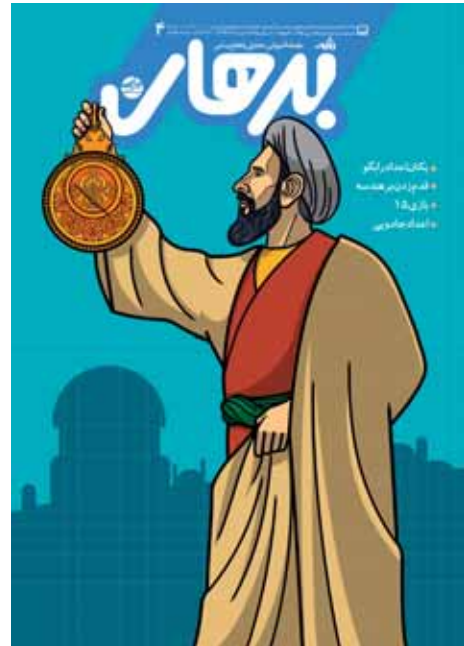




روی جلد: **خواجہ نصیر الدین طوسی** / پشت جلد را نیز ببینید.

مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سپیده چمن آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی

هیئت تحریریه: آمنة ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم، حمیدرضا امیری، سید امیرحسین بنی جمالی

زهره پندی، نازنین حسن نیا، محدثه کشاورز اصلانی، حسین نامی ساعی

همکاران این شماره: جعفر اسدی گرمارودی، هوشمند حسن نیا، حسام سبحانی طهرانی، داود معصومی مهوار

ویراستار: بهروز راستانی

طراح گرافیک: حسین یوزباشی

نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن: ۹-۸۸۳۱۱۶۱ داخلی ۳۷۵ / نامبر: ۰۱۴۷۸ ۸۸۳۰

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۱۴۸۲ ۸۸۳۰ / مدیر مسئول: ۰۱۰ / کد دفتر مجله: ۱۱۳

کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور مشترکین: ۰۶ و ۷۷۳۳۶۶۵۵  roshdmag:

وب گاه: www.roshdmag.ir / رایامانه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

وبلاگ اختصاصی مجله: borhanrahnamaiee.webblog.roshdmag.ir

شمارگان: ۲۳۰۰ نسخه / چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

یادداشت سردییر

ریاضیات فهمیدنی، ریاضیات تکرار و تمرینی / سپیده چمن‌آرا/۲
ریاضیات و مدرسه

درخت‌های تجزیه چه می‌گویند؟ / هوشمند حسن‌نیا/۳

۳۵۲۱۷۷ اول است؟! / جعفر اسدی گرمارودی / ۶

بازی ضلع و زاویه / فاطمه درویشی / ۲۸

یکان اعداد را بگو! / شراره تقی دستجردی / ۳۰

ریاضیات و کاربرد

ریاضیات بیمه‌ای: بیمه عمر و سرمایه گذاری / محدثه رجایی / ۷

نظریه بازی‌ها در بقالی / حسین نامی ساعی / ۱۱

قدم زدن بر هندسه / سپیده چمن آرا ۱۴/

استاد مرتضیٰ سنگ‌ها را ارباب می‌چیند / داود معصومی مہوار / ۱۶

معرفی کتاب

معماهای چوب کبریتی / جعفر ربّانی / ۱۸

ریاضیات و تاریخ

فی پی ها در پی پولیس / حسام سبحانی طهرانی / ۲۰

ریاضیات و بازی

بازی ۱۵ / محدثه کشاورز اصلانی / ۲۲

کاکورو / محدثہ کشاورز اصلانی، محمود داورزنی / ۲۴

KONO / سیا دهقان / ۲۶

رياضيات و مسئله

کی می تونہ حل کنہ؟ / آمنہ ابراہیم زادہ طاری / ۱۹

یاسخ کی می تونه حل کنه؟ + یاسخ یازلی فکر کنید / ۳۲

ریاضیات و سرگرمی

اعداد جادویی / هوشنگ شرقی / ۳۳

خانواده جفدهای چاق و لاغر / هدی ماهور / ۳۶

چندوجهی‌های منتظم / محبوبه رضائی، حمید قراکوزلی / ۳۸

معرفی سایت

جعبه‌های جبری / زهرا صباغی / ۴۰

ریاضی دانان ایرانی

خواجہ نصیر الدین طوسی / نازنین حسن نیا / رو و پشت جلد

ریاضیات و محیط زیست ما

محیط زیست و هندسه / ژما جواهری پور / صفحات داخل جلد

قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛
مطلبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. مطالب مندرج در مطلب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارت‌اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبات ریاضی / توجه به توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری / تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را
به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:
تهران؛ صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵
تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



ریاضیات فهمیدنی

ریاضیات تکرار و تمرینی

«خانوم، اجازه؟! برای امتحان ریاضی چیا رو بخونیم؟ واسه امتحان چه

جوری بخونیم؟...»

شما هم از این سؤال‌ها از معلم‌های ریاضی تان پرسیده‌اید؟

معلم‌ها به شما چه جوابی داده‌اند؟ احتمالاً این پاسخ را

شنیده‌اید که: «همه‌چی را بخوانید!» و احتمالاً این پاسخ،

به دردخورترین پاسخی است که می‌شد به شما داد!

خُب دقیقاً منظور از «همه‌چی» چیست؟ بگذارید من

کمی برایتان از ماهیت دانش ریاضی بگویم. شاید آن

موقع بتوانیم بفهمیم «همه‌چی ریاضیات» چیست

و «چطور» آن را بخوانیم؟ ریاضیات یک سلسله

مفاهیم دارد؛ مثل «عدد»، «عدد صحیح»، «عدد

گویا»، «پاره‌خط»، «مربع»، «مثلث»، «بردار»،

«عبارت‌های جبری»، «معادله خط راست» و خیلی

مفاهیم دیگر. این‌ها موجوداتی هستند که دانش

ریاضی با آن‌ها سروکار دارد. درباره آن‌ها حرف می‌زند

و ارتباط‌هایی را که بین آن‌ها وجود دارد، بررسی و بیان

می‌کند. ما باید این موجودات را خوب بشناسیم. مثلاً باید

بدانیم وقتی می‌گوییم «بردار» دقیقاً داریم درباره چه چیز

حرف می‌زنیم. یا زمانی که می‌گوییم «عبارت‌های جبری» دقیقاً

منظورمان چیست. یا «عدد صحیح» یا «...». ما باید این مفاهیم را درک

کنیم. باید آن‌ها را بفهمیم و برای فهمیدن آن‌ها، باید زمانی که معلم درس

می‌دهد، کاملاً با این مفاهیم و جزئیاتشان آشنا شویم. از طرف دیگر، برای اینکه بتوانیم با این

مفاهیم کار کنیم، باید بدانیم که مفاهیم چگونه با هم ارتباط دارند و این ارتباط‌ها چه ویژگی‌هایی دارند. مثلاً «عددهای

گویا» می‌توانند مختصات «بردارها» باشند و تعیین‌کننده جهت و اندازه بردار و برای اینکه بتوانیم بردارها را با هم جمع

کنیم، باید از جمع عددهای گویا استفاده کنیم و... ما باید این ارتباط‌ها را نیز به خوبی درک کنیم و بفهمیم و برای فهمیدن

آن‌ها، خوب است سعی کنیم با حل مسئله‌های مناسب که در آن‌ها نیازمند دانستن این ارتباط‌ها هستیم، دانش خودمان

را به آزمایش بگذاریم. این‌ها همه ریاضیات فهمیدنی هستند. تا وقتی «تفهمیم» نمی‌توانیم «مسئله حل کنیم»! اما یک

سلسله کارهایی که روی این مفاهیم انجام می‌شوند، عملیاتی هستند که دارای روش‌های مشخص‌اند؛ مثل جمع کردن

عددها با هم، ساده کردن عبارت‌های جبری، حل کردن تناسب‌های ریاضی و... ما برای اینکه بتوانیم این عملیات را انجام

دهیم، باید روش آن‌ها را یاد بگیریم و برای یاد گرفتن روش و تسلط بر آن، تمرین کردن زیاد به ما کمک می‌کند. این

قسمت، ریاضیات به خاطر سپردنی است که با تکرار و تمرین روی آن، تسلط ما بر آن بیشتر می‌شود. خُب، حالا شما به من

بگویید: برای امتحان ریاضی چی بخوانیم؟ برای امتحان چگونه بخوانیم؟

...

امیدوارم پاسختان این نباشد که ما از روی کتاب و تمرین‌ها می‌خوانیم. امیدوارم بعد از این سخنرانی که برایتان کردم، به

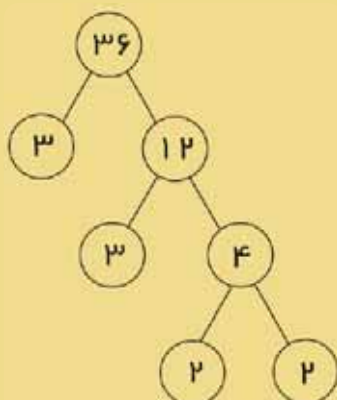
من بگویید: «مفاهیم را مرور می‌کنیم، مسئله حل می‌کنیم، و روی روش‌ها و عملیات تمرین می‌کنیم.»

موفق باشید-سردبیر





از سال هفتم با «نمودار تجزیه» آشنا شده‌اید. برای کشیدن نمودار تجزیه، عدد اصلی (عددی که می‌خواهیم تجزیه کنیم) را می‌نویسیم و دو شاخه به سمت پایین می‌کشیم و زیر این دو شاخه دو عدد غیر از ۱ می‌نویسیم که حاصل ضرب آن‌ها برابر با عدد اصلی باشد. اگر عددی که می‌نویسیم مرکب باشند، همین کار را برای هر کدام از آن دو تکرار می‌کنیم و... بله! فرایند بالا را تا جایی که امکان پذیر باشد ادامه می‌دهیم.

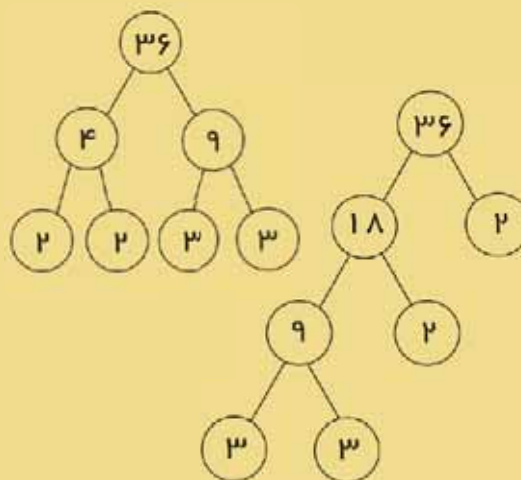


شما با کدام یک از جمله‌های زیر موافقت می‌کنید؟

- هر کدام از عددهای موجود در نمودار تجزیه، شمارنده‌ای از عدد بالایی آن است.
- اگر پایین‌ترین عدد همه شاخه‌ها را در هم ضرب کنیم، عدد اصلی به دست می‌آید.
- برای یک عدد ممکن است چند نمودار تجزیه متفاوت بتوانیم بکشیم.

این جمله‌ها ویژگی‌های نمودارهای تجزیه را بیان می‌کنند. احتمالاً شما می‌توانید در ذهنتان دلیل درست بودن این جمله‌ها را مرور کنید.
«برای یک عدد ممکن است چند نمودار تجزیه متفاوت بتوانیم بکشیم.»

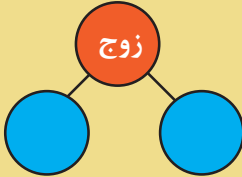
می‌دانیم که جمله بالا درست است. یک بار دیگر به نمودارهایی که برای ۳۶ کشیده‌ایم، نگاه کنید. پایین‌ترین دایره‌های هر سه نمودار ۲ و ۲ و ۳ و ۳ هستند. حتماً شما هم قبول دارید که این ماجرا اتفاقی نیست. چطور می‌شود که شکل نمودارهای این قدر با هم فرق می‌کند، ولی در نهایت همه آن‌ها به اعداد اول یکسانی می‌رسند؟ در این متن تلاش می‌کنیم که روی این موضوع متمرکز باشیم. شاید به دستاوردهایی برسیم...





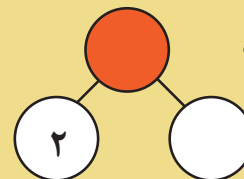
«بالایی‌ها» در مورد «پایینی‌ها» چه می‌گویند؟

یک نفر نمودار یک عدد را کشیده، ولی متأسفانه بعضی از قسمت‌های آن پاک شده است. او فقط به ما می‌گوید که عدد اصلی زوج بوده است. بیایید حدس‌هایی در مورد عددهای پایینی بزنیم:



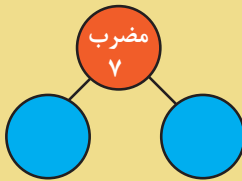
- دایره‌های آبی شاید ۲ و ۵ باشند.
- دایره‌های آبی شاید ۷ و ۲ باشند.
- خیلی حالت‌های دیگر هم ممکن است باشند.
- اما امکان ندارد دایره‌های آبی ۳ و ۵ باشند، چون...
- اگر دایره‌های پایینی ۳ و ۵ بودند که عدد اصلی ما زوج نمی‌شد! در نمودارهای مثل این، وقتی بدانیم که عدد اصلی ما زوج است، نمی‌توانیم با قطعیت عددهای پایینی را پیدا کنیم، اما می‌توانیم مطمئن باشیم که «لااقل یکی از پایینی‌ها ۲ است.»

«پایینی‌ها» در مورد «بالایی‌ها» چه می‌گویند؟



- به شکل روبه‌رو توجه کنید.
- می‌دانیم که کسی نمودار تجزیه‌ای کشیده، ولی متأسفانه بعضی از قسمت‌های آن پاک شده است. حدس می‌زنید عدد اصلی (عدد مربوط به دایره قرمز) چند بوده؟
- دایره قرمز شاید ۴ باشد.
 - دایره قرمز شاید ۶ باشد.
 - دایره قرمز شاید ۱۴ باشد.
 - خیلی حالت‌های دیگر هم ممکن است باشد.
 - اما دایره قرمز ممکن نیست ۱۵ باشد، چون...
 - چرا مطمئنیم که دایره قرمز ۱۵ نبوده است؟
- وقتی یکی از پایین‌ترین عددها ۲ باشد، نمی‌توانیم دقیقاً عدد بالایی (قرمز) را پیدا کنیم. اما یک نتیجه می‌توانیم بگیریم: «عدد بالایی (قرمز) مطمئناً زوج بوده است.»

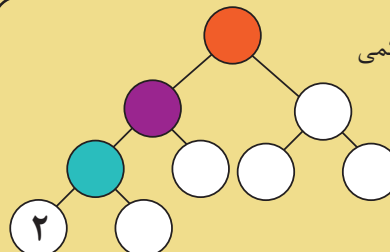
در این نمودار، ما می‌دانیم که عدد اصلی مضرب ۷ است. ببینیم چه حرف‌هایی در مورد پایینی‌ها می‌توانیم بزنیم؟



- دایره‌های آبی شاید ۷ و ۳ باشند.
- دایره‌های آبی شاید ۷ و ۱۱ باشند.
- خیلی حالت‌های دیگر هم ممکن است باشند.
- اما امکان ندارد دایره‌های آبی ۵ و ۳ باشند، چون...
- اگر دایره‌های آبی ۳ و ۵ بودند، چطور ممکن بود عدد اصلی ما مضرب ۷ باشد؟
- در نموداری مثل این، وقتی بدانیم که عدد اصلی ما مضرب ۷ است، نمی‌توانیم با قطعیت عددهای پایینی را پیدا کنیم، اما می‌توانیم مطمئن باشیم که: «لااقل یکی از پایینی‌ها ۷ است.»

- در این یکی نمودار بیایید عدد بالایی (عدد مربوط به دایره قرمز) را حدس بزنیم.
- دایره قرمز شاید ۱۴ باشد.
 - دایره قرمز شاید ۲۱ باشد.
 - خیلی حالت‌های دیگر هم ممکن است باشد.
 - اما دایره قرمز ممکن نیست ۱۰ باشد، چون...
 - دایره قرمز مطمئناً ۱۰ نبوده است، چون ۱۰ بر ۷ بخش پذیر نیست!

با توجه به تجربه مثال‌های بالا، آیا با این جمله موافقت می‌کنید؟
«یک نمودار تجزیه ممکن است خیلی طولانی یا کوتاه باشد. همچنین ممکن است شکل‌های گوناگونی داشته باشد، اما اگر یکی از پایین‌ترین عددهای موجود در آن نمودار تجزیه، عدد اولی به نام p باشد، می‌توانیم مطمئن باشیم که عدد اصلی، مضربی از p است.»



- و اما این نمودار کمی سخت‌تر است.
- آیا اینجا هم حرفی شبیه دو مورد قبلی می‌توانیم بزنیم؟
- دایره سبز، بالای ۲ است، پس مطمئناً باید زوج باشد.
 - پس دایره بنفش که یک مرحله بالاتر از دایره سبز است هم باید زوج باشد.
 - پس دایره قرمز هم باید زوج باشد.

