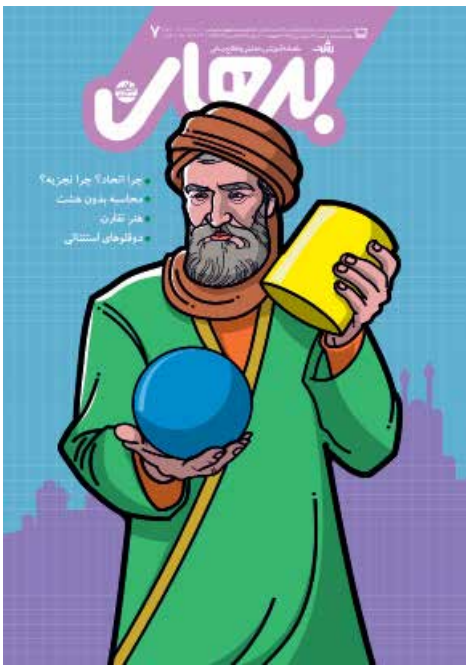
هُوَ الحسیب

وزارت آموزش و پرورش/سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
www.roshdmag.ir/دفتر انتشارات کمک آموزشی/شرکت افست
دوره بیست و دوم/شماره ۸۹/فروردین ۱۳۹۶/۴۰ صفحه/۱۰۰۰ ریال
ISSN:1735-4943
۷

رشد
ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی
برهان
ریاضی دوره متوسطه اول

مدیر مسئول: محمد ناصری/ سردبیر: سپیده چمن‌آرا/ مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم، حمیدرضا امیری، سید امیرحسین بنی جمالی
زهره پندی، نازنین حسن نیا، محدثه کشاورز اصلانی،حسین نامی ساعی
همکاران این شماره: جعفر اسدی گرمارودی، هوشمند حسن‌نیا، حسام سبحانی طهرانی، داوود معصومی مهوار
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: حسین یوزباشی
با تشکر از همکاری خانم پری حاجی‌خانی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶/ صندوق پستی:۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ -۰۲۱ داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ -۰۲۱
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ -۰۲۱، کد مدیر مسئول: ۱۰۲/ کد دفتر مجله:۱۱۳
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور بازرگانی: ۸۸۴۹۰۷۲۰-۰۲۱ roshdmag:
وب‌گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۲۲۰۰۰ نسخه



روی جلد: **محمد بن عیسی ماهانی**/ پشت جلد را نیز ببینید.

یادداشت سردبیر
ریاضیات و محاسبه‌های ذهنی/ سپیده چمن‌آرا / ۲

ریاضیات و مدرسه
چرا اتحاد؟ چرا تجزیه؟/ بهزاد اسلامی مسلّم/۳
بچه موش چه رنگی می‌شود؟/ جعفر اسدی گرمارودی/ ۴
آنچه از دوست رسد!/ سپیده چمن‌آرا / ۶
رسم اعداد رادیکالی روی محور (بخش دوم)/ سیدمهدی بشارت/ ۲۸
محاسبه بدون هشت/ شراره تقی دستجردی/ ۳۰

ریاضیات و کاربرد
چهار متر پارچه به اندازهٔ هندسهٔ قامت شما/ سپیده چمن‌آرا، آمنه ابراهیم‌زاده طاری/ ۸
ریاضی گره از قصهٔ ما باز می‌کند!/ داوود معصومی مهوار/ ۱۱
هنر تقارن/ کیان کریمی خراسانی/ ۱۶

ریاضیات و تاریخ
کشف راز داوینفی/ حسام سبحانی‌طهرانی/۱۸

ریاضیات و بازی
محکم‌تر بکش!/ سبا دهقان/ ۲۲
GALAXIES/ محدثه کشاورز اصلانی/ ۲۴
پازل بیشتر حل کنیم!/ ۲۶

ریاضیات و مسئله
کی می‌تونه حل کنه؟/ آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۲۷
پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟+ پاسخ پازلی فکر کنید/ ۳۲

ریاضیات و سرگرمی
دوقلوهای استثنائی/ هوشنگ شرقی/ ۳۳
کاغذی که جان می‌گیرد/ زهره پندی/ ۳۶
راز این چهل‌تکه بدون کنج چیست؟/ محبوبه رمضانی، حمید قراکوزلی/ ۳۸

معرفی سایت
سؤال از احتمال، جواب از اینترنت/ زهرا صباغی/ ۴۰

ریاضی دانان ایرانی
ابوعبدالله محمد بن عیسی ماهانی/ نازنین حسن نیا/ رو و پشت جلد

ریاضیات و محیط زیست ما
فرکتال‌ها در طبیعت/ ژما جواهری پور/ صفحات داخل جلد

قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛
مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارت اند از:گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی/ توسعه تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری/تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:
تهران؛ صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷
تلفن: ۸۸۳۰۵۷۷۲-۰۲۱

محاسبهٔ ذهنی چه نوع ریاضیاتی است؟

ریاضیات و محاسبه‌های ذهنی

چند روز پیش جایی رفته بودم. دوستان و فامیل دور هم جمع بودیم. یکی از دوستان معرکه گرفته بود و هر دو تا عددی که به او می‌گفتیم، به‌سرعت در هم ضرب می‌کرد و حاصل‌ضرب آن‌ها را می‌گفت. یاد چند سال پیش افتادم. در یکی از برنامه‌های تلویزیون، آقایی همین کار را می‌کرد؛ ضرب، تقسیم، جذر، مخرج مشترک و... . خلاصه کلی از محاسبه‌های ریاضی را ذهنی و سریع انجام می‌داد. یادم هست آن زمان تبی بین پدر و مادرها افتاد که معلم‌ها هم این محاسبه‌ها را به بچه‌ها یاد بدهند تا ریاضیات آن‌ها **قوی** شود! یا بچه‌هایشان را به کلاس‌هایی ببرند که این قبیل محاسبه‌ها را به آن‌ها یاد می‌دادند. فکر می‌کنم هنوز هم عده‌ای دنبال این کارها هستند. حتی کتاب‌هایی نیز در این مورد چاپ شده است! من آن موقع امیدوار بودم ـ و هنوز هم هستم ـ که تب این کارها فروکش کند و پدر و مادرها بفهمند که با محاسبهٔ ذهنی و محاسبه‌های سریع ریاضی، ریاضی فرزندانشان تقویت نمی‌شود! واقعیت این است که محاسبه، چه روی کاغذ و چه در ذهن، تنها بخش خیلی خیلی کوچکی از ریاضیات است که به اعداد مربوط می‌شود. به‌جز محاسبه‌ها، موضوع‌های زیاد دیگری هم هستند که به انواع عددها مربوط می‌شوند. علاوه بر آن، در دنیای ریاضیات به‌جز عددها، مفاهیم بسیار دیگری نیز وجود دارند که موضوعات بسیاری با آن‌ها مرتبط‌اند. هر قدر هم که در انجام یک محاسبه، چه به‌صورت ذهنی چه روی کاغذ، تبحّر به‌دست آوریم و سرعت عمل کسب کنیم، در همهٔ جنبه‌های متنوع ریاضیات مهارت به‌دست نمی‌آوریم. ریاضیاتی که ما نیاز داریم، هم محاسبه دارد، هم شناخت درست مفاهیم را دارد، هم کمی استدلال دارد، هم فهمیدنِ روابط بین موضوعات مختلف در آن هست، و... خلاصه با دو تا محاسبهٔ ضرب، چند تا محاسبهٔ توان و یکی دو تا هم محاسبهٔ تقسیم، کار ما راه نمی‌افتد! اما بگذارید تیشه به ریشهٔ محاسبه‌های ریاضی نزنم و با هم ببینیم که اگر کسی به انجام این قبیل محاسبه‌ها نیز علاقه‌مند بود، چگونه می‌تواند به کمک آن، توانایی‌های بیشتری را در خود تقویت کند. برای انجام یک عملیات مثلاً ضرب، شما باید قانون‌هایی را بدانید. این قانون‌ها درواقع از خاصیت‌های متفاوتی مانند ارزش مکانی عددها، بسط دهدهی عددها، تعریف ضرب و خاصیت پخشی ضرب نسبت به جمع به‌دست می‌آیند. بنابراین اگر شما بدانید که آن قانون چگونه به‌دست آمده است، هم می‌توانید آن را راحت‌تر به‌خاطر بسپارید، هم می‌توانید برای حالت‌های خاص عددها، مثلاً عددهایی که یکان ۱ دارند، یا موارد مشابه دیگر، قانون‌هایی ابداع کنید؛ هم اینکه اگر جایی قانون جدیدی دیدید، می‌توانید درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید. این توانایی‌ها، توانایی‌های مهمی در ریاضیات هستند. یادم می‌آید در دورهٔ گذشتهٔ مجلهٔ برهان متوسطهٔ اول، داستان‌های «پویا و عمو تراختنبرگ» دربارهٔ تعدادی از همین قانون‌های محاسبهٔ ذهنی بود و در آن داستان‌ها نویسنده تلاش کرده بود، دلیل درستی هر قانون را نیز نشان بدهد تا خواننده، علاوه بر آشنایی با محاسبه‌های ذهنی، توانمندی‌های دیگری نیز به‌دست آورد. اگر علاقه‌مند بودید که این مطالب را نیز ببینید، به آرشیو مجله در نشانی اینترنتی «www.roshdmag.ir» مراجعه کنید.

توانمند باشید/ **سردبیر**

چرا اتحاد چرا تجزیه؟

بهزاد اسلامی مسلّم

برای اینکه عبارت‌های جبری را بهتر بشناسیم

در عبارت جبری x^2-2x+1 به‌جای x می‌توانیم عددهای متفاوتی بگذاریم. من خودم چند عدد جای x گذاشتم و حاصل در هیچ موردی کمتر از صفر نشد! ببینید:

x	۱	۱۰	-5	$\frac{2}{3}$	$\sqrt{2}$
x^2-2x+1	۰	۸۱	۳۶	$\frac{1}{9}$	$3-2\sqrt{2}$

آیا اگر عددی به‌جز عددهای بالا به‌جای x بگذارم، ممکن است حاصل منفی شود؟ یا ویژگی x^2-2x+1 این است که حاصل آن، حتماً یا صفر می‌شود یا مثبت؟

اتحاد مربع دوجمله‌ای را بلدید؟ پس می‌توانید به سؤال بالا پاسخ دهید! نگاه کنید:

$$x^2-2x+1=(x-1)^2$$

در عبارت $(x-1)^2$ هر عددی که دوست دارید، جای x بگذارید. در آخرِ محاسبه، حاصل را به توان ۲ می‌رسانیم. پس حاصل منفی نمی‌شود (چون مجذور هیچ عددی، منفی نمی‌شود).

پس فهمیدیم که ویژگی x^2-2x+1 این است که حاصل آن، حتماً صفر یا مثبت می‌شود.

برای اینکه معادله‌ها را حل کنیم

اتحاد جملهٔ مشترک را بلدید؟ پس می‌توانید معادلهٔ $x^2+3x-10=0$ را حل کنید!

اول تجزیه کنیم:

$$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$$

به ما گفته شده که $x^2+3x-10=0$. پس $(x+5)(x-2)=0$.

ضرب دو عدد در چه صورت برابر صفر می‌شود؟ وقتی که یکی از آن‌ها صفر باشد. پس $x-2=0$ یا $x-5=0$. در نتیجه x یا ۲ است یا ۵. این دو عدد، جواب معادله‌مان هستند.

برای اینکه راحت‌تر محاسبه کنیم

عبارت a^3+3a^2+2a را در نظر بگیرید. اگر به‌جای a عدد عجیب $-1/000973$ را قرار دهیم، حاصل چه نوع عددی است: مثبت، صفر یا منفی؟

تجزیه و اتحاد جملهٔ مشترک را بلدید؟ پس هیچ نگران نباشید! به‌جای نگرانی، نگاه کنید:

$$a^3+3a^2+2a$$
$$=a(a^2+3a+2)$$
$$=a(a+2)(a+1)$$

حالا برای راحتی از عبارت آخر استفاده می‌کنیم. وقتی در $a(a+2)(a+1)$ به‌جای a بگذاریم $-1/000973$، وضعیت این‌طور می‌شود:

- a که همان عدد $-1/000973$ است و منفی است.
- $a+2$ مثبت است.
- $a+1$ منفی است.

حالا در مورد حاصل‌ضرب این سه عدد می‌توانیم به‌راحتی قضاوت کنیم: $a(a+2)(a+1)$ مثبت می‌شود. یعنی اگر به‌جای a بگذاریم $-1/000973$، حاصل a^3+3a^2+2a مثبت می‌شود.

برای اینکه حقایق ریاضی را کشف و اثبات کنیم

در عبارت جبری n^3-n به‌جای n عددهای طبیعی متفاوتی قرار می‌دهیم:

n	۱	۲	۳	۴	۵
n^3-n	۰	۶	۲۴	۶۰	۱۲۰

همان‌طور که در جدول بالا می‌بینید، عددهای ۰، ۶، ۲۴، ۶۰ و ۱۲۰ را برای مقدار عددی عبارت جبری به‌دست آورده‌ایم. این عددها همه بر ۳ بخش‌پذیرند. آیا این ویژگی به‌ازای هر عدد طبیعی دیگر هم که به جای n قرار گیرد، برقرار است؟ مثلاً اگر در عبارت n^3-n، به‌جای n عدد ۱۳۹۶ هم قرار دهیم، باز حاصل عبارت جبری n^3-n بر ۳ بخش‌پذیر می‌شود؟

تجزیه و اتحاد مزدوج را بلدید؟ پس برای پاسخ دادن به این سؤال چیزی کم ندارید! ببینید:

$$n^3-n=n(n^2-1)=n(n-1)(n+1)$$

پس n^3-n برابر است با ضرب سه عدد پشت سر هم. این عددها عبارت‌اند از: $n-1$، n و $n+1$.

از هر سه عدد طبیعی پشت سر هم، یکی از آن‌ها بر ۳ بخش‌پذیر است. پس حتماً یکی از سه عدد $n-1$، n و $n+1$ بر ۳ بخش‌پذیر است. پس حاصل‌ضربشان هم بر ۳ بخش‌پذیر است. یعنی $n(n-1)(n+1)$ بر ۳ بخش‌پذیر است. در نتیجه n^3-n بر ۳ بخش‌پذیر است.

بچه موش چه رنگی می‌شود؟

جعفر اسدی گرمارودی

گاهی برای شـــناخت بهتر برخی از پدیده‌ها، لازم اســـت علوم مختلف به‌کمک یکدیگر بیایند. در ژنتیک، «احتمال» به توصیف چگونگی انتقال صفات ارثی کمـــک می‌کند تا پیش‌بینی‌های لازم بـــه عمل آید. برای اینکـــه کاربرد احتمال در این زمینه را ببینیم، بدون وارد شـــدن به مباحث تخصصی ژنتیک، به ذکر یک آزمایش سادهٔ ژنتیکی می‌پردازیم.

هـــر موجودی دارای ویژگی‌های ظاهـــری مانند رنگ مو، رنگ چشـــم و... اســـت. در برخی از این ویژگی‌ها امکان دارد فرزند به پدر و مادر خود شـــبیه باشـــد و در برخی دیگر ممکن است کوچک‌ترین شـــباهتی بین آن‌ها وجود نداشـــته باشـــد. برای روشن شدن این موضوع به بررسی رنگ بدن موش می‌پردازیم. در شکل‌ها سه نوع موش را مشاهده می‌کنیم.

با این توضیحات در مورد رنگ موش‌ها، می‌خواهیم پیش‌بینی کنیم، فرزند دو موش مادر و پدر با رنگ سیاه ناخالص چه رنگی خواهد شد و احتمال هر رنگ را نیز به‌دست آوریم.

سیاه ناخالص (Bb) (مادر)

سیاه ناخالص (Bb) (پدر)

بنای یادبود برای موش‌هایی که در تحقیقات ژنتیک از بین رفته‌اند

وقتی موشـــی دارای ژن سیاه خالص (BB) است، یعنی از پدر سیاه بودن (B) و از مادر نیز سیاه بودن (B) را به ارث برده است.

وقتی موشی دارای ژن سیاه ناخالص (Bb) اســـت، یعنی از یکی، یا پدر یا مادر، سیاه بودن (B) و از دیگری قهوه‌ای بودن (b) را به ارث برده است که سیاه صفت غالب[1] بوده است.

وقتی موشی دارای ژن قهوه‌ای خالص (bb) اســـت، یعنی از پدر قهوه‌ای بودن (b) و از مادر نیز قهـــوه‌ای بودن (b) را به ارث برده است.

جدول زیر تمام ترکیبات مختلف از پدر و مادر را نمایش می‌دهد.

