیدمحمدمهدی متشکریم که برایمان نوشت، و امیدواریم دوستان دیگرمان نیز نوشته‌هایی منتقدانه، اصلاحی یا تکمیلی برای مطالب مجله برایمان بفرستند. منتظر نامه‌های شما هستیم.

سردبیر

توپولوژی چیست؟

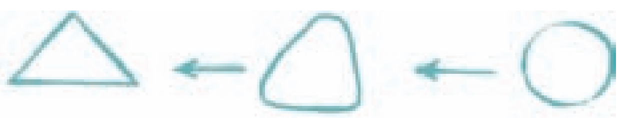
نازنین حسن‌نیا
عکاس: شادی رضائی

نوشیدن چای توی پیراشکی

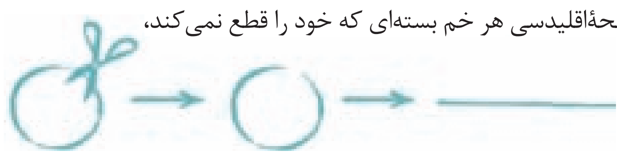
وقتی واژهٔ توپولوژی برای اولین بار به گوشم خورد، می‌دانستم که «لوژی» بعد از هر کلمه‌ای بیاید، به‌معنی بررسی‌کردن و شناختن آن است؛ و من تا مدتی به شوخی می‌گفتم تُپُل‌لوژی یعنی تپل شناسی؛ لابد یعنی علمی که به بررسی و شناخت تپل‌های عالم مشغول است. اما خُب! این فقط یک شوخی بود. توپولوژی[1] یکی از شاخه‌های ریاضیات است. در بخش اول این گفت و گو آقای دکتر کمالی‌نژاد و آقای دکتر افتخاری توضیحاتی دربارهٔ این شاخه از ریاضی می‌دهند. در بخش پایانی، آقای دکتر کمالی‌نژاد از لذت‌های ریاضی صحبت می‌کنند و از تجربه‌های شخصی‌شان دربارهٔ لذت بردن از ریاضی می‌گویند. اگر معمای «توپولوژی چیست؟» برای شما هم معمای جذابی است، یا نمی‌دانید چرا و چگونه افرادی به ریاضی عشق می‌ورزند با ما همراه شوید.

کمالی‌نژاد: می‌توان توپولوژی را به کمک زبانِ مجموعه‌ها، تعریف کرد که دانش‌آموزان در سال نهم با آن آشنا می‌شوند. یک توپولوژی روی یک مجموعه مانند X، گردایه‌ای از زیرمجموعه‌های X مانند T است که دارای تعدادی خاصیت مشخص است. یعنی یک مجموعهٔ X داریم و زیرمجموعه‌هایی از آن را که دارای خاصیت‌هایی هستند و گردایهٔ آن‌ها را T می‌نامیم. مجموعهٔ X به همراه توپولوژی T را یک فضای توپولوژیک می‌نامیم. روشن است که این تعریف ناکامل است چون هنوز نگفته‌ام که آن خاصیت‌ها چه چیزهایی هستند. بنابراین این تعریف، شناخت چندانی از توپولوژی به دست نمی‌دهد و ممکن است که پرداختن به جزئیات آن نیز، این بحث را طولانی کند. اما با تغییر دادن موضوع و بدون پرداختن به جزئیات ریاضی، می‌توانم شما را اندکی بیشتر با توپولوژی آشنا کنم. توجه داشته باشید که به این ترتیب، با مفاهیم توپولوژیک به صورت مستقیم سروکار نداریم، بلکه شما را با بازی‌هایی ذهنی مواجه می‌کنم که با مفاهیمی در توپولوژی در ارتباط هستند.

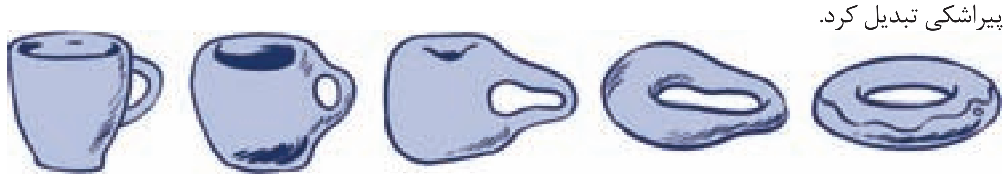
همین طور واژهٔ توپولوژی، نام شاخه‌ای از ریاضیات است که در آن فضاها و سایر مفاهیم توپولوژیک مطالعه می‌شود. به تفاوت معنی واژهٔ۷ توپولوژی به‌عنوان حوزه‌ای از ریاضیات و توپولوژی به‌عنوان ساختاری روی یک مجموعه، توجه داشته باشید. به همین دلیل و از این پس، هر کجا که واژهٔ توپولوژی را به کار ببریم، مقصودمان همان بخش از ریاضیات است ولی در صورتی که بخواهیم به توپولوژی روی یک مجموعه اشاره کنیم، آن را «فضای توپولوژیک» خواهیم نامید تا ابهامی پیش نیاید. با این مقدمه، تصور کنید در دنیایی خیالی هستیم که همهٔ اشیاء در آن، از موادی کشسان و انعطاف‌پذیر ساخته شده‌اند. فرض کنید که می‌توانیم شکل این اشیاء را تحت قوانین زیر تغییر دهیم: هر قدر که بخواهیم می‌توانیم آن‌ها را خم کنیم، بپیچانیم، بکشیم و یا فشار دهیم. اما نمی‌توانیم آن‌ها را پاره کنیم و یا اجزایشان را به هم بچسبانیم. نام این نوع تغییر را «تغییر شکل پیوسته» می‌گذاریم. به‌عنوان مثال می‌توانیم با تغییر شکل پیوسته، مثلث را به دایره تبدیل کنیم.



همچنین فرض کنید که در این دنیای خیالی، بین اشیائی که با تغییر شکل پیوسته به هم تبدیل می‌شوند، تفاوتی قائل نباشیم. بنابراین در این دنیای خیالی، دایره و مثلث با هم تفاوتی ندارند زیرا با تغییر شکل پیوسته به هم تبدیل می‌شوند. تغییر شکل پیوسته در دنیای خیالی ما، با مفهومی به نام «همسان‌ریختی» در توپولوژی شباهت دارد. البته یکی گرفتن این دو، نادرست است. به عبارت دیگر؛ در توپولوژی، دایره و مثلث، به‌عنوان زیرفضاهای صفحهٔ‌اقلیدسی (که خودش یک فضای توپولوژیک با توپولوژی ناشی از طول اقلیدسی است) به اصطلاح «همسان‌ریخت» هستند. به‌طور کلی در صفحهٔ‌اقلیدسی هر خم بسته‌ای که خود را قطع نمی‌کند، با دایره «همسان‌ریخت» است!!! اما ... اگر یک نقطه، فقط یک نقطه را از یک دایره در صفحهٔ‌اقلیدسی، حذف کنیم، آن‌گاه



زیرفضای حاصل از حذف یک نقطه از یک دایره، با یک خط راست در صفحهٔ‌اقلیدسی همسان‌ریخت خواهد بود. می‌توانیم مثال دیگری را از تغییر شکل‌های پیوسته، این بار در فضای اقلیدسی سه بعدی در نظر بگیریم. شکل زیر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان با تغییر شکل پیوسته در دنیای خیالی‌مان، یک فنجان را به یک پیراشکی تبدیل کرد.



ولی تغییر شکل پیوسته‌ای برای تبدیل نان باگت به پیراشکی وجود ندارد! به عبارت دیگر، دو زیرفضایِ فضای اقلیدسی سه بُعدی که مشــابه فنجان و پیراشکی شکل بالا باشند، باهم همسان‌ریخت هستند اما زیرفضای مشابه پیراشکی شکل بالا و زیرفضایی مشابه نان باگت در فضای اقلیدسی سه بعدی با هم همسان‌ریخت نیستند! اما چگونه در توپولوژی ثابت می‌شود که دو شــکل با هم همسان‌ریخت نیستند؟ در مورد بررسی همسان‌ریخت بودن فضاهایِ توپولوژیک، کار راحت‌تر است. به عنوان نمونه، یک روش این است که همسان‌ریختی میان آن فضاهای توپولوژیک را دقیقاً معرفی کنیم. مثلاً، به کمک تغییر شکل پیوسته‌ای که در دنیای خیالی‌مان بین فنجان و پیراشکی یافتیم، می‌توانیم یک همسان‌ریختی بین زیرفضاهای مشابه این دو شکل در فضای اقلیدسی سه بُعدی، معرفی کنیم. اما در مورد اثبات همسان‌ریخت نبودن زیرفضای مشابه پیراشکی و نان باگت، این روش راه‌گشا نیست. زیرا نامتناهی زیرفضای همسان‌ریخت با این دو زیرفضا وجود دارد- نامتناهی تغییرشکل پیوسته را در نظر بگیرید- و نمی‌توان تمام آن‌ها را آزمود و به این نتیجه رسیدکه همسان‌ریختی‌ای بین این دو وجود ندارد. پس راه‌حل چیست؟ ایدهٔ کلی اثبات در این جا چنین است: در این اشیاء، ویژگی یا شاخصی می‌یابیم که تحت همسان‌ریختی، حفظ شود. ممکن است که در مواردی این ویژگی به صورت یک عدد بیان شود. در این صورت اگر مقدار محاسبه شدهٔ این عدد برای این دو شیء متفاوت باشد، نتیجه می‌گیریم که همسان‌ریختی‌ای بین آن‌ها وجود ندارد. در مورد زیرفضای مشابه پیراشکی و نان باگت در فضای اقلیدســـی ســـه بُعدی، مفهوم گروه‌های هومولوژی یا حتی ساده‌تر از آن‌ها، شاخص اویلر[۲]، ویژگیی است که مسئله را حل می‌کند. البته ویژگی‌ها و شاخص‌های دیگری هم وجود دارند که به کمک آن‌ها می‌توان این پرسش را پاسخ گفت. در این‌جا شاخص اویلر زیرفضای مشابه پیراشکی برابر ۰ و شاخص اویلر زیرفضایی مشابه نان باگت برابر ۱ است. بنابراین همسان‌ریخت نبودن بین این دو، از این که شاخص‌های اویلرشان برابر نیستند ($1\neq 0$) نتیجه می‌شود.

افتخاری: پوانکاره[۳] حدود صد سال قبل به دنبال این ویژگی‌ها می‌گشت و با تلاش‌هایی که در این زمینه انجام داد اولین چیزی که ساخت، چیزی هست که امروز به آن گروه‌های هومولوژی می‌گویند. خلاصهٔ ماجرا این است که اگر شما گروه هومولوژی یک شــکل را بیابید و بعد آن شکل را به‌طور پیوســـته تغییر دهید، گروه هومولوژی شکل جدید نیز دقیقاً همانند گروه هومولوژی شکل اولیه است. یعنی به زبان توپولوژی شکل‌های «همسان‌ریخت» گروه‌های هومولوژی یکسان دارند.

برهان: یواش یواش دارد از زبان توپولوژی خوشم می‌آید.

افتخاری: پوانکاره تلاش می‌کرد با ابزار جدیدی که کشف کرده بود، همسان‌ریختی اشیا مختلف، مانند کُره و فضای سه‌بُعدی را بررسی کند و حدس‌هایی می‌زد. در انتهای این مسیر خودش متوجه شد که حدس اولیه‌اش غلط است و فضاهایی پیدا کرد که با هم متفاوت بودند اما آن ابزارها نمی‌توانستند فضاها را از یکدیگر تشـخیص دهند. بعد ابزارهای جدیدی پیدا کرد و حالا سؤال این بود که آیا این ابزارهای جدید به اندازهٔ کافی توانا هستند تا از پس تشخیص فضاهای غیرهمسان‌ریخت از یکدیگر بربیایند. نهایتاً حدس پوانکاره که یکی از مسائل با جایزهٔ میلیون دلاری بود در ابتدای قرن ۲۱ ثابت شد. همهٔ این اتفاقات صدسال به طول انجامید.

برهان: صد سال؟!؟

کمالی‌نژاد: بله. در ریاضیات برخی اوقات، برای آنکه به نتیجه برســید باید صبور باشید. ریاضیات حوزه‌ای کهن است. به همین دلیل، انباشت مطالب در آن زیاد اســت. یعنی معمولاً چیزهایی که لازم اســت بیاموزید تا به مرزهای ریاضیات برســید، زیاد هســتند. معمولاً با مطالعهٔ چند صفحه–به‌عنوان مثال در ویکی‌پدیا- فــرد نمی‌تواند در حوزه‌ای از ریاضیات تســلط پیدا کند. البته ممکن است که یک مطالعهٔ کوتاه، نقطهٔ آغازی باشــد. ولی واقعیت این اســت که معمولاً فرد باید چند کتاب را مطالعه کند تا با مفاهیم اساســی در یک حوزهٔ ریاضیات آشنا شــود و در ادامه هم نیاز است تا مقاله‌های پژوهشــی به‌روزتری را مطالعه کند تا بتواند به مرزهای ریاضیات نزدیک شود. منتها معنی آن این نیست که ریاضی خواندن کسالت بار و بی‌مزه است. این سفری

دکترایمان افتخاری

دکترعلی کمالی‌نژاد

است که در طول مسیر هم می‌توانید از آن لذت بسیار ببرید. درست است که با مطالعه و یادگیری مطالب ریاضی از پیش نوشته شده، شما در راهی وارد می‌شوید که پیش از شما پیموده شده است. اما این مسیر برای کسی که که برای اولین بار آن را طی می‌کند نیز می‌تواند بسیار هیجان انگیز باشد. در ضمن در مسیر آموختن مطالب جدید ریاضی، اگر حوصله به خرج بدهید و به اندازهٔ کافی صبور باشید، می‌توانید ماجراجویی‌های جدیدی را تجربه و زیبایی‌های شگفت انگیزی را مشاهده کنید. به قول خانم دکتر مریم میرزاخانی: «زیبایی ریاضیات خود را تنها به شاگردان صبور نشان می‌دهد.[۴]»

برهان: بعضی افراد خاطرات خوبی از حل مسئله‌های ریاضی در دوران مدرسه دارند، یا مثلاً می‌گویند وقتی یک مسئلهٔ سخت ریاضی حل می‌کنند هیجان‌زده می‌شوند و از نتیجهٔ کارشان لذت می‌برند. یعنی انگار تا پیش از رسیدن به سطوح بالای دانش و پژوهش هم این لذت بردن از ریاضی وجود دارد.

کمالی‌نژاد: حق با شماست. لذت بردن از ریاضی می‌تواند در هر سطحی اتفاق بیفتد. فکر می‌کنم که می‌توان راه‌حل گاوس برای جمع کردن اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ را برای بسیاری از افراد، حتی اگر با ریاضیات سروکار نداشته باشند، توضیح داد. دنبال کردن مراحل اثبات اقلیدس برای نامتناهی بودن اعداد اول، به دانش ریاضی چندانی نیاز ندارد. هندسه، نظریهٔ اعداد، احتمال، حسابان، ریاضیات گسسته و... در دورهٔ دبیرستان سرشار از مطالب و مسئله‌های جالب هستند. اساساً تعدادی از ریاضی‌دانان با لمس لذت ریاضی ورزیدن و حل مسئله در دوره‌های پیش از دانشگاه، تصمیم می‌گیرند تا به صورت حرفه‌ای به ریاضیات بپردازند.

فکر می‌کنم، امکان سرگرم شدن و لذت بردن از ریاضیات به گروه خاصی محدود نمی‌شود. حتی مطالعهٔ کتاب‌های ریاضی نه چندان پیشرفته هم می‌تواند هیجان‌انگیز باشد. البته فعالیت پژوهشی هم دشواری‌ها و هیجان‌های مختص به خود را دارد. در مورد پژوهش و فعالیت ریاضی مطلب دیگری از خانم دکتر میرزاخانی به خاطرم می‌رسد: «پرارزش‌ترین بخش، لحظه‌ای است که می‌گویی آها! ذوق کشف و لذت فهمیدن چیزی جدید. احساس ایستادن بالای یک بلندی و رسیدن به دیدی شفاف و واضح.»

برهان: به قول شما هرچه بیشتر وارد دنیای ریاضی شوید، زیبایی‌های بیشتری در این دنیا می‌بینید.

کمالی‌نژاد: بله. البته به قول ریاضی‌دان انگلیسی، آرتور کِیلی[۵]: «در هر چیز، از جمله یک نظریهٔ ریاضی، زیبایی را می‌توان درک کرد ولی نمی‌توان آن را توضیح داد.»

پی‌نوشت‌ها:

۱. توپولوژی از ترکیب دو واژهٔ یونانی τόπος (توپوس) به معنی مکان و λόγος (لوگوس) به معنی مطالعه، پدید آمده است. بنابراین توپولوژی در لغت، به معنی «مکان‌شناسی» است.

۲. شاخص اویلر، عددی است که برای بعضی شکل‌ها تعریف می‌شود. برای آشنایی بیشتر، به وبلاگ اختصاصی مجله مراجعه کنید.

۳. ریاضی‌دان فرانسوی قرن ۱۸ میلادی که از بنیان‌گذاران شاخهٔ توپولوژی در ریاضیات است.

۴. برگرفته از مصاحبهٔ ایشان که در گزارش سالیانه موسسه ریاضی کلی - سال ۲۰۰۸ - چاپ شده است. به آدرس زیر مراجعه کنید:
http://www.claymath.org/library/annual_report/ar2008/08Interview.pdf

5. Arthur Cayley

هندسه از ابتدا تا ...

