بسم الله الرحمن الرحیم

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

۱۲۲

رشد آموزش ریاضی

دورهٔ سی و سوم، شمارهٔ ۲، زمستان ۱۳۹۴

فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی

● نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶. صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵ ● تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۴) ● نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ ● وبگاه: www.roshdmag.ir
● پیام‌نگار: riyazi@roshdmag.ir ● پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۳ ● :roshdmag ● تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ ● کد مدیرمسئول: ۱۰۲ ● کد دفتر مجله: ۱۱۳
● کد امور مشترکین: ۱۱۴ ● نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱ ● تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ – ۷۷۳۳۶۶۵۵ ● چاپ: شرکت افست (سهامی عام) ● شمارگان: ۶۰۰۰

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی، نوشته‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به‌ویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

● مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود. ● شکل قرار گرفتن جدول‌ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیهٔ مطلب نیز مشخص شود.
● نثر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت شود. ● برای ترجمهٔ مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمهٔ یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمهٔ ارائه شده، سفارش ترجمه به فرستندهٔ مقاله داده خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می‌تواند سفارش ترجمهٔ مقاله را به مترجم دیگری بدهد. ● در متن‌های ارسالی تا حد امکان از معادل‌های فارسی واژه‌ها و اصطلاحات استفاده شود. ● پی‌نوشت‌ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شمارهٔ صفحهٔ مورد استفاده باشد. ● چکیده‌ای از اثر و مقالهٔ ارسال‌شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
● در مقاله‌های تحقیقی یا توصیفی، واژه‌های کلیدی در انتهای چکیده، ذکر شود. همچنین: ● مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله‌های رسیده مجاز است. ● مطالب مندرج در مجله، الزاماً مبین نظر دفتر انتشارات کمک‌آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ‌گویی به پرسش‌های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است. ● مقاله‌های دریافتی در صورت پذیرش یا رد، بازگشت داده نمی‌شود.

زهرا گویا

عقل سلیم یا خرد جمعی:
ادراک پذیرفته شده همگانی

اخیراً معلمان ریاضی، با رویکرد جدیدی در تولید منابع آموزشی ریاضی با عنوان «خردِ جمعی» آشنا شده‌اند که ظاهراً منظور از این رویکرد، مشارکت در تولید یک اثر است. از این منظر، مناسبتی است تا کمی جدی‌تر، به معنا و مفهوم «خردِ جمعی» بپردازیم.

به گفته هاوســون (۱۳۸۶)، «خردِ جمعی» یا «عقل سلیم»، به‌معنای «درک متوسط، احساس خوب یا هوش و فراست عملی، نظر یک جمع و ادراک و احساس پذیرفته شده همگانی نوع بشر» است (به نقل از فرهنگ لغت قرن بیستم چمبرز). وی با این تعبیر، به بررسی نقش و جایگاه این واژه ترکیبی در ادبیات آموزش ریاضی پرداخته است که هدف این نوشته نیست. ولی به دلیل طرح این اصطلاح در بین معلمان محترم ریاضی و گفت‌وگوهایی که در این زمینه جریان دارد، مناسب است که اندکی به این رویکرد- تنها در حد طرح مسئله- پرداخته شود.

«خردِ جمعی[۱]» یا «عقل سلیم»، به‌عنوان درک و حسی مشترک بین افراد درنظر گرفته می‌شود که بدون توضیح هم- مانند اثبات‌های بدون کلام در ریاضی- بدون مجادله قابل فهم است. تنها وقتی که همان افراد، با چالش جدی در رابطه با آن درک و حس روبرو شــوند، مسئله جدیدی طرح می‌شود که معمولاً، کارهای اصیل علمی، از این نقطه شروع می‌شود. یعنی از زمان زیرِ سؤال بردن چیزی که به‌نظر می‌رسد درست است، اما با شک کردن و تحقیق نمودن، شواهد مطمئن و منطقی برای پذیرش همان درک همگانی یا رد آن، به‌دست می‌آید. پس از این مرحله، یا جامعه دچار ضربهٔ ناشی از نادرستیِ چیزی می‌شود که آن را همیشه درست انگاشته بوده است، یا آن که به اطمینان می‌رسد که «خردِ جمعی» با «خردِ ناب» یکی شده‌اند که از جمله شاخص‌ترین مثال‌های تاریخ علم، گالیله و اینشتین هستند.

در هر صورت، چیزی که دارای اهمیت زیاد و توجه بسیار است، تفاوت این واژه با بحث‌های اخیر در حوزه‌های مختلف یادگیری، مدیریت، کارآفرینی و نظایر این‌هاست. مثلاً، از جمله مهارت‌هایی که در این حوزه‌ها بر آن‌ها تأکید می‌شود، توانایی «کار گروهی[۲]»، «کار مشارکتی[۳]» و «کار تیمی[۴]» است که هر یک- هم در معنا و هم در کارکرد- با هم تفاوت ماهوی دارند. با این حال، ممکن است که در جستجوی لغوی در بسیاری از فرهنگ‌لغات، با حذف واژه «کار»، از هر سه به‌عنوان معادل‌های هم استفاده شده باشد. در حقیقت، در حوزه علوم‌انسانی که آموزش و به طور عام تعلیم‌وتربیت بخشی از آن است، محققان این حوزه، مجازند که تحت شرایط و ضوابطی، ترکیب‌های جدید بسازند. اما مسئول‌اند که توضیح دهند منظورشان از این ترکیب‌ها چیست تا خواننده، بتواند همان معنایی را که تأمین‌کننده نظر آن‌هاست، درک کند. بدین سبب در علوم‌انسانی، لازم است برای «واژگان» مورد استفاده، «تعریف عملیاتی» ارائه شود تا نویسنده و خواننده، برداشت یکسانی از واژه‌ها داشته باشند.

برای مشـــخص‌تر کردن این موضوع، می‌توان ســه ترکیب بالا را در نظر گرفت و با گشـــتن در موتور جســـتجوی مورد اطمینان خود، به مصداق‌های آن‌ها در انواع حوزه‌های آموزشی توجه نمود. برای مثال، «کار گروهی»، «کار مشارکتی» و «کار تیمی»، هر یک به معنای مهارتی ویژه است که با دیگری تفاوت دارد. به‌خصوص «با هم کار کردن»، انواع گوناگونی دارد که آشنایی با تفاوت‌های ظریفی که بینشان وجود دارد، تسهیل‌کننده چگونگی استفاده از هر یک است. مثلاً همکاری در کار گروهی، به‌معنای مشارکت در یک عمل ـ حضوری یا غیرحضوری است و نکته مهم این است که همهٔ افراد، به سمت هدفی مشترک، با هم کار می‌کنند. در حالی که منظور از مشارکت یا «تشریک مساعی»، به خودِ عمل برمی‌گردد و به‌معنای «عملِ کارکردن با دیگران برای تولید یا خلق چیزی» است. بالاخره کار تیمی، به‌معنای کار دسته‌جمعی و «عمل تجمیع‌شـــده[5]» گروهی از افراد اســـت تا محصول نهایی، مؤثر و کارآمد شـــود. در فرهنگ لغت وبستر[6] آمده است که کار تیمی، یک عمل مشترک توسط گروهی از مردم است که هر کدام، از علاقه‌ها و طرزتلقی‌های شـــخصی خود، به نفع اتحاد و کارآیی گروه، می‌گذرند. منظور این نیســـت که دیگر، افراد اهمیتی در گروه ندارند، بلکه به این معناست که موفقیت جمع بر موفقیت فرد ارجحیت دارد و مؤثرترین محصول کار تیمی وقتی تولید می‌شود که تمام افراد به‌طور هماهنگ، در مسیر تحقق یک هدف مشترک با یکدیگر، مشارکت کنند.

طرح این موضوع در حوزهٔ آموزش از این جهت مهم اســـت که با معنای واقعی اصطلاحات اســـتفاده شده به خوبی آشنا شویم و هر کدام را در جای مناسب خود به کار ببریم و مراقب باشیم که شکل ظاهری واژه‌ها با معنای عملیاتی‌شان، می‌تواند متفاوت باشد. در واقع، همان‌طور که هاوسون (۱۹۸۶) هشدار داده اســـت، خردِ جمعی یا عقل سلیم، ریشه در فرهنگ دارد و شناخت باورهای افراد و موقعیتی که در آن به چنین خِردی اتکا می‌شود، یک ضرورت است. کار گروهی اغلب تقسیم کار و دادن دستور کار به دیگران و در نهایت، جمع کردن همه آن‌ها در چند جلسهٔ هماهنگی است. اما کار تیمی و چیزی که خردِ جمعی یا عقل سلیم از آن استنباط می‌کند و علوم‌انسانی هم مؤید آن است، تشریک مساعی افراد تیم باهم، استفاده از تمام استعدادها و تجربه‌هایشان، برای موفقیت جمع است. در نتیجه، محصول تولید شده توسط چنین تیمی، یک کل واحد، هماهنگ و منسجم است که وجود همه در آن متبلور است، اما نمی‌توان افراد را در آن تولید، از هم تفکیک نمود؛ کاری که آنقدر چکش‌کاری شده و نقادی شده، که در عین بی‌نشانی، نشان از تمام افراد تیم دارد.

ور آینه‌وار، نیک و بد بنمائی
چون آینه روی آهنین باید داشت

پی‌نوشت‌ها

1. Common Sense
2. Cooperation
3. Collaboration
4. Teamwork
5. Combined Action
6. Webster’s New World Dictionary

منبع

هاوســـون، جفری. (۱۹۸۶). ریاضیات و عقل ســـلیم. ترجمه زهرا گویا (۱۳۷۸). **مجله رشـــد آموزش ریاضی**. شمارهٔ ۵۸. صص. ۴ تا ۱۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه ششم دوره ابتدایی در کار با کسرها

مدرس ریاضی شهرستان ساوه و کارشناس ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

ملیحه دوستی

ابراهیم ریحانی

دانشیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

چکیده

کسر از مفاهیم ریاضی دوره ابتدایی است که دانش‌آموزان در درک آن، با بدفهمی‌های مختلفی مواجه هستند. این بدفهمی‌ها ممکن است یادگیری‌های بعدی دانش‌آموزان را از جمله عملکرد آنان در جبر، تحت تأثیر قرار داده یا مختل نماید. هدف این پژوهش که به روش توصیفی از نوع زمینه‌یابی صورت گرفته است، کشف و شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در کسرهاست. در این پژوهش، ۳۶۶ نفر از دانش‌آموزان پایه ششم شهرستان ساوه، به روش نمونه‌گیری تصادفی انتخاب شدند. داده‌ها از طریق آزمون کتبی جمع‌آوری شد. روایی این آزمون توسط چهار نفر از استادان آموزش ریاضی و پنج نفر از دبیران ریاضیِ با تجربه، تأیید شد. ضریب آلفای کرونباخ آزمون ۰/۹۰ به‌دست آمد که پایایی مناسبی را نشان می‌دهد. نتایج نشان داد که دانش‌آموزان با بدفهمی‌های متعددی در کسرها مواجه‌اند. در نظر گرفتن «یک» به‌عنوان بزرگ‌ترین کسر و «$\frac{1}{2}$» به‌عنوان کوچک‌ترین کسر، مرتب کردن کسرها بر اساس صورت یا مخرج، جمع صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم برای جمع کسرها، طرفین- وسطین کردن یا گرفتن مخرج مشترک از طریق ساده کردن مخرج‌ها با هم و صورت‌ها با هم در ضرب کسرها و در نهایت، در نظر گرفتن کسر به‌عنوان دو عدد صحیح مستقل، از جمله بدفهمی‌های دانش‌آموزان است.

کلیدواژه‌ها: بدفهمی‌ها، مقایسه، هم‌ارزی، جمع و ضرب کسرها، دانش‌آموزان پایهٔ ششم

۱. مقدمه

بدفهمی[1]، تفاوت بین درک دانش‌آموزان و باورهای متخصصان نسبت به آن مفهوم در همان حوزه یادگیری است. در واقع بدفهمی، درک یک مفهوم به صورت نادرست یا ناقص است که برای دانش‌آموزانی که با آن مواجه هستند، معنادار و کارآمد است، زیرا از لحاظ ادراکی، برای آن‌ها منطقی است. علم‌الهدایی (۱۳۸۸)

بیـــان می‌کند کـــه «بدفهمی‌ها به‌عنـــوان یک غلط یا اشتباه اتفاقی مطرح نیستند؛ بلکه در قالب یک ساختار ذهنی خوب شـــکل‌یافته از ایده‌های ناقص قابل توجیه می‌باشند». از طرفی، درو[۲] (۲۰۰۵) بدفهمی را به‌عنوان «به‌کارگیری نادرست یک رویه، تعمیم نادرست یا درک متفاوتـــی از یک وضعیت تعریف می‌کنـــد». اوزکان[۳] و اوزکان (۲۰۱۲) نیز، بدفهمی را به‌عنوان دانشی تعریف می‌کنند کـــه مانع یادگیری حقایق علمی می‌شـــود و بر مبنای تجارب شـــخصی فرد اســـت. به‌عقیدهٔ آنان، بدفهمی‌ها مفاهیم نادرســـتی هستند که درست فرض می‌شـــوند و از روی عادت به‌کار برده می‌شـــوند. افزون بر این‌هـــا، لی[۴] (۲۰۰۶) معتقد اســـت که بدفهمی‌ها، خطاهای نظام‌مندی هســـتند که دارای یک ســـاختار محکم‌اند و بـــه راحتی اصلاح نمی‌شـــوند. به باور وی، فردی که دچار خطا می‌شـــود، با اندکی تذکر می‌تواند به خطای خود پی ببرد و آن را اصلاح کند، اما کســـی که دچار بدفهمی است، اشتباه خود را توجیه می‌کند.

در برخـــی از مطالعات، خطـــا و بدفهمی، به‌صورت نادرستی به جای یکدیگر به کار برده می‌شوند. خطاها و بدفهمی‌هـــا اگرچه به هم مرتبط هســـتند، اما با هم متفاوت بوده و نباید آن‌ها را یکســـان دانســـت. خطا به عنوان یک اشتباه[۵]، خطای سهوی[۶] و بی‌دقتی[۷] تعریف می‌شود (لونتا و مک کوئین[۸]، ۲۰۱۰) که به اعتقاد درو (۲۰۰۵)، به‌دلایل مختلفی توسط یادگیرندگان ایجاد می‌شـــوند که از آن جمله، می‌توان بی‌دقتی، برداشـــت نادرســـت نمادها و متون، عـــدم تجربه یا دانش مرتبط با موضـــوع ریاضی یا مفهوم یادگیری، و کمبود آگاهی و ناتوانی در بررســـی پاسخ داده شـــده را برشمرد. وی توضیح می‌دهد که خطاهـــا به‌دلیل بدفهمی‌هایی که یادگیرنـــدگان در درک مفاهیـــم ریاضـــی دارند، بروز می‌کنند و حاکی از تفسیر نادرست ایده‌های ریاضی‌اند که از تجربه شـــخصی دانش‌آموزان یا مشاهدات ناقص آنان، نتیجه می‌شود.

همچنیـــن، لونتا و مک کوئیـــن (۲۰۱۰) احتمال می‌دهنـــد که عملکرد ضعیف در ریاضـــی، با خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان مرتبط است. بنابراین در وهلهٔ اول، شناســـایی بدفهمی‌ها و اصـــلاح آن‌ها، برای درک درســـت یک مفهوم، از ضروریـــات یاددهی- یادگیری ریاضی اســـت. علم‌الهدایی (۱۳۸۸) نیز عقیده دارد که بدفهمی، چگونگیِ شـــکل‌گیری ناقصِ دانش و تجربهٔ ریاضی یـــک دانش‌آموز را در یـــک موقعیت یاددهی- یادگیری نشان می‌دهد که نیازمند شناسایی و ریشه‌یابی اســـت. وی همچنین، معتقد است که پس از شناسایی بدفهمی‌هـــا، باید آن‌ها را اصلاح کرد، زیرا بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مطالب درسی گذشته، موجب می‌شود کـــه یادگیری مطالـــب جدید و مرتبط بـــا آن‌ها، دچار مشـــکل گردد. در واقع، پنداشت‌های نادرست گذشته، نوعی منع و مداخلـــه در موقعیت‌های جدید یادگیری ایجاد می‌کنند و آن‌ها را به سمت بدفهمی‌های جدید و یادگیری حافظه‌ای سوق می‌دهند. چنانچه به ادعای بهر و پست[۹] (۱۹۹۲)، بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان در جبر، ناشی از عدم درک صحیح کسرها است.

کســـر از جمله مباحثی اســـت که دانش‌آموزان در درک آن، بدفهمی‌های بسیاری دارند (اَشلوک، ۲۰۰۶؛ دوستی، ۱۳۹۲؛ پتیت، لِیرد و مارسدِن، ۲۰۱۰؛ و وانگ و اندرســـون، ۲۰۰۶). عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در آزمون‌های بین‌المللی نظیر تیمز نیز مؤید بدفهمی‌های دانش‌آمـــوزان ایرانـــی در رابطه با درک مفهوم کســـر اســـت. لذا در این پژوهش، بر آن شدیم تا بدفهمی‌های دانش‌آموزان را در کسرها، شناسایی کنیم.

۲. دسته‌بندی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مقایسه، جمع، ضرب و هم‌ارزی کسرها

در این بخش، به بدفهمی‌های مختلف دانش‌آموزان در مقایســـه، جمع، ضـــرب و هم‌ارزی کســـرها که در تحقیقات پیشین شناســـایی شده‌اند، به تفکیک اشاره می‌شود.

۲-۱. انواع بدفهمـــی دانش‌آموزان در رابطه با مقایسه کسرها

چشم‌پوشـــی از صورت کسر و تعمیم نادرست این ایده که «کسر کوچکتر، مخرج بزرگتری دارد»، بدفهمی رایجی بین دانش‌آموزان اســـت. بعضی از دانش‌آموزان، این ایـــده را که «از دو کســـر با صورت‌های مســـاوی، کســـری کوچکتر اســـت که مخرج بزرگتری داشـــته باشد»، به نادرســـتی به مقایسه دو کسر با صورت‌های نامســـاوی تعمیم می‌دهند. مثلاً در مقایسه دو کسر $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۶}{۷}$، دانش‌آمـــوزی بیان کـــرده بود که چون ۷ بزرگتر از ۵ است، پس $\frac{۶}{۷}$ کوچکتر از $\frac{۱}{۵}$ است (انتخاب آمریکا، ۲۰۰۶). علاوه بر این، بسیاری از دانش‌آموزان در رابطه با مقایســـه دو کســـر، اندازه صورت و مخرج را در نظر می‌گیرنـــد. این دانش‌آموزان عقیده دارند که کســـری بزرگتر است که صورت و مخرج بزرگتری داشته باشد.

مثلاً دانش‌آموزی در مقایســه $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۳}{۱۰}$ استدلال کرده بود که «چون ۳ بزرگ‌تر از ۲ و ۱۰ بزرگ‌تر از ۵ است، پس $\frac{۲}{۵} < \frac{۳}{۱۰}$» (لیو ولی، ۲۰۱۱ و استافیلی‌دو و ووسنیادو، ۲۰۰۴). همچنین، نتایج چندین پژوهش، نشان داده اســت که دانش‌آموزانی که کســر را به‌عنــوان دو عدد صحیح مستقل می‌شناسند، هنگام مقایسه دو کسر با صورت‌های مساوی نیز، کسر بزرگ‌تر را کسری می‌دانند که، مخرج بزرگ‌تری دارد. این دانش‌آموزان در مقایسه دو کسر مانند $\frac{۱}{۹}$ و $\frac{۱}{۴}$، گفته بودند که چون ۹ بزرگ‌تر از ۴ اســت، پس $\frac{۱}{۹} > \frac{۱}{۴}$ اســت (بِهِر، پســت و لِش، ۱۹۸۴؛ نوروزی لرکی، بخشعلی‌زاده، قربانی سی‌سخت، ۱۳۸۹ و نیکولا و پیتا- پَنتازی،۲۰۱۱). از این گذشته، به باور ایــن دانش‌آموزان، اعداد مخلوط از کســرهای ناسره (صورت این کسرها همواره از مخرج بزرگ‌تر است) بزرگ‌ترند، چون اعداد مخلوط دارای دو بخش صحیح و کسری هستند و اعداد صحیح از کسرها بزرگ‌ترند، مثل اینکه آنان معتقــد بودند که $۱\frac{۳}{۵} > \frac{۹}{۵}$ ، چون به نظر آن‌ها، اعداد صحیح همیشه از کسرها بزرگ‌تراند.

۲-۲. انواع بدفهمی دانش‌آموزان در جمع کسرها

دانش‌آموزان برای یافتن مجموع کسرها، ایده جمع اعداد صحیح را به نادرســتی، به جمع کســرها تعمیم می‌دهنــد و صورت‌ها را باهم و مخرج‌ها را با هم جمع می‌کنند (آماتو، ۲۰۰۵ و سیگلِر، تامپسون و اشنایدِر، ۲۰۱۱). مثلاً در جمع دو کسر $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۲}{۹}$، این دانش‌آموزان با این اشــتباه مفهومی، کســر $\frac{۲}{۹}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲+۱}{۹+۴}=\frac{۳}{۱۳}$ را ارائــه می‌کننــد. دانش‌آموزانی که مفهــوم هم‌ارزی و به تبع آن مفهوم جمع کســرها را به‌نادرســتی درک کرده‌اند و درک‌شــان از این مفاهیم رویه‌ای اســت، در محاســبه مجموع دو کســر، مخرج بزرگ‌تر را نوشته و صورت‌ها را با هم جمع می‌کنند. مثلاً دانش‌آموزی در محاسبه مجموع دو کســر، این چنین عمل کرده بود $\frac{۲}{۹}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲+۱}{۹}=\frac{۳}{۹}$.

۲-۳. انــواع بدفهمی دانش‌آمــوزان در ضرب کسرها

در ضرب دو کســر، دانش‌آموزان علاوه بر ســاده کــردن صورت با مخرج، صورت‌ها را با هم یا مخرج‌ها را بــا هم ســاده می‌کنند. مثــلاً در ضرب دو کســر، دانش‌آموزی این چنین عمل کرده بود: $\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$.

دانش‌آمــوزان در ضرب کســرها، صورت کســر اول را در مخرج کســر دوم ضرب می‌کننــد و حاصل آن را با حاصلِ ضرب صورت کســر دوم در مخرج کســر اول جمــع می‌کنند، که منظور طرفین وســطین اســت، مثل عمل $\frac{۲}{۷}\times\frac{۳}{۵}=(۲\times۵)+(۳\times۷)=۱۰+۲۱=۳۱$.

دانش‌آموزان رویه «معکوس و ضرب» را که در تقسیم کســرها به آن‌ها آموزش داده می‌شــود، به‌نادرســتی به ضرب کســرها تعمیم می‌دهند. در ضرب دو کســر، کســر دوم را معکوس می‌کننــد و عمل ضرب را انجام می‌دهنــد. به‌عنــوان مثــال، $\frac{۲}{۷}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۲}{۷}\times\frac{۵}{۳}=\frac{۱۰}{۲۱}$. در عمــل ضرب کســرها، دانش‌آموزان بــرای تبدیل عــدد مخلوط به کســر، بخــش صحیــح را در صورتِ بخش کســری یک عدد مخلوط ضرب می‌کنند، مانند $۲\frac{۲}{۵}\times\frac{۵}{۶}=\frac{۴}{۵}\times\frac{۵}{۶}=\frac{۲۰}{۳۰}$. دانش‌آموزانــی کــه مفهــوم ضــرب را به‌خوبی درک نکرده‌اند و یــا ایده جمع را به ضرب تعمیم می‌دهند، در ضرب کسرها، مخرج کسرها را مساوی می‌کنند (یا مخرج مشترک می‌گیرند). مثلاً: $\frac{۳}{۵}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۰}=\frac{۳۰}{۱۰}$. دانش‌آموزانی که مفهوم ضرب را به‌خوبــی درک نکرده‌اند و یا ایــده جمع را به ضرب تعمیم می‌دهند، در ضرب دو کسر با مخرج‌های مساوی، یکــی از مخرج‌ها را نوشــته و صورت‌ها را در هم ضرب می‌کنند که می‌توان به نمونه $\frac{۴}{۵}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۵}$ اشاره کرد.

۲-۴. انواع بدفهمی دانش‌آموزان در هم‌ارزی کسرها

دانش‌آموزانی که مفهوم هم‌ارزی را به‌درستی درک نمی‌کنند، برای یافتن کســرهای هم‌ارز، ایده جمع دو عدد صحیح را به‌نادرســتی به‌کار می‌برنــد. زمانی که کسری مانند $\frac{۳}{۷}$ به دانش‌آموزان داده می‌شود و از آن‌ها خواسته می‌شود کسری هم‌ارز با آن بنویسند، بسیاری از دانش‌آموزان این پاسخ را ارائه می‌کنند:
$\frac{۴}{۸}=\frac{۳}{۷}$ چون $۴=۱+۳$ و $۸=۱+۷$. دانش‌آموزانی که مفهوم هم‌ارزی را به‌درستی درک نمی‌کنند، برای یافتن کسرهای هم‌ارز، اختلاف بین صورت و مخرج کسر اول را از عددِ داده شــده در صورت یا مخرج، کم می‌کنند

(وونگ و ایوانز، ۲۰۰۷) مثلاً، زمانی که کسر $\frac{۶}{۷}$ به دانش‌آموزان داده و از آن‌ها خواسته می‌شود کسری بنویسند که مخرج آن ۱۴ و هم‌ارز با کسر داده شده باشد، بعضی دانش‌آموزان چون عقیده دارند که صورت کسر اول، یکی کوچک‌تر از مخرج آن است، عدد یک را از عددِ داده شده در مخرج کسر دوم کم می‌کنند و آن را در صورت کسر می‌نویسند: $\frac{۶}{۷}=\frac{\boxed{۱۳}}{۱۴}$

آنچه که در پیشینه پژوهش به آن اشاره شد، حاکی از آن است که دانش‌آموزان در کار با کسرها، بدفهمی‌های مختلفی دارند. بدین سبب در این پژوهش، بر آن شدیم تا برخی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی را در رابطه با کسرها، شناسایی نماییم.

۳. روش و ابزار پژوهش

روش پژوهش حاضر، توصیفی از نوع زمینه‌یابی است. جامعه این پژوهش، تمامی دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی شهرستان ساوه هستند که در سال تحصیلی ۹۲-۹۱ مشغول به تحصیل بودند. نمونه مورد مطالعه ۳۶۶ نفر (۱۹۴ دختر و ۱۷۲ پسر) هستند که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی، انتخاب شدند. ابزار مطالعه، آزمون کتبی مرتبط با کسرها است که سؤال‌های آن از پژوهش‌های مرتبط و آزمون تیمز استخراج شده است. روایی این آزمون توسط چهار نفر از استادان آموزش ریاضی و پنج نفر از دبیران ریاضی با تجربه تأیید شد. پایایی آزمون نیز محاسبه شد و ضریب آلفای کرونباخ آن ۰/۹۰ به‌دست آمد که پایایی مناسبی را نشان می‌دهد.

۴. یافته‌های پژوهش

در این بخش، برخی از سؤال‌های آزمون به تفکیک، مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس با بررسی پاسخ‌های[10] ارائه شده توسط دانش‌آموزان، برخی از بدفهمی‌های آنان در رابطه با کسرها شناسایی می‌گردد.

سؤال ۱: کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید. دلیل مرتب کردن خود را بنویسید.