		مادر	
		B	b
پدر	B	BB	Bb
	b	bB	bb

با توجه به این‌که جدول چهار تا خانه دارد و با فرض هم‌شانس بودن هر یک از خانه‌ها، احتمال هر خانه برابر یک‌چهارم خواهد بود:

$$\text{احتمال نوزاد قهوه‌ای خالص} = \frac{۱}{۴}$$

$$\text{احتمال نوزاد سیاه ناخالص} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{احتمال نوزاد سیاه خالص} = \frac{۱}{۴}$$

به‌همین ترتیب علاوه بر رنگ می‌توانیم خصوصیات دیگر نسل‌های آیندهٔ هر موجودی را پیش‌بینی کنیم.

پی‌نوشت‌ها:

۱. صفت غالب صفتی است که در نسل اول ظهور می‌کند و در حضور دیگر صفات مشابه خود را نشان می‌دهد.

۲. از همکار خوبم، آقای محمدعلی گیوه‌چی، برای کمک‌هایشان در نوشتن این مطلب، سپاسگزارم.

سپیده چمن‌آرا

آنچه از دوست رسد

گزارشی از دیدار با خوانندگان مجله

من و آقای **هوشمند حسن‌نیا**- از اعضای تحریریهٔ مجله- در آذرماه سال گذشته، با دانش‌آموزان دو مدرسه دیدارهایی داشتیم: دبیرستان دورهٔ اول **«فرزانگان کرج»** و دبیرستان دورهٔ اول پسرانهٔ **«آیینه»** (منطقه ۵ تهران). در این دیدار با دانش‌آموزان کلاس‌های مختلف، دربارهٔ مجله گپ زدیم و نظر آن‌ها را شنیدیم. این دوستان، دو یا سه شمارهٔ اول از این دوره از مجله به دستشان رسیده بود و قسمت‌هایی از آن‌ها را خوانده بودند. حتی آقای **مهدوی‌خواه**، دبیر ریاضی پایهٔ هشتم آیینه، از مطالب مجله به‌خصوص از دست‌سازه‌های ریاضی و پروژه‌های جئوجبرایی آن در کلاس‌های ریاضی خود استفاده می‌کرد و بعضی از دانش‌آموزان، این مطالب را به صورت پروژه انجام می‌دادند و به دیگر هم‌کلاسی‌های خود ارائه می‌کردند.

ابتدا کمی دربارهٔ خود مجله و مطالب آن سه شماره با این دوستان گفت‌وگو کردیم. سپس از آن‌ها خواستیم هر پیشنهادی برای مجله دارند، بدهند. دوستان کلی پیشنهاد جالب داشتند. بعضی نظرات حتی با هم متناقض بودند. به هرحال ما از آن‌ها کلی ایده گرفتیم. پیشنهادهای این دوستان را در ادامه می‌خوانید. در مواردی که پیشنهاد دهنده، نام خود را نیز ذکر کرده بود (و ما هنگام پیاده کردن فایل صوتی آن را داشتیم)، نام او را هم نوشته‌ایم:

● کاغذ مجله گلاسهٔ نازک بشود. ● ریاضی را در قالب داستان در مجله بیان کنید. ● روی جلدها با استفاده از شکل‌های هندسی یا اشیای ریاضی، کار گرافیکی انجام شود (پرنیان و پرنیان - پایهٔ نهم). ● مطالبی مانند رمزنگاری که در دورهٔ قبلی بود، مجله را جذاب می‌کند (یگانه - پایهٔ نهم). ● **برای پشت جلد، از دانستنی‌هایی که برای این سن جالب‌تر است استفاده شود، مانند اُریگامی یا مکعب روبیک (سارا و هستی - پایهٔ نهم).** ● **داخل مجله برای آموزش اریگامی یا چیزهایی مشابه آن، یک قسمت‌هایی باشد که بتوانیم ببریم و از مجله جدا کنیم (گلناز - پایهٔ نهم).** ● مطالب مجله برای بچه‌ها جذاب است، چون موضوعات را به بیان ساده گفته است. اگر مطالبی مثل هندسهٔ گره‌ها یا دنبالهٔ فیبوناتچی یا نسبت طلایی که برای دانش‌آموزان جالب است، با زبان ساده بیاید، خوب است. ● جدول بگذارید. ● سودوکوی پنج‌تایی بگذارید. ● **وقتی خواستم داستان فی‌پی را بخوانم، ترتیب مطالب مشخص نبود. برای کمیک‌ها شماره بگذارید.** ● رابطه‌های عددی جالب و جذابی در مجله بیاورید. ● راه حل‌های جالب مسائل ریاضی و راه‌های تستی را بنویسید (فاطمه - پایهٔ نهم). ● **دربارهٔ رشته‌های مرتبط با ریاضی در مجله اطلاعاتی بدهید که به تعیین رشتهٔ نهمی‌ها کمک کند.** ● از شکل‌های قشنگ بیشتر استفاده کنید. طنز هم بیشتر باشد (باران - پایهٔ هفتم). ● مطالب خنده‌دار هم بگذارید. ● از کاریکاتور هم استفاده کنید. ● از شعر، به‌خصوص شعر طنز هم استفاده کنید. ● هرچه مجله خوش آب و رنگ‌تر باشد، برای بچه‌ها جذاب‌تر می‌شود.

آموزش ارزیابی داشته باشید. اطلاعات مربوط به ریاضی‌دان‌ها را بلافاصله در صفحهٔ اول بگذارید، نه پشت جلد، که خوانده شود. چیستان و جدول‌های ساده بگذارید. برای درس‌های دیگر هم مجله چاپ بشود (پرنیان - پایهٔ هفتم). **دربارهٔ ارتباط ریاضی با زیست‌شناسی نیز مطلب بنویسید.** اگر ادبیات مجله خودمانی و محاوره‌ای باشد، بیشتر جذب آن می‌شویم. همچنین دربارهٔ کاربردهای ریاضی بیشتر برایمان بنویسید. مطالب درسی و علمی را که در مدرسه می‌خوانیم! بنابراین بهتر است جنبه‌های دیگری از ریاضی را در مجله نشان دهید. رشته‌های دانشگاهی مرتبط با ریاضی را برایمان معرفی کنید. **اخبار ریاضی، مانند جدیدترین مسائلی که ریاضی‌دان‌ها توانسته‌اند حل کنند، یا مسابقه‌ها یا جایزه‌های ریاضی در مجله بیاید. مطالب اجتماعی هم در آن باشد و از نظر آماری بررسی شود.** دربارهٔ اعداد در زبان‌های مختلف، مانند یونانی و این‌ها بنویسید. کتاب‌ها یا فیلم‌های جدید معرفی شوند و از نظر هنری که با ریاضیات و هندسه مرتبط است، بررسی شوند. دربارهٔ ساخت فضاپیماها در فیلم «جنگ ستارگان» یا مهندسی چیزهایی که در فیلم «هری پاتر» هست، بنویسید. در ابتدای متن‌های مربوط به کتاب درسی، کادری بیاید که تعریف‌های اصلی را یادآوری کند. یکی از فصل‌های کتاب درسی را، گسترده‌تر و بالاتر از سطح کتاب، ولی به اختصار توضیح بدهید. چیستان مطرح کنید (محمدی - پایهٔ نهم و آرش - پایهٔ هفتم). در پایان مطالبی که سؤالی مطرح شده است، آدرس بدهید پاسخ را ارسال کنیم و برایش جایزه بدهید. در لابه‌لای متن غلط‌های املایی بگذارید که بگردیم و پیدا کنیم و به این هوا، مطلب را بخوانیم. بازی و ریاضی بیشتر باشد. دربارهٔ اینکه ریاضی را چگونه بخوانیم و مسائل را چگونه حل کنیم و چگونه ریاضی را بهتر یاد بگیریم، بنویسید (محمدحسین منجزی- پایهٔ نهم). داستان‌هایی که ریاضی دارد، بنویسید (آرین - پایهٔ هشتم). بنویسید دانشمندان چگونه به یک فرمول رسیدند (سعید - پایهٔ هشتم). مطالبی بنویسید که بتوانیم آن‌ها را آزمایش کنیم و انجام دهیم (مهیار - پایهٔ هشتم). دربارهٔ فیزیک هم بنویسید (متین - پایهٔ هشتم). سؤال درسی با پاسخش بگذارید (سپهر - پایهٔ هشتم). انتهای هر مطلب سؤالاتی مطرح کنید (عرب‌یزدی - پایهٔ هشتم آیینه). زندگی ریاضی‌دان‌ها و تاریخچهٔ فرمول‌ها را بنویسید (مانی - پایهٔ هشتم). بخش معرفی سایت بیشتر باشد. **از عکس خود دانش‌آموزان برای صفحه‌های مجله (مثلاً در حال حل مسئله برای صفحهٔ «کی می‌تونه») استفاده کنید (آرین حجاری - پایهٔ هشتم). مطالب شماره‌های قدیم برهان را در کادرهایی لابه‌لای مطالب مجله معرفی کنید (سعید - پایهٔ هشتم).** مطالب مهم را در صفحه‌های وسط مجله بگذارید. تعداد صفحات کمیک بیشتر شود (پرهام، علیرضا - پایهٔ هفتم). طنز بیشتر شود (محمد- - پایهٔ هفتم). زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان برود داخل مجله. پشت مجله دیده نمی‌شود (آروَن - پایهٔ هفتم). پشت جلد مطالب فوق برنامه باشد، مثل نکات تستی (امیرمهدی - پایهٔ هفتم). دربارهٔ مساحت کرهٔ زمین هم بنویسید (رضا - پایهٔ هفتم). دربارهٔ ریاضی‌دان‌ها بیشتر بنویسید. دربارهٔ طرز درس خواندن هم بنویسید (آرش - پایهٔ هفتم). مجله سرگرمی و اطلاعات عمومی داشته باشد (متین - پایهٔ هفتم). مطالب خوب را اول مجله بگذارید.

از خانم طیبه محروقی و آقای علی‌اصغر جعفریان، مدیران این مدارس، که اجازه دادند با دانش‌آموزان گفت‌وگو کنیم سپاسگزاریم.

متری پارچه به اندازهٔ هندسهٔ قامت شما

سپیده چمن‌آرا
آمنه ابراهیم‌زاده طاری
عکاس: اعظم لاریجانی

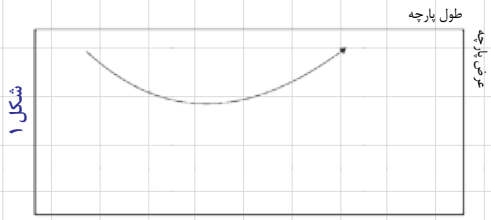
از بچگی می‌دیدم که عمه‌جان برای دوختن چادر برای من و دخترهای دیگر فامیل اندازه‌هایی می‌گیرد و بعد با استفاده از آن اندازه‌ها، پارچه را می‌برد و چادر را می‌دوزد. همیشه دوست داشتم بدانم چه ارتباطی بین آن اندازه‌ها و شکل چادر هست. چند وقت پیش برای گرفتن جواب این سؤال به خانهٔ عمه رفتیم. او هم برای ما از نحوهٔ دوختن چادر و مقنعه گفت. گفت‌وگوی ما را در ادامه می‌خوانید.

برهان: عمه‌جان، اگر بخواهید برای من چادر بدوزید، چه کارهایی باید بکنید؟

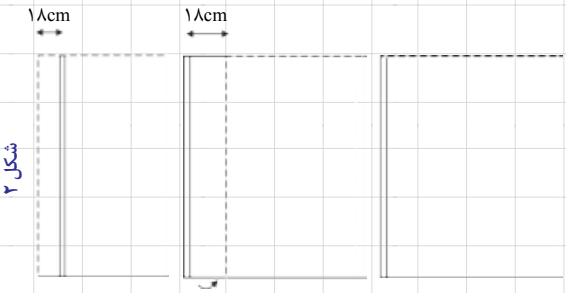
عمه: اول از همه باید قد تو را اندازه بگیرم تا بفهمم چه‌قدر پارچه باید بخریم. افرادی که قدبلندتر هستند، خب پارچهٔ بیشتری برایشان لازم است. بیشتر پارچه‌های چادری عرض ۱۱۵ـ ۱۱۰ سانتی‌متر دارند تا عرض ۱۵۰ سانتی‌متر. اگر عرض پارچه ۱۵۰ سانتی‌متر باشد، قوارهٔ چادری ۳/۵ یا ۳/۷۵ متر برای افراد قدبلندتر است. ولی اگر عرض پارچه کمتر باشد، مثلاً ۱۱۰ یا ۱۱۵ سانتی‌متر، ۴/۵ متر و حتی برای افراد بلندقد، ۵ متر و نیم یا ۵ متر و ۷۵ سانتی‌متر پارچه لازم است. بعد از خرید پارچه باید آن را بُبریم.

برهان: من دیده بودم که شما پارچه را روی سر دخترها می‌انداختید و می‌بریدید!

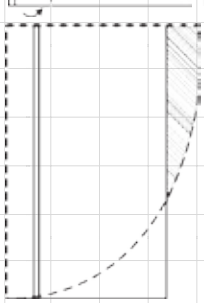
عمه: بله! پارچه را روی سر شما می‌اندازم و یک طرف پارچه را به اندازهٔ قد شما تنظیم می‌کنم. طرف دیگر پارچه را آن‌قدر می‌کشیم تا صاف روی سر قرار گیرد و هم‌اندازهٔ طرف اول، علامت می‌زنیم. این قدِ چادر است. منتها پشت چادر بلندتر است، زیرا این ۱۸ـ ۱۷ سانتی‌متر کف سر، به قد چادر از پشت اضافه می‌شود. بنابراین اول پارچه را از طول دو تا می‌کنیم (شکل ۱). بعد یک طرف آن را ۱۸ـ ۱۷ سانتی‌متر تا می‌زنیم (شکل ۲). بعد هم آن را ربع دایره می‌کنیم (شکل ۳).



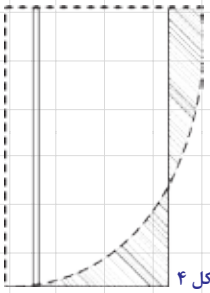
شکل ۱



شکل ۲


شکل ۳

می‌بینید که اگر عرض پارچه کم باشد، پشت چادر تکه می‌خورد. اگر بخواهید پشت چادر تکه نخورد، باید عرض پارچه را بیشتر بگیرید. معمولاً تکهٔ پشت چادر را از قسمت بریده شده از کنار پارچه تهیه می‌کنند (شکل ۴).

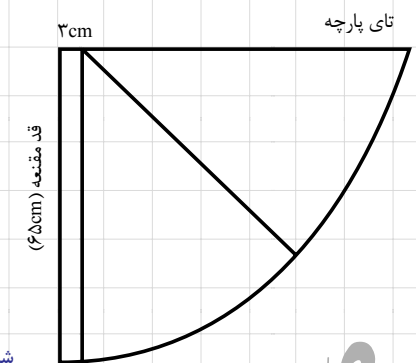

شکل ۴

تکهٔ پشت چادر این شکل‌ها را خواهد داشت:

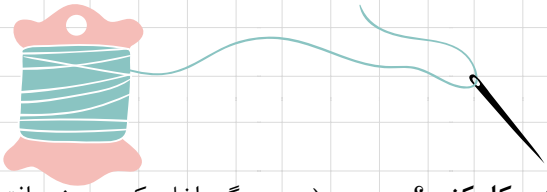
شکل ۵

برهان: مقنعه‌های کلوش که بعضی از آن‌ها چانه‌دار هم هستند، خیلی شبیه چادرند، درست است؟ این مقنعه‌ها هم مثل چادر شبیه نیم‌دایره هستند.

عمه: بله. با این تفاوت که قبل از برش به جای ۱۸ـ ۱۷ سانت، فقط ۳ سانت آن را تا می‌کنیم. دیگر اینکه وقتی پارچه را داریم می‌بریم، تا ۴۵° (نصف ربع‌دایره) به اندازهٔ قد مقنعه می‌بریم. ۴۵° بقیه را بلندتر می‌بُریم تا پشت مقنعه بالا نَپَرد (شکل ۶).

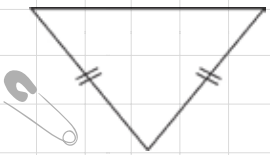


شکل ۶



برهان: برای دوختن جلوی مقنعه باید چکار کنیم؟

عمه: معمولاً ۳۰ سانتی‌متر را باز می‌گذاریم و بقیه را می‌دوزیم. بعد چانه را هم که یک مثلث متساوی‌الساقین است (شکل ۷)، از دو تا ساقش به مقنعه وصل می‌کنیم. خودبه‌خود کمی تنگ‌تر می‌شود. اما اگر نخواهیم چانه بگذاریم، باید کمتر از ۳۰ سانت باز بگذاریم: از رستنگاه مو تا زیر چانه.