معرفی کتاب • جعفر ربّانی

هندسه ... از ابتدا تا ...
ارشک حمیدی
نشر علوم ریاضی (وابسته به انتشارات فاطمی)
چاپ اول، ۲۵۶ صفحه، ۱۳۹۴

هندسه را نخستین بار یونانیان به‌صورت یک علم رسمی درآوردند و به تمدن بشری عرضه کردند. آن‌ها پایه‌های کاخ این علوم را چنان استوار ساختند که هنوز هم پس از گذشت حدود ۲۵۰۰ سال به بنای آن هیچ خللی وارد نشده است. در این میان نام یکی از دانشمندان یونان بیش از همه می‌درخشد و آن **اقلیدس** است.

او «اصول هندسه» را وضع کرد و نام خود را بر این اصول ماندگار ساخت (اصول اقلیدس).

ناگفته نماند که ملل دیگر هم، از جمله مسلمانان بر این علم افزودند و کاخ باشکوه آن را بیش از پیش آراستند، ولی به هر حال همهٔ این‌ها مدیون اقلیدس است.

در میان درس‌های ریاضی که بچه‌ها از دبستان تا پایه‌های بالاتر در مدرسه می‌خوانند، هندسه یکی از مهم‌ترین و شیرین‌ترین آن‌هاست. به‌ویژه اگر اولین معلم یا معلمان که بچه‌ها را با هندسه آشنا می‌کنند، خودشان به این علم علاقه‌مند باشند و الفبای هندسه را با مهربانی به بچه‌ها یاد دهند، این درس برای همیشه در ذهن شاگردانشان ماندگار خواهد شد.

کتاب «هندسه ... از ابتدا تا ...» که به شما معرفی می‌کنیم، کتابی است که یک علاقه‌مند به هندسه تألیف کرده است و این را از مقدمه و متن کتاب می‌توان دریافت. وی درواقع با تألیف این کتاب، برای وقت و بی‌وقت دانش‌آموزان هندسه‌دوست فعالیتی برای سرگرمی تدارک دیده است و این کاری است ارزنده.

ویژگی بارز این کتاب آن است که مسائل و مباحث آن، به خشکی هندسه در کتاب‌های درسی نیست و حالتی جذاب و گیرا دارد. پس اگر مدیران یا دبیران مدرسه‌هایی که در آن‌ها رشتهٔ ریاضی دایر است، یا دست‌کم چند دانش‌آموز کنجکاو و باهوش ریاضی‌دوست دارند، یکی دو جلد از این کتاب را برای مدرسه‌شان خریداری کنند، خدمت خوبی به ارتقای دانش هندسه در مدرسهٔ خود کرده‌اند.

کتاب شامل چند فصل با این موضوع‌هاست: مسئله حل کردن؛ مفهوم‌های اولیه و تعریف‌ها؛ هم‌نهشتی؛ نابرابری مثلث؛ توازی؛ تمرین‌های تکمیلی.

و سخن آخر: بسیاری از مسئله‌ها و تمرین‌های کتاب از این منابع گرفته شده‌اند: مسابقهٔ ریاضی کانگورو؛ جشنوارهٔ ریاضی؛ المپیاد شفاهی مسکو؛ المپیاد شفاهی هندسی مسکو؛ المپیاد هندسهٔ شاریگین؛ مسابقهٔ ریاضی رگاتا؛ تورنمنت لومونوسف.

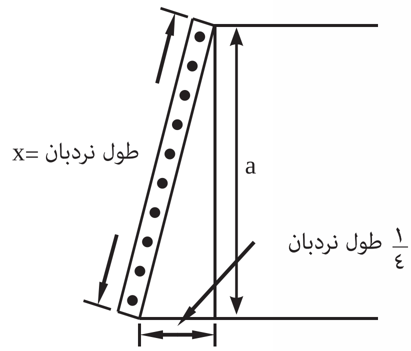
و بالاخره لازم است بگوییم که این کتاب، برگزیدهٔ جشنوارهٔ کتاب رشد شده است.

ریاضی در استاندارد

های آتش‌نشانی

زهره پندی

ابزارهای آتش‌نشانی استانداردهای مشخصی دارند که هنگام استفاده از آن‌ها باید کاملاً رعایت شوند. نردبان‌های کشویی را می‌توان تا حداکثر طول آن‌ها باز کرد و برای استفاده باید آن‌ها را به دیوار ساختمان یا تکیه‌گاه دیگری تکیه داد. هنگام استفاده از این نردبان‌ها، فاصلهٔ پای نردبان از تکیه‌گاه باید $\frac{1}{4}$ طول نردبان مورد استفاده باشد.



یکی از بلندترین نردبان‌های آتش‌نشانی در جهان ۵۴ متر است. با توجه به استاندارد مربوط به فاصلهٔ پایه تا تکیه‌گاه، فکر می‌کنی برای دسترسی آتش‌نشان‌ها به ارتفاع ۵۰ متری، استفاده از یک نردبان ۵۴ متری کافی است؟

ارتفاع مورد نظر	طول نردبان	فاصلهٔ پایهٔ نردبان از تکیه‌گاه
۵۰		

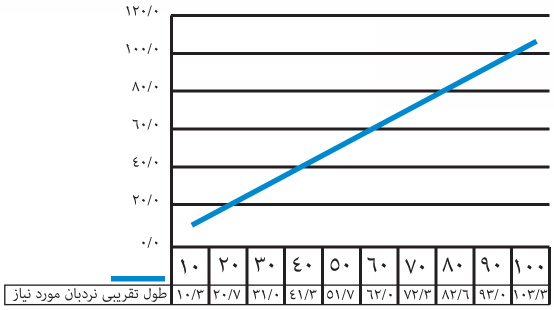
به نظر می‌رسد حتی یک نردبان ۵۲ متری هم برای رسیدن به ارتفاع ۵۰ متری کافی است.

خوب است برای کمک به آتش‌نشان‌ها رابطه‌ای به دست آوریم که نشان دهد برای دسترسی به هر ارتفاعی، لازم است نردبان را چقدر باز کنند. اما پیش از آن به این سؤال فکر کن:

فکر می‌کنی با تغییر ارتفاع مورد نظر، طول نردبان باید به همان نسبت تغییر کند؟ مثلاً اگر ارتفاع دو برابر شد، طول نردبان هم باید دو برابر شود؟

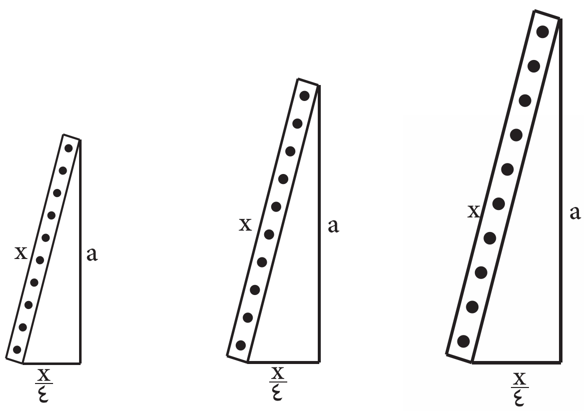
ارتفاع مورد نظر	طول نردبان	فاصلهٔ پایهٔ نردبان از تکیه‌گاه
a		

رابطه به دست آمد. حالا به جای a می‌شود ارتفاع مورد نظر را گذاشت و x، یعنی طول نردبان مورد نیاز را پیدا کرد. مثلاً اگر a برابر ۵۰ متر باشد، x می‌شود ۱/۰۳۳×۵۰؛ یعنی حدود ۵۱/۶ متر. در نمودار طول نردبان مورد نیاز بر حسب ارتفاع مورد نظر رسم شده است.



همان‌طور که می‌بینی، این رابطه، رابطه‌ای خطی است. یعنی با تغییر a، مقدار x هم به همان نسبت تغییر می‌کند. مثلاً اگر a را دو برابر کنیم، x هم دو برابر می‌شود و اگر a را نصف کنیم، x هم نصف می‌شود.

به عبارت دیگر، همهٔ مثلث‌های تشکیل شده هنگام تکیه دادن نردبان‌های متفاوت به دیوار، با هم متشابه‌اند و ضلع‌هایشان به یک نسبت تغییر می‌کند:



راستی! خوب است بدانی که نردبان‌های آتش‌نشانی به سیستم‌هایی مجهز هستند که می‌توانند نردبان را در هر زاویه‌ای نگه دارند. در این صورت، اگر ساختمان و تکیه‌گاه نردبان در حین حادثه فرو بریزد، نردبان در جای خود باقی می‌ماند و نمی‌افتد. رعایت استاندارد $\frac{1}{4}$ تنها برای ایمنی و تثبیت بهتر جای نردبان است.

چند مسئله

۱ تعلیمات اجتماعی هفتم، صفحهٔ ۷۴، تراکم جمعیت

فعّالیت

۵ـ با توجه به اعداد جدول، تراکم جمعیت استان‌های البرز و سیستان و بلوچستان را حساب کنید و بنویسید. تراکم جمعیت در کدام استان بیشتر است؟

استان	جمعیت (نفر)	مساحت (کیلومتر مربع)	تراکم (نفر در کیلومترمربع)
سیستان و بلوچستان	۲۵۳۴۳۲۷	۱۸۱۷۸۵	
البرز	۲۴۱۲۵۱۳	۵۱۲۵	

۲ تعلیمات اجتماعی هشتم، کاربرگ مربوط به صفحهٔ ۱۳۳، مقیاس نقشه

مسئله

۱ــ اگر فاصله دو روستا روی نقشه‌ای ۱۰ سانتی‌متر باشد، در صورتی که مقیاس نقشه $\frac{۱}{۲۵۰۰۰۰}$ باشد، فاصله این دو روستا روی زمین، چقدر است؟

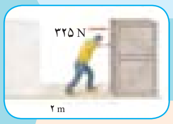
۲ــ فاصله شهری تا ساحل دریا، روی زمین ۶۰ کیلومتر و روی نقشه ۵ سانتی‌متر است. مقیاس این نقشه را به‌دست آورید.

۳ علوم هفتم، صفحهٔ ۶۵، رابطهٔ کار

فعّالیت

دانش‌آموزی برای به دست آوردن چگالی یک سنگ کوچک، ابتدا جرم آن را با ترازو اندازه می‌گیرد و مقدار ۴۰۰ گرم را به‌دست می‌آورد، سپس آن را درون استوانهٔ مدرج که ۵۰۰ سانتی‌متر مکعب آب دارد، می‌اندازد. سطح آب روی ۶۰۰ سانتی‌متر مکعب قرار می‌گیرد. چگالی سنگ چقدر است؟

۴ علوم هفتم، صفحهٔ ۱۰، چگالی



خود را بیازمایید

۱ــ شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که با نیروی افقی ۳۲۵ نیوتونی جعبه‌ای را به اندازهٔ ۲ متر در امتداد نیروی وارد شده به آن جابه‌جا می‌کند. کاری که این شخص روی جعبه انجام می‌دهد، چقدر است؟

به مسئله‌های بالا دقت کنید. همهٔ آن‌ها از کتاب‌های علوم و تعلیمات اجتماعی دورهٔ متوسطه اول انتخاب شده‌اند. بیایید با هم این مسئله‌ها را حل کنیم تا ببینیم چه ارتباطی بین آن‌ها وجود دارد.

برای حل اولین مسئله به رابطه‌ای برای تعریف تراکم جمعیت احتیاج داریم. این رابطه در کتاب آمده است:

$$\text{تراکم جمعیت} = \frac{\text{جمعیت}}{\text{مساحت}}$$

به نظر می‌رسد برای پیدا کردن تراکم جمعیت کافی است، جمعیت هر منطقه را به مساحت آن تقسیم کنیم. مثلاً در مورد استان سیستان و بلوچستان به عدد $\frac{۲۵۳۴۳۲۷}{۱۸۱۷۸۵} = ۱۳/۹۴$ و در مورد استان البرز به عدد $\frac{۲۴۱۲۵۱۳}{۵۱۲۵} = ۴۷۰/۷۳$ می‌رسیم. این عددها به ما نشان می‌دهند که در هر کیلومتر مربع در استان سیستان و بلوچستان حدود ۱۳ نفر زندگی می‌کنند، در حالی که در استان البرز در همین مساحت حدود ۴۷۰ نفر زندگی می‌کنند. **حالا برویم سراغ مسئلهٔ بعدی...**

برای حل این مسئله هم باید رابطه‌ای برای تعریف مقیاس نقشه داشته باشیم. این رابطه در کتاب آمده است:

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{فاصلهٔ دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصلهٔ همان دو نقطه روی زمین}}$$

در این مسئله مقیاس نقشه برای ما روشن است. با اندازه‌گیری روی نقشه، فاصلهٔ دو روستا هم به دست آمده است. آنچه برای ما روشن نیست، فاصلهٔ واقعی این دو نقطه روی زمین است. پس با چنین حالتی مواجه هستیم:

$$\frac{۱}{۲۵۰۰۰۰} = \frac{۱۰}{x}$$

(منظور از x همان فاصلهٔ واقعی دو نقطه است؛ یعنی مقداری که می‌خواهیم پیدا کنیم.)
اکنون می‌توانیم از روش «طرفین ـ وسطین» که در کلاس ششم یاد گرفته‌ایم، استفاده کنیم:

$$\frac{۱}{۲۵۰۰۰۰} \times \frac{۱۰}{x}$$

بنابراین: $۱ \times x = ۱۰ \times ۲۵۰۰۰۰$

خب، حالا معلوم می‌شود که فاصلهٔ واقعی این دو روستا، ۲۵ میلیون سانتی‌متر است. البته از آنجایی که فاصلهٔ شهرها و روستاها روی زمین را با سانتی‌متر اندازه نمی‌گیریم و بیان نمی‌کنیم، می‌توانیم آن را به واحد کیلومتر تبدیل کنیم که در این صورت، عدد ۲۵ کیلومتر به دست می‌آید. **برویم سراغ مسئلهٔ سوم...**

و یک راه‌حل

محدثه کشاورز اصلانی

در این مسئله باید چگالی یک قطعه سنگ را حساب کنیم. از آنجا که چگالی آب ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است، من حدس می‌زنم چگالی قطعه سنگ کمی بیشتر از چگالی آب و مثلاً ۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد. ضمناً با توجه به تغییر حجم آب، می‌دانیم حجم جسم ۱۰۰ سانتی‌متر مکعب است.

به کمک رابطهٔ چگالی که در کتاب آمده است و به کمک آزمون تقسیم، درستی حدسم را بررسی می‌کنم.

رابطهٔ چگالی این است: $\text{چگالی جسم} = \dfrac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}}$ اگر تقسیم درست انجام شده باشد، رابطهٔ آزمون تقسیم باید به پاسخ درستی برسد.

اگر فرض کنیم چگالی قطعه سنگ برابر ۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب باشد، پس باید حاصل‌ضرب چگالی در حجم جسم، عددی برابر جرم جسم را به دست بدهد؛ یعنی خواهیم داشت: ۴۰۰=۱۰۰×۲. واضح است که این رابطه غلط است. من ترجیح می‌دهم این بار عدد ۴ را برای چگالی امتحان کنم: ۴۰۰=۱۰۰×۴. این بار حدسم درست بود. بنابراین چگالی این قطعه سنگ ۴ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. **و اما مسئلهٔ چهارم...**

یادآوری آزمون تقسیم

می‌خواهیم ۱۰۰ را بر ۴ تقسیم کنیم. عدد ۲۵ را پیدا می‌کنیم. قاعدتاً اگر در تقسیم ۱۰۰ سیب بین ۴ جعبه، در هر جعبه ۲۵ سیب قرار بگیرد، پس باید مجموع سیب‌های ۴ جعبه مساوی ۱۰۰ شود. برای اطمینان از این موضوع ۴ را در ۲۵ ضرب می‌کنیم. اگر حاصل عدد ۱۰۰ بود، یعنی تقسیم را درست انجام داده‌ایم.

در مسئلهٔ چهارم با رابطه‌ای روبه‌رو هستیم که ظاهراً با سه رابطهٔ قبلی متفاوت است. رابطهٔ کار هم در کتاب آمده است:

جابه‌جایی × نیرو = کار

در حل این مسئله با داشتن مقدار جابه‌جایی و نیروی مصرف شده و ضرب این دو مقدار در یکدیگر می‌توانیم کار انجام شده را محاسبه کنیم. پس خواهیم داشت: **۶۵۰=۲×۳۲۵** یعنی در حین عمل هل دادن جعبه، ۶۵۰ ژول کار انجام شده است.

حال برگردیم و به چهار تا مسئله‌ای که حل کرده‌ایم از ابتدا نگاه کنیم. در حل آن‌ها از این چهار رابطه استفاده کردیم:

$\text{چگالی جسم} = \dfrac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}}$ $\text{تراکم جمعیت} = \dfrac{\text{جمعیت}}{\text{مساحت}}$ جابه‌جایی × نیرو = کار $\text{مقیاس} = \dfrac{\text{فاصلهٔ دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصلهٔ همان دو نقطه روی زمین}}$

این چهار رابطه ویژگی‌های مشترک زیادی دارند. در همهٔ آن‌ها با سه متغیر مواجه هستیم، سه مقدار که باید اندازه‌گیری یا محاسبه شوند. شاید در نگاه اول به نظر برسد که در سه رابطهٔ اول، یک رابطهٔ تقسیم داریم، و در رابطهٔ آخر با ضرب دو متغیر سروکار داریم. اما اگر دقیق‌تر نگاه کنیم و به راه حل‌های مسئله‌ها برگردیم، می‌بینیم که در مورد سه رابطهٔ اول هم، ضرب دو متغیر در رابطه حضور دارد. این رابطه‌ها را می‌توانیم به این شکل بازنویسی کنیم: **جرم جسم = حجم جسم × چگالی جسم** **جمعیت = مساحت × تراکم جمعیت** **فاصلهٔ دو نقطه روی نقشه = فاصلهٔ همان دو نقطه روی زمین × مقیاس نقشه**

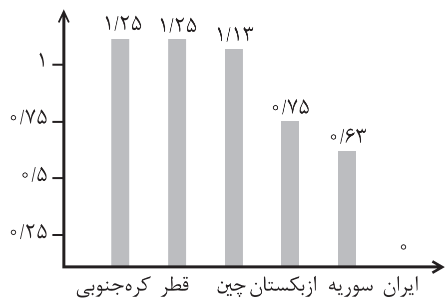
حتی می‌توانیم تصمیم بگیریم که سه رابطهٔ اول را تغییر ندهیم و برعکس، رابطهٔ چهارم را به شکل آن‌ها در بیاوریم. مثلاً فرض کنید در مسئله‌ای می‌خواهیم مقدار نیروی وارد شده را ـ با داشتن کار انجام شده و جابه‌جایی ـ پیدا کنیم. در این صورت می‌توانیم هر دو طرف رابطه را بر مقدار جابه‌جایی تقسیم کنیم: $\dfrac{\text{نیرو} \times \text{جابه‌جایی}}{\text{جابه‌جایی}} = \dfrac{\text{کار}}{\text{جابه‌جایی}}$ و آن‌گاه خواهیم داشت: $\text{نیرو} = \dfrac{\text{کار}}{\text{جابه‌جایی}}$

بنابراین در هر چهار مسئله، با رابطه‌هایی که شبیه هم هستند رو به رو هستیم و راه حل آن‌ها شبیه یکدیگر است.

