

مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سپیده چمن‌آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی  
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم، حمیدرضا امیری، سید امیر حسین بنی جمالی  
زهره پندی، نازنین حسن نیا، محدثه کشاورز اصلانی، حسین نامی ساعی  
همکاران این شماره: جعفر اسدی گرمارودی، هوشمند حسن نیا، حسام سبحانی طهرانی، داوود معصومی مهوار  
ویراستار: بهروز راستانی  
طراح گرافیک: حسین یوزباشی  
با تشکر از همکاری خانم پری حاجی‌خانی  
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱ / داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۷۸  
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲ / کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳  
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور بازرگانی: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۷۲۰ / roshdmag:  
وب‌گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir  
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee  
شمارگان: ۲۱۰۰۰ نسخه / چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

## یادداشت سردبیر

یک راه‌حل یا چند راه‌حل؟ «مسئله» این است! / سپیده چمن‌آرا / ۲  
ریاضیات و مدرسه

عددهای رادیکالی خوش‌خط و خال / بهزاد اسلامی مسلم / ۳

قطرها را با روش من بشمار! / جعفر اسدی گرمارودی / ۴

مثبت یا منفی؟ / هوشمند حسن نیا / ۶

رسم اعداد رادیکالی روی محور / سیدمهدی بشارت / ۲۷

شماره تلفن متقارن / شراره تقی دستجردی / ۳۰

## ریاضیات و کاربرد

تخم‌مرغ‌های درآموز / سپیده چمن‌آرا / ۸

ریاضیات در کارگاه خیاطی عمه‌جان / آمنه ابراهیم زاده طاری، سپیده چمن‌آرا / ۱۰

## معرفی کتاب

غیاث‌الدین جمشید کاشانی / جعفر ربّانی / ۱۴

## ریاضیات و بازی

SUGURU / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۵

HITORI / سپیده چمن‌آرا، محمود داورزنی / ۲۲

چهارتا برو! / محدثه کشاورز اصلانی / ۲۴

## ریاضیات و تاریخ

غیاث‌الدین جمشید کاشانی / حسام سبحانی طهرانی / ۱۸

## ریاضیات و مسئله

کی می‌تونه حل کنه؟ / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۲۶

پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟+ پاسخ پازلی فکر کنید / ۳۲

## ریاضیات و سرگرمی

معمای ده هزار تومانی / هوشنگ شرقی / ۳۳

ماجرای نوار کاغذی / زهره پندی / ۳۶

چراغ‌خوابی از جنس ریاضی / محبوبه رضانی، حمید قراکوزلی / ۳۸

## معرفی سایت

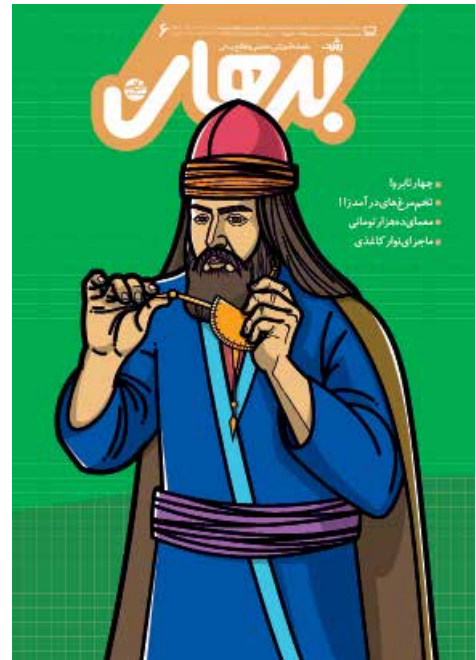
شمارنده‌های اول / زهرا صباغی / ۴۰

## ریاضی دانان ایرانی

غیاث‌الدین جمشید کاشانی / نازنین حسن نیا / رو و پشت جلد

## ریاضیات و محیط زیست ما

معادله و آمایش سرزمین / ژما جواهری پور / صفحات داخل جلد



روی جلد: غیاث‌الدین جمشید کاشانی / پشت جلد: رانیز ببینید.

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارت اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری / تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد براهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:

تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷  
تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



# یک راه حل یا چند راه حل؟ «مسئله» این است!



این روزها عبارت «حل مسئله» را زیاد می شنوید. معلم های ریاضی از شما انتظار دارند که «مسئله حل کنید» هر درس جدیدی که تدریس می کنند، برایش یک عالمه مسئله می دهند. حتی در بعضی از کتاب های درسی ریاضی ابتدایی تان، هر چند صفحه، بخشی با عنوان «حل مسئله» اختصاص دارد. مسئله حل پایه هفتم نیز فصلی از کتاب درسی به «حل مسئله» اختصاص داده است. ریاضی دان ها در واقع مسئله حل کن های کردن جزء جدانشدنی از ریاضیات است. دانش ریاضی گسترش می یابد. خوبی هستند که هرگاه مسئله ای را حل می کنند، دانسته اند که مسئله حل کسی است که مسائل خیلی ها معتقدند که یک شهروند موفق در جامعه نیز در واقع کسی است که مسائل پیش روی خود را نسبت به دیگران بهتر حل می کند و به قول خودمان، «از پس مسائل زندگی بهتر بر می آید». به هر حال مسئله، مسئله است؛ چه مسئله حل نشده یک ریاضی دان و چه یک مسئله پیچیده در زندگی واقعی! من در اینجا کاری به این ندارم که چه کار کنم تا بهتر مسائل را حل کنم، روش حل مسئله چیست و از این قبیل حرف ها. آنچه قصد دارم در این یادداشت درباره اش حرف بزنم این است که: «چرا خوب است که گاهی بعضی مسائل را از راه های متفاوت حل کنیم؟» در دوره قبلی مجله، یعنی هشت شماره ای که سال تحصیلی گذشته چاپ شد - و شما در سایت [roshdmag.ir](http://roshdmag.ir) می توانید به بایگانی آن دست پیدا کنید - در هر شماره مطلبی داشتیم با عنوان «یک مسئله، چند راه حل». در آن مطالب، راه حل یک مسئله از راه های متفاوت بیان می شد. بعضی از راه ها و روش ها نادرست بودند و بعضی درست. بعضی ها ظاهر خیلی متفاوت داشتند، ولی همگی درست بودند و به یک پاسخ منجر می شدند. دیدن راه حل های متنوع یک مسئله به ما کمک می کند، از جنبه های گوناگون به موضوع مسئله نگاه کنیم و در واقع به ما کمک می کند، گاهی همیشه فقط توجهمان به جنبه های جنبه های متفاوت آن موضوع را ببینیم. خیلی از جنبه های دیگر آن از دید ما پنهان ظاهری یک موضوع جلب می شود و خیلی از جنبه های دیگر آن از دید ما پنهان می مانند. دیدن این راه حل های متفاوت به ما یاد می دهد که جنبه های جدیدی در بعضی از موضوعات ببینیم. علاوه بر این ها، بعضی از راه حل های جدید به استفاده از ارتباط موضوع مسئله با سایر مفاهیم در ریاضیات نیاز دارد. این امر خود به درک عمیق تر مفاهیم کمک می کند. چرا که هرچه ما ارتباط یک مفهوم با سایر مفاهیم را بیشتر بدانیم، خود آن مفهوم را بهتر می شناسیم و از آن بهتر می توانیم استفاده کنیم. و بالاخره اینکه خیلی وقت ها پیش می آید که راه حل مسئله ای اصلاً به ذهن ما نمی آید و واقعاً نمی دانیم چگونه باید به آن مسئله فکر کنیم. در این مواقع ممکن است آن راه حل های متفاوت که از جنبه های دیگر به موضوع نگاه کرده بودند یا موضوع را با سایر مفاهیم مرتبط کرده بودند، به کار آیند و روش مناسبی برای حمله به آن مسئله پیش روی ما بگذارند. در این شماره از مجله «رشد برهان» نیز در یکی از مطالب ستون «ریاضیات و مدرسه» برای شمردن تعداد قطره های یک چندضلعی، چندین راه حل ارائه شده است. آن ها را ببینید و شباهت ها و تفاوت های آن ها را بررسی کنید. هر راه حل چه جنبه ای از موضوع را برای شما آشکار کرده است؟ هر راه حل آن موضوع را با چه مفاهیم دیگری که می شناختید، مرتبط کرده است؟ آیا مسئله ای به خاطر می آورید که از همین جنبه ها قابل بررسی و حل کردن باشد؟



بهزاد اسلامی مسلم

# عددهای رادیکالی خوش خط و خال

عددهای رادیکالی دیگری هم وجود دارند که برخلاف ظاهرشان، گویا هستند؛ مثلاً  $\sqrt{441-9}$  و  $\sqrt{156}$  و حتی  $\sqrt{87553449}$ ! تساوی‌های زیر را ببینید:

$$\sqrt{441-9} = 4/7$$

$$\sqrt{156} = 8/7$$

$$\sqrt{87553449} = 9/357$$

حالا وقت آن است که سه مورد را توضیح بدهم:  
**مورد اول:** دوباره این جمله‌ها را ببینید:

به‌طور کلی جذ، عددهایی که مربع کامل نیستند، گنگ است؛ مانند  $\sqrt{2}$ ،  $\sqrt{5}$ ، ... (عددهایی مانند ۱، ۴، ۹، ۱۶ و... مربع کامل هستند).

در اینجا منظور کتاب از «عدد»، فقط «عدد طبیعی» است. به همین دلیل، نباید از این جمله‌ها در مورد عددهای دیگر استفاده کنیم. آچارفرانسه نیست که! همان‌طور که دیدید،  $6/25$  مربع کامل نیست، اما رادیکالش گویاست.

**مورد دوم:** با این حال، آن جمله‌های کتاب درس... می‌توانند به ما کمک کنند. مثلاً الان توضیح می‌دهم که چرا  $\sqrt{15}$  گنگ است. این محاسبه را ببینید:

$$\sqrt{15} = \sqrt{\frac{15}{100}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

عدد ۱۵ عددی طبیعی است، اما مربع کامل نیست. پس طبق حرف کتاب،  $\sqrt{15}$  گنگ است. پس نمایش اعشاری نامختوم و غیرمتناوب است. وقتی آن را بر ۱۰ تقسیم کنیم، فقط جای ممیزش تغییر می‌کند. پس نمایش اعشاری  $\frac{\sqrt{15}}{10}$  هم نامختوم و غیرمتناوب است. پس  $\frac{\sqrt{15}}{10}$  گنگ است. نتیجه همه این حرف‌ها چیست؟ اینکه  $\sqrt{15}$  گنگ است! دیدید؟ استفاده بجا از حقایق ریاضی، کمک‌های بزرگی به ما می‌کند.

**مورد سوم:** من این عددهای رادیکالی خوش خط و خال و گول‌زننده و گویا را این‌طوری درست کردم: یک عدد گویا انتخاب کردم، آن را به توان ۲ رساندم، بعد حاصل را گذاشتم زیر رادیکال! یعنی کاملاً برعکس جذر گرفتن عمل کردم. مثلاً اول  $4/7 \times 4/7$  را حساب کردم که شد  $22/49$ . حالا دیگر مطمئن بودم که  $\sqrt{441-9} = 4/7$

گاهی با حقایق ریاضی طوری رفتار می‌کنیم که انگار شاه‌کلیدی هستند که همه قفل‌ها را باز می‌کنند یا آچارفرانسه‌ای هستند که به هر پیچی می‌خورند! مثلاً این جملات از کتاب ریاضی نهم را ببینید:

به‌طور کلی جذ، عددهایی که مربع کامل نیستند، گنگ است؛ مانند  $\sqrt{2}$ ،  $\sqrt{5}$ ، ... (عددهایی مانند ۱، ۴، ۹، ۱۶ و... مربع کامل هستند).

خب دیگر، انگار راه برای نوشتن عددهای گنگ باز شده است! یک عدد که مربع کامل نیست برمی‌داریم، بالای سرش رادیکال می‌گذاریم تا عددی گنگ درست شود. خیلی راحت است دیگر، این‌طور نیست؟ مثلاً اگر بخواهیم هفت تا عدد گنگ بین  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{6}$  بنویسیم، خوب این‌ها بهترین گزینه‌ها هستند:

$$\sqrt{5/25}$$

$$\sqrt{5/16}$$

$$\sqrt{5/75}$$

$$\sqrt{5}$$

$$\sqrt{6/25}$$

$$\sqrt{6/16}$$

$$\sqrt{6/75}$$

متأسفانه خبر بدی برایتان دارم: یکی از این هفت عدد گویاست! نگاه کنید:

$$\sqrt{6/25} = 2/5$$



جعفر اسدی گرمارودی

# قطرها را باروش من بشمار!

یک مسئله و چند راه حل

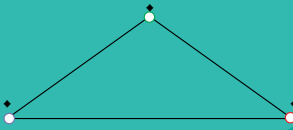


اکنون آماده هستیم که الگوی قطرهای را بررسی کنیم.

## کشف الگو: مثلث

از آنجا که قطر رأس‌های غیرمجاور را به هم وصل می‌کند، مثلث نمی‌تواند قطری داشته باشد. در واقع از هر رأس،  $3-3=0$  قطر رسم می‌شود!

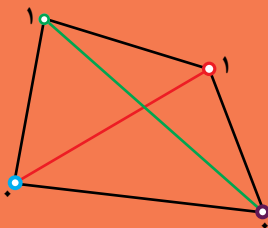
$$0+0+0=0$$



## کشف الگو: چهارضلعی

از هریک از رأس‌های سبز و قرمز رنگ فقط یک قطر می‌توان رسم کرد. از هریک از رأس‌های آبی و بنفش نیز یک قطر می‌توان رسم کرد. ولی این قطرهای قبلاً از سمت رأس‌های سبز و قرمز رسم شده‌اند و نباید دوباره شمرده شوند. پس از رأس‌های آبی و بنفش، قطر جدیدی نمی‌توان رسم کرد.

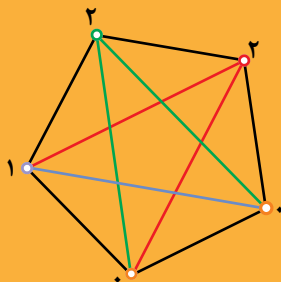
$$1+1+0+0=2$$



## کشف الگو: پنج‌ضلعی

با توجه به توضیحات داده شده برای چهارضلعی، تعداد قطرهای غیرتکراری را که می‌توان از هر رأس رسم کرد، در کنارش نوشته‌ایم:

$$2+2+1+0+0=5$$



و همین کار را برای شش‌ضلعی انجام می‌دهیم:

$$3+3+2+1+0+0=9$$

## تعداد قطرهای یک چندضلعی چند تا است؟

اگر تعداد اضلاع چندضلعی زیاد باشد، شمردن تعداد قطرهای کار ساده‌ای نخواهد بود!

پس شاید بد نباشد به دنبال الگو یا رابطه‌ای باشیم که تعداد قطرهای هر  $n$  ضلعی را به ما بدهد. در ادامه این مطلب تلاش می‌کنیم از راه‌های متفاوت چنین رابطه‌ای را بیابیم.

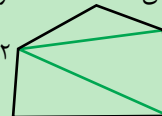
## روش اول

کار خود را با بررسی حالت‌های خاص، یعنی مثلث، چهارضلعی، پنج‌ضلعی و... آغاز می‌کنیم. اما قبل از بررسی، ضروری است توضیحاتی درباره چگونگی شمارش قطرهای بدهیم:

## تفکر نظام‌دار

رأس‌های چندضلعی برای ایجاد نظم فکری در بررسی‌ای که قصد داریم انجام دهیم، نقش حیاتی دارند. درواقع ما تعداد قطرهایی را که از هر رأس می‌توان رسم کرد، می‌شماریم و بعد، به کمک آن، تعداد همه قطرهای آن چندضلعی را پیدا می‌کنیم.

$$(5-3)=2$$



همان‌طور که در شکل می‌بینید، در پنج‌ضلعی از رأس مشخص شده، فقط دو قطر می‌توان رسم کرد. این موضوع برای هر رأس پنج‌ضلعی برقرار است. زیرا از هر رأس، به خودش و دو رأس کناری‌اش نمی‌توان قطری رسم کرد و پنج‌ضلعی، کلاً پنج رأس دارد. بنابراین از رأس موردنظر فقط به دو رأس دیگر  $(5-3=2)$  می‌توان دو قطر وصل کرد.