شکل ۷

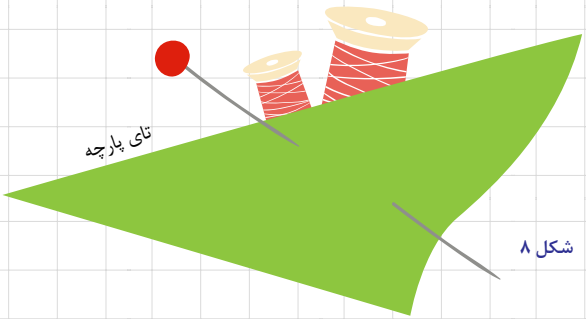
راســـتی، یک مدل مقنعهٔ دیگر هم هست که درواقع شبیه $\frac{۱}{۴}$ دایره است: مقنعهٔ پُفی یا کله‌قندی.

برهان: آهان، مثل همین که سرِ ماست؟ خب دربارهٔ اندازه‌ها و شـــکل آن هَم توضیح می‌دهید؟

عمه: بله، حتماً. نصـــف مقنعهٔ کله‌قندی (پُفـــی) درواقع از داخل یـــک مربع بریده می‌شـــود و از آن شکلی شـــبیه ربع دایره درمی‌آید. ولی راســـتش خیلی هم شبیه ربع دایره نیست. زیرا تا قطر مربع، مثل $\frac{۱}{۸}$ دایره است و از قطر به بعد، یک منحنی اســـت که پشـــت مقنعه را می‌سازد و برای اینکه پشت مقنعه خیلی بالا نَپَرد، باید خیلی بلندتر باشـــد. چون دقت کنید که بالای سرتان به قد مقنعه اضافه می‌شود

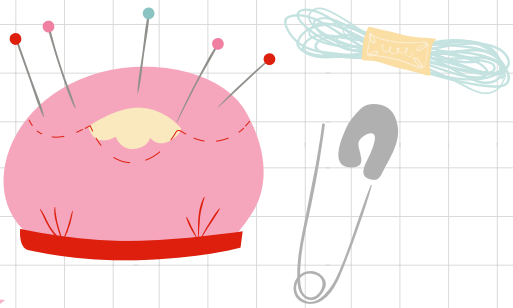
برهان: چقدر پارچه برای این نوع مقنعه لازم است؟

عمه: ۹۰ ســـانتی‌متر پارچه با عرض ۹۰ ســـانتی‌متر کافی است. البته اگر عرض پارچه بیشـــتر از ۹۰ سانتی‌متر باشد، خب می‌شود پشت مقنعه را کمی بلندتـــر گرفت که خوش‌حالت‌تر بایســـتد (یعنی دیگر داخل یک مربع نمی‌افتد، داخل مستطیلی نزدیک به یک مربع می‌افتد) و اضافه‌اش را دور می‌ریزیم.



شکل ۸

برهان: ممنون عمه جان! راســـتی چادر من کی آماده می‌شود؟!



اقتصادی باشیم

ریاضی

گره از قصهٔ ما باز می‌کند

داوود معصومی مهوار

بیست سال پیش **حاج رحیم** مغازهٔ ۵۰ متر مربعی خود در خیابان شوش و انبار ۲۱۰ متر مربعی خود را فروخت، موقعیت بهتری پیش آمده بود تا یک مغازهٔ ۵۰ متر مربعی و انبار ۶۰۰ متر مربعی پشت آن را یکجا بخرد. هر دو مغازه در خیابان شوش بودند و پلاک آن‌ها حدود ۱۰۰ شماره با هم تفاوت داشت. قیمت آن‌ها هم تفاوتی نداشت. حاج رحیم می‌توانست مغازهٔ جدید را به قیمت ۵۶ میلیون تومان بخرد. اما پول فروش انبار ۲۱۰ متر مربعی او و پس‌اندازش سر جمع ۳۴ میلیون تومان شد، در حالی‌که انبار ۶۰۰ متر مربعی جدید ۶۰ میلیون تومان قیمت داشت. یاد مرحوم **حاج موسی** (که قبلاً بسیار با هم شراکت داشتند) افتاد و به پسران حاج موسی خبر داد. آن‌ها هم ملک را دیدند و ۲۶ میلیون تومان دادند و ملک خریداری شد. همان موقع حاج رحیم سه دانگ از شش دانگ انبار را به نام پسران مرحوم حاج موسی سند زد و به آن‌ها گفت که کسی از فردا خبر ندارد. باید این کار درست انجام شود تا خدای نکرده حقی از شما ضایع نشود. سند را به آن‌ها داد و گفت که کم‌کم ۴ میلیون تومان پرداخت کنند تا پرداختشان هم مثل سهم سندشان نصف باشد.

الان پس از گذشت ۲۰ سال حاج رحیم می‌خواهد مغازه و انبار را بفروشد و خود را بازنشسته کند. به **حاج مرتضی**، پسر بزرگ مرحوم حاج موسی، خبر داد که اگر می‌خواهد، او مغازه و سه دانگ انبار را بخرد. ولی با گذشت زمان قیمت مغازه و انبار بالا رفته است و حاج مرتضی گفت که نمی‌تواند بخرد. ۲۰ سال پیش یک متر مربع مغازه کمی بیشتر از یک میلیون تومان قیمت داشت و هر متر مربع انبار هم تقریباً ۱۰۰ هزار تومان ارزش داشت. ولی الان هر دو ترقی کرده‌اند. مغازه متری ۴۰ میلیون تومان و انبار متری ۵ میلیون تومان ارزش دارد.

اما بشنوید که حاج مرتضی ساز جدیدی زد و گفت به شرطی رضایت به فروش می‌دهد که سهم او از کل ملک محاسبه شود، نه از سه دانگ انبار، و در پاسخ به تعجب و پرسش حاج رحیم گفت، درست است که او و برادرش قانوناً سند سه دانگ از انبار را دارند، ولی انصاف این است که در کل ملک شریک باشند و از ترقی بسیار زیاد مغازه نیز سهم ببرند. او از حاج رحیم خواست که همهٔ ملک را بفروشد و به جای اینکه نیمی از بهای انبار را به او بدهد، سهم او و برادرش را از کل ملک محاسبه کند. یعنی قیمت ۲۰ سال پیش ملک را که ۱۱۶ میلیون تومان بوده است، ملاک بگیرند و سهم حاج مرتضی و برادرش را ۲۶ از ۱۱۶

محاسبه کنند. (راستی نگفته بودم که پسران حاج موسی همان ۲۶ میلیون را داده بودند و پرداخت دیگری بعد از آن نداشتند.)
خلاصه حاج رحیم این درخواست حاج مرتضی را نپسندید و گفت که ۲۰ سال پیش همین اندازه مغازه را داشت و برای خرید انبار بزرگ‌تر به آن‌ها درخواست شراکت داده بود. بر این اساس شراکت آن‌ها تنها در انبار است و سهم شرکاء نیز به نسبت ۳۴ از ۶۰ و ۲۶ از ۶۰ می‌باشد. دیگران نیز داستان را شنیدند و برخی هم برای حَکَمیت دعوت شدند و همگی نظر حاج رحیم را به انصاف دانستند و ترقی و رشد متری ۳۹ میلیون تومان مغازه را حق حاج رحیم اعلام کردند و سهم پسران مرحوم حاج موسی را منحصر در بهای فروش انبار و به نسبت ۲۶ از ۶۰ دانستند.

اولین چیزی که نظر حسین را جلب کرد، این بود که در این ۲۰ سال ترقی قیمت مغازه بیشتر از ترقی قیمت انبار بوده است. همین موضوع دید همه را تار کرده بود و همه فکر می‌کردند که طرح حاج مرتضی به نفعش است

ولی باز هم حاج مرتضی از حاج رحیم خواست که خودش کلاه خودش را قاضی کند و حق او و برادرش در کل ملک را به رسمیت بشناسد.
خلاصه این ماجرا نقل کاسب‌ها و آشنایان هر دو طرف شده بود تا اینکه **حسین**، پسر حاج رحیم نیز با پدرش صحبت کرد و از او خواست که ملک را بفروشد و سهم پسران مرحوم حاج موسی را مطابق نظر خود آن‌ها بپردازد! یعنی ۵۰ متر مغازه را متری ۴۰ میلیون تومان و ۶۰۰ متر انبار را نیز متری ۵ میلیون تومان بفروشد و کل مبلغ

$$۵۰۰۰=۳۰۰۰+۲۰۰۰=۵\times۶۰۰+۴۰\times۵۰$$

میلیون تومان را بر ۱۱۶ تقسیم کند و ۲۶ سهم از این ۱۱۶ سهم را به پسران مرحوم حاج موسی بدهد.
حاج رحیم گفت: «چرا باید آن‌ها را در مال خود و ترقی متری ۳۹ میلیون تومان مغازه شریک کنم؟ این حق و انصاف نیست! آن‌ها تنها در انبار شریک من هستند و من مایلم که قیمت کنونی انبار، یعنی ۳۰۰۰ میلیون تومان را به ۶۰ سهم تقسیم کنم و ۲۴ تا از این سهم‌ها را به آن‌ها بدهم. تو چرا طرف آن‌ها را می‌گیری؟! ۲۰ سال پیش این انبار را ۶۰ میلیون تومان خریدیم و آن‌ها هم ۲۶ میلیون تومان از ۶۰ میلیون تومان را پرداختند. حقشان همین ۲۶ از ۶۰ است، نه بیشتر!»
حسین پاسخ داد: «حاج آقا من حساب می‌کنم و شما خودت ببین. حاج مرتضی حواسش نیست. این‌جور که حاج مرتضی سهم می‌خواهد، پول کمتری به او می‌رسد. و اگر همان نظر شما را قبول کنند، پول بیشتری گیرش می‌آید.»
حاج رحیم گفت: «شوخی می‌کنی حسین؟ این همه آدم شنیده‌اند و گفته‌اند که حاج مرتضی نباید چشم به قیمت رشد کردهٔ مغازه داشته باشد و حاج مرتضی هم این همه به همین رشد قیمت مغازه چشم دارد و اصرار می‌کند که سهمش را از کل ملک حساب کنم. این همه آدم حواسشان نیست؟»
حسین گفت: «بله حاج آقا، حواسشان نیست. شما ببین این حساب من چه ایرادی دارد؟
قیمت مغازه = ۵۰×۴۰ میلیون = ۲۰۰۰ میلیون
قیمت انبار = ۶۰۰×۵ میلیون = ۳۰۰۰ میلیون
یعنی مغازه دو میلیارد تومان و انبار سه میلیارد تومان می‌ارزد. حالا سهم پسران مرحوم حاج موسی را آن‌جور که خودشان می‌خواهند حساب می‌کنم. یعنی همهٔ این ۵ میلیارد تومان را به ۱۱۶ سهم تقسیم می‌کنم و ۲۶ سهم را برای آن‌ها در نظر می‌گیرم:

$$\frac{۵۰۰۰}{۱۱۶}\times ۲۶ = ۱۱۲۰/۶۹$$

حالا سهم آن‌ها را جوری که شما پیشنهاد داده‌اید و آن‌ها نپسندیده‌اند، حساب می‌کنم:

$$\frac{۳۰۰۰}{۶۰}\times ۲۶ = ۱۳۰۰$$

می‌بینید حاج آقا؟ طرح شما به نفعشان و طرح خودشان به ضررشان است. اگر به حرف شما گوش کنند، نزدیک ۱۸۰

میلیون تومان به نفعشان خواهد شد!»

حاج رحیم گفت: «مطمئن هستی حسین جان؟ البته من راضی به ضررشان نیستم. همین‌ها را بیا برایشان بگو. خدا را خوش نمی‌آید که ضرر کنند.»

حسین گفت: «چشم حاج آقا. شما چند نفر معتمدشان و کسانی را که قبلاً حَکَم بوده‌اند، بیاور. همه‌چیز را روشن می‌کنیم و...»

اما موضوع برای خود حسین هم جالب بود. اولین چیزی که نظر حسین را جلب کرد، این بود که در این ۲۰ سال قیمت مغازه حدود متری ۳۹ میلیون تومان و قیمت انبار حدود متری ۴/۹ میلیون تومان بالا رفته است. گویا ترقی قیمت مغازه بیشتر از ترقی قیمت انبار است. همین موضوع دید همه را تار کرده بود و همه فکر می‌کردند که طرح حاج مرتضی به نفعش است. ولی ذهن ریاضی و منظم حسین او را وادار کرد که بعد از محاسبه و تحقیق، دربارهٔ طرح حاج مرتضی قضاوت کند. پس از محاسبه تازه حسین کار خود را آغاز کرد. چرا چنین شده بود؟ چرا چنین چیزی از دید همه پنهان مانده بود؟ نخستین چیزی که به ذهن حسین رسید، نگاه از زاویه‌ای دیگر بود. حسین متوجه شد که در این ۲۰ سال قیمت مغازه تقریباً ۳۵/۷ برابر، ولی قمیت انبار ۵۰ برابر شده است.

شما چه فکر می‌کنید؟ آیا اصل مطلب همین‌جاست؟ آیا ضریب تغییر قیمت (۳۵/۷ و ۵۰) را باید مهم دانست و خود مقدار افزایش قیمت (۳۹ میلیون تومان در مقابل ۴/۹ میلیون تومان) اهمیت چندانی ندارد؟ چرا باید این‌گونه فکر کنیم؟ از کجا بفهمیم که عامل مهم و مؤثر کدام است؟

حسین خیلی زود فهمید که در این مسئله چیزی به نام عامل مهم و مؤثر وجود ندارد. اهمیت دادن بیجا به یک عامل ما را به اشتباه می‌اندازد و ممکن است مانند حاج مرتضی دچار پیش‌بینی و قضاوت ناراست بشویم. حسین عددهای مسئله را عوض کرد تا بتواند دیدگاه‌های جدیدی پیدا کند.

او فرض کرد که مغازه به جای ۵۰ متر مربع یک متر است! و سپس سرانگشتی حساب کرد. در این حالت حاج مرتضی در ۶۰۰ متر انبار که متری ۵ میلیون تومان می‌ارزد، به نسبت ۲۶ از ۶۰ سهیم و شریک است. عدد $\frac{۲۶}{۶۰}$ خیلی به نصف نزدیک است. اگرچه قیمت مغازه (متری ۴۰ میلیون تومان) بالاست، ولی کلاً مغازهٔ یک متری ۴۰ میلیون تومان می‌ارزد و خود انبار ۳۰۰۰ میلیون تومان.

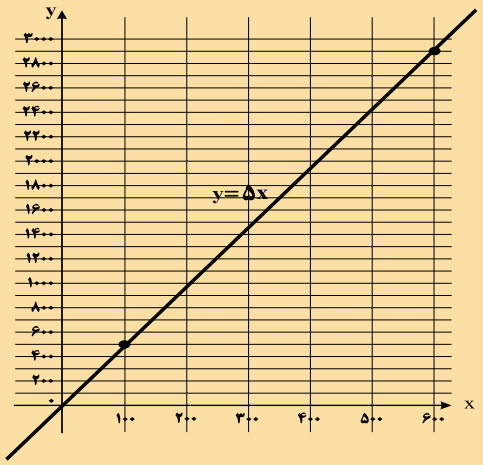
چرا باید به ذهن کسی بزند که سهم $\frac{۲۶}{۶۰} \times ۳۰۰۰$ خود را در انبار رها کند و به دنبال سهم $\frac{۲۶}{۱۱۶} \times ۳۰۴۰$ باشد؟ می‌بینید؟ ۳۰۰۰ فرق چندانی با ۳۰۴۰ ندارد، ولی $\frac{۲۶}{۶۰}$ تقریباً برابر نیم است و $\frac{۲۶}{۱۱۶}$ از ۰/۲۵ هم کوچک‌تر است!

حسین خیلی زود فهمید که در این مسئله چیزی به نام عامل مهم و مؤثر وجود ندارد. اهمیت دادن بیجا به یک عامل ما را به اشتباه می‌اندازد و ممکن است دچار قضاوت ناراست بشویم. او عددهای مسئله را عوض کرد تا بتواند دیدگاه‌های جدیدی پیدا کند

حالا شما هم دست به‌کار شوید. حالت‌های مختلفی را در نظر بگیرید و در هر حالت دو جور (یک بار ۲۶ سهم از ۶۰ سهم انبار و بار دیگر ۲۶ سهم از ۱۱۶ سهم کل ملک) سهم حاج مرتضی را محاسبه کنید. مثلاً فرض کنید که مساحت مغازه و انبار برابر باشند. حالت‌های دیگر را با سلیقهٔ خودتان انتخاب کنید.