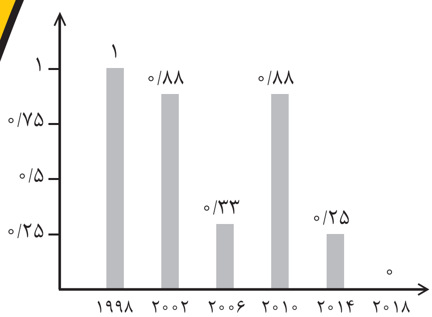
بهترین صعود

جعفر اسدی گرمارودی

این روزها، در حال و هوای قرعه‌کشی مسابقات جام جهانی فوتبال ۲۰۱۸ روسیه هستیم. تیم ملی فوتبال ایران در پنج دوره موفق به صعود شده است. همان‌طور که می‌دانید، جام جهانی فوتبال هر چهار سال یک بار برگزار می‌شود. تیم ملی کشورمان در دوره‌های ۱۹۷۸، ۱۹۹۸، ۲۰۰۶، ۲۰۱۴ و ۲۰۱۸ به جام جهانی صعود کرده است. به نظر می‌رسد فوتبال ایران در رقابت با حریفان هم‌قاره‌ای خود در صعود به جام جهانی روسیه، نسبت به دوره‌های قبل با اقتدار بیشتری عمل کرده است. با گزارشی آماری ـ نموداری به مقایسهٔ دور مقدماتی شش دورهٔ اخیر (یعنی از سال ۱۹۹۸ تا ۲۰۱۸) خواهیم پرداخت تا جلوهٔ روشن‌تری از «بهترین صعود» را به نمایش بگذاریم.

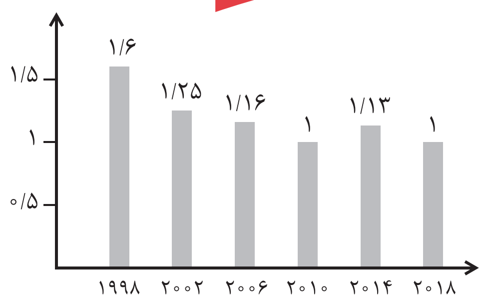


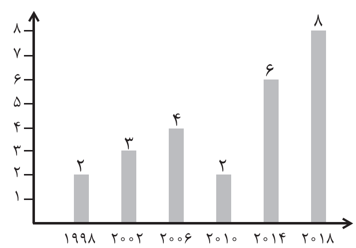
نمودار ۱ میانگین گل خورده در هر مسابقهٔ تیم‌های حاضر در گروه A مقدماتی آسیا



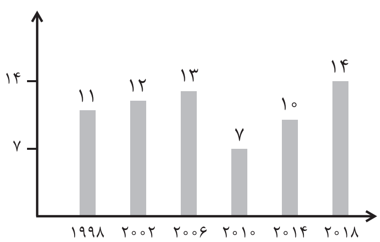
نمودار ۲ میانگین گل خورده ایران در شش دورهٔ اخیر مقدماتی جام جهانی

نمودار ۳ میانگین گل زدهٔ ایران در شش دورهٔ اخیر مقدماتی جام جهانی



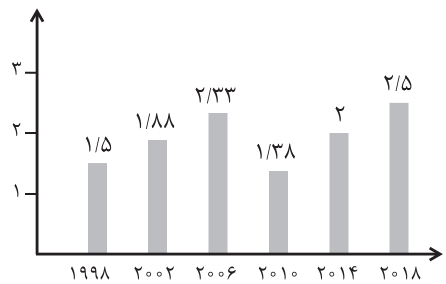


نمودار ۴ تعـــداد بازی‌هایی که در آن‌ها ایران گل نخورده است (clean sheat)



نمودار ۵ مقایسهٔ امتیاز ایران در پایان هفتهٔ ششم[1] ۶ دورهٔ اخیر مقدماتی جام جهانی

جالب است که میانگین گل زده در سال ۲۰۱۸ نسبت به دوره‌های قبل پایین‌تر بوده است. این نشان می‌دهد که در سال‌های اخیر برخی تیم‌ها از جمله ایران تمایل بیشتری به بازی تدافعی دارند. از سوی دیگر، در سال ۱۹۹۸ بالاترین میانگین گل خورده را داشتیم، ولی در عین حال از بالاترین میانگین گل زده برخوردار بودیم.



نمودار ۶ میانگین امتیاز ایران در شش دورهٔ اخیر مقدماتی جام جهانی[2]

پی‌نوشت‌ها

۱. در سـال ۲۰۰۶، دو گروه مقدماتی قارهٔ آسـیا به‌صورت چهار تیمی بود که تعداد ۶ بازی در رفت و برگشـت برگزار شـد. در حالی‌که در دوره‌های دیگر ۵ تیمی یا ۶ تیمی و تعداد بازی‌ها نیز بیشتر بود. برای مقایسهٔ بهتر این نمودار تا پایان هفتهٔ ششم ارائه شد.

۲. تمام اطلاعات آماری ارائه شده برای سال ۲۰۱۸، تا پایان بازی ازبکستان (یعنی بازی هشتم) است.

یک سوزن به پارچه
یک جوالدوز به هندسه

سپیده چمن آرا ● عکاس: اعظم لاریجانی

روی دیوار خانهٔ عمویم، تابلوی قشنگی بود. زن عمو جان می‌گفت کار دست است؛ سوزن‌دوزی است؛ از زمان خیلی قدیم، در جهیزیهٔ مادرشـون. همیشه رنگ‌هـای آن تابلو و نظمی که شـکل آن داشـت توجهـم را جلـب می‌کرد. خانم تهمینه رضائی، هنرمند و اسـتاد سـوزن‌دوزی اسـت. او کارهای خود را با هیجان و علاقه به ما نشـان می‌داد؛ که چگونـه با نخ‌هـای رنگارنگ، روی پارچه‌های ساده، با دست آن طرح‌های زیبـا را دوخته بود... ما نیز از دیدن آن همه طرح زیبا حسابی هیجان‌زده شده بودیم. بعضی از طرح‌ها شـبیه تصاویر طبیعت بود و بعضـی دیگر ما را به یاد شکل‌های هندسی و تبدیلات هندسی که در کتاب درسی ریاضی دیده بودیم می‌انداخت.

الان می‌فهمـم که آن نظـم و زیبایی که در تابلوی سـوزن‌دوزی خانهٔ عمو به چشمم می‌آمد، نظم هندسی‌ای بود که در اثر متقارن بودن طرح هندسـی آن تابلو ایجاد شده بود. **تو نیز به طرح‌ها با دقت نگاه کن.**

این تصویر تقارن مرکزی دارد یا تقارن محوری؟ چرا؟

این تصویر تقارن مرکزی دارد یا تقارن محوری؟ چرا؟

این شکل چند محور تقارن دارد؟ چرا؟

محور تقارن‌های این شکل را رسم کن.

محور تقارن‌های این شکل را نیز رسم کن.

کاشی در دل کاشی

کاشی‌کاری به روش جایگزینی

کیان کریمی خراسانی

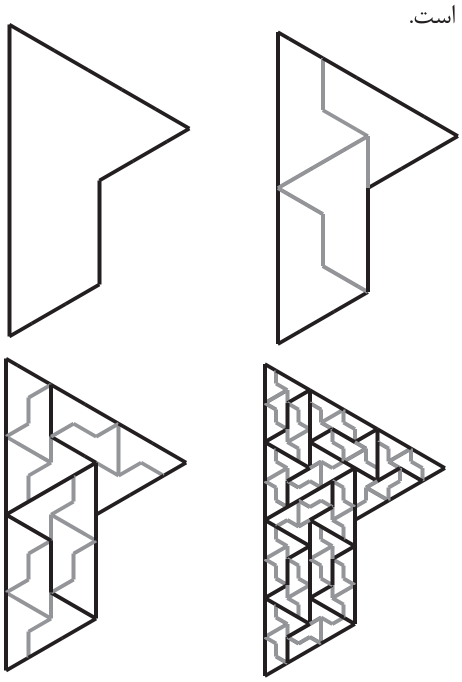
در این مطلب قصد داریم نوعی از کاشی‌کاری را معرفی کنیم که شباهت زیادی به «**فرکتال**»ها (برخاله‌ها) دارد. در این کاشی‌کاری یک کاشی می‌تواند به چندین کاشی کوچک‌تر متشابه با خودش تجزیه شود.

کاشی‌کاری به روش جایگزینی[۱] با کاشی‌هایی به نام «**رِپ تایل**»[۲] انجام می‌شود. رپ تایل شکلی است که می‌توان آن را به نسخه‌های کوچک‌تر از همان شکل تجزیه کرد. در این روش، کاشی‌کاری مرحله به مرحله انجام می‌شود، به گونه‌ای که یک چندضلعی در هر مرحله، به چندین چندضلعی کوچک‌تر دیگر تجزیه می‌شود (و درواقع با آن کاشی‌های کوچک‌تر کاشی می‌شود)؛ به طوری که:

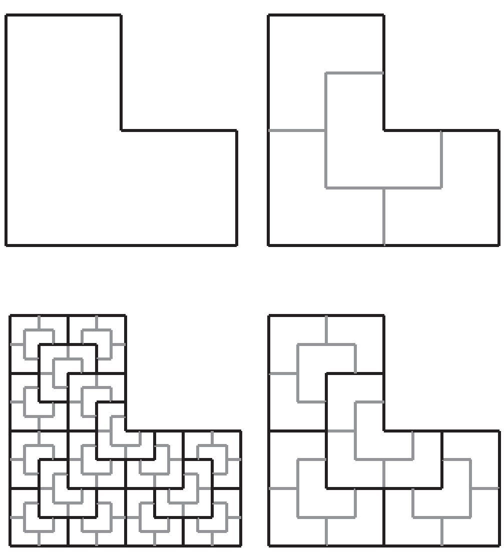
- کاشی‌های کوچک‌تر متشابه با آن چندضلعی بزرگ‌تر هستند. یعنی فقط اضلاع آن‌ها به یک نسبت کوچک‌تر شده است.
- کاشی‌های کوچک‌تر با یکدیگر متشابه هستند.

در هر مرحلهٔ این فرایند، هر کاشی به n کاشیِ کوچک‌تر تجزیه می‌شود. بنابراین پس از مرحلهٔ اول nکاشی، در مرحلهٔ دوم n^2 کاشی، در مرحلهٔ سوم n^3 کاشی و... به وجود می‌آیند. این فرایند را می‌توان فرکتالی دانست، زیرا یک کاشی را می‌توان هم در کل الگو دید و هم در اجزای آن.

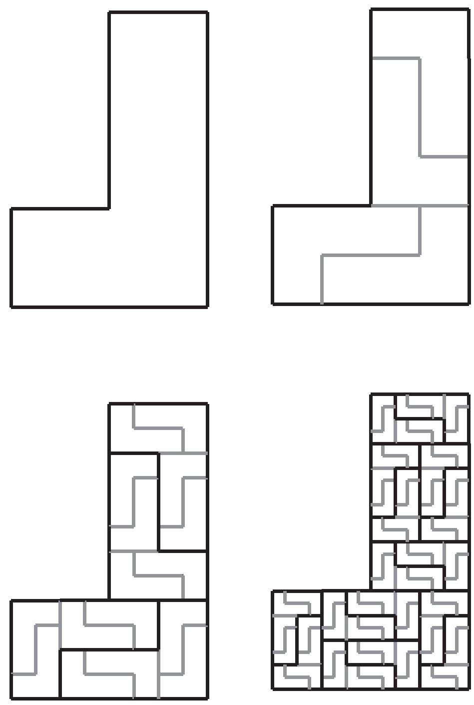
● **مثال ۱.** فرایند کاشی شدن یک پنج‌ضلعی که زاویه‌هایش °۶۰، °۱۲۰ و °۲۴۰ هستند و طول اضلاعش با اعداد ۱:۱:۱:۲:۳ متناسب است را در زیر می‌بینید. این کاشی با نام «کاشی اسفنکس»[۳] مشهور است.



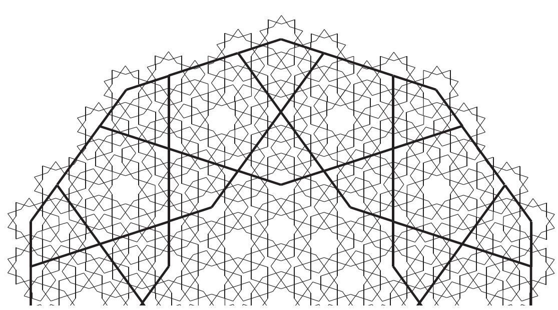
● **مثال ۲.** در شکل‌های زیر، یک کاشی Lشکل در هر مرحله به چهار کاشی Lشکل کوچک‌تر با همان نسبت‌های ضلع‌ها تجزیه می‌شود. زاویه‌ها در هر کاشی °۹۰ یا °۲۷۰ است و طول اضلاع با اعداد ۱:۱:۱:۱:۲:۲ متناسب است.



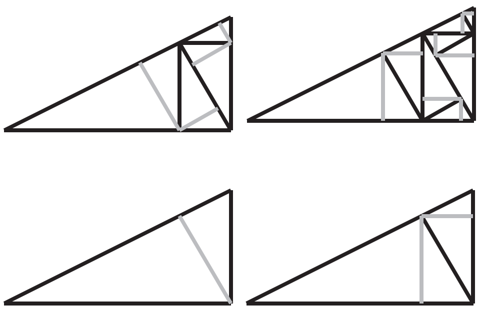
● **مثال ۳.** یک کاشی Lشکل دیگر در هر مرحله به چهار کاشی کوچک‌تر Lشکل، با همان نسبت‌های ضلع‌ها تجزیه می‌شود. زاویه‌ها در هر کاشی °۹۰ یا °۲۷۰ است و طول اضلاع با اعداد ۲:۳:۱:۲:۱:۱ متناسب است.



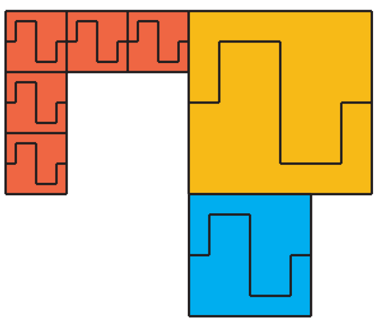
کاشی‌کاری به روش جایگزینی در معماری اسلامی یادآور مفهوم «شاه‌گره» است که در آن یک گروه هم در مقیاس بزرگ دیده می‌شود و هم در مقیاس کوچک. مثلاً در گره چینی زیر طرحی را هم در کل آن می‌توانیم مشاهده کنیم و هم در جزء آن.

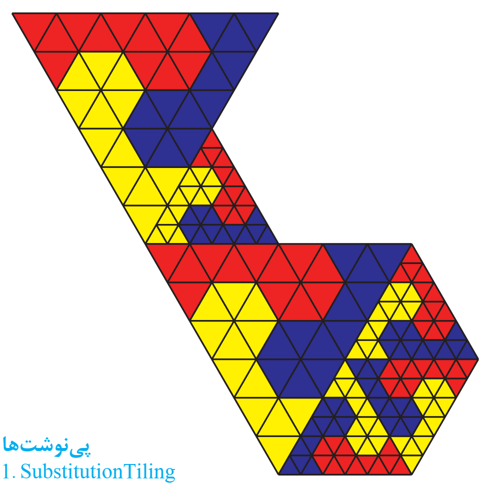


یکی از مسائل جالبی که در این نوع کاشی‌کاری مطرح می‌شود این است که آیا می‌توان کاشی‌کاری را طوری انجام داد که اندازهٔ هیچ کدام از قطعات با یکدیگر برابر نباشد؟ (البته کماکان کاشی‌ها با یکدیگر متشابه باشند.) یک پاسخِ این مسئله را می‌توانید در مثلث قائم‌الزاویه بیابید. با رسم ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث متشابه با مثلث اصلی و غیرهم‌نهشت به وجود می‌آید. این روند می‌تواند ادامه یابد.



در تصویرهای زیر دو پاسخ دیگر برای این مسئله را می‌بینید.