آیا تجزیه‌های بالا کافی هستند که نتیجه بگیریم:
«یک نمودار تجزیه ممکن است خیلی طولانی یا کوتاه باشد. همچنین ممکن است شکل‌های گوناگونی داشته باشد. اما اگر عدد اصلی، مضربی از p باشد (p یک عدد اول است)، می‌توانیم مطمئن باشیم که p باید حداقل یک بار در پایین نمودار دیده شود.»



ما به دستاوردهای ارزشمندی رسیده ایم!

بیا باید همه این دستاوردها را یکجا در یک مثال ببینیم:
با ماشین حساب، عددهای اول ۵، ۷، ۱۷ و ۲۳ را در هم ضرب کنید. حاصل ضرب برابر با ۱۳۶۸۵ می شود. اگر از یک نفر بخواهیم که برای عدد ۱۳۶۸۵ نمودار تجزیه بکشد، نمی توانیم حدس بزنیم که نمودار او چه شکلی می شود، اما در مورد پایین ترین اعداد آن خیلی حرف ها می توانیم بزنیم:

- ۱۳۶۸۵ ضربی از ۷ است، پس مطمئنیم که در میان پایین ترین اعداد، حداقل یک بار ۷ دیده می شود.
- ۱۳۶۸۵ ضربی از ۵ است، پس مطمئنیم که در میان پایین ترین اعداد، حداقل یک بار ۵ دیده می شود.
- ۱۳۶۸۵ ضربی از ۲۳ است، پس مطمئنیم که در میان پایین ترین اعداد، حداقل یک بار ۲۳ دیده می شود.

همچنین:

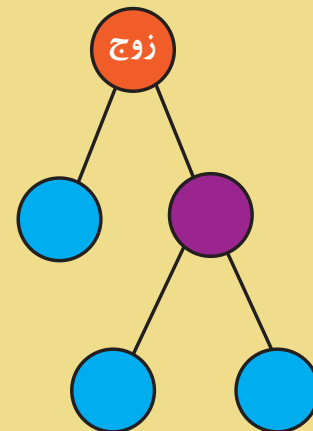
- مطمئنیم که در پایین ترین اعداد آن نمودار، ۲ دیده نخواهد شد چون ۱۳۶۸۵ مضرب ۲ نیست.
- مطمئنیم که در پایین ترین اعداد آن نمودار، ۳ دیده نخواهد شد چون ۱۳۶۸۵ مضرب ۳ نیست.
- مطمئنیم که در پایین ترین اعداد آن نمودار، ۱۱ دیده نخواهد شد چون ۱۳۶۸۵ مضرب ۱۱ نیست.

مطمئنیم که در پایین ترین اعداد آن نمودار، هیچ عدد دیگری به جز ۵، ۷، ۱۷ و ۲۳ دیده نخواهد شد، چون ۱۳۶۸۵ مضرب هیچ عدد اول دیگری غیر از ۵، ۷، ۱۷ و ۲۳ نیست. پس اگر از یک نفر بخواهیم که نمودار ۱۳۶۸۵ را بکشد، اصلاً نمی توانیم حدس بزنیم نمودارش چه شکلی خواهد بود، ولی مطمئنیم که پایین ترین عددهایی که می نویسد، فقط و فقط از بین اعداد ۵ و ۷ و ۱۷ و ۲۳ خواهد بود؛ نه یک عدد بیشتر نه یک عدد کمتر. اگر نمودار ۱۹۱۵۹ را بکشید، خواهید دید که عدد ۷ دوبار ظاهر می شود. در این نوشته در مورد تعداد دفعاتی که یک عدد اول ظاهر می شود، صحبتی نشده است. در این مورد، کمی فکر کنید! به دستاوردهای جالبی می رسید!

مبادا دچار اشتباه شویم!

بسیاری از خصوصیت های عددهای مرکب با عددهای اول فرق دارند. اگر دایره بالایی مضرری از یک عدد مرکب باشد، ماجرا تفاوت خواهد داشت. مثلاً اگر عدد اصلی مضرب ۶ باشد، امکان ندارد که ۶ در پایین ترین دایره ها ببینیم. اصلاً ۶ در پایین ترین دایره ها نمی تواند قرار بگیرد. پایین ترین دایره ها مخصوص اعداد اول هستند.

و باز هم برویم سراغ نمودارهای سخت تر!



تصور کنید چنین نموداری داریم و تنها چیزی که می دانیم این است که عدد اصلی زوج است. استدلالی شبیه به دو مثال قبل اینجا هم ما را به جواب می رساند:

- به دایره های آبی نگاه کنید. اگر همه آن ها فرد باشند، حتماً دایره های بنفش و قرمز هم باید فرد باشند.
- پس حداقل یکی از دایره های آبی باید ۲ باشد.
- یک بار دیگر توجه کنید که چه نتیجه ای گرفتیم:
«در یک نمودار تجزیه، اگر عدد اصلی زوج باشد، مطمئنیم که لااقل یکی از پایین ترین عددها ۲ بوده است.»

ریاضی کارها چطور فکر می کنند

حتماً می دانید که ریاضی کارهای حرفه ای، با نکته سنجی زیادی به جزئیات استدلال گوش می کنند و قبل از پذیرفتن یک حرف، همه جوانب را بررسی می کنند که مبادا در مراحل کار چیزی از قلم بیفتد. اگر شما دستاوردهای این متن را برای یک ریاضی کار توضیح دهید، احتمالاً او به خوبی متوجه ارزشمندی حرف های شما خواهد شد اما شاید به شما بگوید: «خیلی خوب است اما این هنوز یک اثبات دقیق نیست!» خیلی تعجب نکنید. شما همه چیز را درست متوجه شده اید. مشکل از استانداردهاست. ما می توانیم به درستی دستاوردهایمان باور داشته باشیم و از آن ها استفاده کنیم، اما با استانداردهای ریاضیات حرفه ای، هنوز حرف ها و استدلال هایمان باید دقیق تر شوند.



● جعفر اسدی گرمارودی

۳۵۲۱۷۷ اول است؟!



ایا ۳۵۲۱۷۷ اول است؟ شما چه فکر می کنید؟
بررسی آن چگونه است؟ مشکل یا راحت است؟

به نظر می رسد شش رقمی بودن عدد در پاسخ دادن به سؤالات بالا اثرمی گذارد. از بخش پذیری بر ۲ باید شروع کنیم و برای ادامه مسیر، اگر بخواهیم جذر تقریبی عدد بالا را به دست آوریم، مسلماً باید از ماشین حساب کمک بگیریم و ادامه داستان.

یک بار دیگر خوب به عدد دقت کنیم، دو رقم دو رقم بر ۷ بخش پذیر است. آیا این موضوع می تواند کمکی کند؟
می تواند کمک کند به شرطی که عدد را به صورت زیر نگاه کنیم:

$$352177 = 350000 + 2100 + 77$$

$$= (7 \times 50000) + (7 \times 300) + (7 \times 11)$$

بنابراین عدد مورد نظر
بر ۷ بخش پذیر و مرکب
است.

مثالی دیگر:

۳۴۵۱ اول است یا مرکب؟
بخش پذیری بر ۱۷ در این مثال ساده تر به نظر می رسد.
 $3451 = 3400 + 51 = (17 \times 200) + (17 \times 3)$
بنابراین بر ۱۷ بخش پذیر است.

و مثال دیگر:
۵۸۱ چطور؟

این عدد را دیگر نمی توان دو رقم دو رقم جدا کرد.
با استفاده از قوانین بخش پذیری، عدد ۵۸۱ بر ۳، ۲ و ۵ بخش پذیر نیست. به بررسی بخش پذیری بر ۷ می رسیم.
 $581 = 560 + 21 = (7 \times 80) + (7 \times 3)$
بنابراین بر ۷ بخش پذیر است.

اکنون نوبت شماسست تا مثال های بیشتری بزنید.

مثال آخر:

عددی دو رقمی انتخاب کنید و روی کاغذ بنویسید. در سمت راست عدد دورقمی، دوباره همان عدد دو رقمی را بنویسید تا یک عدد چهار رقمی به دست آید. حالا بررسی کنید عدد چهار رقمی بر عدد دو رقمی که انتخاب کرده بودید بخش پذیر است یا نه.
بعد از بررسی شما، عدد ۴۳ را مورد بررسی قرار می دهیم. بنابراین عدد چهاررقمی حاصل ۴۳۴۳ خواهد شد که بر ۴۳ بخش پذیر است. هر عدد دورقمی دیگر نیز انتخاب کنید، عدد چهار رقمی حاصل ۱۰۱ برابر عدد دو رقمی اولیه خواهد بود زیرا

$$4343 = 4300 + 43 = (43 \times 100) + 43 = 101 \times 43$$



ریاضیات بیمه‌ای

بیمه‌ عمر و سرمایه گذاری

محدثه رجایی

اشاره

در این شماره نیز می‌خواهیم کمی دیگر درباره کاربرد ریاضی در بیمه صحبت کنیم. در این قسمت درباره «بیمه عمر و سرمایه‌گذاری»^۱ حرف می‌زنیم. هدفمان آشنایی کلی با این نوع بیمه و مسائل مربوط به آن است.

بیمه عمر و سرمایه‌گذاری چیست؟

به شرکت بیمه می‌پردازد تا از آن در فعالیتهای اقتصادی شرکت استفاده شود. در عوض، شرکت بیمه، آن شخص را در سودی که از این فعالیت‌ها به دست می‌آورد، سهیم می‌کند. یکی از اهداف این کار می‌تواند داشتن سرمایه‌ای برای زمان بازنشستگی باشد. قبل از اینکه بیشتر وارد جزئیات شویم، خوب است یک نکته را در نظر داشته باشیم. می‌دانیم که در شریعت اسلام، ربا حرام است و بعضی از روش‌های گرفتن سود به ازای پس‌انداز کردن پول، نوعی ربا و در نتیجه از نظر شرعی حرام هستند. ما در اینجا از اینکه سود قسمت سرمایه‌گذاری در چه صورت حلال است صحبت نمی‌کنیم. بنابراین، وقتی از پرداخت سود به افراد بیمه شده صحبت می‌کنیم، منظورمان این نیست که پرداخت یا دریافت کردن این سود، از نظر ما درست است.

ویژگی‌های بیمه عمر و سرمایه‌گذاری تا حدی به شرکت بیمه‌کننده بستگی دارد. اما، به‌طور کلی، بیمه عمر و سرمایه‌گذاری، مانند نامش دو قسمت اصلی دارد: یکی «عمر» و دیگری «سرمایه‌گذاری». قسمت عمر به این نکته اشاره دارد که شخصی که خود را بیمه می‌کند، در طول زمانی مشخص، به‌طور منظم پولی را به‌عنوان حق بیمه به شرکت می‌پردازد و اگر طی این زمان فوت شود، در همان سال فوت، مبلغی به بازماندگانش پرداخت می‌شود. هدف از این کار آن است که با از دست رفتن شخصی که درآمدش نقش مهمی در زندگی اطرافیانش دارد، زندگی آن‌ها به لحاظ اقتصادی آسیب جدی نبیند. قسمت سرمایه‌گذاری چیزی نیست جز پس‌انداز کردن پول. شخصی که خود را بیمه می‌کند، به‌طور منظم پولی را



شرکت بیمه «ب» و آقای «آ»

بیایید یک مثال خاص را در نظر بگیریم تا بتوانیم دقیق‌تر صحبت کنیم. از این به بعد، برای راحتی، به جای بیمه عمر و سرمایه‌گذاری از عبارت بیمه عمر استفاده می‌کنیم.

بیمه عمر شرکت بیمه ب، در دوره‌های پنج،

ده، پانزده، بیست، بیست و پنج و سی

ساله فروخته می‌شود. هر شخصی در

هر سنی می‌تواند بیمه عمر داشته

باشد، به شرط اینکه در پایان دوره

بیمه بیشتر از ۷۰ سال سن نداشته

باشد. مثلاً، یک شخص ۶۴ ساله تنها

می‌تواند بیمه عمر پنج‌ساله بخرد.

فرض کنید آقای آ برای خرید بیمه عمر

به شرکت ب مراجعه می‌کند. او باید طول

دوره بیمه خود را با توجه به این شرط مشخص کند.

علاوه بر این، باید مبلغی را که به آن «سرمایه فوت» می‌گویند،

تعیین کند. سرمایه فوت پولی است که در صورت فوت آقای

آ در دوره بیمه، در همان سالی که فوت اتفاق می‌افتد، به

بازماندگانش پرداخت می‌شود. منظور از بازماندگان کسانی

هستند که خود آقای آ مشخصان می‌کند. اگر آقای آ تعیین

نکند که این پول باید به چه کسانی پرداخت شود، وارثان قانونی

آن را می‌گیرند.

با توجه به سرمایه فوت و شرایط آقای آ، مقدار حق بیمه‌ای که

باید هر سال به شرکت بیمه بپردازد، معلوم می‌شود. او می‌تواند

این حق بیمه را یکجا پرداخت کند و یا به‌طور ماهانه، دو ماهه

و... این کار را انجام دهد. آقای آ باید میزان پولی را هم که

می‌خواهد پیش شرکت بیمه پس‌انداز کند، مشخص سازد. این

مقدار نباید از سالی ۶۰۰ هزار تومان کمتر باشد. پول پس‌انداز

شده به همراه سودی که به آن تعلق می‌گیرد، پس از پایان دوره

بیمه به آقای آ بازگردانده می‌شود. اگر او در این مدت فوت کند،

در همان سال فوت به همراه سرمایه فوت به بازماندگانش داده

می‌شود.

میزان سودی که به این بخش پس‌اندازی تعلق می‌گیرد، در پنج

سال اول سالی ۱۸ درصد، در پنج سال دوم سالی ۱۵ درصد

یکی
 از اهداف بیمه
 سرمایه‌گذاری
 می‌تواند داشتن
 سرمایه‌ای برای زمان
 بازنشستگی
 باشد

و پس از آن با توجه به شرایط

اقتصادی است. این سود به‌طور

روزشمار محاسبه می‌شود. یعنی

بعد از گذشت هر روز، سودی که به

ازای آن یک روز به پول آقای آ تعلق

می‌گیرد، در حساب او ذخیره می‌شود.

پس اگر قرار است در اولین سال، ۱۸ درصد

سود وجود داشته باشد، سرمایه آقای آ پس از یک

روز از اولین پس‌انداز $1 + \frac{18}{100 \times 365}$ برابر می‌شود. چرا؟

سود روز دوم به کل پولی که بعد از روز اول در حساب آقای آ

هست، تعلق می‌گیرد. یعنی شرکت ب به سودی که در روز اول

به آقای آ داده است هم سود می‌دهد.

مسئله: فرض کنید آقای آ همان وقتی که بیمه عمر می‌خرد،

یک میلیون تومان در شرکت ب پس‌انداز کند. بعد از یک سال

این پول چقدر می‌شود؟ اگر به جای اینکه سوددهی به صورت

روزشمار باشد، بعد از گذشت یک سال به اندازه ۱۸ درصد

پولش سود می‌گرفت، در آخر سال پس‌اندازش چقدر کمتر

بود؟

هرچه آقای آ سرمایه فوت بیشتری انتخاب کند، باید حق بیمه

بیشتری هم بپردازد. فرض کنید که آقای آ می‌خواهد سرمایه

فوت ۷۰ میلیون تومانی داشته باشد. اما به جز این، چه عوامل

دیگری روی میزان حق بیمه اثر گذارند؟ اگر آقای آ یا یکی



از بستگان درجه یک او بیماری خاصی داشته باشند، شرکت بیمه برای آقای آ حق بیمه بیشتری تعیین می کند. چون وجود این بیماری خطر مرگ او را بالا می برد. فرض کنید آقای آ و افراد خانواده اش در سلامت به سر می برند. عامل مهم دیگر سن آقای آ است. هر چه سن فردی که بیمه عمر می خرد بیشتر باشد، بیمه عمرش شرکت ب را بیشتر در معرض پرداخت خسارت قرار می دهد! بنابراین، طبیعی است که هر چه سن آقای آ بیشتر باشد، حق بیمه بیشتری هم باید بپردازد. فرض کنید آقای آ ۴۵ سال دارد. حالا به نظر شما سن چطور وارد محاسبه حق بیمه می شود؟ اگر روش تعیین حق بیمه دانش آموزی را که در شماره قبل درباره اش صحبت کردیم به یاد داشته باشید، راحت تر می توانید به این مسئله فکر کنید. شرکت بیمه باید حق بیمه عمر را طوری تعیین کند که مجموع حق بیمه هایی که از افراد می گیرد، با مجموع پولی که به بازماندگان افراد فوت شده می دهد، تقریباً برابر باشد. نکته مهم این است که شرکت بیمه قرار نیست فقط به آقای آ بیمه عمر بفروشد. افراد دیگری هم هستند که مانند آقای آ بیمه عمر می خردند و ۴۵ سال دارند. اگر برای بیمه معلوم بود که چه بخشی از افراد در فاصله ۴۵ سالگی تا ۴۶ سالگی فوت می کنند، آن وقت می توانست تعیین کند که حدوداً قرار است چقدر

خسارت در سال پیش رو به کل افراد ۴۵ ساله پرداخت کند و با تقسیم کردن مناسب این مقدار بین آن ها حق بیمه را تعیین می کرد. برای مثال، اگر بیمه ب بداند چهار هزارم انسان ها در این دوره از زندگی شان فوت می کنند و هزار مشتری ۴۵ ساله داشته باشد، با اطمینان بالایی می داند که در سال پیش رو باید برای حدود چهار نفر از این جمع، سرمایه فوت بپردازد. حالا اگر از هر یک از این هزار مشتری اش به اندازه چهار هزارم سرمایه فوت خود او را به عنوان حق بیمه سالانه بگیرد، می تواند تقریباً مطمئن باشد که میزان حق بیمه ای که در این یک سال می گیرد، تقریباً به اندازه سرمایه فوت چهار نفر است و در نتیجه، فاصله زیادی با خساراتی که پرداخت می کند ندارد. با توجه به این مورد خوب است که حق بیمه شخصی با n سال سن، برابر با حاصل ضرب زیر باشد:

سرمایه فوت آن شخص $\times$ نسبت افرادی که از n تا $(n+1)$ سالگی فوت می کنند

توجه کنید که در این روش، حق بیمه افراد از یک سال به سال بعد می تواند تغییر کند. بنابراین، حق بیمه آقای آ پس از گذشت یک سال از بیمه عمرش باید دوباره محاسبه شود. علاوه بر این، همان طور که می خواستیم، هر چه سرمایه فوت بیشتر باشد، حق بیمه هم بیشتر است. اما این نحوه تعیین حق بیمه نیازمند دانستن نسبت افرادی است که در سنین متفاوت از دنیا می روند. شرکت بیمه از کجا به چنین چیزی دسترسی دارد؟ جواب این است که بیمه مرکزی با انتشار جدولی به نام جدول عمر این اطلاعات را در اختیار شرکت های بیمه قرار می دهد. جدول عمر به این شکل تهیه می شود: تعداد زیادی از افراد را از بدو تولدشان در نظر

هدف
 از بیمه عمر این است که با از دست رفتن شخصی که در آمدش نقش مهمی در زندگی اطرافیانش دارد، زندگی آن ها به لحاظ اقتصادی آسیب جدی نبیند





میزان
حق بیمه به
عوامل متعددی
بستگی دارد؛ مانند
سن، سلامت فرد بیمه
شده، مبلغ سرمایه
فوت

می‌گیرند و هر سالی که می‌گذرد، تعداد افراد زنده آن جمع را ثبت می‌کنند. برای مثال، جدول ۱ که در سال ۱۹۹۸ میلادی در فرانسه تهیه شده، با بررسی جمعیتی ۱۰۰ هزار نفری درست شده و در آیین‌نامه شماره ۶۸ بیمه مرکزی آمده است.