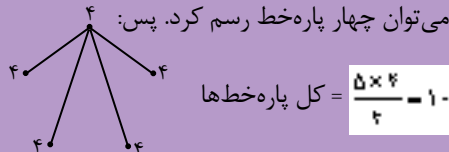


### روش سوم

باز هم به کمک یک پنج‌ضلعی سعی می‌کنیم الگوی دیگری به‌دست آوریم. با این تفاوت که در این روش فقط رأس‌ها را می‌کشیم:



می‌خواهیم تمام پاره‌خطهایی را که این پنج رأس، دو سر آن‌ها خواهند بود، رسم کنیم؛ حتی اگر تکراری باشند. یا حتی اگر جزو ضلع‌های پنج‌ضلعی اصلی باشند. از روی شکل دیده می‌شود که از هر رأس می‌توان چهار پاره‌خط رسم کرد. پس:



(تقسیم بر ۲ برای این است که هر پاره‌خط دو مرتبه شمرده شده است.)

اما از این ۱۰ پاره‌خط ۵ تا از آن‌ها ضلع است. پس:

$$10 - 5 = 5 = \text{تعداد قطرها}$$

و به‌طور کلی برای n ضلعی داریم:

تعداد پاره‌خطهای رسم شده از هر رأس

$$\frac{n \times (n-1)}{2} - n = \text{تعداد اضلاع}$$

هر پاره‌خط دو بار شمرده شده است

تعداد قطرهای ده‌ضلعی را از این روش نیز محاسبه کنید. آیا باز هم ۳۵ قطر می‌شود؟

### سخن آخر.

با سه روش مختلف، تعداد قطرهای یک n ضلعی را شمردیم. توجه کنید که عدد به‌دست آمده از هر سه روش، یکی است. آیا می‌توانید دلیل این موضوع را بگویید؟

حالا اگر عبارت‌های جمع را بررسی کنیم، می‌بینیم که در شمارش قطرهای از یک رأس شروع کردیم که دو عدد اول با هم برابر بودند و بعد از آن، یکی یکی کم شد تا به یک رسید. همیشه هم قطرهایی که از دو رأس آخر می‌گذرند، قبلاً شمرده شده‌اند.

بنابراین برای n ضلعی داریم:

$$(n-3) + (n-3) + (n-4) + \dots + 1 + 0 + 0 =$$

و برای مثال، برای ده‌ضلعی داریم:

$$(10-3) + (10-3) + (10-4) + \dots + 1 + 0 + 0 = 7 + 7 + 6 + 5 + \dots + 1 + 0 + 0 = 35$$

### روش دوم

این بار سعی می‌کنیم با شیوه دیگری قطرهای را بشماریم و الگوی دیگری به‌دست آوریم. باز از یک پنج‌ضلعی کمک می‌گیریم.

از هر رأس قطرهای را رسم می‌کنیم، حتی اگر تکراری باشند. از هر رأسی  $5-3=2$  قطر می‌توانیم رسم کنیم. بنابراین کلاً تعداد قطرهای پنج‌ضلعی برابر است با:

$$\frac{5 \times 2}{2} = 5$$

(تقسیم بر ۲ به دلیل آن است که

هر قطر، دو بار شمرده شده است.)

به‌طور کلی برای n ضلعی تعداد قطرهای برابر است با:

تعداد قطرهای رسم شده از هر رأس

$$\frac{n \times (n-3)}{2} = \text{تعداد اضلاع}$$

هر قطر دو بار محاسبه شده است

مثلاً تعداد قطرهای ده‌ضلعی از این روش، باز هم برابر با ۳۵ خواهد بود:

$$\frac{10 \times (10-3)}{2} = 35$$



# کاستف مجهول X این بار شما باشتید مثبت یا منفی؟

هوشمند حسن نیا

۵- منفی است یا مثبت؟

معلوم است دیگر!  
۵- منفی است.  
اینکه سؤال ندارد!

در مورد (۴-) - هم  
چیزی می توانی  
بگویی؟ منفی است  
یا مثبت؟

خب!  
(۱-) - که با ۱ برابر است. پس  
(۱-) - هم با ۱ برابر است. پس  
(۱-) - عددی منفی است.

حالا این یکی...  
(۱-) - منفی است یا مثبت؟

باز هم کاری ندارد!  
می دانیم که (۴-) - با ۴ برابر است.  
پس (۴-) - مثبت است.

X - چطور؟ منفی  
است یا مثبت؟

معلوم است دیگر!  
منفی است. چون  
علامت منفی دارد.

اما... شک کردم!  
نمی دانیم X چند است. حالا چه کار  
کنیم؟  
فقط می دانیم که X - یعنی قرینه X  
نسبت به مبدأ. بیایید مثال بزنیم.  
مثال زدن همیشه به ذهنمان کمک  
می کند.

اگر X برابر با ۳ باشد، X - می شود قرینه ۳  
یعنی ۳- پس منفی است.  
اگر X برابر با ۴۰ باشد، X - می شود قرینه ۴۰  
یعنی ۴۰- پس منفی است.  
اگر X برابر با ۰ باشد، X - می شود ۰ پس نه  
منفی است و نه مثبت است.  
اگر X برابر با ۲- باشد، X - می شود قرینه ۲-  
یعنی ۲ پس مثبت است.  
اگر X برابر با ۳۳- باشد، X - می شود قرینه ۳۳-  
یعنی ۳۳ پس مثبت است.



$(-X)$  - منفی است یا مثبت؟

باز هم نمی‌دانیم  $X$  چند است. فقط می‌دانیم که  $(-X)$  - یعنی قرینه قرینه  $X$  نسبت به مبدأ. که می‌شود....

در کلاس‌های ریاضی زیاد دیده می‌شود که دانش‌آموزان در جواب اینکه  $X$  - مثبت است یا منفی، به سرعت می‌گویند که «معلوم است دیگر! منفی است. چون علامت منفی دارد.» احتمالاً الان متوجه‌اید که اشتباه آن‌ها چیست.

تفاوت  $X$  با ۲ و ۴ و صفر و ۱۳- و... در این است که ما اطلاعات کاملی از  $X$  در اختیار نداریم. ما فقط می‌دانیم که  $X$  یک عدد است، ولی نمی‌دانیم مثبت است یا منفی است.

تا زمانی که ندانیم  $X$  چند است، نمی‌توانیم در مورد اینکه  $X$  - منفی است یا مثبت، قضاوت درستی داشته باشیم. تا زمانی که ندانیم  $X$  چند است، نمی‌توانیم در مورد اینکه  $(-X)$  - منفی است یا مثبت، قضاوت درستی داشته باشیم.

و یک سؤال برای فکر کردن: یک نفر ادعا می‌کند که «درست است که ما نمی‌دانیم  $X$  مثبت است یا منفی، ولی من می‌توانم بگویم که مطمئناً  $X \times X$  منفی نیست!»

خوب فکر کنید و ببینید با او موافقید یا نه. یادتان نرود که مثال زدن همیشه به ذهنان کمک می‌کند که ایده‌های خوبی پیدا کنیم!

اگر  $X$  مثبت باشد،  $X$  - حتماً منفی است.

اگر  $X$  برابر با صفر باشد،  $X$  - هم صفر می‌شود. در این صورت  $X$  - نه مثبت است و نه منفی.

اگر  $X$  منفی باشد، باز هم اوضاع مشخص است.  $X$  - حتماً مثبت است.

در  $X$  - یک علامت «-» دیده می‌شود، اما انگار از روی علامت «-»، نباید در مورد مثبت و منفی بودن  $X$  - قضاوت کرد!

اگر  $X$  برابر با ۱ باشد،  $(-X)$  - می‌شود قرینه قرینه ۱ که همان ۱ است. پس مثبت است.

اگر  $X$  برابر با ۲۰ باشد،  $(-X)$  - می‌شود قرینه قرینه ۲۰ که همان ۲۰ است. پس مثبت است.

اگر  $X$  برابر با ۰ باشد،  $(-X)$  - می‌شود ۰ پس نه منفی است و نه مثبت است.

اگر  $X$  برابر با ۴- باشد،  $(-X)$  - می‌شود قرینه قرینه ۴- که همان ۴ است. پس منفی است.

اگر  $X$  برابر با ۵۰ باشد،  $(-X)$  - می‌شود قرینه قرینه ۵۰- که همان ۵۰- است. پس منفی است.

اگر  $X$  مثبت باشد،  $X$  - عددی منفی است. پس  $(-X)$  - مثبت است.

اگر  $X$  برابر با صفر باشد،  $X$  - هم صفر می‌شود. بنابراین  $(-X)$  - هم صفر می‌شود. در این صورت  $(-X)$  - نه مثبت است و نه منفی.

اگر  $X$  منفی باشد،  $X$  - عددی مثبت است. پس  $(-X)$  - حتماً عددی منفی است.



# اقتصادی باشیم



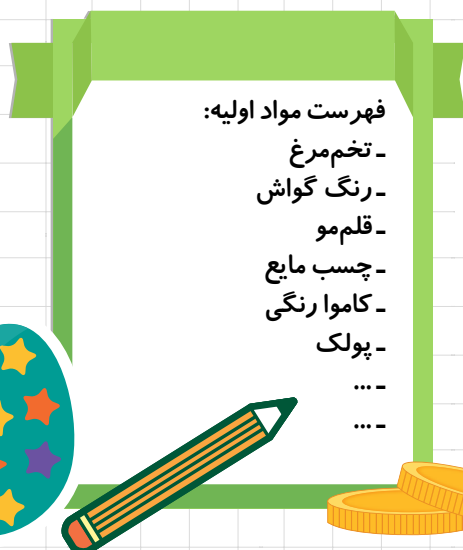
## درآمدزایی با تخم مرغ رنگی

چند روزی بیشتر تا عید نوروز نمانده. با فروش تخم مرغ های رنگی و زیبا می توانید درآمدزایی داشته باشید. برای این کار باید بدانید:

- چه ابزار و موادی لازم است؟
- از هر وسیله یا ماده، چقدر لازم است؟
- هزینه ها چقدر است؟ (چقدر سرمایه اولیه لازم داریم؟)
- قیمت فروش هر تخم مرغ را چقدر تعیین کنیم؟ اکنون دست به کار شوید:

## ۱. مواد اولیه: چه لازم است؟

در برگه مقابل، فهرست ابزار و مواد مورد نیاز را بنویسید. من تعدادی از آن ها را نوشتم. شما فهرست را با توجه به طرح و برنامه ای که برای تزئین تخم مرغ ها دارید، کامل کنید.



### فهرست مواد اولیه:

- تخم مرغ
- رنگ گواش
- قلم مو
- چسب مایع
- کاموا رنگی
- پولک
- ...
- ...

هر یک از ما می توانیم نقشی در اقتصاد خانواده داشته باشیم؛ نقشی مؤثر و مفید. یکی از مسائل پیش رو در اقتصاد خانواده، «درآمد» آن خانواده است. تو هم می توانی به افزایش درآمد خانواده خود کمک کنی؛ کمکی هر چند کوچک!

**درآمد:** مقدار پولی است که تولیدکنندگان با فروش محصول یا ارائه خدمات خود به دست می آورند. درواقع، درآمد منابع کسب شده ناشی از فروش کالا یا ارائه خدمات است.

**هزینه:** دارایی مصرف شده برای کسب درآمد است. به زبان ساده، برای اینکه بتوانیم کالایی تولید یا خدماتی ارائه کنیم تا درآمدی به دست آوریم، باید موادی تهیه کنیم یا بابت چیزهایی که لازم داریم، پولی بپردازیم. این پول هزینه است. اختلافات بین هزینه ها و درآمد، سود یا زیان آن فعالیت اقتصادی را تعیین می کند.

**سود:** اگر هزینه ها از درآمد کمتر باشند، زمانی که مبلغ هزینه را از درآمد کم می کنیم، عددی مثبت به دست می آید که «سود» نام دارد.

**زیان (ضرر):** اگر هزینه ها از درآمد بیشتر باشند، تفاضل هزینه از درآمد، عددی منفی می شود که «زیان» نام دارد.



توجه کنید که اگر از ته کاموهای رنگی مادر یا مادر بزرگ برای کار خود استفاده کنید، یا به جای پولک، کاغذهای رنگی تبلیغات را که هر روز در حیاط خانه‌تان می‌اندازند، خرد کنید و به کار ببرید، در هزینه‌های خود صرفه‌جویی کرده‌اید. این کار به سود بیشتر کمک می‌کند.

یادتان نرود در انتهای جدول، مجموع کل هزینه‌ها را به دست آورید. این عدد به شما می‌گوید که چقدر سرمایه اولیه لازم دارید.

#### ۴. بر آورد هزینه‌های هر تخم‌مرغ



قیمت تمام شده هر تخم‌مرغ:

$$\frac{\dots}{30} = \dots$$

(میانگین هزینه پرداخت شده برای یک تخم‌مرغ)

شاید بد نباشد پیش از تعیین قیمت هر تخم‌مرغ، برآوردی از هزینه تمام شده یک تخم‌مرغ داشته باشید. برای این کار باید چه کنید؟ این عدد به شما چه می‌گوید؟ این عدد چه کمکی به شما می‌کند؟

توجه کنید که با افزایش تعداد تخم‌مرغ‌ها، بعضی هزینه‌ها سرشکن می‌شوند و هزینه تمام شده یک تخم‌مرغ کمتر می‌شود. می‌دانید کدام هزینه‌ها این چنین هستند؟ افزایش تعداد تخم‌مرغ‌هایی که رنگ می‌کنید به نفع شماست یا به ضرر شما؟ چرا؟

#### ۵. تعیین سود

دیدیم که سود اختلاف هزینه‌ها و فروش است. قصد دارید روی هر تخم‌مرغ چقدر سود ببرید؟ اگر این مقدار سود ببرید، هر تخم‌مرغ را چقدر باید بفروشید؟ آیا با این قیمت، تخم‌مرغ‌ها خریدار دارند؟

لااقل چند تخم‌مرغ باید بفروشید تا هزینه‌ها سر به سر شوند؟ (یعنی هزینه‌ها با درآمد برابر شود و نه ضرر کنید، نه سود)

قیمت فروش هر تخم‌مرغ =

هزینه هر تخم‌مرغ + سود هر تخم‌مرغ



$$\text{کل هزینه‌ها} = \frac{\text{تعدادی که باید بفروشم تا ضرر نکنم}}{\text{قیمت فروش هر تخم‌مرغ}}$$

۶. برای اینکه مطمئن باشید همه تخم‌مرغ‌ها به فروش می‌روند و تخم‌مرغی روی دستتان نمی‌ماند، چه تمهیدی دارید؟ در کدام یک از ریاضیات استفاده می‌کنید؟ آن را در زیر بنویسید:



#### ۲. مواد اولیه: چقدر لازم است؟

قصد دارید چند تا تخم‌مرغ رنگ کنید؟ با توجه به تعداد تخم‌مرغ، مقدار هریک از مواد اولیه لازم را برآورد کنید. توجه کنید که ابزاری مانند قلم‌مو، چه بخواهید یک تخم‌مرغ رنگ کنید چه صدتا، به هر حال لااقل یک عدد لازم است. به استهلاک (خراب شدن) ابزارهایی مانند قلم‌مو در استفاده زیاد (مثلاً رنگ کردن تعداد زیادی تخم‌مرغ) نیز توجه کنید.