پی‌نوشت‌ها
1. SubstitutionTiling
2. Rep-Tile
3. Sphinx Tiling

دویدن برفراز کیلومتر

حسین نامی ساعی

چندی پیش گزارشی دربارهٔ رکورد‌داران دوهای ۱۰۰ متر، ۴۰۰ متر و ۸۰۰ متر شنیدم. رکوردهای آن‌ها چنین بود:

- رکورددار دوی ۱۰۰ متر جهانی در ۹/۵۸ ثانیه (مسابقات جهانی، برلین آلمان، ۱۶ اوت ۲۰۰۹) ـ آقای **اوسین بولت**، اهل جامائیکا
- رکورددار دوی ۴۰۰ متر المپیک در ۴۳/۰۳ ثانیه (المپیک، ریو برزیل، ۲۰۱۶) ـ آقای **واید ون کریک**، اهل آفریقای جنوبی
- رکورددار دوی ۸۰۰ متر المپیک در ۱/۴۰/۹۱ ثانیه (المپیک، لندن بریتانیا، ۲۰۱۲) ـ آقای **داوید کلوتا**، اهل کنیا.

سؤالی که برایم پیش آمد این بود که: «**اگر بخواهیم سرعت این سه دونده را با سرعت متداول خودروها مقایسه کنیم، سرعت این دوندگان چند کیلومتر بر ساعت است؟**» برای پاسخ به این سؤال، به اطلاعاتی دربارهٔ تبدیل واحدهای اندازه‌گیری نیاز داشتم.

تبدیل واحدهای اندازه‌گیری

می‌دانیم که یک کیلوگرم مساوی ۱۰۰۰ گرم، یک کیلومتر مساوی ۱۰۰۰ متر، یک ساعت مساوی ۶۰ دقیقه و یا ۳۶۰۰ ثانیه است. جرم، طول، زمان، جریان الکتریکی، دما و... از کمیت‌های اصلی اندازه‌گیری هستند. هریک از این کمیت‌ها، واحدهای اندازه‌گیری متفاوتی دارند. برای تبدیل یک واحد به واحدی دیگر، باید آن دو واحد از یک جنس باشند. مثلاً هر دو طول را اندازه بگیرند. اولین مرحله برای تبدیل دو واحد به یکدیگر، پیدا کردن رابطه میان آن دو واحد است.

چگونه واحدها را به یکدیگر تبدیل کنیم؟

برای تبدیل واحد از تناسب استفاده می‌کنیم. قبل از تشکیل تناسب و انجام هرگونه محاسبه‌ای باید ارتباط بین آن دو واحد را بدانیم. برای نمونه، هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم و هر متر ۱۰۰ سانتی‌متر است.

جدول ۱. یکاهای اصلی

کمیت	نام واحد	نماد واحد (یکا)
زمان	ثانیه	s
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
مقدار ماده	مول	mol
دمای ترمودینامیکی	کلوین	k
جریان الکتریکی	آمپر	a
شدت روشنایی	شمع	cd

جدول ۲. ضرایب منفی

نماد ضریب	نام ضریب یکا	ضریب یکا
d	دسی	$۱۰^{-۱}$
c	سانتی	$۱۰^{-۲}$
m	میلی	$۱۰^{-۳}$
µ	میکرو	$۱۰^{-۶}$
n	نانو	$۱۰^{-۹}$
p	پیکو	$۱۰^{-۱۲}$
f	فمتو	$۱۰^{-۱۵}$
a	اتو	$۱۰^{-۱۸}$
z	زپتو	$۱۰^{-۲۱}$
y	یوکتو	$۱۰^{-۲۴}$

جدول ۳. ضرایب مثبت

نماد ضریب	نام ضریب یکا	ضریب یکا
da	دکا	$۱۰^{۱}$
h	هکتو	$۱۰^{۲}$
k	کیلو	$۱۰^{۳}$
M	مگا	$۱۰^{۶}$
G	گیگا	$۱۰^{۹}$
T	ترا	$۱۰^{۱۲}$
P	پتا	$۱۰^{۱۵}$
E	اِکسا	$۱۰^{۱۸}$
Z	زتا	$۱۰^{۲۱}$
Y	یوتا	$۱۰^{۲۴}$

مثال ۱. ۳۰ گرم چند کیلوگرم است؟
می‌دانیم که هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است.
بنابراین یک تناسب تشکیل می‌دهیم:

گرم	کیلوگرم
۱۰۰۰	۱
۳۰	x

و x برابر است با: $x=\frac{۳۰\times ۱}{۱۰۰۰}=۰/۰۳$

حالا برگردیم به سؤالی که دربارهٔ دوندگان ۱۰۰ متر، ۲۰۰ متر و ٤۰۰ متر داشتیم:

سؤال اول. آقای اوسین بولت ۱۰۰ متر را در ۹/۵۸ ثانیه دویده است. به‌طور متوسط، سرعت او در این ۱۰۰ متر چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

با توجه به اینکه هر متر $۱۰^{-۳}$ یا ۰/۰۰۱ کیلومتر و هر ثانیه $\frac{۱}{۳۶۰۰}$ ساعت است، با دو تا تناسب به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

متر	کیلومتر
۱۰۰۰	۱
۱۰۰	x

$x=\frac{۱۰۰}{۱۰۰۰}=۰/۱$ کیلومتر

ثانیه	کیلومتر
۹/۵۸	۰/۱
۳۶۰۰	y

$y=\frac{۳۶۰۰\times ۰/۱}{۹/۵۸}=۳۷/۵۷$ ساعت

بنابراین سرعت او در دوی صد متر به‌طور میانگین ۳۷/۵۷ کیلومتر بر ساعت بوده است.

سؤال دوم. آقای واید ون کریک دوندهٔ دو ۴۰۰ متر که ۴۰۰ متر را در ۴۳/۰۳ ثانیه دویده است، به‌طور میانگین سرعتش در این ۴۰۰ متر چند کیلومتر در ساعت است؟

برای پاسخ به این سؤال هم مانند سؤال قبلی عمل می‌کنیم. $\frac{۰/۴\times ۳۶۰۰}{۴۳/۰۳}=۳۳/۴۶۵$ **یعنی سرعت آقای ون کریک در دوی ۴۰۰ متر به‌طور میانگین ۳۳/۴۶۵ کیلومتر در ساعت بوده است.**

سؤال سوم: داوید لکوتا ۸۰۰ متر را در ۱/۴۰/۹۱ (۱ دقیقه و ۴۰/۹۱ ثانیه) دویده است. سرعت آقای لکوتا در این ۸۰۰ متر به‌طور میانگین چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

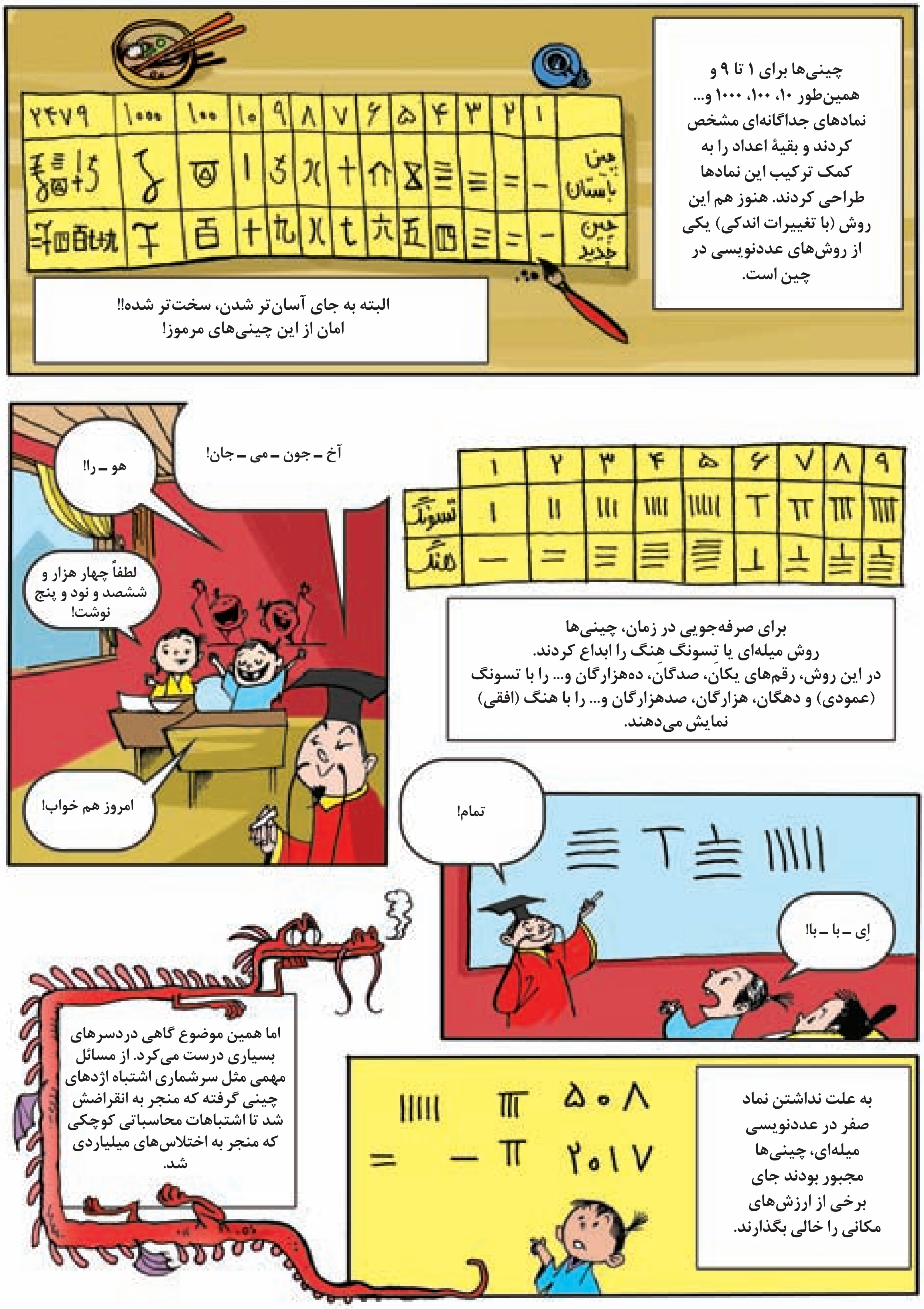
برای پاسخ به این سؤال ابتدا زمان یک دقیقه و چهل ثانیه و نود و یک صدم ثانیه را برحسب ثانیه بیان می‌کنیم:
$۶۰+۴۰+۰/۹۱=۱۰۰/۹۱s$

و اگر مانند سؤالات قبلی عمل کنیم، خواهیم دید که لکوتا ۸۰۰ متر را به‌طور میانگین با سرعت ۲۸/٥٤ کیلومتر در ساعت دویده است. شما خودتان محاسبات آن را انجام دهید. راستی، کدام دونده سریع‌تر از بقیه دویده است؟

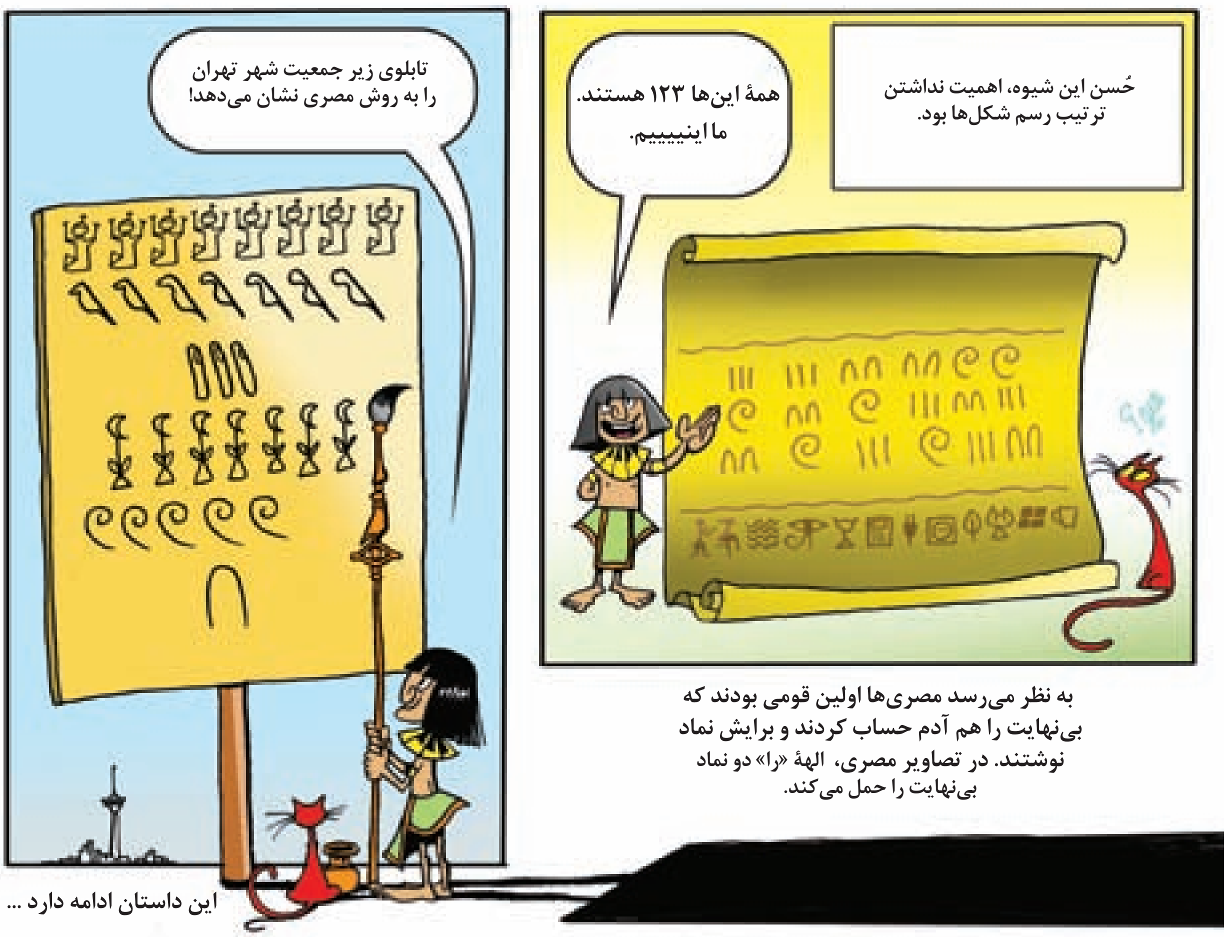
اعداد کانگورویی اعداد مومیایی

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی
تصویرگر: سام سلماسی

در دو شمارهٔ قبلی ابتدا به تاریخچهٔ عددنویسی در زمان‌های خیلی قدیم پرداخته و سپس مختصری از عددنویسی در اقوام و تمدن‌های باستانی آمریکای لاتین گفتیم. در این شماره می‌خواهیم به سراغ اقیانوسیه (استرالیا)، شرق دور (چین) و شمال آفریقا (مصر) برویم.


چینی‌ها برای ۱ تا ۹ و همین‌طور ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... نمادهای جداگانه‌ای مشخص کردند و بقیهٔ اعداد را به کمک ترکیب این نمادها طراحی کردند. هنوز هم این روش (با تغییرات اندکی) یکی از روش‌های عددنویسی در چین است.
۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۰۰ ۱۰۰۰ ۲۴۷۹
چین باستان
چین جدید
البته به جای آسان‌تر شدن، سخت‌تر شده!!
امان از این چینی‌های مرموز!
۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹
تسونگ
هنگ
برای صرفه‌جویی در زمان، چینی‌ها روش میله‌ای یا تِسونگ هنگ را ابداع کردند.
در این روش، رقم‌های یکان، صدگان، ده‌هزارگان و... را با تسونگ (عمودی) و دهگان، هزارگان، صدهزارگان و... را با هنگ (افقی) نمایش می‌دهند.
آخ ـ جون ـ می ـ جان!
هو ـ را!!
لطفاً چهار هزار و ششصد و نود و پنج نوشت!
امروز هم خواب!
تمام!
اِی ـ با ـ با!
به علت نداشتن نماد صفر در عددنویسی میله‌ای، چینی‌ها مجبور بودند جای برخی از ارزش‌های مکانی را خالی بگذارند.
۵۰۸
۲۰۱۷
اما همین موضوع گاهی دردسرهای بسیاری درست می‌کرد. از مسائل مهمی مثل سرشماری اشتباه اژدهای چینی گرفته که منجر به انقراضش شد تا اشتباهات محاسباتی کوچکی که منجر به اختلاس‌های میلیاردی شد.


چند کیسه چای داریم سفارش؟
چای سیاه ۴ یا ۴۰۰ یا ۴۰۰۰۰ کیلو
چای سبز ۶۰۰۲ یا ۶۰۰۰۰۲ کیلو
به همین خاطر، کمی بعد (تقریباً ۲۰۰۰ سال!!) صفر را هم به نمادهایشان اضافه کردند.
چند کیسه چای داریم سفارش؟
چای سیاه ۴۰۰ کیلو
چای سبز ۶۰۰۲ کیلو
چینی‌ها با همین اعداد میله‌ای و تنها با استفاده از رنگ سیاه اعداد منفی را هم می‌نوشتند. گمان می‌شود که آن‌ها اولین کسانی بودند که اعداد منفی را ابداع کردند. البته بعدها که مداد قرمز کمیاب شد، مجبور شدند نماد جدیدی برای آن‌ها در نظر بگیرند تا با مثبت‌ها قاطی نشوند!
۴
۴ خیلی قدیم
۴ قدیم
گمان می‌رود که پیدایش چرتکه نیز به همین اعداد میله‌ای مربوط است. البته به دلیل جدا بودن ستون‌ها در چرتکه، نیازی به نمایش افقی اعداد (هِنگ) نبوده.
از آنجایی که چینی‌ها دوست نداشتند کسی از کارشان سر در بیاورد، برای امور بازرگانی خود عددهای جدیدی طراحی کردند که هیچ بیگانه‌ای عمراً چیزی از آن نفهمد.
۰
۱
۲
۳
۴
۵
۶
۷
۸
۹
۱۰
۱۰۰
۱۰۰۰
اما بعدها به‌خاطر افزایش تعامل با دیگر کشورها مجبور شدند بی‌خیال این اعداد راز آلود بشوند.
How much?!!
۱۰ دلار، مِس- تِرا!
عددنویسی در مصر باستان بسیار شبیه چین باستان بود؛ هم به خاطر ساختار دهدهی‌اش و هم به خاطر شکل‌های عجیب و غریبش.
انگشت ۱
طناب ۱۰
یک حلقه طناب ۱۰۰
لوتوس ۱۰۰۰
انگشت بزرگ ۱۰۰۰۰
بچه قورباغه ۱۰۰۰۰۰
۱۰۰۰۰۰۰



تکلیف شب

سال تولد خودت و هر یک از اعضای خانواده‌ات را به زبان های زیر بنویس:

- مصری:
- چینی باستانی:
- چینی میله‌ای:

- کوموگالی:

خطر تاول زدگی دست وجود دارد!