مسئله: از روی جدول ۱ مشخص کنید که چه نسبتی از این ۱۰۰ هزار نفر بین ۴۵ تا ۴۶ سال عمر کرده‌اند.

یکی
از اطلاعاتی
که به بیمه‌گذاران
در محاسبه حق بیمه
افراد بیمه شده کمک
می‌کند، جداول عمر
است

پوشش‌های بیمه عمر

در ابتدای متن گفتیم که بیمه عمر و سرمایه‌گذاری دو بخش اصلی دارد. در واقع، شرکت‌های بیمه امکانات دیگری هم در اختیار افرادی که از آن‌ها بیمه عمر می‌خرند، قرار می‌دهند. به این امکانات که اختیاری هستند، «پوشش» گفته می‌شود. از بین این پوشش‌ها می‌توان به پوشش خطر فوت بر اثر حادثه، پوشش از کارافتادگی و پوشش امراض خاص اشاره کرد. برای مثال، اگر شخصی از امکان پوشش خطر فوت بر اثر حادثه استفاده کند، در صورتی که در مدت بیمه بر اثر حادثه‌ای جان خود را از دست بدهد، چند برابر سرمایه فوت او به بازماندگانش پرداخت می‌شود. طبیعی است که اگر کسی بخواهد از این پوشش‌ها استفاده کند، باید حق بیمه بیشتری بپردازد.

پی‌نوشت‌ها:

۱. این نوع از خدمات بیمه‌ای ممکن است در شرکت‌های متفاوت بیمه با نام‌های دیگری ارائه شود. برای مثال، «بیمه عمر و تأمین آتیه» و «بیمه زندگی و سرمایه‌گذاری» عنوان‌های دیگری برای همین نوع بیمه هستند.
۲. از کارشناسان بیمه مرکزی، آقای زارع و خانم لالیان‌پور و خانم زمانی، که در تهیه اطلاعات لازم برای نوشتن این مطلب ما را یاری کردند، سپاسگزاریم.

جدول ۱. جدول عمر، سال ۱۹۹۸، فرانسه

تعداد زنده‌ها	سن	تعداد زنده‌ها	سن	تعداد زنده‌ها	سن
۶۱۲۸۵	۷۲	۹۵۶۷۶	۳۶	۱۰۰۰۰۰	۰
۵۸۹۱۱	۷۳	۹۵۴۶۳	۳۷	۹۹۱۲۹	۱
۵۶۴۱۶	۷۴	۹۵۲۳۷	۳۸	۹۹۰۵۷	۲
۵۳۸۱۸	۷۵	۹۴۹۹۷	۳۹	۹۹۰۱۰	۳
۵۱۰۸۶	۷۶	۹۴۷۴۶	۴۰	۹۸۹۷۷	۴
۴۸۲۵۱	۷۷	۹۴۴۷۶	۴۱	۹۸۹۴۸	۵
۴۵۲۸۴	۷۸	۹۴۱۸۲	۴۲	۹۸۹۲۱	۶
۴۲۲۰۳	۷۹	۹۳۸۶۸	۴۳	۹۸۸۹۷	۷
۳۹۰۴۱	۸۰	۹۳۵۱۵	۴۴	۹۸۸۷۶	۸
۳۵۸۲۴	۸۱	۹۳۱۳۳	۴۵	۸۵۵۹۸	۹
۳۲۵۱۸	۸۲	۹۲۷۲۷	۴۶	۹۸۸۳۵	۱۰
۲۹۲۲۰	۸۳	۹۲۳۹۵	۴۷	۹۸۸۱۴	۱۱
۲۵۹۶۲	۸۴	۹۱۸۳۳	۴۸	۹۸۷۹۳	۱۲
۲۲۷۸۰	۸۵	۹۱۳۳۲	۴۹	۹۸۷۷۱	۱۳
۱۹۷۲۵	۸۶	۹۰۷۷۸	۵۰	۹۸۷۴۵	۱۴
۱۶۸۴۳	۸۷	۹۰۱۷۱	۵۱	۹۸۷۱۲	۱۵
۱۴۱۳۳	۸۸	۸۹۵۱۱	۵۲	۹۸۶۶۷	۱۶
۱۱۶۲۵	۸۹	۸۸۷۹۱	۵۳	۹۸۶۰۶	۱۷
۹۳۸۹	۹۰	۸۸۰۱۱	۵۴	۹۸۵۲۰	۱۸
۷۴۳۸	۹۱	۸۷۱۶۵	۵۵	۹۸۴۰۶	۱۹
۵۷۶۳	۹۲	۸۶۲۴۱	۵۶	۹۸۲۷۷	۲۰
۴۳۵۰	۹۳	۸۵۲۵۶	۵۷	۹۸۱۲۷	۲۱
۳۲۱۱	۹۴	۸۴۲۱۱	۵۸	۹۷۹۸۷	۲۲
۲۳۱۵	۹۵	۸۳۰۸۳	۵۹	۹۷۸۲۰	۲۳
۱۶۳۵	۹۶	۸۱۸۸۴	۶۰	۹۷۶۷۷	۲۴
۱۱۱۵	۹۷	۸۰۶۰۲	۶۱	۹۷۵۲۴	۲۵
۷۴۰	۹۸	۷۹۲۴۳	۶۲	۳۷۳۹۷	۲۶
۴۵۳	۹۹	۷۷۸۰۷	۶۳	۹۷۲۲۲	۲۷
۲۶۳	۱۰۰	۷۶۲۹۵	۶۴	۹۷۰۷۰	۲۸
۱۴۵	۱۰۱	۷۴۷۲۰	۶۵	۹۶۹۱۶	۲۹
۷۶	۱۰۲	۷۳۰۷۵	۶۶	۹۶۷۵۹	۳۰
۳۷	۱۰۳	۷۱۳۶۶	۶۷	۹۶۵۹۷	۳۱
۱۷	۱۰۴	۶۹۵۵۹	۶۸	۹۶۴۲۹	۳۲
۷	۱۰۵	۶۷۶۵۵	۶۹	۹۶۲۵۵	۳۳
۲	۱۰۶	۶۵۶۴۹	۷۰	۹۶۰۷۱	۳۴
		۶۳۵۴۳	۷۱	۹۵۸۷۸	۳۵



حسین نامی ساعی

نظریه بازی‌ها در بقالی

جنس‌ها تون رو تحویل بگیرید.»
 کارگر حاج محمدآقا برگه‌ها را از دری که در انتهای مغازه‌اش بود و به حیاط خانه راه داشت، می‌برد و به کارگرهایی که در حیاط بودند می‌داد تا درخواست‌های مشتری‌ها را آماده کنند. به درخواست یکی از مشتری‌ها که نگاه کردم، دیدم نوشته:

۱. سه کیلو شکر
۲. ده کیلو برنج هاشمی اعلا
۳. پنج قوطی رب
۴. یک دبه ماست
۵. بیست تا کره ۲۵ گرمی

و... درخواست‌های دیگر از مشتری‌های دیگر هم مثل آن. در حیاط بقالی حاج محمدآقا انباری از اجناس و کالاهای مورد نیاز مردم بود. تقریباً همه چیزهایی که در یک سوپرمارکت درجه ۱ یافت می‌شود، در حیاط بقالی موجود بود.

همه ماجرا از سنگکی شاطر عباس شروع شد. آن هم وقتی که به شاطر عباس گفتم: «دو سه تا نون کنج‌دی برای من بزن.» شاطر عباس در جواب گفت: «کنج‌دماں تمام شده بپر از بقالی حاج محمدآقا ۱۰۰۰ تومان کنجد بخر و بیار تا سریع سنگک‌های کنجدیت رو برات بزنم.»

بعد از این صحبت‌ها به بقالی حاج محمدآقا که بیشتر از سه چهار متر با سنگکی فاصله نداشت، رفتم. مساحت بقالی ده دوازده متر بیشتر نبود. زن و مرد در بقالی ایستاده بودند. هر مشتری که وارد بقالی می‌شد، یک کاغذ یادداشت از گوشه میزی که کنار بقالی بود برمی‌داشت و هر چه لازم داشت، روی آن می‌نوشت و به حاج محمدآقا می‌داد. حاج محمدآقا هم آن برگه را به یکی از کارگرایش می‌داد. شماره‌ای هم به آن مشتری که برگه درخواستش را گرفته بود، تحویل می‌داد، می‌گفت: «صبر کنید، هر موقع که شماره شما رو خواندند،



نکته عجیب شلوغ بودن بقالی حاج محمدآقا بود. چرا این بقالی نه چندان بزرگ این همه مشتری داشت؟ از یک نفر سؤال کردم: «شما همیشه برای خرید به اینجا می آید؟»

گفت: «بله». گفتم: «چرا؟»

گفت: «هم جنس هاش عالیه و هم ارزان تر از همه جاست!»
 بله همه نکته در همین پاسخ کوتاه بود. جنس خوب با قیمت مناسب. این کلید شلوغی هر فروشگاه کم مشتری است. آن قدر شیفته این بقالی شده بودم که یادم رفته بود چی می خواستم. یکباره یادم آمد که برای کنجی که قرار بود بخرم و به شاطر عباس بدهم، در این بقالی هستم. رو به کارگر بقالی حاج محمدآقا که درخواست ها را جمع می کرد کردم و گفتم: «بی زحمت ۱۰۰۰ تومان کنجد به من بده.»

بدون اینکه برگه به من بدهد، سؤال کرد چیز دیگری هم می خواهی یا نه و وقتی گفتم نه، ۱۰۰۰ تومانم را گرفت و به سرعت به حیاط رفت و کنجد را آورد. نایلون کوچکی پر از کنجد و از نوع درجه یک تنها با ۱۰۰۰ تومان.
 کنجد را گرفتم و بردم پیش شاطر عباس. شاطر عباس گفت: «پسر چقدر دیر کردی! بقالی شلوغ بود؟»
 گفتم: «شلوغ بود، ولی به خاطر شلوغ بودن دیر نکردم، دیر کردنم به خاطر عجیب بودن بقالی بود.»

شاطر عباس که این بقالی را خوب می شناخت و از مشتری های پروپاقرص آن بود، بدون اینکه سؤال دیگری بکند، کنجد را از من گرفت و کم کم و یکی یکی روی خمیرهای سه سنگ ریخت و تنها جمله ای که گفت این بود: «عجب کنجی!»
 چقدر هم زیاد داده! خدا پدر و مادر حاج محمدآقا را بیامزد. عجب مرد با انصاف و با خدائیه. به این فکر می کردم که چه عاملی باعث رونق یک فروشگاه و بقالی و هر جای تولیدکننده و عرضه کننده می شود. جواب زیاد سخت نبود: رضایت هر دو طرف، تعامل و همکاری دو طرف؛ یا در واقع، برد طرفین. بله، نتیجه برد - برد. همان چیزی که تقریباً همه آدم های با انصاف در هر کجای دنیا دنبالش هستند.

نقطه برد - برد کجاست؟ به نظر من نقطه برد - برد نقطه میانی در یک فاصله است که در این فاصله طرفین به مقدار مساوی

سود می برند. البته پاسخ این سؤال را جان نش، ریاضی دان نابغه و برجسته آمریکایی و برنده جایزه نوبل اقتصاد داده است. نظریه تعادل نش یعنی موقعیت هایی که در آن ها انتخاب شما وابسته به انتخاب دیگران است. با این رویکرد که هر کس آنچه را که برای خود و گروهش بهترین است، انجام دهد. جان نش نشان داد که اگر افراد در یک گروه همکاری کنند و نفع گروه را نیز در نظر داشته باشند، به بیشترین منافع و سود برای خود و گروه دست می یابند؛ مثل معمای زندانی و... (در رشد بهران شماره اسفند ۹۴).

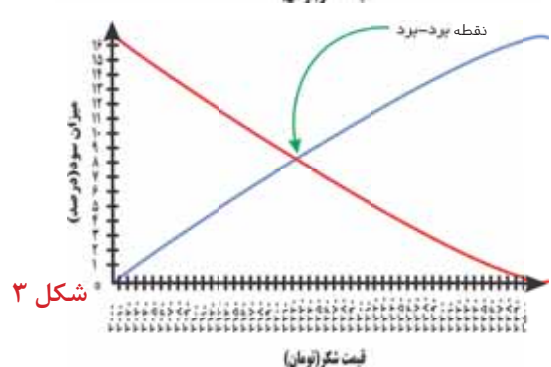
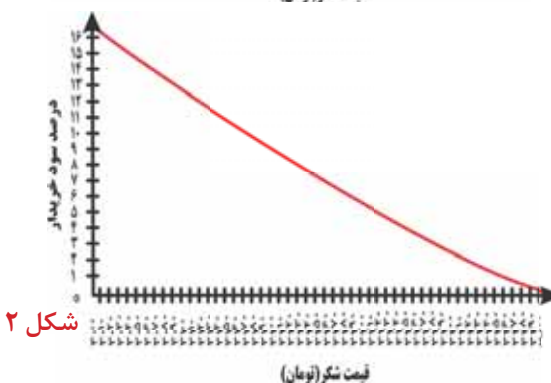
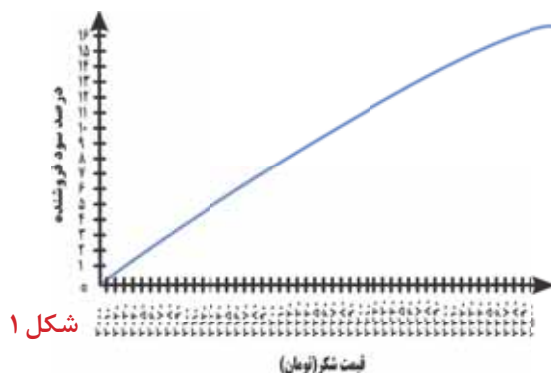
هر بازی یک تعادل دارد که این تعادل می تواند، برد یا باخت باشد. هر بازی می تواند هر دو سر برد یا هر دو سر باخت باشد که به این نوع بازی، بازی با «مجموع صفر» (برنده و بازنده) می گویند یا می تواند مثل بازی شطرنج و بازی هایی باشد که هر دو طرف برد دارند که به این نوع بازی، بازی با «مجموع غیر صفر» می گویند.

خب برمی گردیم به بقالی و مشتری های آن. اگر فرض کنیم که حاج محمدآقا نماینده و تصمیم گیرنده یک واحد فروش باشد و تک تک مشتری های طرف حساب با بقالی حاج محمدآقا در طرف دیگر نمایندگان واحدهای خریدکننده باشند، باید ببینیم که بین این دو واحد، یعنی واحد تصمیم گیرنده، عرضه کننده یا همان فروشنده و واحد تصمیم گیرنده خریدار، فاصله تعامل و رضایت و بهترین نقطه چگونه محاسبه می شود.