فهرست روی کاغذ را به جدولی تبدیل می‌کنیم. شما آن را کامل کنید:

فهرست مواد اولیه

| ردیف | نام         | مقدار        |
|------|-------------|--------------|
| ۱    | تخم‌مرغ     | ۱ شانه       |
| ۲    | رنگ گواش    | ۱ بسته ۶ رنگ |
| ۳    | قلم‌مو      | ۲ عدد        |
| ۴    | چسب مایع    | ۱ عدد        |
| ۵    | کاموای رنگی | ...          |
| ۶    | پولک        | ...          |
| ۷    | ...         | ...          |
|      | ...         | ...          |

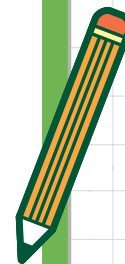
فکر می‌کنید اکنون باید چه ستونی به جدول خود اضافه کنیم؟

#### ۳. هزینه‌ها (سرمایه اولیه)

اکنون باید ببینیم چقدر سرمایه بگذاریم تا مواد و ابزارهای لازم را تهیه کنیم. با اضافه کردن ستون «هزینه‌ها»، جدول را کامل می‌کنیم:

فهرست مواد اولیه

| ردیف | نام               | مقدار         | هزینه (تومان) | شرح |
|------|-------------------|---------------|---------------|-----|
| ۱    | تخم‌مرغ           | ۱ شانه        | ۱۰۰۰          |     |
| ۲    | رنگ گواش          | ۱ بسته ۶ رنگی | ...           |     |
| ۳    | قلم‌مو            | ۲ عدد         | ...           |     |
| ۴    | چسب مایع          | ...           | ...           |     |
| ۵    | کاموای رنگی       | ...           | ...           |     |
| ۶    | پولک              | ...           | ...           |     |
| ۷    | ...               | ...           | ...           |     |
| ...  | ...               | ...           | ...           |     |
|      | مجموع کل هزینه‌ها |               |               |     |





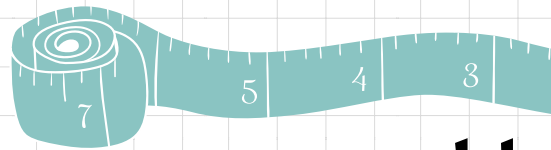
درکارگاه خ

ریاضیات

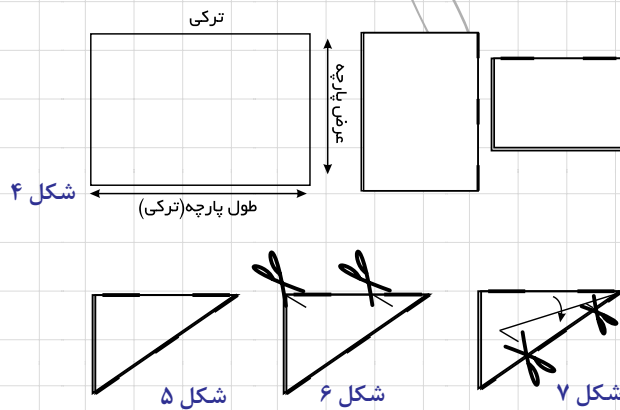
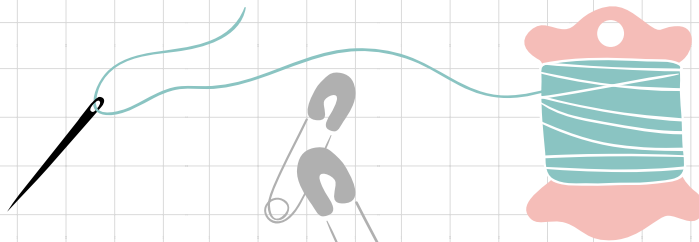
آمنه ابراهیم زاده طاری  
سپیده چمن آرا  
عکاس: اعظم لاریجانی

از بچگی می دیدم عمه جان  
برای دوختن لباس اندازه‌هایی  
می گرفت و با استفاده از آن  
اندازه‌ها، پارچه را می برید  
و لباس می دوخت. همیشه  
دوست داشتم بدانم چه  
ارتباطی بین این اندازه‌ها و  
شکل لباس‌ها هست. چند  
وقت پیش برای گرفتن جواب  
این سؤال به خانه عمه رفتیم.  
او هم برای ما از نحوه دوختن  
چند نوع دامن گفت.  
گفت و گوی ما درباره ارتباط  
بین دوخت دامن‌های کلوش  
و ترک با ریاضیات را در ادامه  
می‌خوانید:



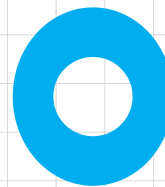


# پیاطلی



## • برهان: برای دوختن دامن کلوش پارچه رو به چه شکلی می‌برید؟

○ عمه: سه نوع دامن کلوش داریم: نیم کلوش، کلوش و دو کلوش. الگوی دامن نیم کلوش شبیه یک چهارم (ربع) دایره است، الگوی دامن کلوش شبیه یک نیم دایره و الگوی دامن دو کلوش شبیه یک دایره کامل. درواقع برای هر کدام از این دامن‌ها باید دو دایره هم‌مرکز بکشیم. یک دایره (یا نیم دایره یا یک چهارم دایره) برای دور کمر و یکی هم برای پایین دامن.



شکل ۳. الگوی دامن دو کلوش



شکل ۲. الگوی دامن کلوش



شکل ۱. الگوی دامن نیم کلوش

به اندازه شعاع با قیچی برش کوچکی روی پارچه‌های تا شده می‌زنیم (شکل ۶). قسمتی از پارچه را باز می‌کنیم و به اندازه‌ای که برش زده‌ایم، دوباره برش می‌زنیم (شکل ۷). این کار را آنقدر ادامه می‌دهیم تا دایره کامل شود. برای بریدن نیم دایره و ربع دایره هم همین روش را به کار می‌بریم.

## • شعاع دایره‌ها برای هر کدام از دامن‌های کلوش چه ارتباطی به اندازه‌های دامن دارد؟

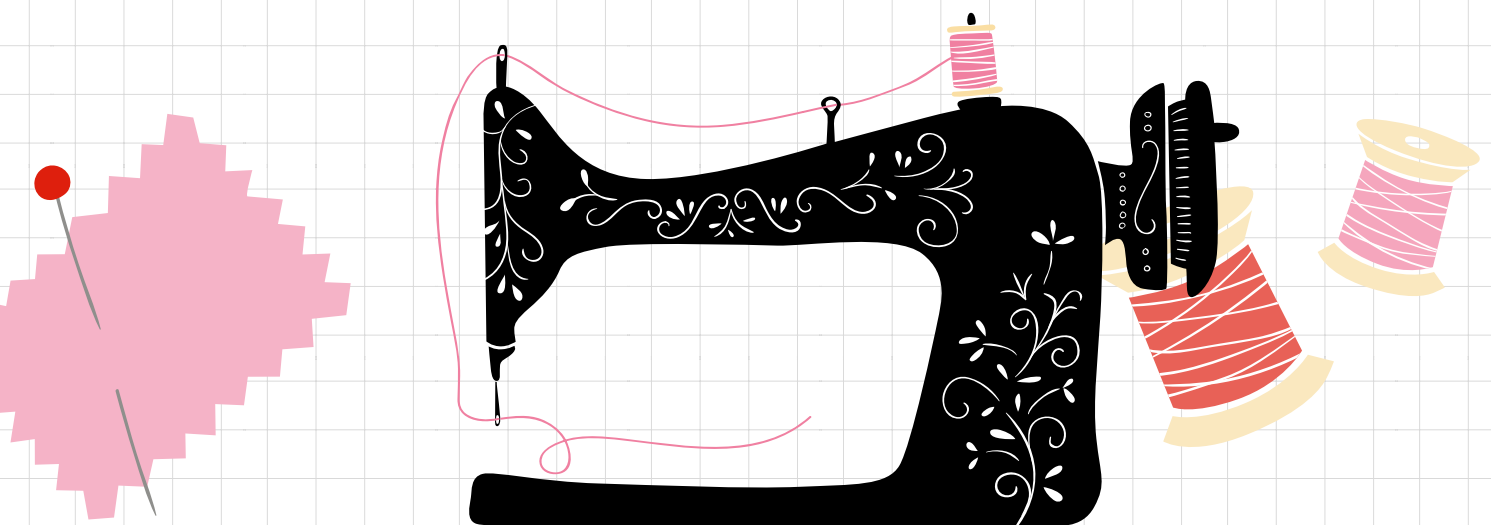
○ شعاع دایره کوچک‌تر در دامن دو کلوش  $\frac{1}{4}$  دور باسن فرد است، در دامن کلوش  $\frac{1}{2}$  و در دامن نیم کلوش  $\frac{1}{4}$  دور باسن. شعاع دایره بزرگ هم برابر است با شعاع دایره کوچک به اضافه قد دامن.

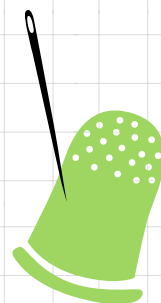
## • محیط دایره‌های کوچک در هر کدام از این دامن‌ها باید برابر دور کمر فرد باشد، درست است؟

○ بله.

## • این دایره‌ها را با چه ابزاری رسم می‌کنید؟ از پرگار که نمی‌شود استفاده کرد؟ آیا اول دایره‌ها را روی کاغذ می‌کشید؟

○ نه، برای دامن کلوش روی کاغذ الگو نمی‌کشیم. برای درست کردن دایره‌ها روی پارچه دامن هم دو روش داریم: در روش اول از متر شبیه پرگار استفاده می‌کنیم. یک سر متر را روی مرکز دایره ثابت می‌کنیم. بعد سر دیگر متر را می‌چرخانیم و هر بار به اندازه شعاع دایره روی پارچه علامت می‌زنیم. در روش دوم، برای بریدن یک دایره کامل، اول پارچه را از طول و سپس از عرض تا می‌کنیم. (شکل ۴) بعد عرض و طول پارچه را روی هم تا می‌کنیم و در آخر یک‌بار دیگر هم پارچه را از گوشه‌ای که قرار است مرکز دایره باشد، تا می‌کنیم (شکل ۵).





• چه طور مطمئن هستیم اگر شعاع را  $\frac{1}{8}$ ،  $\frac{1}{4}$  یا  $\frac{1}{2}$  دور

باسن بگیریم، محیط دایره برابر دور کمر می شود؟

○ این عددها تجربی به دست آمده اند و معمولاً محیط دایره با دور کمر برابر می شود. ولی بعد از اینکه پارچه را بریدیم، یک بار محیط دایره بالایی را اندازه می گیریم و اگر کم تر از دور کمر بود، یکی دو سانتی متر پایین تر می رویم و دوباره می بریم تا دامن تنگ نشود.

• حالا چرا شعاع دایره کوچک در دامن کلوش، نصف شعاع دایره کوچک در دامن دو کلوش است؟

○ چون در کلوش دور کمر باید برابر نصف محیط دایره باشد، ولی در دو کلوش دور کمر باید برابر محیط دایره کامل باشد. پس شعاع دایره در دو کلوش باید نصف شعاع دایره در کلوش باشد.

• و در نیم کلوش شعاع دایره باید دو برابر شعاع دایره در دامن کلوش باشد، بله؟  
○ بله.

• در مورد دامن های ترک چه طور؟ الگوی این دامن ها چه شکلی است و فرق بین دامن های ۴ ترک، ۶ ترک و ۸ ترک در چیست؟

○ برای دوختن دامن های ترک، اول باید الگو را روی کاغذ بکشیم و بعد با استفاده از الگو، پارچه را ببریم. دامن ۴ ترک از ۴ تکه پارچه درست می شود، دامن ۶ ترک از ۶ تکه پارچه و

دامن ۸ ترک هم از ۸ تکه پارچه.

برای کشیدن الگوی دامن ۴ ترک، اول باید یک مستطیل

بکشیم. عرض مستطیل برابر  $\frac{1}{4}$  دور باسن و طول مستطیل

برابر قد دامن است. بعد از بالای مستطیل،  $\frac{1}{4}$  دور کمر را

روی عرض مستطیل و در وسط آن علامت می زنیم. یعنی  $\frac{1}{4}$

دور کمر دقیقاً وسط ضلع بالایی است و از دو طرف به یک

اندازه فاصله دارد. از طول مستطیل به اندازه بلندی باسن پایین

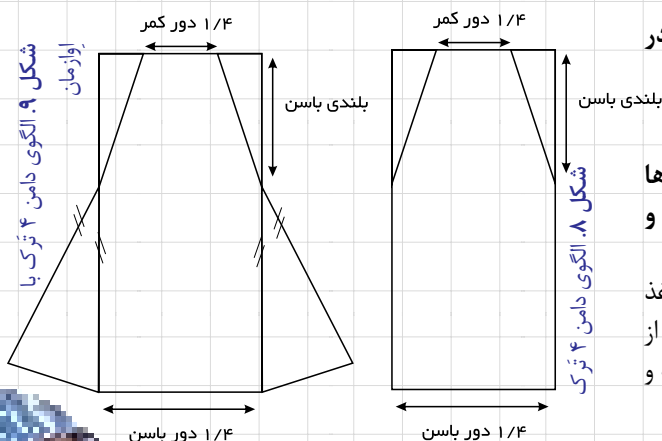
می آییم و به نقاط مربوط به دور کمر وصل می کنیم؛ مثل شکل ۸.

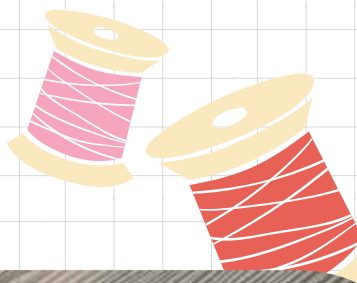
حالا بسته به اینکه می خواهیم دامن چه قدر گشاد یا تنگ باشد،

دو مثلث متساوی الساقین هم اندازه به دو طرف شکل ۸ اضافه

می کنیم (شکل ۹) حالا باید ۴ تا از این الگوها را روی پارچه

بگذاریم و ببریم و آن ها را به هم بدوزیم.





• چرا این مثلث‌ها که به الگو اضافه شدند باید متساوی الساقین باشند؟ مثلاً اگر قائم‌الزاویه بودند چه می‌شد؟

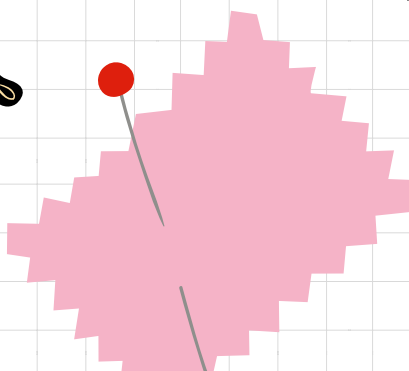
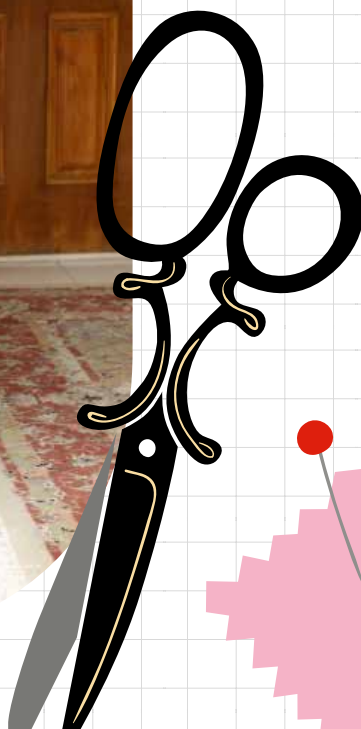
○ اگر قائم‌الزاویه باشند کناره‌های هر تکه از قد دامن بلندتر می‌شدند و وقتی دامن را می‌پوشیم، ظاهر زیبایی نخواهد داشت. انگار کنار دامن آویزان باشد!

• الگوی دامن ۶ ترک و ۸ ترک چگونه؟

○ شبیه همین الگو هستند، فقط عرض مستطیل به جای  $\frac{1}{4}$  دور باسن، باید  $\frac{1}{6}$  یا  $\frac{1}{8}$  دور باسن باشد تا وقتی تکه‌ها به هم دوخته شدند، دامن اندازه باشد؛ نه تنگ باشد و نه گشاد.