$\frac{۱}{۲} \quad \frac{۴}{۳} \quad \frac{۲}{۳} \quad \frac{۱}{۴} \quad ۱$

در پاسخ به این سؤال، تنها ۳۴/۱ درصد از دانش‌آموزان توانستند کسرها را از کوچک به بزرگ مرتب کنند. ۵۶/۸ درصد از دانش‌آموزان نتوانستند کسرها را به‌درستی مرتب کنند. برخی از آن‌ها در مرتب‌کردن کسرها، تنها به مخرج و برخی دیگر تنها به صورت توجه کردند. مثلاً دانش‌آموزی کسرها را بر اساس صورت، از کوچک به بزرگ مرتب کرد. این نتایج بیان

جدول ۱. عملکرد دانش‌آموزان در سؤال ۱

انواع پاسخ‌ها	فراوانی	درصد		نمونه‌ای از پاسخ‌های دانش‌آموزان
درست	۱۲۵	۳۴/۱	۱	با گرفتن مخرج مشترک $\frac{۱۶}{۱۲}\ \frac{۱۲}{۱۲}\ \frac{۸}{۱۲}\ \frac{۶}{۱۲}\ \frac{۳}{۱۲}$ $\frac{۳}{۱۲} \prec \frac{۶}{۱۲} \prec \frac{۸}{۱۲} \prec \frac{۱۲}{۱۲} \prec \frac{۱۶}{۱۲} \rightarrow \frac{۱}{۴} \prec \frac{۱}{۲} \prec \frac{۲}{۳} \prec ۱ \prec \frac{۴}{۳}$
			۲	$\frac{۱}{۴} \prec \frac{۱}{۲} \prec \frac{۲}{۳} \prec ۱ \prec \frac{۴}{۳}$ چون $\frac{۱}{۴}$ به قسمت‌های کوچکی تقسیم شده و کامل نیست و از نصف کمتر است. بعد $\frac{۱}{۲}$ است که از بقیه کوچکتر است. $\frac{۲}{۳}$ از نصف بیشتر است ولی به شکل کامل نرسیده است و فقط ۱ شکل کامل است و $\frac{۴}{۳}$ یک شکل کامل و $\frac{۱}{۳}$ از شکل کامل دیگر است.
			۳	$\frac{۱}{۴} \prec \frac{۱}{۲} \prec \frac{۲}{۳} \prec ۱ \prec \frac{۴}{۳}$ زیرا کسرها را باید به این ترتیب بنویسید: ۱) کسرهایی که صورتشان از نصف مخرجشان کوچکتر است. ۲) کسرهایی که صورتشان نصف مخرجشان است. ۳) کسرهایی که صورتشان از نصف مخرجشان بزرگتر است. ۴) کسرهایی که صورتشان با مخرجشان مساوی است (همان عدد ۱). ۵) کسرهایی که صورتشان از مخرجشان بزرگتر است.
نادرست	۲۰۸	۵۶/۸	۱	به کمک مخرج‌ها مرتب می‌کنیم. چون مخرج‌ها یکی از دیگری بزرگتر است. $۱ \prec \frac{۱}{۴} \prec \frac{۴}{۳} \prec \frac{۲}{۳} \prec \frac{۱}{۲}$
			۲	کسری که از همه کوچکتر است، کسر $\frac{۱}{۲}$ است و کسر ۱ نشان‌دهندهٔ یک شکل کامل است، پس از همه بزرگتر است. $\frac{۱}{۲} \prec \frac{۲}{۳} \prec \frac{۱}{۴} \prec \frac{۴}{۳} \prec ۱$
			۳	به خاطر این که کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچک و کسری کوچکتر است که صورت آن بزرگتر باشد. $\frac{۱}{۴} \prec \frac{۲}{۳} \prec \frac{۴}{۳} \prec \frac{۱}{۲} \prec ۱$

خطاها به‌دلیل بدفهمی‌هایی که یادگیرندگان در درک مفاهیم ریاضی دارند، بروز می‌کنند و حاکی از تفسیر نادرست ایده‌های ریاضی‌اند که از تجربه شخصی دانش‌آموزان یا مشاهدات ناقص آنان، نتیجه می‌شود

می‌کند که اکثر این دانش‌آموزان نتوانسته‌اند کسرها را به‌عنوان عدد درک کنند و طرحوارهٔ ذهنی آنان از کسر، همان طرحوارهٔ اعداد صحیح اســت و در حقیقت، آنان کسر را به‌عنوان دو عدد مستقل درک کرده‌اند. به همین دلیل در مقایســه کســرها، صورت یا مخرج کسرها را به‌تنهایی مد نظر قرار می‌دهند. همچنین، پاسخ‌های این دانش‌آموزان حاکی از آن بود که بعضی ۱ را کوچک‌ترین و بعضی دیگر آن را بزرگ‌ترین کسر می‌پندارند. نمونه‌ای از پاســخ‌های دانش‌آموزان در جدول۱ ذکر شده است. برخی از دانش‌آموزان با اینکه توانســته بودند کسرها را به‌درستی مرتب کنند، اما در مرتب کردن ۱، یکی از دو وضعیت ذکر شده قبلی را در نظر گرفته بودند.

جدول۲. عملکرد دانش‌آموزان در سؤال ۲

انواع پاسخ‌ها	فراوانی	درصد		نمونه‌ای از پاسخ‌های دانش‌آموزان
درست	۱۸۹	۵۱/۶	۱	$\frac{۵}{۱۲}$ با مخرج مشترک گرفتن $\frac{۲۴، ۲۵،۴۰،۲۰}{۴۸}$
			۲	$\frac{۵}{۱۲}$، چون من در ذهنم شکل‌ها را مجسم می کنم و باقی ماندهٔ آن هرچه کمتر بود بزرگ‌تر است و هر چه باقی مانده آن بیشتر، آن کوچکتر از همه است.
			۳	$\frac{۵}{۱۲}$، در مقایسـهٔ کسرها وقتی صورت‌ها مسـاوی است، کسری بزرگ‌تر اسـت کـه مخرجش کوچکتـر باشـد و بیـن $\frac{۵}{۱۲}$، $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۵}{۸}$، $\frac{۵}{۱۲}$ از همه کوچکتر است و با طرفین وسطین، از $\frac{۱}{۲}$ کمتر است.
نادرست	۱۶۲	۴۴/۳	۱	$\frac{۱}{۲}$، چون صورت و مخرجش کوچکتر از آن‌هاست.
			۲	$\frac{۵}{۶}$ چون ۵ قسمت از ۶ قسمت برداریم، یک قسمت می‌ماند.
			۳	$\frac{۱}{۲}$ چون نصف است.
			۴	$\frac{۱}{۲}$، زیرا در کسرهای $\frac{۵}{۱۲}$، $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۵}{۸}$، کسر $\frac{۵}{۶}$ از همه کوچکتر است و $\frac{۵}{۶}$ را وقتی با $\frac{۱}{۲}$ مقایسه می کنیم، $\frac{۱}{۲}$ کوچکتر است.

ســؤال ۲: کوچکترین کســر در بین کسرهای زیر کدام است؟ دلیل خود را بنویسید.

الف) $\frac{۱}{۲}$ ب) $\frac{۵}{۸}$ ج) $\frac{۵}{۶}$ د) $\frac{۵}{۱۲}$

بدفهمی‌ها بخشی از فرایند یادگیری هستند که روی یادگیری‌های بعدی دانش‌آموزان تأثیر منفی دارند. بدفهمی‌ها، ساختار شناختی محکمی دارند که به راحتی اصلاح نمی‌گردند و ناشی از بی‌دقتی و تصادفی نیستند

در این ســؤال، برخی از ایــن دانش‌آموزان $\frac{۱}{۲}$ را کوچکترین کسر دانستند و دلیل انتخاب خود را این‌گونه بیان کردند که «*چون $\frac{۱}{۲}$ نصف است*». این دانش‌آموزان $\frac{۱}{۲}$ را کوچکترین کســر می‌داننــد. برخی دیگر چنین اســتدلال کردند که «*چون $\frac{۱}{۲}$ صورت و مخرج کوچکتری دارد، کوچکترین کسـر است*». این دانش‌آموزان عقیده دارنــد که هر چه صورت و مخرج یک کســر کوچکتر باشد، آن کسر کوچکتر اســت. درک این دانش‌آموزان از کســر، درک کســر به‌عنوان دو عدد صحیح مستقل است. برخی از دانش‌آموزان عقیده دارند که از دو کسر با صورت‌های مســاوی، کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن بزرگ‌تر و کسری کوچکتر است که مخرج کوچکتری دارد. این دانش‌آموزان در مقایسه سه کسر داده شده در مسئله با صورت‌های مساوی با ۵، با این استدلال، کسر $\frac{۵}{۶}$ را به‌عنوان کوچکترین کسر در نظر گرفتند. نمونه‌ای از پاسخ‌های نادرســت دانش‌آموزان در جدول۲ آورده شده است.

سؤال ۳: حاصل جمع‌های زیر را بنویسید.

الف) $\frac{۴}{۸}+\frac{۵}{۸}=$ ب) $\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴}=$ ج) $۲\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۲}=$

همان‌طور که انتظار می‌رفت، دانش‌آموزان در جمع دو کســر با مخرج‌های مســاوی، موفق‌تر عمل کردند. برخی از دانش‌آموزان در یافتن حاصل جمع دو کسر با مخرج‌های یکسان، از رویهٔ مخرج مشترک گیری استفاده کردند. آن‌ها با این‌که پاسخ درستی به مسئله دادند، اما این عملشان نشان می‌دهد که درکشان از جمع، بیشتر رویه‌ای است. ۸۷/۴ درصد از آنان توانستند حاصل جمع دو کسر را با مخرج‌های نامساوی، با یکی کردن مخرج دو کســر، بیابند. ۸۶/۹ درصد از دانش‌آموزان با تبدیل اعداد مخلوط به کســر یا با کمک قاعدهٔ جمع دو عدد

جدول ۳. عملکرد دانش‌آموزان در سؤال ۳

انواع پاسخ‌ها	فراوانی		درصد		نمونه‌ای از پاسخ‌های دانش‌آموزان
درست	الف	۳۵۳	۹۶/۴	۱	الف) $\frac{۴}{۸}+\frac{۵}{۸}=\frac{۹}{۸}=۱\frac{۱}{۸}$ ب) $\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴}=\frac{۱۶}{۲۰}+\frac{۱۵}{۲۰}=\frac{۳۱}{۲۰}$ ج) $۲\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۲}=۲+۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}=۳+\frac{۲}{۲}=۴$ ۲ ۱
	ب	۳۲۰	۸۷/۴		
	ج	۳۱۸	۸۱/۹	۲	الف) $\frac{۴}{۸}+\frac{۵}{۸}=\frac{۳۲}{۶۴}+\frac{۴۰}{۶۴}=\frac{۷۲}{۶۴}$ $\frac{۴}{۸}$ $\frac{۵}{۸}$ ب) $\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴}=\frac{۱۶}{۲۰}+\frac{۱۵}{۲۰}=\frac{۳۱}{۲۰}=۱\frac{۱۱}{۲۰}$ ۴ ۳ ج) $۲\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۲}+\frac{۳}{۲}=\frac{۸}{۲}=۴$
نادرست	الف	۱۳	۳/۶	۱	الف) $\frac{۴}{۸}+\frac{۵}{۸}=\frac{۳۲}{۱۶}+\frac{۴۰}{۱۶}=\frac{۷۲}{۱۶}$ ب) $\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴}=\frac{۷}{۹}$ ج) $۲\frac{۱}{۲}+۱\frac{۱}{۲}=۳\frac{۲}{۴}$
	ب	۴۶	۱۲/۶		
	ج	۴۸	۱۳/۱		

مخلوط «جمع کردن اعداد صحیح با هم و اعداد کسری نیز با هم» توانستند دو عدد مخلوط داده شده را با هم جمع کنند. ۱۲/۰ و ۱۲/۳ درصد از دانش‌آموزان نتوانستند به ترتیب پاسخ درستی به قسمت‌های «ب» و «ج» ارائه کنند. در حقیقت، این دانش‌آموزان کسر را به‌عنوان یک عدد درک نکرده‌اند و درکشان از کسر، به‌عنوان دو عدد صحیح مستقل و طرحوارهٔ ذهنی آنان از جمع دو کسر، همان طرحوارهٔ جمع دو عدد صحیح است. بنابراین، با جمع کردن صورت کسرها با هم و مخرج آن‌ها با هم، ناموفق عمل کردند (جدول۳).

سؤال۴: حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

الف) $\frac{۲}{۳}\times\frac{۸}{۱۵}=$ ب) $\frac{۱}{۴}\times ۴۴=$

برخی از دانش‌آموزان، بین دو کسر مخرج مشترک گرفته و پس از محاسبه کسرهای هم‌ارز با دو کسر داده شده، با ضرب صورت‌ها با هم و نوشتن آن در صورت کسر و نوشتن مخرج مشترک در مخرج کسر، به کسر $\frac{۷۲۰}{۴۵}$ اشاره کردند. بعضی از آن‌ها، بزرگترین مخرج را بین مخرج‌های دو کسر، به‌عنوان مخرج، و

جدول۴. عملکرد دانش‌آموزان در سؤال ۴

انواع پاسخ‌ها	فراوانی		درصد		نمونه‌ای از پاسخ‌های دانش‌آموزان
درست	الف	۳۱۳	۸۵/۵	۱	الف) $\frac{۲}{۳}\times\frac{۸}{۱۵}=\frac{۱۶}{۴۵}$ ب) $\frac{۱}{۴}\times ۴۴=\frac{۴۴}{۴}=۱۱$
	ب	۲۶۶	۷۲/۷		
نادرست	الف	۵۳	۱۴/۵	۱	الف) $\frac{۲}{۳}\times\frac{۸}{۱۵}=\frac{۳۰}{۴۵}\times\frac{۲۴}{۴۵}=\frac{۷۲۰}{۴۵}$ ب) $\frac{۱}{۴}\times ۴۴=۱۷۶$ یا $\frac{۱}{۱۷۶}$
				۲	الف) $\frac{۲}{۳}\times\frac{۸}{۱۵}=\frac{۲}{۱۵}\times\frac{۸}{۱۵}=\frac{۱۶}{۱۵}$ ب) $\frac{۱}{۴}\times ۴۴=\frac{۱۷۶}{۴}$
	ب	۱۰۰	۲۷/۳	۳	الف) $\frac{\cancel{۲}^{۱}}{\cancel{۳}_{۱}}\times\frac{\cancel{۸}^{۴}}{\cancel{۱۵}_{۵}}=\frac{۴}{۵}$ ب) $\frac{۱}{۴}\times ۴۴=\frac{۴۴}{۱۷۶}$

صورت‌ها را در هم ضرب کرده و به‌عنوان مخرج نوشتند و به کسر $\frac{۱۶}{۱۵}$ اشاره کردند. درصدی از آنان هم با ساده کردن مخرج‌ها با هم و صورت‌ها با هم، پاسخ نادرستی ارائــه کردند. ۲۴/۰ درصد از دانش‌آموزان در قســمت «ب» ناموفق عمــل کردند. چهار نوع عملکرد متفاوت از این دانش‌آموزان دیده شد: ۱) دانش‌آموزانی که عدد صحیح را در مخرج کســر داده شــده ضرب کرده و آن را در مخرج کســر جدید و صورت کســر داده شده را در صورت کســر جدید نوشــته و به کسر $\frac{۱}{۱۷۶}$ اشاره کردنــد؛ ۲) دانش‌آموزانی که عدد صحیح را در مخرج کســر داده شــده ضرب کرده و جواب آن را در صورت کسر داده شــده ضرب و به عدد ۱۷۶ اشاره کردند؛ ۳) دانش‌آموزانی که عدد صحیح را، هم در مخرج و هم در صورت کســر ضرب کرده و به کسر $\frac{۴۴}{۱۷۶}$ اشاره کردند؛ ۴) دانش‌آموزانی که عدد صحیح را در مخرج کسر داده شــده ضرب کرده و آن را به‌عنوان صورت کسر جدید و مخرج کســر داده شده را به‌عنوان مخرج کسر جدید نوشته و به کسر $\frac{۱۷۶}{۴}$ اشاره کردند (جدول۴).

جدول ۵. عملکرد دانش‌آموزان در سؤال ۵

انواع پاسخ‌ها	فراوانی		درصد		نمونه‌ای از پاسخ‌های دانش‌آموزان
درست	الف	۳۶۱	۹۸/۶	۱	الف) $\frac{۲}{۳}=\frac{۸}{۱۲}$
	ب	۳۳۱	۹۰/۴		ب) $\frac{۲۵}{۴۰}=\frac{۵}{۸}$
	ج	۳۰۹	۸۴/۴		ج) $\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{۸}=\frac{۳}{۱۲}$
	د	۲۸۹	۷۹/۰		
نادرست	الف	۵	۱/۴	۱	الف) $\frac{۲}{۳}=\frac{۶}{۱۲}$
	ب	۳۵	۹/۶		ب) $\frac{۲۵}{۴۰}=\frac{۵}{۲۰۰}$
	ج	۵۷	۱۵/۶		ج) $\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۶}$
	د	۷۷	۲۱/۰		

سؤال۵: در جاهای خالی عدد مناسب را بنویسید.

الف) $\frac{۲}{۳}=\frac{—}{۱۲}$ ب) $\frac{۲۵}{۴۰}=\frac{۵}{—}$ ج) $\frac{۱}{۴}=—=—=—$

دومین پاسخ قسمت «ج» به عنوان گزینه «د» درنظر گرفته شده است.

عملکرد دانش‌آموزان در ســؤال۵، در جدول۵ ارائه شده است. همان‌طور که نتایج نشان داد، دانش‌آموزان در قسمت «الف» از «ب» و در قسمت «ب» از «ج» و «د» موفق‌تر بودند. در پاسخ‌های نادرست، اکثر دانش‌آموزان در قسمت «ب»، به جای تقسیم ۴۰ بر ۵، با ضرب آن در ۵ به ۲۰۰ اشــاره کردند. شاید پاسخ‌های نادرست ایــن دانش‌آموزان، حاکــی از تدریس رویــه‌ای و عدم درک مفهوم هم‌ارزی کسرها باشد، زیرا در کلاس‌های درس، معمول اســت که برای حل چنین مســائلی، به دانش‌آموزان گفته شــود که «ببینید صورت چند برابر شده است و مخرج را در آن عدد ضرب کنید». با اینکه در قسمت «الف» و «ب» بســیاری از دانش‌آموزان به اعداد درســت اشاره کردند، اما برخی از آنان نتوانستند به کسرهای هم‌ارز با $\frac{۱}{۴}$ اشاره کنند. درصدی از آنان نیز با اضافه کردن عددی به صورت یا مخرج کسر، به مسئله پاسخ نادرســتی دادند (جدول ۵). این دانش‌آموزان به دلیل اینکه مفهوم هم‌ارزی را به‌درستی درک نکرده‌اند، برای یافتن کسرهای هم‌ارز، ایده جمع دو عدد صحیح را به‌نادرستی به‌کار برده‌اند.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که تحقیقات پیشــین اشــاره کرده‌اند، بدفهمی‌ها بخشی از فرایند یادگیری هستند که روی یادگیری‌هــای بعدی دانش‌آمــوزان تأثیر منفی دارند. بدفهمی‌ها، ســاختار شــناختی محکمی دارند که به راحتی اصلاح نمی‌گردند و ناشی از بی‌دقتی و تصادفی نیستند. هدف از این پژوهش، شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه ششم دوره ابتدایی در کسرها بود.

بدفهمی‌های شناسایی شده در این پژوهش، حاکی از عدم درک درســت دانش‌آموزان از کســرها به‌عنوان عدد و به‌عنوان دو عدد صحیح مســتقل اســت. به این دلیل اســت که این دانش‌آموزان هنگام جمع، ضرب یا مقایسه کســرها، جمع، ضرب یا مقایسه اعداد صحیح را به نادرســتی به کســرها تعمیم می‌دهند. بنابراین، برنامه‌درســی باید موقعیت‌های مختلفــی را ارائه کند تا دانش‌آموزان بتوانند کســر را کامــلاً درک کنند و از طریق آن‌ها، با مدل‌های متنوعی روبرو شوند. مطالعات نشان داده‌اند که دانش‌آموزان در کار با برخی از مدل‌ها موفق‌تر هستند. تحقیقات پیشین به این نتیجه رسیدند که دانش‌آموزان در شناســایی جزء به کل با مدل‌های پیوســته در مقابل مدل‌های گسسته، موفق‌تر هستند.

برنامه‌درسی علاوه بر تلفیق مدل‌های مختلف کسر، باید زیرساختارهای مختلف کسر (جزء به کل، نسبت، خارج قســـمت، عملگر و اندازه[۱۱]) را نیز تلفیق کند. با معرفی نسبت‌ها به ویژه در موقعیت‌های هم‌ارزی، دانش‌آموزان می‌توانند به استراتژی‌هایی که می‌توانند در موقعیت‌های تناسب به‌کار روند، پی ببرند (توبیاس، ۲۰۰۹).

پی‌نوشت‌ها

1. Misconception
2. Drew
3. Ozkan
4. Li
5. Mistake
6. Slip
7. Inaccuracy
8. Luneta.& Makonye
9. Behr & Post

۱۰. در این پژوهش، تمامی پاسخ‌های دانش‌آموزان با فونتی مجزا (بی مروارید) و بدون دخل و تصرف ارائه شده‌اند.

11. part-whole, ratio, quotient, operator & measure

منابع

۱. علم‌الهدایی، حسن (۱۳۸۸). **اصول آموزش ریاضی**. چاپ اول، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.

2. Drew, D. (2005) Children‘s mathematical errors and misconceptions: Perspectives on the teacher‘s role. In A. Hansen (Ed.), Children’s errors in mathematics: Understanding common misconceptions (pp. 14-21). Glasgow: Designs and Pattent Act.

3. Ozkan, E. & Ozkan, A. (2012). Misconception in exponential numbers in IST and IIND level primary school mathematics. Social and Behavioral Sciences, 65 – 69.

4. LI. X. (2006). Cognitive Analysis of Students’ Errors and Misconceptions in Variables, Equations And Functions,PhD thesis, Texas A&M University.

5. Luneta, K. and Makonye, P. J. (2010).Learners errors and misconceptions in elementary analysis: A case study of a grade 12 class in South Africa. Acta Didactica Napocenia, 3, 36- 45.Mathematics Education, 31, 89- 113.Mathematics, 12, 31- 26.

6. Behr, M. J., & Post, T. R. (1992). Teaching rational number and decimal concept. In T. R. Post (Ed.), Teaching mathematics in grades K-8: Research-based method (2nd ed., pp. 201 – 248). Boston: Allyn & Bacon.

7. Ashlock, R. B. (2006). Error patterns in computation: using error patterns to improve instruction (9th ed). Upper Saddle River, New Jersey: Merrill.

۸. دوستی، ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران.

9. Petit, Marjorie M., Laird, Robert E. & Marsden. Edwin L. (2010). A Focus on Fractions: Bringing Research to the Classroom. New York: Routledge.

10. Wong, M., Evans, D., & Anderson, J. (2006). Developing a Diagnostic Assessment Instrument for Identifying Students’ Understanding of Fraction Equivalence. The University of Sydney. ACSPRI Conference. Sydney, Australia.

11. America’s choice, (2006). Mathematics Navigator: A Sample of Mathematics Misconceptions and Errors (Grades 2 – 8), https://knowledgebase.pearsonschool.com, last date of access: Dec. 19 2013.

12. Liu, C., Xin, Z. & Li, X. (2011). The Development of Chinese Students’ Understanding of the Concept of Fractions from Fifth to Eighth Grade. Journal of Mathematics Education, 4(2), 17 -34

13. Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of student’s understanding of the numerical value of fractions. Learning and Instruction, 14, 508–518.

14. Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T. R., & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. Journal for Research in Mathematics Education, 15(5), 323 – 341.

۱۵. نوروزی لرکی، فرزانه، بخشعلی‌زاده، شهرناز، قربانی سی‌سخت، زینب. (۱۳۸۹). بازنمایی‌های چندگانه: فرایندی مهم در یاددهی و یادگیری کسرها. نشریه علمی- پژوهشی فناوری آموزش، ۵(۱)، ۲۳-۱۳.

16. Nicolaou, A. A,. & Pitta-Pantazi, D. (2011). A New Theoretical Model for Understanding Fractions at The Elementary School.

17. Amato, S. A. (2005). Developing students’ understanding of the concept of fractions as numbers. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th PME Conference, (2), 49-56, Melbourne: University of Melbourne.

18. Siegler, R. S., Thompson, C. A. & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. Cognitive Psychology, 62, 273–296.

24. Tobias, J. M. (2009). Preservice elementary teachers’developing of rational numbr understanding through the social perspective and the relationship among social and individual environments. Doctoral dissertation, University of Central Florida.

پرده برداری از برنامه درسی ریاضی[1]

مریلین برنز[2]
مترجم: **سهیلا غلام آزاد**، پژوهشگاه مطالعات آموزش‌وپرورش

معلمان اغلب نگرانی‌های خود را در خصوص نیاز به «پوشش برنامه درسی»، با من در میان می‌گذارند. من هم در پاســخ، توجه آنان را به یکی از جملات مورد علاقه‌ام جلب می‌کنم که «شما لازم نیست یک موضوع را پوشش دهید؛ شما بایستی از آن پرده برداری کنید». این جمله از کتاب «داشــتن ایده‌های شگفت‌انگیز و مقالات دیگر در زمینهٔ یاددهی و یادگیری» توسط الینور داکورس[3] (انتشارات کالج معلمان، ۱۹۸۶) است که بیشتر از ۲۵ سال در قفسه کتاب‌هایم موجود اســت و کتابی است که بارها و بارها، برای الهام و هدایت خودم به آن مراجعه می‌کنم. یکی از مهمترین گام‌ها در پیشــرفت من به عنوان معلم ریاضی، فهمیدنِ تفاوت بین پوشش دادن برنامه‌درسی و پرده‌برداری از آن بوده است. من به اندازه کافی برای چگونگی تلفیق خوب این تفاوت در تدریس خودم، فکر کرده‌ام [و برای آشنایی خوانندگان، چند مورد را برای نمونه، ارائه می‌دهم].

کلیدواژه‌ها: برنامه درسی، برنامه درسی ریاضی، ریاضی

کشف کردن عدد پی

بــه عنوان یــک معلم ریاضی جــوان پایه‌هــای اول متوســطه[4]، در ابتدای تدریســم، هر موضــوع را به همان روشی تدریس می‌کردم که به من تدریس شده بود. برای مثال، هنگامی‌که به بخشی از برنامه درسی می‌رسیدم که در آن، نیاز به پوشش ویژگی‌های دایره‌ها بود، ابتدا فرمول محیط ($2\pi r$ یا $c=\pi d$) و مساحت ($A=\pi r^2$) دایره را ارائه می‌دادم، سپس π را به عنوان یک بازنمایی برای عدد پی معرفــی می‌کردم و بعد توضیح می‌دادم که مقدار تقریبی آن، می‌تواند ۳/۱۴ یا $۳\frac{۱}{۷}$ باشد و در ادامه از دانش‌آموزان می‌خواستم فرمول را برای حل مسائل به‌کار برند. به‌عبارت دیگر من موضوع درســی را پوشــش مــی‌دادم، اما از آن

پرده‌برداری نمی‌کردم. فرمول‌ها را برای محاسبه مساحت و محیط و چگونگی به‌کارگیری آن‌ها تدریس می‌کردم، اما به دانش‌آموزان کمک نمی‌کردم که بفهمند چرا این فرمول‌ها با معنی هستند.

اما از همان سال‌های اول تدریس، فهمیدم که یکی از چالش‌های ما به عنوان معلم ریاضی، این اســت که به‌کار بردن روش‌های بهتر برای توضیح دادن یک موضوع ریاضی به دانش‌آموزان، به تنهایی کافی نیســت، بلکه دانســتن روش‌های بهتر برای پرســش از دانش‌آموزان هم به همان اندازه مهم اســت، زیرا بــه آن‌چه که در حال یادگیری آن هستند، معنا می‌بخشــد. برای روشن‌تر کردن این بحث، یعنی این که تدریســی کــه در آن، گفتن به پرســیدن تغییــر یابد، چگونه خواهد بود، مثالــی راجع به کمک به دانش‌آموزان برای درک بهتر عدد پی می‌زنم که مبتنی بر تجربه تدریس خودم در کلاس است.

برای این‌که دانش‌آموزان یاد بگیرند که عدد پی رابطهٔ ثابتی است که در دنیای فیزیکی وجود دارد، به‌عنوان معلم، آن‌ها را تشویق کردم که خودشان، آزمایشی را تجربه کنند تا به آشکارســازی این رابطه برای آن‌ها، کمک کند. برای این منظور، انواع مختلفی از اشــیای دایره‌ای شکل را- از قبیل بشقاب‌هایی با اندازه‌های مختلف، فنجان‌ها و لیوان‌ها و ظرف‌هــای مربا- جمــع‌آوری کــردم و از دانش‌آموزان خواستم که محیط و قطر ظرف‌های دایره‌ای شکل را اندازه بگیرند. برخی اوقات، بــه دانش‌آموزان گفتم که هر کدام یک دایره را اندازه بگیرنــد و من هم داده‌های جمع‌آوری شده را روی تابلو کلاس نوشتم تا مورد بحث و بررسی در کلاس قرار گیرند. گاهی اوقات هم به هر یک تکلیفی دادم که ابتدا، خودشان محیط و قطر ظرف‌ها را اندازه بگیرند و بعد داده‌هایشان را در گروه‌های کوچک، روی هم بریزند و مورد بررسی قرار دهند. آن‌گاه من می‌پرسیدم که «متوجه چه چیزی شــدید؟» و بعد از آن که مدتی فکر می‌کردند می‌پرسیدم که «چه چیزی برای شما جالب بود؟».

وقتی از دانش‌آموزان، دربارهٔ چیزی که متوجه شدند سؤال می‌کنید، آن‌ها برای یافتن الگو، ساختار و نظم دربارهٔ موضوعی که درگیر یادگیری آن هستند، متمرکز می‌شوند که همه آن‌ها برای معنی بخشــیدن به ایده‌ها و رویه‌های ریاضی، مهم هستند. مثلاً وقتی نظر دانش‌آموزان را دربارهٔ «جالب بودن» می‌پرسید، آن‌ها برای حدس زدن و پاسخ دادن و تعمیم چیزی کــه آموخته‌اند، روی مفاهیمی که یادگرفته‌اند، تمرکز می‌کنند. این نوع تفکر و حدس زدن و تعمیم دادن برای انجام دادن ریاضی، اساسی است.