فرض کنیم که مثلاً یکی از کالاهایی که در بقالی حاج محمدآقا عرضه می شود، شکر باشد. حاج محمدآقا این شکر را از عرضه کننده عمده در بازار بزرگ کیلویی ۲۵۰۰ تومان می خرد و برای حمل و نقل آن به بقالی اش برای هر کیلو ۱۰۰ تومان می پردازد. همچنین، با حساب هزینه های آب، برق، کارگر و هزینه ثابت سرمایه مکان بقالی اش، هر کیلو شکر برایش ۳۰۰۰ تومان درمی آید. خب اگر حاج محمدآقا این شکر را کیلویی ۳۰۰۰ تومان بفروشد، سودی نمی برد. در واقع نقطه سود حاج محمدآقا از ۳۰۰۰ تومان به بالاست. مثلاً اگر بخواهد ۱۰ درصد سود ببرد، باید هر کیلو شکر را ۳۳۰۰ تومان بفروشد و اگر بخواهد ۲۰ درصد سود ببرد، باید هر کیلو شکر را ۳۶۰۰ تومان بفروشد.



از ۳۲۲۰ تومان کمتر شود، خریدار منفعت بیشتری می‌برد ولی فروشنده سودش کم می‌شود. برعکس؛ هرچه قیمت از ۳۲۲۰ تومان بیشتر باشد، منفعت خریدار کم شده و فروشنده سود بیشتری می‌برد. به همین دلیل نقطه ۳۲۲۰ تومان، نقطه بُرد-برد نام دارد.



سؤال اساسی این است که حاج محمدآقا تا کجا می‌تواند قیمت و درصد سودش را بالا ببرد؟ این سؤال را باید مشتری پاسخ دهد. البته فراموش نشود سازمان حمایت از مشتری و قیمت‌گذاری حداکثر قیمتی را که فروشندگان نباید از آن تجاوز کنند مشخص کرده است. ولی ما در اینجا به دنبال این حداکثر نیستیم، بلکه می‌خواهیم ببینیم بهترین فاصله و نقطه‌ای که هم فروشنده و هم خریدار سود می‌برد و هر دو طرف برد می‌کنند، چه نقطه‌ای است و به چه عواملی بستگی دارد.

خب برگردیم به این سؤال که حاج محمدآقا تا کجا می‌تواند سودش را بالا ببرد. اگر به سراغ مشتری‌ها برویم، مشتری‌ها می‌گویند که یک کیلو شکر خوب و درجه یک را از بقالی و فروشندگان دیگر به‌صورت میانگین ۳۵۰۰ تومان می‌خرند. بنابراین هر بقالی که شکر درجه یک را زیر قیمت ۳۵۰۰ عرضه کند، برای مشتری مناسب است و هرچه پایین‌تر با شرط درجه یک بودن شکر، برای مشتری مناسب‌تر است. پس تقریباً فاصله مناسب قیمت شکر بین فروشنده و خریدار بین ۳۱۰۰ تومان تا ۳۳۶۰ تومان و بهترین نقطه برای هم فروشنده و هم خریدار در این فاصله، نقطه ۳۲۲۰ تومان است. این موضوع را در نمودارهای زیر می‌بینید.

فاصله مطلوب فروشنده در شکل (۱) مشخص شده است که از ۳۰۰۰ تومان به بالا سودش شروع می‌شود و هرچه از ۳۰۰۰ تومان بیشتر می‌شود، سود بیشتری می‌برد. اما نکته مهم در اینجا نظر مشتری است. به این مفهوم که اگر قیمت از جدی بالاتر رود، دیگر حاج محمدآقا مشتری نخواهد داشت و عملاً بالا بردن قیمت از یک حد متعارف برای حاج محمدآقا ضرر مطلق است. فاصله مطلوب خریدار نیز در شکل (۲) مشخص شده است. هرچه قیمت از ۳۵۰۰ تومان پایین‌تر باشد، برای مشتری مناسب‌تر و منفعت او در این خرید، بیشتر است. البته با این شرط که فروشنده ضرری نکند. (منظور همان حداقل قیمتی است که حاج محمدآقا برای کالاهایش تعیین می‌کند تا ضرر نکند.)

اشتراک این دو نمودار در شکل (۳) مشخص شده که این اشتراک همان نقطه بُرد-برد خریدار و فروشنده است. در این شکل می‌بینید که دو نمودار مربوط به خریدار و فروشنده در نقطه ۳۲۲۰ تومان یکدیگر را قطع می‌کنند. هرچه قیمت کالا



برهندسه قدم زدن

فلورانس / ایتالیا



سپیده چمن آرا

عکس‌ها:

سپیده چمن آرا / کورش علیانی

وقتی در خیابان راه می‌روید، به زیر پاهای خود نگاهی بیندازید. نقش‌هایی که روی پیاده‌روها یا خیابان‌ها سنگ‌فرش شده‌اند، ساختارهای هندسی و نظم جالبی دارند. بعضی از آن‌ها به شکل کمان‌هایی از دایره‌ها هستند. در اولین نگاه شاید به نظر بیاید که در چیدن این سنگ‌فرش‌ها نظمی وجود نداشته است. اما جای خودتان را تغییر دهید و از زاویه‌های مختلف به آن نگاه کنید.

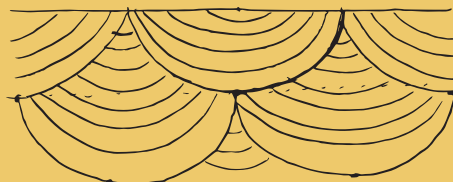
فلورانس / ایتالیا



سنگ‌فرش‌هایی که در آن‌ها کمان‌هایی از دایره با چیدن تکه‌های سنگ تشکیل می‌شوند، در شهرهای مختلف به صورت‌های مختلف است. ساختار هندسی آن‌ها با یکدیگر شباهت‌ها و تفاوت‌هایی دارد.



بکو / آذربایجان



تهران / ایران

در این چینش، نیم‌دایره‌های اصلی کامل هستند و با تمام شدن یک نیم‌دایره (که قطر آن روی یک خط فرضی واقع شده)، نیم‌دایره بعدی شروع می‌شود. نیم‌دایره‌های اصلی ردیف بعدی، از وسط کمان یک نیم‌دایره در ردیف قبل به وسط کمان نیم‌دایره پهلوی آن ترسیم شده است. داخل نیم‌دایره‌های اصلی با کمان‌های موازی، پُر می‌شود.

در این چینش، کمان‌های اصلی نیم‌دایره نیستند (وتر آن‌ها روی یک خط فرضی واقع شده)، اما با یکدیگر فاصله دارند. بین دو کمان اصلی، کمان کوچک‌تری از دایره (درواقع یک سوم همین کمان‌های اصلی) قرار دارد. به همین ترتیب، کمان‌های اصلی ردیف بعدی، از یک سوم یک کمان در ردیف قبل به یک سوم کمان پهلوی آن ترسیم شده‌اند و بین آن‌ها کمان کوچکی (که یک سوم کمان اصلی ردیف قبل است) قرار گرفته است. داخل کمان‌های اصلی با کمان‌های موازی، پُر می‌شود.

کارگران در شهر لویو (کشور اوکراین) در حال چیدن سنگ‌فرش خیابان هستند. شما الگوی هندسی این سنگ‌فرش را توصیف کنید.



لویو / اوکراین

بکو / آذربایجان



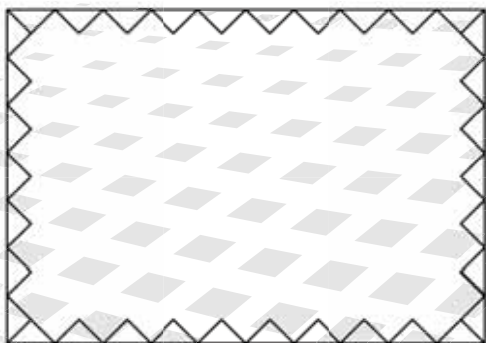


آریب می چایند

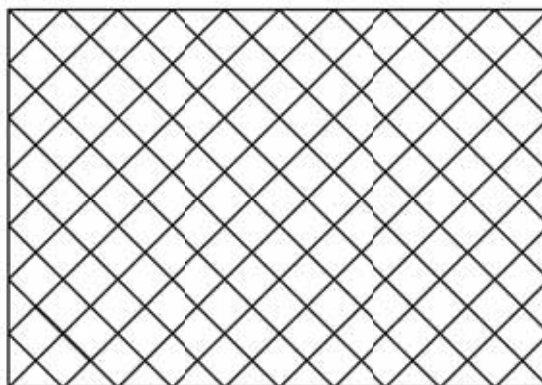
استاد مرتضی سنگ‌ها را

داود معصومی مهوار
عکاس: رضا بهراچی

پیش‌تر سنگ‌فرش ساده کف اتاق‌ها را به کمک اوستا حسین بررسی کردیم. امروز به‌سراغ استاد مرتضی رفتیم. او داشت سنگ‌های کف اتاق را آریب و با زاویه ۴۵° کار می‌گذاشت. برخی سلیقه‌ها این را می‌پسندند.



شکل ۲



شکل ۱

همین‌جا استاد مرتضی می‌گوید روی کاغذ آغاز خوبی داشته‌ایم، ولی هشدار می‌دهد که در سنگ‌کاری واقعی نمی‌توان از دور تا دور اتاق آغاز کرد. او می‌گوید: «باید از پیش بدانید که چه می‌کنید و از یک سوی اتاق که کنار در نیست، آغاز کنید و سنگ‌فرش را به سمت در اتاق کامل کنید تا سنگ‌های تازه کار شده را لگد نکنید. به در اتاق که رسیدید، به سادگی می‌توانید از اتاق بیرون بروید.»

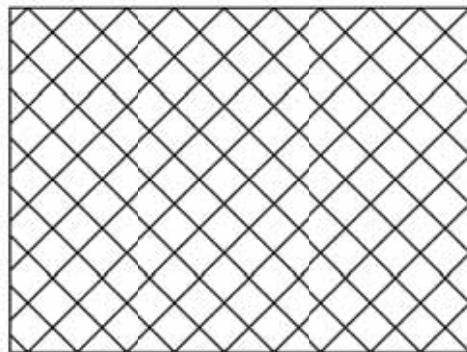
برای اینکه به قول استاد مرتضی «از پیش بدانیم که چه می‌کنیم»، سنگ‌ها را مطابق شکل ۱ کار بگذارید و مطمئن شوید که در ادامه کار گره نخواهد خورد و سنگ‌فرش چنان‌که انتظار داریم، اجرا خواهد شد.

از شما چه پنهان، استاد مرتضی در کارگاه ساختمان به ما دلگرمی داد که کار گره نخواهد خورد. او گوشه‌های شکل ۲ را نشان داد و از ما خواست که با نگاه دقیق‌تر دریابیم که ادامه

چنان‌که در شکل ۱ می‌بینید، برخی از سنگ‌ها را از قطر نصف می‌کنیم تا قطر سنگ‌های نصفه را در کناره‌های اتاق کار کنیم. گیریم که سنگ‌های ما همگی مربع‌هایی به طول ۴۰ cm باشند. پس برای آغاز کار باید طول قطر مربعی به ضلع ۴۰ cm را پیدا کنیم. ساده‌ترین کار اندازه‌گیری است. شما هم مربعی به ضلع ۴۰ cm بسازید. (راستی چه جوری؟) و طول قطر آن را اندازه بگیرید. طول این قطر کم و بیش ۵۶ cm است. راه دیگری نیز هست. اگر از قضیه فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه خبر دارید، تلاش کنید تا قطر مربع را ضلعی از یک مثلث قائم‌الزاویه ببینید و به کمک این قضیه طول آن را پیدا کنید.

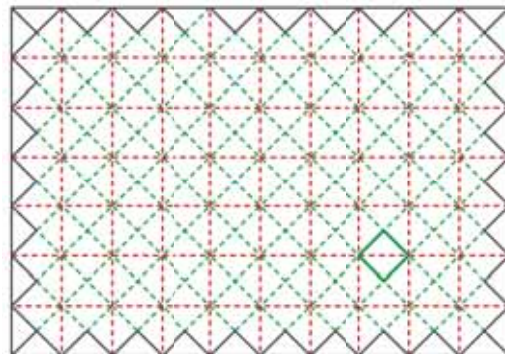
کار را ساده آغاز می‌کنیم. گیریم که طول اتاق شماره یک $۱۰ \times ۵۶ \text{ cm} = ۵۶۰ \text{ cm}$ و عرض آن $۷ \times ۵۶ \text{ cm} = ۳۹۲ \text{ cm}$ باشد. پس خیلی سراسرست ده تا نصفه‌سنگ را در طول و هفت تا را در عرض اتاق کار می‌کنیم. ببینید.

اکنون اتاق شماره ۲ را با طول $9 \times 56 \text{ cm} + 16 \text{ cm} = 520 \text{ cm}$ و عرض $7 \times 56 \text{ cm} = 392 \text{ cm}$ در نظر می‌گیریم. از یک گوشه اتاق آغاز می‌کنیم و ادامه سنگ‌فرش عاقبتی مانند شکل ۵ خواهد داشت.



شکل ۵

کار شدنی است. به گفته استاد مرتضی فکر کنید. برمی‌گردیم. یادتان هست طول و عرض اتاق شماره یک هر دو مضربی از طول و قطر سنگ‌ها هستند. پس اگر سنگ‌هایمان مربع‌هایی بزرگ‌تر (آن‌ها را آب‌سنگ می‌نامیم)، بودند که ضلع هر یک به جای 40 cm برابر با 56 cm (طول قطر سنگ‌های فعلی) بود، به سادگی می‌توانستیم با ۷۰ آب‌سنگ اتاق را فرش کنیم.



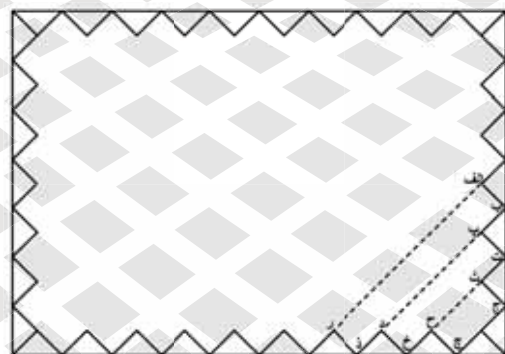
شکل ۳

می‌بینید؟ در سمت راست اتاق، در کناره‌ها سنگ‌های درسته یا نصفه کار شده‌اند. ولی در سمت چپ نه سنگ درسته داریم و نه سنگ نصفه. زیبایی سنگ‌فرش از دسته رفته است! دو چاره داریم:

۱. این قناسی را در دو طرف سنگ‌فرش اتاق پخش کنیم تا سنگ‌فرش مقارن باشد.
۲. دو ستون از سنگ‌ها را به‌طور ساده (نه اریب) در دو سوی سنگ‌فرش کار کنیم.

خط‌چین‌های قرمز شکل ۳ گواه هستند. اما در همین شکل ۳ خط‌چین‌های سبز را ببینید. این‌ها قطرهای آب‌سنگ‌ها هستند. این خط‌چین‌های سبز هم خوب چفت و جفت شده‌اند و با خط‌چین‌های قرمز نیز هم‌رسی دارند. خط‌چین‌های سبز نیز شبکه‌ای از مربع‌ها را می‌سازند که یکی از آن‌ها پررنگ‌تر شده است. این شبکه سبزرنگ همان خواسته ماست. پس سنگ‌های نصفه‌ای که در کناره‌ها کار شده‌اند، راهنمای ادامه کار هستند و کار شدنی است.

اما استاد مرتضی چه دیده بود؟



شکل ۴

به گوشه پایین و دست راست در شکل ۴ نگاه کنید. استاد مرتضی می‌خواست ما ببینیم که چهارضلعی ث ج چ ح را می‌توان با دو سنگ فرش کرد و به همین ترتیب چهارضلعی‌های پ ت خ د و الف ب ذ ر را نیز می‌توان به ترتیب با ۴ و ۶ سنگ فرش کرد. این روند را می‌توان ادامه داد تا سنگ‌فرش اتاق تمام شود.





معمای چوب کبریتی

معرفی کتاب
جعفر ربانی



علاقه دارید این کتاب را حتماً دوست خواهید داشت. معماهای چوب کبریتی، این کتاب کوچک کم صفحه، همان طور که از اسمش پیداست، کتابی است دارای صد معما که همه با چوب کبریت ساخته یا حل می شوند و می توانند شما را به تنهایی یا با دوستانتان در خانه و مدرسه، مدت ها سرگرم کنند. البته جواب همه معماها نیز در بخش دوم کتاب آمده است. بیش از این چیزی نمی گوییم و توجهتان را به چند نمونه از معماهای کتاب جلب می کنیم.

- معماهای چوب کبریتی
- تألیف: علیرضا قربانی، کریم نصیری
- ناشر: تیزهوشان برتر، چاپ سوم، ۱۳۹۲



ریاضیات علم زیبایی است، اما این زیبایی مثل یک بلور درخشان چندوجهی است که از هر طرف بگردانند به شکلی تالگو می کند. روشن تر بگوییم، ریاضیات هم جنبه علمی محض دارد، هم جنبه عملی دارد، هم جنبه تاریخی دارد، هم جنبه سرگرمی و معما دارد، هم جنبه هوش دارد و... و هر کس ممکن است یکی از این جنبه ها را دوست داشته باشد؛ البته دانش آموزانی هم هستند که همه جنبه های ریاضی را دوست دارند و خوشا به حالشان.