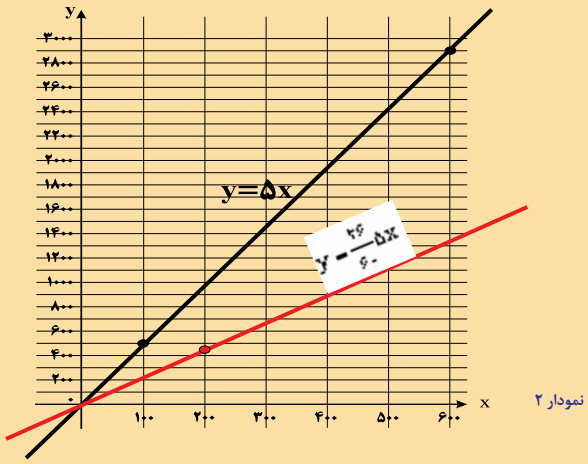
حسین همین جا به فکر نمودار افتاد. نمودار می‌تواند حالت‌های زیادی را یک جا به ما نشان بدهد. او از نمودار خط در صفحهٔ مختصات کمک گرفت. مساحت مغازه را به‌طور ثابت همان ۵۰ متر در نظر گرفت. پس ارزش مغازه هم درست برابر ۵۰×۴۰ میلیون تومان، یعنی ۲۰۰۰ میلیون تومان شد. او قیمت انبار را همان متری ۵ میلیون تومان گرفت. ولی تلاش کرد تا مساحت انبار را متغیر بگیرد، نه ثابت. خیلی ساده و سرراست ارزش یک انبار به مساحت x متر، برابر x حاصلِ‌ضرب در ۵ میلیون تومان

اســـت. حســـین نام محور افقی را محور x گذاشت و نام محور عمودی را y و به این ترتیب y (ارزش انبار) را محاســـبه کرد و نمودار ۱ را کشید.



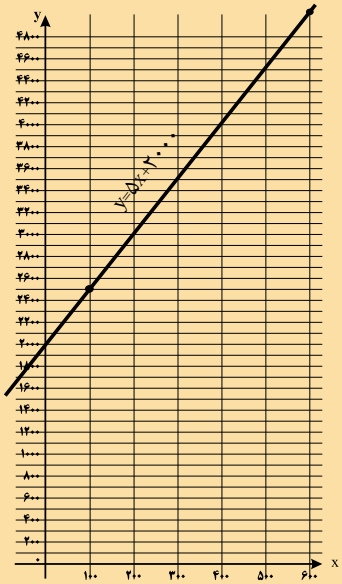
نمودار ۱

یک انبار ۱۰۰ متری ۵۰۰ میلیون تومان و یک انبار ۶۰۰ متری ۳۰۰۰ میلیون تومان می‌ارزد.
در نمودار ۲ سهم حاج مرتضی نیز نشان داده شده است.



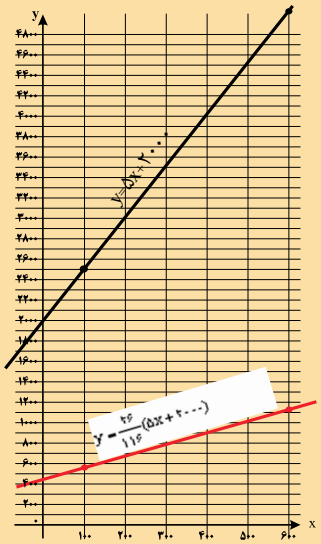
نمودار ۲

در یک انبار ۲۰۰ متری سهم حاج مرتضی کمی کمتر از نصف ارزش کل انبار (۱۰۰۰ میلیون تومان) اســـت. حالا ارزش کل ملک را نشـــان می‌دهیم. پس باید در هـــر حالت قیمت مغازه (۲۰۰۰ میلیون تومان) را نیز اضافه کنیم (نمودار ۳).

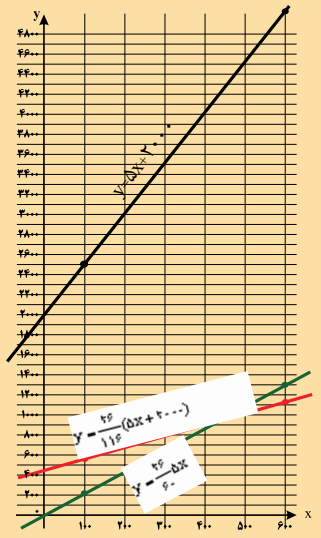


نمودار ۳

حالا ارزش مغـــازه (۲۰۰۰ میلیون تومان) به ارزش انبار اضافه شده اســـت و ملک شامل مغازه و انبار ۱۰۰ متر مربعی ۲۵۰۰ میلیون و ملک شـــامل مغازه و انبـــار ۶۰۰ متر مربعی ۵۰۰۰ میلیون تومان می‌ارزد.
حاج مرتضی مایل بود که ســـهمش از کل ملک محاسبه شود و او ۲۶ ســـهم از ۱۱۶ سهم ملک را داشته باشد. سهمش را در نمودار ۴ ببینید.
اگر انبار ملـــک ۱۰۰ متر مربعی بود، ســـهم حاج مرتضی (به روش دلخواه خودش) ۵۶۰/۴ میلیون تومان می‌شد و اگر ملک انبار ۶۰۰ متری داشـــته باشد، سهم او (باز هم به روش دلخواه خودش) ۱۱۲۰/۶۹ میلیون تومان خواهد بود.
خوب اســـت که ســـهم حاج مرتضی را چنان‌کـــه حاج رحیم پیشـــنهاد داده و چنان‌که خودش می‌خواسته یکجا و در کنار هم ببینیم (نمودار ۵).



نمودار ۴



نمودار ۵

می‌بینید که در ملکی با انبار ۶۰۰ متر مربعی پیشنهاد حاج رحیم (رنگ سبز) به نفع حاج مرتضی است. محاسبات حسین هم همین را نشان می‌داد. ولی در ملکی با انبار ۱۰۰ متر مربعی پیشنهاد حاج رحیم به نفع حاج مرتضی نخواهد بود. در این صورت داریم:

$$\text{سهم حاج مرتضی به روش خودش} = \frac{۲۶}{۱۱۶}(۵\times۱۰۰+۲۰۰۰) = ۵۶۰/۴$$

$$\text{سهم حاج مرتضی به روش پیشنهادی حاج رحیم} = \frac{۲۶}{۶۰}(۵\times۱۰۰) = ۲۱۶/۷$$

کمک گرفتن از نمودار معادلهٔ خط به ما نشان داد که روش‌های پیشنهادی حاج رحیم و حاج مرتضی، هیچ‌کدام همواره به نفع یکی و به ضرر دیگری نیستند و در صورت ثابت گرفتن مساحت مغازه، نفع و ضرر هر یک از آن‌ها در هر پیشنهاد، بستگی به مساحت انبار دارد و البته در همهٔ محاسبات و نمودارها، ارزش هر متر مربع مغازه و هر متر مربع انبار به ترتیب ۴۰ و ۵ میلیون تومان در نظر گرفته شد. تغییر این دو عدد نیز تغییراتی در نتیجه پدید خواهد آورد.

آخرین نمودار کشیده شده را بررسی و مطالعه کنید. بکوشید تا پاسخ این پرسش را بیابید که آیا ممکن است در حالتی محاسبهٔ سهم حاج مرتضی در هر دو روش نتیجه و مقدار یکسانی به دست دهد؟

منبع:

www.ghadam.com

هنر تقارن

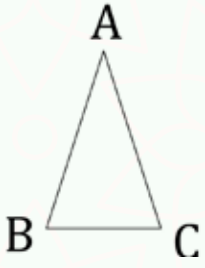
کیان کریمی‌خراسانی

در دو مقالهٔ قبلی(شـــماره‌های ۷۵ و ۷۷ مجله)، روش‌های ساخت یک الگوی کاشـــی‌کاری به‌کمک انتقال و دوران را بیان کردیم. در این مقاله می‌خواهیم به‌کمک تقارن، یک الگوی کاشی‌کاری بسازیم. همانند دو شیوهٔ قبلی، در این شیوه نیز از «هندسهٔ پس‌زمینه» استفاده می‌کنیم و دو هندسهٔ پس‌زمینه‌ای را که بتوان در آن‌ها الگوی کاشی‌کاری با تقارن را پیاده کرد، معرفی می‌کنیم:

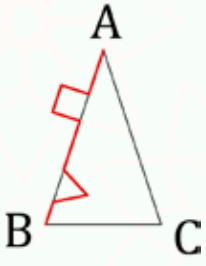
مثلث‌های متساوی‌الساقین **ذوزنقه‌های متساوی‌الساقین**

کاشی‌کاری در هندسهٔ پس‌زمینهٔ مـثلث‌های متـســاوی‌الســاقین

۱ ابتدا مثلث متساوی‌الساقین ABC (با ساق‌های AB و AC) را در نظر می‌گیریم.

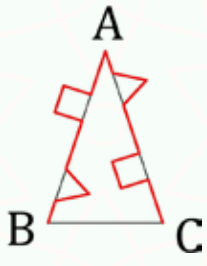


۲ یک منحنی روی ضلع AB و از A به B رسم می‌کنیم.

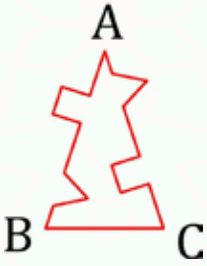


۳ منحنی رسم شده را به‌طور جداگانه در نظر می‌گیریم. سپس آن را نسبت به یک خط موازی BC قرینه می‌کنیم.

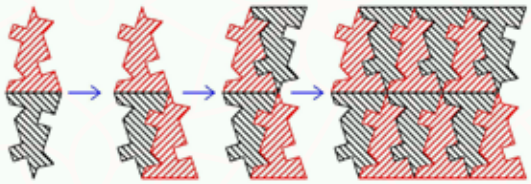
۴ منحنی قرینه شـــده را روی ضلع AC منطبق می‌کنیم (دو سرِ منحنی بر نقاط A و C منطبق می‌شوند).



۵ اکنون یک کاشی جدید داریم.

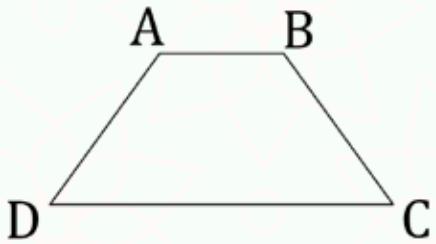


۶. به‌کمک تقارن و انتقال، یک الگوی کاشی‌کاری پدید می‌آوریم. دقت کنید، دو کاشی قرمز و سیاه (که بالا و پایین یکدیگر قرار دارند) از تقارن محوری نسبت به یکدیگر به‌دست می‌آیند.

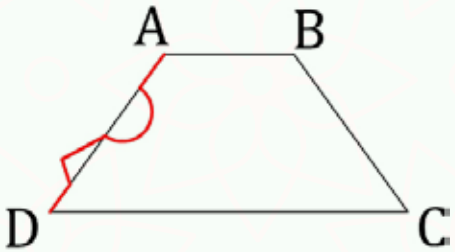


کاشی‌کاری در هندسهٔ پس‌زمینهٔ ذوزنقه‌های متساوی‌الساقین

۱. ابتدا ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین ABCD (با ساق‌های BC و AD) را در نظر می‌گیریم.

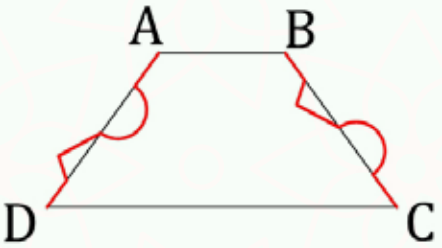


۲. یک منحنی روی ضلع AD و از A به D رسم می‌کنیم.

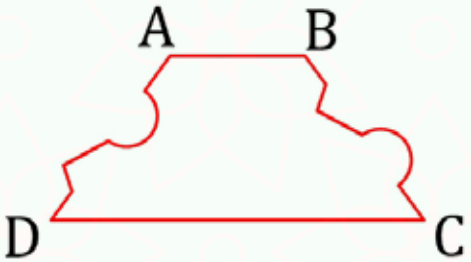


۳. منحنی رسم شده را به‌طور جداگانه در نظر می‌گیریم. سپس آن را نسبت به یک خط موازی CD قرینه می‌کنیم.

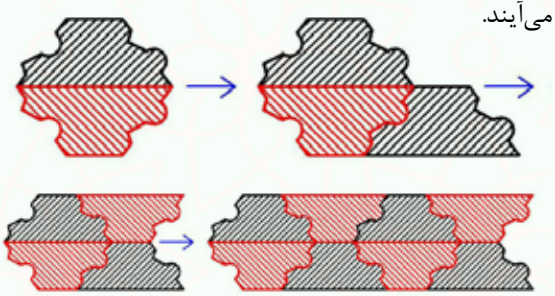
۴. منحنیِ قرینه شده را روی ضلع BC منطبق می‌کنیم (دو سر منحنی بر نقاط B و C منطبق می‌شوند).



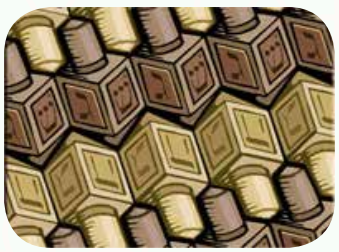
۵. اکنون یک کاشی جدید داریم.



۶. به‌کمک تقارن و انتقال، یک الگوی کاشی‌کاری پدید می‌آوریم. دقت کنید، دو کاشی قرمز و سیاه (که بالا و پایین یکدیگر قرار دارند) از تقارن محوری نسبت به یکدیگر به‌دست می‌آیند.

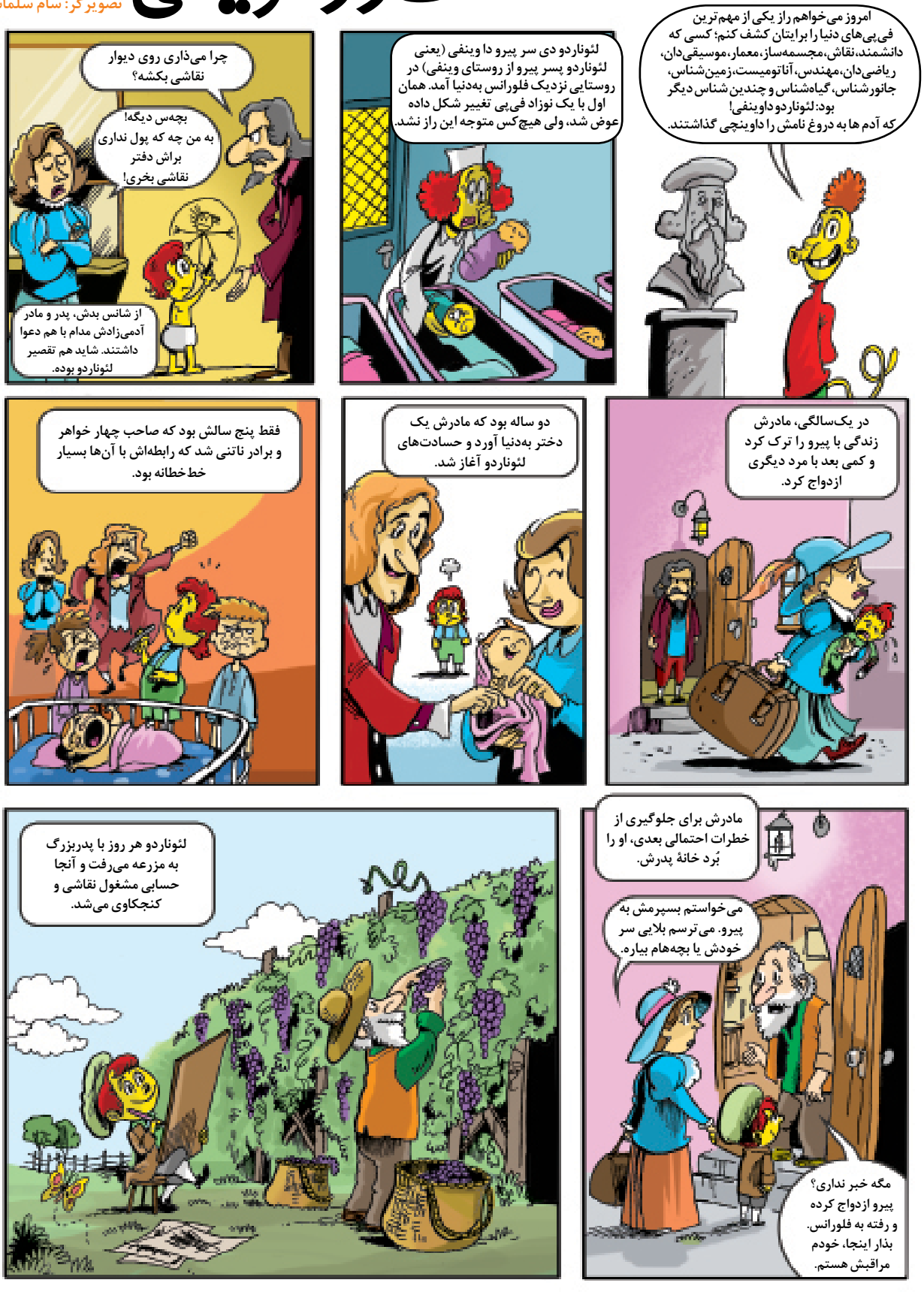


در شکل‌های زیر، نمونه‌های زیبایی از کاشی‌کاری به‌کمک تقارن را می‌بینید.