به عنوان معلم ریاضی، نقــش من هدایت بحث‌های کلاسی است که به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا ببینند که هــر دایره‌ای که اندازه می‌گیرند، محیط آن همیشــه تقریباً ســه برابر قطر آن اســت. در این موقع، خیلی مهم است که برای دانش‌آموزان توضیح دهید که اندازه‌گیری‌ها، هیچ‌وقت دقیــق نیســتند و بهتریــن اندازه‌گیری‌ها نیز تقریبی‌اند. ما حتی اگر با دقت با اســتفاده از بهترین ابزار اندازه‌گیری که در اختیار داریم، محیط و قطر هر شــکل دایره‌ای را اندازه‌گیری کنیم، حاصل تقسیم آن دو، همیشه عددی نزدیک به ۳/۱۴ یا $۳\frac{۱}{۷}$ اســت که عدد پی نامیده می‌شود.

در حین تدریسی که بیان کردم، روش‌های جالبی هم برای ســنجش میزان درک دانش‌آموزان از مفهوم دایره و عــدد پی یافتم، زیرا علاوه بر این‌کــه مایل بودم بدانم که آن‌ها فرمول‌های بحث شــده در کلاس را یادگرفته‌اند، در عین حال می‌خواســتم توانایی به‌کار بردن آن فرمول‌ها را توسط دانش‌آموزان ارزیابی کنم. یکی از روش‌هایی که در این مورد از آن اســتفاده کردم این بود که دانش‌آموزان را با مســئله اندازه‌گیری قطر تنه درخت، به چالش بیاندازم. برای این‌کار، از یک «متر» (نوار اندازه‌گیری اســتاندارد) و یک ظرف استوانه‌ای حاوی شکلات استفاده کردیم؛ بدین ترتیــب که ابتدا محیط ظــرف را اندازه گرفتیم که حدود $۱۲\frac{۱}{۴}$ اینچ یا ۳۱ سانتی‌متر بود (اینجا فرصت خوبی بود تــا به دانش‌آموزان توضیح دهم کــه اندازه‌ها، لزوماً دقیق نیســتند). ســپس از دانش‌آموزان خواستم قطر ظرف را پیش بینی نموده و اســتدلال خود را بیان کنند و بعد با اندازه‌گیری، دانش‌آمــوزان دیدند که قطر ظرف، حدود ۴ اینچ یا تقریباً کمی بیشتر از ۱۰ سانتی‌متر است.

بعد از فعالیت بالا، بــه دانش‌آموزان گفتم چون برای پیدا کردن قطر یک درخت نمی‌توانیم به آســانی از وسط تنه درخت اندازه‌گیری کنیم، تکلیف آن‌ها این اســت که نوار اندازه‌گیری‌ای طراحی کنند که این کار را انجام دهد. یعنــی وقتی این نوار مخصوص را دور درخت می‌پیچند، نوار عددی را نشــان می‌دهد که اندازه قطر درخت است. به عبارت دیگر، علامت‌های روی نوار اندازه‌گیری به جای آن‌که واحدهای اینچ و ســانتی‌متر را نشــان دهند، نشان دهنده «واحد قطر» باشــند. در این مسئله هدف این بود

که دانش‌آموزان، ریاضی را واقعاً انجام دهند نه این‌که فقط روی صفحه کاغذ، کار کنند.

رویه‌ها در مقابل فهمیدن

فرآینـــد تدریس باید توانایی دانش‌آموزان را برای فکر کردن، استدلال کردن و حل مسئله، ارتقاء بخشد. توانایی محاسبه کردن پاسخ‌ها، بدون فهم ریاضیاتِ مربوط به آن، یک هدف نامناسب و سطحی برای یادگیری دانش‌آموزان در درس ریاضـــی اســـت و این تصـــور نادرســـت را برای دانش‌آموزان ایجاد می‌کنـــد که یادگیری ریاضی به جای معنا بخشـــیدن به ایده‌های ریاضی فقط دربارهٔ یادگیری رویه‌ها اســـت. در صورتی‌که خبرگی و تسلطی که باید به دنبال ایجاد آن در دانش‌آموزان باشیم بسیار وسیع‌تر است و دربردارندهٔ درک و فهم است.

هســـته مشترک اســـتانداردهای کشـــوری[۵]، ترکیب متعادلی از فرآیندها و فهم را توصیه می‌کند و اخطار می‌دهد که دانش‌آموزانی که درک درســـتی از یک موضوع ندارند، ممکن است بر رویه‌ها بیش از حد تکیه کنند. استانداردها، پیامدهای کمبود درک و فهم را چنین توصیف می‌کنند:

هنگامی‌کـــه دانش‌آمـــوزان، بنیـــان انعطاف‌پذیـــر و منسجمی برای ریاضیاتی که با آن کار می‌کنند، نداشته باشـــند احتمال دارد که مســـائل استنتاجی (قیاسی) را کمتـــر در نظر بگیرند، نتوانند مســـائل را به صورت منسجم ارائه دهند و نتایج را کمتر مستدل بیان کنند و ریاضی را در موقعیت‌های عملیِ کمتری به کار ببرند. هم‌چنین، قادر نباشـــند که آگاهانه، از تکنولوژی برای کارکردن با ریاضی اســـتفاده کنند، ریاضـــی را با دقت کمتری برای سایر دانش‌آموزان توضیح دهند و کمتر برای پیدا کردن یک دید کلی‌تر، به عقب برگردند یا از رویه‌های متعارف منحرف شوند تا یک راه میان‌بر بیابند. به‌طور خلاصه، کمبود فهم، دانش‌آموز را از انجام دادن فعالیت‌های ریاضی باز می‌دارد.

پذیرش فعالیت‌های ریاضیِ هسته مشترک، نیازمند آن اســـت که به دانش‌آموزان کمک کنیم تا دانش مذکور را از طریق جست‌وجوهای دست اول کشف کنند، در موارد مناسب با اشیا فیزیکی کار کنند و از فرصت‌ها برای تعامل با دیگران استفاده کنند. با این وجود ما نیازمند شناسایی بخشی از دانش ریاضی نیز هستیم که براساس قراردادهای اجتماعی روی آن‌ها توافق شده است، نه منطق. دانش‌آموزان این دانش اجتماعـــی را با تکیه بر منابع خارجی، از جمله کتاب، معلم، سایر دانش‌آموزان، تلویزیون و اینترنت و غیره کســـب می‌کنند. مثالی از دانش اجتماعی، شامل عبارت پی و نماد π اســـت که از آن، برای نامیدن نسبت محیط به قطر دایره استفاده می‌کنیم. بدون تفکر و استدلال، این دانش برای دانش‌آموزان آشکار نخواهد شد. این محتوایی اســـت که ما معلمان به پوشـــش آن نیاز داریم. در چنین حالتی تدریس به وسیلهٔ گفتن ضروری و مناسب است. اما نسبت واقعی محیط به قطر یک ثابت ریاضی است که در جهان فیزیکی برای همهٔ دایره‌ها وجود دارد. دانش‌آموزان این موضوع را می‌توانند از طریق تجربه‌های یادگیری دست اول برای خودشان کشف کنند و باید این کار را بکنند.

> **وقتی از دانش‌آموزان، دربارهٔ چیزی که متوجه شدند سؤال می‌کنید، آن‌ها برای یافتن الگو، ساختار و نظم دربارهٔ موضوعی که درگیر یادگیری آن هستند، متمرکز می‌شوند که همه آن‌ها برای معنی بخشیدن به ایده‌ها و رویه‌های ریاضی، مهم هستند**

«چرایی» را کشف کنند

تدریس برای فهم، مســـتلزم چیزی فراتر از حقایق و رویه‌های اصلی است. دانش‌آموزان نیاز دارند بدانند که چرا کاری را انجام می‌دهیم و چرا آن کار بامعنی است؟ برنامه آموزش ریاضیاتی که برای دانش‌آموزان طراحی می‌کنیم، بایستی بر معناها، روابط و ارتباط و اتصال بین آن‌ها تأکید داشته باشد تا در کشف موضوع‌های برنامه درسی، به آن‌ها کمک نماید. در حقیقت، علاوه بر این‌که باید متوجه آن‌چه دانش‌آموزان انجام می‌دهند باشیم، باید متوجه آن‌چه که می‌فهمند نیز، باشیم.

بـــرای کمک بـــه دانش‌آمـــوزان در خصـــوص چرایی کارآمدی روشی که انجام می‌دهند، معلمان بایستی عمیقاً دربارهٔ زیربنای مفاهیـــم عددی مربوطه فکر کنند. در این بخش، چند سؤال را به‌عنوان نمونه ارائه می‌کنم که معلمان می‌تواننـــد از طریق آن‌ها، بـــه دانش‌آموزان کمک کنند تا فرایند معناسازی ریاضی را کشف کنند.

۱. چـــرا هنگامی‌کـــه یک عدد کامـــل را در ۱۰ ضرب می‌کنیـــم می‌توانیم یک صفر بـــه آن عدد اضافه کنیم ولی هنگامی‌که یک عدد اعشاری را در ۱۰ ضـــرب می‌کنیم نمی‌توانیم این کار را انجام دهیم؟

بحث روی این ســـؤال، به دانش‌آموزان کمک می‌کند که چندین ایده ریاضی مهم را کشـــف کنند. یکی از آن‌ها عبارت است از این‌که در دستگاه ارزش مکانی که ما را قادر می‌سازد هر عددی را فقط با ۱۰ رقم نشان دهیم، رقم‌های یکسان می توانند مقادیر مختلفی با توجه به موقعیت‌شان در اعداد داشته باشند. به عنوان مثال، می‌توان به تفاوت بین ۶۳ و ۳۶ اشـــاره کرد که برای بزرگسالان روشن است، ولی فهم آن برای دانش‌آموزان همیشه آسان نیست.

طرح چنین بحث‌هایی می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کنـــد تا بفهمند کـــه چرا وقتی عـــدد ۲۵ را در ۱۰ ضرب

می‌کنیم و به عدد ۲۵۰ می‌رسیم- رقم ۲ از مکان ده‌تایی‌ها به مکان صدتایی و رقم ۵ از یکی‌ها به ده‌تایی‌ها تغییر مکان می‌دهند. اما وقتی ۲/۵ را در ۱۰ ضرب می‌کنیم، نمی‌توانیم فقط یک صفر به آخرش اضافه کنیم، زیرا هم در ۲/۵ و هم در ۲/۵۰، عدد ۲ در مکان یکی‌ها است و عدد ۵ در مکان دهم‌ها است بنابراین دارای ارزش مکانی یکسان هستند. علاوه بر این، ایده مهم دیگری که از این سؤال بروز می‌کند، صحبت کردن دربارهٔ این حقیقت است که ۰/۵ و ۰/۵۰ یکسان هستند و هر دو با $\frac{۱}{۲}$ برابرند.

۲. چرا مجموع دو عدد فرد، همیشه زوج است؟

قبل از این‌که دانش‌آموزان در مورد این سؤال به بحث و تبادل‌نظر بپردازند، مهم است که به آن‌ها زمانی برای بررسی و راست‌آزمایی این مفهوم بدهیم که مجموع دو عدد فرد، همیشه یک عدد زوج است. به این منظور، از دانش‌آموزان خواستم که در گروه‌های دونفری این کار را انجام دهند و با هم‌گروه خود، بحث کنند که چرا چنین چیزی اتفاق می‌افتد. این فعالیت به آنان کمک کرد که ایده‌های خود را برای طرح در بحث کلاسی آماده کنند.

من دانش‌آموزانی را دیده‌ام که دلایل گوناگونی برای توضیحِ چرایی این که مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می‌شود ارائه داده‌اند. برای مثال یکی از دانش‌آموزان بیان کرد که هنگامی‌که شما به تعداد فرد از چیزی برمی‌دارید و آن‌ها را به صورت جفت جفت قرار می‌دهید همیشه یکی بدون جفت خواهد ماند. اما هنگامی که شما دو تا از این دسته‌های فردتایی را به صورت جفت‌جفت قرار دهید، هرکدام از آن‌ها یکی اضافه، بدون جفت، خواهد داشت. این دو تا اضافه با هم جفت می‌شوند و هیچ مقداری اضافه دیگری نخواهند ماند.

این سؤال بررسی چگونگی توازن اعداد (خواه فرد و خواه زوج) را نیز در ارتباط با عمل جمع، به همراه دارد. سؤال‌هایی نظیر این، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا هنگام معناسازیِ اعداد، فهم و درکشان را در مورد خواص اعداد و اعمال روی آن‌ها، توسعه دهند. برای سؤال‌های مرحله پیگیری، ممکن است از دانش‌آموزان بپرسید که مثلاً چرا حاصل‌ضرب دوعدد فرد، همیشه عددی فرد است؟ چرا مجموع یک عدد فرد و یک عدد زوج همیشه عددی فرد است، اما حاصل‌ضربشان، یک عدد زوج است؟ وقتی دو عدد فرد یا دو عدد زوج، یا یکی زوج، یکی فرد را از هم تفریق می‌کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟

۳. چرا صفر یک عدد زوج است؟

اعداد صحیح که بر ۲ بخش‌پذیرند، زوج نامیده می‌شوند. برای مثال ۱۳=۲÷۲۶، بنابراین ۲۶ یک عدد زوج است. (یک عدد بر عدد دیگر بخش‌پذیر است، اگر حاصل تقسیم، یک عدد کامل بدون باقی‌مانده باشد). شما همچنین، می‌توانید از ضرب به جای تقسیم برای توضیح این مورد استفاده کنید، بدین صورت که یک عدد صحیح زوج است، اگر بتوانید آن را به‌صورت ۲ برابر چیزی بنویسید. برای مثال، ۱۳×۲= ۲۶، پس ۲۶ زوج است. یا می‌توانید از جمع استفاده کنید و بگویید که اعداد زوج می‌توانند به صورت مجموع یک عدد با خودش نمایش داده شوند (۱۳+ ۱۳= ۲۶، بنابراین، ۲۶ زوج است). صفر در همهٔ این آزمون‌ها صدق می‌کند، یعنی صفر، هم بر ۲ بخش‌پذیر است، هم می‌توان صفر را به صورت مضربی از ۲ نشان داد (۰=۲ ×۰)؛ و می‌توان به صورت مجموع یک عدد با خودش نمایش داد (۰+۰=۰).

۴. چرا ساده کردن صفرها در کسر $\frac{۱۰}{۲۰}$ کسری مساوی با آن ایجاد می‌کند، اما در کسر $\frac{۱۰۱}{۲۰۱}$ چنین نیست؟

من این سؤال را در کلاس چهارم ارائه کردم. اول چندین مثال از کسرهای مساوی را در کلاس به بحث و تبادل نظر گذاشتم که نشان می‌داد می‌توان صفر را در صورت و مخرج کسر ساده کرد و کسرهای مساوی داشت.

$$\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۲۰}{۳۰}=\frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲۰}{۴۰}=\frac{۲}{۴}$$

سپس کسر زیر را به دانش‌آموزان دادم و از آن‌ها خواستم اظهارنظر کنند که آیا درست است صفر را در صورت و مخرج ساده کنند تا کسر مساوی آن را تولید کنند یا خیر؟

آیا $\frac{۱۱}{۲۱}=\frac{۱۰۱}{۲۰۱}$ ؟

در ابتدا، بعضی از دانش‌آموزان فکر کردند که پاسخ «بله»، است اما به تصور بعضی دیگر، چنین نبود. بدین جهت در کلاس، در این مورد ما بحث فعالی داشتیم. تِری پاسخ داد «بله» و استدلال کرد که «این عمل برای $\frac{۱۰۲}{۲۰۴}$ و $\frac{۱۲}{۲۴}$ که هر دو برابر $\frac{۱}{۲}$ هستند، کار می‌کند». راسل با دوستش تِری موافق بود و مثال دیگری مانند $\frac{۱۰۰}{۲۰۰}$ و $\frac{۱۰}{۲۰}$

زد و گفت « هنگامی که صفر را حذف می‌کنیم، مشـــکلی پیش نمی‌آید.»

در مقابل، الیسا دلیل آورد که آن مثال‌ها با هم متفاوت بودند، چون هر دوی آن‌ها قابل ساده شدن به $\frac{۱}{۲}$ هستند، اما نمی‌توان $\frac{۱۰۱}{۲۰۱}$ یا $\frac{۱۱}{۲۱}$ را به هیچ‌چیز دیگری ساده نمود.

توجیه تینا این بود که کسرها بایستی یکسان باشند، برای اینکه «اگر به هر یک از مخرج‌ها ۱ را اضافه کنید، $\frac{۱۰۱}{۲۰۲}$ و $\frac{۱۱}{۲۲}$ به‌دست می‌آید که هر دو برابر با $\frac{۱}{۲}$ هستند.

از طرف دیگر، سوفیا با استفاده از یک ماشین‌حساب، حاصل تقسیـــم را در هر کسر، به‌دســـت آورد و اعلام کرد که پاسخ غلط است برای اینکه جواب تقسیم‌ها با هم برابر نیستند، زیرا ۲۰۱÷۱۰۱ برابر با ۰/۵۰۲۴۸۷۵ و ۲۱÷ ۱۱ برابر با ۰/۵۲۳۸۰۹۵ می‌شود. بعد پای تابلو رفت و اعدادی را که با ماشین‌حساب به‌دست آورده بود، نوشت.

اســـتدلال نیکی با بقیه فرق داشت. او پای تابلو رفته و دنباله زیر را که کســـرهای معادل $\frac{۱۱}{۲۱}$ هستند، نوشت تا نشان دهد که $\frac{۱۰۱}{۲۰۱}$ در این دنباله نیست.

$$\frac{۱۱}{۲۱},\frac{۲۲}{۴۲},\frac{۳۳}{۶۳},\frac{۴۴}{۸۴},\frac{۵۵}{۱۰۵},\frac{۶۶}{۱۲۶},\frac{۷۷}{۱۴۷},\frac{۸۸}{۱۶۸},\frac{۹۹}{۱۸۹},\frac{۱۱۰}{۲۱۰}$$

امی یـــک اســـتدلال ارزش مکانی ارائــه داد که چرا نمی‌توان برای ساده کردن کسرها، صفرهای وسط صورت و مخرج را خط زد. او گفت که اگر چنین کاری کنیم، ناگهان صدها را بـــه ده‌ها تبدیل کرده‌ایم کـــه در ریاضی،چنین چیزی ممکن نیست.

بالاخره، نظر لسلی که در اقلیت هم بود، شنیدنی بود. به نظر او، چون هر دو کسر $\frac{۱۱}{۲۱}$ و $\frac{۱۰۱}{۲۰۱}$ خیلی‌خیلی به $\frac{۱}{۲}$ نزدیک‌اند، پس هر دو تقریباً یکسان هستند.

اغلب، دانش‌آمـــوزان بدون داشـــتن درک عمیقی از این‌کـــه کِی و کجا می‌توان رویه و قاعـــده‌ای را به‌کار برد، تنها به کاربردنشان را یاد می‌گیرند. طرح چنین سؤال‌های مناسبی فرصت‌هایی برای بررسی آن‌چه که هنگام ساده کردن کســـرها اتفاق می‌افتـــد، در اختیـــار دانش‌آموزان می‌گذارد؛ اول به وســـیلهٔ کسرهای دیگر که این خاصیت را دارا نیســـتند. این ســـؤال، نقاط ورودی متنوعی را برای دانش‌آموزان ایجاد می‌کند تا مواردی را که از نظر ریاضی معنادارند، تجزیه و تحلیل کنند.

آن‌هایی که می‌فهمند، تدریس کنند

برای مـــن، یادگیـــری چگونگـــی بهترین کشـــف و پرده‌بـــرداری از محتـــوای برنامه درســـی ریاضی توســـط دانش‌آموزان، فرآیندی طولانی است. من باید به آن‌ها یاد بدهم که چه موقع بپرسم و چه موقع بگویم. مهم‌تر این‌که، من مجبور بوده‌ام یادبگیرم که چه چیزی را بپرســـم و چه چیزی را بگویم و کدام‌یک برای فهم کامل محتوای ریاضی که من درس می‌دهم مناسب است.

گلاندا لاپان[۶]، رئیس قبلی شورای ملی معلمان ریاضی، اهمیت معلمـــان ریاضی را با دانش عمیـــق محتوایی در مقاله « دانستن آن‌چه تدریس می‌کنیم و تدریس آن‌چه می‌دانیم[۷]»، بیان کرده است. او می‌نویسد:

دانش محتوایی ما معلمان، بر چگونگی تفسیر اهداف محتوایی کـــه انتظار می‌رود که آن‌ها را بـــه دانش‌آموزان تدریس کنیم، تأثیر می‌گذارد. علاوه بر این، بر توانایی ما در روش‌هایی که به ســـؤال‌های دانش‌آموزان‌مان گوش داده و پاســـخ می‌دهیم، بر ارائه توضیح‌های روشن و پرسیدن سؤال‌های خوب از آنان، بر تلاش‌مان برای به جلو راندن هر دانش‌آموز در لحظهٔ خاصی که او آمادگی یا کنجکاوی لازم را دارد، و بالاخره بر بیشتر ایجاد کردن چنین لحظاتی برای دانش‌آموزان‌مان تأثیر دارد.

یکی از دوســـتانم که او نیز یک معلم ریاضی اســـت، بلوزی دارد که روی آن پیام زیر نوشته شده است: **آن‌هایی که می توانند، انجام می‌دهند. آن‌هایی که می‌فهمند، تدریس کنند.**

من با ایـــن پیام موافقم. حتی در ســـطح ابتدایی که موضوعات ریاضی بســـیار ســـاده هســـتند، ممکن است پیچیدگی‌های غیر منتظره‌ای در طول تدریس در کلاس بروز کنند. اما اگر دانش ریاضی ما به عنوان معلم به اندازه کافی قوی باشد، می‌توان این موقعیت‌های غافلگیر‌کننده را نه به عنوان مشـــکلات بلکه به عنوان فرصت‌هایی برای راهنمایی دانش‌آموزان در کشف و درکشان از ریاضی مورد استفاده قرار داد.

پی‌نوشت‌ها

1. Uncovering the Math Curriculum
2. Marilyn Burns
3.The Having of Wonderful Ideas and Other Essays on Teaching and Learning by Eleanor Duckworth

۴. معادل دوره متوسطه اول در ایران

5. Common Core State Standards (CCSS)
6. Glenda Lappan
7. Those who can, do. Those who understand, teach.

منبع

Burns, M. (2014). Uncovering the Math Curriculum. Educational Leadership, October, 64-68.

مسابقات ریاضی در جهان

صفا احراری
دبیر ریاضی یزد و کارشناس ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی

اشاره

یادم هست که روزی به آقای مدیری که دائماً برای شاگردان مدرسه خود مسابقه ترتیب می‌داد و برنده انتخاب می‌کرد و جایزه می‌داد و باز از میان برندگان، برندگان دیگری انتخاب می‌کرد و جایزه می‌داد و به همین ترتیب می‌رفت تا جایی که برنده همه برندگان یا «برنده‌ترین برنده» را پیدا کند و به او جایزه بدهد، گفتم: در این اوضاع، دیگر مسابقه هیچ دردی را دوا نمی‌کند. من این حرف را به عنوان یک متخصص تعلیم و تربیت به شما می‌گویم، به عنوان آدمی که به کمک یک گروه، دائماً روی این طور مسائل کار می‌کند، شما با این «مسابقه بازی» و «جایزه بازی» سرانجام به جایی می‌رسید که یک، یکه تاز پیدا می‌کنید، یعنی کسی که آشکارا جلوتر از دیگران می‌تازد، به بیان دیگر یک گروه عظیم «عقب مانده» پیدا می‌کنید که محکوم به عقب ماندگی شده است و بی‌خود و بی‌جهت هم محکوم شده است و هر قدر هم که این گروه تند و تند بتازد، خسته و خسته‌تر، خشمگین و خشمگین‌تر می‌شود. اما باز هم از یک نفر، ناگزیر عقب می‌ماند. بهت‌زده با لحنی سرشار از سرزنش گفت: من آن‌ها را برمی‌انگیزم و تشویق می‌کنم و به حرکت وا می‌دارم و شما چطور این مسئله را نمی‌فهمید؟ گفتم: به هر حال گروه «یکه‌تازان» که نمی‌تواند وجود داشته باشد، «یکه‌تاز» می‌تواند وجود داشته باشد. از میان هزار نفر که مسابقه می‌دهند هر هزار نفرشان که نمی‌توانند جلوتر از دیگران باشند. فقط یک نفر می‌تواند جلوتر از دیگران باشد تا مسابقه معنی پیدا کند. شما که دائماً مسابقه ترتیب می‌دهید و سبقت را اصل می‌گیرید، چطور نمی‌توانید مسئله‌ای به این سادگی را بفهمید؟ شما به هر صورت همه را به خاطر یک نفر عقب نگه می‌دارید. وامانده گفت: خوب سعی می‌کنند از آن یک نفر جلو بیفتند و جای او را بگیرند. گفتم: درد این است ما به ملت تازنده نیازمندیم، نه قهرمان یکه‌تاز، ما به ملت قهرمان احتیاج داریم نه قهرمان ملت.

(ابراهیمی، ۱۳۷۶، نقل شده در تارودی، ۱۳۹۰)

کلیدواژه‌ها: مسابقات ریاضی، المپیاد بین‌المللی ریاضی، مسابقه ریاضی کانگورو، Aلیمپیاد.

مقدمه

اگرچه یکی از اصلی‌ترین هدف‌های آموزش عمومی، تربیت شهروندان آگاه، مسئول، با مهارت و مسئله‌حل‌کن است ولی میل به ارتقای فردی و گروهی، بهانه مناسبی برای ایجاد رقابت از طریق طراحی مسابقات علمی مختلف بوده و هست. مثلاً به گفته جلیلی (۱۳۹۰)، هدف اصلی برگزاری مسابقه ریاضی

در ایران که اولین بار در سال ۱۳۶۲ در اصفهان برگزار شد، جلوگیری از افت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان بود که می‌توانست در میان مدت، برای آموزش مدرسه‌ای در ایران، پر خطر باشد.

برای مقابله با چنین خطر بالقوه‌ای، رجالی (۱۳۷۷) توضیح می‌دهد که در زمانی که درصد ورود دانش‌آموزان دبیرستانی به رشته ریاضی- فیزیک، کم و کمتر می‌شد، پیشنهاد برگزاری مسابقه ریاضی در سال ۱۳۶۲ در ایران، به عنوان طلیعه‌ای برای شناخت کمبودها و نقاط ضعف آموزش ریاضی، به حساب آمد. از نظر وی، مهم‌ترین توجیهات برای برگزاری این مسابقه، به شرح زیر بود:

- ایجاد تحرک ریاضی در مدارس؛
- مبارزه با افت ریاضی از طریق علاقه‌مند کردن دانش‌آموزان برای ورود به رشته ریاضی؛
- شناسایی استعدادهای درخشانِ ریاضی و آموزش آنان؛
- ایجاد فرهنگ حل مسئله که به دلیل وجود کنکور، جامعه دانش‌آموزی از آن گریزان شده است؛
- ایجاد رقابت سالم بین دانش‌آموزان و معلمان و جوامع آموزشی برای یادگیری و آموزش بهتر ریاضی؛
- جرأت بخشیدن به دانش‌آموزان و معلمان ریاضی برای آگاهی از توان‌های بالقوه خود و تلاش بیشتر.

این مورد، مؤید این است که برای تأسیس هر مسابقه ریاضی، نظام‌های آموزشی یا بخش‌های غیردولتی، توجیهی دارند که احتمالاً در زمان خود، قابل درک و موجه است. اما گاهی آن توجیهات، قابل تسری به تمام زمان‌ها و مکان‌ها نیست و در مناسبت‌های خاص تاریخی است که پاسخگوی یک نیاز می‌شود. بدین سبب در این مقاله، به اختصار، تنها به چند مسابقه مهم ریاضی در سطح جهانی که در حال حاضر، در ایران هم برگزار می‌شوند اشاره می‌شود تا شاید به انتخاب مناسب یک مسابقه در ظرف‌های زمانی و مکانی متفاوت کمک کند.

الف) المپیاد بین‌المللی ریاضی[1] (IMO)

به گفته کرانتس[2] (۱۹۹۷)، در سال ۱۸۹۴ میلادی، «مسابقه اتووش» به نام «بارون لوراند اتووش[3]»، به صورت مسابقه ریاضی دانش‌آموزی در مجارستان شروع شد و پس از آن، مسابقات ریاضی یکی بعد از دیگری، در کشورهای مختلف جهان شکل گرفتند و جایگاه ویژه‌ای پیدا کردند. بالاخره، در سال ۱۹۵۹ میلادی، رومانی پیشگام راه‌اندازی «المپیاد بین‌المللی ریاضی» شد و از هفت کشور اروپای شرقی برای شرکت در این المپیاد، دعوت کرد و هر سال چند کشور دیگر نیز به آن اضافه شدند. در حال حاضر، المپیاد معتبرترین مسابقه بین‌المللی ریاضیِ دانش‌آموزی در جهان است و هر سال در یک کشور برگزار می‌شود. ایران نیز برای اولین بار به طور رسمی، در سال ۱۳۶۶ در المپیاد بین‌المللی ریاضی که در کشور کوبا برگزار شد، شرکت کرد (عابدی،۱۳۹۳).