اگر شما از ریاضیات بیشتر به جنبه های سرگرمی و معمایی آن

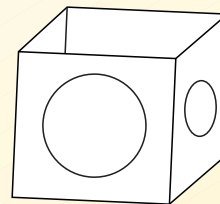
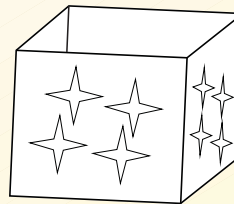
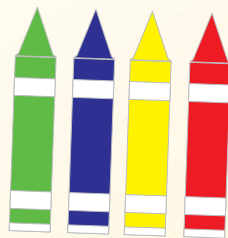


کی می تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم زاده طاری

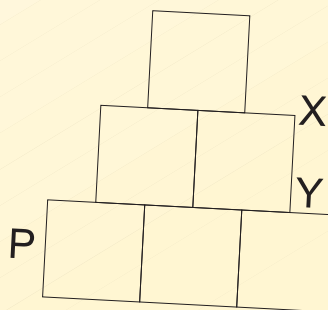
۱ عدد ۶۸ را بر عددی تقسیم کرده ایم و به باقی مانده ۴ رسیده ایم. مقسوم علیه چه عددهایی ممکن است باشد؟

۲ میلاد چهار مدادشمعی از چهار رنگ مختلف و دو جعبه متفاوت دارد. او می خواهد مدادشمعی ها را در این دو جعبه بگذارد، طوری که هیچ یک از دو جعبه خالی نماند. به چند شکل می تواند این کار را انجام دهد؟



۳ شادی با ۱۸ هزار تومان، برای درست کردن گردنبند، ۱۰ سنگ به رنگ های قرمز، آبی و نقره ای خرید. قیمت هر سنگ قرمز، آبی و نقره ای به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۵ هزار تومان بود. شادی از هر رنگ سنگ، دست کم یک عدد خریده است. او چند سنگ قرمز خریده است؟

۴ شکل زیر از شش مربع هم اندازه تشکیل شده است و یک خط تقارن عمودی دارد. می خواهیم از نقطه P خطی رسم کنیم، طوری که مساحت شکل را نصف کند. این خط پاره خط XY را در چه نقطه ای قطع می کند؟





حسام سبحانی تهرانی
تصویر گر: سام سلماسی

فی بی هادر پی پولیس

متأسفانه هنوز ۲۰۰ سال از ساخت بنا نگذشته بود که انسان‌ها به فرماندهی اسکندر به آن حمله کردند هنوز علت حمله اسکندر به پی پولیس و آتش زدن آن دقیقاً مشخص نشده است، اما حدسیاتی وجود دارد.



گمان هفتم: (به نظر من درست‌ترین حدس) می‌خواستند رد پای فی بی‌ها را در تاریخ محو کنند.



فی بی‌ها ساخت اینجا را به دستور فی بی‌یوش بزرگ آغاز کردند که پس از او پسرش، فی بی‌یار و نوه‌اش، فی بی‌شیر آن را گسترش دادند.



گمان سوم: دنبال کلاهخود محکم می‌گشتند!



گمان دوم: گشنه‌شان بوده!



گمان نخست: تشنه‌شان بوده!



گمان پنجم: می‌خواستند به‌طور عملی با عدد پی آشنا بشوند.



گمان ششم: می‌خواستند از فی بی‌یار انتقام بگیرند.



گمان چهارم: سردشان بوده، اما یکهو کنترل آتش از دستشان در رفته!



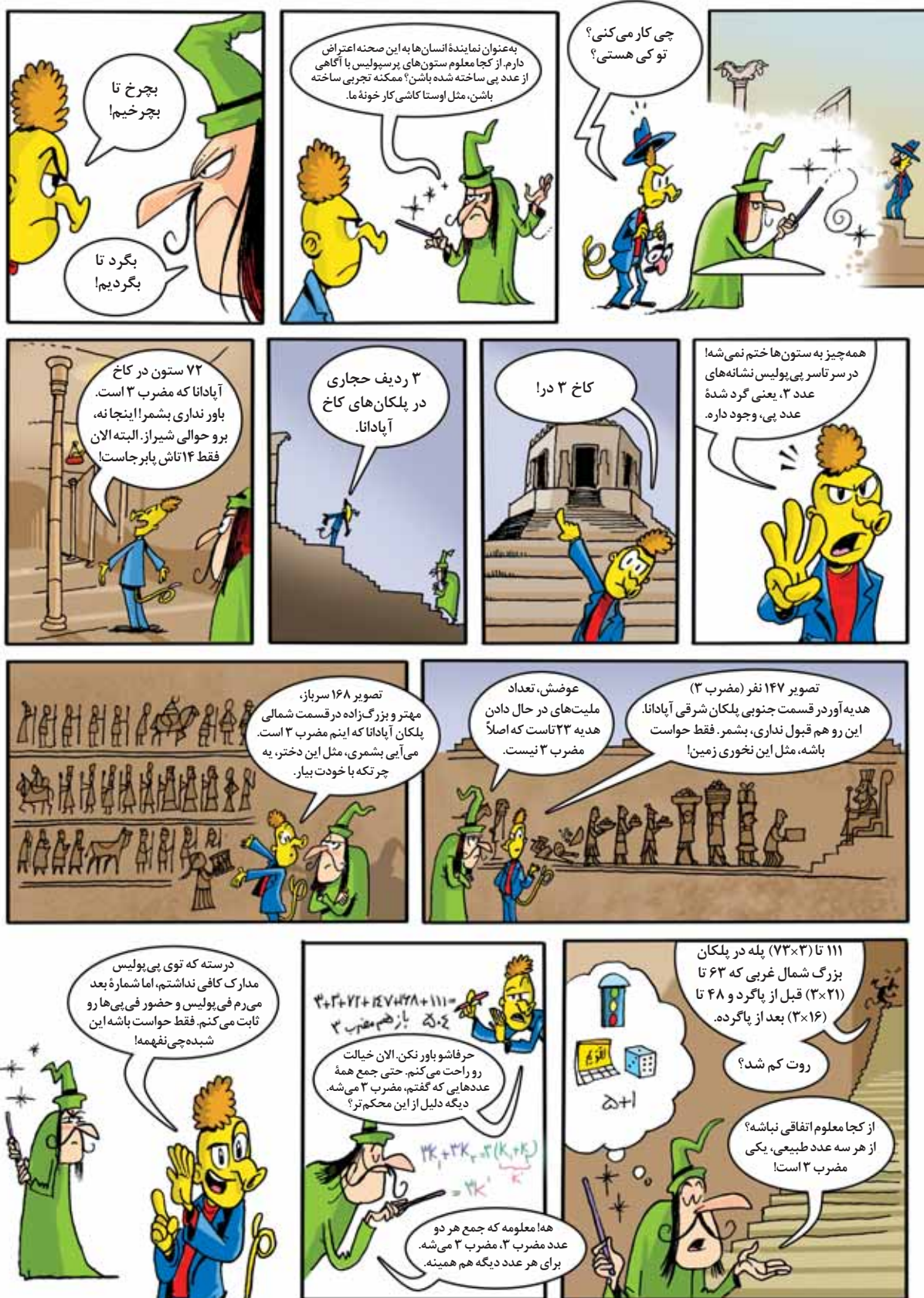
فی بی‌ها ابتدا مقاطع دایره‌ای را به چندین بخش مساوی تقسیم می‌کردند. بعد در داخل هر قسمت تقسیم شده، هلالی معکوس رسم می‌کردند تا مقاطع بسیار دقیق ستون‌های دایره‌ای را بیابند.



مهم‌ترین چیزی که می‌توانست آن‌ها را در یافتن ارتفاع و فشار وارد بر ستون‌ها و... کمک کند، اندازه دور کمرشان، یعنی عدد پی بود.

هر چند که آدم‌ها به این هم راضی نشدند و برای رد گم کنی بیشتر آن را به تخت جمشید تغییر دادند.







پازل ۱۵

● محدثه کشاورز اصلانی

جدول ۱ حالت مرتب شده پازل ۱۵ است. اما کاری که قرار است شما بکنید این است که یکی از حالت‌های نامرتب را با حرکت دادن قطعه‌ها به حالت مرتب اولیه در بیاورید؛ مثلاً حالت جدول ۲ را.

۷	۵	۴	۲
۶	۳	۱۱	۱۲
۱	۱۴	۸	
۹	۱۳	۱۵	۱۰

جدول ۲

بازی یک قانون هم بیشتر ندارد! حق ندارید قطعه‌ها را از روی جدول بردارید، بلکه فقط می‌توانید با لغزاندن آن‌ها در جای خالی جدول حرکتشان دهید. مثلاً در جدول ۲ قطعه‌های با شماره‌های ۱۰، ۱۲ و ۸ را می‌توانید در جای خالی بلغزانید. اما بقیه قطعه‌ها را نمی‌توانید از جایشان بلند کنید و در جای خالی بگذارید.

این بازی تک نفره بازی بسیار مشهوری است که در جهان به «پازل ۱۵» معروف است. در اوایل دهه ۱۸۷۰ شخصی به نام ساموئل لویس آن را معرفی کرد و به سرعت به یک بازی بسیار مشهور و سرگرم‌کننده تبدیل شد. مردم با این پازل گیر افتادند و داستان‌های عجیبی از کسانی نقل شد که برای چندین ساعت کارشان را فراموش کردند و مشغول هل دادن قطعه‌های پازل بودند تا بالاخره تکمیل شود.

برای انجام این بازی به یک صفحه مربعی ۱۶ خانه‌ای (۴ در ۴) احتیاج دارید. (برای درست کردن این صفحه می‌توانید روی کاغذ یک جدول ۴ در ۴ بکشید) ضمناً به ۱۵ مربع کاغذی با مقوایی کوچک که روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۱۵ نوشته شده باشد هم احتیاج دارید. این کاغذهای مربعی باید ابعادی به اندازه خانه‌های جدول ۱۶ تایی داشته باشند؛ مثل جدول ۱.

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵	

جدول ۱



حالا می بینیم که آقای لوید بسیار باهوش بود و از قبل حواسش بود که ۱۰۰۰ دلارش را از دست ندهد!
 حالا شما برای اینکه در بازی کردنتان گول آقای لوید را نخورید، می توانید بازی تان را این طور شروع کنید:

۱. قطعه ها را به ترتیب درست روی صفحه بچینید.

۲. از دوستان یا یکی از اعضای خانواده خواهش کنید، قطعه ها را فقط با لغزاندن روی صفحه (و نه بلند کردنشان) به هم بریزند. بهتر است حدود ۳۰ تا ۴۰ حرکت انجام دهد تا بازی خیلی ساده نباشد.

۳. پازل را بگیرید و شروع کنید به حل کردنش.
 در این حالت شما پازلی را حل می کنید که حتماً درست می شود. (چرا؟)

با چند تکه کاغذ پازلی را شروع کنید. فقط امیدوارم شما به سرنوشت آن داستان های عجیب رفتار نشوید. ☺

خب بازی را چطور شروع کنیم؟
 کمی بعد از همه گیر شدن بازی، آقای ساموئل لوید یک جایزه ۱۰۰۰ دلاری برای کسی تعیین کرد که بتواند یکی از حالت های خاص پازل را حل کند. خیلی ها شروع کردند و بیش از پیش از کار و زندگی شان عقب افتادند! تا اینکه در سال ۱۸۷۹ ریاضی دانی آن ها را نجات داد و ثابت کرد که دیگر لازم نیست برای حل پازل تلاش کنند، چون این حالت خاص پازل هیچ وقت حل نمی شود. طبق این نظریه، از بین حدود ۲۰ تریلیون حالت ممکن برای این پازل، تنها نصف آن ها قابل حل شدن هستند و نصف دیگر هیچ گاه حل نمی شوند و در نهایت به صورت جدول ۳ درمی آیند.

۱	۲	۳	۴
۵	۶	۷	۸
۹	۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۵	۱۴	

جدول ۳



پازل فکرنده ماکورو

محدثه کشاورز اصلانی
محمود داورزنی

اکنون بیایید با هم جدول (۱) را حل کنیم:

۱/ پر کردن
این خانه جدول خیلی
راحت است!

۲/ کامل کردن این
ستون هم همین طور!

	۱۳	۱۱	۲۶	۲۲
۲۵	۴		۸	
۱۰	۲۱		۵	۶
	۶	۱۱	۶	
۲		۱۵	۶	

۳/ وقتی قسمت دوم را انجام
دادیم و عدد ۳ را پیدا کردیم،
کامل کردن این ردیف هم راحت
است.

۴/ بعد از انجام مرحله
(۳)، حالا می توانیم این
ستون را به راحتی کامل
کنیم.

به همین ترتیب می توانیم پازل را کامل کنیم:

	۱۳	۱۱	۲۶	۲۲
۲۵	۴	۶	۸	۷
۱۰	۲۱	۳	۵	۷
۸	۶	۱۱	۶	۵
۲		۱۵	۶	۵

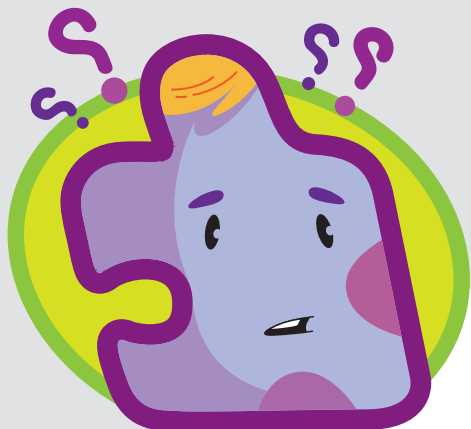
شکل این پازلها چیزی شبیه جدول زیر است:

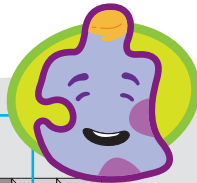
	۱۳	۱۱	۲۶	۲۲
۲۵	۴		۸	
۱۰	۲۱		۵	۶
	۶	۱۱	۶	
۲		۱۵	۶	

ماکورو ۱

قوانین حل این پازلها هم اینها هستند:

- بین اعداد ۱ تا ۹ هر عددی که بخواهید را می توانید در این جدول قرار دهید، به شرطی که:
 ۱. در هر سطر یا ستون، دو عدد برابر قرار نداشته باشند.
 ۲. مجموع اعدادی که در هر ردیف قرار می گیرند، برابر عددی است که در سمت چپ آنها نوشته شده.
 ۳. مجموع اعدادی که در هر ستون قرار می گیرند، برابر عددی است که در بالای آن ستون نوشته شده.





۱/ حالا می‌توانیم این ستون را تکمیل کنیم.

۲/ حالا این ردیف ۲ مربع دارد که باید جمعشان بشود ۱۷؛ چون $۱۷ = ۷ + ۱۰$ این دو عدد ۸ و ۹ هستند. با توجه به اینکه در ستون وسطی ۸ نمی‌تواند قرار بگیرد، جای ۸ و ۹ معلوم می‌شود.

۳/ حالا می‌توانیم این ستون را هم تکمیل کنیم.

۴/ و حالا برای تکمیل این ستون باید اعداد ۱ و ۳ را قرار دهیم. که چون ردیف پایینی مجموع ۳ دارد، قاعدتاً نباید ۳ را پایین بگذاریم.

		۴	۲۱		۱۳	۳	
	۱۱	۳	۸	۴			
	۴	۱	۳	۲۲			
			۱۰	۱۳	۱	۳	۹
		۱۲	۲۴	۷	۹	۸	۳
۴	۳	۱	۱۱	۹	۲		
۱۱	۹	۲	۳	۲	۱		

۴/ با معلوم شدن جای عدد ۸، این ستون را می‌توانیم تکمیل کنیم.

۵/ بعد از آن نوبت به تکمیل این ردیف می‌رسد.

		۴	۲۱		۱۳	۳	
	۱۱	۳	۸	۴	۳	۱	
	۴	۱	۳	۲۲	۱	۲	
			۱۰	۱۳	۱	۳	۹
		۱۲	۲۴	۷	۹	۸	۳
۴	۳	۱	۱۱	۹	۲		
۱۱	۹	۲	۳	۲	۱		

اکنون شما پازل‌های زیر را حل کنید:

		۲۳	۳۲	۲۲	۲۵		
	۱۳	۴		۳			
	۲۶		۹		۷		
	۱۷	۹	۳		۴		
	۲۳		۴	۸			
		۱۰	۶	۲			
	۲۶		۷		۹		
	۲۲		۶				۸

کاکورو ۶

		۲۳	۳۴	۳۸	۱۶		
	۲۲	۴	۷	۸	۳		
	۱۴		۳				
	۲۲	۸		۳	۶		
	۲۲	۶	۴		۵		
		۱۱	۳		۲	۱۱	
	۲۳	۲		۹			
			۶				۷

کاکورو ۷

		۱۳	۱۶			۱۸	
	۷	۴	۳	۱۶		۴	
	۱۷	۹					
	۱۲		۱۷				
	۳	۱۸	۵			۶	

کاکورو ۲

		۱۴			۲۱	۲۴	
	۴				۶		
			۷	۱۲		۸	
	۱۴					۳	
	۲۲	۴		۹			

کاکورو ۴

		۱۷	۲۲			۸	
	۲۴	۷				۳۱	
	۱۳		۷	۱۱		۶	
	۲۲	۳		۹			
			۴				

کاکورو ۵

البته جدول‌های کاکورو همیشه این قدر هم ساده نیستند؛ مثل این جدول:

		۴	۲۱		۱۳	۳	
	۱۱			۴			
	۴			۳			
				۲۲			
			۱۰	۱۳			
		۲۴					
	۱۲				۳		
۴				۱۱			
۱۱				۳			

کاکورو ۲

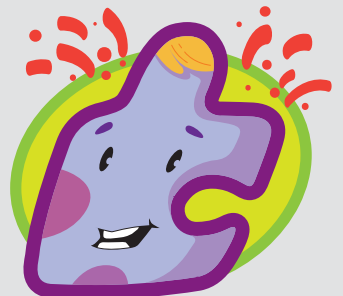
همان‌طور که می‌بینید، در این جدول هیچ عددی نوشته نشده است، به جز همان اعداد مجموع ردیف‌ها و ستون‌ها. باید نقطه شروع مناسبی را پیدا کنیم. احتمالاً اعداد کوچک، نقطه شروع مناسبی باشند. بیایید با هم این پازل را حل کنیم:

۱/ در این دو مربع قطعاً باید ۱ و ۳ قرار دهیم تا مجموع ۴ شود و قانون شماره ۱ هم نقض نشود. اما ۱ را در بالایی قرار دهیم یا در پایینی؟

		۴	۲۱		۱۳	۳	
	۱۱			۴			
	۴			۳			
				۲۲			
			۱۰	۱۳			
		۱۲	۲۴				
	۴				۳		
۱۱				۱۱			
				۳			

۲/ با توجه به این سطر، متوجه می‌شویم که اگر در مربع بالایی ۱ را قرار دهیم، اینجا مجبور به استفاده از عدد ۱۰ می‌شویم که مجاز نیست (فقط اعداد ۱ تا ۹). پس در مربع بالایی باید عدد ۳ قرار بگیرد.