کشف راز داوینفی

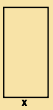
نویسنده: حسام سبحانی طهرانی
تصویرگر: سام سلماسی



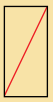
عده‌ای معتقدند، اگر لئوناردو الان به‌دنیا می‌آمد، عمراً نقاش نمی‌شد. او دوست داشت همه‌چیز را ثبت کند، اما چون دوربین و تلفن همراه نبود، ناچار می‌شد نقاشی کند.
اما او فقط نقاشی نمی‌کرد، بلکه دل و رودهٔ جانور بدبخت را هم بیرون می‌ریخت. اسم باکلاسش هست: کالبد شکافی یا تشریح.
در مدرسه کلاً مشکل داشت. سر کلاس ریاضی که اصلاً گوش نمی‌کرد و حواسش به دنیای اطرافش بود.
شاید چون خیلی جلوتر از هم‌سن‌وسالاش بود و حوصلهٔ این چیزهای پیش‌پا افتاده را نداشت. کلاً هم تناسب خیلی دوست داشت.
سر کلاس «بنویسیم» اوضاع بدتر بود و همه‌چیز را چپکی می‌نوشت. سال‌ها بعد آدم‌ها فهمیدند که این نوعی رمزنگاری بوده است.
او نمی‌خواست که آدم‌ها از اکتشافاتش سر دربیاورند و تنها فی‌پی‌ها متوجه یادداشت‌هایش می‌شدند. متأسفانه هیچ آدمی به این قسمت ماجرا اشاره نکرده است.
۱۰ ساله بود که پدرش برای دیدنش به وینفی آمد. وقتی متوجه استعداد عجیب لئوناردو شد، دست او را گرفت و با خودش بُرد به فلورانس.

Honarka de Vercca
بابا استاد دِل وِروکیو تستی کار میکنه؟
نه پسرم، تشریحی کار می‌کنه. تا دلت می‌خواد، تشریح کن.
تفاوت اصلی لئوناردو با بقیهٔ شاگردان این بود که علاقهٔ خاصی هم به علم داشت و قبل از کشیدن هر چیزی، ته و توی آن را درمی‌آورد.
آن‌وقت‌ها، برعکس امروز، هنرمندان و پزشکان با هم دوست بودند و گروه تشکیل می‌دادند. همین‌جا بود که استعدادش توی درآوردن دل و روده شکوفا شد و طوری تشریح می‌کرد که هیچ پزشکی نمی‌توانست.
استاد، بهتر بود اینجا رو بیشتر سایه می‌زدید.
مهارتش در کالبدشکافی وهمینطور مطالعاتش دربارهٔ رنگ و نور، از داوینفی یک نقاش خبره ساخت، به‌طوری که باعث متحول شدن دل وروکیو در پایان نقاشی «غسل تعمید» شد.
حالا دیگه شاگردم در نقاشی از من استادتره. از امروز دیگه نقاشی نمی‌کشم و تنها مجسمه می‌سازم.
علاقهٔ لئوناردو به تناسب و مهارتش در کالبدشکافی به نقاشی مشهور «مرد ویتربوسی» منجر شد.
او در یادداشت‌های رمزآلود اطراف نقاشی اشاره کرد که در اندام آدم‌ها هم می‌شود نسبت طلایی یا همان عدد فی را دید. اما هیچ‌کس این را نفهمید، جز فی‌پی‌ها.
بعد از ۲۰ سال تحصیل و تحقیق در فلورانس، داوینفیِ همه‌چیزدان راهی میلان شد.
این طرح جدیدم دربارهٔ سلاح‌های...
بذار برای بعد! یه فکری به حال جشن فردا بکن.
چون میلان همیشه در خطر حملهٔ دشمنان بود، داوینفی یک عالمه طرح مهندسی و نظامی برای حفاظت میلان کشید، اما...

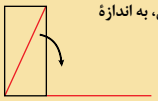
می‌خواهی بدانی چطور یک مستطیل با نسبت طلایی رسم کنیم؟



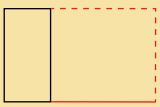
ابتدا یک مستطیل رسم می‌کنیم که طولش دوبرابر عرضش باشد (درواقع نصف یک مربع است.)



سپس قطر مستطیل را رسم می‌کنیم.



در آخر، به عرض مستطیل، به اندازهٔ قطرش اضافه می‌کنیم.



حالا با تکمیل شکل، یک مستطیل با نسبت طلایی داریم.

$\varphi.X \approx 1/618X$

ادامهٔ داستان در شمارهٔ بعد...

مثبت منفی بزن

کلاس بازی‌هایی برای درس

سبا دهقان

شروع بازی

این یک بازی دو نفره است که برای انجام آن به این چیزها احتیاج دارید:
✓ یک صفحه کاغذ که روی آن یک محور اعداد از ۱۳- تا ۱۳+ کشیده شده است. ✓ یک مداد ✓ دو عدد تاس ✓ یک لوبیا یا نخود یا... به‌عنوان نشانگر

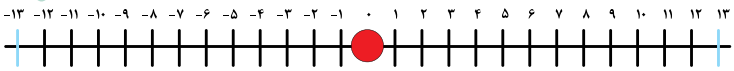
از بین شما دو نفر، یکی باید نقش مثبت را بازی کند و دیگری نقش منفی. مثبت همیشه در جهت مثبت محور اعداد حرکت می‌کند؛ یعنی از چپ به راست. اما منفی همیشه در جهت منفی محور اعداد حرکت می‌کند؛ یعنی از راست به چپ. روی محور اعداد همان‌طور که می‌بینید، یک نشانگر قرار دارد. این نشانگر در ابتدای بازی روی صفر است.

روش بازی

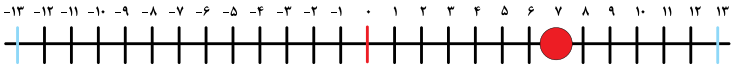
در هر دور بازی کسی که نوبت اوست، دو تاس را هم‌زمان می‌ریزد و اعداد رو آمده را با هم جمع می‌کند. بعد با توجه به اینکه منفی است یا مثبت، نشانگر را به اندازهٔ حاصل‌جمع به دست آمده حرکت می‌دهد. حالا نوبت نفر بعدی است که تاس بریزد و باز هم به اندازهٔ حاصل‌جمع اعداد روی تاس، نشانگر را در جهت خودش حرکت دهد.

برندهٔ بازی

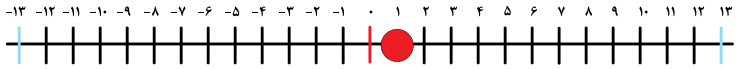
اگر نشانگر به عدد ۱۳+ برسد، بازیکن مثبت برندهٔ بازی است و اگر نشانگر به عدد ۱۳- برسد، بازیکن منفی. صفحهٔ بازی ابتدا به شکل صفحه مقابل است و نشانگر قرمز روی صفر قرار دارد:



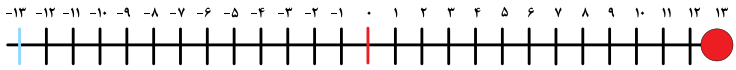
من و دوستم بازی می‌کنیم. من مثبت هستم و دوستم منفی. من تاس می‌ریزم و اعداد ۵ و ۲ می‌آیند. بنابراین من ۷ تا در جهت مثبت حرکت می‌کنم. و صفحهٔ بازی این شکلی می‌شود:



حالا نوبت دوستم است که تاس بریزد. او تاس می‌ریزد و اعداد ۲ و ۴ رو می‌شوند. جمع ۲ و ۴ مساوی ۶ است. دوستم باید از عدد ۷ شروع کند و ۶ تا در جهت منفی حرکت کند. بنابراین صفحهٔ بازی این شکلی می‌شود.



دوباره نوبت من است که تاس بریزم. این بار من خوش‌شانسم و دو تا ۶ رو می‌شود! من باید ۱۲ تا جلو بروم. بنابراین به ۱۳ می‌رسم و بازی را می‌برم:



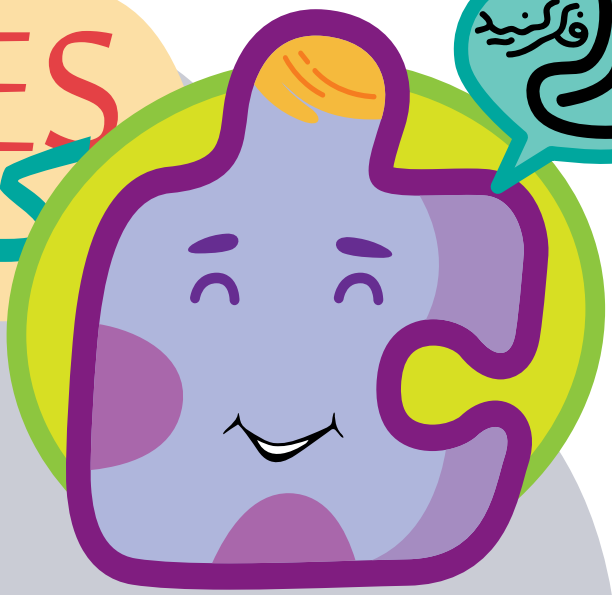
البته ممکن است بازی به این زودی تمام نشود و کش و قوس ما برای کشیدن نشانگر به سمت خودمان بیشتر ادامه پیدا کند. اگر چند دست بازی کرده‌اید، سعی کنید به این سؤالات فکر کنید:

- به‌نظر شما بهتر است که شرط برنده شدن در بازی رسیدن نشانگر به عددهای ۱۳ و ۱۳- باشد یا بزرگ‌تر از ۱۳ و کوچکتر از ۱۳- هم قبول باشد؟ مثلاً اگر نشانگر روی عدد ۵ بود و اعداد تاس من ۵ و ۴ آمدند، من باید ۹ تا جلو بروم که در این صورت به عدد ۱۴ می‌رسم. در شیوهٔ قبلی بازی، من در این حالت برنده نیستم و فقط در صورتی برنده می‌شوم که نشانگر دقیقاً روی عدد ۱۳ قرار بگیرد. اما در شیوهٔ جدید، قرار گرفتن نشانگر روی اعداد ۱۳ و بزرگ‌تر از آن باعث برنده شدن من می‌شود. به‌نظر شما در کدام‌یک از این شیوه‌ها بازی راحت‌تر است یا زودتر تمام می‌شود؟
- یک شیوهٔ سومی که می‌توان برای بازی پیشنهاد داد این است که هرکس بعد از پرتاب تاس می‌تواند تصمیم بگیرد اعداد رو شده را با هم جمع کند، از هم کم کند، در هم ضرب کند یا بر هم تقسیم کند. پس از این تصمیم او می‌تواند نشانگر را جلو ببرد. به‌نظر شما در این صورت بازی راحت‌تر می‌شود یا نه؟
- شما چه شیوه‌های جدیدی برای بازی پیشنهاد می‌کنید؟

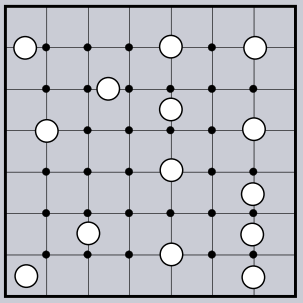
بازی فکر کنید

محدثه کشاورز اصلانی

GALAXIES کهکشان‌ها



در این جدول هفت در هفت شما باید تعدادی کهکشان را رسم کنید.



اما کشیدن این کهکشان‌ها قوانینی دارد:

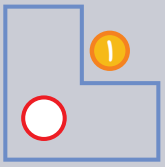
۱. هر دایرهٔ تو خالی مرکز یک کهکشان است. (یعنی تعداد کل کهکشان‌ها به اندازهٔ تعداد دایره‌های تو خالی است.)

۲. برای رسم کهکشان‌ها باید نقاطی را که در جدول هستند، فقط به‌صورت افقی یا عمودی به هم وصل کنید.

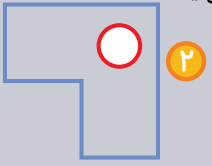
۳. کهکشان‌ها نباید یکدیگر را قطع کنند و در پایان باید تمام سطح جدول را پر کنند.

۴. کهکشان‌های شما باید نسبت به مرکز کهکشان متقارن باشند. یعنی اگر کهکشان را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، شکل آن فرقی نکند و باز هم شبیه اول باشد.

مثلاً شکل ۱ را در نظر بگیرید:

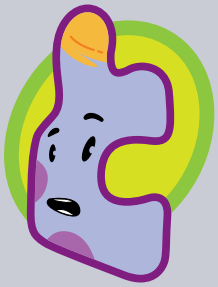


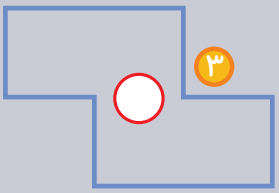
اگر آن را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، به صورت شکل ۲ درمی‌آید:



که با شکل اول یکی نیست. پس این شکل متقارن نیست.

اما اگر شکل ۳ را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، باز هم شبیه خودش است. پس این یک شکل متقارن است.

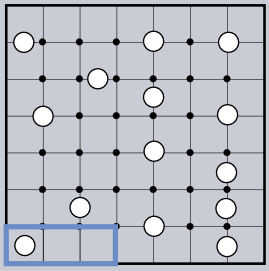


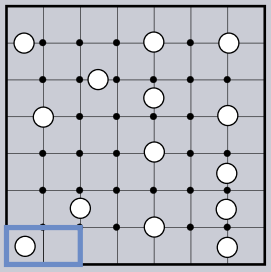


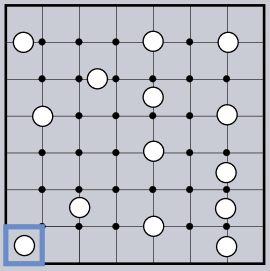
در مورد شکل ۴ چطور؟

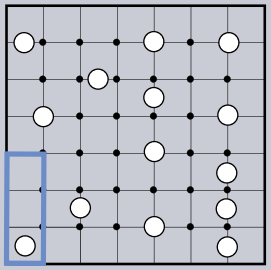
اگر آن را ۱۸۰ درجه بچرخانیم، به‌صورت شکل ۵ درمی‌آید:

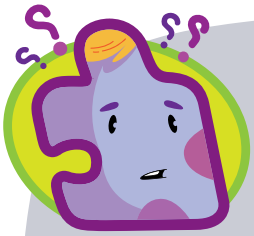
پس این شکل هم متقارن نیست. خب، حالا برگردیم به‌سراغ پازل کهکشان‌ها. برای حل پازل بهتر است از گوشه‌ها شروع کنیم. در این پازل اگر از گوشهٔ پایین سمت چپ شروع کنیم، این انتخاب‌ها را داریم:



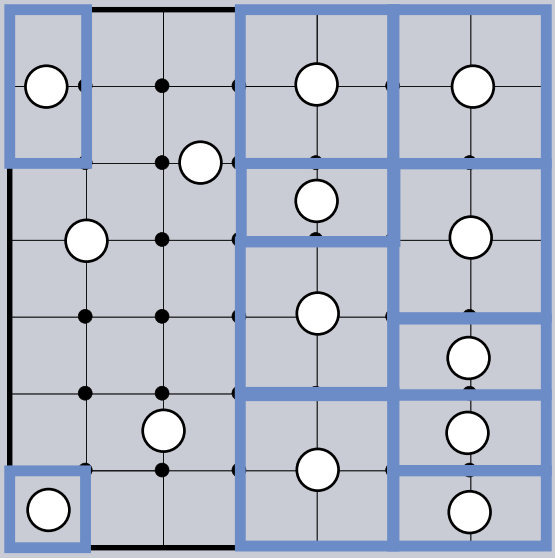




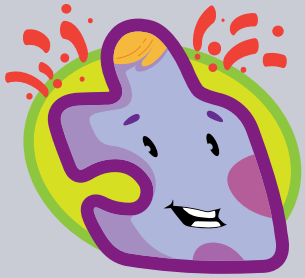


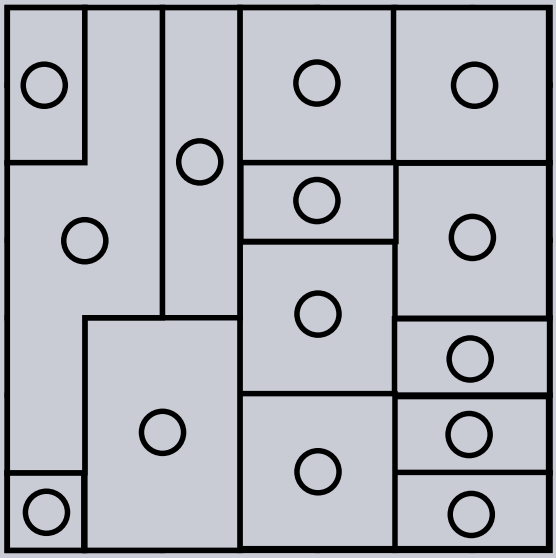


اما از بین آن‌ها فقط شکل آخر، کهکشانی و متقارن است. به همین ترتیب خیلی از کهکشان‌های دیگر را نیز می‌توانیم رسم کنیم.