ب) مسابقه ریاضی کانگورو

در سال ۱۹۸۰ میلادی، یک معلم ریاضی استرالیایی به نام پیتر هالورن که مؤسس «کمیته المپیاد ریاضی استرالیا[4]» (AMOC) بود، یک مسابقه ریاضی برای دانش‌آموزان پایه‌های مختلف از سال دوم دبستان تا سال آخر دبیرستان راه‌اندازی کرد. این مسابقه، تنها به گروه خاصی از دانش‌آموزان تعلق ندارد و هر کس با هر سطحی از توانایی و دانش ریاضی مربوط به پایه خودش، می‌تواند در آن شرکت کند. سؤال‌های این مسابقه طوری طراحی می‌شوند که دانش‌آموزان را به تفکر وا دارد و آنان را درگیر فرایند حل مسئله کند.

در سال ۱۹۹۱، این مسابقه در پاریس مورد توجه قرار گرفت و در آن کشور نیز برگزار شد و به سرعت، بسیاری از کشورهای دیگر هم به این مسابقه پیوستند و چون ایده این مسابقه در کشور استرالیا شکل گرفت و برای اولین بار در آن کشور برگزار شد، «کانگورو» نامیده شد که همیشه، یادآور زادگاه آن باشد.

هدف اصلی شکل‌گیری این مسابقه، ایجاد انگیزه و علاقه در دانش‌آموزان برای یادگیری بهتر و بیشتر ریاضی است و تلاش می‌شود که سؤال‌های آن، برای دانش‌آموزان جالب و متفاوت باشد و در عین حال، آنقدر مشکل نباشد که از نزدیک شدن به آن، واهمه داشته باشند. نکته قابل توجهی که سعیدی و چمن‌آرا (۱۳۸۸) به آن اشاره کرده‌اند این است که ساختار این مسابقه به گونه‌ای است که هر کشوری که بخواهد، بنا بر ذوق و سنت آموزشی خود، برای تشویق دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این مسابقه، به نفرات برتر در همان کشور، جوایز و دیپلم‌های افتخار اهدا می‌کند، اما نتایج

مسابقه در کشورهای مختلف، با هم مقایسه نمی‌شوند.

ت) مسابقه بین‌المللی ریاضی تورنمنت شهرها[5] (مسکو IMTT)

نیکولای کونستان‌تینو ریاضی‌دان روسی که عضو هیئت داوران «المپیاد بین‌المللی ریاضی» بود، به فکر تأسیس مسابقه‌ای مشابه المپیاد افتاد که تأکیدش بر حل مسئله ریاضی بوده و تیم‌های شرکت‌کننده به جای کشورها، شهرها باشند. بدین معنی که هر شهری از هر کشوری، بتواند به طور مستقل، در این مسابقه شرکت کند.

با این ایده، در سال تحصیلی ۱۹۸۰-۱۹۷۹ (۱۳۶۹- ۱۳۶۸)، اولین مسابقه در شوروی سابق با عنوان «المپیاد سه شهر» شامل مسکو، لنینگراد و ریگا و به ریاست وی، برگزار شد. به تدریج، تعداد شهرهای شرکت‌کننده در این مسابقه افزایش یافتند و از آن سال به بعد، عنوان مسابقه به «تورنمنت شهرها» تغییر یافت. پس از چند دوره برگزاری این مسابقه در شوروی سابق، از سال ۱۹۸۴ به بعد، «تورنمنت شهرها» با حفظ همان ایده، به یک مسابقه بین‌المللی تبدیل شد و بدین ترتیب، نیکولای کونستان‌تینو، مؤسس مسابقه‌ای در نوع خود منحصر به فرد شد و توانست با این ابتکار، مخاطبان بیشتری را با تنوع چشمگیری از سراسر جهان، جذب کند. در حال حاضر، بیش از ۱۰۰ شهر دنیا، در این مسابقه شرکت می‌کنند و نتیجه مسابقه در سطح هر شهر در نظر گرفته می‌شود.

با این وجود، ایران از کمیته برگزاری این مسابقه درخواست نمود که به جای شهرهایش، یک تیم کشوری در این مسابقه شرکت کند و با موافقت این کمیته، ایران از سال ۱۳۸۰، به «مسابقه بین‌المللی ریاضی تورنمنت شهرها» پیوست. روال این تورنمنت به این گونه است که مسابقه در دو سطح متوسط و عالی برگزار می‌شود که سؤال‌های سطح متوسط با هدف جذب تمام دانش‌آموزانِ علاقه‌مند به ریاضی طراحی می‌شود و سؤال‌های سطح عالی، هم‌تراز المپیاد بین‌المللی ریاضی است.

این مسابقه چند ویژگی دارد؛ نخست اینکه به جای تکیه بر دانش و تکنیک‌های پیشرفته، سؤال‌ها بیشتر بر فکرهای نو و خلاقیت‌های شرکت‌کنندگان متکی است، دومین ویژگی این است که زمان در این مسابقه، عامل تعیین کننده نیست و سوم آن که شرکت‌کنندگان، حق انتخاب سه مسئله از بین پنج تا هشت مسئله را دارند.

پ) مسابقات جهانی ریاضی[6] (IMC)

در سال ۱۹۹۴، «مسابقات بین‌المللی ریاضی» (IMC)، با هدف افزایش قدرت تفکر، یادگیری تکنیک‌های محاسباتی و حل مسئله، توسعه کار گروهی، ارتقای دانش ریاضی دانش‌آموزان و آشنایی با روش‌های آموزش ریاضی همسو با استانداردهای جهانی، برای سه گروه سنی تأسیس شد. زادگاه این مسابقات آسیای جنوب شرقی است و مانند المپیاد بین‌المللی ریاضی (IMO)، به صورت تیمی- انفرادی برگزار می‌شود. ولی بر خلاف مسائل المپیاد که تأکید اصلی آن‌ها بر پایه وسعت و عمق دانش ریاضی و توانایی حل مسئله است، بیشتر متکی به قدرت خلاقیت و تفکر دانش‌آموزان است.

ث) مسابقه یورومت (Euromath)

علت معرفی «یورومت»، ساختار ویژه آن است. «یورومت» یک مسابقه ریاضی در سطح اروپاست که در آن، هر تیم شرکت‌کننده از هفت نفر تشکیل می‌شود و ملحق ترکیب این تیم‌ها، می‌تواند از دانش‌آموزان دوره‌ابتدایی تا دانشگاهی باشد که هر تیم را یک سرپرست همراهی می‌کند. از بین تیم‌ها، شش تیم برای شرکت در مرحله نهایی انتخاب می‌شوند. در مرحله نهایی، این تیم‌ها در مقابل داوران به رقابت می‌پردازند. پیروزی نهایی از آنِ گروهی است که دارای بیشترین اطلاعات جامع و بالاترین سرعت باشد.

ج) مسابقه ریاضی کاپ ــ آبل (Kappabel)

مسابقه ریاضی کاپ‌آبل، رقابتی بین دانش‌آموزان دبیرستانی در کشورهای اسکاندیناوی- دانمارک، ایسلند، سوئد، فنلاند و نروژ است که در سطح کلاس‌های درسی در مدرسه‌ها برگزار می‌شود. برگزار کننده این مسابقه، «بنیاد کاپ‌آبل» است که توسط شهرداری فرولند- محل فوت آبل در سن ۲۷ سالگی و فرهنگستان علوم و ادبیات نروژ، در اُسلو پایتخت نروژ، تأسیس شده است. شرکت‌کنندگان این مسابقه در نروژ و ایسلند، دانش‌آموزان پایه نهم و در دانمارک و فنلاند، دانش‌آموزان پایه هشتم هستند. مرحله اول و دوم این

به گفته جلیلی (۱۳۹۰)، هدف اصلی برگزاری مسابقه ریاضی در ایران که اولین بار در سال ۱۳۶۲ در اصفهان برگزار شد، جلوگیری از افت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان بود که می‌توانست در میان مدت، برای آموزش مدرسه‌ای در ایران، پر خطر باشد

مسابقه شامل حل مسائلی است که توسط معلم کلاس، از اینترنت گرفته می‌شـود و در یـک زمان محدود ۹۰ دقیقه‌ای، همه دانش‌آموزان آن کلاس، در مورد هر یک از مسئله‌ها و چگونگی حل آن‌ها، با هم بحث و گفت‌وگو می‌کنند

مرحله سوم این مسابقه به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش اول تعریف یک پروژه کلاسـی برای هر گروه، با موضوعی از قبل تعیین شـده و هر تیـم، در آخر باید گزارشی تهیه کرده و به کلاس ارائه دهند. در بخش دوم این مرحله نیز که تأکیدش بر حل مسئله است، چهار نفر به نمایندگی از هر کلاس، در آن شرکت می‌کنند. سه تیم برتر این مسابقات که به مرحله سوم راه می‌یابند، در فردای آن روز برای مرحله نهایی دور هم جمع می‌شوند. در این بخش پایانی، سایر تیم‌ها بر چگونگی حل مسئله توسط این سه تیم، نظارت می‌کنند.

چ) Aلیمپیاد[7]

آزمـون «Aلیمپیاد» توسـط مؤسسـه فرودنتال طراحی شده و چندین سال است که در مدارس هلند و چند کشـور جهان، برگزار می‌شـود. از سال ۱۳۸۶، خانه ریاضیات اصفهان[8] طی معاهده‌ای با این مؤسسه، مسئولیت اجرای این آزمون را در مدارس ایران، به عهده گرفت. این آزمون به صورت گروهی انجام می‌شـود و سؤال‌های آن، مبتنی بر مسئله‌های دنیای واقعی است و حل آن‌ها، اغلب با مدل‌سـازی ریاضی همراه اسـت. ایده‌های ارائه شده در مسئله‌ها بسیار متنوع‌اند و صورت مسـئله‌ها، طولانی و دارای فرض‌های زیادی اسـت و راه‌حل‌ها تحلیلی و توصیفی هستند.

جمع‌بندی

طی بیش از یک سده که از برگزاری اولین مسابقه ریاضی در جهان می‌گذرد، مسـابقات ریاضی متعددی طراحی و اجرا شـده‌اند. این مقاله، از بین ده‌ها و ده‌ها مسابقه ریاضی که با هدف‌های متفاوت و با ساختارهای گوناگون تأسـیس شـده‌اند، تنها به مرور چند مسابقه پرداختـه کـه هر کـدام، ویژگی قابل توجهـی دارند. بخش‌های دولتی و غیردولتیِ آموزشی در ایران نیز از سه دهه گذشته تا به حال، در برگزاری این مسابقات فعال بوده و هسـتند. در این میان، کسب‌وکار بسیار سودآور و جدیدی که به بهانه افزایش موفقیت شرکت‌کنندگان در انواع مسـابقات ریاضی در ایران و جهان ایجاد شده، نیازمند تأمل اسـت. برای آشـنایی با گستردگیِ این کسب‌وکار، کافی است تنها عنوان مسابقه ریاضی مورد نظر در یکی از موتورهای جستجو وارد شود! اینجاست که بخش‌های دولتی و خصوصی آموزشـی با چالشی واقعی مواجه هسـتند که آیا هدف اصلـی از برگزاری مسـابقات ریاضی که ایجاد شوق یادگیری و بالا بردن اعتماد به نفس دانش‌آموزان و شناسـایی استعدادهای ویژه است، با کسب‌وکاری که حول‌وحوش آن‌ها ایجاد شده، خدشه‌دار نمی‌شود؟

پی‌نوشت‌ها

1. International Mathematics Olympiad: IMO
2. Steven G Krantz
3. Baron Laránd Eötvös
4. Australian Mathematics Olympiad Committee: AMOC
5. The International Mathematics Tournament of the Towns
6. International Mathematics Competition: IMC
7. A- Lyppedia
8. www.mathhouse.org

منابع

۱- تـارودی، م. (۱۳۹۰). بازتابـی بر مشـاهدات کلاس درسـی. **مجله رشـد آموزش ریاضی**. شماره ۱۰۳. صص. ۶۲-۵۸. دفتر انتشـارات کمک‌آموزشی. سـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی. وزارت آموزش‌وپرورش.

۲- جلیلـی، م. (۱۳۹۰). تاریخچه گروه‌های آموزشـی. خانه‌های ریاضیات و مسابقات ریاضی. **مجله رشد آموزش ریاضی**، شماره ۱۰۳، صص. ۴۳-۴۰. دفتر انتشـارات کمک‌آموزشـی. سـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی. وزارت آموزش‌وپرورش

۳- چمن‌آرا، س و سـعیدی، م. (۱۳۸۸). معرفی مسابقات ریاضی. **مجله رشد آموزش ریاضی**. شـماره ۹۸، صص. ۴۳-۳۶. دفتر انتشـارات کمک‌آموزشی. سـازمان پژوهش و برنامه‌ریزی. وزارت آموزش‌وپرورش.

۴- رجالی، ع. (۱۳۷۷). مسـابقات ریاضـی دانش‌آموزی در ایران. **مجله رشد آموزش ریاضی**. شـماره ۵۱، صص. ۵۱-۴۶. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش‌وپرورش.

۵- عابدی، ج. (۱۳۹۲). تاریخ المپیاد ریاضی در ایران، بخش اول. **فصل‌نامه کمیته علمی المپیاد ریاضی ایران**. سال اول، شماره دوم، پاییز ۱۳۹۲. صص. ۸-۳.

۶- کرانتس، جی. ا. (۱۹۹۷). **فنون مسـئله حل کردن**. ترجمه مهران اخباریفر (چاپ چهارم، ۱۳۹۱). انتشارات فاطمی.

تقریب
عدد π به کمک احتمال

مرتضی بیات، عضو هیئت علمی دانشکده ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد زنجان
زهرا خاتمی، دبیر ریاضی دبیرستان‌های زنجان و کارشناس ارشد ریاضی

در «عهد عتیق» روایت شده است که حضرت سلیمان (ع)، دستور داد جامی برای او بسازند که قطر دهانه آن، ۱۰ آرنج و محیط آن ۳۰ آرنج باشد (کتاب مقدس تورات، آیه بیست و سوم، باب هفتم). آیا چنین چیزی ممکن است؟ اگر قطر دایره را برابر ۱۰ بگیریم، محیط آن برابر ۳۰ می‌شود؟ آیا نسبت طول محیط دایره بر قطر آن برابر با ۳ است؟

چکیده

در مطالعه طبیعت، به اشکال زیبای فراوانی برخورد می‌کنیم، ولی شکل دایره زیبایی دیگری دارد. دایره متقارن‌ترین شکل مسطح و کره متقارن‌ترین شکل فضایی است و طبیعت پر است از تقارن‌ها! پس دایره و کُره، زیباترین زیبایان هستند و برای شناختِ راز این زیبایی، باید قانون‌های حاکم بر آن‌ها را کشف کرد.

چگونه مسیر ظاهری حرکت ستارگان محاسبه می‌شود؟ چطور می‌توان گنجایش یک ظرف گرد را به‌دست آورد؟ و سؤال‌هایی از این قبیل که همه به یک پرسش منجر می‌شوند که «به چه ترتیب می‌توان محیط یک دایره را به کمک طول شعاع آن به‌دست آورد»؟ در این مقاله، پس از یک مرور تاریخی مربوط به عدد π، به طرح چند مثال برای تقریب عدد π به کمک احتمال هندسی می‌پردازیم.

کلیدواژه‌ها: محیط دایره، چندضلعی‌های منتظم، عدد π، تقریب مقدار π، احتمال هندسی، سوزن بوفون

۱. مروری بر سیر تاریخی تقریب عدد π

در سرزمین باستانی بابل، هوشمندان زیرک هم‌عصر حضرت سلیمان (ع) که به کار «محاسبه» می‌پرداختند، محیط دایره را با محیط شش‌ضلعی منتظمِ محاط در آن برابر می‌گرفتند و به همین مناسبت، نسبت محیط دایره به قطر آن را که امروز π نامیده می‌شود، برابر ۳ به‌دست می‌آوردند.

رومیان قدیم نیز با محاسبه‌های تجربی و شاید با کشیدن نخی به دور دایره و سپس اندازه‌گیری طول نخ، عدد ۳/۱۲ را برای عدد π به‌دست آوردند و حسابگران اعجوبه مصری، محیط دایره را برابر با محیط مربعی می‌دانستند که قطر آن برابر با $\frac{۸}{۹}$ قطر دایره باشد و بدین ترتیب، به عدد تقریبی ۳/۱۶ برای π، می‌رسیدند.

شاید بتوان ارشمیدس را نخستین کسی دانست که با ذهن پرنبوغ خود، توانست روشی منطقی و ریاضی برای محاسبه عدد π بیابد، بدین ترتیب که هم شش‌ضلعیِ محاطی و هم شش‌ضلعیِ منتظمِ محیطی را در نظر گرفت و به‌طور طبیعی، طول محیط دایره را عددی بین محیط‌های این دو شش‌ضلعی به حساب آورد. پس از آن به جای شش‌ضلعی‌ها، دوازده‌ضلعی‌ها، بیست و چهارضلعی‌ها و . . . را در نظر گرفت و برای عدد π، تقریب خوب $۳\frac{۱}{۷}$ را به‌دست آورد. پس از وی، محمدبن موسی خوارزمی در سده سوم هجری، نوشت که برای محاسبه محیط دایره، «بهترین روش این است که قطر دایره را در $۳\frac{۱}{۷}$ ضرب کنیم».

همچنین، غیاث‌الدین جمشید کاشانی ریاضی‌دان بزرگ ایرانی که در اواخر سده چهاردهم و اوایل سده پانزدهم میلادی می‌زیست، در کتاب «رسالة المحیطیه» خود، برای تقریب π، از شش‌ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی آغاز نمود. بعد دوازده‌ضلعی، بیست و چهارضلعی و . . . را در نظر گرفت و هر بار، محیط دایره را برابر واسطه عددی محیط‌های ۳×۲^n ضلعیِ محاطی و ۳×۲^n ضلعیِ محیطی به حساب آورد تا سرانجام، به ازای $n = ۲^{۲۴}$ یعنی ۸۰۵۳۰۶۳۶۸ ضلعی‌های منتظم محاطی و محیطی، مقدار π را تا ۱۶ رقم درست بعد از ممیز به‌دست آورد (قربانی، ۱۳۶۳ و قربانی، ۱۳۶۸):

$$\pi \approx ۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۸۹۷۹۳۲$$

غیاث‌الدین جمشید کاشانی در مقدمه این کتاب، با ظرافت به گنگ بودن عدد π و دقت تقریب خود پرداخته و می‌نویسد:

«ستایش خداوندی را سزد که از نسبت قطر به محیط دایره آگاه است... خواستیم محیط دایره را به فرض معلوم بودن قطر آن بر حسب واحد معینی استخراج کنیم که بر ما یقین حاصل شود که در دایره‌ای که قطرش ششصد هزار برابر قطر زمین باشد، تفاوت بین نتیجۀ حساب ما و آن‌چه حق است به یک مو نرسد، مویی که ضخامتش یک ششم عرض یک دانۀ جو متوسط است...»

در ادامه باید گفته شود که تقریب کاشانی از عدد π تا حدود سیصد سال بعد از او، تقریب منحصربه‌فردی بود که در آن، شاهکار این محاسبه، به اوج خود رسیده بود (برای آشنایی مبسوط با سیر تحول تاریخیِ عدد π به ایوز، ۱۹۹۰، چاپ ششم و قربانی، ۱۳۶۸ مراجعه کنید.)

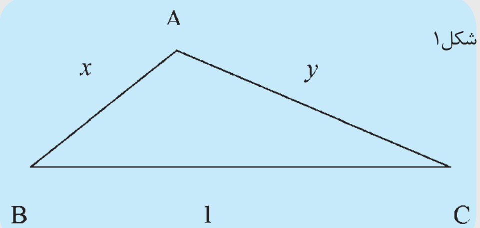
۲. تقریب عدد π به کمک احتمال

معمولاً حضور عدد π در روابط ریاضی، دلالت آشکار بر این دارد که به نحوی، بایستی ردپای دایره را در این مسئله جست‌وجو کنیم. در ادامه، چند مثال را در زمینه احتمالات هندسی که عدد π در آن ظاهر می‌گردد، ارائه می‌دهیم و سپس به کمک آن، تقریبی از عدد π به‌دست می‌آوریم.

مثال ۱. اگر دو عدد x و y که هر دو کوچک‌تر از ۱ هستند، به تصادف انتخاب و نوشته شوند، احتمال اینکه با عدد۱، یک سه تایی $(x,y,1)$ از اعداد به‌دست آیدکه اضلاع مثلثی با زاویه منفرجه باشند، برابر با $\frac{\pi-۲}{۴}$ است.

حل. ابتدا ملاحظه می‌کنیم که هر جفت از اعداد x و y نقطه‌ای مانند (x,y) را در مربع واحد مشخص می‌کنند. حال چون هر یک از مختصات به تصادف، از یک بازه واحد انتخاب می‌شوند، احتمال قرار گرفتن نقطه متناظر(x,y) در هر جای مربع، یکی است. به بیان دقیق‌تر، احتمال اینکه (x,y) در داخل ناحیه‌ای مانند G از مربع قرار گیرد، برابر با نسبت مساحت G به مساحت کل مربع است و

چون مســاحت مربع مساوی با ۱ است، احتمال قرار گرفتن(x,y) در G، برابر با مساحت G است.



شکل۱

اینک، مثلثی به اضلاع x,y,۱ را در نظر می‌گیریم (شــکل۱). چون x و y کوچک‌تر از ۱ هســتند، پس زاویه A بایســتی منفرجه باشــد. حال بــرای اینکه طول‌های x،y و ۱، تشکیل یک مثلث بدهند، مجموع هر دوی آن‌ها باید بیشــتر از سومی باشد. پس شرط اینکه مثلثی تشکیل شود این است که

$$x+y>۱ \qquad (۱)$$

(البتــه نامســاوی‌های x+۱>y و y+۱>x را نیز داریم، ولی ناحیه‌هایی که توســط این نامســاوی‌ها مشخص می‌شــوند، تنها در یک نقطه با مربع واحد، اشتراک دارند.)

از این گذشته، چون زاویه A منفرجه است، پس cos(A)<۰. بنابراین، طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$۱^۲ = x^۲ + y^۲ - ۲xy.\cos(A)$$

یا

$$x^۲ + y^۲ = ۱ + ۲xy.\cos(A) < ۱$$

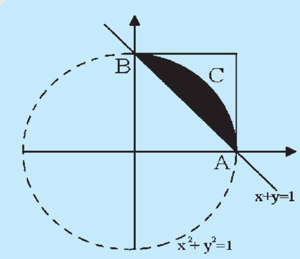
و در نتیجه؛

$$x^۲+y^۲<۱ \qquad (۲)$$

بدین ترتیب، نقاط (x,y) ای که در نامساوی (۱) صدق می‌کنند، در بالای قطر AB از مربع واحد قرار دارند (شــکل ۲) و نقاطی که در نابرابری (۲) صدق می‌کنند، در داخل دایره واحد قرار دارند. پس نقاطی که هم در نامســاوی (۱) و هم نامســاوی (۲) صدق می‌کنند، در ناحیه ســیاه‌رنگ، بین ربع دایره و قطر قرار دارند. در نتیجه، احتمال اینکه (x,y,۱) مثلثی با زاویه منفرجه به دست دهد، عبارت است از:

(مساحت مثلث AOB) - (مساحت ربع دایره AOB) = (مساحت قطعه ABC)

$$= \frac{۱}{۴}\pi(۱)^۲ - \frac{۱}{۲}(۱)(۱) = \frac{\pi}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{\pi - ۲}{۴}$$



شکل۲

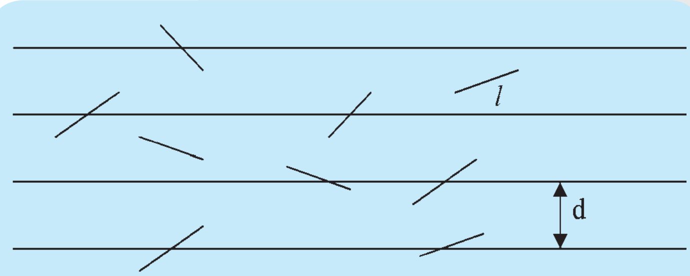
توضیــح: بــرای تقریب عــدد π در این حالت، فــرض کنیم مربع واحد را به وســیله «دارت»، مورد هدف قرار می‌دهیــم. تصور کنید اگر به تعداد N بار پرتاب صورت گرفته باشــد، n پرتــاب آن در ناحیه سیاه‌رنگ خورده شده است (شکل ۲). در این‌صورت، احتمال برخورد برابر $\frac{n}{N}$ ست. یعنی؛

$$\frac{\pi - ۲}{۴} \approx \frac{n}{N} \Rightarrow \pi \approx \frac{۴n}{N} + ۲$$

که همان «روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو» است. به‌عنوان مثال، فرض کنیم اگر N=۳۵ و n=۱۰ باشد، در این‌صــورت مقدار تقریبی $\pi \approx ۳/۱۴۲$ به‌دســت می‌آید.

حال به مثال دیگری در ارتباط با احتمال و عدد π می‌پردازیــم، اگرچه ظهور عدد π در این مســئله، واقعاً دور از ذهن به نظر می‌رســد. این مســئله برای اولین بار در سال ۱۷۷۷، برای بوفون مطرح شد.

مثــال ۲ (ســوزن بوفون): اگر یک ســوزن به طول l بر روی کاغذ خط‌کشــی شــده‌ای که فاصله خطــوط آن برابر با d ($l \le d$) اســت انداخته شــود، احتمال اینکه سوزن در شرایطی قرار بگیرد که یکی از این خطوط را قطع کند، برابر با $p = \frac{۲}{\pi} \times \frac{l}{d}$ است.



شکل۳.
سوزن‌هایی به طول l که بر روی خطوط موازی با فاصله d افتاده‌اند.

مسئله سوزن بوفون با استفاده از حساب دیفرانسیل و انتگرال قابل حل است (فرشی،۱۳۸۲). با استفاده از این روش، مسئله سوزن بوفون را می‌توان برای سوزن‌های بزرگ‌تر هم حل کرد. اما راه‌حلی که در اینجا به آن می‌پردازیم، توسط ا. باربیر در سال ۱۸۶۰ ارائه شده است که در آن، به هیچ ابزاری از حساب دیفرانسیل و انتگرال نیاز ندارد و تنها از سوزن‌های متفاوت استفاده می‌شود.

راه‌حل باربیر: اگر شما سوزنی کوتاه یا بلند به طول l بیندازید، تعداد نقاط تقاطع برابر است با

$$E[l]=p_1+2p_2+3p_3+\dots$$

(احتمال اینکه سوزن بر خط مماس شود یا سوزن بر روی خط قرار گیرد، صفر است و به این دلیل در بحث ما، این حالت نادیده گرفته می‌شود). از طرف دیگر، اگر طول سوزن کوتاه‌تر از یک باشد ($l \le d$)، احتمال بیش از یک برخورد، صفر است. یعنی؛

$$p_2=p_3=\dots$$

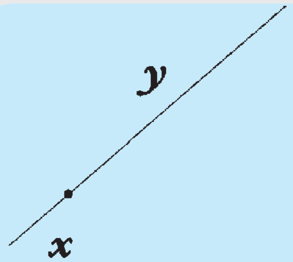
بنابراین، $E[l]=p$. احتمالی که به دنبال آن هستیم، فقط تعداد نقاط برخورد است. در ادامه، با توجه به خاصیت خطی بودن امید ریاضی، به حل این مسئله می‌پردازیم.

حال $E[l]$ را برای تعداد مورد انتظارِ نقاط تقاطع که با انداختن یک سوزن راست به طول l ایجاد می‌شود، به کار می‌بریم. اگر این طول $l=x+y$ باشد و فرض کنیم قسمت جلو دارای طول x و قسمت عقب دارای طول y از سوزن به صورت مجزا باشد، داریم (شکل ۴):

$$E[x+y]=E[x]+E[y] \qquad (3)$$

که این نقاط تقاطع، به وسیله قسمت‌های جلو و عقب، تولید می‌شوند.

به استقراء روی n، از این معادله تابعی (۳)



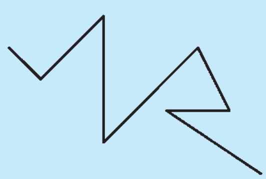
شکل ۴.
سوزن را به دو قسمت با طول‌های x و y تقسیم می‌کنیم.

نتیجه می‌شود که برای هر عدد طبیعی n داریم $E[nx]=nE[x]$. از آنجایی که

$$mE\left[\frac{m}{n}x\right]=E\left[m\times\frac{n}{m}x\right]=E[mx]=nE[x]$$

در نتیجه برای هر عدد گویای r داریم $E[rx]=rE[x]$. به‌علاوه، چون برای $x\ge 0$، تابع $E[x]$ پیوسته است، پس $E[x]=cx$ که در آن، $E[l]=c$ مقدار ثابتی است.

حال به تعمیم این مسئله می‌پردازیم که در آن، سوزنِ با مجموع طول l را که مرکب از خطوط شکسته است، می‌اندازیم (شکل ۵). در این حالت، تعداد نقاط تقاطعِ ایجاد شده برابر با مجموع نقاط تقاطع به وجود آمده به وسیله خطوط شکسته است.