• پس از بالای مستطیل هم باید طولی به اندازه  $\frac{1}{6}$  یا  $\frac{1}{8}$  دور کمر را در وسط عرض مستطیل جدا کنیم. درست است؟  
○ بله.

• ممنون عمه‌جان. امروز به بسیاری از سؤال‌هایی که سال‌ها توی ذهنم بود، پاسخ داده شد و دیدم شما هم چقدر زیاد از ریاضیات استفاده می‌کنید.





در کلاس درس خوارزمی  
نگارش: حسن سالاری  
انتشارات مدرسه  
چاپ اول: ۱۳۹۰  
۴۵۰۰۰ ریال

غیاث الدین جمشید کاشانی  
نگارش: حسن سالاری  
انتشارات مدرسه  
چاپ اول: ۱۳۹۱  
۶۵۰۰۰ ریال

## معرفی کتاب

جعفر ربانی



دانش‌آموزان عزیز، کتابی که در اینجا به شما معرفی می‌کنیم در حوزه «تاریخ علم ریاضی» است. لابد شما می‌دانید تاریخ علم چیست و چه ارزشی دارد؟ بله، تاریخ علم سرگذشت چگونگی پیدایش نظریات، دیدگاه‌ها، قوانین و اصول علم است. این نکته را هم بگوییم که هیچ دانشمندی در کار خود موفق نخواهد شد، مگر اینکه تاریخ علم رشته تخصصی خود را بداند.

غیاث‌الدین جمشید کاشانی از ستاره‌های درخشان علم ریاضی و نجوم در عصر تیموریان (۷۰۰ سال پیش) است که در جوانی از کاشان به سمرقند رفت. در آنجا به دربار الغ‌بیگ - نوه تیمور گورکانی، معروف به «تیمور لنگ» راه یافت و در ساختن رصدخانه بزرگ سمرقند با دانشمندان دیگر همکاری کرد.

غیاث‌الدین متأسفانه در ۴۲ سالگی در سمرقند به مرگی نامعلوم درگذشت و جهان اسلامی یکی از چهره‌های برجسته ریاضی و نجوم خود را از دست داد.

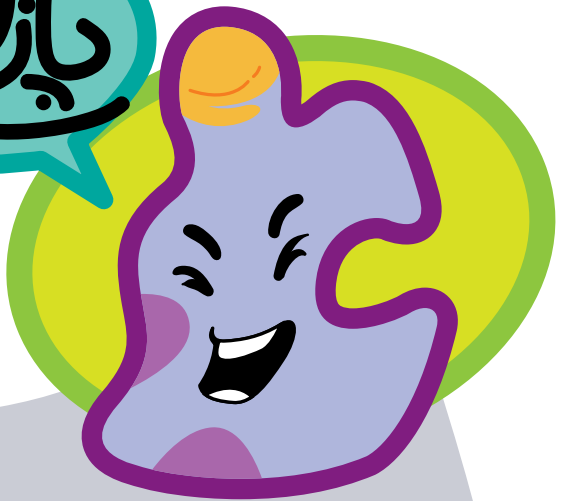
کتاب غیاث‌الدین جمشید کاشانی شرح زندگی علمی و خدمات این منجم بزرگ است. کتاب دو بخش دارد: آشنایی با استاد و در کلاس درس. بخش اول جنبه تاریخی دارد و بخش دوم جنبه علمی و محاسباتی. ضمناً سه دانشمند ریاضی‌دان دیگر هم به‌طور خلاصه در کتاب معرفی شده‌اند که عبارت‌اند از: **ابوالحسن نسوی** (اهل نسا در خراسان)، **کوشیار گیلانی** (اهل گیلان) و **محمد بن ایوب طبری** (اهل آمل).

این کتاب ویژه دانش‌آموزان علاقه‌مند به تاریخ ریاضیات و نجوم است، اما ما به معلمان ریاضی هم توصیه می‌کنیم برای بیان گوشه‌ای از تاریخچه علم ریاضیات و نجوم در تمدن اسلامی و نیز نشان دادن چگونگی محاسبات ریاضی در قدیم، از این کتاب در کلاس خود استفاده کنند. همچنین می‌توانند این کتاب را به دانش‌آموزان کوشا و ساعی خود جایزه دهند.

در پایان خاطرنشان می‌سازیم که «غیاث‌الدین جمشید کاشانی» یک کتاب از مجموعه چند جلدی «در کلاس درس دانشمندان» است که در «انتشارات مدرسه» به چاپ رسیده است. سه کتاب دیگر این مجموعه عبارت‌اند از: «در کلاس درس ابن‌هیثم»، «در کلاس درس بیرونی»، «در کلاس درس بوزجانی». در اینجا می‌توانید روی جلد و کتاب‌شناسی یکی دیگر از این کتاب‌ها را که درباره **محمد بن موسی خوارزمی** است، مشاهده کنید. امید که بتوانید هر چهار کتاب را بخوانید.

# SUGURU

محدثه کشاورز اصلانی



این پازل یک مربع ۶ در ۶ است:

|   |  |   |   |   |  |
|---|--|---|---|---|--|
| ۴ |  |   |   | ۵ |  |
|   |  |   |   |   |  |
|   |  | ۴ |   |   |  |
|   |  |   | ۲ | ۳ |  |
|   |  |   |   | ۵ |  |
|   |  | ۱ |   |   |  |

SUGURU (۱)

به جز خط‌های کمرنگ، که یک جدول ۶ در ۶ درست کرده‌اند، در جدول ۱ تعدادی خط پررنگ وجود دارد. خط‌های پررنگ فضایی را می‌سازند که به آن‌ها «جعبه» می‌گوییم. جعبه‌ها ممکن است شامل یک مربع باشند یا بیشتر.

به جعبه‌ای که شامل دو مربع است، جعبهٔ دومربعی می‌گوییم. مربع‌های یک جعبهٔ دومربعی باید از ۱ تا ۲ پر شوند. مربع‌های یک جعبهٔ سه‌مربعی باید از ۱ تا ۳ پر شوند و همین‌طور تا آخر. مربع‌های یک جعبهٔ nمربعی باید با اعداد ۱ تا n پر شوند.

• مربع‌های مجاور هم (چه به‌صورت افقی یا عمودی و چه به‌صورت اریب)، نباید هم‌عدد باشند. ضمناً مهم نیست که این مربع‌ها در یک جعبه باشند یا نباشند.

مثلاً در اولین گام، برای پر کردن خانه‌های خالی، در خانه‌های بنفش نمی‌توانیم عدد ۱ را قرار دهیم. و همچنین در خانه‌های آبی نمی‌توانیم عدد ۴ را بگذاریم.

|   |  |   |   |   |  |
|---|--|---|---|---|--|
| ۴ |  |   |   | ۵ |  |
|   |  |   |   |   |  |
|   |  | ۴ |   |   |  |
|   |  |   | ۲ | ۳ |  |
|   |  |   |   | ۵ |  |
|   |  | ۱ |   |   |  |

مرحلهٔ اول:  
جدول ۱

۱. وجود عدد ۱ نشان می‌دهد که در مربع بنفش‌رنگ نمی‌توان عدد ۱ را قرار داد. اما در این جعبه سه مربع آبی‌رنگ دیگر باقی می‌مانند که می‌شود در آن‌ها عدد ۱ را قرار دهیم، اما نمی‌توانیم مطمئن باشیم که کدام مربع جای ۱ است. پس اینجا شروع خوبی برای حل پازل نیست.

مرحلهٔ دوم:  
جدول ۲

|   |  |   |   |   |  |
|---|--|---|---|---|--|
| ۴ |  |   |   | ۵ |  |
|   |  |   |   |   |  |
|   |  | ۴ |   |   |  |
|   |  |   | ۲ | ۳ |  |
|   |  |   |   | ۵ |  |
|   |  | ۱ |   |   |  |

۲. در این جعبه ۲مربعی اعداد ۱ و ۲ باید قرار بگیرند. با توجه به عدد ۲ که از قبل نوشته شده، در خانه‌های سبز رنگ نمی‌توان عدد ۲ را قرار داد. پس جای ۱ و ۲ در این جعبهٔ دومربعی پیدا شد و اینجا برای شروع حل پازل مناسب است.

بعد از این مرحله، جدول ۲ به شکل جدول ۳ درمی‌آید.

|   |  |   |   |   |  |
|---|--|---|---|---|--|
| ۴ |  |   |   | ۵ |  |
|   |  |   |   | ۲ |  |
|   |  | ۴ |   | ۱ |  |
|   |  |   | ۲ | ۳ |  |
|   |  |   |   | ۵ |  |
|   |  | ۵ | ۱ |   |  |

۱. یک عدد ۴ در این جعبهٔ «شکل» باعث می‌شود که نتوانیم در خانه‌های نارنجی‌رنگ عدد ۴ را بگذاریم. پس در جعبهٔ +شکل کناری‌اش فقط یک‌جا برای ۴ باقی می‌ماند.

بعد از معلوم شدن جای ۴، جای دو عدد ۱ و ۵ معلوم می‌شود، چون ۱ در جعبهٔ دومربعی کناری وجود دارد.

مرحلهٔ سوم:  
جدول ۳

۲. با توجه به جای عدد ۳ در این جعبه، در خانه‌های آبی‌رنگ نمی‌توان عدد ۳ را قرار داد. پس دوباره فقط یک‌جا برای ۳ باقی می‌ماند. یعنی بالاترین مربع جای ۳ است.

۳. با توجه به عدد ۵، در خانه‌های سبز رنگ نمی‌توان عدد ۵ را قرار داد. پس برای عدد ۵ در این جعبه فقط یک‌جا باقی می‌ماند.



مرحله پنجم:  
جدول ۵

حالا به صورت جدول ۵ درمی آید.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۴ |   |   |   | ۵ |   |
|   | ۵ | ۲ |   | ۲ | ۳ |
|   |   | ۴ | ۵ | ۱ |   |
| ۵ |   | ۱ | ۲ | ۳ |   |
|   |   |   | ۴ | ۵ | ۱ |
|   | ۵ | ۱ |   |   | ۴ |

۱. با توجه به ۲ ای که در جعبه پایین است، خانه های آبی نمی توانند ۲ باشند. پس جای ۲ پیدا می شود.

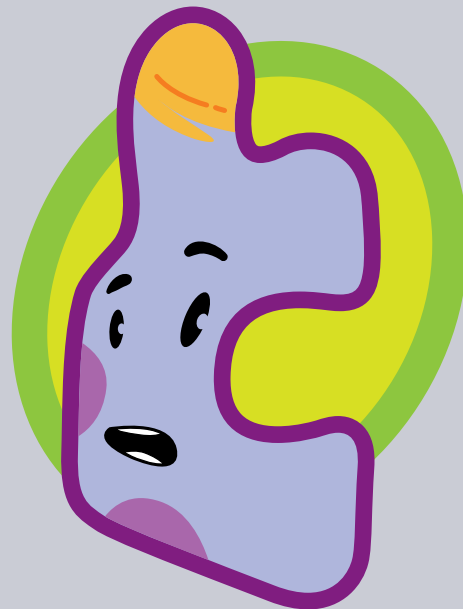
۲. در خانه های نارنجی رنگ، عدد ۱ را نمی توان قرار داد. پس جای عدد ۱ پیدا شد. (چرا؟)

بعد از معلوم شدن جای ۱، با توجه به عدد ۲ جعبه بالایی، جای عدد ۲ هم پیدا می شود. در نهایت جای عدد ۳ هم پیدا می شود.

۳. جای ۲ و ۴ در این جعبه پیدا می شود. (چرا؟)

۴. بعد از پیدا شدن جای عدد ۲ در جعبه بالایی (در مرحله ۲) در این جعبه نمی توان در خانه های سبز رنگ عدد ۲ را قرار داد. پس تنها یک جا برای عدد ۲ باقی می ماند.

بعد از آن جای عدد ۱ هم در این جعبه معلوم می شود. (چرا؟) بعد از پیدا شدن جای عدد ۱، جای ۳ و ۴ هم معلوم می شود. (چرا؟)



حالا جدول به صورت جدول ۴ درمی آید.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۴ |   |   |   | ۵ |   |
|   |   |   |   | ۲ | ۳ |
|   |   | ۴ | ۵ | ۱ |   |
| ۵ |   | ۱ | ۲ | ۳ |   |
|   |   |   | ۴ | ۵ |   |
|   | ۵ | ۱ |   |   |   |

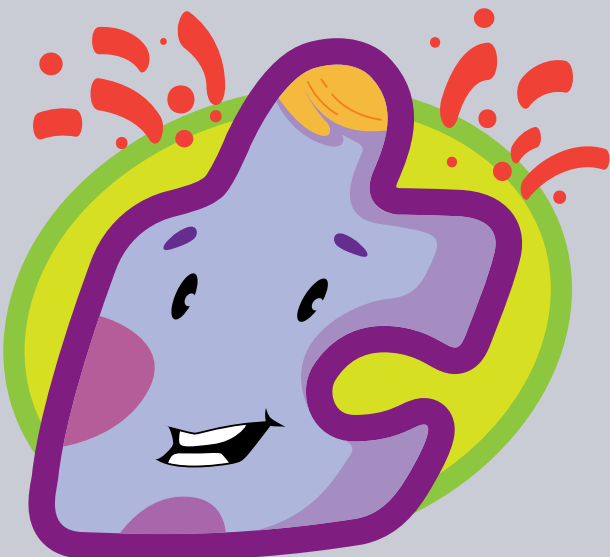
مرحله چهارم:  
جدول ۴

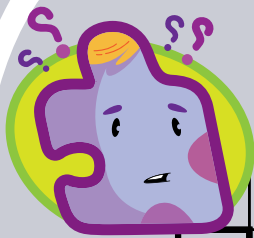
۱. با توجه به عدد ۵ ای که در پایین این جعبه است، مربع های آبی رنگ نمی توانند ۵ باشند. پس فقط یک جا برای عدد ۵ در این جعبه باقی می ماند.

۲. با توجه به عدد ۴ در جعبه بالا، در این جعبه افقی، خانه های نارنجی رنگ نمی توانند شامل ۴ باشند. پس فقط یک جا برای ۴ باقی می ماند.

۳. با توجه به عدد ۲، در خانه های سبز رنگ نمی توان عدد ۲ را قرار داد. پس جای ۲ هم در این جعبه معلوم شد.

۴. با توجه به عدد ۱ در جعبه کناری، در خانه های بنفش رنگ نمی توان عدد ۱ را قرار داد. پس جای ۱ در این جعبه معلوم شد.





اکنون شما پازل‌های زیر را حل کنید.

SUGURU (۲)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
|   |   |   |   |   |   |
|   |   | ۳ |   |   |   |
| ۵ |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   | ۵ |   |
|   |   |   |   |   | ۲ |
|   | ۳ |   | ۳ |   |   |

SUGURU (۳)

|   |  |   |   |   |   |
|---|--|---|---|---|---|
|   |  |   |   |   |   |
|   |  | ۳ |   |   | ۲ |
|   |  |   |   |   |   |
|   |  |   |   |   |   |
|   |  |   |   | ۱ |   |
|   |  |   | ۵ |   |   |
| ۵ |  | ۳ |   |   |   |

SUGURU (۴)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۵ |   |   |   |   |   |
|   | ۲ |   | ۱ |   | ۱ |
|   |   |   |   |   |   |
|   |   |   |   |   |   |
| ۵ |   | ۴ |   | ۵ |   |
|   |   |   |   |   |   |

مرحله ششم:  
جدول ۶

و در آخرین مرحله به جدول ۶ می‌رسیم.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۴ |   |   |   | ۵ |   |
| ۲ | ۵ | ۲ | * | ۲ | ۳ |
| ۱ | ۳ | ۴ | ۵ | ۱ | ۴ |
| ۵ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ |
| ۱ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ | ۱ |
| ۲ | ۵ | ۱ |   |   | ۴ |

۱. حالا جای ۲ و ۳ در این جعبه معلوم می‌شود.