۴/ در مورد این چند مربع هم می‌توانیم از این موضوع استفاده کنیم. در ستون سمت راستی، اگر ۱ را بالا بگذاریم، برای ردیف بالایی مجبوریم عدد ۱۰ را قرار بدهیم. پس برای به وجود نیامدن این مشکل، باید عدد بالایی ستون سمت راست را ۲ بگذاریم.





● سبا دهقان



روش بازی

هر بازیکن در نوبت خودش باید از روی یکی از مهره‌های خودش بپرد و دقیقاً روی یکی از مهره‌های حریف فرود

این بازی یک بازی دو نفره است. برای انجام آن به جدولی ۱۶ تایی (۴ در ۴) احتیاج دارید (که می‌توانید آن را روی یک کاغذ بکشید) و هشت لوبیا و هشت نخود.

صفحه بازی به شکل ۱ است.

●	●	●	●
●	●	●	●
●	●	●	●
●	●	●	●

شکل ۲

بیايد. در این حالت مهره‌ای که روی آن فرود آمده است، از بازی خارج می‌شود؛ مثلاً به صورت جدول ۲.

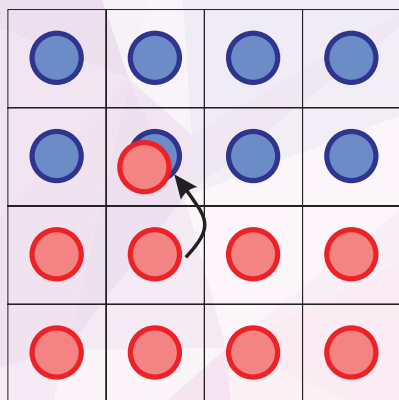
●	●	●	●
●	●	●	●
●	●	●	●
●	●	●	●

شکل ۱

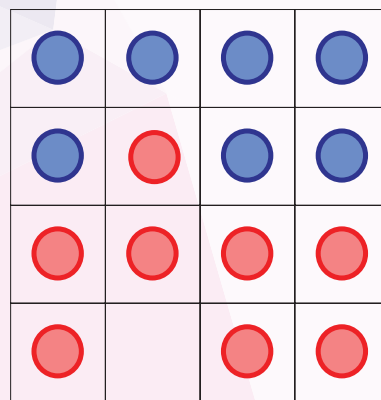
دو نفر مقابل هم می‌نشینند. لوبیاها مهره‌های یک بازیکن و نخودها مهره‌های نفر مقابل است.



- هر بازیکن در هر حرکت حتماً باید از روی یکی از مهره‌های خودش بپرد و نمی‌تواند بدون فاصله روی مهره‌های حریف برود. مثلاً حرکتی که از جدول ۴ می‌بینید، مجاز نیست.
- بعد از این حرکت یک مهره از صفحه خارج می‌شود و صفحه بازی به صورت جدول ۳ درمی‌آید.



شکل ۴



شکل ۳

پایان بازی

وقتی همه مهره‌های یکی از بازیکنان از بازی بیرون برود و یا مهره‌هایش به شکلی روی صفحه باشند که نتوانند یکی از حرکات مجاز را انجام دهند، بازی تمام شده است.

دقت کنید:

- بازیکنان حق ندارند مهره‌شان را در یکی از خانه‌های خالی جدول فرود بیاورند، بلکه حتماً باید روی یکی از مهره‌های حریف فرود بیاورند و آن مهره را از بازی خارج کنند.
- حرکات‌های اریب مجاز نیستند. بازیکنان فقط می‌توانند در جهت عمودی یا افقی حرکت کنند.



بازی ضلع و زاویه

● فاطمه درویشی

پروژه‌های جئوجبرایی!

اندازه زاویه محاطی برابر با نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است؛ یعنی:

داریم:

$$\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم، اندازه زاویه محاطی نصف اندازه زاویه مرکزی است.

حال می‌خواهیم با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا هم مطالب بالا را نمایش دهیم. بررسی دقیق‌تری روی آنچه در بالا گفته شد انجام دهیم و ببینیم آیا مطالب بالا کاملاً صحت دارد یا نه.

پروژه

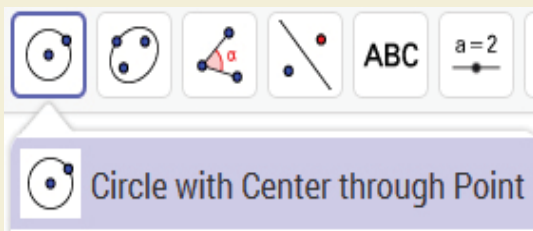
۱. با تایپ آدرس

«<http://www.geogebra.org/geometry>»

وارد محیطی از جئوجبرا شوید که مختص ترسیمات است.

۲. روی ابزار مخصوص رسم دایره کلیک کنید (تصویر ۳) و به‌وسیله آن یک دایره بکشید.

تصویر ۳



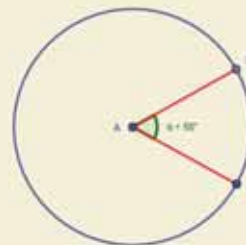
بچه‌های عزیز چقدر با زاویه‌های مرکزی و محاطی آشنا هستید و درباره اندازه‌های آن‌ها چه اطلاعاتی دارید؟ آیا اندازه این دو نوع زاویه هیچ ارتباطی با هم دارند؟

آشنایی با زاویه مرکزی

همان‌طور که در شکل می‌بینید، دایره‌ای به مرکز A داریم که دو نقطه B و C روی محیط آن هستند. زاویه BAC را که رأس آن مرکز دایره و اضلاع آن شعاع‌هایی از دایره هستند، زاویه مرکزی می‌نامند (تصویر ۱).

اندازه زاویه مرکزی برابر با اندازه کمان روبه‌رو آن است؛ یعنی:

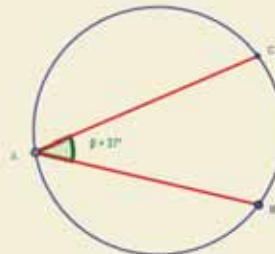
$$\widehat{BAC} = \widehat{BC}$$



تصویر ۱

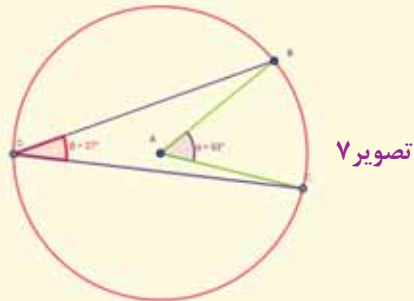
آشنایی با زاویه محاطی

همان‌طور که در شکل می‌بینید، سه نقطه A، B و C روی محیط دایره هستند. زاویه BAC را که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن دو وتر از دایره هستند، زاویه محاطی می‌نامند (تصویر ۲).



تصویر ۲

۶. برای رسم زاویه محاطی مانند مرحله ۳ یک نقطه روی دایره ایجاد و همانند آنچه در مرحله‌های ۴ و ۵ انجام دادید، عمل کنید تا تصویر ۷ به دست آید.

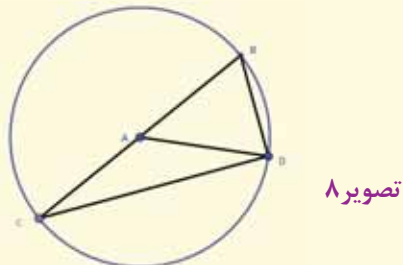


۷. مشاهده خواهید کرد که اندازه زاویه محاطی نصف اندازه زاویه مرکزی است. با جابه‌جایی نقاط روی دایره و به دست آوردن اندازه‌های متفاوت خواهید دید این رابطه همواره برقرار است.
 ۸. برای زیبایی پروژه خود در محیط جئوجبرا جست‌وجو و تنظیمات متفاوتی (مانند رنگ، سبک خط‌ها، و...) را روی شکل‌ها پیاده کنید.

تمرین

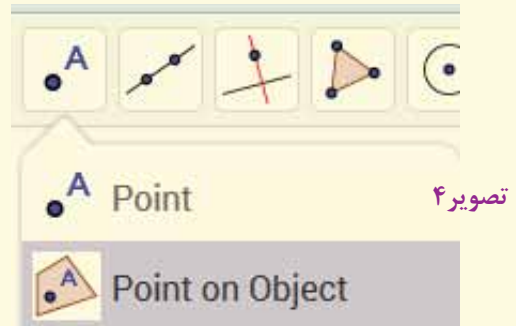
۱. تصویر ۸ را در جئوجبرا رسم کنید و توسط آن موارد زیر را نشان دهید:

- اندازه زاویه CAB (زاویه نیم‌صفحه) مساوی با 180° درجه است (علت آن را با استفاده از زاویه مرکزی بررسی کنید).
- در هر مثلث متساوی‌الساقین اندازه زاویه‌های پای ساق با هم برابر هستند. همچنین، زاویه قائمه تصویر را اندازه بگیرید و با استفاده از زاویه محاطی علت آن را بررسی کنید.
- ۲. توسط جئوجبرا نشان دهید، مجموع زوایای روبه‌رو به هم در یک چهارضلعی محاط شده در دایره، یعنی چهارضلعی‌ای که هر چهار رأس آن روی دایره است، برابر با 180° درجه است و با استفاده از خاصیت زاویه محاطی آن را بررسی کنیم.

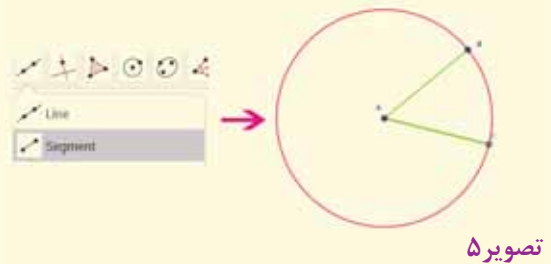


از خانم زهره پندی که در آماده‌سازی این مطلب همکاری کردند سپاسگزارم.

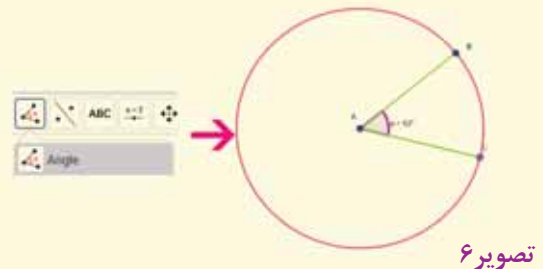
۳. با استفاده از ابزار «Point of Object» (درج نقطه روی شکل) یک نقطه روی محیط دایره درج کنید (تصویر ۴)



۴. توسط گزینه «Segment» (پاره‌خط) یک زاویه مرکزی رسم کنید (مانند آنچه در تصویر ۵ می‌بینید).



۵. روی گزینه «Angle» کلیک کنید و سپس به ترتیب نقاط C, A و B را انتخاب کنید. انتخاب نقاط باید خلاف جهت عقربه‌های ساعت صورت گیرد؛ یعنی ابتدا نقطه C و سپس نقطه B (تصویر ۶).

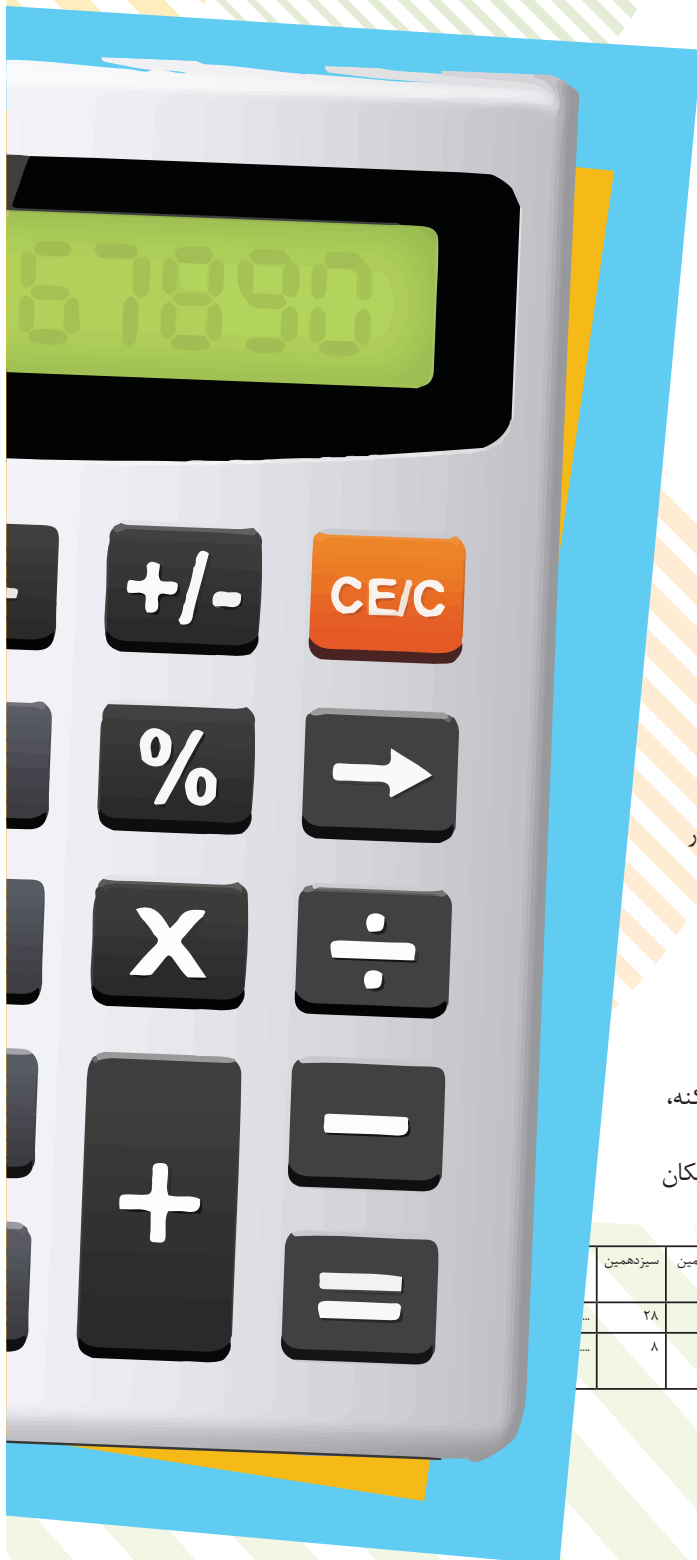


حالا شما یک زاویه مرکزی دارید که اندازه آن توسط جئوجبرا مشخص شده است. با انتخاب می‌توانید نقاط B و C را روی دایره جابه‌جا کنید و زوایای متفاوتی به دست آورید.



یکان اع

ماشین حساب دوست داشتنی من



آن موقع که من بچه تر بودم، توی همه خانه ها ماشین حساب نبود. اگر هم بود، توی خانه و مدرسه خیلی اجازه استفاده از آن داده نمی شد. ما باید همه محاسبات را با همان شیوه سنتی قلم و کاغذ انجام می دادیم. برای همین اگر یک وقت ماشین حساب می آمد دستم، با کلی هیجان شروع می کردم به وارد کردن اعداد و اعمال که البته محدود می شد به جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و منتظر نتایج عجیب این محاسبات بودم... الان خب اوضاع خیلی برای شما بچه ها فرق کرده است و دسترسی به ماشین حساب شده مثل آب خوردن. برای همین می خواهم توی هر قسمت با عنوان «ماشین حساب دوست داشتنی من» نتایج جالبی را که می توانید با ماشین حساب، خودتان به دست بیاورید، برای شما عزیزانم بیاورم. البته دوست دارم که شما هم در مورد چرایی این نتایج بیشتر فکر کنید و اگر دلایلی برای درستی یا نادرستی ایده هایی که مطرح می شوند دارید، برای ما بفرستید.

با آرزوی شادی برای شما

در ادامه آزمایش هایی که با ماشین حساب انجام دادیم، این بار هم می خواهیم یک کار هیجان انگیز بکنیم!

یک عدد به ماشین حساب وارد کنید؛ مثل ۴.