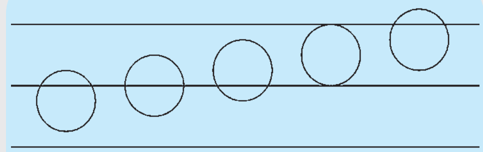
شکل ۵.
سوزن به‌صورت خطوط شکسته در نظر گرفته می‌شود.

بنابراین، با توجه به خطی بودن امید ریاضی، تعداد نقاط تقاطع برابر است با

$$E[l]=cl$$

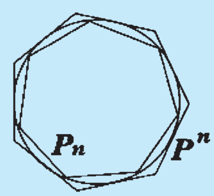
نکته اصلی در این راه‌حل برای مسئله سوزن بوفون این است که برای محاسبه ثابت c، او سوزن دیگری را به صورت دایره‌ای با قطر d فرض کرد که

در آن، $x = d\pi$ کـه اگـر مثل یک سـوزن روی یک صفحه خط‌کشـی شده انداخته شود، دقیقاً دو نقطه برخورد خواهد داشـت. بدین گونه، دایره می‌تواند با چند ضلعی‌های منتظم تقریب زده شود (شکل ۶).



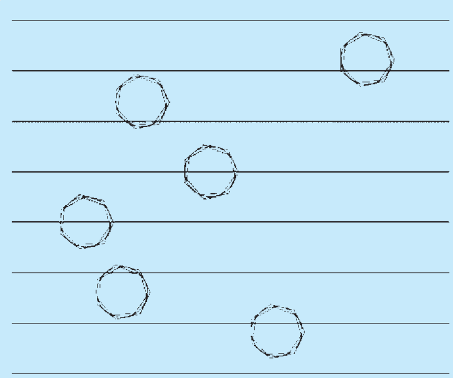
شکل ۶.
سوزن را به‌صورت دایره فرض کرده و روی خطوط موازی می‌اندازیم.

بــه عــلاوه، فــرض کنیم که ســوزن مــدور l را کــه می‌اندازیــم، یــک چندضلعی P_n محــاط و یک چندضلعی P^n، محیط می‌شود:



شکل ۷.
چنـد ضلعی P^n را به دایره محیط و چندضلعی P_n را به دایره محاط می‌کنیم.

هر خطی که P_n را قطع کند، دایره C را هم قطع خواهد کرد و اگر خطـی دایره C را قطع کند، با P^n نیز برخورد خواهد داشت (شکل ۸).



شکل ۸.

شاید بتوان ارشمیدس را نخستین کسی دانست که با ذهن پرنبوغ خود، توانست روشی منطقی و ریاضی برای محاسبه عدد π بیابد، بدین ترتیب که هم شش‌ضلعیِ محاطی و هم شش‌ضلعیِ منتظمِ محیطی را در نظر گرفت و به‌طور طبیعی، طول محیط دایره را عددی بین محیط‌های این دو شش‌ضلعی به حساب آورد

بدیــن ترتیب، تعداد نقاط تقاطــعِ مورد نظر، در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$E[P_n] < E[C] < E[P^n] \qquad (۴)$$

چــون P^n و P_n چندضلعــی هســتند، پس تعداد نقاط تقاطعی کــه برای هر دو انتظار داریم، c ضرب در محیــط آن چندضلعی‌هاســت، در حالی‌که برای دایره C، این تعداد ۲ است که از آنجا؛

$$cL(P_n) < 2 < cL(P^n)$$

وقتی $n \to \infty$ میــل کنــد، P^n و P_n بــه دایره C نزدیک‌تر می‌شوند. در این حالت خاص، داریم:

$$\lim_{n\to\infty} L(P_n) = d\pi = \lim_{n\to\infty} L(P^n)$$

مثلاً برای $n \to \infty$ ، از (۴) نتیجه می‌شود که؛

$$cd\pi \le 2 \le cd\pi$$

که از آن هم رابطه $c = \frac{2}{\pi} \times \frac{1}{d}$ به‌دســت می‌آید.

از طرفی، چون $E(l)=cl$، خواهیم داشت؛

$$E(l) = \frac{2}{\pi} \times \frac{l}{d}$$

امــا در حالتی که ســوزن کوتاه باشــد، $E[l]=p$ خواهد بود و داریم

$$p = \frac{2}{\pi} \times \frac{l}{d}$$

توضیح: یکی از نتایج این آزمایش، تقریب عدد π اســت. اگر ســوزن را N بار بیندازیم و در n حالت، ســوزن خطوط را قطع کند، در این صورت $\frac{n}{N} \approx \frac{2l}{\pi d}$. آن‌گاه $\pi \approx \frac{2lN}{nd}$.

شـاید کامل‌تریــن آزمایش توسـط لازارینی در سـال ۱۹۰۱ انجام شده باشـد. او حتی ادعا کرد که اگر ماشـینی بسازد که توسـط آن، بتواند یک عصا را ۳۴۰۸ دفعـه بینـدازد، در آن صورت $\frac{l}{d}=\frac{5}{6}$. او دریافت که آن عصا، خط را ۱۸۰۸ بار قطع می‌کند. در این صورت؛

$$\pi \approx 2\times\frac{5}{6}\times\frac{3408}{1808}=3/1415929$$

که در آن، مقدار تقریبی عدد π، تا شش رقم بعد از ممیز درست است.

حالت خاص. اگر $l=3$ و $d=\pi$ باشد، در آن صورت $p=\frac{6}{\pi^2}$.

۳. چند مسئله برای تحقیق

در ادامه، دو مسـئله از احتمـال را که در آن‌ها عددπ ظاهر شده اسـت، بیان می‌کنیم و از خواننده تیزبیـن می‌خواهیم به نحوی در اسـتدلال خود، رد پـای دایـره را تعقیب کند. قابل ذکر اسـت که حل مسائل زیر به روش‌های متفاوت، در یاگلوم و یاگلوم (۱۹۶۴) و هانسبرگر (؟) آمده است.

مسـئله ۱ (قضیـه بوفون-لاپـلاس): اگر دو مجموعه خطوط متعامدِ هم‌فاصله داشـته باشـیم، به طوری‌که فاصلـه خطوط یک مجموعه a و فاصله خطوط مجموعه دیگر b باشد، آن‌گاه p یعنی احتمال اینکه سـوزنی به طول l < a,b که به تصادف پرتاب شده، بر روی یکی از خطوط بیفتد، برابر است با

$$p=\frac{2l(a+b)-l^2}{\pi ab}$$

مسـئله ۲. احتمال اینکه دو عدد صحیح مثبت کـه به تصادف انتخاب شـده‌اند، نسـبت به هم اول باشند، $p=\frac{6}{\pi^2}$ است.

توضیح. در ابتدا این مسـئله توسط چارتزر در حدود سال ۱۹۰۴ در کلاس درسش، به‌صورت کاملاً تجربی مورد آزمایش قـرار گرفت، به این ترتیب که وی، بـه هر یـک از پنجاه دانش‌آمـوز کلاس گفت: «پنج جفت عـدد صحیح مثبـت را به‌طور تصادفی بنویسـید». از بیـن ۲۵۰ جفت عددی کـه به این صورت به‌دسـت آمد، ۱۵۴ جفت نسـبت به هم اول بودند و احتمال برابر $\frac{154}{250}$ بود. او این نسـبت را برابر $\frac{6}{x^2}$ گرفت و به‌دست آورد x=۳/۱۴.

منابع

1. L. Brqqren, L.; Borwein, J.; &Borwein, P. (2004). **Pi: A Source Book (3rd Ed.)**. Spinger-Verlag.

2. M. Aigner, M. & Ziegler, G. M. (2001). **Proofs from THE BOOK** (2nd Ed.). Spinger-Verlag.

3.Yaglom, A. M. and Yaglom, I. M. (1964). Challenging Mathematical Problems with Elementary Solutions. Vol. I, Holden-Day, San Francisco, 1964.

۴. هانسبرگر، راس. (سال؟). **ابتکارهایی در ریاضیات**. ترجمه سیامک کاظمی (۱۳۷۱)، مرکز نشر دانشگاهی.

۵. ایـوز، هوارد. و. (۱۹۹۰، چاپ ششـم). **آشـنایی با تاریخ ریاضیـات**. ترجمـه محمد قاسـم وحیدی اصل، مرکز نشـر دانشگاهی.

۶. فرشـی، مهدی. (۱۳۸۲). مسئله سوزن بوفون. **مجله رشد آموزش ریاضی**، شماره ۷۴، صص. ۳۵ تا ۳۹، **دفتر انتشارات و تکنولـوژی آموزشـی**، سـازمان پژوهـش و برنامه‌ریـزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۷. پیری، مریم؛ جوادی، شـهلا و ترابی، مریم. (۱۳۸۴). مسئله سـوزن بوفون. **ریاضیات پویا**، شـماره ۷، صص ۲-۸. سازمان ملی پرورش اسـتعدادهای درخشـان، مرکز آموزشی فرزانگان زنجان.

۸. شـهریاری، پرویـز و جعفـری، سـیامک. (۱۳۸۱). **تثلیث زاویه، تربیع دایره: (کتاب کوچک ریاضی، ۲۶)**. انتشارات مدرسه برهان.

۹. قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۶۸). بررسی رساله وتر و جیب؛ تألیف غیاث‌الدین جمشـید کاشـانی. **آشـنایی با ریاضیـات**، جلد نوزدهم، صص. ۸۶ تا ۱۰۸.خرداد ماه ۱۳۶۸.

۱۰. قربانی، ابوالقاسـم. (۱۳۶۳). سیری در رساله «محیطیه»، تألیف کاشانی. **آشـتی با ریاضیات**، جلد سوم، صص. ۲۶۵ تا ۲۸۸. مرداد ماه ۱۳۶۳.

تعمیم‌سازی و سنجش برای تدریس

دو مفهوم کلیدی در ریاضیات ابتدایی

محمدحسام قاسمی
دبیر ریاضی شهرستان شهریار و کارشناس ارشد ریاضی

کلیدواژه‌ها: تعمیم‌سازی، استدلال استقرایی و استنتاجی، تیزهوشی در ریاضی، جست‌وجوگری (تحقیق)، یادگیری اصول، سنجش برای تدریس، خطاها

تعمیم‌سازی[1]

تعریف

«تعمیم‌سازی» یکی از فرایندهای اساسی و نوعِ خاصی از تفکر و استدلال در ریاضی است. تعمیم را می‌توان فرایند شناخت مجموعه‌ای از روابط و مثال‌های خاص و به‌کارگیری آن‌ها به‌صورت عمومی، در سایر ساختارهای مشابه تعریف کرد. البته در سطح ریاضی دورهٔ ابتدایی، اغلب منظور از تعمیم آن است که یادگیرنده، برخی از روابط محاسباتی را در مورد اعداد، در چند مثال کشف کرده و آن‌ها را برای محاسبات مشابه نیز امتحان کرده و در صورت تشابه شرایط، آن روابط را در مورد محاسبات جدید به‌کار گیرد. اما در ریاضیات پیشرفته، تعمیم را می‌توان به‌عنوان پیش‌فرض یا پیش‌نویسِ یک اصل موضوع، لم و قضیه در نظر گرفت که هنوز در حد یک ایده است و پایهٔ استدلالی آن، مبتنی بر استدلال استقرایی است. به هر حال پرورش این نوع تفکر و نتیجه‌گیری، باید از همان ابتدا و در سنین پایین‌تر شروع شود و این امر، یکی از وظایف مهم معلم ابتدایی در کلاس درس ریاضی است.

توضیح و بحث

کروتتسکی[2] (۱۹۷۶، ص. ۳۵۰)، طی تحقیقی دربارهٔ جنبه‌های روان‌شناسی انجام فعالیت‌های ریاضی توسط کودکان، توانایی در ریاضی را بیشتر توانایی در تعمیم سریع و درست مفاهیم و روابط ریاضی عنوان می‌کند و آن را از مهم‌ترین جنبه‌های تفکر می‌داند که می‌توان با ارزیابی آن، دانش‌آموزان توانا را در ریاضی، از دیگر دانش‌آموزان تشخیص داد. کروتتسکی (۱۹۷۶، ص. ۲۳۷) معتقد است که این نوع توانایی از دو بُعد، قابل توجه است؛ الف) توانایی در تشخیص و به‌کارگیری شرایط خاص برای یک تعمیم که دانش‌آموز از قبل با آن آشنا است، ب) داشتن نگاهی کل‌نگر به همه چیز و به‌ویژه در مورد مسائلی که جدید هستند و دانش‌آموز از قبل با آن‌ها آشنا نیست. در اصل، این دو جنبه از تفکر تعمیم، به این معنی است که دانش‌آموز یاد بگیرد چگونه تفکر عام خود را، در موارد خاص نیز به‌کار گیرد (استفاده و اجرای تعمیم) و چگونه نتایج عام را از شرایط و نمونه‌های خاص استخراج کند (ساخت و ایجاد تعمیم).

موضوع تعمیم و چگونگی پرورش تفکر عام‌نگر در دانش‌آموزان در فاصلهٔ سال‌های اولیهٔ مدرسه، از حساسیت بیشتری برخوردار است و باید به دانش‌آموزان آموخت که چگونه از دانش و آگاهی خود برای کشف الگوها و تعمیم آن‌ها در ریاضی، استفاده کنند. توانایی تعمیم، هم به تجربه‌های شخصی وابسته است و هم از طریق

آموزش توسعه می‌یابد. حداقل، دانش‌آموزان با مشاهدهٔ نحوهٔ تعمیم موضوعات توسط معلم خود، در آن زمینه پیشرفت خوبی خواهند داشت. برای مثال، هنگام آموزش شمارش به کودکان، وقتی معلم الگوی «یک... دو... سه...» را بارها در مورد اعداد دو رقمی دیگر مثلاً «بیست‌ویک... بیست‌ودو... بیست‌وسه...» یا «چهل‌ویک... چهل‌ودو... چهل‌وسه...»، به‌کار می‌برد، دانش‌آموز ممکن است خود به این نتیجه برسد که اعداد یک رقمی از یک تا نه، مبنای ثابت شمارش اعداد دیگر هستند و می‌توان این الگوی شمارش را به مراحل بالاتر و اعداد بزرگ‌تر نیز تعمیم داد.

زالتان دیینز[3]، از مفاخر و دانشمندان برجسته و پیشرو در حوزهٔ روان‌شناسی آموزش ریاضی، بیان می‌کند که تعمیم، به‌معنای «توسیعِ کلاسی (دسته‌ای) از خصوصیت‌هاست، جایی که می‌توان آن‌ها را برای یک دستهٔ متناهی تا دسته‌ای نامتناهی به‌کار برد». دانش‌آموزان معمولاً هنگام استفاده از تعمیم، با واژه‌های خاصی مانند، «همیشه»، «هر»، «همه»، «تمام موارد»، «هرگز» و «در همه‌جا» و... سروکار دارند. برای مثال، در ادامه به برخی از تعمیم‌هایی که کودکان می‌توانند از برداشت خود از الگوی به‌کار رفته در شکل ۱ بیان کنند، اشاره می‌کنیم.

شکل ۱. یافتن الگو و تعمیم آن

- «همیشه» بعد از یک مربع سیاه، یک مربع خاکستری و دو مربع سفید می‌آید.
- پس از «هر» مربع خاکستری، دو مربع سفید قرار دارد.
- «همهٔ» مربع‌های خاکستری پس از یک مربع سیاه آمده‌اند.
- در «تمام» موارد، مربع‌های خاکستری به‌دنبال مربع‌های سیاه آمده‌اند.
- «هرگز» بعد از یک مربع سیاه، یک مربع سفید نمی‌آید.
- الگوی این شکل، «همه‌جا» به‌صورت سیاه، خاکستری، سفید، سفید تکرار می‌شود.

به‌کارگیری صحیح این واژه‌ها از جانب دانش‌آموزان، نشان‌دهندهٔ برداشت صحیح آن‌ها از مشاهدهٔ یک الگوی ریاضی، موجود در موقعیتی تعمیم‌پذیر است. از ویژگی‌های یک آموزگار موفق ریاضی در مدارس ابتدایی این است که دانش‌آموزان خود را به استفادهٔ صحیح از چنین واژه‌هایی که ماهیت تعمیم را نشان می‌دهند، تشویق کند.

یکی دیگر از موارد ساختاری مهم در فرایند تعمیم‌سازی در ریاضی، چگونگیِ به خدمت گرفتن زبان است. مثلاً در بعضی از گزاره‌هایی که برای تعمیم پدیده‌ها به‌کار می‌روند، از جملات شرطی استفاده می‌شود. ساختار شرطی «اگر... آنگاه...» یکی از پرکاربردترین ساختارهای زبانی به‌کار رفته شده در فرایند تعمیم‌سازی است. دانش‌آموزان باید به خوبی، نحوهٔ استفاده از این ساختارها را یاد بگیرند. برای نمونه، تفاوت بین گزاره‌های «اگر p آنگاه q» و «اگر q آنگاه p» را درک کرده و آن‌ها را رعایت کنند. البته دانش‌آموزان دورهٔ ابتدایی چنین ساختارهایی را در قالب مثال‌ها مشاهده می‌کنند و کمتر با شکل نمادها و زبان جبریِ این ساختارها آشنایی دارند. مثلاً یک تعمیم صحیح در مورد مضارب ۵ را می‌توان به‌صورت «اگر عددی به ۵ ختم شود، آن‌گاه آن عدد مضربی از ۵ است» نوشت که دارای همین قالب شرطی است. اما جملهٔ «اگر عددی مضرب ۵ باشد، آن‌گاه آن عدد به ۵ ختم می‌شود»، نمونه‌ای از استفادهٔ نادرست از این قالب شرطی است که به ایجاد تعمیمی نادرست از آن منجر می‌شود. با توجه به اینکه مبنای یک تعمیم درست، رخ دادنِ همیشگیِ آن تحت شرایط عنوان شده در گزارهٔ وابسته به آن است، می‌توان با ارائهٔ مثال‌های نقض، نادرستی تعمیم‌های نادرست را به دانش‌آموزان نشان داد. مثلاً برای تعمیم نادرست بالا، عدد ۲۰ مثال نقض مناسبی است که مضربی از عدد ۵ است، ولی به ۵ ختم نشده است.

مثال‌های عملی

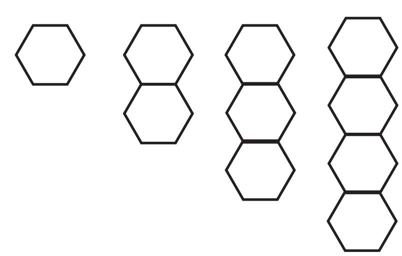
چون تعمیم‌سازی برای پیشرفت در ریاضی امری اساسی است، معلمان باید فرصت‌های ویژه‌ای را برای توسعهٔ این نوع تفکر، در اختیار دانش‌آموزان خود قرار دهند. در اینجا، دو نمونهٔ عملی و پرکاربردِ تعمیم در مدارس ابتدایی آورده شده است.

تعمیم‌های متوالی[4] و تعمیم‌های سراسری[5]

می‌توان از دانش‌آموزان خواست که مربع‌های شکل ۱ را شماره‌گذاری کنند و با دقیق شدن بر روی این شماره‌ها، در جست‌وجوی یافتنِ نظم و الگویی برای ارتباط بین رنگِ مربع‌ها و شمارهٔ مربع‌ها باشند. مثلاً ممکن است یکی از دانش‌آموزان، به دنبالهٔ ...، ۱۳، ۷، ۹، ۵، ۱ برای مربع‌های سیاه برسد. منظور از «تعمیم متوالی» آن است که دانش‌آموز، به الگوی موجود در پدیده‌های متوالی پی ببرد؛ پدیده‌هایی که پیش روی او هستند و به‌صورت عینی قابل درک‌اند. مثلاً دانش‌آموز کشف کند که بین شماره‌های مربع‌های سیاه (به شکل متوالی)، ۴ تا ۴ تا فاصله وجود دارد. منظور از «تعمیم سراسری» نیز، یافتن الگویی برای پیش‌بینی مراحل بعدی است که به‌صورت عینی، پیش روی دانش‌آموز قرار ندارد. از نظر مرتبه، تعمیم سراسری در سطح بالاتری از تفکر نسبت به تعمیم متوالی قرار دارد. برای مثال، دانش‌آموز در سطح بالاتری از تفکر، متوجه این موضوع می‌شود که شمارهٔ مربع‌های سیاه، به‌طور کلی همیشه یک واحد از مضارب ۴ بیشتراند. این تعمیم سراسری است که بر خلاف تعمیم متوالی، قادر است رنگ هر مربعی مثلاً مربع شمارهٔ ۱۶۵ را با قطعیت، پیش‌بینی کند.

جدول‌بندی[۶]

یکی از روش‌های مؤثر برای یافتن یک نظم و الگو در پدیدهٔ پیش روی دانش‌آموزان، آن است که از آن‌ها بخواهیم نتایج اکتشافات و ارزیابی‌های خود را از یک پدیده، در یک جدول یادداشت کنند و با مقایسهٔ اعداد درون جدول، به یک تعمیم در مورد آن پدیده، دست یابند. جدول‌بندی یکی از بهترین روش‌های پرورش تفکر تعمیم‌سازی در سطح دورهٔ ابتدایی است. برای نمونه در شکل ۲، برای ساختن یک شش‌ضلعی، ۶ چوب کبریت لازم است. به همین ترتیب برای ساختن دو، سه و چهار تا شش‌ضلعی، به ترتیب به ۱۱، ۱۶ و ۲۱ چوب کبریت نیاز داریم. نتایج را به صورتی که در جدول نوشته شده است مشاهده می‌کنید. دانش‌آموزان باید پیش‌بینی کنند که برای زنجیره‌های ۵ و ۶تایی از شش‌ضلعی‌ها به چه تعداد چوب کبریت نیاز است و در پایان، پیش‌بینی خود را ارزیابی کنند تا از درستی الگوی خود مطمئن شوند. اگر دانش‌آموز موفق شود، الگوی به‌کار رفته در چند مرحلهٔ اول را شناسایی کند (چون متوجه نوعی تکرار در نظم و الگوهای موجود در مراحل ابتدایی شده که به‌صورت متوالی بعد از یکدیگر آمده‌اند)، می‌گوییم او از تعمیم متوالی بهره گرفته است؛ اما اگر معلم از دانش‌آموز بخواهد که تعداد چوب کبریت‌های لازم را برای ساخت زنجیرهٔ ۳۰ یا ۵۰تایی از شش‌ضلعی‌ها پیدا کند، مطمئناً تعمیمِ متوالی، دیگر کارساز نیست و این‌جاست که به یک تعمیم سراسری از آن پدیده نیاز هست. ساخت تعمیم سراسری کار آسانی نیست و باید در مراحل مختلف و پایه‌های بالاتر ابتدایی به‌دنبال آموزش آن باشیم؛ اما تعمیم متوالی می‌تواند در خردسالی و پایه‌های پایین‌تر نیز به خوبی برای پرورش این نوع تفکر، یاری‌دهندهٔ معلم باشد. مثلاً اگر بخواهیم یک تعمیم سراسری برای شکل ۲ پیدا کنیم، به جملهٔ «تعداد چوب کبریت‌های لازم، برابر با ضرب تعداد شش‌ضلعی‌ها در ۵ و اضافه کردن ۱ واحد به حاصل‌ضرب آن‌هاست» می‌رسیم. دانش‌آموزان پایه‌های بالاتر می‌توانند این جمله را به‌صورت جبری «$n=5m+1$» بنویسند که در آن، n تعداد چوب کبریت‌های مورد نیاز و m تعداد شش‌ضلعی‌هاست. بنابراین، تعمیم سراسری می‌تواند دروازه‌ای برای ورود به دنیای جبر و توسعهٔ «تفکر جبری[۷]» باشد.



تعداد چوب‌ها	تعداد شش‌ضلعی‌ها
۶	۱
۱۱	۲
۱۶	۳
۲۱	۴
؟	۵
؟	۶
؟	۳۰

شکل ۲. یافتن الگو و تعمیم آن به کمک جدول‌بندی

مطالعهٔ بیشتر

فصل ۲۷ام از هایلاک (۲۰۰۶، ۳۵-۲۳) با موضوع «استدلال در ریاضی»، به بررسی تعمیم‌ها به‌عنوان مقدمهٔ استدلال‌های ریاضی پرداخته است. هدف هایلاک از ارائه هم‌زمان این دو مبحث در یک فصل، اثبات آن است که تعمیم‌سازی می‌تواند شروع خوبی برای تقویت استدلال استقرایی و استنتاجی در ریاضی باشد. هایلاک تعمیم‌سازی را جزو یکی از دوازده جنبهٔ کلیدی استدلال در ریاضی می‌داند. از این گذشته، هایلاک در این منبع، معتقد است که فرایند تعمیم‌سازی از چند مرحلهٔ کلیدی شامل «کنکاش»، «حدسیه‌سازی»، «به‌کارگیری زبان تعمیم»، «مثال‌های نقض و موارد استثنا»، «بیان» و «اثبات» تشکیل شده است. معلمان پایه‌های پایین‌تر، مناسب است که فصل «الگوها در سال‌های اولیهٔ دورهٔ ابتدایی» از تریفال[۸] (نقل شده در اورتون، ۱۹۹۹) را مطالعه کنند. مطالعهٔ دو فصل دیگر از همین منبع با عنوان‌های «آموزش و ارزیابی الگوهای عددی در سال‌های اولیهٔ دورهٔ ابتدایی» نوشتهٔ تریفال و فرابیشر[۹] و «الگوها در مسیر یادگیری جبر» نوشتهٔ ا. اورتون و ج. اورتون[۱۰] نیز، توصیه می‌شود.

سنجش برای تدریس[۱۱]

تعریف

معلمان با هدف ارتقای تدریس خود و شناخت بهتری از عملکرد خویش در کلاس درس، به قضاوت و ارزیابی میزانِ دانشِ دانش‌آموزان و توانایی به کارگیریِ مهارت‌های خاص توسط آن‌ها، درکشان از مفاهیم و قواعد کلیدی و گرایش‌ها و ویژگی‌های شخصی آنان می‌پردازند. اصطلاحاً چنین فعالیت‌هایی، «سنجش برای تدریس» نامیده می‌شود.

توضیح و بحث

معلمان علاوه بر بررسی و نظارت بر تکلیف‌ها، می‌توانند دانش‌آموزان را به شیوه‌های مختلف مورد سنجش قرار دهند، دربارهٔ یادگیری آن‌ها قضاوت کنند و بر پیشرفتشان در هر مرحله از درس و هر موضوعی که در کلاس درس اتفاق می‌افتد، نظارت نمایند.

ارزیابی و زیرنظر داشتن تأثیر طرح درس انتخاب شده، روش تدریس، مدیریت کلاس، بیان و طریقهٔ درس دادن و مهارت‌های ارتباطی، از جمله مواردی هستند که به معلمان کمک می‌کنند تا تدریس خود را برای یادگیری بهتر دانش‌آموزانشان، بهینه کنند

شیوه‌های مختلفِ سنجش برای این کار می‌تواند شامل روش‌های رسمی و غیررسمی، روش‌های از قبل طراحی شده یا نو و آنی باشد. برخی از روش‌هایی که معلمان مدارس ابتدایی، می‌توانند به منظور سنجش و ارزیابیِ یادگیری دانش‌آموزان و عملکرد خود از آن‌ها استفاده کنند، شامل

موارد زیر است:

- چگونگی پاسخ دادن دانش‌آموزان به سؤال‌های مطرح شده در کلاس درس یا مشارکت آن‌ها در بحث کلاسی؛
- گفت‌وگوی تک‌به‌تک با دانش‌آموزان دربارهٔ انجام کار یا تمرین‌های کلاسی؛
- دیدن تکلیف‌های منزل و تصحیح آن‌ها ؛
- درخواست از دانش‌آموزان برای ارزیابی از یادگیری خود (خودارزیابی)؛
- نظارت بر مشارکت فعال دانش‌آموزان در فعالیت‌های گروهی؛
- برگزاریِ دوره‌ای و مسترِ آزمون‌های مکتوب یا شفاهی برای سنجش اهداف تعیین شده؛
- تجزیه‌وتحلیل نتایج کلاس از آزمون‌های رسمی ملی یا منطقه‌ای، برای آگاهی دانش‌آموزان از نحوهٔ عملکرد کلاسیِ خود.

هم‌چنین، ارزیابی و سنجش دانش‌آموزان در دورهٔ ابتدایی، می‌تواند حداقل با چهار هدف زیر، انجام شود:

۱. در اختیار داشتن اطلاعاتی در مورد پیشرفت یادگیری دانش‌آموزان؛

۲. شناسایی مشکلات فردی دانش‌آموزان؛

۳. شناخت بیشتر دانش‌آموزان برای گروه‌بندی آن‌ها در گروه‌های کارآمد؛

۴. کمک به معلمان، برای ارزیابی عملکرد خویش و اصلاح یا ارتقای روش تدریس خود.