۲. در این جعبه باید اعداد ۱، ۳ و ۴ را قرار دهیم. در خانه \*  
نه عدد ۴ می‌تواند قرار بگیرد و نه عدد ۱. پس باید عدد ۳ را  
در این خانه بگذاریم.

۳. با معلوم شدن جای ۳ در مرحله قبل، جای ۱ و ۳ در این  
جعبه معلوم می‌شود.

و در نهایت جدول به صورت جدول ۷ حل می‌شود

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۳ | ۱ | ۴ | ۵ | ۱ |
| ۲ | ۵ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ |
| ۱ | ۳ | ۴ | ۵ | ۱ | ۴ |
| ۵ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ |
| ۱ | ۴ | ۳ | ۴ | ۵ | ۱ |
| ۲ | ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

جدول ۷

# غیاث الدین جمشید کاشانی

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی  
تصویر گر: سام سلماسی



بعضی ها می گویند آدم بوده و اسمش تیمور لنگ. بعضی ها می گویند فی بی بوده و اسمش فیفور لنگ.  
من که می گویم آدم بوده و به دنبال سوزاندن نشانه های ما.





الغ بیگ غیاث‌الدین را کاپیتان رصدخانه کرد.





### روش محاسبه عدد پی توسط کاشانی

کاشانی در مقدمه «رساله محیطیه» می‌گوید: ارشمیدس ثابت کرده بود که محیط دایره از سه برابر قطرش به اندازه‌ای بین  $\frac{1}{71}$  قطر و  $\frac{1}{70}$  قطر بزرگ‌تر است. ارشمیدس این بازه تقریب را که برابر قطر است، با محاسبه محیط یک ۹۶ ضلعی محیط بر دایره و یک ۹۶ ضلعی محاط بر دایره یافته بود.

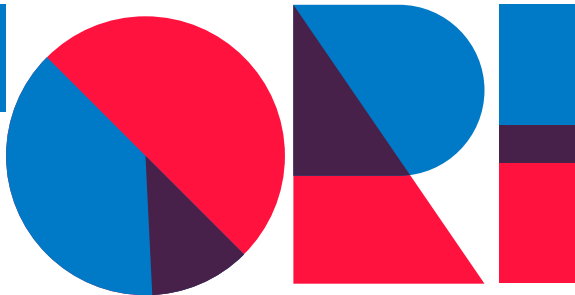
کاشانی به درستی پی برده بود که خطای این تقریب عدد بزرگی است. اگر فرض کنیم قطر دایره مورد نظر ۴۹۷ متر باشد، این محاسبه یک متر خطا خواهد داشت. بنابراین، کاشانی دایره‌ای را در نظر گرفت که قطرش ۶۰۰ هزار برابر قطر زمین باشد. سپس تعداد ضلع‌های چندضلعی محیط و محاط دایره را به اندازه‌ای تعیین کرد که تفاوت محیط آن و محیط دایره به اندازه یک تار مو نرسد.

به این ترتیب، تعداد ضلع‌های چندضلعی عدد ۸۰۵۳۰۶۳۶۸ به‌دست آمد. طول ضلع آن را یافت و با شیوه‌ای مشابه ارشمیدس توانست با دقت بسیار بالاتری دوبرابر عدد پی را بیابد.

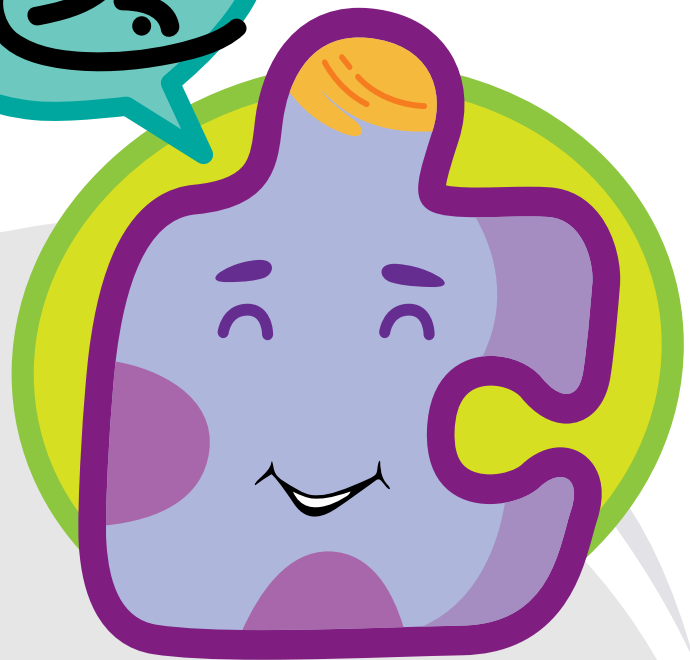
$$2\pi = 6/2831853071795865$$



# بازی فکری



سپیده چمن آرا / محمود داورزنی



من معمای جدول ۱ را این طوری حل کردم.

۱. اول این دو تا ۴ در ردیف اول توجهم را جلب کرد. ولی هر چه فکر کردم، نتوانستم دلیلی پیدا کنم که مطمئن باشم کدام یک باید خط بخورد!

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
|   |   |   |   |   |

جدول زیر را در نظر بگیرید.

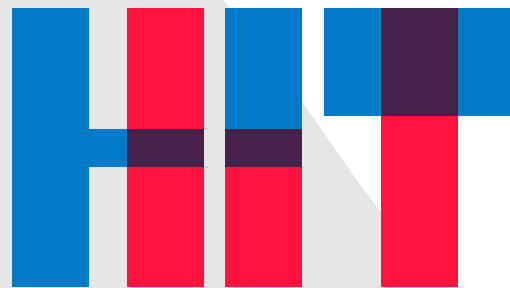
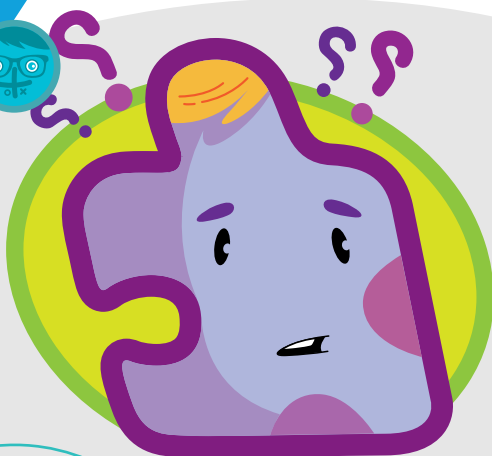
|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۱ | ۴ | ۵ | ۳ | ۲ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۴ | ۴ |

HITORI ( )

۲. بعد این دو تا ۳ در ردیف سوم توجهم را جلب کرد: این ۳ نمی تواند خط بخورد، چون در دو طرفش در ستون دوم، دو تا ۴ هست که هر کدام را خط بزنیم. به این خانه خط خورده می چسبد. پس این ۳ خط می خورد.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۱ | ۴ | ۵ | ۳ | ۲ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۴ | ۴ |

در بعضی از ردیف ها و یا ستون های آن ممکن است عددی بیش از یکبار تکرار شده باشد. قانون بازی این است که باید اعداد تکراری این جدول را سایه بزنیم، به طوری که هر عدد باقی مانده (سایه نخورده) در هر سطر و ستون تنها یکبار دیده شود. علاوه بر این کار، باید جدول به دست آمده به گونه ای باشد که مربع های سایه زده، کنار هم (افقی یا عمودی) قرار نگیرند. البته اگر به صورت قطری کنار هم باشند، ایرادی ندارد. همچنین باید بتوانید بین مربع های سایه زده با حرکت های چپ، راست، بالا یا پایین، تمام مربع های سایه زده را طی کنید.



|  |   |   |
|--|---|---|
|  | ۲ |   |
|  | ۲ | ۱ |
|  |   | ۴ |
|  | ۳ | ۲ |
|  | ۴ |   |

۶. حالا این دو تا ۲ در ستون چهارم توجهم را جلب کرد: این ۲ که نمی تواند خط بخورد، چون به خانه سیاه می چسبد. پس این یکی خط می خورد.

۷. بلافاصله به این دو تا ۴ دیگر در ستون آخر توجه کردم: این ۴ که نمی تواند خط بخورد (اگر گفتی چرا؟) پس این یکی خط می خورد.

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ |
| ۵ | ۴ | ۳ |
|   | ۳ | ۲ |
| ۱ | ۴ | ۵ |
| ۵ | ۱ | ۲ |

۳. بلافاصله این دو تا ۵ در ستون اول توجهم را جلب کرد: این ۵ نمی تواند خط بخورد، زیرا به یک خانه سیاه دیگر می چسبد. پس این ۵ خط می خورد.

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ |
| ۵ | ۴ | ۳ |
|   | ۳ | ۲ |
| ۱ | ۴ | ۵ |
|   | ۱ | ۲ |

۴. همین طور حال این دو تا ۴ در ستون سوم توجهم را جلب کرد: این ۴ نمی تواند خط بخورد، چون آن وقت عدد ۱ بین سه تا خانه سیاه شده گیر می افتد و به سایر خانه ها راهی ندارد. پس این ۴ خط می خورد.

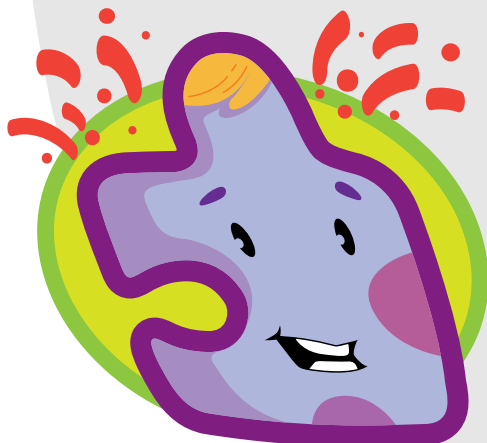
۸. تا اینجا جدول این شکلی شده و تنها عددهای تکراری، دو تا ۲ در ستون وسط است: اگر این ۲ را خط بزیم، خانه های قسمت بالایی جدول از خانه های قسمت پایین جدا می شوند و این با آخرین شرط معما سازگار نیست. پس این یکی ۲ خط می خورد و معما حل می شود.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ | ۲ |   |
| ۵ |   | ۳ |   | ۱ |
|   | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ |
| ۱ | ۴ | ۵ | ۳ | ۲ |
|   | ۱ | ۲ | ۴ |   |

۵. حالا دوباره می توانم بروم سراغ دو تا ۴ در ردیف اول: این یکی نمی تواند خط بخورد، زیرا خانه ۵ بین سه تا خانه سیاه گیر می افتد. پس این یکی خط می خورد.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ |
| ۵ |   | ۳ | ۲ | ۱ |
|   | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ |

هر جدول مانند جدول بالا، همیشه یک جواب دارد که باید با دلایل منطقی به دست آید، به عبارت دیگر، حدس زدن و به طور اتفاقی اعداد تکراری را سایه زدن، لزوماً شما را به جواب نمی رساند.





# چهارتا برو!

محدثه کشاورز اصلانی

## شرح بازی

این یک بازی دو نفره است. برای انجام آن به یک صفحه کاغذ و یک مداد احتیاج دارید. روی صفحه کاغذتان این محور اعداد از ۰ تا ۲۰ را بکشید.



این جدول را هم برای خودتان یک گوشه کاغذ بکشید.

|     |    |    |
|-----|----|----|
| ۱۰۰ | ۲۵ | ۵  |
| ۱۰  | ۲  | ۳۶ |
| ۱۲  | ۴  | ۳  |



## روش بازی

هر بازیکن در نوبت خود باید دو عدد از عددهای جدول را انتخاب کند و آن‌ها را در هم ضرب یا بر هم تقسیم کند. سپس عددی را که به دست آمده است، روی محور خط بزند. بازیکن بعدی هم باید همین کار را انجام دهد و روی عدد به دست آمده را به روش دیگری خط بزند (به طوری که معلوم باشد، هر عددی را چه کسی خط زده است).

هر کسی که در نوبت خودش دو عددی را انتخاب کند که جوابشان یک عدد صحیح نباشد، یا عدد صحیحی باشد که روی محور نباشد، نوبتش را از دست داده است و رقیبش می‌تواند دو عدد انتخاب کند.

## برنده بازی

برنده بازی کسی است که بتواند چهار عدد را طوری خط بزند که هیچ کدام از عددهای بین آن‌ها را رقیبش خط نزده باشد. مثلاً اگر شما عددهای ۱۵، ۱۲ و ۹ را خط زده باشید و دوست شما هیچ عدد دیگری از ۹ تا ۱۸ را خط نزده باشد،

**شما  
برنده  
هستید!**



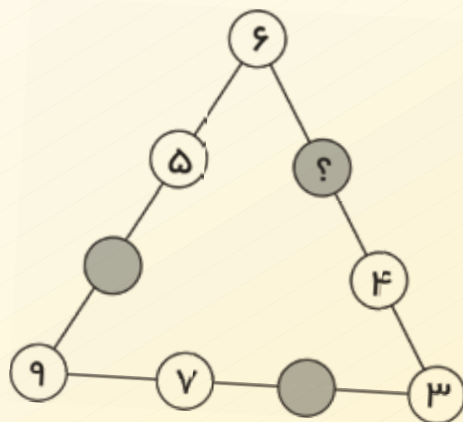
# کی می تونه حل کنه؟!

• آمنه ابراهیم زاده طاری

۱ با استفاده از تعدادی مکعب کوچک، مکعبی ساخته ایم. سطح بیرونی مکعب بزرگتر را کاملاً رنگ کرده ایم. بعد از رنگ کردن، مکعب را به مکعب های کوچکتر تقسیم می کنیم. تعداد وجه هایی از مکعب های کوچک که رنگ شده اند، با تعداد وجه هایی که رنگ نشده اند، برابرند. مکعب بزرگتر از چند مکعب کوچک ساخته شده است؟

۲ فروشگاهی برنج را در بسته های ۳ و ۵ کیلویی می فروشد. در این فروشگاه در طول یک روز، ۲۲ کیلوگرم برنج فروخته شده است. در این روز چند بسته برنج به فروش رفته است؟

۳ هر یک از اعداد ۱ تا ۹ را روی دایره های شکل زیر نوشته ایم، طوری که مجموع اعداد روی هر سه ضلع مثلث با هم برابرند. روی سه تا از این اعداد را پوشانده ایم. عدد دایره ای که با «؟» مشخص شده، چند است؟



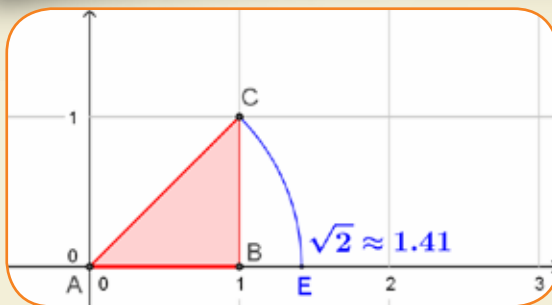
۴ معلمی با یک شیشه آب نبات به کلاس می رود و مسابقه ای بین بچه ها ترتیب می دهد: هر کسی باید حدس بزند، چند آب نبات داخل شیشه وجود دارد و هر کسی که عددش به تعداد واقعی آب نبات ها نزدیکتر باشد، برنده می شود. حدس نفر اول مسابقه ۱۳۵، حدس نفر دوم ۱۵۰، حدس نفر سوم ۱۵۲ و حدس نفر چهارم ۱۳۱ است. چند آب نبات داخل شیشه بوده است؟



# رسم اعداد رادیکالی روی محور

## پروژه‌های جئوجبرایی!

سیدمهدی بشارت



شکل ۱

$$\begin{aligned}AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\AC^2 &= 1^2 + 1^2 = 2 \\AC &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

مثلی که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، قائم‌الزاویه است و هر ضلع زاویه قائمه آن ۱ واحد است. پس وتر آن از رابطه فیثاغورس به دست می‌آید. سپس با پرگار وتر AC را روی محور اعداد می‌خوابانیم. یعنی سوزن پرگار را روی A می‌گذاریم و دهانه پرگار را به اندازه وتر AC باز می‌کنیم و کمان می‌زنیم تا محور را در نقطه E قطع کند. بدین ترتیب نقطه E دقیقاً  $\sqrt{2}$  را نشان می‌دهد.