هنوز داری می‌نویسی؟
به نظرم بی‌خیال شو!

یک مسئله، چند راه‌حل

داود معصومی مهوار

اتوبوسی ۴۰ مسافر و یک راننده دارد. راننده هیچ پولی ندارد. کرایهٔ هر مسافر برابر ۱۵ تومان است. هر مسافر دست‌کم به اندازهٔ کرایهٔ خود پول دارد. هیچ دو نفری با هم نیستند و هرکس باید تنها کرایهٔ خود را بدهد. مسافران تنها سکه‌های ۱۰، ۲۰ و ۲۵ تومانی دارند. می‌دانیم که مجموع پول مسافران روی هم ۹۹۵ تومان است. آیا حالتی وجود دارد که مسافران بتوانند کرایه‌های خود را بی‌بیش و کم پرداخت کنند و بروند؟ اگر بله، چه جور؟ اگر نه، چرا؟

مسئله به نظر ساده نمی‌آید، ولی درسی بزرگ را همین الان یاد بگیرید:
«از مسئله نترسید و هرچه می‌فهمید بنویسید، حتی اگر به نظرتان بسیار ساده بیایند و کارگشا نباشند.»
بسیاری از مسئله‌های به ظاهر دشوار با همین فهم‌های ساده و به نظر بی‌فایده حل می‌شوند. پس خیلی سرراست سراغ مطالب ساده‌ای می‌رویم که به ذهن می‌رسند.

۱. یکی از راه‌های پرداخت کرایه این است که مسافر ۲۵ تومانی بدهد و ۱۰ تومانی پس بگیرد.
۲. یکی از راه‌های پرداخت کرایه این است که مسافر ۴۰ تومان بدهد و ۲۵ تومانی پس بگیرد.
۳. پرداخت ۴۰ تومان در بند پیش به سه روش شدنی است.
۴. یکی از راه‌های پرداخت کرایه این است که مسافر ۳۵ تومان بدهد و ۲۰ تومانی پس بگیرد.
۵. هر مسافر به اندازهٔ کرایهٔ خود پول دارد. پس هر مسافر دست‌کم ۱۵ تومان پیش خود پول دارد.
۶. بند ۵ شدنی نیست. (چرا؟) پس هر مسافر دست‌کم ۲۰ تومان پیش خود پول دارد.
۷. بند ۶ هم شدنی نیست. (چرا؟) پس هر مسافر پیش خود دست‌کم ۲۵ تومان پول دارد.
۸. کرایهٔ هر نفر ۱۵ تومان است. پس کرایهٔ همهٔ ۴۰ مسافر، روی هم ۶۰۰ تومان است.
۹. پول همهٔ مسافران روی هم ۹۹۵ تومان است. پس همهٔ مسافران روی هم، دست‌کم یک سکهٔ ۲۵ تومانی دارند.
۱۰. از بند ۹ می‌فهمیم که تعداد سکه‌های ۲۵ تومانی که پیش مسافران است، زوج نیست. بلکه فرد است.
۱۱. همهٔ ۴۰ مسافر روی هم ۹۹۵ تومان پول دارند. یعنی تقریباً سهم هر کس از این پول ۹۹۵ تومان تقسیم بر ۴۰ است. یعنی تقریباً هر کس ۲۴/۸۷۵ تومان پول دارد.
۱۲. شدنی نیست که هر کس ۲۴/۸۷۵ تومان پول داشته باشد. پس برخی بیش از این مقدار و برخی کمتر از این مقدار پول دارند. پول هر مسافر باید مجموعی از عددهای ۱۰، ۲۰ و ۲۵ باشد.
۱۳. هیچ‌کس نمی‌تواند در آغاز کرایهٔ خود را بدهد و برود. چون راننده هیچ پولی ندارد. پس نفر نخست باید پول خود را به راننده بدهد و منتظر بایستد تا راننده بقیهٔ پول او را از نفر یا نفرهای بعدی بگیرد و بدهد.
۱۴. یک مثال خوب این است که **حسن** ۲۵ تومان داشته باشد و **محبوبه** ۴۰ تومان (مثلاً دو ۱۰ تومانی و یک ۲۰ تومانی) و هر دو پولشان را به راننده بدهند. حسن یک ۱۰ تومانی از راننده بگیرد و محبوبه هم یک ۲۵ تومانی از راننده بگیرد و هر دو پیاده شوند و بروند.
۱۵. مثال بند ۱۴ را می‌توان طوری کامل‌تر کرد که حسن و **بهرام** هر یک ۲۵ تومان داشته باشند و هر یک ۱۰ تومان بگیرند و محبوبه هم ۲۵ تومان بگیرد و هر سه پیاده شوند.

می‌توان بندهایی مانند بندهای ۱۴ و ۱۵ را برای تعداد بیشتری از مسافران بررسی کرد. ولی خوب است که همین نتیجه‌ها را بار دیگر بخوانیم و تلاش کنیم تا ارتباطی احتمالی را بین آن‌ها ببینیم و بفهمیم. به بندهای ۷ و ۱۱ بیشتر توجه کنید. مسئله تقریباً حل شده است.

هر مسافر دست‌کم به اندازهٔ کرایهٔ خود پول دارد. یعنی هر مسافر باید دست‌کم ۱۵ تومان پول داشته باشد. با توجه به اندازه‌های سکه‌های موجود، این شدنی نیست. سکه‌ها ۱۰، ۲۰ و ۲۵ تومانی هستند. پس برای اینکه هر کس کرایهٔ خود را داشته باشد، هر کس باید دست‌کم ۲۰ تومان پول داشته باشد. اما این هم شدنی نیست. زیرا چنان‌که مسئله گفته است، هر مسافر باید تنها کرایهٔ خود را بدهد و برود. اگر مسافری تنها ۲۰ تومان پول داشته باشد، راننده به هیچ روشی نمی‌تواند باقی پول او یعنی، ۵ تومان را بپردازد. پس هر مسافر باید دست‌کم ۲۵ تومان پول پیش خود داشته باشد (و در غیر این صورت تصور پرداخت کرایه‌ها شدنی نیست). این یعنی مجموع پول همهٔ ۴۰ مسافر روی هم برابر ۱۰۰۰ تومان است. اما بنا بر گفتهٔ مسئله این مقدار ۹۹۵ تومان است. پس به هر حال پرداخت کرایهٔ مسافران به هیچ روشی شدنی نیست.

از بندهای ۱ و ۲ و ۴ می‌توان چیز نویی فهمید. شاید خیلی بیهوده به نظر برسد، ولی قرار شد هر نتیجه‌ای را بنویسم.

از این سه بند می‌توان فهمید که:

راه‌اول

۱۶ هر مسافر پس از پرداخت کرایهٔ خود و پیاده شدن از اتوبوس، حتماً همراه خود پول دارد.

نتیجهٔ بعدی هم ساده است:

۱۷ هر مسافر پس از پرداخت کرایه و پیاده شدن، دست‌کم ۱۰ تومان پول همراه خود دارد.

امیدوارم نتیجهٔ بعدی را زودتر از من نوشته باشید:

۱۸ مسافران پس از پرداخت کرایه و پیاده شدن، دست‌کم ۴۰۰ تومان پول با خود به بیرون اتوبوس برده‌اند.

حالا بار دیگر بندهای ۱ تا ۱۸ را بخوانید و تلاش کنید ارتباط احتمالی آن‌ها را ببینید و بفهمید.

راه‌دوم

با توجه به سکه‌هایی که مسافران دارند، هیچ مسافری نمی‌تواند ۱۵ تومان کرایهٔ خود را بدهد و برود. پس هر مسافر دست‌کم با ۱۰ تومان پول از اتوبوس بیرون می‌رود. یعنی اگر فرض کنیم که بالاخره ترتیبی وجود دارد که مسافران بتوانند کرایهٔ خود را بپردازند و بروند، این ۴۰ مسافر در مجموع ۴۰۰ تومان پول را با خود به بیرون اتوبوس می‌برند. از طرف دیگر، مجموع همهٔ پول‌های مسافران برابر ۹۹۵ تومان بوده است. پس بیشینهٔ پولی که می‌تواند نزد راننده در اتوبوس باقی بماند، برابر ۹۹۵ تومان منهای ۴۰۰ تومان است. یعنی بیشینهٔ پولی که به‌عنوان کرایه می‌تواند نزد راننده بماند ۵۹۵ تومان است. در حالی‌که کرایهٔ ۴۰ مسافر برابر ۶۰۰ تومان است. پس پرداخت کرایهٔ مسافران به هیچ روشی شدنی نیست.

راه سوم

این راه‌حل شباهت زیادی به راه‌حل‌های پیشین دارد. از این‌رو حتی خود راه‌حل را خلاصه می‌نویسیم و خود شما تلاش کنید تا آن را به درستی بنویسید:

فرض می‌کنیم که مسافران بتوانند هر یک کرایهٔ خود را بپردازند و از اتوبوس پیاده شوند. در این صورت در پایان ۶۰۰ تومان پول پیش راننده خواهد ماند و ۳۹۵ تومان از اتوبوس بیرون خواهد رفت. اما چنین چیزی شدنی نیست.

برای اینکه بتوانید درس بزرگی را تمرین کنید، این مسئله را کمی تغییر می‌دهیم (بعدها تغییر مسئله و ساخت مسئله را نیز تمرین خواهیم کرد.) ببینید:

اتوبوسی ۴۰ مسافر و یک راننده دارد. راننده هیچ پولی ندارد. کرایهٔ هر مسافر برابر ۱۵ تومان است. هر مسافر دست‌کم به اندازهٔ کرایهٔ خود پول دارد. هیچ دو نفری با هم نیستند و هر کس باید تنها کرایهٔ خود را بدهد. مسافران تنها سکه‌های ۱۰، ۲۰ و ۲۵ تومانی دارند. **می‌دانیم که مسافران روی هم ۶۳ تا سکه دارند.** آیا حالتی وجود دارد که مسافران بتوانند کرایه‌های خود را بی‌بیش و کم پرداخت کنند و بروند؟ اگر بله، چگونه؟ اگر نه، چرا؟

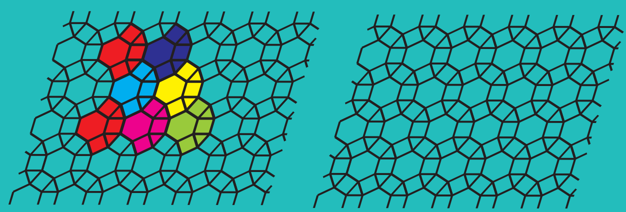
باز هم ساده‌ترین نتیجه‌گیری‌هایی که به نظر هر کسی می‌رسد، در این مسئله تقریباً بخش عمدهٔ راه‌حل هستند. **خجالت نکشید و دست‌کم پیش خودتان و روی یک کاغذ، هرچه را می‌فهمید بنویسید.**

اگر بتوانید چنین کنید، بزرگ‌ترین گام را در جهت حل مسئله برداشته‌اید. پس تمرین کنید.

با هم مسئله حل کنیم

کیان کریمی خراسانی

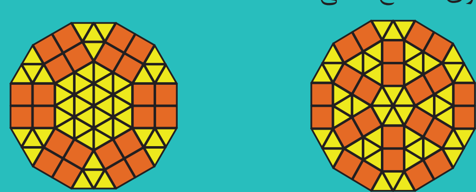
«واگیره» شکلی است که از تکرار آن یک الگوی کاشی‌کاری به دست می‌آید. برای آشنایی بیشتر با واگیره، به مطلب چاپ شده در شمارهٔ ۸۳ این مجله مراجعه کنید.در الگوی تصویر زیر، هر واگیره از یک شش‌ضلعی منتظم، دو مثلث متساوی‌الاضلاع و سه مربع تشکیل می‌شود.



یک

اکنون شما سعی کنید،در الگوی زیر تصویر یک واگیره را پیدا کنید و آن را رنگ کنید.

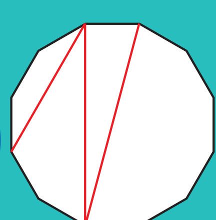
در تصویر مقابل،در به دو طریق سطح یک دوازده‌ضلعی منتظم با مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع کاشی شده است.



دو

الف. مساحت یک دوازده‌ضلعی منتظم به ضلع ۱ را به دست آورید.

ب. در یک دوازده‌ضلعی منتظم به طول ضلع ۲، طول قطرهای مشخص شده را به دست آورید.



پاسخ‌ها در وبلاگ اختصاصی مجله

سیدمحمدمهدی موسوی، ۱۳ ساله، از مشهد

حاصل ضرب‌های نادرست

از میان نامه‌ها

با سـلام. شـما در شمارهٔ دوم مجلهٔ برهان در صفحهٔ ۲۷ متنی را چاپ کرده بودید با نام «ایده‌های متین» و برای آن دلیل خواسته بودید.

ما جفت عددهایی داریم که مجموع همه‌شان ۹ است:

(۴،۵) (۳،۶) (۲،۷) (۱،۸) (۰،۹)

طبق کتاب‌هایی که من خوانده‌ام، به این کار جمع آخر عدد می‌گویند که کاربردش در امتحان سریع ضرب است (جمع آخر عدد: آن‌قدر رقم‌های عدد را جمع کنیم تا به یک رقم برسیم).

مثلاً داریم:

۱۷×۲۵=۴۲۵

می‌خواهیم بدانیم درست انجام شده است یا نه؟

۸ ← ۱۷   ۷ ← ۲۵   ۲ ← ۴۲۵

اگر حاصل‌ضرب جمع آخرها برابر جمع آخر جواب نشود، یعنی ضرب درست انجام نشده است. که داریم:

۸×۷=۵۶   ۲ ← ۵۶

توجه کنید، این روش نمی‌گوید که ضرب حتماً درست است، اما اگر جمع آخرها یکی نشود، یعنی حتماً حتماً حتماً حتماً، ضرب نادرست است. خب حالا کل این‌ها را گفتم تا بتوانیم بگوییم: ما در جمع آخر می‌توانیم هرگاه به رقم ۹ رسیدیم، به جای آن صفر بگذاریم؛ مثلاً:

۶۷۹۱ ← ۱+۹+۷+۶=۲۳ ← ۵

۶۷۹۱ ← ۶+۷+۰+۱=۱۴ ← ۵

دلیل آن هم ساده است: جمع با ۹ باعث می‌شود، از یکان یکی کم شود و به دهگان یکی اضافه شود که در جمع آخر تأثیری ندارد. پس حکم ثابت می‌شود. در ضمن من از طرف خودم کتاب «ضرب سریع» از مجموعه کتاب‌های «محاسبات سریع» از آقای **مصطفی باقری** از انتشارات «مهر و ماه» را معرفی می‌کنم. حال ضرب زیر را ببینید:

۲۳۴۹=۲۷×۸۷

داریم:

۷+۲=۹ ← ۰   ۸+۷=۱۵ ← ۶

۶×۰=۰

۲+۳+۴+۹=۱۸ ← ۹ ← ۰

پس ضرب نادرست نیست!


از میان نامه‌های شما

ایده‌های متین

چند وقت پیش، نامه‌ای به دستمان رسید از بهشهر مازندران. در این نامه دوست نوجوانمان، **متین کلاکر** که در پایهٔ پنجم دبستان غیردولتی فردوسی تحصیل می‌کرد ـ و الآن باید دانش‌آموز پایهٔ هفتم باشد ـ برایمان ایدهٔ یک بازی ریاضی را نوشته بود. ایدهٔ او چنین بود:

جفت عددهای (۰،۹)، (۱،۸)، (۲،۷)، (۳،۶) و (۴،۵) را در نظر بگیرید. مجموع هر جفت از این اعداد، ۹ است. حال دو عدد را در نظر بگیرید، مثل ۴۲ و ۳۶.

آن‌ها را با جمع کنید: ۳۶+۴۲=۷۸

مجموع ارقام حاصل‌جمع را حساب کنید (اگر نتیجهٔ آن، یک رقمی نشد، باز هم مجموع ارقام حاصل‌جمع ارقام را حساب کنید و این کار را آن‌قدر ادامه دهید که حاصل، یک عدد یک رقمی بشود):

۷۸ ← ۷+۸=۱۵ ← ۱+۵=۶

اکنون یکی از جفت عددهای بالا را ـ که مجموعشان ۹ است ـ انتخاب کنید و هر یک را با یکی از اعداتان جمع کنید. مثلاً (۲،۷)، و دوباره حاصل‌جمع اعداد جدید را به‌دست آورید:

(۳۶+۷)+(۴۲+۲)=۴۳+۴۴=۸۷

و دوباره مجموع ارقام:

۸۷ ← ۸+۷=۱۵ ← ۱+۵=۶

باز هم ۶ شد!