در ادامه، هر کدام از این اهداف را به‌صورت جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱. سنجش برای آگاهی از پیشرفت دانش‌آموزان

در زمینهٔ تدریس، هدف اولیهٔ سنجش، پاسخ به این سؤال است که آیا دانش‌آموزان، واقعاً مواردی را که به آن‌ها درس داده شده، یاد گرفته‌اند یا خیر. با پاسخ به این سؤال، می‌توان در مورد اصلاحات لازم در روش‌های تدریسِ رایج و طرح درس‌های موجود و در نتیجه، بهتر شدن تدریس‌های آینده، تصمیمات درستی گرفت. این فرآیند، با تعیین یک هدف یادگیری مشخص برای دانش‌آموزان شروع می‌شود. برای مثال، یکی از اهداف تبیین شده ریاضی برای دانش‌آموزان پایهٔ سوم (۷ تا ۸ساله‌ها)، می‌تواند این باشد که آن‌ها بتوانند از این که دو عمل ضرب و تقسیم عکس یکدیگرند، در محاسباتی که شامل این دو عمل هستند، به خوبی استفاده کنند (DfES, a2006: 41).

لازم است که معیارها و خصوصیات این هدف، برای معلمان به خوبی توضیح داده شود تا برایشان، به اندازهٔ کافی واضح شود و در پایان دورهٔ تدریس، قادر باشند تشخیص دهند که آیا به این هدف مورد نظر دست یافته‌اند یا خیر. برای مثال، معلم از دانش‌آموزان انتظار دارد که در پایان درس، در مورد اعداد ۳، ۴ و ۱۲ و ارتباط بین آن‌ها و دو عمل ضرب و تقسیم، به این چهار حقیقت[۱۲] که ۱۲÷۴=۳، ۴×۳=۱۲، ۳×۴=۱۲ و ۱۲÷۳=۴ دست یابند. با تعیین اهداف و نحوهٔ تشخیص آن‌ها و آموزش فرآیندهای محاسباتی، معلمان می‌توانند مشخص کنند که کدام دانش‌آموزان به آن اهداف دست یافته و کدام یک هنوز در دستیابی به آن‌ها، مشکل دارند. این اطلاعات به معلمان در تعیین، اصلاح و تقویت برخی از مهارت‌های ریاضی خاص در دانش‌آموزان، اصلاح و تنظیم طرح درس‌هایشان و یافتن بهترین روش برای آموزش آن مهارت‌ها، کمک می‌کند.

۲. سنجش برای تشخیص مشکلات فردی

گاهی اوقات، معلمان باید تشخیص دهند که چرا یک دانش‌آموز، دارای مشکلات خاصی در یادگیری برخی از موضوعات ریاضی است تا بتوانند ماهیت دقیق مشکلات او را پیدا کرده و او را در یادگیری آن مطالب، یاری کنند. ماهیت برجستهٔ این نوع سنجش که به «سنجش تشخیصی[۱۳]» معروف است، این است که این روش، تنها به تشخیص شکست یک دانش‌آموز در یادگیری محدود نمی‌شود، بلکه به تعیین دلیل این امر نیز می‌پردازد. به همین دلیل، سنجش تشخیصی به خصوص، در مورد برخی از دانش‌آموزانی که مشکلات یادگیری خاصی در ریاضی دارند، اهمیت دارد. البته این نوع سنجش، یک فرآیند زمان‌بر است که به گفت‌وگو و مکالمه تک‌به‌تک با دانش‌آموزان و مشاهدهٔ اقدامات آن‌ها هنگام انجام محاسبات ریاضی، نیازمند است.

۳. سنجش به‌منظور گروه‌بندی بهتر دانش‌آموزان

بیشتر مواقع، دانش‌آموزان در کلاس درس، توسط معلمان خود و براساس توانایی در چند درس خاص به ویژه ریاضی و علوم، گروه‌بندی می‌شوند و کمتر معلمان نتایج دیگر دروس را برای گروه‌بندی در نظر می‌گیرند. معلمان وقتی می‌بینند که گروه‌بندی بر مبنای عملکرد،

در همهٔ دروس مشکل است، ترجیح می‌دهند که نمره‌ها و نتایج دانش‌آموزان را در درس ریاضی، مبنای گروه‌بندی قــرار دهند. به هر حال، برای گروه‌بنـــدی دانش‌آموزان یا دسته‌بندی‌هایی از این قبیل، معلمان چاره‌ای جز سنجشِ دانش‌آموزان خود ندارند. اما مهم این است که این سنجش، با اســـتفاده از محدودهٔ وسیعی از شواهد صورت بگیرد، از جمله این که معلمان، پیشرفت دانش‌آموزان را در امتداد اهـداف کلیـــدی درس، کار آن‌ها را در یـــک دورهٔ زمانی، کارایی و عملکرد قبلی دانش‌آموزان در سنجش‌های قبلی و آزمون‌های طراحی شـــده توسط معلم، و نتیجهٔ ارزیابی آن‌ها را در ارزشـــیابی‌های ملی و منطقه‌ای، بررسی نموده و ملاک قرار دهند.

۴. سنجش به منظور ارزیابی کار تدریس

معمولاً بهترین معلمان، آن‌هایی هستند که مرتباً از تدریس خـــود بازخورد می‌گیرند و عملکردشـــان را مورد بررســـی و ارزیابی قرار می‌دهند. یکی از روش‌های ارزیابی خود به‌عنوان یک معلم، همان اطلاعاتی است که از ارزیابی دانش‌آموزان به‌دست می‌آید. ارزیابی و زیرنظر داشتن تأثیر طرح درس انتخاب شـــده، روش تدریس، مدیریت کلاس، بیان و طریقهٔ درس دادن و مهارت‌های ارتباطی، از جمله مواردی هســـتند که به معلمان کمک می‌کنند تا تدریس خود را برای یادگیری بهتر دانش‌آموزانشان، بهینه کنند.

مثال‌های عملی

در زیـــر، به نمونه‌ای از ارزشـــیابی در پایان یک درس اشـــاره می‌کنیم که در آن، معلم هدف تبیین شـــده‌ای را که قبلاً، برای کلاس سومی‌ها به آن اشاره کردیم، به اجرا می‌گذارد. در این نمونه، به خوبی نشـــان داده شـــده است که چگونه می‌توان با جمع‌آوری شواهدی دربارهٔ یادگیری دانش‌آمـــوزان، اطلاعاتـــی را در مورد نقـــاط قوت و ضعف تدریس خود کســـب کرد. این نمونـــه را از زبان یک معلم بیان می‌کنیم:

«گروه قرمز به خوبی با رسم ردیف‌های مستطیلی‌شکل با طول و عرضی به اندازهٔ مقسوم‌علیه‌های یک عدد داده شده، آشنا شده‌اند و همهٔ آن‌ها در حال ضرب و تقسیم و نوشتن عبارت‌های مربوط به ردیف‌هایی برای مقســـوم‌علیه‌های اعداد ۱۰، ۱۲، ۱۵ و ۲۰ هســـتند. یک بحث مناســـب از ســـوی جَک آغاز شده است که می‌گوید مقسوم‌علیه‌های ۱۲ و ۲۰ را می‌تـــوان بـــا بیش از یک روش انجام داد، ولی مثلاً اگر شما بخواهید بر روی مقسوم‌علیه‌های ۹ کار کنید، تنها یک جملهٔ تقسیم ۳=۳÷۹ و یک جملهٔ ضرب ۹=۳×۳ (انتهای کار گروه‌ها) خواهید داشت. در این گروه، جک یک فکـــرِ کاملاً ابتکاری و خلاقانه ارائه نمـــود و آن را در پایان کلاس درس، برای بقیـــهٔ دانش‌آموزان کلاس نیز توضیح داد. حال این گروه قادر اســـت تا تمـــام روش‌های مختلفی را که می‌توان عددی مثـــل ۲۴ را در ردیف‌ها به کار بُرد، معرفی کند و تمام نتایج ضرب و تقسیم‌های مربوط به آن را نیز بنویسد. علاوه بر این، گروه‌های زرد و آبی خیلی از این مثال‌ها را حل کرده‌اند، اما چندین خطا در محاسبات آن‌ها مشاهده می‌شود. به همین دلیل، کار نوشتن آن‌ها به تأخیر افتاد و تنها توانستند بین ۱۰ تا ۱۵ نمره از ۲۴ نمره را بگیرند. فکر می‌کنم بهتر اســـت این موضوع را فردا در ابتدای درس، به‌صورت شـــفاهی توضیح دهم. گروه نارنجی نیز اعداد مشابهی به دست آورده، اما سه نفر از آن‌ها، جمله‌های تقسیم خود را غلط نوشته‌اند (مثل ۴=۸÷۲). از جو پرسیدم که معنای این جمله چیســـت و او گفت ۲ ضرب در ۴ می‌شـــود ۸. پس مطمئن شـــدم که باید در ابتدای درس فردا، این خطا را رفع کنم و سعی کنم با توضیحات بیشتر، این مورد را تصحیح نمایم.»

مطالعهٔ‌بیشتر

کلارک و اتکینسون[۱۴] (۱۹۹۶)، یک راهنمای عملی و مکتوب برای ســـنجش در ریاضی دورهٔ ابتدایی ارائه نموده و در آن، تأکید کرده‌انـــد که فرآیند ســـنجش، باید هم‌جهت با بهبـــودِ یادگیری دانش‌آموزان و تدریس معلم باشـــد و تنها کســـب آگاهی و اطلاع از وضعیت موجود، کافی نیســـت. هم‌چنین، رایـــت[۱۵] و همکاران (۲۰۰۵) نشـــان می‌دهند که چگونه معیارهای سنجشـــی که در «برنامهٔ بهبود ریاضی[۱۶]» در استرالیا ارائه شده، می‌تواند به معلمان، در تشخیص مشکلاتی که کودکان در اوایل آموزش اعداد با آن‌ها روبرو هستند، کمک کند. هیدینگتون[۱۷] (۲۰۰۰) نیز یک راهنمای مفید، در مورد ارزشـــیابی و سنجش و مخصوص دانشجومعلم‌ها، ارائه نمـــوده که با مثال‌هـــای عملی برای ســـنجش فعالیت‌های کودکان، همراه است.

پی‌نوشت‌ها

1. Generalization
2. Krutetskii
3. Zoltan Dienes
4. Sequential generalizations
5. Global generalizations
6. Tabulation
7. Algebraic Thinking
8. Threlfall
9. Frobisher
10. A. Orton and J. Orton
11. Assessment for Teaching
12. Fact
13. Diagnostic Assessment
14. Clarke and Atkinson
15. Wright
16. Mathematics Recovery program
17. Headington

منبع

D. Haylock & F. Thangata, Key Concepts in Teaching Primary Mathematics

روایت معلمان

فاصله بین ریاضی و زندگی واقعی

آرزو بشیر، دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران و دبیر ریاضی مقطع متوسطه اول شهر کرج

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجلهٔ رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطهٔ نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

در ضمن، گاهی هم به‌جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

اواخرشهریور ماه ۱۳۹۲ بود که در رشتهٔ آموزش ریاضی دورهٔ کارشناسی ارشد پذیرفته شده بودم و مدارک ثبت نام خود را به دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی در تهران تحویل داده بودم. سال قبل نظام آموزشی به ۶- ۳- ۳ تغییر کرده و کتاب راهنمایی پایه هفتم عوض شده بود. با اینکه بیش از دو هفته به بازگشایی مدارس نمانده بود، ولی هنوز نه از کتاب جدید خبری بود و نه کلاس ضمن خدمتی برای معلمان ریاضی. هرچه به وبگاه تألیف یا گروه‌های آموزشی اداره هم سر می‌زدیم کمتر نتیجه می‌گرفتیم. با توجه به تغییراتی که درکتاب ریاضی ششم سال قبل آن ایجاد شده بود، پیش‌بینی می‌شد که کتاب هفتم نیز تغییر اساسی کرده باشد، ولی هیچ‌کسی نمی‌دانست که حتی سر فصل‌های کتاب جدید دارای چه مطالبی است؛ به گفتهٔ کلمنتس و الرتون[1] «زبان‌های خاموش»[2] (۱۹۹۶، ص ۱۱) در تدوین برنامه درسی مؤثر است، دراین دوره از تغییرات آموزشی، کتاب مخفی در تدوین برنامهٔ درسی مؤثر بود. کتابی که تا آخرین لحظه از دید معلمان پنهان بود.

تقریباً ۱۲روز به شروع مدرسه مانده بود. یک روز به وبگاه جامع آموزش فرهنگیان کشور (ضمن خدمت) مراجعه کردم. بله بالاخره برای

دبیران ریاضی، کلاس ضمن خدمت گذاشــته بودند: دوگــروه الف و ب. در گروه الــف که کلاس آن صبح برگزار می‌شد، ثبت‌نام کردم. بی‌صبرانه منتظر کلاس بودم که از هفته بعد شــروع می‌شــد تا ببینم کتاب هفتم دارای چه مطالبی اســت. روز شنبه یک ربع به هشت صبح در پژوهشگاه معلم شهر کرج حاضر بودم. مدرس کلاس، ساعت هشت صبح آمد. انتظار داشتم کــه حداقل در اینجا یک نســخه از کتاب درســی را ببینــم که مدرس، یک فایل پی‌دی‌اف از کتاب هفتم را ارائــه داد و بالاخــره ســرفصل‌ها و تصویرکتاب از حالت مخفی بیرون آمد. چون کتاب درکتابفروشی‌ها موجود نبود، تصمیــم گرفتیم از فایل مدرس پرینت بگیریم. مســئول پژوهشگاه به همکاران پیشنهاد داد که هزینه پرینت را جمع‌آوری کنید که ما برای همهٔ همکاران پرینت بگیریم، این هزینه جمع‌آوری شد اما تا دو روز بعد هم که به کلاس می‌رفتیم، پرینتِ کتاب آماده نبود. این دوره فقط شش روز بود و بالاخره روز ســوم پرینت کتاب آماده شده بود. نگاهی به مطالب انداختیم، قطع کتاب بزرگ‌تر و مطالب هم بیشتر شده بود. صفحات اول کتــاب را ورق زدم. فصل یک آن، راه‌های حل مسئله به روشِ جورج پولیا[۳]، فصل دوم عدد صحیح، ... مطالب زیاد و وقت برای تجزیه‌وتحلیل کتاب کم. ســه روز بعد هم، با نگاهی گذرا و سریع به کتاب، کلاس ســپری شــد. ما ماندیم و کوله‌باری از مطالب و ســؤال‌ها، با دانش‌آموزانی که به‌خاطر تغییر نظام آموزشــی ســردرگم بودند. دانش‌آموزانی که در کلاس ششم به‌خاطر کمبود نیروی انسانی، از دفتردار مدرســه و کســانی که تخصصی در ریاضی نداشتند، ریاضــی آموختــه بودند و خدا می‌دانــد که هر کدام از دانش‌آموزان چه پیش‌زمینــه‌ای از مطالب ریاضی داشــتند. ســاعت آموزشــی درس ریاضی هفتم هم از ۵ ســاعت به ۴ ســاعت کاهش یافته بود. به گفته جورج پولیا (۱۹۷۲): «آموزش خوب، مجال دادن به دانش‌آموز به شــیوهٔ منظم و اصولی اســت، تا بتواند خودش مطالب را کشــف کند». بــا این حجم و این زمان آیا آموزشِ خوب صورت می‌گیرد؟!

اول مهر شــد، به مدرسه رفتم، مدیر جدید، دکوراسیون جدید، دانش‌آموز جدید و مهم‌تر از همه، کتاب جدید. به کلاس پایهٔ هفتم رفتم. بعد از معرفی خودم و آشــنایی مختصر با دانش‌آموزان، شــروع به صحبت در مورد ریاضی و کاربرد آن در زندگی کردم.

ســعی می‌کردم قشــنگ‌ترین جملات را برای بــالا بــردن ارزش و منزلت ریاضــی و کاربرد آن در زندگــی و خلقت به‌کار ببرم. یکــی از دانش‌آموزان از جایش بلند شــد و گفت «خانم اجازه، ریاضی امسال هم مانند ریاضی کلاس ششــم سخت است؟» گفتم: «عزیزم مگر ریاضی ششم سخت بود؟» گفت «خانم مطالب کتاب سخت بود، حتی خانم معلم‌مان بعضی از قســمت‌هایش را بلد نبود، تازه کتاب هم غلط‌های زیادی داشــت.» دانش‌آموز دیگری نیز دســت بلند کرد و گفت «خانم معلم، ما پارســال هر روز، دو زنگ ریاضی می‌خواندیم، دیگه از کتاب ریاضی خسته شده بودیم. امســال هم همین‌طور اســت، هر روز ریاضی داریم؟»

در چشمان مشتاق بچه‌ها، نگرانی‌ها و ترسی از ریاضی دیده می‌شد. در ادامه آن زنگ، دانش‌آموزان را با چند بازی و ریاضی مشغول کردم. از آنان خواستم برای جلســه آینده کتاب ریاضی ششم را بخوانند، تا یک پیش‌آزمون از ریاضی سال گذشته بگیرم. جلسهٔ بعد از راه رســید و طبق توصیهٔ استاد حل مسئله‌مان در دانشگاه، سؤال‌هایی از کتاب ریاضی ششم انتخاب کردم. در ســؤال اول تفریق $\frac{۳}{۲}$-۲ را به آن‌ها دادم و خواستم برای آن مسئله‌ای طرح و سپس آن را حل کنند. وقتی برگه‌ها را بررســی می‌کردم متوجه شدم اکثراً در مفاهیم اساسی و اولیه مانند جمع، تفریق و جدول ضرب، مشکل داشتند.

بــا این حال، بین مســئله‌هایی که دانش‌آموزان طرح کرده بودند، مسئله‌های جالب توجهی به چشم می‌خورد: مثلاً فاطمه نوشــته بود «زهرا ۲ عدد مداد دارد $\frac{۳}{۲}$ آن را به دوستش داد. حالا چند مداد دارد؟»

یا اینکه زهرا نوشــته بود: « در دریاچه‌ای ۲ لیتر آب وجود دارد $\frac{۳}{۲}$ لیتر از آن برمی‌داریم حالا دریاچه چند لیتر آب دارد؟»

مریم نوشــته بود «من ۲ عدد کیف دارم $\frac{۳}{۲}$ آن را به خواهرم دادم حالا چند تا کیف دارم؟»

چقــدر فاصله بین ریاضی و زندگی واقعی؟ چرا

دانش‌آمــوزان ارتباط ریاضی را با زندگی واقعی خود ایــن قــدر دور می‌بینند؟ بچه‌هــای عصر کامپیوتر و تکنولوژی، آیا واقعاً متوجه نیســتند که مثل زندگی واقعی، در ریاضی هم نمی‌شــود مــداد را نصف کرد، نمی‌دانند دریاچه‌ای که ۲ لیتر آب داشــته باشد در ریاضی هم وجود ندارد و یا کیف نصف شده، در ریاضی نیز به درد نمی‌خورد؟ از کجا باید شــروع می‌کردم؟ به‌نظر می‌رسد رد پای رویکرد ریاضیات واقعیت‌مدار[۴] کــه فرودنتال[۵] مطرح می‌کند، در کتاب‌های درســی ما خیلی کم‌رنگ اســت. تفکر دانش‌آموزان در مورد ریاضی با ریاضیات واقعیت‌مدار که آن را یک فعالیت اجتماعی و انســانی می‌داند؛ خیلی فاصله دارد. «به عقیده فرودنتال، برای آنکه ریاضی از ارزش اجتماعی و انسانی برخوردار باشد، باید متصل به واقعیت بوده، نزدیــک کودکان بمانــد و مرتبط با مســائل جامعه باشــد.» (نقل شده در غلام‌آزاد،۱۳۹۳. ص ۵۰) و در اکثر نوشته‌های دانش‌آموزان این سه مشخصه دیده نمی‌شد!

فصــل یــک کتاب، دربــارهٔ حل مســئله بود، ۸ راهبــرد برای حل مســئله که طبــق زمان‌بندی پیشــنهادی، باید در دو هفته تدریس می‌شد. سعی می‌کــردم که کلاس حــل مســئله را همان‌طور که از اســتادم یاد گرفتــه بودم، به‌صــورت گروهی و با مشارکت همهٔ بچه‌ها برگزار کنم. سرعت خیلی کند بود ولی جالب بود. همیــن بچه‌ها که آب دریاچه را دو لیتر می‌دیدند، برای بعضی مســائل، راه‌حل‌هایی ارائه می‌دادند که واقعاً به فکر من هم نمی‌رســید. ۴ هفته طول کشید تا فصل یک تمام شد. یک امتحان از ایــن فصل گرفتم، نتایج چندان رضایت‌بخش نبود و دریافتــم باید مــن و دانش‌آموزانم بیشــتر تلاش کنیم. حجم کتاب بیشــتر شده و ساعت ریاضی یک ساعت کم شــده بود. از طرف دیگر، اردوها، جلسات و برنامه‌هــای جانبــی که برگزار می‌شــد، در کار ما اختلال ایجاد می‌کرد.

فصــل دوم را هم درس دادم و به فصل ســوم با موضوع «هندسه و استدلال» رسیدم. به دانش‌آموزان گفتم که برای جلســه بعد، وســایل هندســه همراه بیاورند (خط‌کش، پرگار، نقاله، گونیا). جلسهٔ بعد شد و شروع به تدریس هندسه کردم. پاره‌خط و نیم‌خط را نام‌گذاری کردم و متوجه شدم بچه‌ها بیشتر حروف انگلیســی را نمی‌دانند. وقتی از آن‌هــا علت را جویا شــدم، گفتند «کتاب زبان انگلیســی هفتم در طی چندین درس، حروف انگلیســی را بــه ما می‌آموزند و ما تاکنون دو ســه درس بیشــتر نخوانده‌ایم.» این هم مشکلی بود که درمیان مشکلات دیگر رخ نشان می‌داد. منطقه‌ای که درس می‌دهم، مانند بســیاری از مناطق دیگر، خانواده‌ها از نظر مالی قوی نیســتند و نمی‌تواننــد فرزندان خود را در کلاس‌های آموزش زبان ثبت‌نام نمایند. پس باید منتظر بمانیم که نقیصهٔ ندانســتن حروف زبان انگلیسی با طی زمان برطرف شــود. به پایان ترم اول رســیدیم در اواسط فصل ۴ کتاب بودیــم، اما باید تا آخر فصــل ۵ می‌خواندیم. چون به قول یکی از اســتادانمان، ما ایرانی‌ها معتقد به نظریه حجم هســتیم و هر چه بیشــتر بهتر. حال کیفیت تا چه حد باشد مهم نیست!

مطالــب کتــاب هفتم نســبت بــه کتاب‌های قبلــی جالب‌تر و متنوع‌تر اســت. ولــی، مجالی برای آموزش این مطالب جالب به معلم داده نشــده است. بــا این زیادی مطلب و وقــت کم و دانش‌آموزانی که از پیشــینه آموزشــی قوی برخودار نیستند، چه باید کــرد؟ آیا این همه حجــم، برای کتــاب هفتم لازم است؟ چه اشــکالی داشــت اگر چند فصل کتاب را ســال بعد می‌خواندنــد؟ چرا باید همیشــه کمترین بودجه به آموزش و یادگیری اختصاص داده شود؟ آیا واقعاً ... نمی‌دانستند که چون حجم کتاب زیاد شده، باید زمان تدریس آن هم زیادتر شــود، پس چرا این معادله را اشتباه حل کردند؟ وقتی خودمان معادله‌ها را وارونــه حل می‌کنیم، چطور از دانش‌آموزان انتظار داریم که درست حل کنند؟

در جلسه‌ای که گروه‌های آموزشی ناحیه برگزار کردند، قرار شد مدارس ناحیه بر حسب موقعیتشان از نظر علمی، به ۵ قطب تقســیم شــوند و هر قطب به‌طور هماهنگ، امتحان‌های ریاضی را برگزار کنند. مدرسه ما در قطب ۴ بود و خوشبختانه مدارس این قطــب از نظــر بودجه‌بندی محتوایی در یک ســطح بودند. امتحان ریاضی برگزار شد و ورقه‌های امتحانی تصحیــح گردید. نتایج به دســت آمــده تا حدودی رضایت‌بخــش بود. آن‌طــور که نمودارهــای نمرات

دانش‌آموزان نشـــان می‌داد، پیشرفت قابل توجه بود. هر چند هنوز راه زیادی در پیش داریم.

بعـد از تعطیلات عید بود که طی بخشـنامه‌ای اطـلاع دادند، دو فصل آخر کتاب ریاضی هفتم (آمار و احتمال و ترسـیم‌های هندسی) حذف شده و برای مطالعه بیشتر است. با وجودی که این دو فصل حذف شده بود و چند جلسه هم کلاس فوق‌العاده گذاشتیم، به زحمت توانســتیم مطالب کتاب را تدریس کنیم و به انتها برسـانیم و بالاخره سال تحصیلی با همه پیچ و خمش گذشت.

«ریاضی یکی از مهم‌ترین موضوع‌های درســی در جامعه مدرن می‌باشد، اما تدریس خوب آن بسیار مشکل اســت. ما به‌عنوان آموزشـگران ریاضی، باید مسـئولیت پیدا کردن راهی برای حل این مشکل را به عهده بگیریم» (بیشاب[6]، ۱۳۷۶). یکی از مشکلات برنامه‌های درسی این است که به‌نظر می‌رسد معلمان در تدوین برنامه‌های درســی نقـش تعیین‌کننده‌ای ندارنـد، گرچه مؤلفـان کتاب‌های درســی از دانش نظری بالاتری برای تألیف کتاب‌های درســی ریاضی برخوردارنـد، ولی چون خودشـان به‌طـور واقعی با کلاس و دانش‌آمـوز رودررو نیسـتند، اغلب بعضی از نیازهای دانش‌آموزان و معلمان نادیده گرفته می‌شود. بدون در نظر گرفتن تفاوت‌های فرهنگی و اجتماعی در مناطـق مختلف، از معلمـان می‌خواهند که همه مثل هم عمل کنند.«انتظار دیدن ارتشــی یکسان از نوجوانـان که همگی در حـال نواختن طبل و با یک سـرعت و به سوی یک هدف قدم‌رو می‌روند، احتمالاً دیدگاهی اسـت که افراد فن‌مدار را شاد می‌کند؛ ولی چنین دیدگاهی، برای تربیت خروجی‌های دلچسبی که شـگفتی‌های تجربه‌های آموزشی باشند، یا خیلی کـم بـه درد می‌خورد یـا اصلاً بـه درد نمی‌خورد.» (آیزنر[7]، ۲۰۰۰) اما می‌دانیم که «آموزش مستقل از زبان و فرهنگ نیسـت» (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۶، ص ۳۱) و بایـد از این تنـوع و گوناگونی فرهنگی و زبانی، حداکثر بهره‌برداری را در آموزش ببریم.

در این نوشــته، سعی شـد، برخی از مشکلات تغییرکتاب ریاضی هفتم به‌صورت درد دل بیان شود.

امید است که این تجربه برای تغییر سایر کتاب‌ها در پایه‌های دیگر تکرار نشـود؛ اگر چه به‌نظر می‌آید این تجربه تلخ به گوش مسـئولان رسـیده باشد، زیرا در تغییر ریاضی پایه هشتم، سعی شده بود که مشکلات کتاب ریاضی هفتم را نداشته باشد؛ هر چند هنوز هم راه زیادی در پیش داریم؛ ولی با وجود تمام مشکلات، ما معلمان وقتی به کلاس درس می‌رویم و با چشمان مشــتاق و قیافه‌های معصوم بچه‌ها روبه‌رو می‌شویم، همهٔ مشـکلات را فراموش می‌کنیـم و در کلاس را می‌بندیم و شروع می‌کنیم!

تقدیر و تشکر

با تشـکر از خانم دکتر نرگس یافتیان اســتادیار گروه ریاضی دانشـگاه تربیت دبیر شهید رجایی، که با نظرات سـازنده خود، موجب غنای نوشــتاری این مقاله شد.

پی‌نوشت‌ها

1. Clements & Ellerton
2. Silent language
3. George polia
4. Realistic Mathematics Education: RME
5. Freudenthal
6. Bishob
7. Eisner

منابع

۱. آیزنـر، الیوت دبلیـو. (۲۰۰۰). آنان که گذشــته را نادیده می‌گیرند...:۱۲ درس«آسـان» برای هزاره بعد. ترجمه سـپیده چمن‌آرا، و زهرا گویا، (۱۳۸۱). **مجله رشد آموزش ریاضی**، شماره ۶۹، صص ۱۸-۴. دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

۲. بیشـاب، آلن- جی. (۱۳۷۶). رابطه بیـن آموزش ریاضی و فرهنـگ. ترجمه زهـرا گویا، روح‌الله جهانی‌پور. **مجله رشـد آموزش ریاضی**، شـماره ۵۰، صص۱۱-۲. دفتر انتشـارات و تکنولوژی آموزشی

۳. شونفیلد، آلن. (۱۹۸۷). پولیا، حل مسئله و آموزش. ترجمه، سـعید ذاکری. (۱۳۶۸). **نشر ریاضی**، سـال دوم، شماره ۲، صص۱۴۹-۱۴۳.

۴. غـلام‌آزاد، سـهیلا. (۱۳۹۳). رد پـای آمـوزش ریاضیـات واقعیت‌مـدار در ریاضیات مدرسـه‌ای در ایـران. **دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسـی**. سـال دوم، شماره ۳، صص ۷۰-۴۷.