با شما موافقم، باورش خیلی سخت است. عددی که بی‌شمار رقم اعشار دارد و برای نوشتن آن هزاران صفحه نیز کافی نیست، جایگاهش یک نقطه مشخص روی محور باشد؛ نقطه‌ای به اندازه سر سوزن یا خیلی خیلی کوچک‌تر!

هر چه در ترسیم دقیق‌تر باشیم، نقطه E با دقت بیشتری  $\sqrt{2}$  را نشان می‌دهد. یعنی اگر محورها دقیقاً بر هم عمود باشند، واحدها کاملاً مساوی باشند و ابزارمان دقیق باشد، آن‌گاه ما همان قدر اطمینان داریم که نقطه E عدد  $\sqrt{2}$  را نشان می‌دهد که مطمئن هستیم نقطه A عدد ۱ را نمایش می‌دهد.

### ارقام بی‌شمار

اعداد گنگ همیشه مفرح و سرگرم‌کننده‌اند، زیرا ارقام اعشارشان تمامی ندارد و در این بی‌شمار رقم، همه چیز پیدا می‌شود! یکی از تفریح‌های ذهنی من این است که یک عدد گنگ انتخاب کنم و با نرم‌افزارهایی مثل «Maple» یا «Mathematica»، ارقام آن عدد را تا هزاران رقم محاسبه کنم و در آن شماره شناس‌نامه یا شماره تلفن خودم را بیابم، یا شماره تلفن دوستم را پیدا کنم و برایش هدیه بفرستم! برنامه‌ها و نرم‌افزارهای زیادی هستند که شما نیز می‌توانید با آن‌ها این بازی را انجام دهید. مثلاً شما می‌توانید در صفحه اینترنتی زیر، عدد  $\pi$  را تا یک میلیون رقم اعشار مشاهده کنید. (<http://www.piday.org/million/>)

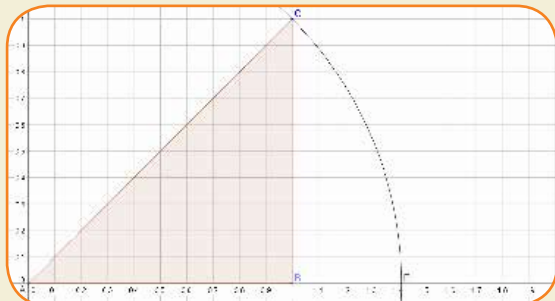
بنابراین ما مجبوریم در نوشتن اعداد گنگ همیشه از تقریب استفاده کنیم. مثلاً وقتی می‌گوییم عدد  $\pi$  برابر است با  $3/14$  آن را تا دو رقم اعشار بیان کرده‌ایم و میلیون‌ها و بلکه بی‌شمار رقم اعشار دیگر این عدد را نادیده گرفته‌ایم. یعنی عدد  $\pi$  تقریباً با  $3/14$  برابر است و ما هیچ‌گاه امکان بیان دقیق عدد  $\pi$  را نداریم. همین مطلب سبب شده است بعضی از بچه‌ها فکر کنند، حالا که نمی‌شود یک عدد گنگ را دقیقاً بیان کرد. روی محور اعداد هم نمی‌توان دقیقاً جای آن را معلوم کرد! اتفاقاً همین که نام این اعداد «گنگ» است هم به این گمانه کمک می‌کند. خود من از جمله کسانی بودم که فکر می‌کنند، اعداد گنگ اعداد مبهمی هستند و معلوم نیست چه هستند و روی محور کجایند!

### ترسیم راز آلود

اما اکنون همه ما به خوبی می‌دانیم، با استفاده از رابطه فیثاغورس به راحتی می‌توانیم عدد گنگی مثل  $\sqrt{2}$  را روی محور اعداد نشان دهیم.



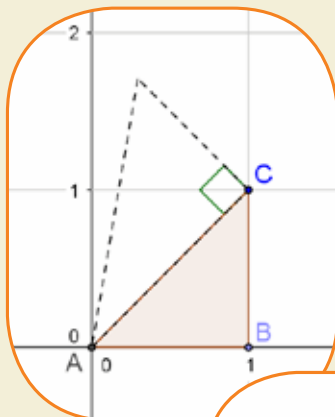
می‌کنید، مقدار جبری آن در پنجره سمت چپ نمایان می‌شود؛ مانند مختصات نقاط و اندازه پاره‌خط‌ها. اگر با چرخاندن قرقره موس بزرگ‌نمایی این تصویر را زیاد کنید، جایگاه نقطه E را که با تقریب دو رقم اعشار ۱/۴۱ است، بهتر مشاهده می‌کنید.



شکل ۴

رسم  $\sqrt{2}$

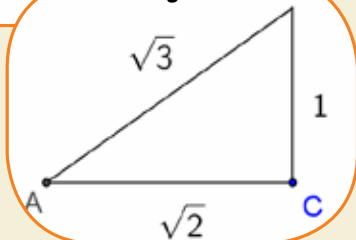
اگر یک ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای  $\sqrt{2}$  و ضلع دیگر ۱ باشد، طبق فیثاغورس وتر آن  $\sqrt{3}$  خواهد شد.



شکل ۵

بنابراین کافی است در همان شکل قبل روی وتر  $\sqrt{2}$  یک مثلث قائم‌الزاویه جدید بنا کنید؛ مانند شکل ۵.

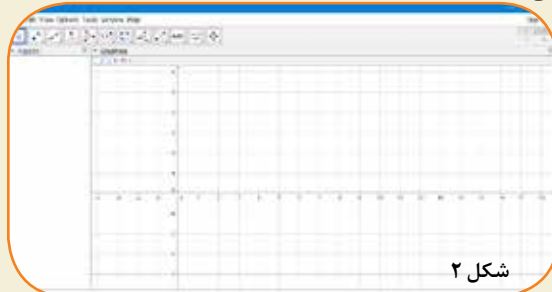
شکل ۶



حالا مراحل این کار را در جئوجبرا دنبال می‌کنیم: برای اینکه شکل‌مان خلوت شود، دایره را پاک کنید. یعنی دایره را انتخاب کنید و دکمه «Delete» را فشار دهید. مشاهده می‌کنید که نقاط D و E نیز حذف می‌شوند، چون وابسته به آن دایره بودند.

## به مدد رایانه

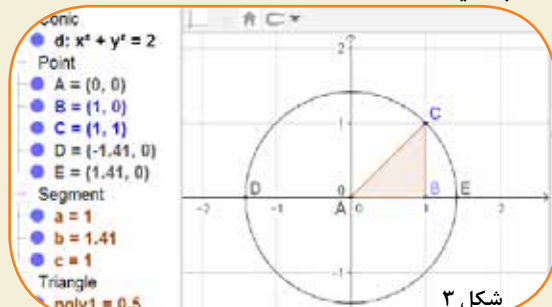
رسم دقیق  $\sqrt{2}$  با «خط‌کش و پرگار» بسیار ارزشمند است، ولی امروزه نرم‌افزارهای رایانه‌ای به ما کمک می‌کنند تا بتوانیم به‌سادگی ولی با دقت زیاد این رسم را انجام دهیم. یکی از این نرم‌افزارها «جئوجبرا» است. نرم‌افزاری رایگان که از سایت خودش به نام «geogebra.org» به راحتی دانلود می‌شود. صفحه ورودی این برنامه مانند صفحه‌ای است که در شکل ۲ می‌بینید.



شکل ۲

## مراحل رسم $\sqrt{2}$

۱. با استفاده از آیکون  مثلث ABC را رسم کنید. وتر این مثلث  $\sqrt{2}$  است.
۲. با استفاده از آیکون  دایره‌ای به مرکز A و شعاع AC رسم کنید.
۳. نقطه برخورد دایره با محور xها،  $\sqrt{2}$  را روی محور نشان می‌دهد. (چرا؟)
- برای انتخاب این نقطه نخست روی مثلث کوچک گوشه آیکون  کلیک کنید، تا یک منو باز شود. سپس آیکون  را انتخاب کنید.

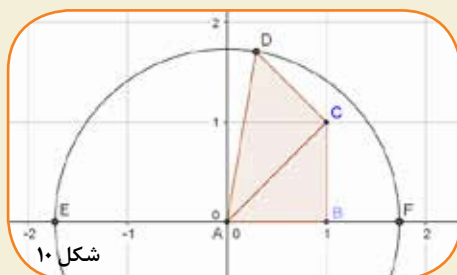


شکل ۳

حالا یک‌بار روی دایره و یک‌بار هم روی محور xها کلیک کنید. چون دایره محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند، دو نقطه D و E ایجاد می‌شود. یکی از این دو نقطه  $\sqrt{2}$  و دیگری  $-\sqrt{2}$  را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌کنید که در این نرم‌افزار، هر شیئی که رسم

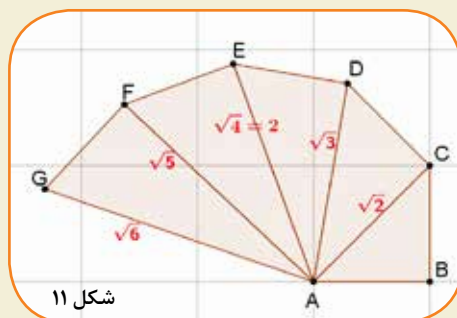


۴. در آخرین مرحله باید وتر  $\sqrt{f}$  را روی محور بخوابانید. باید از آیکون استفاده کنید. ابتدا روی A و سپس روی D کلیک کنید. آن گاه نقاط تقاطع این دایره با محور X ها را با استفاده از آیکون پیدا کنید.



شکل ۱۰

نقاط E و F به ترتیب  $-\sqrt{f}$  و  $\sqrt{f}$  را نشان می‌دهند. (چرا؟)



شکل ۱۱

### نمودار حلزونی

برای رسم رادیکال‌های بعدی، همچون  $\sqrt{5}$ ،  $\sqrt{6}$ ،  $\sqrt{7}$  و... همان مراحل رسم  $\sqrt{f}$  را می‌توان دنبال کرد. به این ترتیب جذر هر عدد طبیعی را می‌توان رسم کرد.

اگر این فرایند را ادامه دهیم، نموداری به دست می‌آید که به آن «نمودار حلزونی» گفته می‌شود.

در نمودار حلزونی زیبایی شکل ۱۲، اعداد رادیکالی تا  $\sqrt{40}$  قابل مشاهده هستند.

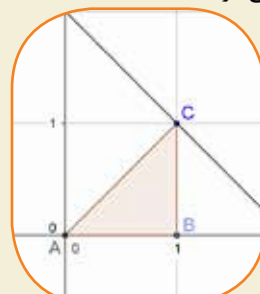


شکل ۱۲

یادداشت: حجم انبوهی از فایل‌های ساخته شده با نرم‌افزار جئوجبرا در صفحه [www.geogebra.org/materials/](http://www.geogebra.org/materials/) در دسترس عموم قرار دارد. از آن جمله می‌توانید فایل نمودار حلزونی را مشاهده کنید:

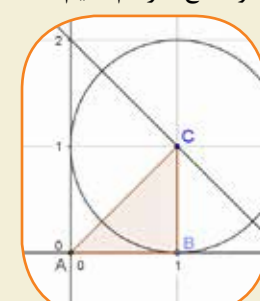
<http://www.geogebra.org/m/h9RG6QXt>

۱. در این نرم‌افزار آیکون نقش گونیا را ایفا می‌کند. روی آن کلیک کنید. آن گاه ابتدا روی نقطه C و سپس روی پاره خط AC کلیک کنید. مطابق شکل ۷ خطی از نقطه C بر پاره خط AC عمود رسم می‌شود.



شکل ۷

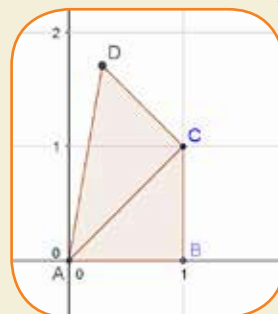
۲. حالا باید روی این خط ۱ واحد جدا کنیم. به این منظور باید دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۱ رسم کنیم.



شکل ۸

از منوی دایره‌ها دومین آیکون، یعنی را انتخاب کنید. روی نقطه C کلیک کنید. پنجره‌ای باز می‌شود و شعاع دایره را می‌پرسد. عدد ۱ را وارد کنید.

۳. نقطه تقاطع خط و دایره را با آیکون مشخص کنید. سپس مثلث ACD را با استفاده از آیکون رسم کنید. وتر AD برابر با  $\sqrt{2}$  خواهد بود. برای خلوت شدن شکل می‌توانید خط و دایره را مخفی کنید. به این منظور روی هر کدام «راست کلیک» کنید و «Show Object» را کلیک کنید. مواظب باشید که آن‌ها را حذف نکنید، چون تمام اشیای وابسته به آن‌ها نیز حذف می‌شوند.



شکل ۹



# شماره تل

## ماشین حساب دوست داشتنی من



بچه‌تر که بودم، وقتی می‌خواستم شماره‌های تلفن دوستانم یا فامیل‌هایمان را حفظ کنم، سعی می‌کردم ارتباطی بین ارقام پیدا کنم. یکی از این شماره‌ها ۲۲۱۱۲۲ بود. خب این یکی از بهترین شماره‌هایی است که دیده‌ام و به یادسپردنش هم به‌نظر سخت نمی‌رسد. چرا که عدد ۲۲۱۱۲۲ متقارن است. یعنی فرق نمی‌کند که ارقام این عدد را از چپ به راست بخوانیم یا از راست به چپ.

یادم می‌آید یک‌بار که داشتم ارقامش را بررسی می‌کردم، به ذهنم رسید که این شماره را از وسط دو قسمت کنم: ۲۲۱ و ۱۲۲. بعد این دو عدد را جمع کردم... وای!!!!!!ی خدای من چه جالب! ۳۴۳ که خودش دوباره یک عدد متقارن است. خیلی هیجان‌زده شدم. یک عدد سه‌رقمی دیگر نوشتم: ۴۲۱. قرینه این عدد می‌شد ۱۲۴. این‌بار جمع این دو عدد می‌شد ۵۴۵. دوباره یک عدد متقارن دیگر.

به‌نظرم رسید که باید این موضوع برای هر عدد دیگری هم درست باشد که... ناگهان تلفن خانه به‌صدا درآمد. اما من به‌جای اینکه گوشی تلفن را بردارم، می‌خکوب ارقام شماره تلفن شده بودم: ۶۸۲۲۸۶. یک عدد متقارن دیگر... اما خب...

**همیشه همه حدس‌های ما درست از آب در نمی‌آیند!**

$$۲۸۶+۶۸۲=۹۶۸$$

حاصل جمع، اصلاً متقارن نیست. حتماً برای شما هم مشخص است که چرا این اتفاق افتاده. جمع ارقام دوم از ۱۰ بیشتر شده و بنابراین



شراره تقی دستجردی

# فن متقارن

جمع ارقام سوم از جمع ارقام اول  
 یکی بیشتر می شود.  
 سال ها گذشته است و من حالا  
 می دانم که حدسم اگر چه دقیقاً  
 درست نبوده، اما شاید تقریباً درست  
 بوده است! حتماً تعجب کردید که  
 چرا می گویم تقریباً.  
 خب بیایید این کار را ادامه بدهیم؛  
 یعنی با عدد به دست آمده همین  
 آزمایش را تکرار کنیم.  
 فقط یادتان باشد که دوست خوبمان  
 ماشین حساب می تواند محاسبات را  
 خیلی سریع تر انجام بدهد.

$$۸۶۹+۹۶۸=۱۸۳۷$$

$$۷۳۸۱+۱۸۳۷=۹۲۱۸$$

$$۸۱۲۹+۹۲۱۸=۱۷۳۴۷$$

$$۷۴۳۷۱+۱۷۳۴۷=۸۰۷۰۸$$

بالاخره بعد از پنج بار تلاش به یک عدد  
 متقارن دیگر رسیدیم. جالب است،  
 مگر نه؟

دوستان خوبم از شما می خواهم که با  
 ماشین حسابتان با اعداد دیگری این  
 آزمایش را انجام بدهید و ببینید که  
 آیا شما هم در آخر می توانید به یک  
 عدد متقارن برسید یا نه. اگر مثالی  
 پیدا کردید که این خاصیت را نداشت،  
 حتماً برای ما بفرستید و اگر هم دلیلی  
 دارید که فکر می کنید همیشه بعد از  
 یک یا چند مرحله به یک عدد متقارن  
 می رسید، حتماً برای ما بنویسید.  
 با آرزوی شادی برای شما.