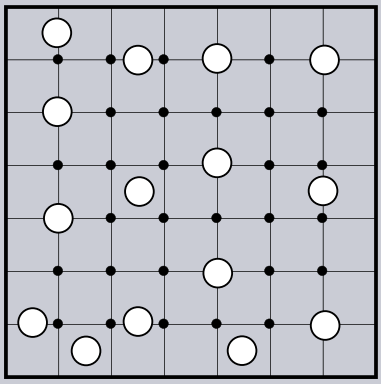
حالا در این مرحله باید سه کهکشان رسم کنیم، به‌طوری که همه متقارن باشند، یکدیگر را قطع نکنند و کل سطح باقی‌مانده را بپوشانند. می‌توانید این کار را انجام دهید؟ این پازل در نهایت به این شکل حل می‌شود:



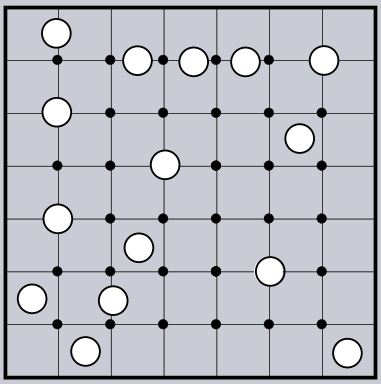


اگر علاقه‌مند به حل این نوع پازل‌ها هستید، می‌توانید نمونه‌های زیر را امتحان کنید:

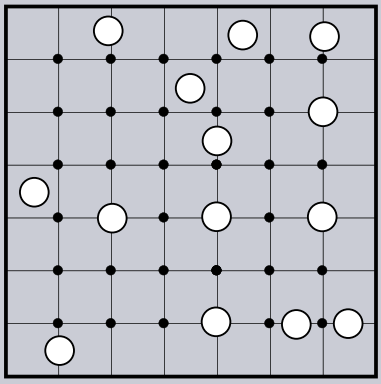
GALAXIES (۲)



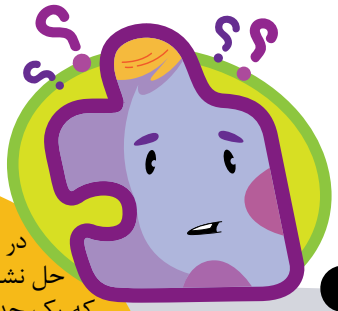
GALAXIES (۳)



GALAXIES (۴)



تعداد بیشتری از این پازل‌ها را می‌توانید در سایت «www.krazydad.com» به‌صورت رایگان بیابید.



پازل حل کنیم بیشتر

در زیر تعدادی پازل SUGURU حل نشده آورده‌ایم. به‌جز خط‌های کم‌رنگ، که یک جدول ۶ در ۶ درست کرده‌اند، در هر پازل، تعدادی خط پررنگ وجود دارد. خط‌های پررنگ فضایی را می‌سازند که به آن‌ها «جعبه» می‌گوییم. جعبه‌ها ممکن است شامل یک مربع باشند یا بیشتر. مربع‌های مجاور هم (چه به‌صورت افقی یا عمودی و چه به‌صورت اریب)، نباید هم‌عدد باشند. ضمناً مهم نیست که این مربع‌ها در یک جعبه باشند یا نباشند.

		۴			
۲					
۱				۳	
		۴			
۲					۴

SUGURU (۱)

۲		۳			
					۴
۴					
۳	۵		۱		

SUGURU (۲)

۳					
				۴	
۴					۲
۲					
					۳

SUGURU (۳)

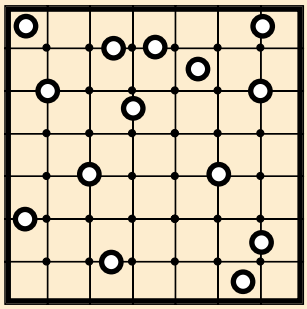
	۴				۵
		۲			
			۲		۲
۴				۴	

SUGURU (۴)

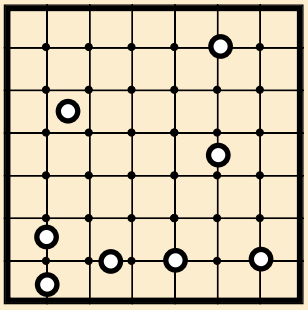
					۱
	۱				
					۳
۲					
		۳			
۱		۴			۲

SUGURU (۵)

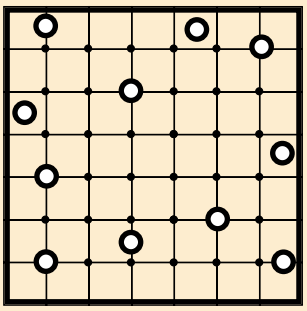
در زیر، تعدادی پازل حل نشدهٔ GALAXIES آورده‌ایم. حل کنید و لذت ببرید.



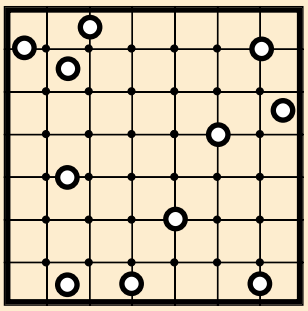
GALAXIES (۵)



GALAXIES (۶)



GALAXIES (۷)



GALAXIES (۸)

کی می‌تونه حل کنه؟!

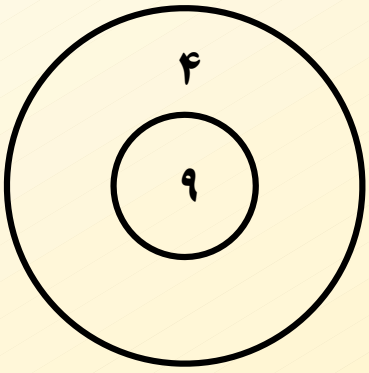
آمنه ابراهیم‌زاده طاری

۱ می‌خواهیم روی هر یک از خانه‌های شکل زیر، عددی بنویسیم طوری که مجموع اعداد هر سه خانهٔ پشت سر هم برابر ۱۳۹۶ بشود. به‌جای «؟» باید چه عددی بگذاریم؟

	۳۴۲				۲۵۱	؟		

۲ اضلاع مستطیلی برحسب سانتی‌متر، اعدادی طبیعی‌اند. هیچ‌یک از طول و عرض این مستطیل بر ۶ بخش‌پذیر نیست. اگر بدانیم مساحت این مستطیل ۳۶ سانتی‌متر مربع است، محیط آن چقدر است؟

۳ امتیازهای یک صفحهٔ دارت به شکل زیر است. **علی** چند بار به‌سمت دارت پرتاب می‌کند و ۵۱ امتیاز می‌گیرد. او چند پرتاب انجام داده است؟



GEOGEBRA

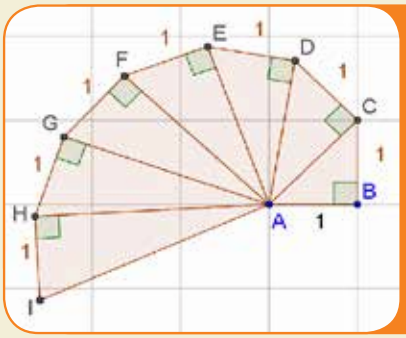
پروژه‌های جئوجبرایی!

رسم اعداد رادیکالی روی محور

قسمت دوم

سیدمهدی بشارت

در قسمت پیش بیان شد که به‌کمک نمودار حلزونی می‌توان جذر هر عدد طبیعی را روی محور اعداد نمایش داد. مانند نمودار ۱ که $\sqrt{۸}$ را نشان می‌دهد. برای رسم این نمودار، در نرم‌افزار «جئوجبرا»:



نمودار ۱

۱. با ابزار مثلث قائم‌الزاویه ABC را می‌کشیم.
۲. به‌منظور رسم عمودی به اندازهٔ ۱ واحد بر ضلع AC، ابتدا با ابزار از نقطهٔ C بر ضلع AC خطی عمود می‌کنیم.
۳. سپس با ابزار دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۱ می‌کشیم.
۴. با ابزار نقطهٔ تقاطع دایره و خط عمود (نقطهٔ D) را می‌یابیم.
۵. با ابزار مثلث ACD را رسم می‌کنیم.

• فرایند فوق را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا به $\sqrt{۸}$ یا رادیکال مورد نظرمان برسیم.

می‌بینید که یک مشکل بزرگ اینجا وجود دارد. برای یافتن جای جذر هر عدد طبیعی روی محور باید جذر همهٔ اعداد قبلش را رسم کرد! آیا راه دیگری وجود ندارد؟ باز هم از رابطهٔ **فیثاغورس** مدد می‌گیریم.

فرض کنید می‌خواهیم $\sqrt{۱۴}$ را مشخص کنیم. آیا می‌توانیم مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنیم که وتر آن $\sqrt{۱۴}$ یا خیلی نزدیک به آن باشد؟ یعنی اعداد طبیعی a و b را چنان بیابیم که $a^۲+b^۲$ نزدیک‌ترین عدد به ۱۴ باشد؟

به این منظور بزرگ‌ترین مربع کاملی را که از ۱۴ کوچک‌تر است، پیدا می‌کنیم. این عدد ۹ است. پس a=۳. برای تعیین b توجه داریم که $a^۲+b^۲\le ۱۴$. بنابراین:

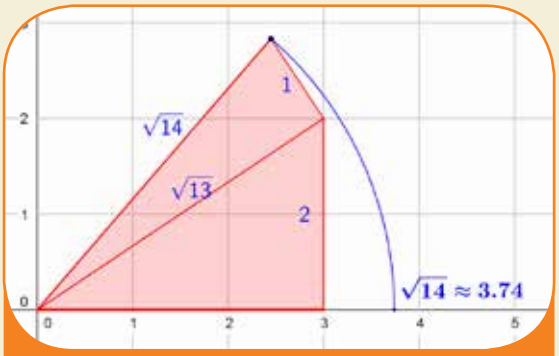
$$b^۲\le ۱۴-۹ \Rightarrow b^۲\le ۵ \Rightarrow b=۲$$

در نتیجه:

$$a^۲+b^۲=۳^۲+۲^۲=۱۳$$

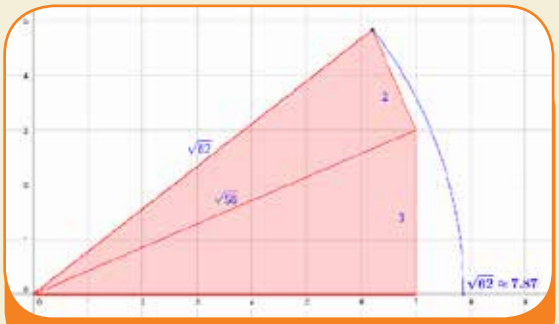
پس باید مثلثی قائم‌الزاویه به اضلاع ۳ و ۲ بسازیم که وتر آن $\sqrt{۱۳}$ است.

سپس برای رسیدن به $\sqrt{۱۴}$ باید یک طبقه دیگر روی آن بنا کنیم.



نمودار ۲

به‌عنوان یک مثال دیگر به $\sqrt{۶۲}$ می‌پردازیم.
بزرگ‌ترین مربع کامل کوچک‌تر از ۶۲، عدد ۴۹ است. فاصله ۴۹ تا ۶۲، برابر با ۱۳ واحد است.
بزرگ‌ترین مربع کامل کوچک‌تر از ۱۳، عدد ۹ است. فاصله ۴۹+۹=۵۸ تا ۶۲، برابر با ۴ واحد است.
با توجه به اینکه ۴ خودش مربع کامل است، می‌نویسیم:
۶۲ =۷²+۳²+۲² اکنون جای $\sqrt{۶۲}$ را این‌گونه روی محور مشخص می‌کنیم:



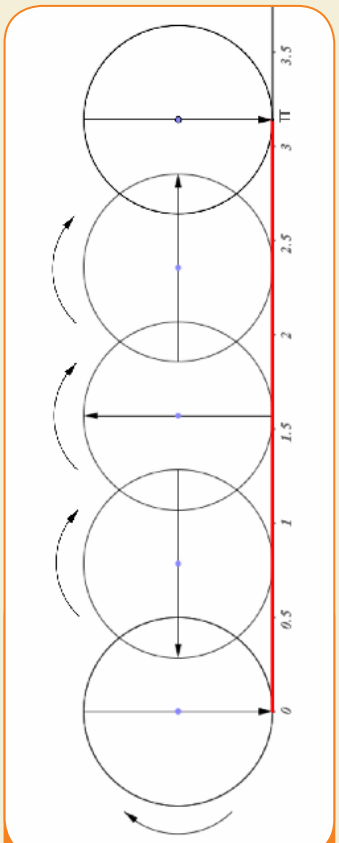
نمودار ۳

نتیجه

برای یافتن جای جذر هر عدد طبیعی روی محور، باید آن را به‌صورت **مجموع مربعات چند عدد** نوشت.
در مثال‌های بالا برای $\sqrt{۱۴}$ از ۱۴=۳²+۲²+۱² و برای $\sqrt{۶۲}$ از ۶۲=۷²+۳²+۲² استفاده کردیم. حالا نوبت شماست. سعی کنید $\sqrt{۸۰}$ و $\sqrt{۹۰}$ را روی محور مشخص کنید. فایل موجود در صفحهٔ http://www.geogebra.org/m/jwhMUvnw به شما در رسم رادیکال اعداد طبیعی کمک می‌کند.