بیایید با اعداد دیگری امتحان کنیم:

۷۳۹+۲۵۳=۹۹۲ ← ۹+۹+۲=۲۰ ← ۲+۰=۲

(۷۳۹+۵) + (۲۵۳+۴)=۱۰۰۱ ← ۱+۰+۰+۱=۲

باز هم مجموع ارقام حاصل‌جمع‌ها، یکسان شد.

این موضوع برای هر دو عدد با هر تعداد رقم، درست است:

۴+۷=۱۱ ← ۱+۱=۲

(۴+۳)+(۷+۶)=۷+۱۳=۲۰ ← ۲+۰=۲

یا:

۳۴۷۸۲۵۴+۱۲۵۸=۳۴۷۹۵۱۲ ← ۳+۴+۷+۹+۵+۱+۲=۳۱ ← ۳+۱=۴

(۳۴۷۸۲۵۴+۰)+(۱۲۵۸+۹)=۳۴۷۹۵۲۱ ← ۳+۴+۷+۹+۵+۲+۱=۳۱ ← ۳+۱=۴

بد نیست بدانید که این جفت عددها را، اگر از دو عددی که جمع زدیم نیز کم کنیم، باز هم مجموع رقم‌های حاصل‌جمع اعداد جدید با مجموع رقم‌های حاصل‌جمع اعداد اصلی‌مان یکی خواهد بود:

۷۹+۹۵=۱۷۴ ← ۱+۷+۴=۱۲ ← ۱+۲=۳

(۷۹−۳)+(۹۵−۶)=۱۶۵ ← ۱+۶+۵=۱۲ ← ۱+۲=۳

متین در نوشتهٔ خود، چیزی دربارهٔ دلیل درستی این امر ننوشته است، ولی حتماً در ذهن اکثر شما این سؤال ایجاد شده است که چرا چنین چیزی اتفاق می‌افتد؟ خوب است روی آن فکر کنید و دلایل خود را برای ما بفرستید.

بچرخ تا بچرخیم

سمیه سادات میرمعینی

اشاره

کاربردهای ریاضی در زندگی و کشف نحوهٔ استفاده از آن‌ها، یادگیری ریاضی را شیرین و لذت‌بخش می‌کند. یکی از مباحث ریاضی که کاربردهای متفاوت و فراوانی از آن را در محیط اطراف می‌توان مشاهده کرد، «دوران» است. کاربردهای زیبایی از دوران در طبیعت و آثار گوناگون هنری و مذهبی وجود دارند و برای خلق بسیاری از آثار، هنرمندان از این مفهوم استفاده کرده‌اند. گاهی دوران دادن یک شکل با زاویه‌ای غیر از ۹۰ درجه، کمی برای دانش‌آموزان چالش‌برانگیز است.

با چند نفر از دوستانتان فعالیت زیر را انجام دادیم. دانش‌آموزان هم لذت بردند، هم با چگونگی انجام دوران شکل دور یک نقطهٔ ثابت بیشتر آشنا شدند.

مرحلهٔ اول

دانش‌آموزان به گروه‌های متفاوت تقسیم شدند و هر یک از گروه‌ها شکل هندسی متفاوتی را با ایستادن ایجاد کردند. آن‌ها با گچ چندضلعی‌هایی را روی زمین رسم کردند. همچنین در گروه‌های مختلف در رأس هر یک از شکل‌ها قرار گرفتند و شکل مورد نظر گروه خود را ساختند. مثلاً یک گروه مربع و گروه دیگر متوازی‌الاضلاع ساخت.

مرحلهٔ دوم

برای هر یک از گروه‌ها یک کاغذ دایره‌شکل خیلی کوچک سیاه به‌عنوان مرکز دوران در نظر گرفته شد و این مرکزهای دوران را برای هر یک از شکل‌ها و گروه‌ها در نقاط متفاوتی از زمین قرار دادیم.

مرحلهٔ سوم

باید فاصلهٔ هر یک از دانش‌آموزان را که در رأس‌های شکل قرار داشتند تا مرکز دوران مربوط به آن گروه اندازه می‌گرفتیم. برای این کار، هم می‌شد دانش‌آموزان از جای خود تا مرکز دوران روی یک خط مستقیم حرکت کنند و قدم‌های خود را بشمارند، هم می‌شد طنابی را از مرکز دوران تا محل ایستادن هر دانش‌آموز ـ یعنی آن رأس شکل ـ به‌صورت صاف و مستقیم کشید و طول طناب را اندازه گرفت. به نظر شما کدام راه دقیق‌تر است؟

مرحلهٔ چهارم

در این مرحله، هر نقطه (دانش‌آموز) باید به اندازه زاویهٔ تعیین شده (مثلاً ۴۵ْ) دور مرکز دوران می‌چرخید. برای این کار باید روی یک خط راست، از محل خود به سمت مرکز دوران حرکت می‌کرد و سپس در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت و به کمک یک نقاله، به اندازهٔ زاویهٔ مورد نظر می‌چرخید، و بعد دوباره روی یک خط راست به اندازهٔ فاصله‌ای که در مرحلهٔ قبل گرفته بود، حرکت می‌کرد و از نقطهٔ مرکز دوران دور می‌شد تا به محل جدید خود برسد.

مرحلهٔ پنجم

تمام گروه‌ها، رأس‌های شکل گروه خود را به همین ترتیب با زاویه و مرکز دوران مورد نظر دوران دادند. شکل جدید ایجاد شده در هر گروه، دوران یافتهٔ شکل اولیهٔ آن گروه بود.

دانش‌آموزان عزیز شما هم می‌توانید این فعالیت را با دوستان خود به‌صورت مسابقه انجام دهید و از آن لذت ببرید. یک نفر می‌تواند به‌عنوان داور و شروع‌کنندهٔ بازی به همهٔ گروه‌ها زاویه و مرکز دوران را اعلام کند.

بعد از اعلام داور بازی شروع می‌شود. گروهی برنده است که شکل را به صورت صحیح و زودتر از گروه‌های دیگر دوران دهد.

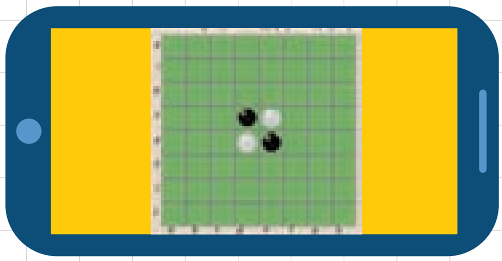
بازی‌های اندرویدی AndroidGames

اُتِلو

زهرا صباغی / کیمیا هاشمی

بـازی اتللو[1] یک بازی دونفره اسـت که در یک پهنهٔ شـبکه‌ای ۸×۸ انجام می‌شود. در آغاز بازی تنها چهار مهره از ۶۴ مهرهٔ بازی آن‌طور که در شکل ۱ می‌بینید، در مرکز پهنه چیده می‌شوند.

شکل ۱



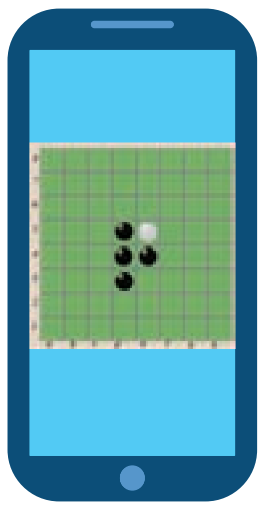
هرکدام از ۶۴ مهرهٔ بازی یک روی سـفید و یک روی سیاه دارد. هر یک از دو بازیکن باید رنگی را انتخاب و بازی کند.

برنده کیست؟ برنده کسی است که در پایان بازی مهره‌های بیشتری را تصرف کرده باشد و به رنگ خودش درآورده باشد.

آخر بازی چه هنگامی است؟ آخر بازیِ هنگامی است که هیچ یک از دو بازیکن نتواند حرکت مجازی انجام دهد؛ مثلاً هنگامی که همهٔ ۶۴ مهره در پهنه چیده شده باشند و خانه‌ای خالی نمانده باشد. همچنین گاهی ممکن است هنوز خانهٔ خالی وجود داشته باشد، ولی هیچ حرکت مجازی برای هیچ یک از دو بازیکن وجود نداشته باشد. حرکت در این بازی نوبتی است. اما اگر بازیکنی هیچ حرکت مجاز ممکنی نداشته باشد، نوبتش می‌سوزد و از دستش می‌رود.

اما حرکت مجاز چیست؟

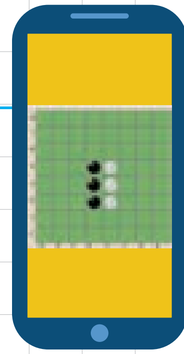
بازیکـن باید یک مهره از رنگ خود را در خانه‌ای بگذارد که این مهرهٔ جدید با یکی از مهره‌های هم‌رنگ قبلی (موجود در پهنه) در یک امتداد افقی، عمودی یا اریب (با شیب ۴۵ درجه یا منهای ۴۵ درجه) باشد، و همچنین همهٔ مهره‌های بین این دو مهره از رنگ حریف باشند. او با این حرکت همهٔ مهره‌های یاد شدهٔ حریف (که بین دو مهرهٔ او هستند) را تصرف می‌کند و مهره‌ها را برمی‌گرداند تا به رنگ خودی در بیایند و تصرف بشوند. مثلاً بازیکن سفید در نخستین حرکت خود می‌تواند یک مهرهٔ سفید در خانهٔ d۳ بچیند و به این ترتیب مهرهٔ خانهٔ d۵ را تصرف کند و به رنگ سفید در بیاورد.



شکل ۲

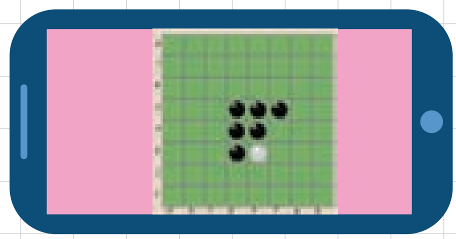
تمرین ۱. در شـکل ۲ نوبت با سفید است. الان سفید حرکت مجاز دارد. هر سه را پیدا کنید. بعد از هرکدام از حرکت‌ها تعداد مهره‌های هر بازیکن چند می‌شود؟

یک موضوع مهم در حرکت‌ها این است که پس از نشاندن یک مهره، ممکن اسـت تغییر رنگ و تصـرف مهره‌ها تنها در یک راستا نباشـد. یعنی مهره‌ای که تازه نشانده شده، ممکن است رأس دوم دو پاره‌خط باشد که هر دو پاره‌خط افقی، عمودی یا اریب باشند و دو سر پاره‌خط یک رنگ داشته باشند و مهره‌های میانی آن دو از رنگ حریف باشـند. در این صورت، تصرف در هر دو راسـتا انجام می‌شـود. مثلاً در شکل ۳، فرض کنید که نوبت سیاه است و سیاه می‌خواهد مهرهٔ تازهٔ خود را در خانهٔ f۵ بنشاند. در این صورت مهرهٔ e۵ تصرف و سیاه می‌شود. زیرا در یک خط افقی قرار گرفته اسـت و بین دو مهرهٔ سیاه d۵ و f۵ قرار دارد. از طرف دیگر، مهرهٔ e۴ هم تصرف می‌شود. زیرا سفید است و بین دو مهرهٔ d۳ و f۵ قرار دارد.



شکل ۳

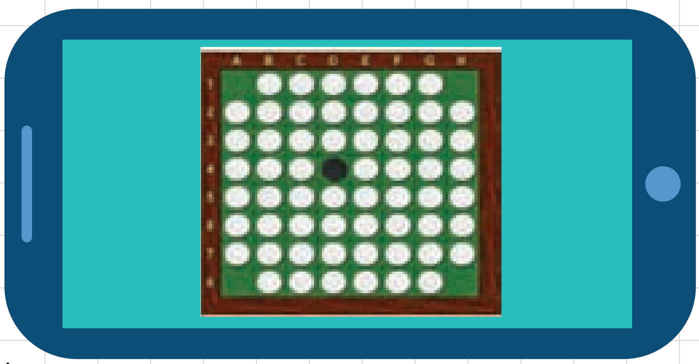
و نتیجه به‌صورت شکل ۴ خواهد شد.



شکل ۴

تمرین ۲. در شکل ۴ نوبت با سفید است. سفید سه حرکت مجاز دارد. هر سه را پیدا کنید (در دو تا از این حرکت‌ها سفید یک مهره تصرف می‌کند، ولی در حرکت مجاز سوم او دو مهره تصرف می‌کند)

تمرین ۳. با توجه به اینکه برندهٔ بازی کسی است که بیشترین مهره را روی پهنهٔ بازی داشته باشد، به نظر می‌آید یکی از روش‌های برنده شدن در این بازی آن است که در هر حرکت، تعداد مهره‌های خودمان را بیشتر و بیشتر کنیم! بازیکن سفید بازی روبه‌رو (شکل ۵) یکی از افراد موفق در انجام این روش است. فکر می‌کنید او برنده می‌شود؟



شکل ۵

در این بازی نوبت بازیکن سیاه است. به جای او بازی کنید. دقت کنید که اگر حرکت مجازی برای یک بازیکن وجود نداشته باشد، آن بازیکن در آن نوبت بازی نمی‌کند.

پی‌نوشت

1.Othello

* از آقای داود معصومی مهوار که در تهیهٔ این مطلب ما را یاری کردند سپاسگزاریم.

باز چند قُلُپ فکر

داود معصومی مهوار

لیلا چهار تا از رنگ‌های 🟢 🟠 🔵 🟡 🔴 🟤 را انتخاب کرده بود. **نفیسه، نرگس، سوده، اعظم** و **فریبا** تلاش می‌کردند که آن چهار رنگ و ترتیب آن‌ها را به درستی پیدا کنند. آن‌ها سه بار حدس زده بودند و نتیجه‌های زیر را گرفته بودند که من رسیدم.

حدس	رنگ ۱	رنگ ۲	رنگ ۳	رنگ ۴	پاسخ
۱	🟡	🟤	🔴	🔴	● ○
۲	🟢	🟡	🟠	🔵	● ○ ○
۳	🔵	🟤	🟡	🟠	● ● ○ ○

پاسخ حدس نخست یک دایرهٔ سفید و یک دایرهٔ سیاه است. یعنی یکی از چهار رنگ حدس نخست در ترکیب اصلی هست و جای آن نیز درست است. همچنین، یک رنگ دیگر حدس نخست در ترکیب اصلی هست، ولی جای آن درست نیست. پاسخ حدس دوم یک دایرهٔ سیاه و دو دایرهٔ سفید است. یعنی یکی از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هست و در جای درست نیز نشسته است و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند، ولی جای آن‌ها درست حدس زده نشده است. بالاخره، پاسخ حدس سوم دو دایرهٔ سیاه و دو دایرهٔ سفید است. یعنی دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند و در جای درست نیز نشسته‌اند و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند، ولی جای آن‌ها درست حدس زده نشده است. فریبا گفت: با توجه به پاسخ حدس سوم، رنگ قرمز اصلاً در ترکیب واقعی نیست. بنابراین، دو دایرهٔ سیاه و سفید در پاسخ حدس نخست، مربوط به رنگ‌های زرد و قهوه‌ای است. پس: **نتیجهٔ ۱.** اگر زرد رنگ نخست باشد، آن‌گاه قهوه‌ای رنگ دوم نیست، و اگر قهوه‌ای رنگ دوم باشد، آن‌گاه زرد رنگ نخست نیست. همچنین او گفت: اگر جای زرد همان جای نخست باشد، قهوه‌ای رنگ دوم نخواهد بود. بنابراین در حدس سوم، هم زرد و هم قهوه‌ای در جای نادرست نشسته‌اند و دو دایرهٔ سیاه گواهی می‌دهند که رنگ‌های آبی و نارنجی به درستی در جایگاه نخست و چهارم نشسته‌اند. اما این هم شدنی نیست. چون فرض کرده بودیم که زرد رنگ نخست است. من نتوانستم این چند مطلب را جمع و جور کنم. واقعاً نمی‌دانم کجا اشتباه کرده‌ام. نفیسه گفت: تو هیچ اشتباهی نکرده‌ای. همهٔ حرف‌ها و نتیجه‌گیری‌های تو درست‌اند. تنها چیزی که تو بدون دلیل گفته‌ای این است که «فرض کرده‌ای جایگاه رنگ زرد جای نخست است». تو با این فرض کار را ادامه دادی و به اینجا رسیدی که رنگ آبی باید در جای نخست باشد و رنگ زرد نیز باید در جایگاه نخست باشد. اما هر دوی این‌ها با هم شدنی نیستند. به قول ریاضی‌دانان، تو به تناقض رسیده‌ای. در اینجا باید از فرض آغازین خود دست بکشی، زیرا درست بودن آن نتایج وخیمی دارد. پس: **نتیجهٔ ۲.** جایگاه رنگ زرد جای نخست نیست. **نتیجهٔ ۳.** در ترکیب اصلی قهوه‌ای حتماً رنگ دوم است. همه حرف نفیسه را پسندیدند و نرگس گفت: من به حدس دوم فکر کردم. حدس سوم و پاسخ آن گواهی می‌دهد، سبز که اصلاً در ترکیب چهار رنگ انتخابی لیلا نیست. همچنین جای رنگ قهوه‌ای را پیدا کردیم و فهمیدیم که قهوه‌ای رنگ دوم است. پس در حدس دوم زرد نیز به غلط در جایگاه دوم نشسته است. پس دایرهٔ سیاه پاسخ این حدس، به خاطر درستی جایگاه یکی از رنگ‌های نارنجی و آبی است. یعنی یکی از دو نتیجهٔ زیر درست و دیگری نادرست است: **نتیجهٔ ۴.** قهوه‌ای رنگ دوم و نارنجی رنگ سوم است. **نتیجهٔ ۵.** قهوه‌ای رنگ دوم و آبی رنگ چهارم است. سوده گفت: درست می‌گویید. نتیجه‌های ۴ و ۵ نمی‌توانند هر دو درست باشند. درستی هر دوی آن‌ها با پاسخ لیلا به حدس دوم سازگار نیست. و نفیسه ادامه داد:

اگر بنا را بر درستی هر یک از این دو رنگ بگذاریم و به حدس سوم و پاسخ آن نیز توجه کنیم، به نتیجه‌ای می‌رسیم که غیرممکن نیست. یعنی به تناقض نمی‌رسیم. ببینید: **نتیجهٔ ۶.** قهوه‌ای که رنگ دوم است و اگر واقعاً نارنجی رنگ سوم باشد، آن‌گاه آبی حتماً رنگ نخست و زرد رنگ چهارم خواهد بود.