بعد آن را به علاوه ۲ کنید: $4+2=6$

دوباره جواب رو با ۲ جمع کنید: $6+2=8$

و این کار رو چندین و چند بار تکرار کنید...

چیزهای جالبی در مورد این اعداد می شه کشف کرد، اما...

یکی از چیزهایی که توجه من رو به خودش جلب می کنه،

یکان های عددهای تولید شده است.

یک بار دیگه عددهایی که ماشین حساب تولید می کنه و یکان

اون ها رو با هم ببینیم:

شماره اعداد	اولین	دومین	سومین	چهارمین	پنجمین	ششمین	هفتمین	هشتمین	نهمین	دهمین	یازدهمین	دوازدهمین	سیزدهمین
عدد	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶	۲۸
یکان عدد	۴	۶	۸	۰	۲	۴	۶	۸	۰	۲	۴	۶	۸



عداد را بگو!

شراره تقی دستجردی

سؤال اول: بچه‌ها، شما بدون اینکه از ماشین حساب استفاده کنید و یا اینکه جمع بزنید، می‌تونید بگید توی جدول دو تا عدد بعدی چه اعدادی هستند و یکان‌هاشون چند است؟
بله درسته. عدد بعد از ۲۸، عدد ۳۰ است با یکان ۰ و عدد بعدی ۳۲ است با یکان ۲.
جالبه مگه نه؟! همین‌طور اعداد ۴، ۶، ۸، ۰ و ۲ دارند تکرار می‌شوند.

سؤال دوم: خوب حالا که این الگو رو پیدا کردید سریع به من بگید ببینم، یکان پنجمین عدد جدول چند می‌شه؟
آفرین! درسته! عدد پنجم جدول، ۱۲ است که یکان آن ۲ می‌شه.

سؤال سوم: حالا سریع بگید ببینم، یکان عدد دهم جدول چند است؟
بله، درسته! عدد دهم جدول ۲۲ است که یکان آن هم ۲ می‌شه.

سؤال چهارم: بچه‌ها یکان پانزدهمین عدد جدول چه عددی می‌شه؟
بله، آفرین! همون‌طور که در سؤال اول گفتیم، پانزدهمین عدد ۳۲ است که یکان آن هم ۲ می‌شه.

سؤال پنجم: خب فکر کنم شما هم تا الان به کشف بزرگ من رسیدین و احتمالاً می‌تونید بدون اینکه اعداد رو در جدول اضافه کنید، خیلی سریع بگید که یکان بیستمین عدد جدول چند می‌شه. خیلی خوبه. من می‌دونستم که شما می‌تونید به راحتی جواب بدید. بله باز هم عدد ۲.

یکان‌های اعداد، پنجم، دهم، پانزدهم، بیستم، بیست و پنجم، سی‌ام و... همگی ۲ است.
بچه‌های خوب، سؤال‌هایی که می‌شه در مورد این جدول پرسید، زیاد هستند. اما من فعلاً تا همین جا تمامش می‌کنم و در یادداشت بعدی، سؤال‌های دیگری رو مطرح می‌کنم.
خیلی خوش‌حال می‌شم که الگوهای جالبی رو که در جدول کشف می‌کنید، برای ما هم بفرستید تا با نام شما روی سایت مجله بذاریم.





پاسخ کی می تونه حل کنه؟! آمنه ابراهیم زاده طاری

۱ پاسخ: ۸، ۱۶، ۳۲ و ۶۴

۲ پاسخ: ۱۴

راه حل: تقسیم مدادشمعی ها بین جعبه ها به یکی از شکل های زیر است:

- آبی / سبز، قرمز، زرد - سبز / آبی، قرمز، زرد
- قرمز / آبی، سبز، زرد - زرد / آبی، قرمز، سبز
- آبی، سبز / زرد، قرمز - آبی، زرد / سبز، قرمز
- آبی، قرمز / زرد، سبز

این ها شدند هفت حالت، ولی دو جعبه چپ و راست با هم فرق دارند. پس در هر یک از حالت های بالا، می توانیم جای جعبه ها را عوض کنیم و به یک حالت جدید برسیم.

۳ پاسخ: ۵ تا.

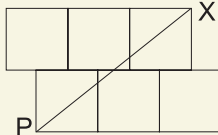
راه حل: شادی حتماً دست کم یک سنگ از هر رنگ خریده است. پس می توانیم از هر رنگ یکی را کنار بگذاریم. قیمت این سه سنگ با هم ۸ هزار تومان است. در این صورت، به جز این سه سنگ، او هفت سنگ به ارزش ۱۰ هزار تومان خریده است. امکان ندارد دو تا از این هفت سنگ نقره ای باشند. چون

در آن صورت ارزش این دو سنگ به تنهایی ۱۰ هزار تومان می شود.

• امکان ندارد یکی از این هفت سنگ نقره ای باشد. چون در آن صورت ارزش این سنگ و شش سنگ دیگر بیشتر از ۱۰ هزار تومان می شود. پس بین این هفت سنگ، هیچ کدام نقره ای نیست. اگر تمام این سنگ ها قرمز باشند، قیمت آن ها ۷ هزار تومان می شود که کمتر از ۱۰ هزار تومان است. اگر به جای یک سنگ قرمز، یک سنگ آبی بگذاریم، قیمت هزار تومان بیشتر می شود. پس برای اینکه به ۱۰ هزار تومان برسیم، باید به جای سه تا از هفت سنگ، سنگ آبی بگذاریم. پس بین این هفت سنگ، سه تا آبی و چهار تا قرمز است. یک سنگ قرمز را هم اول کار کنار گذاشته بودیم، پس شادی کلاً ۵ سنگ قرمز خریده است.

۴ پاسخ: نقطه X

راه حل: خطی که از P رسم می کنیم، مربع بالایی را قطع نمی کند و مربع بالایی کاملاً در یک طرف خط قرار می گیرد. پس می توانیم مربع بالایی را قبل از کشیدن خط، مانند شکل زیر جابه جا کنیم و آن را به سمت چپ ردیف دوم انتقال دهیم. در این صورت به راحتی دیده می شود که خط مورد نظرمان از نقطه X می گذرد.



پاسخ پازلی فکر کنید

از صفحه ۲۵ مجله

کاکورو ۶ کاکورو ۷

	۲۳	۳۴	۳۸	۱۶	
۲۲	۴	۷	۸	۳	
۱۴	۵	۳	۴	۲	
۲۲	۸	۵	۳	۶	
۲۲	۶	۴	۷	۵	
	۱۱	۳	۱	۲	۱۱
۲۳	۲	۸	۹	۴	
۲۷	۹	۶	۵	۷	

	۲۳	۳۲	۳۲	۲۵	
۱۳	۴	۱	۳	۵	
۲۶	۸	۹	۲	۷	
۱۷	۹	۳	۱	۴	
۲۳	۲	۴	۸	۹	
	۱۰	۶	۲	۴	۱۰
۲۶	۷	۸	۹	۲	
۲۲	۳	۶	۵	۸	

کاکورو ۳

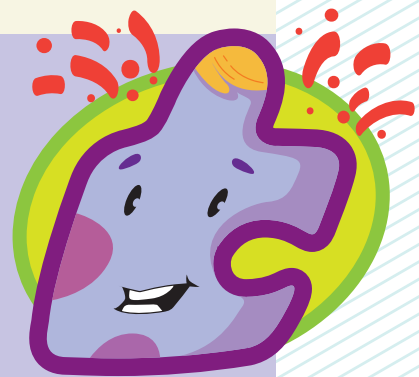
	۱۳	۱۶		۱۸	
۷	۴	۳	۱۶	۴	
۱۷	۹	۲	۱	۵	
۱۲	۹	۱۷	۶	۸	۳
۳	۱۸	۵	۷	۶	

کاکورو ۵

	۱۷	۲۲	۳	۸	
۲۴	۷	۹	۸	۲۱	
۱۳	۶	۷	۱۲	۶	
۲۲	۳	۲	۹	۸	
۱۵	۱	۴	۳	۷	

کاکورو ۴

۷	۱۴		۲۱	۲۴	
۴	۳	۱۳	۶	۷	
۳	۲	۷	۱۲	۴	۸
۱۴	۵	۴	۲	۳	
۲۲	۴	۳	۹	۶	





ریاضی دلیزیر با عمو ریاضی اعداد بنوع

● هوشنگ شرقی

نوشته‌اند و وقتی کارشان تمام شد، گفتیم: «حالا مقلوب عددی رو که انتخاب کردید، زیر اون بنویسید. مقلوب یک عدد، عددیه که از برعکس کردن جای رقم‌های اون به دست می‌یاد. مثلاً اگه عدد ۳۵۸۱۲ رو انتخاب کردین، مقلوبش می‌شه: ۲۱۸۵۳» بچه‌ها که با توضیح من متوجه موضوع شده بودند، شروع به نوشتن کردند که یکدفعه صدای **سهراب** بلند شد: «عمو ببخشید، اگه رقم یکان عدد من صفر باشد، مثلاً عدد ۲۳۵۸۰ باشه، اون وقت مقلوبش چی می‌شه؟!» من گفتم: «خُب می‌دونید که رقم صفر در سمت چپ بی‌ارزشه، پس مقلوبش در واقع یه عدد چهاررقمی می‌شه. یعنی عدد تو می‌شه: ۸۵۳۲، درسته؟» او پس از تأیید حرفم سرش را پایین انداخت و کارش را ادامه داد. کمی بعد گفتم: «حالا اگه کارتون تموم شده، از این دو

باز هم شئی دیگر، مهمانی دیگر و من بودم و بچه‌ها که از من نمایش می‌خواستند. رو به آن‌ها که دورم جمع شده بودند، گفتم: «امشب می‌خوام همه‌تون رو تو بازی شرکت بدم!» رضا گفت: «پس باید خیلی هیجان‌انگیز باشه!» من ادامه دادم: «البته، خواهید دید که خیلی جالبه» و با کمی مکث گفتم: «همه‌تون یه ورق کاغذ و یه خودکار آماده کنید.» کمی بعد هر کدام از بچه‌ها با یک برگ کاغذ و یک خودکار در دست آماده بودند. پس رو به آن‌ها گفتم: «هر کس یه عدد پنج رقمی دلخواه روی کاغذش بنویسه. فقط تمام رقم‌های عددتون یکسان نباشن. مثلاً عدد ۲۲۲۲۲ رو انتخاب نکنید. یعنی تو پیغمبرا **جرجیس** رو انتخاب نکنید! البته عددتون می‌تونه دو تا یا سه تا از رقم‌هاش تکراری باشه.» بچه‌ها به سرعت عددهایشان را انتخاب کردند و روی کاغذ



عدد، عدد بزرگتر رو از عدد کوچکتر کم کنید و تفاضلشون رو به دست بیارید.»

رضا فریاد زد: «عمو می‌تونیم از ماشین حساب استفاده کنیم؟»
گفتم: «آره اگه تبدیلی تون می‌یاد دو تا عدد پنج رقمی رو از هم تفریق کنید، می‌تونید از ماشین حساب هم استفاده کنید؛ البته اگه طرز کارشو بلد باشید!»

همه خندیدیم و کمی بعد بچه‌ها کارشان تمام شده بود. گفتم: «حالا هرکس، دور یکی از رقم‌های عدد حاصل از تفریق، به دلخواه یه دایره بکشه و اون رقم رو این‌جوری از بقیه جدا کنه. انتخاب این عدد هم دست خودتونه.»

همه این کار را کردند. بعد گفتم: «خُب حالا نوبت منه!» و از علی که جلوتر از همه نشسته بود خواستم، همه رقم‌های عدد حاصل از تفریق را، به جز رقمی که دور آن دایره کشیده است، به من بگوید و او گفت: «هشت، نه، صفر و دو.»

من بلافاصله گفتم: «عددی که دورش دایره کشیدی، هشته؟» او با تعجب گفت: «آره، از کجا فهمیدید؟! بعد رو به رضا گفتم: «تو بگو رقم‌های عدد آخرت که دورشون خط نکشیدی...»

و رضا گفت: «پنج، چهار، سه، دو.»

من گفتم: «اون یکی هم چهاره، درسته؟»

او هم با تعجب گفت: «درسته!»

از دخترم ترانه که پرسیدم، گفت: «پنج و چهار و هفت و دو»

و من گفتم: «رقم آخر، صفره؟» و او گفت: «نه بابا!»

من فوری گفتم: «پس نه؟» و او گفت: «بله درسته!»

به همین ترتیب توانستم رقم‌های چند نفر دیگر را هم حدس بزنم. چند تا از بچه‌ها که هیجان‌زده شده بودند گفتند: «عمو راهش چیه، برامون بگو!»

گفتم: «باشه می‌گم. ببینید بچه‌ها، یکی از راه‌های برخورد با یک مسئله، کوچک کردن اونه.»

سهراب گفت: «یعنی مثلاً بیایم با یه عدد کوچک‌تر، مثلاً دورقمی همین کارو بکنیم؟» گفتم: «آفرین، درست گفتی! یه عدد دورقمی را از مقلوبش کم کن و این کار رو با چند عدد دیگه امتحان کنید.»

بچه‌ها مشغول شدند و دوباره سهراب گفت: «مثلاً بیست و چهار، مقلوبش چهل و دو می‌شه و $42 - 24 = 18$ ، یا اینکه $51 - 15 = 36$ و...»

بهزاد ادامه داد: «همه این تفریق‌ها، بر عدد ۹ بخش‌پذیرن.»
گفتم: «آفرین! درست حدس زدی. در حالت کلی هم این رو می‌شه ثابت کرد. می‌دونید که مقدار هر عدد دو رقمی برابره با ده برابر رقم دهگان به اضافه رقم یکان. مثلاً ۳۶ برابره با سه تا ده به اضافه شش تا یک. بعد روی تخته وایت‌بردی که رو دیوار نصب شده بود، نوشتم:

$$\overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{ba} = 10b + a$$

و توضیح دادم که منظورم از $\overline{ab}$ عددی دو رقمی است که رقم دهگان آن a و رقم یکان آن b است و نه $a \times b$. بعد ادامه دادم: «حالا فرض می‌کنیم عدد بزرگ‌تر $\overline{ab}$ باشد، پس داریم:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a)$$

$$= 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9(a - b)$$



شما جدا کردن پیدا کنم! به همین سادگی!
 مثلاً وقتی علی چهار عددش رو گفت: «هشت، نه، صفر و دو،
 من اون‌ها رو با هم جمع کردم: $۱۹ = ۲ + ۹ + ۰ + ۸$. اولین عدد
 مضرب نه بعد از ۱۹ چیه؟» بچه‌ها گفتند: «۲۷» و من گفتم:
 «۲۷ منهای ۱۹ می‌شه هشت و این همون عددی بود که علی
 دورش خط کشیده بود!»

سهراب پرسید: «پس چرا در مورد ترانه اشتباه کردید؟»
 گفتم: «آهان، نکته خوبی بود! فقط یه مشکل هست. اگه مثل
 ترانه، عددهایی که اعلام می‌کنین، مجموعشون، خودش مضرب
 نه باشه در این صورت رقم آخر می‌تونه صفر یا نه باشه که من
 شانس یکی شون رو می‌گم. اگه درست بود که هیچ، وگرنه اون
 یکی جوابه!»

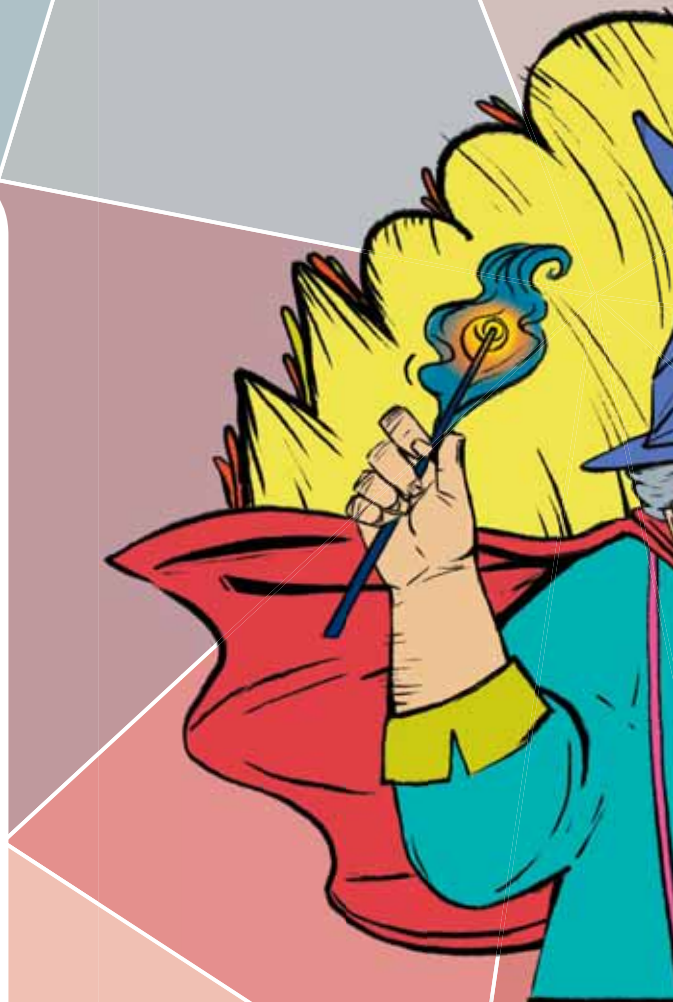
بچه‌ها راضی از این بازی که منطق ریاضی آن را هم فهمیده
 بودند، مشغول امتحان کردن عددهای مشابه شدند. همین
 موقع دوباره سهراب گفت: «عمو در مورد تاریخچه این موضوع
 هم بگید، درست مثل دفعه‌های قبل» و من توضیح دادم:

تاریخچه موضوع

دیوفانتوس، ریاضی‌دان یونانی قرن سوم قبل از میلاد، در
 زمینه مباحث نظریه اعداد کارهای قابل توجهی انجام داد و
 مسائلی شبیه این را برای نخستین بار مطرح کرد. در کارهای
 ریاضی‌دانان ایرانی، همچون **خوارزمی** و **جمشید**
کاشانی نیز در زمینه ویژگی اعداد و مقلوب آن‌ها مطالب و
 مسائلی دیده می‌شود، اما این سرگرمی را به‌طور خاص برای
 نخستین بار، **مارتین گاردنر**، ریاضی‌دان معاصر آمریکایی، در
 یکی از کتاب‌هایش مطرح کرد.