آیا هر عدد گنگی را می‌توان روی محور اعداد نمایش داد؟

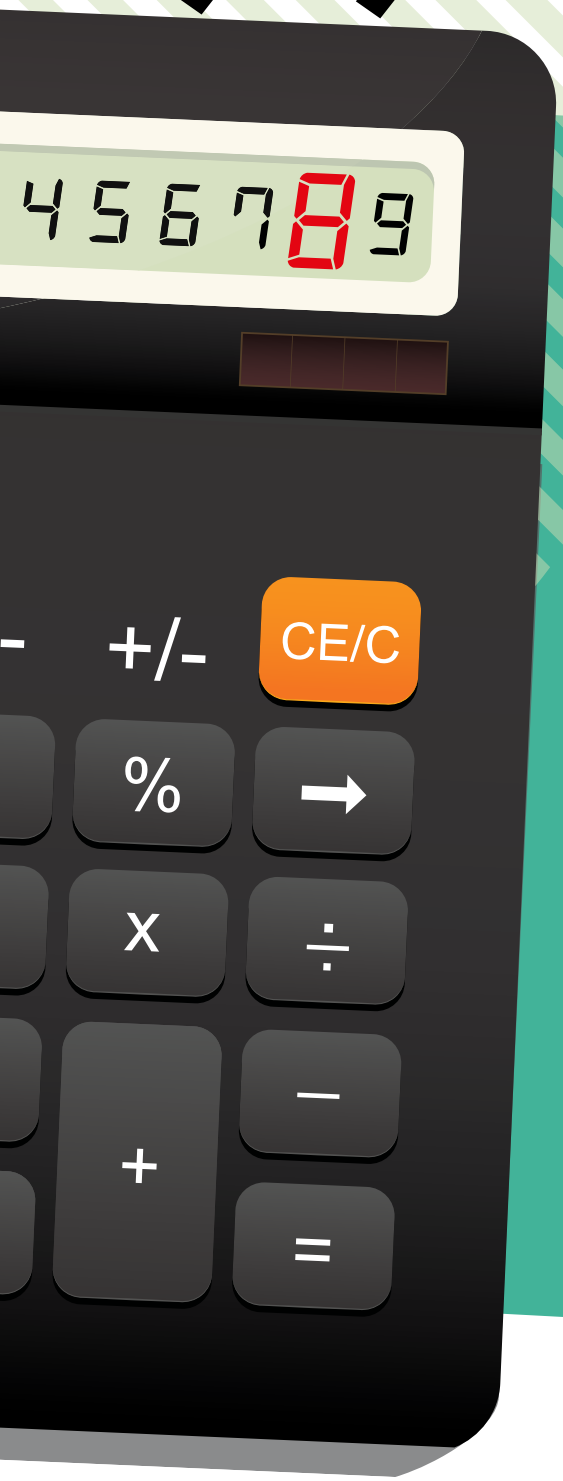
هر عدد حقیقی، چه گویا باشد چه گنگ، یک نقطه کاملاً مشخص روی محور اعداد دارد.
مثلاً برای اینکه جای عدد π روی محور مشخص شود، کافی است دایره‌ای به قطر ۱ (شعاع ۰/۵) را یک دور روی محور اعداد بچرخانیم. محیط دایره برابر است با حاصل‌ضرب قطردر عدد π، پس محیط این دایره، با عدد π برابر می‌شود و وقتی یک دور کامل روی محور می‌چرخد، به اندازه عدد π جلو می‌رود.
برای دیدن پویانمایی نمایش عدد π روی محور، به صفحهٔ زیر مراجعه نمایید:
http:///www.geogebra.org/m/gXz3zRU7
گرچه هر عدد حقیقی، چه گنگ و چه گویا، یک نقطه مشخصی روی محور دارد، ولی جای همه اعداد گنگ را نمی‌توان با خط‌کش و پرگار مشخص کرد. مثلاً اعداد رادیکالی با فرجه ۳ را نمی‌توان با خط‌کش و پرگار رسم کرد و روی محور نمایش داد.
در ریاضیات ثابت می‌شود که فقط اعداد رادیکالی با فرجه ۲ یا توانی از ۲ مثل فرجه ۴ یا ۸ یا ۱۶ و... با خط‌کش و پرگار قابل رسم هستند و دیگر اعداد رادیکالی قابل رسم نیستند، گرچه هرکدام نقطه کاملاً مشخصی روی محور اعداد دارند.



نمودار ۴

محاسبه‌بـ

ماشین‌حساب دوست‌داشتنی من



یـــک روز از همون روزهایی که بچه‌تر بودم، به خانهٔ دوستم رفتم تا با هم درس بخوانیم. وقتی که می‌خواستیم مسائل محاسباتی ریاضی را حل کنیم، دوســـتم گفت: «حیف که ماشین‌حسابم خراب شده، وگرنه الان تند تند همهٔ محاسبات رو به کمک ماشین‌حساب انجام می‌دادیم.»
من که عاشق ماشین‌حساب بودم، با خوش‌حالی گفتم: «بیارش ببینم چه اشکالی پیدا کرده.»
وقتی که دکمه‌های ماشین‌حساب را بررسی کردم، فهمیدم که فقط دکمهٔ شمارهٔ ۸ خراب شده است. خب خیلی هم بد نبود. ما می‌توانستیم عددهایی را که رقم ۸ نداشتند، به راحتی محاسبه کنیم. اما...
راســـتش را بخواهید، من خیلی دوست دارم برای خودم مســـئله‌های جدید طـــرح کنم و در حقیقت خـــودم را به چالش بکشـــم. برای همیـــن وقتی به مسئله‌ای رسیدیم که برای حلش باید دو عدد ۱۱۸ و ۲۳۱ را ضرب می‌کردیم، با خودم فکر کردم چطور می‌توانم بدون اینکه نیاز باشد دکمهٔ ۸ را وارد کنم، با ماشین‌حساب حاصل این ضرب را پیدا کنم. آن موقع فکر کردم به‌کمک خاصیت‌های جمع و ضرب می‌شود راحت این کار را انجام داد:

$$۲۳۴\times۱۱۸=۲۳۴\times(۱۲۰-۲)$$
$$=(۲۳۴\times۱۲۰)-(۲۳۴\times۲)$$
$$=۲۸۰۸۰-۴۶۸=۲۷۶۱۲$$

باز هم رقم ۸! حالا چه‌کار کنم؟
اگر فکـــر کردید که ماشین‌حســـاب‌های آن زمان مانند

ـدون هشت

شراره تقی دستجردی

ماشین‌حساب‌های امروزی پرانتز داشتند، «سخت» در اشتباهید! بنابراین من دوباره باید تفریق ۴۶۸ از ۲۸۰۸۰ را جور دیگری حل می‌کردم (و اگر با خود فکر می‌کنید که: «خب اینکه یک تفریق ساده است و حتی بدون ماشین‌حساب هم می‌شود جوابش را به‌راحتی به‌دست آورد»، باید بگویم که «سخت‌تر» در اشتباهید! چرا که روش فکر کردن و حل مسئله برای من جالب بوده و هست، نه رسیدن به جواب). خیلی هیجان‌انگیز بود! باید مسئلهٔ تفریق را به مسئلهٔ دیگری تبدیل می‌کردم.

نظر شما چیست؟ به‌جای این تفریق چه‌چیز می‌توان نوشت که ارقام آن ۸ نداشته باشد؟

$$۲۸۰۸۰-۴۶۸=?$$

این اتفاق شروعی بود برای طرح سؤالات بیشتر که دعوت می‌کنم شما هم به چند تا از آن‌ها فکر کنید. فقط یادتان نرود که دکمهٔ شمارهٔ ۸ ماشین‌حسابتان خراب است!

$$۸۹۲\times۹۰۸=?$$

$$۱۱۸\div۳۲=?$$

$$۶۴\div۱۳۸=?$$

لطفاً راه‌حل‌های خلاقانهٔ خود را برای ما بفرستید.

با آرزوی شادی برای شما

پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

۱ پاسخ: ۸۰۳

راه‌حل: اعداد خانه‌های جدول را مانند شکل زیر نام‌گذاری می‌کنیم:

	۳۴۲	a	b	c	۲۵۱	x		

داریم: ۳۴۲+a+b=a+b+c=۱۳۹۶. پس c=۳۴۲.

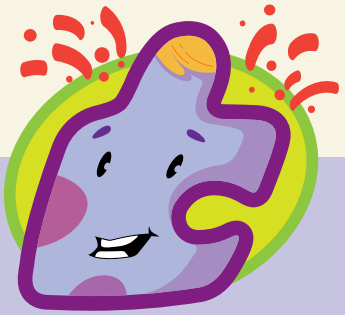
بنابراین x=۱۳۹۶-(۲۵۱+۳۴۲)=۸۰۳.

۲ پاسخ: ۲۶

راه‌حل: تنها حالت ممکن، مستطیلی به طول ۹ و به عرض ۴ است.

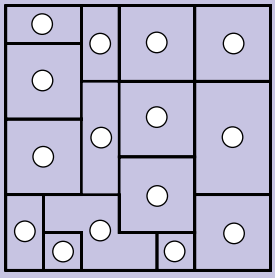
۳ پاسخ: ۹

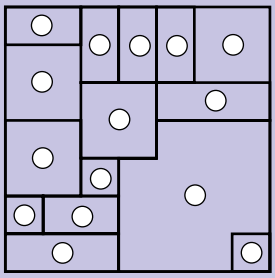
راه‌حل: تنها حالت ممکن این است که ۳ بار قسمت ۹ امتیازی و ۶ بار به قسمت ۴ امتیازی برخورد کرده باشد.

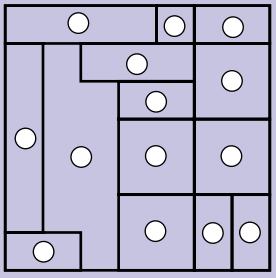


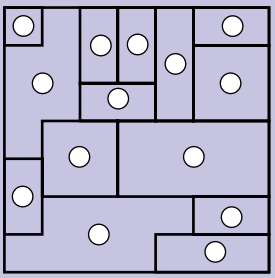
پاسخ پازلی فکر کنید

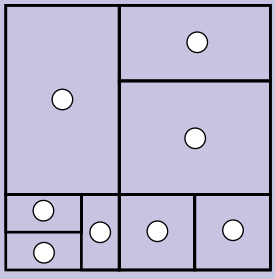
از صفحه‌های ۲۵ و ۲۶ مجله

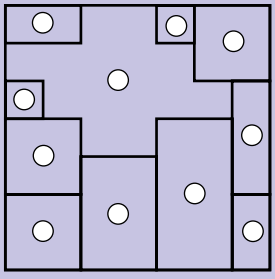

GALAXIES (۲)

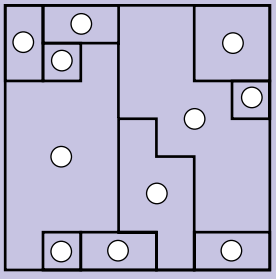

GALAXIES (۳)


GALAXIES (۴)


GALAXIES (۵)


GALAXIES (۶)


GALAXIES (۷)


GALAXIES (۸)

SUGURU (۱)

۱	۳	۴	۱	۲	۱
۲	۵	۲	۳	۴	۵
۳	۴	۱	۵	۱	۲
۱	۲	۳	۲	۳	۴
۴	۵	۴	۱	۵	۱
۲	۱	۳	۲	۳	۴

SUGURU (۲)

۲	۱	۳	۱	۳	۱
۳	۴	۲	۵	۲	۵
۱	۵	۱	۴	۱	۴
۴	۲	۳	۵	۳	۲
۳	۵	۴	۱	۴	۱
۱	۲	۳	۲	۵	۲

SUGURU (۳)

۳	۲	۱	۳	۱	۴
۱	۴	۵	۲	۵	۳
۵	۲	۳	۱	۴	۱
۴	۱	۴	۲	۵	۲
۲	۵	۲	۱	۴	۱
۳	۱	۲	۵	۲	۳

SUGURU (۴)

۲	۴	۱	۴	۱	۵
۱	۳	۲	۵	۳	۲
۲	۵	۴	۱	۴	۱
۳	۱	۳	۲	۳	۲
۴	۲	۵	۱	۴	۱
۵	۱	۴	۳	۵	۳

SUGURU (۵)

۳	۲	۳	۱	۴	۱
۴	۱	۴	۲	۵	۲
۳	۵	۳	۱	۴	۳
۲	۱	۲	۵	۲	۵
۴	۵	۳	۱	۴	۱
۱	۲	۴	۵	۳	۲

دوقلوهای استثنایی

هوشنگ شرقی

یکی از شـــب‌های آخر اسفندماه بود و بیشتر خانواده‌ها سرگرم خانه‌تکانی شـــب عید بودند. به همین دلیل هم از پیشنهاد من برای جمع شدن بچه‌ها در خانهٔ یکی از آن‌ها و برگزاری آخرین نمایش سال استقبال کردند! (البته به‌غیر از صاحب‌خانه!)

وقتی من رسیدم همه آمده بودند و من فوراً وارد اتاق پذیرایی شدم و رو به جمع گفتم: «یادتون نرفته که، قرار بود این جلسه یه برنامهٔ فوق‌العاده داشته باشیم!»

و ادامه دادم: «برای امشـــب دو تا مهمـــون ویژه داریم... بچه‌ها بیایید تو!»

و در میـــان تعجب بچه‌هـــا، **فرهاد** و **فرزاد**، دو برادر دوقلو که بی‌نهایت شبیه هم و غیرقابل تشخیص بودند، وارد اتاق شدند. من گفتم: «بچه‌ها معرفی می‌کنم: فرهاد و فرزاد، از شـــاگردای قدیمی من. هردوشـــون الان دانشجوی ســـال سوم رشتهٔ برق هستند.»

مدت‌هـــا بود که آن‌ها را ندیده بـــودم تا اینکه چند هفتهٔ پیش خودشان به من ســـر زدند. پرسیدم کدامتان فرهاد و کدامتان فرزاد اســـت؟ آن‌ها گفتند خودتان تشخیص بدهید. پرسیدم: «چه جوری؟ شـــما همون موقع هم قابل تشخیص نبودید، چه برسه به حالا!»

گفتنـــد: «ما قبل از اومدن با هـــم توافق کردیم که فقط پیش شما، یکیمون همیشه راست بگه و اون یکی همیشه دروغ بگه.

«نمی‌گیم کدوممون راست‌گو و کدوممون دروغ‌گوست.»

این موضوع را به بچه‌ها گفتم و اضافه کردم: «من اونا رو به اینجا دعوت کردم تا شما با یک سؤال ساده از یکی از اونا (به دلخواه) که جوابش بله یا خیر باشه، تشخیص بدین فرهاد کدومشونه و فرزاد کدوم یکی!»

یکی از بچه‌ها گفت: «اگه یکی رو شناســـایی کنیم، خودبه‌خود اون یکی هم شناخته می‌شه!»

گفتم: «درسته. اسماشـــون رو که می‌دونیم. اگه مثلاً بفهمیم فرهاد کدومشونه، اون یکی هم فرزاده دیگه! خب حالا شما باید با یک ســـؤال ـ فقط یک سؤال ـ که جوابشم بله یا خیر باشه، تشخیص بدید که فرهاد کدوم برادره. یادتون نره، یکی از اونا که نمی‌دونیم کدومشونه، راست‌گو و اون یکی دروغ‌گوئه.
بچه‌ها شروع کردند به همهمه و **سهراب** از میان جمع با صدای بلند گفت: «عمو این مسئله خیلی شبیه معمای ماه قبله!»
گفتم: «درسته، اگه موضوع خوب یادتون باشه، جواب این معما رو هم پیدا می‌کنید. فقط فرقش اینه که اونجا شـــما اســـمای دو نفر رو می‌دونســـتید و نمی‌دونســـتید کدومشون دروغ‌گو و کدومشون راست‌گوئه، اینجا اسمارو هم نمی‌دونین!»
کمی بعد سهراب فریاد زد: «یافتم عمو! یافتم!»

راه‌حل معما

سهراب از جا بلند شد و رو به یکی از دوقلوها گفت: «آیا فرهاد دروغ‌گوئه؟» و او پاسخ داد: «بله.» سهراب گفت: «تو فـــرزادی و برادرت فرهاده!» و او با لبخند حرفش را تأیید کرد.
من بعد از آنکه جمع را به تشـــویق ســـهراب دعوت کردم، از او پرسیدم: «خودت توضیح بده که چرا این سؤال رو کردی؟»
سهراب گفت: «ببینید، این شخص که من ازش سؤال کردم، چهار حالت داره: یا فرهاده و راســـت‌گوس، یا فرهاده و دروغ‌گوس، یا فرزاده و راست‌گوس و یا اینکه فـــرزاده و دروغ‌گوس. جواب ســـؤال رو توی همهٔ این حالت‌ها بررسی کنیم: اگه اون فرهاد باشه و راست‌گو، چه جوابی به سؤال من می‌ده؟»
چند نفـــر از میان جمع گفتند: «معلومه کـــه می‌گه خیر!» و سهراب با تأیید سر تکان داد: «درسته. حالا اگه اون فرهاد باشه و دروغ‌گو، به همون سؤال چه جوابی می‌ده؟» بعد از کمی مکث همان‌ها گفتند: «بازم می‌گه خیر!» و سهراب ادامه داد: «درسته، چون اون دروغ‌گوس، دروغ‌گو بودن خودشو تأیید نمی‌کنه! پس می‌بینید که اگه اون فرهاد باشه، چه دروغ‌گو و چه راست‌گو، در هر دو حال پاسخش به این سؤال خیره. اما خیلی ســـاده خودتون می‌تونید بررســـی کنید که اگه اون فرزاد باشـــه، چه دروغ‌گو چه راست‌گو، جوابش به این سؤال بله است.»
علی از میان جمع گفت: «آره، اگه اون فرزاد باشه و راست‌گو،

معلومـــه که فرهاد دروغ‌گوئه و چون فرزاد راســـت می‌گه، پس دروغ‌گو بودن فرهاد رو تأیید می‌کنه و...»

و سهراب ادامه داد: «بله و اگه فرزاد باشه و دروغ‌گو، نتیجه می‌شه که فرهاد راســـت‌گوئه. ولی چون فرزاد دروغ‌گوئه، اونو به دروغ، دروغ‌گـــــو

معرفی می‌کنه و می‌گه بله.»