## پاسخ

کی می تونه حل کنه؟!   
آمنه ابراهیم زاده طاری

۱ پاسخ: ۸ تا.

راه حل: اگر طول هر ضلع مکعب بزرگ تر  $n$  برابر طول ضلع مکعب های کوچک باشد، تعداد وجه های رنگی نصف تعداد کل وجه های مکعب های کوچک است.  
 $n^3$  مکعب کوچک داریم و هر کدام ۶ وجه دارند. پس کل وجه ها برابر  $6n^3$  و نصف آن ها برابر  $3n^3$  است. همین طور مکعب بزرگ ۶ وجه دارد و هر وجه آن شامل  $n^2$  وجه از مکعب های کوچک است. پس  $6n^2 = 3n^3$

یعنی  $n=2$  و حجم مکعب بزرگ ۸ برابر حجم هر یک از مکعب های کوچک است.

۲ پاسخ: ۶ بسته.

راه حل: تنها حالت ممکن این است که در این روز دو بسته ۵ کیلویی و چهار بسته ۳ کیلویی برنج فروخته شده باشد.

۳ پاسخ: ۸

راه حل: اگر عدد روی دایره ها را مانند شکل نام گذاری کنیم، داریم:

$$6+a+4+3=6+5+b+9$$



پس:  $a+13=b+20$ . یعنی:  $a=b+7$ . از بین اعداد ۱، ۸ و ۲ که در دایره ها دیده نمی شوند، تنها حالت ممکن این است که  $a=8$  و  $b=1$ .

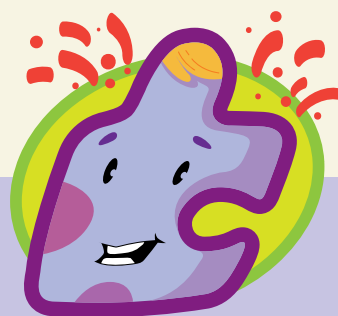
۴ پاسخ: ۱۴۲ آب نبات.  
راه حل:

• تعداد آب نبات ها به ۱۳۵ نزدیک تر است تا به ۱۵۰. پس این تعداد بین ۱۳۵ تا ۱۴۲ است. (۱۴۲ عدد وسط ۱۳۵ و ۱۵۰ است).  
• تعداد آب نبات ها به ۱۵۲ نزدیک تر است تا به ۱۳۱. پس این تعداد بین ۱۴۲ تا ۱۵۲ است. (۱۴۲ عدد وسط ۱۳۱ تا ۱۵۲ است). پس تعداد آب نبات ها فقط می تواند ۱۴۲ باشد.  
در این حالت عدد نفر اول ۷ تا، عدد نفر دوم ۸ تا، عدد نفر سوم ۱۰ تا و عدد نفر چهارم ۱۱ تا با تعداد واقعی آب نبات ها فاصله دارد.

## پاسخ

پازلی فکر کنید

از صفحه ۱۷ مجله



|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۳ | ۱ | ۵ | ۲ | ۴ | ۲ |
| ۲ | ۴ | ۳ | ۱ | ۵ | ۱ |
| ۵ | ۱ | ۵ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۳ | ۴ | ۱ | ۵ | ۱ |
| ۱ | ۲ | ۵ | ۲ | ۴ | ۲ |
| ۴ | ۳ | ۱ | ۳ | ۱ | ۳ |

SUGURU (۲)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۴ | ۲ | ۴ | ۵ | ۳ | ۱ |
| ۱ | ۵ | ۳ | ۱ | ۴ | ۲ |
| ۳ | ۲ | ۴ | ۲ | ۵ | ۳ |
| ۱ | ۵ | ۱ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲ | ۴ | ۲ | ۵ | ۴ | ۳ |
| ۵ | ۱ | ۳ | ۱ | ۲ | ۱ |

SUGURU (۳)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| ۵ | ۱ | ۴ | ۲ | ۳ | ۲ |
| ۳ | ۲ | ۳ | ۱ | ۴ | ۱ |
| ۱ | ۵ | ۴ | ۵ | ۳ | ۵ |
| ۲ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ |
| ۵ | ۱ | ۴ | ۳ | ۵ | ۴ |
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ |

SUGURU (۴)



# مکاتره میناروکان

هوشنگ شرقی



گفتم: «به تو چیزی نمی‌رسد، چون باید بیایی نقش بازی کنی!» و بعد ادامه دادم: «مهرداد و سجاد بیایند آن اتاق پیش من!» سه‌تایی رفتیم به اتاق و دور از نگاه بچه‌ها آن‌ها را برای نمایش، توجیه و آماده کردم. کمی بعد سه نفری روبه‌روی بچه‌ها ایستادیم و من رو به آن‌ها گفتم: «همان‌طور که می‌بینید، مهرداد و سجاد هر دو دست راستشان را رو به بالا مشت کرده‌اند و توی مشت یکی‌شان یک اسکناس ۱۰ هزار تومانی هست که من به او داده‌ام. در ضمن قرار گذاشته‌ایم که یکی‌شان (که به شما نمی‌گویم کدامشان) به هر سؤالی جواب دروغ بدهد و آن یکی به هر سؤالی جواب راست بدهد. حالا هر کس بتواند با پرسیدن یک سؤال و فقط یک سؤال از یکی از آن‌ها، که جوابش بله یا نه باشد، بگوید اسکناس دست کدامشان است، اسکناس مال او می‌شود! البته باید دلیل ادعای خود را نیز بگوید!» بچه‌ها با خنده و هیجان شروع به همه‌پرسی کردند و کمی بعد علی فریاد زد: «عمو پیدا کردم، کاری ندارد! از سجاد می‌پرسم: تو سجادی یا نه؟ اگر بگوید آره، می‌فهمم راست گو اوست و اگر بگوید نه، می‌فهمم دروغ‌گوست.» سجاد خودش با خنده گفت: «خب که چی! ۱۰ هزار تومانی چی می‌شود؟ دیگر سؤالی نمی‌توانی بپرسی...» و من ادامه دادم: «بله راست می‌گوید. اگر از اول بدانی که

بچه‌ها کنجکاو بودند تا ببینند که عمو ریاضی امشب چه برنامه‌ای برایشان دارد و من زیاد منتظرشان نگذاشتم: - بچه‌ها امشب می‌خواهم با یک بازی تازه سورپرایزتان کنم! می‌خواهم تغییر سبک بدهم و بروم سراغ بازی‌های منطقی که اتفاقاً خودمم علاقه خاصی به آن‌ها دارم.

**سیاوش** گفت: «عمو یعنی ریاضی را گذاشتی کنار؟! - نه عزیزم، منطق و ریاضی ارتباط نزدیکی با هم دارند، به‌طوری‌که خیلی‌ها منطق را مقدمه و ابزار ریاضیات می‌دانند. به هر حال منطق، ابزار استدلال است و بدون استدلال نمی‌شود به‌سراغ ریاضی رفت. ریاضیات آن‌طور که خیلی‌ها تصور می‌کنند، تنها محاسبه کردن و معادله حل کردن نیست. ریاضیات یعنی ایجاد تفکر منطقی و اصولی برای حل مسئله‌های گوناگونی که برای ما پیش می‌آیند.

**سهراب** گفت: «ما امسال توی کتاب ریاضی‌مان چیزهایی راجع به استدلال و منطق داریم.»

- بله توی کتاب ریاضی نهم مقدماتی از استدلال و منطق آمده که توجه به آن‌ها می‌تواند برایتان مفید باشد. ولی برای اینکه موضوع برایتان جالب‌تر بشود، می‌خواهم یک بازی یا شاید هم نمایشی برایتان اجرا کنم که هم جاذبه دارد و هم جایزه.

**مهرداد** گفت: «آخ جان! جایزه، چی به ما می‌دهی عمو!»



مثلاً او راست گوست، می توانی از او بپرسی: آیا اسکناس دست توست؟ ولی تو که این را نمی دانی. دو تا سؤال هم که نمی توانی بپرسی!»

رضا با خنده گفت: «پس معلوم شد که او راست گوست. چون گفتید که راست می گوید. حالا من ازش می پرسم...»

حرفش را قطع کردم و گفتم: «سوءاستفاده نکن! توضیحی که داد درست بود. البته نباید وارد بحث می شد، اما از این به بعد هر سؤالی که از او بپرسید، ممکن است جوابش راست یا دروغ باشد و شما چیزی در این مورد نمی دانید.»

فرهاد گفت: «فهمیدم عمو، از سجاد می پرسم آیا اسکناس دست توست؟»

گفتم: «اولاً چرا فقط از سجاد می پرسید؟ می توانید از مهرداد هم بپرسید. ثانیاً این هم فایده ندارد. فرض کنیم سجاد راست گو باشد و اسکناس هم دست او باشد، چه جوابی به این سؤال می دهد؟»

فرهاد فوراً گفت: «می گوید بله.»

– آفرین! درست است. حالا فرض کن سجاد دروغ گو باشد و اسکناس دستش نباشد، چه جوابی می دهد؟

این بار با کمی مکث گفت: «باز هم می گوید بله!»

گفتم: «خیلی خب، پس اگر بگوید بله، نمی توانی بفهمی اسکناس دستش هست یا نه، درست است؟»

گفت: «آره، ولی اگر بگوید نه چه طور؟»

– باز هم چیزی نمی توانی بفهمی. ممکن است راست گفته

باشد و اسکناس دست او نباشد و ممکن است هم دروغ گفته باشد و اسکناس دستش باشد! پس بیشتر فکر کنید!

این بار تقریباً همه ساکت شدند و فقط بعضی ها دوبه دو به آرامی با هم بحث می کردند.

## حل معما

یک ربع ساعت نگذشته بود که سهراب با خوش حالی فریاد زد: «عمو جایزه را بردم!»

و من گفتم: «پس خودت سؤال را بپرس.»

او رو به سجاد گفت: «آیا اسکناس توی مشت دروغ گوست؟!»

سجاد کمی فکر کرد و گفت: «بله.»

سهراب به سمت مهرداد رفت و گفت: «مشتت را باز کن و اسکناس را بده بیاید!»

مهرداد با خنده رو به من کرد و منتظر واکنش من شد. من

گفتم: «درود بر تو سهراب، مهرداد اسکناس را به او بده!» و

ادامه دادم: «خب سهراب، درباره روش کارت هم به بچه ها

توضیح می دهی؟»

سهراب

به طرف تخته

وایت برد رفت

و رو به بچه ها

گفت: «ببینید

بچه ها، چهار

حالت بیشتر نداریم» و این ها را نوشت:

۱. سجاد راست گو و مهرداد دروغ گو و اسکناس دست سجاد

است. / ۲. سجاد دروغ گو و مهرداد راست گو و اسکناس دست

سجاد است. / ۳. سجاد راست گو و مهرداد دروغ گو و اسکناس

دست مهرداد است. / ۴. سجاد دروغ گو و مهرداد راست گو و

اسکناس دست مهرداد است.

– خب اگر اسکناس دست سجاد و او راست گو باشد، در جواب



بچه‌ها کمی فکر کردند و بعد یکی یکی گفتند: «باز هم می‌گوید نه!»

- آفرین، چون این بار واقعاً پاسخ سؤال من بله است (چون اسکناس دست سجاد دروغ‌گوست). اما چون او دروغ‌گوست، می‌گوید نه! پس اگر اسکناس دست سجاد باشد، همیشه به این سؤال پاسخ نه می‌دهد. اما اگر اسکناس دست مهرداد باشد، سجاد (چه راست‌گو باشد و چه دروغ‌گو) همیشه به این سؤال پاسخ بله می‌دهد. این را خودتان می‌توانید با دقت در حالت‌های سوم و چهارم نتیجه بگیرید. پس وقتی سجاد به سؤال من پاسخ بله داد، فوراً فهمیدم اسکناس دست خودش نیست و دست مهرداد است!

بچه‌ها سهراب را با اشاره من تشویق کردند و او اسکناس را در جیبش گذاشت و سر جایش نشست. ترانه دخترم که طبق معمول کنار من نشسته بود، گفت: «بابا نمی‌شد سؤال دیگه‌ای پرسید؟ مثلاً بپرسیم: آیا اسکناس توی دست راست‌گوست؟»

گفتم: «آفرین این سؤال هم کار می‌کند و اگر تجزیه و تحلیل کنید، می‌بینید که هر کس که از او این سؤال را بپرسید (سجاد یا مهرداد)، دروغ‌گو باشد یا راست‌گو، همیشه اگر اسکناس همراهش باشد، به این سؤال جواب بله می‌دهد و اگر نباشد جواب نه می‌دهد. ولی حالا یک سؤال دیگر. می‌توانید بگویید کدام یکی از این دو نفر راست‌گو و کدامشان دروغ‌گوست؟»

سهراب فوراً گفت: «نه عمو، فقط با این یک سؤال که کردم، نمی‌شود فهمید. مگر اینکه یک سؤال دیگر هم بپرسیم. مثلاً همان سؤال علی: آیا تو سجادی؟»

و رضا گفت: «می‌توانیم بپرسیم آیا الان شب است؟»

گفتم: «بله خیلی ساده است، ولی اگر آن‌ها را به اسم نمی‌شناختید، چطور؟ بگذارید بیشتر توضیح بدهم. یعنی می‌دانستید که آن‌ها مهرداد و سجادند که یکی راست‌گو و یکی دروغ‌گوست و نمی‌دانستید کدامشان مهرداد و کدامشان سجاد است و می‌خواستید بدانید مثلاً سجاد راست‌گو یا دروغ‌گوست، آیا باز هم این‌طور به جواب می‌رسیدید؟»

این بار بچه‌ها به سکوتی طولانی فرو رفتند و من گفتم: «به این موضوع بیشتر فکر کنید. این سؤال را ماه بعد جواب می‌دهیم. اما یک برنامه فوق‌العاده هم برای‌تان دارم که قول می‌دهم حسابی جا بخورید. الان چیزی در موردش نمی‌گویم.»

با صدای دعوت صاحب‌خانه صحبت را تمام کردیم و همگی به سمت سفره شام رفتیم.



به سؤال من - آیا اسکناس تو مشت دروغ‌گوست؟ - چه جوابی می‌دهد؟

بچه‌ها یک‌صدا گفتند: «می‌گوید نه.»

- کاملاً درست است، چون اسکناس دست خودش است که راست‌گوست، و نه دست مهرداد که دروغ‌گوست و او هم راستش را می‌گوید. حالا فرض کنید سجاد دروغ‌گو باشد و اسکناس هم توی دستش باشد. حالا چه جوابی به آن سؤال می‌دهد؟



# لایحه های نووار کاغذی

زهره پندی

## پرده اول: گره زدن نوار کاغذی

گره شما چه شکلی است؟  
آیا می توانید مطمئن باشید که پنج ضلعی تشکیل شده، منظم است؟



## پرده دوم: باز کردن گره کاغذی

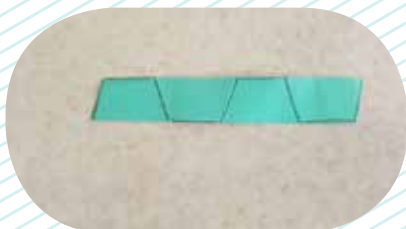
گره را آرام باز کنید و روی خط های تا را پر رنگ کنید.