نتیجهٔ ۷. قهوه‌ای که رنگ دوم است و اگر واقعاً آبی رنگ چهارم باشد، آن‌گاه حتماً زرد رنگ سوم و نارنجی رنگ نخست خواهد بود. در اینجا سوده پرسید: یعنی کلاً همین دو حالت ممکن است؟ عجب بختی داشتیم! ترکیب اصلی لیلا یکی از این حالت‌ها است؟ اعظم گفت: من هم با شروع از حدس سوم به همین دو حالت رسیدم. دو تا از رنگ‌های حدس سوم باید در جای درست نشسته باشند. و دو تا هم جای نادرست دارند. من همهٔ حالت‌ها را فهرست کردم و شش حالت به دست آمد. ببینید: **حالت ۱.** آبی رنگ نخست و قهوه‌ای رنگ دوم است. **حالت ۲.** آبی رنگ نخست و زرد رنگ سوم است. **حالت ۳.** آبی رنگ نخست و نارنجی رنگ چهارم است. **حالت ۴.** واقعاً قهوه‌ای رنگ دوم و زرد رنگ سوم است. **حالت ۵.** قهوه‌ای رنگ دوم و نارنجی رنگ چهارم است. **حالت ۶.** زرد رنگ سوم و نارنجی رنگ چهارم است. فریبا گفت: اینکه شش حالت شد نه دو حالت! دلیل درستی این شش حالت هم جدول نظام‌دار است. نفیسه اعتراض کرد: نه فریبا. اعظم هنوز هیچ دلیلی برای درستی یا نادرستی این شش حالت نیاورده است. او جدول نظام‌دار را به خوبی و به درستی به‌کار برده است. روش نظام‌دار به‌کار گرفته شده، ربطی به پاسخ‌های لیلا به حدس‌های اول و دوم ندارد. اگر حدس سوم و پاسخ آن واقعاً در حدس نخست رخ داده بود و حتی اگر حدس‌های بعدی هنوز گفته نشده باشند، باز هم همین روش نظام‌دار به ما پیشنهاد می‌داد که حالت‌های ۱ تا ۶ را بررسی کنیم. حتماً ترکیب اصلی را می‌توان به کمک آن‌ها پیدا کرد. اما اگر همین حالا حدس‌های اول و دوم را نیز پیش چشم بگذاریم، پی خواهیم برد که برخی از این حالت‌ها نشدنی و غیرممکن هستند.

اعظم نفیسه را تأیید کرد و گفت: ما مطمئن شدیم که قهوه‌ای رنگ دوم است. اگر در بررسی آن شش حالت این مطلب را لحاظ کنیم، چند تا از حالت‌ها نشدنی خواهند بود و باید آن‌ها را کنار بگذاریم.

سوده گفت: اگر درست فهمیده باشم، حالت‌های ۲، ۳ و ۶ با اینکه قهوه‌ای رنگ دوم است، جور در نمی‌آیند. چون هر یک از این حالت‌ها ادعا دارند که دو رنگ غیر قهوه‌ای جای درست دارند. پس در هر یک از این حالت‌ها، با درست بودن رنگ قهوه‌ای باید بپذیریم که حدس سوم سه رنگ با جایگاه درست دارد، نه دو رنگ! این با پاسخ لیلا به حدس سوم سازگار نیست.

نرگس گفت: حرف سوده ایراد دارد. زیرا براساس حرف او سه حالت ۱، ۴ و ۵ شدنی هستند. یعنی سه حالت ممکن داریم. اما پیش‌تر نفیسه به درستی استدلال کرد که تنها دو حالت ممکن وجود دارد. فریبا قضاوت نرگس را شتاب‌زده خواند و گفت: نفیسه سه حالت ۲، ۳ و ۶ را نشدنی اعلام کرد، ولی نگفت که سه حالت ۱، ۴ و ۵ شدنی هستند. البته هنوز خودم نتوانسته‌ام مطلب را جمع‌وجور کنم و بفهمم. ولی ایراد نرگس به حرف سوده اصلاً وارد نیست. اعظم فریبا را تأیید کرد و گفت: با کمی دقت می‌توانیم پی ببریم که: **نتیجهٔ ۸.** اگر واقعاً قهوه‌ای رنگ دوم و نارنجی رنگ چهارم باشد، آن‌گاه زرد یا باید رنگ نخست باشد یا رنگ سوم که هیچ یک از این دو شدنی نیستند. در نتیجه حالت ۵ هم نشدنی است. بررسی حالت‌های ۱ و ۴ نیز نتیجه‌های زیر را به دست می‌دهد: **نتیجهٔ ۹.** اگر واقعاً آبی رنگ نخست و قهوه‌ای رنگ دوم باشد، آن‌گاه نارنجی رنگ سوم و زرد رنگ چهارم خواهد بود. **نتیجهٔ ۱۰.** اگر واقعاً قهوه‌ای رنگ دوم و زرد رنگ سوم باشد، آن‌گاه نارنجی رنگ نخست و آبی رنگ چهارم خواهد بود.

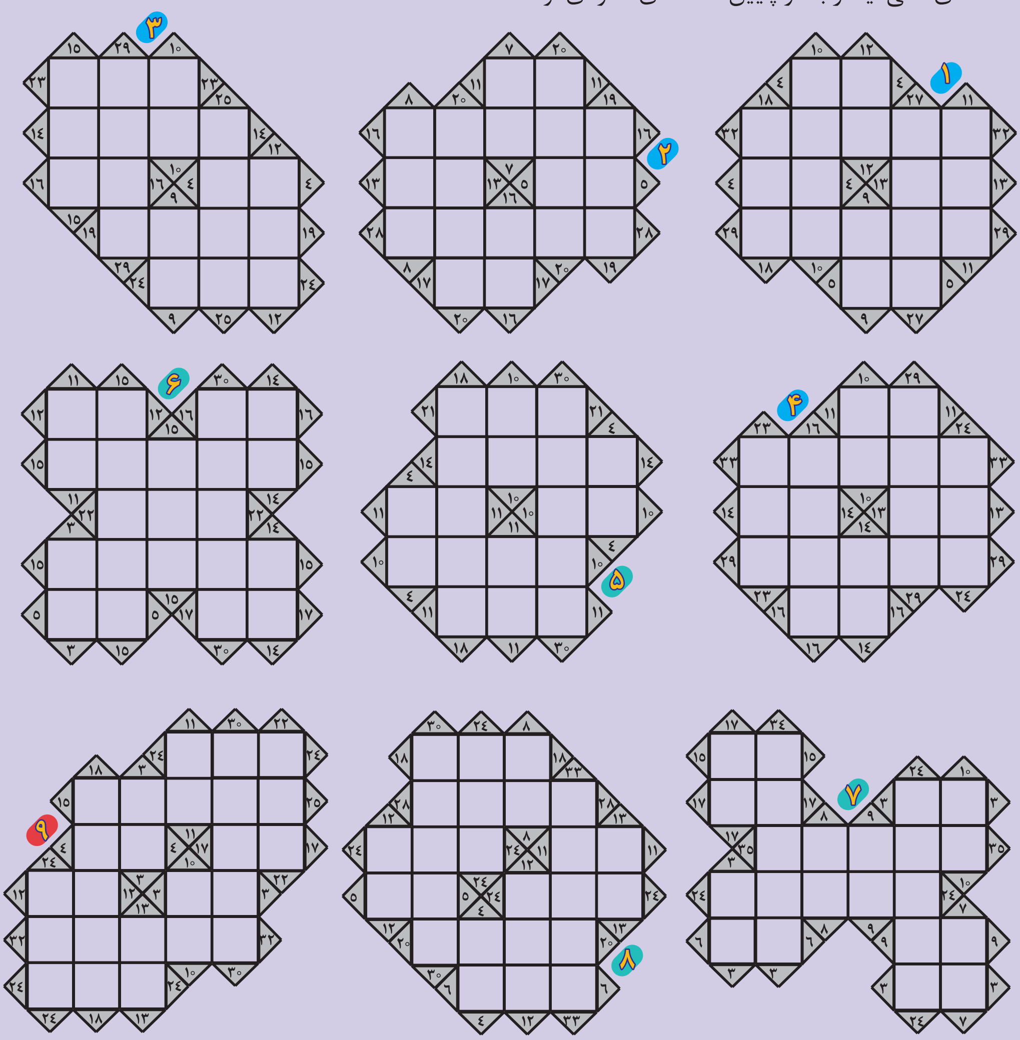
حالا شما دست به‌کار شوید و دلیل درستی نتیجه‌های ۶ تا ۱۰ را بیابید.

KAKURO
پازل حل کنیم

محدثه کشاورز اصلانی

قوانین /

● پازل‌های «**کاکورو**» (**kakuro**) شبیه پازل‌های «**سودوکو**» و **جدول کلمات متقاطع** هستند ● با این تفاوت که به جای حروف در جدول کلمات متقاطع، اینجا اعداد ۱ تا ۹ جایگزین شده‌اند. ● در یک کلمه (در یک ردیف یا ستون با یک راهنما) نباید اعداد تکراری وجود داشته باشد. ● جمع عددهایی که در یک کلمه می‌نویسید، باید مساوی عدد راهنمای آن باشد. ● عددهای راهنما در سمت راست و چپ کلمه‌های افقی، یا در بالا و پایین کلمه‌های عمودی نوشته شده‌اند.



تعداد بیشتری از این پازل‌ها را می‌توانید به صورت رایگان در سایت «krazydad.com» پیدا کنید.
پاسخ پازل‌ها را در وبلاگ اختصاصی مجله ببینید.

راز عدد هفت

تقویم دوست‌داشتنی من

شراره تقی دستجردی

سلام دوستان. فعالیت این بار نیز به تقویم نیاز دارد. پیشنهاد می‌کنم برای راحتی انجام محاسبه‌ها از ماشین‌حساب‌تان هم استفاده کنید.

همان‌طور که در تصویر می‌بینید، در تقویم دو مربع مشخص شده است.

آذر ۱۳۹۶

شنبه		۴	۱۱	۱۸	۲۵
یکشنبه		۵	۱۲	۱۹	۲۶
دوشنبه		۶	۱۳	۲۰	۲۷
سه شنبه		۷	۱۴	۲۱	۲۸
چهارشنبه	۱	۸	۱۵	۲۲	۲۹
پنجشنبه	۲	۹	۱۶	۲۳	۳۰
	۳	۱۰	۱۷	۲۴	

با هم برای هر مربـع تفاضل حاصل‌ضرب گوشه‌ها را حساب کنیم:

۱۱×۱۹=۲۰۹
۱۸×۱۲=۲۱۶
۲۱۶-۲۰۹=۷

۱۵×۲۳=۳۴۵
۲۲×۱۶=۳۵۲
۳۵۲-۳۴۵=۷

خب اکنون سؤالاتی پیش می‌آید:

۱. چرا حاصل‌ضرب عدد گوشـهٔ چپ ـ بالا در عدد گوشهٔ راست ـ پایین از حاصل‌ضرب عدد گوشهٔ راست ـ بالا در عدد گوشهٔ چپ ـ پایین بیشتر شده است؟ آیا برای بقیه مربع‌های دو در دو و برای تقویم‌های ماه‌های دیگر هم چنین است؟

۲. چرا ۷؟

۳. اگر ابعاد مربع را عوض کنید، چه می‌شود؟ آیا همواره به عدد ۷ خواهید رسید؟

دوستان مطمئن باشید که نتایج جالبی به دست می‌آورید که به امتحان کردنش می‌ارزد. پس دست به‌کار شوید.

۴. اصلاً چرا مربع؟! می‌توانید به جای مربع، مستطیل‌ها را با ابعاد متفاوت در نظر بگیرید. آیا باز هم می‌توان رابطه‌ای بین تفاضل حاصل‌ضرب عددهای گوشه‌ها دید؟

همهٔ این سـؤال‌ها را می‌توانید برای جدول‌های دیگری که سـاختاری مشابه تقویم دارند، از خود بپرسـید. تنها کافی اسـت که عددها به ترتیب در آن جدول نوشـته شـوند و تعداد ستون‌ها یا سطرهای جدول ثابت باشند (برای مثال، در تقویم تعداد سطرها همیشه ۷، یعنی به تعداد روزهای هفته است).

یادش به خیر! آقای انسان‌دوست معلم ریاضی ما بود. اما نه، درواقع معلم انسانیت، اندیشه و سبک زندگی ما بود. همیشه می‌گفت: «ریاضیات به ما همهٔ این‌ها را می‌دهد، چون ریاضیات به ما منطق و طرز فکر می‌دهد.» کلاس درسش برعکس تصور ما که کلاس ریاضی باید همیشه خشک و یکنواخت باشد، سرشار از شادی، لذت و سرگرمی بود. نمی‌فهمیدیم کی تمام می‌شد. خیلی وقت‌ها به جای آنکه یک موضوع ریاضی را مستقیماً درس بدهد، با یک داستان، معما یا بازی به آن گریز می‌زد و با ایجاد پرسش ما را هم درگیر مسئله می‌کرد. طوری که وقتی همهٔ ما گرم بحث بودیم، بدون آنکه متوجه شویم، چیزهای زیادی می‌آموختیم. در این بخش اگر خدا بخواهد، می‌خواهم در هر شماره از مجله یکی از خاطراتم را از این کلاس‌ها برایتان بگویم.

هوشنگ شرقی

کلاس ریاضی آقای انسان‌دوست

برف‌روبی دسته‌جمعی

آن سال زمستان پربرفی بود. یک روز سرد صبح زود وارد کلاس شدیم، در حالی‌که دانه‌های برف با باد از پنجرهٔ کلاس به داخل می‌آمد. آقای **انسان‌دوست** وارد کلاس شد و در حالی‌که دست‌هایش را برای گرم شدن به هم می‌مالید، رو به ما کرد و گفت: «الان که از حیاط می‌گذشتم، با آقا **نعمت** (خدمتکار مدرسه) صحبت کردم. برعکس شما، او از باریدن برف خیلی خوش‌حال نبود، چون کارهایش زیاد می‌شود. او به تنهایی باید برف حیاط را پارو کند. پس توصیهٔ جدی می‌کنم، وقتی زنگ تفریح شد، توی حیاط با هم برف‌بازی نکنید و اگر توانستید کمکش کنید.» بعد از کمی مکث گفت: «اما همان‌جا یک مسئله به ذهنم رسید! از آقا نعمت پرسیدم چقدر طول می‌کشد تمام حیاط را برف‌روبی کند. او گفت حدود دو ساعت. وقتی وارد ساختمان مدرسه شدم، از آقا **مسعود**، سرایدار مدرسه هم همین سؤال را پرسیدم. او هم گفت که به تجربه دریافته است که در مدت سه ساعت می‌تواند تمام حیاط را برف‌روبی کند. حالا اگر آن‌ها با هم حیاط را برف‌روبی کنند، چقدر طول می‌کشد که حیاط را به‌طور کامل پاک‌سازی کنند؟»

هنوز حرف آقا تمام نشده بود که **آرش** دستش را بالا برد و گفت: «آقا این‌جور مسئله‌ها یه فرمول داره...»

آقا نگذاشت حرف آرش تمام شود و گفت: «بدون فرمول هم می‌توانی جواب را به دست بیاوری؟»

آرش سری تکان داد و چیزی نگفت! بعد آقا ادامه داد: «اگر یک مسئله را خودتان با فکر خودتان حل کنید، بسیار بهتر از این است که ده‌ها مسئله را با یک فرمول که حفظ کرده‌اید و بدون آنکه بفهمید چرا آن فرمول درست است، حل کنید.

بیایید مسئله را بدون هر فرمول یا رابطه‌ای، با منطق و دلیل حل کنیم.