داستان ادامه دار!

قبل از آنکه بچه‌ها پراکنده شوند، به آن‌ها گفتم: «می‌خوام
 یه تحقیق در مورد همین تفاضل عددهای سه رقمی بکنید و
 ببینید چه ویژگی‌هایی داره. سعی کنید یه سرگرمی از توی این
 موضوع دربیارید. دفعه بعد نوبت یکی از شماست که به جای
 من برنامه رو شروع کنه!»
 با صدای خوش دعوت صاحب‌خانه به شام، همگی رو به اتاق
 پذیرایی هجوم بردیم!



و می‌بینید که این حاصل همیشه مضرب نهه!
 در حالت کلی هم این موضوع درسته و می‌شه ثابت کرد
 که تفاضل هر عدد از مقلوب اون همیشه مضرب نهه و بر نه
 بخش پذیره. حالا بگید، چه عددی بر نه بخش پذیره؟»
 رضا فوری گفت: «عددی که مجموع رقم‌هایش به نه بخش پذیر
 باشه!» گفتم: «کاملاً درسته من از شما خواستم که یه عدد پنج
 رقمی رو از مقلوبش کم کنید که حاصل یه عدد پنج رقمی و
 گاهی چهاررقمی می‌شه. این عدد مضرب نهه، پس مجموع
 رقم‌هایش مضرب نهه. من همه رقم‌های این عدد رو به جز یکی،
 از شما پرسیدم. بعد هم توی ذهنم اونا رو با هم جمع می‌کردم.
 حالا کافی بود اولین عدد مضرب نه بعد از این مجموع رو در
 نظر بگیریم و اون رو از این مجموع کم کنیم، تا عددی رو که



خانواده جغد ها چاق و جغد های لاغر

هدی ماهور



۲. روی پارچه ها را به سمت هم قرار دهید. ابتدا یکی از شعاع های قطاع بزرگ تر را به یکی از شعاع های قطاع کوچک تر بدوزید. سپس همین کار را برای دو شعاع دیگر دو قطاع انجام دهید.



برای ساخت یک خانواده جغد، به مقداری پارچه رنگی، قیچی و نخ و سوزن، مقوا، پنبه با الیاف مصنوعی و چند دکمه سیاه احتیاج دارید. اگر از دو رنگ پارچه استفاده کنید، جغدهای زیباتری خواهید داشت. مراحل ساخت یک جغد نه چندان چاق و نه چندان لاغر در ادامه آمده است:



۳. پارچه دوخته شده را برگردانید. حالا یک مخروط دارید از دو رنگ پارچه.



۱. ابتدا روی هر دو پارچه بخشی از یک دایره به شعاع ۲۰ سانتی متر را رسم کنید؛ روی یکی از پارچه ها قطاعی با زاویه ۸۰ و روی پارچه دیگر قطاعی با زاویه ۴۰ درجه بکشید.



۴. مخروط را طوری قرار دهید که قطاع کوچک تر در جلو قرار گیرد و دو طرفش به مقدار برابر از پارچه رنگ دیگر دیده شود. کمی از بالای مخروط را تا کنید و نوک آن را به پارچه جلویی کوک بزنید. حالا سر جغد شما درست شده است. می توانید در همین مرحله چشم های جغدتان را هم بدوزید.



۷. روی مقوا دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر و روی پارچه دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر ببرید. دایره مقوایی را وسط دایره پارچه‌ای بگذارید، دور تا دور پارچه را کوک‌های درشت بزنید و مانند مرحله ۶، قبل از گره زدن نخ را بکشید تا دایره پارچه‌ای دور تا دور مقوا را بگیرد.



۸. حالا فقط باید دایره درست شده از مرحله قبل را به پایین بدن جغدتان وصل کنید. جغدتان آماده است!



قرار بود خانواده‌ای از جغدها بسازیم، نه فقط یکی. برای ساختن جغدهای دیگر، مراحل بالا را تکرار کنید. فقط در مرحله ۱، زاویه قطعه‌ها را تغییر دهید. با این کار، مخروط‌های متفاوتی به دست می‌آورید. این مخروط‌های متفاوت، چاقی و لاغری جغدهایتان را تغییر می‌دهند. برای درست کردن جغدهای لاغر، از زاویه‌های کمتر استفاده کنید و برای درست کردن جغدهای چاق، از زاویه‌های بزرگ‌تر.

راستی با تغییر زاویه‌ها، قد جغدها هم کمی تغییر می‌کند، ولی نه آن قدر زیاد که به چشم بیاید. پس اگر می‌خواهید جغدهای قدبلندتری داشته باشید، بد نیست که شعاع قطعه‌ها را هم تغییر دهید.



۵. داخل شکم جغد را از پنبه یا الیاف مصنوعی پر کنید. بعد با نخ و سوزن، دور تا دور پایین جغد را کوک بزنید. لازم نیست کوک‌ها خیلی ریز باشند.



۶. قبل از گره زدن نخ، تا جایی که می‌توانید نخ را بکشید تا شکم جغد کاملاً بسته شود و پنبه‌ها از داخل شکم خارج نشوند. حالا باید نخ را گره بزنید.





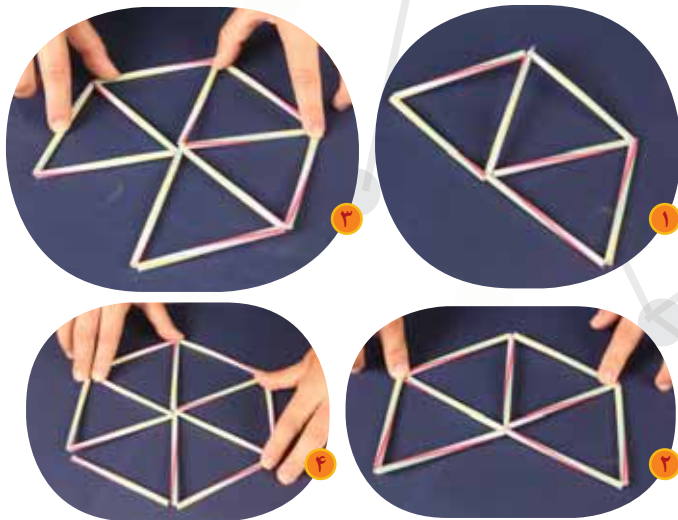
چندوجهی‌های

محبوبه رمضانی
حمید قراکوزلی

منتظم

دست‌سازه‌های ریاضی

یک زاویه تمام صفحه. وجه تسمیه زاویه 360° نیز از این جهت است این مسئله به ما خاطر نشان می‌کند که برای داشتن یک کنج، زاویه ایجاد شده در آن باید کمتر از 360° باشد. تعدادی مثلث متساوی‌الاضلاع با استفاده از کاغذ و یا کش و نی به صورت‌های زیر تهیه کنید:



در حالت (۱) در نقطه A، مجموع زوایا 180° است که نسبت به زاویه تمام صفحه 180° درجه کمتر است و با بستن آن یک کنج خواهیم داشت.

در حالت‌های (۲) و (۳) نیز، مجموع زوایا در نقطه A کمتر از 360° درجه است که با بستن زاویه باقی‌مانده، کنج ایجاد می‌شود. ولی در حالت (۴) در نقطه A مجموع زوایا 360° است؛ یعنی یک زاویه تمام صفحه که ایجاد کنج نمی‌کند.

پس در هر کنج می‌توان ۳ یا ۴ یا ۵ مثلث متساوی‌الاضلاع داشته باشیم.

همه شما چند وجهی‌های منتظم را می‌شناسید. منتظم بودن یک چندضلعی از برابر بودن عناصر سازنده آن، یعنی زوایا و اضلاع نتیجه می‌شود. حال می‌خواهیم با استفاده از چندضلعی‌های منتظم، با ابزار ساده کش و نی چندوجهی بسازیم.

اما چه تعریفی برای چندوجهی منتظم داریم؟ چندوجهی شکلی فضایی است که هر وجه آن یک چندضلعی منتظم باشد. همه وجه‌های آن با هم برابرند و در هر رأس آن، تعدادی مساوی از وجه‌ها و ضلع‌ها به هم می‌رسند. برای مثال، مکعب یک شش‌وجهی منتظم است، به طوری که شش وجه آن مربع‌هایی هم‌اندازه هستند.

با این تعریف اگر قرار باشد یک چندوجهی منتظم بسازیم، هر یک از وجه‌های آن باید یک چندضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع، پنج‌ضلعی منتظم، شش‌ضلعی منتظم و...) باشد. حال باید این موضوع را بررسی کنیم که آیا چندوجهی منتظم را که هر وجه آن یکی از شکل‌های فوق باشد می‌توان ساخت؟ برای بررسی این مطلب، از کنج‌های چندوجهی شروع می‌کنیم.

برای ساختن یک کنج، حداقل چند صفحه لازم است؟

به کنج‌های اتاقی که در آن هستید، نگاه کنید. حداقل سه صفحه لازم است.

یک سؤال دیگر: حداکثر چند صفحه می‌توانند یک کنج را ایجاد کنند؟

برای پاسخ به این سؤال باید گفت: بستگی به زوایایی دارد که یک کنج را ایجاد می‌کنند. اجازه دهید مسئله را کمی بازتر کنیم.

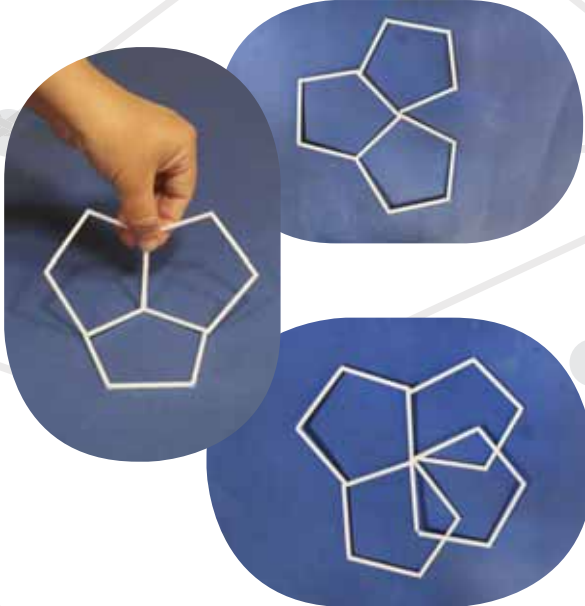
اگر از یک نقطه در صفحه نیم‌خط‌هایی خارج شود، مجموع زوایایی که این نیم‌خط‌ها با هم دارند، 360° درجه است؛ یعنی



حال به سراغ پنج ضلعی منتظم می‌رویم که هر زاویه داخلی آن ۱۰۸ درجه است.

اگر بخواهیم با توجه به مطالب فوق، کنج‌هایی با پنج ضلعی منتظم بسازیم، در هر کنج فقط ۳ پنج ضلعی قرار می‌گیرد:

$$3 \times 108 = 324$$



چیدمان ۴ پنج ضلعی یا بیشتر، در هر کنج باعث ایجاد زاویه بزرگ‌تر از ۳۶۰ خواهد شد؛ یعنی کنجی نخواهیم داشت. تنها چندوجهی ایجاد شده با پنج ضلعی‌های منتظم یک ۱۲ وجهی منتظم است.

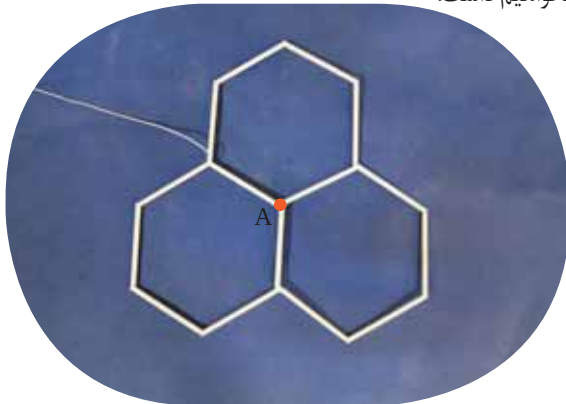
به نظر شما در شش ضلعی منتظم اوضاع چگونه است؟ هر زاویه داخلی شش ضلعی منتظم ۱۲۰ است. چیدمان ۳ شش ضلعی منتظم به صورت زیر است:

$$3 \times 120 = 360$$

می‌بینید در نقطه A یک زاویه تمام صفحه داریم که ایجاد کنج نمی‌کند.

پس کار ما برای ایجاد کنج با چندضلعی‌های منتظم خاتمه می‌یابد، چون با بالا رفتن تعداد اضلاع، اندازه زوایا بیشتر می‌شود.

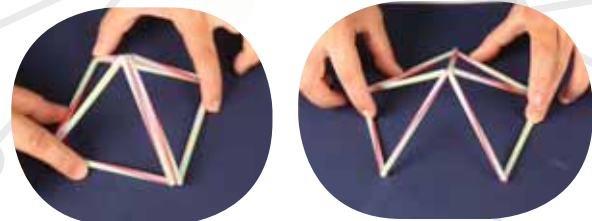
بنابراین کنج‌هایی متشکل از شش ضلعی، هفت ضلعی یا بالاتر نخواهیم داشت.



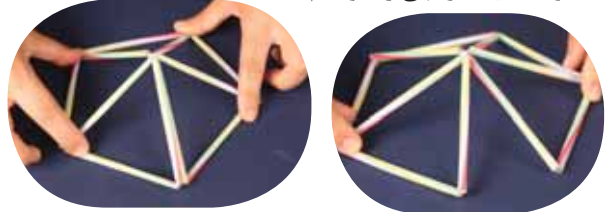
۱. سه مثلث متساوی الاضلاع، در نتیجه: زاویه کنج $3 \times 60 = 180$ ؛ یعنی یک چهاروجهی ایجاد می‌شود.



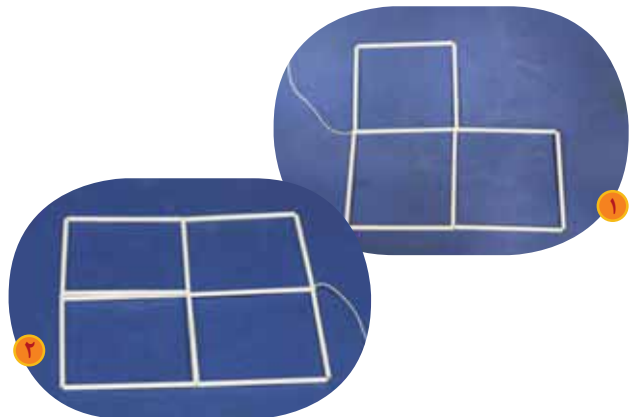
۲. چهار مثلث متساوی الاضلاع، در نتیجه: زاویه کنج $4 \times 60 = 240$ ؛ در یک هشت‌وجهی ایجاد می‌شود.



۳. پنج مثلث متساوی الاضلاع، در نتیجه: زاویه کنج $5 \times 60 = 300$ ؛ و یک بیست‌وجهی را خواهیم داشت.



تعدادی مربع تهیه کنید و به صورت‌های زیر کنار هم بگذارید:



در حالت (۱) در نقطه A زاویه ایجاد شده $3 \times 90 = 270$ است که از زاویه تمام صفحه ۹۰ درجه کمتر است. بنابراین با بستن آن یک کنج خواهیم داشت. ولی در حالت (۲) زاویه ایجاد شده در نقطه A $4 \times 90 = 360$ است که کنجی را ایجاد نمی‌کند. پس با داشتن مربع، کنج‌هایی سه مربعی خواهیم داشت که یک شش‌وجهی منتظم یا همان مکعب را تشکیل می‌دهند.

جعبه های جبری

• زهرا صباغی

دوستان عزیز برای تمرین بیشتر عبارتهای جبری می توانید به سایت «www.topmarks.co.uk» مراجعه کنید. در بالای صفحه روی «learning games» کلیک کنید. سپس گروه سنی ۱۱ تا ۱۴ سال را برگزینید و بعد از آن روی «Algebra» کلیک کنید. در این قسمت دو بازی وجود دارد:

۱) Alegbra Smash

در این بازی شما باید جمع عبارتهای جبری دو جعبه زیرین را به دست آورید و روی آنها قرار دهید. در مراحل بالاتر مسائل سخت تر می شوند.

۲) Substitution Grids

این قسمت تمرینی برای محاسبه عبارتهای جبری است. شما باید عبارتهای جبری را براساس مقدار داده شده محاسبه کنید و با کلیک روی آنها جواب خود را چک کنید.