نوار را روی خطِ تاها تا کنید و با تازدن دوباره پنج ضلعی تان را بسازید.



همه پاره خط هایی را که ضلع های پنج ضلعی را تشکیل می دهند، پر رنگ کنید.  
دوباره نوار را باز کنید.



گره را خیلی سفت نکنید. به گره ای که زده اید نگاه کنید.  
حالا یک نوار کاغذی بردارید و سعی کنید همین گره را با کاغذ درست کنید.



گره را خیلی با دقت تا جایی که به کاغذ آسیبی نرسد، سفت کنید.

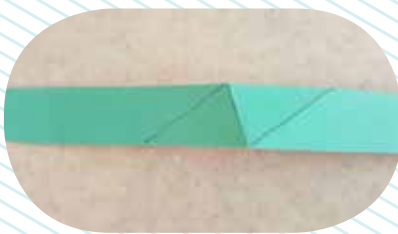


ادامه نوار را از هر دو طرف ببرید و فقط گره را نگه دارید.



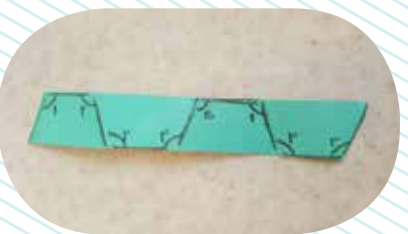


کدام ضلع‌ها روی هم قرار می‌گیرند و با هم مساویند. آن‌ها را مثل هم نام‌گذاری کنید.



به شکل زیر نگاه کنید.

یک گره دیگر هم بسازید و همه زاویه‌های پنج‌ضلعی را روی آن مشخص کنید و زاویه‌های مساوی را مثل هم شماره‌گذاری کنید.



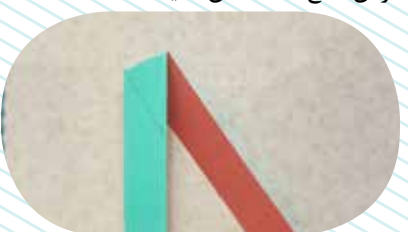
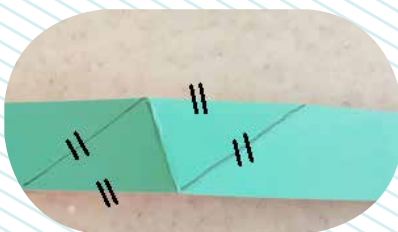
زاویه ۱ و ۲ با توجه به موازی بودن لبه‌های نوار و مورب بودن خط تا با هم برابرند.  
زاویه‌های ۱ و ۳ هم با هم برابرند چون با تا زدن روی هم افتاده‌اند.  
پس دو زاویه مثلث با هم مساویند و مثلث متساوی‌الساقین است.

**پرده سوم: بررسی تساوی زاویه‌های پنج‌ضلعی:**  
به آخرین شکل خوب نگاه کنید. با توجه به موازی بودن لبه‌های نوار کاغذی و مورب بودن خط تا می‌توانیم بفهمیم که زاویه ۱ و ۲ با هم مساویند. (به همین ترتیب می‌توان تساوی زاویه‌های دیگر چندضلعی را هم ثابت کرد. البته اثبات تساوی زاویه‌های ۴ و ۵ با دیگر زاویه‌ها بیشتر کار می‌برد).

**پرده آخر: بررسی تساوی ضلع‌های پنج‌ضلعی**  
بررسی تساوی ضلع‌های پنج‌ضلعی با توجه به اثباتی که در پرده قبلی آمد، شدنی ولی طولانی است. این اثبات را به شما واگذار می‌کنیم. اثباتتان را برای ما بفرستید.  
مجله برهان متوسطه اول به کوتاه‌ترین اثباتی که تا پایان تابستان ۱۳۹۶ به پست الکترونیکی مجله ارسال شود، جایزه می‌دهد.

**پرده چهارم: فلاش‌بک و بررسی فقط یک تا در نوار کاغذی**

یک نوار کاغذی دیگر بردارید و آن را مثل شکل زیر، فقط یک تا بزنید.  
مثلی را که از روی هم قرار گرفتن دو لایه نوار تشکیل شده با پر رنگ کردن ضلع‌ها مشخص کنید.





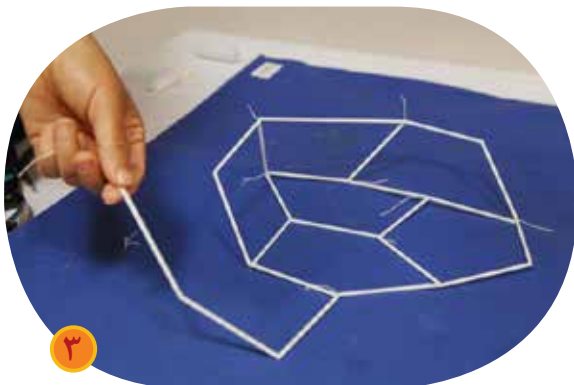
دست سازه های ریاضی محبوبه رضائی، حمید قراکوزلی  
**از جنس ریاضی**



# چراغ خوابی

## آشنایی با دوازده وجهی منتظم

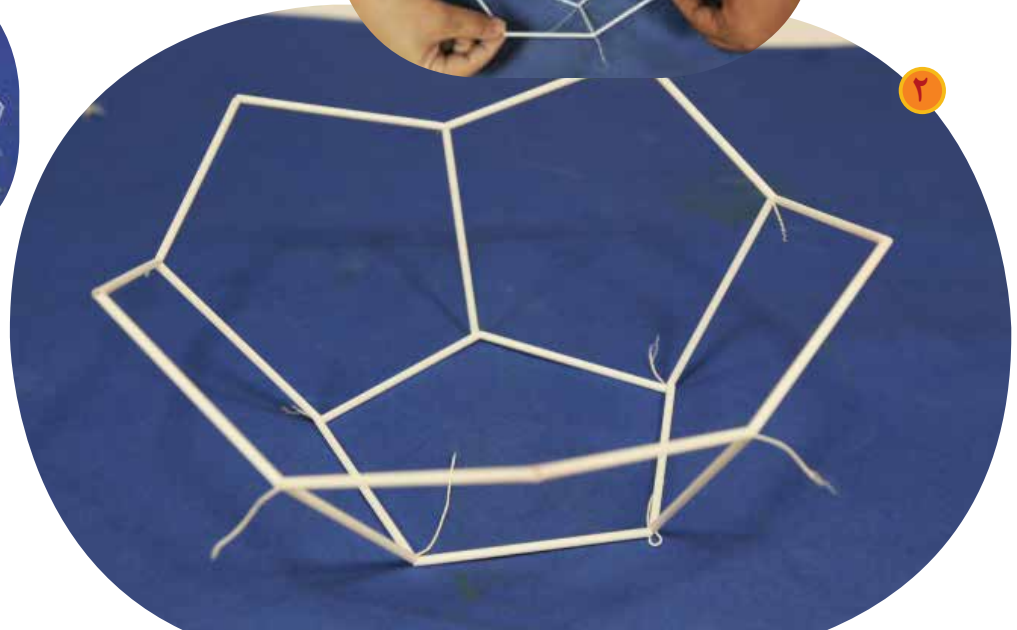
در ادامه بین هر دو پنج ضلعی مجاور، پنج ضلعی دیگری به این ترتیب ایجاد کنید که دو ضلع را داریم و سه ضلع دیگر را با استفاده از کش و نی به آن اضافه کنید (شکل ۳).



این کار را ادامه دهید به طوری که پنج تا پنج ضلعی دیگر به شکل اضافه شوند. (شکل های ۴ و ۵ و ۶ و ۷). در این صورت یک ۱۲ وجهی خواهیم داشت (شکل ۸).

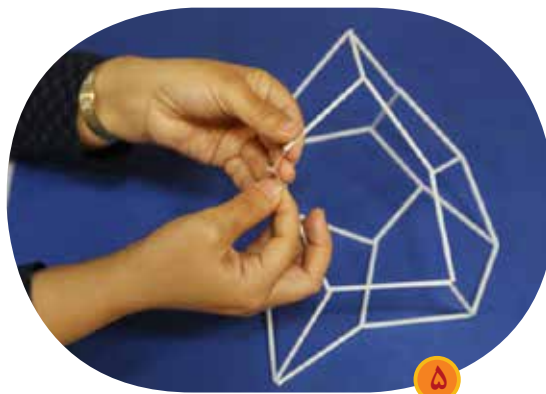
پیش از این بیان کردیم که فقط یک چندوجهی منتظم وجود دارد که هر یک از وجه های آن می تواند یک پنج ضلعی منتظم باشد و آن، ۱۲ وجهی منتظم است. برای ساختن یک ۱۲ وجهی منتظم با استفاده از کش و نی، ابتدا تعدادی نی با اندازه های یکسان برش می دهیم. (آیا می توانید بگویید چند تا نی لازم است؟) پنج نی را از یک کش عبور می دهیم و سپس ابتدا و انتهای کش را می کشیم و به هم گره می زنیم. در این صورت یک پنج ضلعی خواهیم داشت.

در ادامه روی هر ضلع این پنج ضلعی، پنج ضلعی دیگری بنا می کنیم، به طوری که در پنج گوشه پنج ضلعی اولیه کنج هایی متشکل از سه پنج ضلعی ایجاد شود (شکل های ۱ و ۲).





**روش دوم:** با استفاده از طلق، ۱۲ پنج ضلع منتظم به اندازه پنج ضلعی هایی که با نی و کش ساخته اید، برش دهید و هر کدام از آن ها را به یک وجه این دوازده وجهی بچسبانید. که در این صورت شکلی زیبا خواهید داشت و می توانید از آن به عنوان یک حباب چراغ خواب یا لوستر نیز استفاده کنید. (چگونه؟)



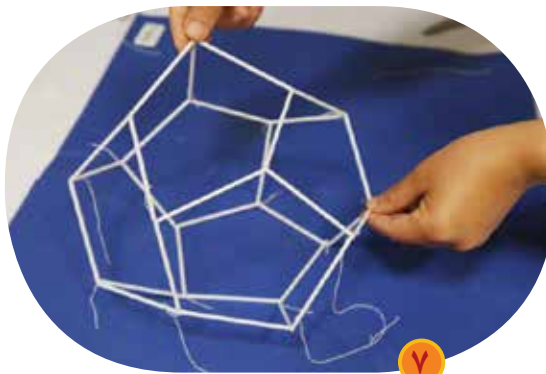
۵



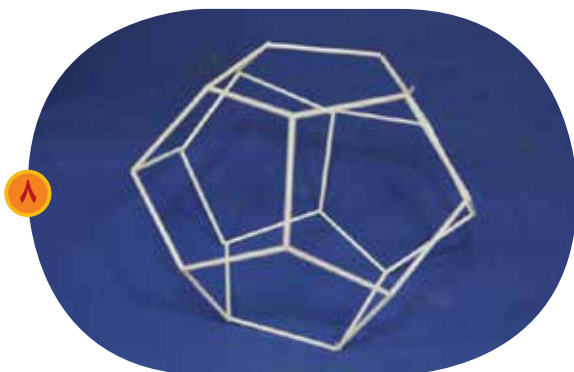
۶

اما چندوجهی ایجاد شده پایدار نیست، زیرا با توجه به ابزار به کار برده شده، زوایا در محل اتصالات قابل تغییر هستند. پس باید کاری کنیم که این زوایا ثابت بمانند. یعنی در هر کتج سه زاویه ۱۰۸ (زاویه هر پنج ضلعی منتظم) داشته باشیم. ما دو روش را به شما پیشنهاد می کنیم:

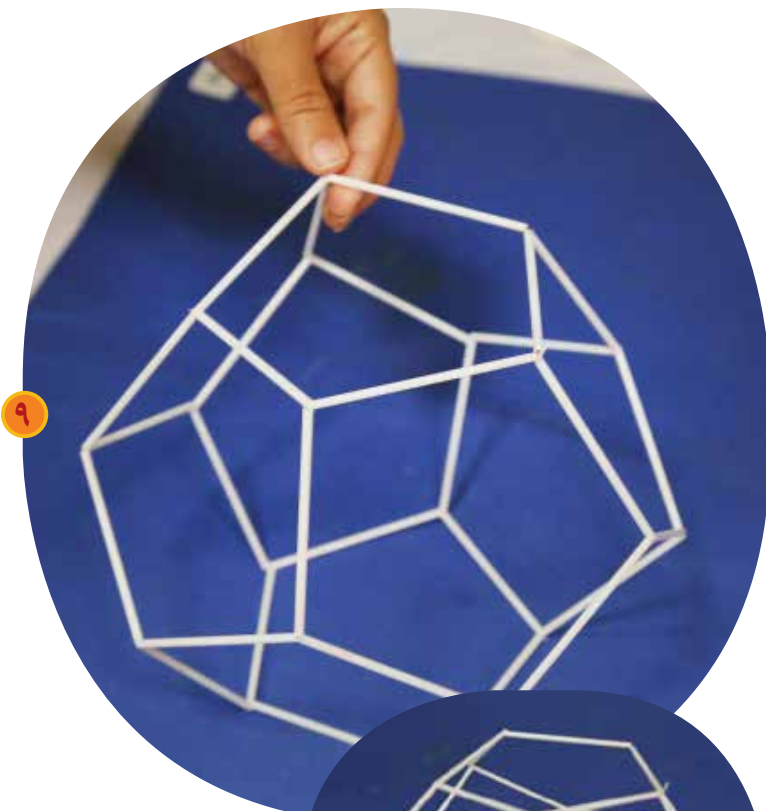
**روش اول:** از هر رأس یک پنج ضلعی دو قطر خارج می شود. نی هایی با اندازه قطرهای پنج ضلعی برش و کش را از آن ها عبور می دهیم و در هر وجه دو قطر آن را با کش به رأس های پنج ضلعی متصل می کنیم. در این صورت هر وجه به سه مثلث تقسیم می شود که می دانید مثلث یک شکل پایدار است و باعث پایداری کل شکل خواهد شد.



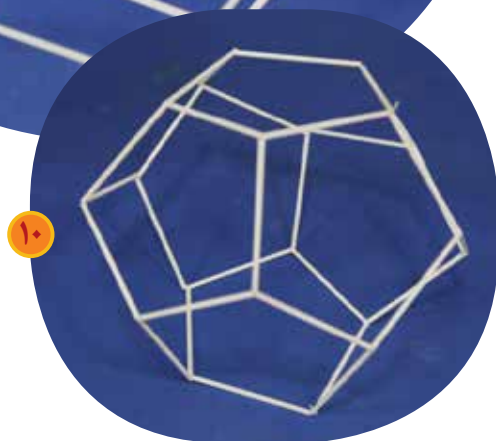
۷



۸



۹



۱۰



# شمارنده‌های اول

زهرا صباغی

در این شماره یک بازی مخصوص به شما معرفی می‌کنیم. برای دیدن آن به سایت  
«<http://www.mathgoodies.com>»

مراجعه کنید. در قسمت بالای صفحه «games» را انتخاب کنید. در این قسمت یک جدول  
از بازی‌های ریاضی باز می‌شود.

## Factor Tree Game ۱

در این بازی باید برای اعدادی که به شما داده می‌شود، نمودار درختی رسم کنید. به این صورت  
که در مربع سفید یک شمارنده اول آن عدد را می‌نویسید و دکمه «enter» را می‌زنید. نمودار  
وارد شاخه بعدی درخت می‌شود. این کار را ادامه دهید تا همه شمارنده‌های اول را پیدا کنید.

## Integer Football ۲

در این بازی یک محور اعداد وجود دارد و به شما جملاتی می‌گوید که طبق آن باید بازیکن را  
روی محور جابه‌جا کنید.  
همچنین در این سایت می‌توانید پازل‌های جذابی در قسمت «Puzzles» پیدا و حل کنید.