برگردیم به مسئله: « اولی کاری را (برف‌روبی حیاط) در دو ساعت و دومی همان کار را در سه ساعت انجام می‌دهد. اگر دوتایی با هم کار کنند. کار در چند ساعت تمام می‌شود؟»

بابک گفت: «آقا من فکر می‌کنم اول بیاییم ببینیم هرکدام از

آن‌ها در یک ساعت چقدر از کار را انجام می‌دهد، تا بعد ببینیم دوتایی روی هم در یک ساعت چقدر از کار را انجام می‌دهند. از آنجا می‌فهمیم، چقدر طول می‌کشد تا دوتایی کار را تمام کنند.» آقای انسان‌دوست گفت: «آفرین! این طرز فکر، منطقی است. خب اولی، یعنی آقا نعمت همهٔ حیاط را در دو ساعت تمیز می‌کند، پس در یک ساعت چه کسری از حیاط را تمیز می‌کند؟»

بچه‌ها یک صدا گفتند: «نصف حیاط را!» و آقا گفت: «آقا مسعود هم کل حیاط را در سه ساعت تمیز می‌کند. پس در یک ساعت...» و بچه‌ها نگذاشتند جمله‌اش تمام شود و فریاد زدند: «یک سوم حیاط را تمیز می‌کند!» آقای انسان‌دوست گفت: «پس دوتایی با هم در یک ساعت...» و روی تخته نوشت:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}=\frac{۵}{۶}$$

بعد گفت: «بله، دو تایی با هم در یک ساعت $\frac{۵}{۶}$ حیاط را تمیز می‌کنند. پس با یک تناسب ساده می‌فهمیم که چقدر طول می‌کشد تا کل حیاط تمیز شود.

$$\begin{array}{ll} ۱ & \frac{۵}{۶} \\ x & ۱ \end{array} \Rightarrow x=\frac{۶}{۵}=۱/۲$$

یعنی ۱/۲ ساعت یا ۸۰ دقیقه طول می‌کشد تا دوتایی حیاط را تمیز کنند. آقای انسان‌دوست بعد از آن روی تخته با خط درشت نوشت: «تعمیم مسئله». بعد رو کرد به بچه‌ها و گفت: «بچه‌ها کی می‌دونه تعمیم یعنی چه؟» **سعید** از ته کلاس به آرامی گفت: «آقا تعمیم یعنی عمومیت دادن.» آقا گفت: «آفرین! این معنی کلمهٔ تعمیم است. اما در ریاضیات تعمیم یعنی یک مسئله را از حالت ساده‌تر به حالت کلی‌تر ببریم. در این مورد فرض کنید به جای دو نفر با سه نفر سروکار داشته باشیم. مثلاً فرض کنید من که از آقا نعمت و آقا مسعود ضعیف‌ترم (!) حیاط را در شش ساعت بتوانم تمیز کنم. اگر من هم به آن‌ها کمک کنم، سه‌تایی حیاط را در چه مدت از برف پاک می‌کنیم؟» آرش دست بالا برد و گفت: «آقا مثل همان مسئله است، خیلی آسان است!»

آقا از او خواست پای تخته بیاید. آرش به سرعت آمد پای تخته و تند و تند گفت: «خب آقا، آقا نعمت که توی یک ساعت، $\frac{۱}{۲}$ حیاط را تمیز می‌کنه. آقا مسعود هم $\frac{۱}{۳}$ حیاط را تمیز می‌کنه. شما هم توی یک ساعت $\frac{۱}{۶}$ حیاط را تمیز می‌کنید. پس اگر سه‌تایی کار کنید... و روی تخته نوشت:

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳+۲+۱}{۶}=۱$$

... یعنی در یک ساعت $\frac{۱}{۱}$ یعنی همهٔ حیاط را تمیز می‌کنید!»

بعد آقای انسان‌دوست مسئله‌های زیر را هم نوشت تا آن‌ها را در منزل حل کنیم و تأکید کرد که می‌توانیم با همین روش آن‌ها را حل کنیم.

۱. یک استخر با سه شیر آب پر می‌شود. اگر شیر اول به تنهایی باز شود، استخر در مدت ۶ ساعت، اگر شیر دوم به تنهایی باز شود، استخر در مدت ۸ ساعت، و اگر شیر سوم به تنهایی باز شود، استخر در مدت ۱۲ ساعت پر می‌شود. اگر هر سه شیر با هم باز شوند، استخر در چه مدت پر می‌شود؟

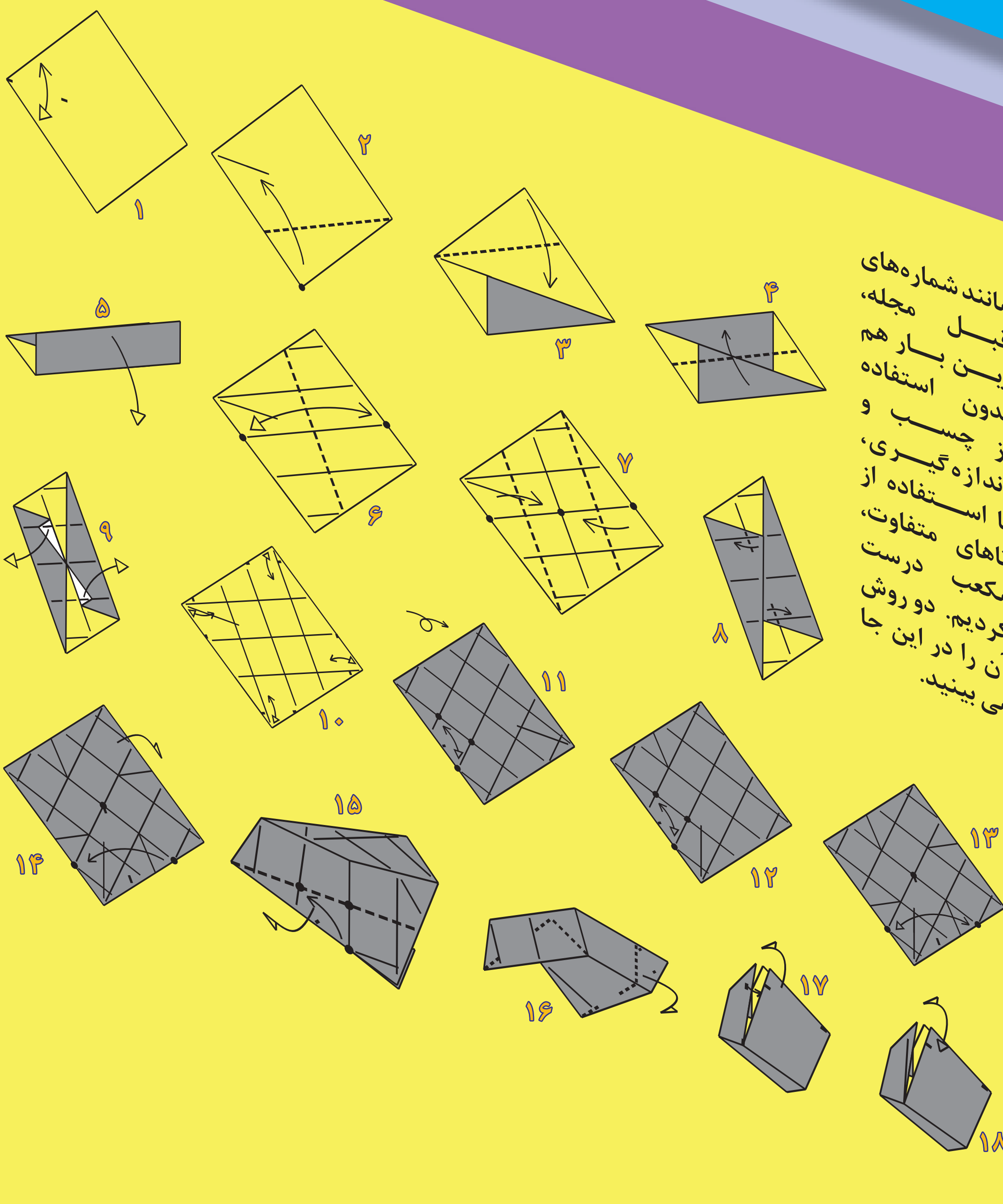
۲. شخصی یک جعبهٔ نوشابه را در ۱۴ روز تمام می‌کند ولی همان جعبه را با همسرش در ۱۰ روز مصرف می‌کند. اگر همسرش به تنهایی از نوشابه‌ها استفاده کند، در چه مدتی آن‌ها را تمام می‌کند؟ **۳. کاوه** و **شهریار** دوتایی یک دیوار را در مدت ۳ ساعت رنگ می‌کنند. کاوه به تنهایی دیوار را در ۶ ساعت رنگ می‌کند و **بابک** همان دیوار را در ۲ ساعت رنگ می‌زند. اگر بابک و شهریار با هم دیوار را رنگ بزنند، در چند ساعت این کار را تمام می‌کنند؟ سه‌تایی با هم این کار را در چند ساعت تمام می‌کنند؟

هنر کاغذی

پری حاجی خانی

مکعب یکی از حجم‌هایی است که هر روز و در همه‌جا به شکل‌های متفاوت می‌بینیم. برای ساختن هر حجمی به شکل گستردهٔ آن نیاز داریم. برای مکعب ۱۱ حالت متفاوت گسترده وجود دارد. اما بدون گسترده هم می توان مکعب ساخت.

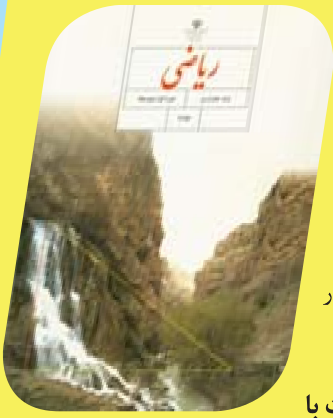
مانند شماره‌های قبل مجله، این بار هم بدون استفاده از چسب و اندازه‌گیری، با استفاده از تاهای متفاوت، مکعب درست کردیم. دو روش آن را در این جا می بینید.



به قلّه‌ها نگاه کن

ژما جواهری‌پور

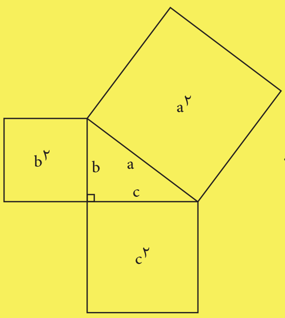
کوهستان‌ها ۵۵ درصد سطح ایران را در برگرفته است. بیشتر شما نزدیک محل زندگی خود کوهی دیده‌اید و شاید برای تفریح به دامنهٔ آن می‌روید. تقریباً ۲۲ درصد سطح کرهٔ زمین با کوهستان‌ها پوشیده است. اهمیت اقتصادی و محیط زیستی کوه‌ها تا جایی است که روز ۲۱ آذر «روز بین‌المللی کوهستان» نامیده شده است. بخشی از ساکنان زمین در کوه‌ها زندگی می‌کنند. کوه‌ها همچنین منابع اصلی آب شیرین، انرژی و... هستند. کوه‌ها زیستگاه بسیاری از گونه‌های گیاهی و جانوری بسیار ارزشمندند. علاوه بر آن، کوه‌ها یکی از مراکز طبیعت‌گردی (اکوتوریسم) نیز به شمار می‌روند. در نگاه اول، کوه‌ها شما را به یاد مثلث، یکی از شکل‌های هندسی می‌اندازند.



به کتاب‌های ریاضی خود مراجعه کنید. در بخش مثلث‌ها، با مباحث متفاوتی اعم از هم‌نهشتی مثلث‌ها، رابطهٔ **فیثاغورس** و... آشنا شده‌اید. به کمک رابطهٔ فیثاغورس می‌توانید با داشتن دو ضلع از یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع سوم آن را تعیین کنید. به تصویر روی جلد کتاب ریاضی هشتم دقت کنید. در این تصویر به کمک رابطهٔ ریاضی می‌توان ارتفاع آبشار را اندازه گرفت. اگر شما به جای شخص در تصویر بالا بودید، چگونه به کمک رابطه‌های مثلث‌ها می‌توانستید ارتفاع کوه را اندازه بگیرید؟

برخی از رابطه‌هایی که می‌توانند به شما در این اندازه‌گیری کمک کنند، در زیر آورده‌ایم.

رابطهٔ فیثاغورس: در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر.



چند قانون دیگر نیز دربارهٔ مثلث یاد بگیریم:

۱. مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.

۲. مجموع زاویه‌های خارجی مثلث ۳۶۰ درجه است.

۳. هر زاویهٔ خارجی برابر مجموع دو زاویهٔ داخلی مجاور آن است.

۴. اگر یکی از زاویه‌های مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۳۰ درجه باشد، ضلع مقابل به آن نصف وتر است.

مسابقه!

در دومین مسابقه از سلسله مسابقات **ریاضیات و محیط زیست** مجله رشد برهان متوسطه اول، قصد داریم، همراه شما با استفاده از دانش مجموعه‌ها، به گیاهان و جانوران محل زندگی شما بپردازیم.

شرایط مسابقه

- فهرستی از تنوع زیستی محیط زندگی خود تهیه کنید. راهنمایی: برای این کار می‌توانید از اداره حفاظت محیط زیست و محیط‌بان‌های مهربان شهر و روستای خود کمک بگیرید.
- تصویرهایی از این تنوع زیستی تهیه کنید.
- در یک پوستر تنوع زیستی محل زندگی خود را براساس دانش ریاضی مجموعه‌ها نمایش دهید.
- جدول زیر را برای تنوع زیستی محل زندگی خود تکمیل کنید.
- جدول را به‌صورت فایل «pdf» ذخیره کنید و این فایل و تصویرهای تنوع زیستی و تصویری از پوستر خود را، از طریق «ایمیل» به دفتر مجله رشد برهان ریاضی بفرستید:

Borhanmotevasetehl@roshdmag.ir

- در صورت نیاز، فایل «word» جدول را در وبلاگ اختصاصی مجله بیابید:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

- مهلت ارسال پاسخ: ۱۳۹۶/۹/۳۰

جدول زیر را برای هر گونه زیستی جداگانه تکمیل کنید.

مشخصات شرکت‌کننده در مسابقه	نام و نام خانوادگی دانش‌آموز	
	پایه تحصیلی دانش‌آموز	
	نام استان/ شهرستان یا روستا	
	نام مدرسه/ آدرس/ شماره تماس	
	نام و شماره تماس رابط:	
	فهرست تنوع زیستی محیط زندگی	

علاوه بر سه دانش‌آموز برتر مسابقه، سه مدرسه به‌عنوان مدرسه‌های برتر کشور نیز انتخاب خواهند شد و از تمامی دانش‌آموزان شرکت‌کننده در مسابقه از این مدرسه‌ها تقدیر به عمل خواهد آمد.

شاخص های ارزیابی

۱. کامل بودن فهرست مجموعه‌های گیاهان و جانوران / ۲. تهیه عکس (تهیه عکس توسط دانش‌آموزان اولویت دارد، لطفاً معلمان گرامی موارد ایمنی را برای دانش‌آموزان شرح دهند) / ۳. جامع بودن توضیحات تنوع زیستی در پوستر
۴. خلاقیت در طراحی پوستر / ۵. استفاده مناسب و آموزشی از مفهوم ریاضی «مجموعه» در طراحی پوستر

+جایزه بزرگ

دنیای عددها

سرینیواسا رامانوجان، ریاضی‌دان بزرگ و نابغه‌ای بود که در سال ۱۸۸۷ در خانواده‌ای فقیر در هندوستان به دنیا آمد. گرچه هیچ آموزش رسمی در ریاضیات ندید، ولی به دلیل نوع فکر کردنش در حل مسئله، توانست رابطه‌های مهمی را در آنالیز ریاضی، نظریهٔ اعداد، سری‌ها و کسر مسلسل از خود به جای بگذارد. گادفری هارولد هاردی، ریاضی‌دان معروف انگلیسی، دربارهٔ استعداد رامانوجان گفته است که او هم‌ردیف ریاضی‌دان‌هایی چون گاوس، اویلر وکوشی بود و باید او را یکی از ریاضی‌دانان بزرگ دانست. رامانوجان ۳۲ سال زندگی کرد. زمانی که رامانوجان ده ساله بود، به دلیل نبوغی که در او دیدند، یکی از ریاضی‌دانان هندی به او کتابی داد که پر بود از فرمول‌های ریاضیات (جبر، مثلثات، هندسه تحلیلی، حسابان)؛ به روایتی پنج هزار فرمول! او بدون راهنمایی دیگران، کتاب فرمول را به پایان رساند و درستی تمام فرمول‌ها را ثابت کرد؛ درست مانند یک کتاب جدول یا معما! وی در طول عمر کوتاهش به تنهایی نزدیک به ۳۹۰۰ اتحاد جبری و معادله بیان کرد که تنها تعداد اندکی از آن‌ها اشتباه بود. بعضی از آن‌ها در جای دیگری توسط دیگران گفته شده بود، ولی درستی بیشتر آن‌ها اثبات شد. «عددهای اول رامانوجان» از اکتشافات خود اوست که در دنیا معروف شد. اخیرا دانشمندان متوجه کاربرد بعضی از فرمول‌های او در زمینهٔ بلورشناسی و نظریهٔ ریسمان در علم فیزیک شده‌اند. هارولد هاردی ریاضی‌دان معروف انگلیسی که به دلیل عقایدش، با افراد فقیر، کمرو، و کسانی که به خاطر نژادشان مورد تبعیض بودند، دمخور می‌شد، درواقع رامانوجان را کشف کرد. او در سال ۱۹۱۲ با رامانوجان آشنا شد و وی را به انگلستان برد. آن دو با هم به راه‌حل‌های جالب مسائل مربوط به دسته‌بندی عددها رسیدند. عدد «۱۷۲۹» به‌عنوان عدد راماتوجان ـ هاردی شناخته می‌شود. هاردی دربارهٔ این عدد این خاطره را گفته است، «خاطرم هست روزی که برای ملاقات رامانوجان به بیمارستان پوتنی می‌رفتم، سوار یک تاکسی شدم که شماره‌اش ۱۷۲۹ بود. وقتی که برای رامانوجان جریان را تعریف می‌کردم، گفتم امیدوار بودم عدد تاکسی عدد جالبی باشد. رامانوجان پاسخ داد: این عدد خیلی هم جالب است؛ ۱۷۲۹ کوچک‌ترین عددی است که می‌توان آن را به دو صورت متفاوت در قالب مجموع دو عدد مکعب نوشت!» این دو حالت متفاوت عبارت‌اند از:

$۱۷۲۹=۱^۳+۱۲^۳=۹^۳+۱۰^۳$ این ایده سبب شد که برخی عددهای دارای چنین خاصیت‌هایی به «عددهای تاکسی» شهرت یابند.

تصاویر: ۱/رامانوجان ۲/هاردی ۳/کوشی ۴/گاوس ۵/اویلر

توجه:متن پشت جلد شماره ۲، ناقص چاپ شده‌است.
متن کامل را در وبلاگ اختصاصی مجله مطالعه کنید.

منابع
۱. سایت دانشنامهٔ رشد.
۲. سایت ویکی‌پدیا.