من گفتم: «پس با این حســـاب، به این ســـؤال، فرهاد همیشه جواب خیر و فرزاد همیشه جواب بله می‌ده. پس وقتی سهراب جواب بله گرفت، فوراً نتیجه گرفت که گوینده باید فرزاد باشه و اون یکی فرهاده! خب این یک سؤال خوب بود که این کار رو کرد. فکر می‌کنید سؤالای دیگه‌ای هم هستند که بتونند همین کارو بکنند؟»

دخترم **ترانه** که طبق معمول کنارم نشســـته بود، گفت: «آره بابا حتماً. می‌شه پرسید: آیا فرزاد دروغ‌گوئه؟ چون بین فرهاد و فرزاد که فرقی نیست. یا اینکه بپرسیم: آیا فرهاد راست‌گوئه؟ یا اینکه آیا فرزاد راست‌گوئه؟»

گفتم: «آفرین، درسته! ولی تحلیل حالت‌ها فرق می‌کنه و باید به دقت بررسی بشه که همتون می‌تونید این کار رو انجام بدید.»

ترانـــه باز گفت: «بابـــا الان فهمیدیم که فرهاد کیه و فرزاد کدومه. از کجا می‌تونیم بفهمیم کدومشـــون راست‌گو و کدومشون دروغ‌گوئه؟»

شقایق، یکـــی از دختران فامیل، گفت: «اینکه دیگـــه کاری نداره. مثلاً از فرهاد بپرس: آیا دو ضرب در دو می‌شه چهار؟»

مـــن گفتم: «آره درســـته، اما اگـــه قبل از شناختن اونا و همون اول، به جای شناسایی، می‌خواســـتیم بدونیم کی راست‌گو و کی دروغ‌گوئه چطور؟ آیا می‌تونید با یه سؤال که اونم جوابش بله یا خیر باشه، این کارو بکنید؟»

همین موقع صدای صاحب‌خانه به گوش رســـید که همه را به صرف شام دعوت می‌کـــرد و من بـــا عجله گفتـــم: «من فقط جواب رو می‌گم، اما بررســـی علت درســـتی اون با خودتون. می‌تونســـتید از یکیشـــون بپرســـید: آیا تو فرهادی؟ و از روی جوابی که اون می‌داد، به راحتی بفهمید که فرهاد دروغ‌گوئه یا راست‌گو. البته نمی‌تونســـتید هویت هیچ‌کدومشون رو کشف کنید و اون یک سؤال دیگه لازم داشت!»

جعبه کاغذی مکعبی!

زهره پندی

وسایل لازم:

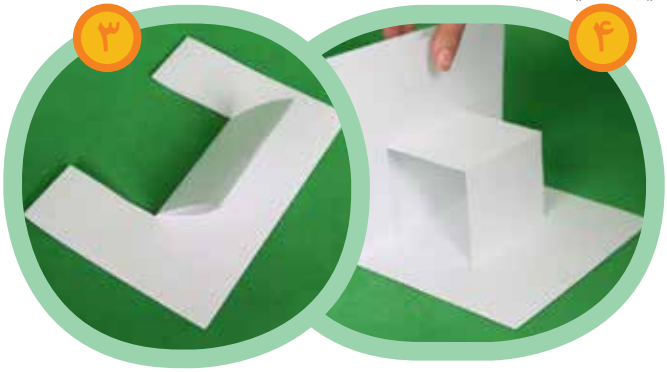
- یک برگه کاغذ مستطیل‌شکل
- خط‌کش
- قیچی

۱. برگه کاغذ را از وسط طول آن تا کنید.

۲. از دو طرف برگه روی خط تا شـــده به اندازهٔ یک‌چهارم خط تا که مساوی عرض کاغذتان است، جدا کنید و علامت بزنید. از جایی که علامت زده‌اید، خطی به موازات طول برگه رسم کنید و مانند شکل نصف آن را با قیچی ببرید.

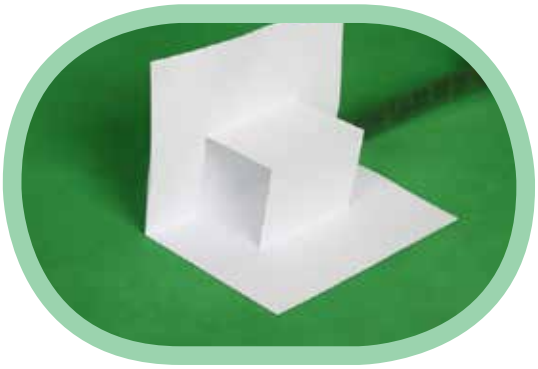
مساحت هر قسمت چه کسری از مساحت کاغذ است؟

۳. قســـمتی را که برش زده‌اید به هر دو طرف تا کنید و خط تا ایجاد کنید.

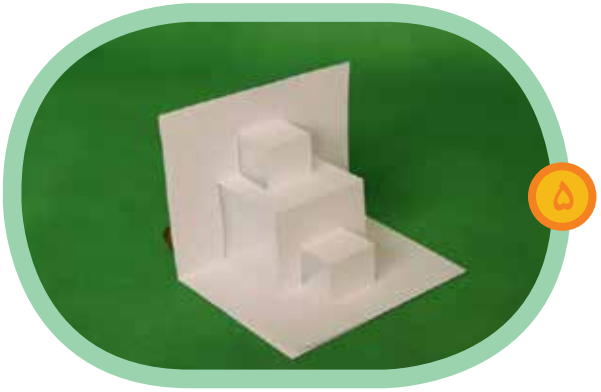


۴. سپس برگه را باز کنید و قسمت برش خورده را مانند شکل به‌سمت داخل تا کنید.

همان‌طور که در این شـــکل می‌بینید، پس از انجام مراحل بالا انگار که یک پله ســـاخته شده است. مساحت روی این پله چه کسری از مساحت کاغذ است؟



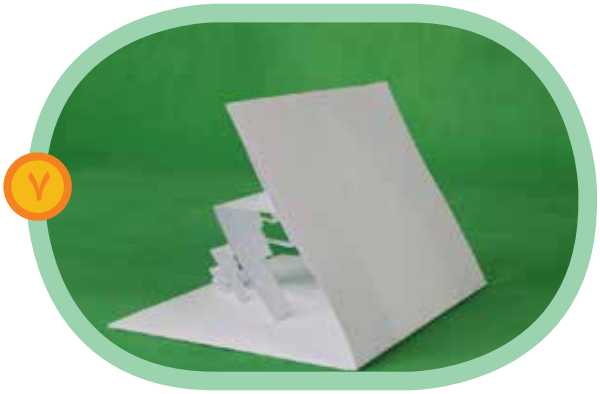
۵. در ایـــن مرحله دو تا خط دارید. دوباره از دو طرف روی خط تا شـــده به اندازهٔ یک‌چهارم خط جدا کنید و علامت بزنید. از جایی که علامت زده‌اید، خطی به موازات طول برگه رسم کنید و نصف آن را ببرید. مراحل ۳ و ۴ را هم تکرار کنید.



مساحت روی هرکدام از پله‌های جدید، چه کسری از مساحت کاغذ است؟

۶. می‌توانید این کار را بارها و بارها ادامه دهید.

۷. پس از چند بار تکرار با باز کردن برگه کاغذ، کاغذی خواهید داشت که فقط یک کاغذ دوبعدی نیست!



۸. حالا دور تا دور این کاغذ را روی یک مقوای رنگی بچسبانید و یک کارت تبریک زیبا درســـت کنید و برای تبریک روز معلم به معلمانتان بدهید.

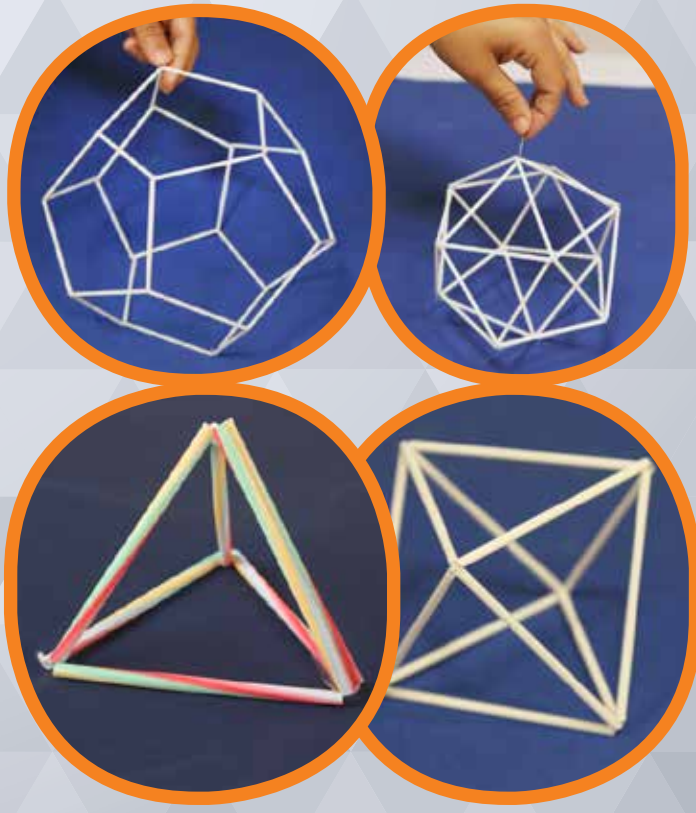
دست‌سازه‌های ریاضی

بدون کنج

راز این چهل تکه چیست؟

محبوبه رمضانی/حمید قراکوزلی

چندوجهی منتظم، چندوجهی است که تمام وجه‌های آن، با هم برابر و به شکل یک چندضلعی منتظم باشد. فقط پنج نوع چندوجهی منتظم محدب داریم: چهاروجهی منتظم؛ شش‌وجهی منتظم؛ هشت‌وجهی منتظم؛ دوازده‌وجهی منتظم و بیست‌وجهی منتظم. در همهٔ آن‌ها تمام سطح‌ها یا به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع هستند، یا مربع یا پنج‌ضلعی منتظم. همهٔ این جسم‌ها محدب یا کوژ هستند. یعنی جسم‌هایی هستند بدون گودی. درواقع همهٔ این جسم‌ها می‌توانند درون یک کره محاط شوند. یعنی به گونه‌ای درون کره قرار می‌گیرند که همهٔ گوشه‌های آن‌ها روی سطح کره باشد.



حال می‌خواهیم با توجه به اطلاعاتی که در شماره‌های قبل دربارهٔ چندوجهی‌ها به‌دست آوردیم، به‌سراغ چندوجهی‌های غیرمنتظم محدب برویم. نمونه‌هایی از این چندوجهی‌ها در اطراف ما وجود دارند؛ مانند توپ چهل تکه. جالب است بدانید که توپ چهل تکه، یک ۳۲ وجهی است که ۱۲ وجه آن پنج‌ضلعی منتظم و ۲۰ وجه آن شش‌ضلعی منتظم است. از آنجا که از زمان‌های قدیم مرسوم بوده است، برای تمامی شیءهایی که از تعدادی شکل منتظم یا نامنتظم تشکیل شده‌اند، اصطلاح چهل تکه را به‌کار می‌بردند، لذا توپ فوتبال هم از این قاعده مستثنا نبوده و این نام را به خود گرفته است. با توجه به اینکه «چندوجهی دارای کنج است» سؤال این است که: چرا هیچ کنجی در توپ چهل تکه مشاهده نمی‌شود؟!

دلیل آن این است که در 360°، وجهی در هر کنج دو شش‌ضلعی و یک پنج‌ضلعی منتظم به‌کار برده می‌شود. هر زاویه در هر کنج برابر است با: $120+120+108=348$. درواقع ما در هر کنج، نزدیک‌ترین زاویه به 360° را می‌خواهیم. اگر سه شش‌ضلعی به‌کار ببریم، زاویهٔ ۳۶۰ درجه را داریم که کنج ایجاد نمی‌شود.

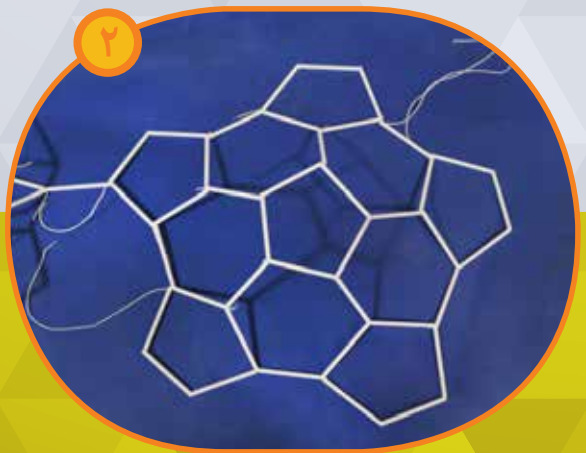
اگر از سه پنج‌ضلعی استفاده کنیم، زاویهٔ $3\times108^\circ=324^\circ$ را داریم که این زاویه به اندازهٔ کافی به 360° نزدیک نیست. پس بهترین انتخاب دو شش‌ضلعی و یک پنج‌ضلعی است.

با توجه به اینکه هرکدام از وجه‌ها از جنسی انتخاب می‌شوند که منعطف است، با باد کردن توپ چهل تکه زاویه‌ها در کنج باز و به 360° نزدیک می‌شوند. به‌همین دلیل ظاهراً کنجی دیده نمی‌شود.

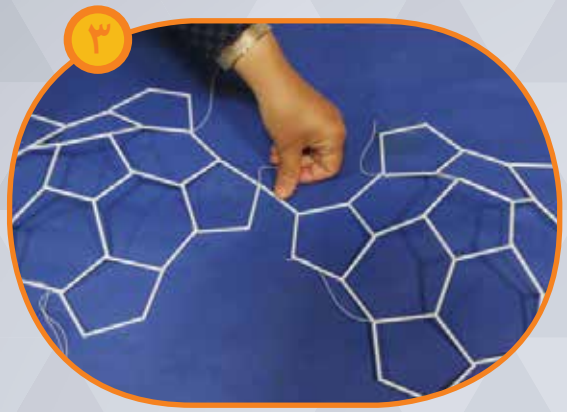
طرز ساخت ۳۲ وجهی غیرمنتظم (اسکلت توپ چهل تکه) با استفاده از کش و نی

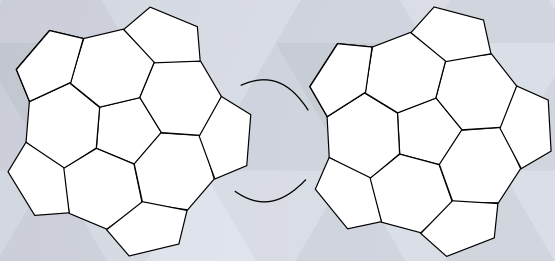
ابتدا تعدادی نی به اندازه‌های یکسان برش می‌دهیم. سپس با عبور دادن کش از پنج قطعه نی و گره زدن ابتدا و انتهای کش، یک پنج‌ضلعی می‌سازیم. روی هر یک از اضلاع این پنج‌ضلعی، یک شش‌ضلعی بنا می‌کنیم. به‌طوری که در آن پنج کنج که هرکدام از یک پنج‌ضلعی و دو شش‌ضلعی تشکیل شده است، ایجاد شود (شکل ۱).

و در گوشه‌های بیرونی که تعداد آن‌ها پنج‌تاست، ۵ پنج‌ضلعی درست می‌کنیم (شکل ۲).



عملیات فوق را دوباره تکرار و شکل مشابه دیگری درست می‌کنیم. حال این دو شکل را به‌صورت شکل ۳ به‌هم متصل می‌کنیم؛ به‌طوری که با هر اتصال، یک شش‌ضلعی ایجاد





می‌شود.

با ادامهٔ اتصالات، در نهایت اسکلت توپ چهل تکه را خواهیم داشت.

سؤال از احتمال جواب از اینترنت

زهرا صباغی

دوستان عزیز، در کتاب ریاضی خود با مفهوم احتمال آشنا شده‌اید. در بخش احتمال کتاب، فعالیت‌هایی نظیر پرتاب کردن سکه، درآوردن گوی‌های رنگی از کیسه و چرخنده را انجام داده‌اید. شاید برای شما این سؤال پیش آمده باشد که: «اگر این کارها را خیلی بیشتر تکرار کنید، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا نتایج تغییر می‌کند؟»

پاسخ دادن به این سؤال کار سختی نیست. شما می‌توانید با مراجعه به سایت

http://www.internet4classrooms.com

به‌راحتی این فعالیت‌ها را هر چند بار که دوست دارید انجام دهید و نتایج را مشاهده کنید.

به این منظور، پس از ورود به سایت، از منوی بالای صفحه گزینهٔ «grade level help» را انتخاب کنید. سپس در منوی سمت چپ، روی «پایهٔ هشتم» کلیک کنید. با ورود به قسمت ریاضیات، «بخش احتمال» (probability) را برگزینید. در این قسمت شما می‌توانید فعالیت موردنظر خود را انتخاب کنید.

در فعالیت چرخنده (spinner)، می‌توانید تعداد رنگ‌های صفحه و یا مقدار آن را انتخاب کنید. بازی «marbles» هم مربوط به انتخاب گوی‌های رنگی است.