5. Clements, k & Ellerton, N. (1996). Mathematics Education Research: past, present and future; UNESCO

چند نکته در بحث مجموعه‌ها

نسرین نجیبی، دبیر ریاضی ناحیه یک شیراز

در بحث مجموعه‌ها، تعریف‌هایی در بعضی از جزوه‌ها و کتاب‌ها دیده می‌شود که با وجود اشتباه بودنشان، ظاهری درست و غلط‌انداز دارند. یکی از این موارد، اولین فصل کتاب درسی نهم است که به این مبحث پرداخته شده است. خوشبختانه با دید باز و انتقادپذیری که گروه تألیف دارند، پیش‌نویس این فصل را روی سایت دفتر تألیف قرار داده‌اند و برای دریافت نقد و بررسی کتاب، اعلام آمادگی نموده‌اند. لازم به ذکر است که بحث مجموعه‌ها، در پیش‌نویس یاد شده هم از بعضی ایرادات زیر، مصون نمانده است که البته موارد به دفتر تألیف، انتقال داده شده است. با توجه به مطالب ذکر شده، لازم دیدم در این نوشته، به چند مورد از این تعریف‌ها پرداخته و با ذکر مثال، مشکل آن‌ها را بررسی کنم.

برای ورود به مطلب، کافی است در درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر، تأمل کنیم:

۱. اشتراک دو مجموعهٔ A و B، مجموعه‌ای است که اعضای آن، هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B هستند. این مجموعه را با نماد $A\cap B$ نشان می‌دهیم.

۲. مجموعه $A-B$ (A منهای B) مجموعه‌ای است که اعضای آن، عضو مجموعه A بوده، ولی عضو مجموعه B نباشند.

۳. مجموعه متناهی مجموعه‌ای است که ابتدا و انتها دارد.

۴. متمم مجموعه A ، مجموعه‌ای است که اعضای آن، در مجموعه مرجع باشد ولی در A نباشد.

۵. اگر دو مجموعه مجزا باشند؛ متمم‌های آن‌ها مجزا نیستند.

البته همه عبارت‌های بالا نادرست هستند که در ادامه، دلیل نادرستی آن‌ها را به همراه مثال نقض بیان می‌کنم.

برای بررسی عبارت‌های بالا، فرض کنید M = {۱و۲و۳و...و۹و۱۰} مجموعه مرجع باشد و A={۱,۲,۳,۴,۵} و B={۳,۴,۵,۶}. حال اشکال هر تعریف را با یک مثال نشان داده و تعریف صحیح را پس از آن، ارائه می‌کنیم.

۱. بررسی ایراد عبارت «اشتراک دو مجموعه A وB، مجموعه‌ای است که اعضای آن، هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B هستند. این مجموعه را با نماد $A\cap B$ نشان می‌دهیم.

به عنوان مثال، مجموعه {۳,۴}، مجموعه ای است که در تعریف فوق صدق می‌کند، یعنی مجموعه‌ای است که اعضای آن، هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B هستند. اما این مجموعه، $A\cap B$ نیست.هم‌چنین، مجموعه‌های {} و{۵} و{۳} و{۴} و{۳و۵} و{۴و۵} و{۳و۴و۵}، همه در این تعریف صدق می‌کنند، در حالی‌که $A\cap B$={۳,۴,۵}.

یعنی؛ **همه زیرمجموعه‌های** $A\cap B$ در این تعریف صدق می‌کنند.

دلیل اینکه چنین مشکلی به‌وجود آمده این است که در تعریف ۱، در مورد این که مجموعه مورد نظر، باید چند

تا از اعضای مشترک را داشته باشد تا اشتراک دو مجموعه را نشان دهد، سکوت شده است.

و امـا توصیه این اسـت که به‌جای آن، نوشـته شود؛

اشـتراک دو مجموعـهٔ A و B، مجموعـه همـه عضوهایی اسـت که هـم عضو مجموعـهٔ A و هم عضو مجموعه B هستند. این مجموعه را با نماد $A\cap B$ نشان می‌دهیم.

یا به عبارت سـاده‌تر می‌تـوان گفت که **مجموعه همـه عضوهای مشـترکِ مجموعه‌هـای A و B را اشتراک دو مجموعه A و B می‌نامیم**.

در اینجـا، بیـان یا عدم بیان کلمه «**همه**»، نقشـی اساسی در تعریف دارد.

۲. **بررسی ایراد عبارت** «مجموعه $A-B$ (A منهای B) مجموعه‌ای است که اعضای آن، عضو مجموعه A بوده ولی عضو مجموعه B نباشند.»

در همان مثال بالا، مجموعه {۱} را در نظر بگیرید. آیا این مجموعه کـه در تعریف بالا صدق می‌کند (یعنی اعضای آن در A هست ولی در B نیست)، همان مجموعه $A-B$ است؟ البته خیر! پس ایراد از کجاست؟

ایراد از آنجایی اسـت کـه وقتی $A-B$ تک عضوی یا تهی نباشد، بیش از یک مجموعه در این تعریف صدق می‌کند که در واقع، همان ایراد قبلی است، زیرا؛

همـه زیرمجموعه‌های $A-B$، در این تعریف صدق می‌کنند.

پیشـنهاد این اسـت که تعریف کتاب، به‌صورت زیر اصلاح شود:

تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A-B$ (A منهای B)، مجموعه همه عضوهایی است که عضو مجموعه A بوده، ولی عضو مجموعه B نباشند.

در حقیقـت، ما با **همه** عضوهایی که عضو مجموعه A بوده ولی عضو مجموعه B نباشـند، مجموعه $A-B$ را می‌سازیم.

البته تجربه نشان داده که اگر $A-B$ را به‌صورت زیر بیـان کنیم، برای دانش‌آموزان بهتر بوده و راحت‌تر آن را درک می‌کنند.

مجموعه عضوهایی از A که در B نباشند.

۳. **بررسـی ایـراد عبـارت** «متمـم مجموعه A مجموعه‌ای است که اعضای آن در مجموعه مرجع باشند ولی در A نباشد.»

مجموعـه {۱۰} را در نظر بگیرید. این مجموعه در تعریف فوق صدق می‌کند، ولی متمم مجموعه A نیست.

در حقیقـت، بزرگ‌ترین مجموعه‌ای کـه در تعریف بالا صدق می‌کند، متمم این مجموعه است، یعنی:

متمم مجموعه A، مجموعه همه عضوهایی از مرجع است که در A نباشند.

ایراد هر سه تعریف، مشابه است.

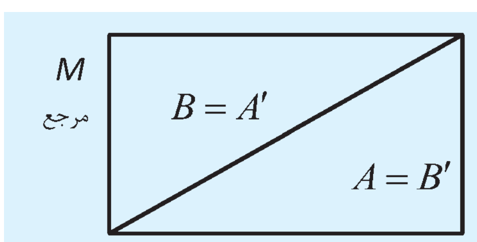
۴. **بررسـی ایـراد عبـارت** «مجموعـه متناهـی مجموعه‌ای است که ابتدا و انتها دارد.»

متأسـفانه، اکثر دانش‌آمـوزان تصـور می‌کنند که این تعریف برای مجموعه متناهی، درسـت اسـت و اگر در کلاس به این مطلب اشـاره نشـود، بر باور خود باقی می‌مانند. برای به چالش کشیدن این تصور،کافی است به مجموعه نامتناهی {x | ۱≤ x ≤۲} اشـاره شود که ابتدا و انتهای آن معلوم هستند، ولی مجموعه نامتناهی است، چرا که نمی‌توان اعضای آن را شـمرد و تعداد اعضای آن را مشخص کرد.

بسـیاری از دانش‌آموزان با این تعریف دچار مشکل شده و آن را چنین تعبیر می‌کنند که «مجموعه متناهی، مجموعه‌ای اسـت که اعضای آن مشخص باشند». حال آنکه مجموعه اعداد طبیعی، اعضای مشـخصی دارد ولی چون تعداد آن‌ها محدود نیسـت و شـمارش اعضای آن به پایان نمی‌رسد، مجموعه‌ای نامتناهی است. این تعبیرِ نادرست، ما را قانع می‌کند که بر **پایان‌پذیر بودن عمل شمارش اعضا و محدود بودن تعداد اعضا**، تأکید شود.

۵. **بررسـی ایراد عبارت** «اگـر دو مجموعه مجزا باشند؛ متمم های آن‌ها مجزا نیستند.»

مثال نقض این عبارت، در شکل زیر مشاهده می‌شود:



متأسـفانه وقتی این مسـائل را با دیگـران در میان می‌گذاریم، بعضی از آن‌ها به‌جای پذیرفتن مطلب و اصلاح تعریف، فوراً زبان را زیر سؤال برده و این مطلب را مطرح می‌کنند که یکی از ایرادات زبان ما این است که نمی‌توان مطالب را درسـت ترجمه کرده و منظور را بیان کرد؛ در حالی‌که این موضوع فقط دقت ریاضی را می‌طلبد و زبان فارسی، مشکلی در بیان دقیق و ظریف مطالب بالا ندارد.

در پایان امیدوارم با این نوشته، گامی هر چند کوچک، در موفقیت آموزش ریاضی برداشته باشم.

ویژگی‌های برنامه درسی ریاضی در دورهٔ ریاضیات جدید

محسن تنده، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و مدرس ریاضی دانشگاه دولتی گرمسار
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

این مقالــه، به مرور اجمالیِ بخش مهمی از تاریخ آمــوزش ریاضی به‌نام «دوره ریاضیات جدید[1]» و تأثیر آن بر کتاب‌های درسی ریاضی، می‌پردازد. «ریاضیات جدید» دوره‌ای اســت که بــرای تدوین برنامه، تألیف کتــاب و تدریس ریاضی، از رویکرد اصل موضوعی و از زبان نمادین و منطق صوری اســتفاده شد. از آن پس، «ریاضیات جدید» تبدیل به نشانی برای این رویکرد به برنامه درسی ریاضی شد؛ دیدگاهی که طرفداران آن، معتقدند که ریاضی، یک کل یگانه و یکپارچه است که نباید به یادگیرنده، به‌عنوان موضوع‌های مجزا از قبیل حساب، جبر، هندسه، مثلثات و حسابان، ارائه شود.

کلیدواژه‌هــا: ریاضیــات جدید، برنامه درســی ریاضی، ریاضیات مدرسه‌ای، کتاب‌های درسی ریاضی

مقدمه

همان‌طــور که تاریخ نشــان می‌دهــد، برنامه‌ها و کتاب‌های درســی ریاضی به دلایــل مختلف، همواره تغییراتی عمده یا اندک داشــته و دارند. در نظام‌های آموزشیِ متمرکز، این تغییرات از بالا به پایین است؛ به این معنا که در رأس هرم، مسئولان برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، این تغییرات را اِعمال می‌کنند و در قاعدهٔ هرم، معلمان مجری آن می‌شوند و دانش‌آموزان، از کتاب‌های تازه‌تألیف، استفاده می‌کنند. این مقاله به اختصار، به ویژگی‌های برنامه درسی «ریاضیات جدید» اشــاره نموده و برای درک بهتر ماهیت این رویکرد، به یک مثال جرح و تعدیل شــده کلاین (۱۹۷۳) از یک کلاسِ خیالی ریاضی، می‌پردازد.

دوره ریاضیات جدید

در یک دوره زمانی در ایالات متحده، برنامه درسی ریاضی نسبتاً ثابتی در دوره ابتدایی و دبیرستان وجود داشت که در تاریخ برنامه درسی ریاضی، از آن به‌عنوان برنامه درسی ریاضیِ سنتی نام برده شده است و هنوز در ۵۰ تــا ۶۰ درصد مدارس آمریکا، این رویکرد غالب است. ماهیت اصلی این برنامه درسی ریاضی «حساب» و مباحث ســاده‌ای از هندســه مانند آشنایی با اشکال اســت. سپس در کلاس هفتم و هشــتم، آموزش جبر شــروع می‌شود و در چهار سال باقیمانده، مباحث جبر و هندســه تکمیل می‌شــود و مثلثات نیز در این دوره تدریس می‌شود (کلاین، ۱۹۷۳)

با وجــود مقبولیت برنامه ســنتی ریاضی در بین معلمــان و رواج آن در مــدارس آمریـکا، از اواخر دهه ۱۹۵۰ بــه بعــد، یک برنامه درســی جدید بــا عنوان

«ریاضیات جدید» یا «ریاضیات مدرن»، برای دوره ابتدایی و دبیرستان‌ها تدوین شد و به‌طور گسترده‌ای، مورد توجه محافل علمی قرار گرفت (کلاین، ۱۹۷۳). به گفته وی، صفتِ «جدید» برای متخصصان به این معنا بود که به ریاضیات عصر حاضر، بسیار نزدیک‌تر است و برداشتی که مردم معمولی از آن داشتند، به نوعی مترادف با گذر از نظام آموزشیِ کهنه و منسوخ شده بود. بر خلاف رویکرد سنتی به تدریس و یادگیری ریاضی، در دوره ریاضیات جدید، تمایل زیادی برای فراهم کردن ارتباطِ بهتر بین برنامه ریاضی مدرسه‌ای و برنامه ریاضی دانشگاهی وجود داشت و این، یکی از دلایلی بود که برنامه این دوره، مبتنی بر رویکرد اصل موضوعی بود. در مقابل دیدگاه سنتی، طرفداران ریاضیات جدید معتقدند که ریاضی، وجودی یگانه است که نباید به یادگیرنده به‌عنوان موضوع‌های مجزای دانش مانند حساب، جبر، هندسه، مثلثات و حسابان ارائه شود.

در مورد مکان، زمان و چگونگی پیدایش ریاضیات جدید نیز، سه دیدگاه عمده وجود دارد که اولی، غالب است. این گروه شروع برنامه «دوره ریاضیات جدید» را، موفقیت شوروی سابق در پرواز اولین قمر مصنوعی- اسپاتنیک[۲] - به فضا در سال ۱۹۵۷ می‌دانند که بر اثر آن، تکان سختی بر دنیای غرب و به‌خصوص ایالات متحده، وارد شد. سیاست‌مداران، علت عقب افتادن ایالات متحده را از شوروی سابق، آموزش ریاضیات و علوم مدرسه‌ای دانستند و با این فرض، بودجه‌های کلانی را برای انجام تحقیقاتِ زودبازده برای تدوین برنامه‌های درسی و تألیف کتاب‌های درسی در این دو حوزه درسی، اختصاص دادند. به‌نظر می‌رسد که انگیزه سیاسیِ پشتیبان این تصمیم این بود که شکاف ایجاد شده به سرعت از بین رفته و پس از آن، آمریکا مطمئن شود که با پر شدن این خلاء، این کشور می‌تواند با گام‌های بلندتر، از رقیب اصلی خود جلو بیفتد. در رابطه با برنامه درسی و تألیف کتاب‌های درسی ریاضی، گروه‌های زبده‌ای تشکیل شد که در رأس آن‌ها، ریاضی‌دانان برجسته در آمریکا بودند. تأکید اصلی برنامه‌های تدوین شده، ساختارهای ریاضی و اصول موضوع بود که نتیجه طبیعی آن، تکیه بر تجرید برای ارائه محتوای ریاضی بود. گروه دوم، مبدأ ریاضیات جدید را فرانسه و متأثر از نگاه انتزاعی گروه بورباکی می‌دانند و گروه سومی نیز، نتیجه گزارش‌های متیو[۳] و برایان تویتس[۴] در انگلیس را سرآغاز ریاضیات جدید می‌دانند (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۶).

در هر صورت، و صرف‌نظر از اینکه کدام از این سه گروه تأثیر بیشتری بر شکل‌گیری «ریاضیات جدید» داشته‌اند، در بیشتر کشورها، تصمیم‌گیری برای معرفی ریاضیات جدید، توسط سازمان‌های رسمی انجام شد که اغلب آن‌ها، تحت‌تأثیر ریاضی‌دانان و سیاست‌مداران بودند و معلم‌ها به ندرت در آن نقشی داشتند.

ولی این برنامه، به‌دلایل مختلف به شدت شکست خورد و نشان داد که انباشتن ذهن یادگیرنده با مجردات، بدون توجه به فرایندِ ساختن معنا در ذهن وی، و عدم دقت آموزشی در انتخاب و سازماندهی محتوای ریاضی، محصولی تولید می‌کند که برای عموم دانش‌آموزان- نه یک اقلیت نادر- قابل دسترسی نیست.

ویژگی‌های برنامه درسی ریاضیات جدید

ویژگی عمومیِ برنامه درسی ریاضیات جدید، استفاده از روش «از مرکز به حاشیه[۵]» بود، به این معنا که ابتدا تعریف‌ها و مفهوم‌ها و اصل‌ها گفته شده و بعد، برای کمک به فهماندن آن‌ها، از مثال‌های مناسب استفاده می‌شد (پاپکُویتز، ۱۹۸۹ و اِلرتون، کلمنتس و اِسکِهان[۶]، ۱۹۸۸). در برنامه درسی ریاضیات جدید در دوره دبیرستان، نظریه مجموعه‌ها بستر طرح موضوع‌های ریاضی، «تابع» مفهوم هماهنگ‌کننده آن موضوع‌ها و بالاخره منطق صوری، زبان تبیین ریاضی بود.

ریاضیات جدید در سراسر جهان، تغییرات عمده‌ای در کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای ایجاد نمود. از جمله تغییراتی که در این دوره در کتاب‌های درسیِ دبیرستان ایجاد شد و شروع آن از کشورهای غربی بود، حذف هندسه اقلیدسی از برنامه درسی ریاضی دبیرستان بود. علت این حرکت، تصمیمی بود که ریاضی‌دانانِ شرکت‌کننده در «سمینار رویامُنت[۷]» که در سال ۱۹۵۹ در فرانسه برگزار شد، گرفتند. در این سمینار، ژان دیودونه ریاضی‌دان فرانسوی، جمله معروف خود را که «اقلیدس باید برود[۸]» بیان کرد که تا مدت‌ها، تألیف کتاب‌های هندسه را تحت‌تأثیر قرار داد.

این در حالی است که تا قبل از این سمینار، در بسیاری از کشورهای اروپایی و به‌عنوان مثال، در بیش از نیمی از مدارس آلمان، هندسه اقلیدسی از کتاب‌های درسی ریاضی دبیرستان، برداشته شد. پس از کشورهای غربی، اثــرات ریاضیات جدیــد بر برنامه‌های درســی ریاضی دبیرستانی سایر کشورها نیز، به تدریج مشاهده شد که نمونه بارز آن، شوروی سابق بود. در سال ۱۹۶۳ در آن کشور، یک کتاب آزمایشــی برای هندسه در پایه نهم تألیف شــد که مبتنی بر «هندســه تبدیلی[۹]» بود و به دنبال آن، در سال ۱۹۶۶ کمیته‌ای در آن کشور تشکیل گردید و قرار شــد که تمام کتاب‌های درســی ریاضی پایه‌هــای چهارم تا دهم[۱۰]، براســاس رویکرد ریاضیات جدید، عوض شوند. به گفته (کلاین ۱۹۷۳)، با وجودی کــه در برنامه‌های درســی ریاضیِ تازه تدوین شــده، هندسه تبدیلی جایگزین هندسه اقلیدسی شد، با این حال در تألیف کتاب‌ها، این کار با موفقیت انجام نشــد. به همین خاطر، کتاب‌های هندســه در شوروی سابق، در معرض حذف از برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای قرار گرفت.

ویژگی عمومی برنامه درسی ریاضیات جدید، استفاده از روش «از مرکز به حاشیه» بود، به این معنا که ابتدا تعریف‌ها و مفهوم‌ها و اصل‌ها گفته شده و بعد، برای کمک به فهماندن آن‌ها، از مثال‌های مناسب استفاده می‌شد

نمونه‌ای از یک کلاس درس ریاضی در «دوره ریاضیات جدید»

برای آشنایی بیشتر خوانندگان با نوع تجریدی که محور برنامه‌های درسی به اصطلاح «ریاضیات جدید» بود، یک نمونه از کلاین (۱۹۷۳) برای تدریس ریاضی در دوره ابتدایی آورده می‌شود. این نمونه با حفظ کلیت آن، تا حد زیادی جرح و تعدیل[۱۱] شده تا ملموس‌تر باشد.

در این نمونــه، گفت‌وگویی خیالی بین یک معلم و دانش‌آموزانــش حین تدریس بــا رویکرد «ریاضیات جدید»، آمده است. در این گفت‌وگوها، به‌جای نوشتن نام هر دانش‌آموز، تنها از حرف «د» استفاده شده است. در ضمن، تأکیدات اضافه شده‌اند.

معلم: چرا ۲+۳=۳+۲ ؟

د: (بی‌درنگ!) چون هر دو می‌شن ۵!

معلم: (در حالی‌که دانش‌آموز را سرزنش می‌کند) باید بگی چون عمل جمع، جابجایی‌پذیره!

معلم پس از این سؤال، باز هم به ارزیابی توانایی ریاضی دانش‌آموزان کلاس خود، ادامه داده و می‌پرسد:

معلم: چرا ۱۱=۹+۲ ؟

د: (بــا تعجب که این چه ســؤالی اســت؟!) خوب معلومه! ۹ +۱ می‌شه ۱۰ و ۱۰+۱ می‌شه ۱۱!

معلم: (با حالت تعجــب!) مگه نمی‌دونی که طبق تعریف عدد۲، داریم (۱+۱)+۹=۲+۹

و چون در جمــع، **قانون شــرکت‌پذیری** برقرار است، داریم ۱+(۱+۹)=(۱+۱)+۹.

می‌توان تصور نمود که دانش‌آموزانِ چنین کلاسی، چگونــه هاج و واج، به ایــن بدیهیاتِ غیربدیهی! گوش می‌دهند و دچار سردرگمی می‌شوند. این معلمِ خیالی که احساس کرده دانش‌آموزان خیلی سرحال نیستند، سعی می‌کند سؤال ساده‌تری بپرسد و می‌گوید «آیا ۷ یک عدد است؟»

این دفعه، همه دانش‌آموزان از سادگیِ سؤال تعجب کرده و به ســختی می‌توانند باور کنند که این ســؤال، نیازمند پاســخ باشد! اما برای اینکه به سؤال معلم خود جوابی داده باشــند، هر یک چیزی می‌گویند. معلم با حالتی بهت‌زده می‌گوید:

معلم: اگه از شما بپرسم که کی هستین، چه جوابی می‌دین؟

د: (با حیرانی یکی گفت!) من مهدی ایمانی‌ام!

معلم: (بــا نگاهی ســرزنش‌آمیز!) منظــورِت اینه که اســمِت مهدیِ ایمانیِ؟ البته که نه! تو یه شــخص هســتی و اســمت مهدی ایمانیِ. حالا به سؤال اصلی برگردیم و ببینیــم که آیا ۷ یه عدده؟! البته که نه! ۷ نامِ یه عدده. مثل ۲+۵، ۱+۶، و ۱-۸ که همه، نام‌های دیگه‌ای برای ۷ هســتن. اما نماد ۷، یک شماره برای عدده.

معلم هر چه بیشتر توضیح می‌دهد، دانش‌آموزان سردرگم‌تر می‌شوند و نسبت به آنچه که درباره عدد ۷ یا هر عدد دیگری می‌دانستند، به شک افتاده‌اند! معلم هم با تمام تلاشش، می‌خواهد مجری برنامه‌ای باشد که برایش توجیهی ندارد و همین حس بی‌اعتمادیِ معلم به این برنامه، کار تدریس وی و فهمیدن دانش‌آموزان را مشــکل کرده اســت. معلم در این صحنهٔ ساختگی کلاس درس ریاضــی در یکی از پایه‌های ابتدایی (اگر چه پایه‌ای که این محتوا در آن تدریس می‌شــود، در

نظام‌های آموزشی مختلف، با هم فرق دارند، اما در همه آن‌ها، این مباحث مربوط به برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی است)، هدفش ایجاد تمایز بین **عدد** و **رقم** یا **نامی**[12] اســت که با آن، عددی را معرفی می‌کنیم. در برنامــه دوره ریاضیات جدید، بر چنین دقت و انتزاعی، پافشــاری می‌شد و تقریباً در هیچ قســمتی از برنامه، به‌جز آموزش موضوع‌های خاص ریاضی و با یک رویکرد فلسفیِ ویژه و براساس انتزاع و اصول موضوع و دقت[13] بی‌دلیل و بادلیل، هدف وسیع‌تری دنبال نمی‌شد. این نوع وســواس[14] نســبت به دقت، تدریــس ریاضی را با مشکل مواجه نمود و به‌طور بی‌سابقه‌ای، دانش‌آموزان را تحت فشار قرار داد. مثلاً، عدد یک مفهوم است، ولی چیزی که می‌نویســیم، **نامِ عدد** یا **رقم** و روشی برای نوشــتن آن عدد است. در نتیجه، ممکن است برای هر عدد، نام‌ها یا رقم‌های متفاوتی باشــد، اما هر عدد، تنها (یک ارزش مقداری دارد.) یک مقدار را نشان می‌دهند.

در این رویکرد برنامه‌ای، این حیرت و ســرگردانیِ دانش‌آموزان، نهایت خوشــبختی برای معلم به حساب می‌آید! زیرا توضیح اینکه **عدد** واقعاً چه چیزی اســت، خــارج از ظرفیت دانش‌آموزانِ دبســتانی اســت و این خطر را دارد که پس از این همه توضیحات، بعد از این دانش‌آموزان بگویند که ۷ یک رقم اســت نه یک عدد، که همین‌طور هم شد!

معلم: بین ۶ و ۹، چه عددهایی قرار دارد؟
د: ۷ و ۸.
معلم: نه! بین ۶ و ۹ دو مجموعه از اعداد اســت که در هر دو، مجموعه همه اعدادِ بزرگ‌تر از ۶ و مجموعه همه اعداد کوچک‌تر از ۹، مشترک است.

بدین‌ترتیب، معلم خوشحال هم هست که اشتباه دانش‌آمــوزان، فرصتــی پیش آورده که وی توانســته اســت که طرز استفاده از مجموعه‌ها را نیز، به آنان یاد دهــد! این مثال‌ها، ماهیت آنچه را که به رویکرد «دوره ریاضیات جدید» به برنامه درســی معروف شده است، نشان می‌دهد.

جمع‌بندی

«دوره ریاضیــات جدید»، بخش مهمــی از تاریخ آموزش ریاضی است که اطلاع داشتن از آن و تغییراتی کــه در آن دوره در کتاب‌هــای درســی ریاضی ایجاد شد و مقایسه آن با ســایر رویکردها، برای برنامه‌ریزان درسی ریاضی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، یک ضرورت اســت. به‌خصوص، توجه به تأثیر دیدگاه‌های فلسفی، عوامل تاریخی، شرایط سیاسیِ بومی و جهانی، ویژگی‌های اجتماعــی، ترکیب جمعیتی و ده‌ها مؤلفه دیگر در اتخــاذ این رویکرد به برنامه درســی ریاضی، برای تمام سیاســت‌گذاران، تصمیم‌ســازان و نفع‌بران، مفید است. از همه مهم‌تر، آشنایی با دلایل ناکارآمدی و در نتیجه، شکســت ســریع این رویکرد به ریاضیات مدرسه‌ای، برای همه دست‌اندرکاران آموزش ریاضی در ایران، آموزنده است. از طرف دیگر، باید توجه داشت که «تعویضِ» شــکل ظاهری یک برنامه، به معنای تغییر رویکرد نیست و هر رویکرد برنامه‌ای، بر اصولی استوار اســت که وجود همه آن‌ها با هــم، می‌تواند تبدیل به برنامه‌ای منسجم شود. تازه بعد از این مرحله است که می‌توان راجع‌به مناسب و متناسب بودن یک برنامه در ظرف زمانی و مکانــی خود و با عنایت به مخاطبانش، اظهار نظر نمود.

پی‌نوشت‌ها

1. New Math Era
2. Sputnik
3. Geoffrey Matthews
4. Bryan Thwaites
5. Peripheral to the Center
6. Skehan
7. Royaumont Seminar
8. Euclid Must Go!
9. Transformation
10. در شوروی سابق، نظام آموزشی شامل ده پایه بود.
11. Modify
12. Numeral
13. Rigor
14. Obsession

منابع

1. Clements, M. A. &Ellerton, N. F.(1996). Mathematics Education Research: Past, Present and Future. UNESCO Publication.
2. Kline, M. (1973). *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Mathematics*. St. Martin's Press.

رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی در ایران و سنگاپور

نفیسه صداقت، کارشناس ارشد مدیریت آموزشی، دانشگاه خوارزمی

چکیده

هدف این پژوهش، بررسی وضعیت رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی در نظام تربیت‌معلم ایران و سنگاپور و ارائه راهکارهایی جهت بهبود وضعیت رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی ایران است. این پژوهش، یک پیمایش تطبیقی است و مراحل آن مطابق با روش بردی صورت گرفته است. انتخاب کشور سنگاپور به دلیل تشابه سیستم آموزشی آن با ایران جهت الگوبرداری و نیز به علت موفقیت‌های پی‌درپی دانش‌آموزان این کشور در درس ریاضی، در آزمون بین‌المللی تیمز، صورت گرفته است. اطلاعات مورد نیاز از طریق مطالعه اسناد و مدارک کتابخانه‌ای، و نیز ترجمه مقالات و گزارش‌های پژوهشی در پایگاه‌های داده، گردآوری شده است. نتایج به‌دست آمده از این مطالعه به شرح زیر است:

در سنگاپور مربی‌گری به‌عنوان ابزار اصلی رشد حرفه‌ای معلمان اعم از معلمان ریاضی، در سطوح معلمان پیش از خدمت(کارورزی) و معلمان تازه‌کار اعمال می‌گردد. در دوره‌های تربیت‌معلم ایران، برنامه و یا دوره آموزشی خاصی تحت عنوان مربی‌گری معلمان اعم از معلمان ریاضی، پیش‌بینی نشده است و تنها ناظران و راهنمایان آموزشی در قسمتی از فعالیت‌های خود در مدارس، مانند مربی‌گری همتا (نظارت کلینیکی) و یا نظارت توسعه‌ای به رشد حرفه‌ای معلمان، اعم از تازه‌کار و یا باتجربه می‌پردازند. از مقایسه برنامه‌های مربی‌گری به‌عنوان ابزار رشد حرفه‌ای در سنگاپور و وظایف راهنمایان تعلیماتی در ارتباط با رشد حرفه‌ای معلمان در ایران، چنین نتیجه شد: در صورتی که ناظران آموزشی مربی‌گری همتا و نظارت توسعه‌ای را در عمل در مدارس اجرا کنند، می‌توانند تا حدی نیاز معلمان ریاضی (کارورزی و یا در بدو ورود به حرفه) به فردی در سمت مربی که به راهنمایی و ارشاد آن‌ها بپردازد، مرتفع سازند.

کلیدواژه‌ها: رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی، مربی‌گری معلمان (ریاضی)، ناظران و راهنمایان تعلیماتی

در این پژوهش برآنیم تا با مطالعه شیوه‌ها و برنامه‌های رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی در سنگاپور و مقایسه آن با وظایف ناظران و راهنمایان آموزشی

در رابطه با رشـد حرفه‌ای معلمان ریاضی در ایران، راهکارهایـی را جهـت بهبود وضعیت موجود رشـد حرفـه‌ای معلمان ریاضـی، به‌گونه‌ای کـه منجر به ارتقـای عملکـرد دانش‌آموزان کشـورمان در درس ریاضی گردد، ارائه نماییم.

روش پژوهش

ایـن پژوهش، از لحاظ هدف کاربردی و از لحاظ نحوه گردآوری اطلاعات از نوع پژوهش‌های توصیفی مبتنی بر تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای می‌باشد. مراحل این پژوهـش بنابر آنچه بـردی[۱] (۱۹۶۶)، در اتخاذ روش تحقیـق مطلـق یـا انتزاعـی در پژوهش‌های آموزش‌وپرورش تطبیقی بیان داشـته، انتخاب شده اسـت. این مراحـل عبارت‌اند از: توصیف، تفسـیر، همجواری و مقایسـه. بر این اسـاس ابتدا اطلاعات مورد نیاز دربارهٔ روش‌ها و برنامه‌های رشـد حرفه‌ای معلمان ریاضی در ایران و سنگاپور، گردآوری و تفسیر شـده‌اند، سـپس طبقه‌بندی و در مرحله آخر مورد بررسی و مقایسـه قرار گرفته‌اند. اطلاعات مورد نیاز از طریق مطالعه اسـناد و مدارک کتابخانه‌ای، و نیز ترجمه مقالات و گزارش‌های پژوهشی در پایگاه‌های داده، گردآوری شـده است. لازم به ذکر است که به دلیل موفقیت و یکه‌تازی مداوم سـنگاپور در آزمون تیمـز، پژوهش‌هـای فراوانـی از جانب کشـورهای پیشرفته صنعتی به‌ویژه آمریکا، دربارهٔ نظام آموزشی و درسـی و نیز سیسـتم تربیت معلم در این کشور صورت گرفته است و این پژوهش‌ها در قالب کتاب و یا مقاله در سـایت‌های معتبری همچون: اشپرینگر[۲]، سِیج[۳]، اِبسکو[۴]، اِمِرالد[۵]، اِریک[۶]، پروکوئست[۷] و ساینِس دایرِکت[۸] در دسترس می‌باشند.

دلیل انتخاب کشور سنگاپور

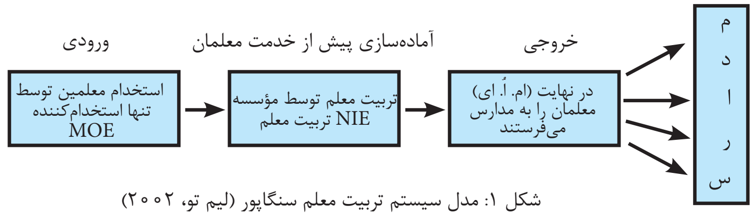
۱. موفقیت‌های پی‌درپی و نتایج چشمگیری که سـنگاپور در مطالعات تیمز کسب نموده، سبب شده است اکثر کشـورهای پیشرفته صنعتی به تحقیق و تفحص دربـاره عوامل موفقیت این کشـور از جمله معلمانی که به درستی برای تدریس ریاضیات تعلیم دیده و هدایت شـده‌اند، بپردازند تا بـا ایجاد تغییر در این عوامل با توجه به بافت فرهنگی، آموزشـی و سیاسی موجود در کشور خود، آن‌ها را جهت تربیت معلمان ریاضی خود به کار گیرند.

۲. بـا توجه به گفته‌هـای «روبیتال»[۹] (۱۹۹۷)- مسـئول اسـبق کمیتـه بین‌المللی تیمز و اسـتاد آموزش ریاضی دانشـگاه بریتیـش کلمبیا- می‌توان گفت که نظام آموزشـی سـنگاپور در مواردی شبیه ایران اسـت؛ به‌طور مثال مردم سنگاپور به زبان‌های چینـی، مالزیایی و هندی تکلـم می‌کنند در حالی که زبان رسـمی کشور، واحد است. وی همچنین در کتـاب خود با عنوان «قالب‌هـای ملی برای آموزش ریاضـی و علـوم: دایرةالمعارف نظام‌های آموزشـی کشـورهای شـرکت‌کننده در تیمز» اظهار می‌دارد که جمعیت جوان دانش‌آموزان در کشـور سنگاپور، مشـابه ایران است، نظام آموزشـی، متمرکز است و توسـعه برنامه درسـی، انتخاب کتاب‌های درسـی، آموزش و اسـتانداردهای ارزش‌یابی، توسـط وزارت آموزش‌وپـرورش صورت می‌گیـرد. بنابراین انتخاب سنگاپور به‌عنوان سمبل موفقیت در عرصه ریاضیات و در جایگاه کشـوری که دارای سیسـتم آموزشـی نسـبتاً مشـابه با ایران می‌باشـد، جهت الگوبرداری امری معقول و منطقی به‌نظر می‌رسد.

یافته‌های پژوهش

۱. نظام تربیت‌معلم در سنگاپور

سـنگاپور دارای سـه دانشـگاه و یک مؤسسـه تربیت معلم به نام مؤسسـه آمـوزش ملی(NIE)[۱۰] می‌باشد که در دانشـگاه نانیانگ قرار دارد. سنگاپور کشـوری توسعه‌یافته با سـاختار تکنولوژیکی مدرن اسـت که نتیجه یک نظام آموزشی کنترل‌شده و به دقت طرح‌ریزی شـده است، که در آن معلمان نقش بسیار مهمی ایفا می‌کنند. سنگاپور نظام تربیت‌معلم متمرکز برای آماده‌سـازی معلمیـن دارد و از همان ابتدا داوطلبان شایسته، برای ورود به مؤسسه آموزش ملی غربال می‌شـوند. ویژگی منحصر به فرد سیستم تربیت‌معلم سنگاپور این است که ابتدا وزارت آموزش دانشجو معلمان را استخدام می‌کند و سپس آن‌ها را برای آماده‌سازی به مؤسسه آموزش ملی می‌فرستد و به آن‌ها حقوق ماهیانه می‌پردازد و در مقابل معلمان متعهد می‌شـوند در نظام آموزشی سنگاپور به مدت ۳ یا۴ سـال پس از فارغ‌التحصیلی، خدمت کنند. در شـکل۱، مدل نظام آموزشـی تربیت‌معلم سنگاپور آورده شده اسـت. گزینش دانشـجو معلمان بیشتر توسـط وزارت آموزش صورت می‌گیرد تا مؤسسـه آموزش ملی، اگرچه ضوابط مشترکاً تعیین می‌گردند. نظام تربیت‌معلم پیشرفته در سنگاپور، مدیون رابطه متقابل بین وزارت آموزش، مؤسسـه آموزش ملی و مدارس است (لیم‌تو[۱۱]، ۲۰۰۲).



شکل ۱: مدل سیستم تربیت معلم سنگاپور (لیم تو، ۲۰۰۲)

نظـام تربیت‌معلـم سـنگاپور از تمام دانشـجو معلمان در سـال اول تدریس حمایـت می‌کند، به ایـن نحوه کـه ۲۰ درصـد از فشـار کاری آن‌ها را می‌کاهد تا آن‌ها وقت آزاد بیشـتری برای مشـاهده معلمـان باتجربه‌تـر و دریافـت کارآموزی داشـته باشـند. همچنین مدیر یا معاون مدرسه برنامه این معلم تـازه‌کار را کنترل می‌کنند و رؤسـای ادارات آموزش‌وپـرورش مرتباً از این برنامه بازدید می‌کنند (گینسـبارگ[12]، ۲۰۰۵).

۲. رشـد حرفه‌ای معلمان ریاضی در نظام تربیت‌معلم سنگاپور

وزارت آموزش سنگاپور، برای سال‌های متمادی مربی‌گـری[13] را به‌عنـوان ابزار اصلی رشـد حرفه‌ای معلمان پیش از خدمت، معلمان تازه‌کار و یا باسابقه، به‌کار گرفته اسـت. مفهوم مربی‌گری، به‌طورکلی به رابطه‌ای دلالـت دارد که در آن فـردی حرفه‌ای به منظور تقویت رشـد و یادگیری، با ایجاد رابطه‌ای بر پایـه احترام و اعتماد متقابل، به گونه‌ای که موجب رشد طرفین گردد، به یاری و مساعدت فرد کم‌تجربه می‌پردازد.

مفهوم مربی‌گری، به‌طورکلی به رابطه‌ای دلالت دارد که در آن فردی حرفه‌ای به منظور تقویت رشد و یادگیری، با ایجاد رابطه‌ای بر پایه احترام و اعتماد متقابل، به گونه‌ای که موجب رشد طرفین گردد، به یاری و مساعدت فرد کم‌تجربه می‌پردازد

همچنان‌کـه کیل‌بـرگ[14] (بـه نقـل از هانت و وینتـراب[15]، ۲۰۰۷) بیان می‌کنـد مربی‌گری، یک رابطـه حمایتی میان مربی و فـرد تحت مربی‌گری (متربی) اسـت که سطح گسـترده‌ای از مهارت‌های رفتاری و روش‌هـا و تکنیک‌ها را برای کمک به فرد در کسـب اهداف تعیین‌شده متقابل به‌منظور توسعه عملکـرد حرفـه‌ای، رضایت شـخصی و نهایتاً بهبود اثربخشـی سازمانی و در چارچوبی توافق شده فراهم می‌کند؛ لارسـن[16] (۲۰۰۳) در یک تعریف استعاری مربی‌گـری را فراینـد انتخاب دانه (بذر)، شـناخت محیط کشت و رشـد، ارزیابی نمونه‌ها، مهیا نمودن مواد غذایی برای رشـد، اندازه‌گیری رشـد، هرس و پیوند در صورت لزوم، تشـخیص موانع و چالش‌های موجود در محیط، جمـع‌آوری محصول و مراقبت از دانه‌هایی که به دقت انتخاب شـوند و پرورش یابند می‌داند (موغلی و همکاران، ۱۳۹۳).

مربی‌گری فرایندی اسـت که به وقوعِ یادگیری و توسـعه امکان می‌دهد اما معمـولاً از طریق انتقالِ مسـتقیم تجربه کاری بـه صورت عمومـی و لزوماً رسمی نیست، بلکه خاص‌تر است، برای هر یادگیرنده به شـکل انحصاری اجرا می‌شود و برخلاف مشاوره و توصیه معنای مراقبت و همراهی خیلی بیشتری را با خود دارد؛ مربی‌گری عبارت است از حمایت از افراد برای شناسـایی اسـتعدادها و شایستگی‌های درونی آن‌ها و توانمند ساختن [17] آن‌ها برای رسیدن به خود شـکوفایی[18]با حداکثر توانایی‌های خودشان [19] است. نکته حائز اهمیت در باب شرح وظایف یک مربی این اسـت که مربی (مِنتور) برخلاف آموزش‌های سنتی مهارت را به فرد منتقل می‌کند نه اینکه شـغل فرد را بـرای او انجام دهد؛ اما ایـن روش هم یک روشِ یادگیـری معلم محـور[20] و مقلدپرور اسـت و کاملاً بستگی به استاد دارد، در حالی که مربی‌گری روشی شاگرد محور[21] اسـت و کاملاً به شرایط فرد بستگی دارد (موغلی و همکاران، ۱۳۹۳).

در حال حاضر سـطوح متنوعی از مربی‌گری در سیستم آموزشی سـنگاپور به‌کار گرفته می‌شود. در ادامه بـه توضیح اینکه مربی‌گـری چگونه در جهت رشـد حرفه‌ای معلمان، پیش از آغاز به خدمتشان و نیز معلمان تازه‌کار سـنگاپور به کار گرفته می‌شود، می‌پردازیم (ان‌جی،۲۰۱۲).

۱. ۲. معلمان پیش از خدمت

بخـش جدایی‌ناپذیـر برنامه آمـوزش پیش از خدمت، کارورزی اسـت که در آن دانشجو معلمان، تدریـس خود را در ظـرف مدت تقریبـاً ۱۰ هفته در مدارس، محک می‌زننـد. مربی‌گری در موفقیت کارورزی نقشـی حیاتی دارد. برای هر معلم کارآموز یک معلـم همـکار(CT)[22]، که همان مربی اسـت و کارآمـوز در کلاس او تدریـس می‌کنـد، تعییـن می‌شود. معلم همکار، کارآموز را در آغاز کارورزی با مدرسـه آشنا می‌کند، انتظاراتی برای رفتار حرفه‌ای او تعیین می‌کند و کارآموز را جهت بهبود تدریسش راهنمایی و ارشـاد می‌کند. از آنجا که هر مدرسـه در سـنگاپور در هر زمان معمولاً آموزش تعدادی از کارآموزان را برعهده دارد، مدارس نیز هر کدام فردی را به سمت مربی هماهنگ‌کننده مدرسه(SCM)[23]، جهـت نظارت بر فرایند مربی‌گـری همه کارآموزان مدرسـه منصوب می‌کننـد. از این مربیـان در کار گروهی، انتظار می‌رود روابط دوستانه ایجاد کنند و به حمایت و تشویق کارآموزان به رشد حرفه‌ای‌شان

بپردازنــد. بخــش جدایی‌ناپذیر فراینــد مربی‌گری، ارائه حمایت و پشــتیبانی از معلمان کارآموز اســت و این امر شــامل ارتباطات مداوم با کارآموزان جهت مشــارکت، بحث و گفت‌وگو و مســاعدت در یافتن راه‌حل دغدغه‌های فردی و حرفه‌ای آنان می‌باشــد. ایــن مربیــان در مدارس همچنین رابــط میان (ان. آی. ای) و مدارس هســتند. مربیان هماهنگ‌کننده مدارس با معلمان همکار، همــکاری نزدیکی دارند. آن‌ها بر پیشروی کارآموزان نظارت دارند و نگرانی‌ها و دغدغه‌های پدیده آمده میان کارآموزان و معلمان همکار را ســریعاً رفع و رجــوع می‌کنند و به هدایت و ارشــاد همزمــان معلمــان همــکار و کارآمــوزان می‌پردازنــد(اِن‌جــی،۲۰۱۲).

۲. ۲. معلمان تازه‌کار

معلمان تازه‌کار، صرف‌نظــر از میزان آمادگی‌ای کــه در طــول مــدت فارغ‌التحصیلی‌شــان کســب کرده‌انــد، نگرانی‌های زیادی را هنگام ورودشــان به حرفه معلمی تجربه می‌کننــد. این مرحله حرفه‌ای تحت عنوان ورود و جذب شــناخته شده و دوره‌ای گــذرا مابیــن آماده‌ســازی پیش از خدمت و رشــد حرفه‌ای مداوم در تربیت معلم می‌باشد (هیولینگ- آســتین[۲۴] و همکاران، ۱۹۸۹). دوره ورود و جذب[۲۵] مدت ۳یا ۵ ســال اول مســیر شــغلی یــک معلم را در برمی‌گیــرد. در طول ایــن دوره، معلمان تازه‌کار نسبت به مهارت‌های خود در مدیریت کلاس درس، مدیریت زمان، طرح‌ریزی درس، یافتن منابع درسی کلاس، کار کــردن با همــکاران و برقراری ارتباط با والدین، نامطمئن هســتند (ایســنمان و تورنتون[۲۶]، ۱۹۹۹).

برنامه مربی‌گری معلمان تازه‌کار، به این معلمان کمک می‌کنــد تا از موقعیت یک دانشــجو معلم به معلمــی حرفه‌ای تغییــر وضعیت دهنــد. این تغییر وضعیت از طریق هدایت و حمایت معلمان تازه‌کار در حین سازگار کردن خودشان با نقش‌های جدیدشان صورت می‌گیرد. این برنامه معلمان تازه‌کار را با حرفه تدریس آشــنا کرده، موجب می‌شــود آنان با آداب و رســوم و شــیوه‌های مدارس منطقه و مدرسه محل کارشان، انس گرفته و به شــرایط جدید خو بگیرند و زمینه را برای رشــد و توســعه آموزش اثربخش و ارتقــای مهارت‌هــای مدیریــت کلاس درس فراهم می‌کند. (فلاناگان[۲۷]، ۲۰۰۶).

۳. رشــد حرفه‌ای معلمان ریاضی در نظام تربیت‌معلم ایران

با توجه به مطالبی که در بخش پیشــین دربارۀ مربی‌گری معلمان، به‌عنوان ابزار اصلی رشد حرفه‌ای معلمان در نظام تربیت‌معلم سنگاپور شرح داده شد، در این بخش نیز به بررســی وضعیت رشد حرفه‌ای معلمان در دو مرحله آموزش پیش از خدمت معلمان ریاضی (کارآموزی) و نیز معلمان تازه‌کار (در صورت وجود برنامه‌ای جهت رشــد حرفه‌ای) می‌پردازیم.

۱. ۳. کارآموزی:

در برنامه درســی کارشناســی دبیــری ریاضی کارآمــوزی یــا کارورزی در قالــب دروس تمریــن دبیــری(۱) و تمرین دبیری (۲) ارائه می‌شــوند. در حــال حاضر نظارت بر این دروس توســط گروه‌های علــوم تربیتی دانشــگاه‌ها انجام می‌شــود. گروه‌های ریاضی نقشی در اجرای این دروس ندارند. مطابق با نظــر ریحانی و صالح صدق‌پور(۱۳۹۰)، در دوره‌های تمرین دبیری در برنامه جاری، هیچ امکان رسمی در برنامه پیش‌بینی نشده است تا یک دانشجوی دبیری ریاضی در طول دوره تمرین دبیری از راهنمایی یک استاد ریاضی بهره گیرد.

۲. ۳. معلمان تازه کار:

با در نظــر گرفتن برنامه‌هــای مربی‌گری که در ســنگاپور برای معلمان تازه‌کار تدارک دیده شــده و بررســی پژوهش‌های صورت‌گرفته در زمینه رشــد حرفه‌ای معلمان در ایران، می‌توان اظهار داشــت که در برنامه‌های آماده‌سازی معلمان که برای داوطلبان حرفه تدریس در ایران در نظر گرفته شده، هیچ‌گونه برنامــه خاصی جهــت هدایت و حمایــت از معلمان تازه‌کار پیش‌بینی نشده است. داوطلبان معلمی پس از طی دوره‌های آموزش پیش از خدمت و کارورزی، در صورتی‌کــه موفــق بــه ورود به مدارس شــوند، به‌صورت خودجوش بدون آنکه فرد خاصی در سمت مربی برای هدایت و حمایت آن‌ها در بدو ورودشــان منصوب شده باشــد، از اشتباهات خود تجربه کسب کرده و در حرفه‌شان رشد می‌کنند.

در همین راســتا و با توجه بــه اینکه در ادبیات پژوهشی جدید نظارت آموزشی را مترادف با رشد و توسعه حرفه‌ای معلمان می‌دانند (عبداللهی،۱۳۹۱) و به منظور ایجاد امکان مقایســه برنامه‌های رشــد

حرفــه‌ای معلمــان ریاضی در ایران و ســنگاپور، در ادامه به بررســی بخشــی از وظایــف راهنمایان و یا ناظران آموزشی (تعلیماتی) در رابطه با رشد حرفه‌ای معلمان اعم از تازه‌کار و یا با ســابقه می‌پردازیم.

در ایــران از دهه ۱۳۶۰، وظایف معلمان راهنما در امور آموزشی به‌عنوان راهنمای آموزشی تعریف و شرح وظایف آن مشــخص شــد از آن تاریخ تاکنون، وظایف راهنمایان آموزشی در سه حوزه زیر مشخص شده است: ۱. حوزه امور اداری و ســازمانی؛ ۲. حوزه امور انســانی و اجتماعی و ۳. حوزه امور آموزشــی و حرفه‌ای. گرچه تأکید راهنمایان آموزشــی باید با رویکرد امور آموزشی (رشد حرفه‌ای معلمان) باشــد، ولی به دلایل مختلف، اکنون بیشــتر رویکرد راهنمایان آموزشــی رویکردی ســازمانی و اداری اســت (اورنگی، ۱۳۸۲). در ادامه به توصیف نقش ناظر آموزشی در جریان مربی‌گری همتا (نظارت کلینیکی) و نظارت توســعه‌ای- با رویکرد رشد حرفه‌ای معلمان تازه‌کار- می‌پردازیم:

۱. ۱. ۳. مدل مربی‌گری همتا:

مربی‌گری همتا (مدل نظارت کلینیکی)[۲۸] مشاهده و مطالعهٔ رفتار معلم در کلاس درس با روشی نظام‌مند و در جوی توأم با مشــارکت و احترام متقابل اســت و در برگیرندهٔ مجموعه فعالیت‌هایی اســت که منجر به اصلاح فراینــد یاددهی و یادگیری می‌گردد. فرایندی که به‌منظور صمیمی شــدن با معلمــان برای اصلاح آموزش و رشد حرفه‌ای معلم قبل و یا در حین خدمت می‌باشد (اچسون و گال[۲۹]، ۱۹۹۲). در فرایند مشاهده به عنوان ناظر، باید در پی ایجاد جو مثبتی از اعتماد، اطمینــان و احترام بود، زیرا کــه محیط ایده‌آل، یک محیط حمایتی است. جایی که معلمان در آن احساس آرامش کرده و به‌دنبال تخصص و کمک باشند و در آن برای خطرپذیری در کلاس درس آزاد باشند و تمایل داشته باشند که هر دو، موفقیت‌ها و شکست‌های خود را با ناظران تسهیم و تقسیم کنند. مربی‌گری همتا بر این باور مبتنی است که معلمانی که با همکاران مورد اعتماد خود تشریک مساعی می‌کنند می‌توانند درک و تفکرشــان را در مورد بهترین عملکرد افزایش دهند (عبداللهی، ۱۳۸۸، ص: ۳۲۶).

۳. ۱. ۲. مدل نظارت توسعه‌ای[۳۰]

در ایــن مدل، نظــارت نیاز بــه ناظرانی دارد که بتواننــد معلمان را در غنی‌ســازی خزانهٔ علمی خود کمک کنند و آنان را به بازاندیشــی تشــویق نمایند (پوپل،۱۹۹۴)[۳۱]. اگرچه مدل نظارت کلینیکی اهداف نهضت «حرفه‌ای شدن»[۳۲] را برآورده می‌سازد، اما با همهٔ معلمان در یک ســطح رفتــار می‌کند و همه را در یک ســطح می‌نگرد، گو اینکه همه در یک سطح هستند. مدل نظارت توسعه‌ای این مشکل را برطرف کرده اســت، اولین وظیفهٔ ناظر توســعه‌ای تشخیص ســطحی است که معلم یا معلمان در برنامهٔ آموزشی یا درســی در آن ســطح قرار گرفته‌اند. عامل عمدهٔ تعیین‌کننده برای تشخیص ســطح ناظران، کیفیت ارائه درس معلم یا معلمان در کلاس‌های درس است. در این مدل ناظران از سه سبک مستقیم، همکارانه و غیرمستقیم برای برخورد با معلمان استفاده می‌کنند. ناظران وقتی از سبک‌های مستقیم استفاده می‌کنند کــه معلمــان دارای تفکر ادراکی پاییــن و تعهد کم در امر تدریس هستند (غالباً معلمان تازه‌کار)، وقتی از ســبک همکارانه اســتفاده می‌نمایند که معلمان دارای ســطح متوســطی از تفکر ادراکی، تخصص و تعهد باشند. ناظران در مواجهه با معلمانی که دارای تفکر انتزاعــی و تعهد بالایی در آموزش هســتند از سبک غیرمستقیم نظارت استفاده می‌کنند (خدیوی و ملکی، ۱۳۸۶).

بحث و نتیجه‌گیری

در ســنگاپور، مربی‌گــری به‌عنوان ابــزار اصلی رشــد حرفــه‌ای معلمــان، بــرای معلمــان پیش از خدمت، معلمان تازه‌کار و مدیــران تازه‌کار مدارس، اعمال می‌گردد. برای مثــال به هنگام تمرین علمی (کارورزی) دانشــجویان در مدارس، نقش‌های معلم همکار، مربی متخصــص و نیز مربی هماهنگ‌کننده تعیین گردیــده تا از دانش و تجربه عملی معلمان با سابقه، جهت هدایت و حمایت دانشجویان در مسیر صحیــح تدریس ریاضیات، بهره گرفته شــود. دوره کارورزی دانشجو معلمان ریاضی در ایران، دارای دو ضعف عمده اســت. اول اینکه در وضعیت فعلی هیچ امکان رسمی پیش‌بینی نشده است تا یک دانشجوی دبیری ریاضی در طــول دوره کارورزی از راهنمایی یک اســتاد ریاضی بهره گیرد. علاوه بر این معلمین راهنمــا در اغلب موارد از بیــن مجرب‌ترین معلمان در نظر گرفته نمی‌شــوند (ریحانی و صالح صدق‌پور، ۱۳۹۰). بــا توجه بــه تعریف مربی‌گــری همتا، اگر ناظران، فرایند مشــاهده و مطالعه تدریس معلمان را در عمل به‌درســتی در مدارس کشور اجرا کنند، این

امکان فراهم می‌شود که دانشجو معلمان ریاضی در طول مدت کارورزی خود از راهنمایی‌ها و توصیه‌های این ناظران، در جلسات پس از مشاهده، بهره‌مند گردند. البته این امر در صورتی تحقق‌پذیر است که راهنمایان تعلیماتی خود از تجربه غنی‌ای در زمینه تدریس ریاضیات برخوردار باشند. اما متأسفانه در حال حاضر قریب به اتفاق ناظرین اعم از مدیران و راهنمایان آموزشی نظارت خویش را به صورت کلینیکی (مربی‌گری همتا)، اعمال نمی‌کنند و نتایج رایجی که در اواسط دهه ۱۳۸۰ به دست آمده اثبات این ادعاست که راهنمایان آموزشی از تخصص لازم در امر نظارت و راهنمایی آموزشی برخوردار نیستند (اورنگی، ۱۳۸۲).

در سنگاپور همچنین برای معلمان تازه‌کار در چند سال اول ورودشان به مدارس (دوره جذب) نیز برنامه مربی‌گری در نظر گرفته شده است. معلمان مبتدی صرف‌نظر از میزان تحصیلات و آمادگی‌ای که در دوره آموزش پیش از خدمت کسب نموده‌اند، به دلیل ورود به محیطی جدید و ناآشنا با شرایط، نیازمند راهنمایی و توصیه‌های افراد مجرب و مشتاق به همیاری هستند. از آنجا که در ایران چنین نقشی جهت هدایت معلمان مبتدی در نظام تربیت‌معلم تبیین نگردیده، می‌توان گفت وظایف ناظران در نظارت توسعه‌ای، هنگامی که سبک مستقیم را در برخورد با معلمان تازه‌کار در پیش می‌گیرند، تا حدی مشابه نقش مربیانِ معلمانِ مبتدی در سنگاپور است. در واقع اگر نظارتِ توسعه‌ایِ در عمل توسط ناظران آموزشی در مدارس ایران اجرا شود، الگوبرداری از مربی‌گری در سنگاپور به منظور سازماندهی وظایف و مسئولیت‌های ناظران، جهت هدایت معلمان مبتدی در مسیر صحیح تدریس ریاضیات، می‌تواند سودمند واقع شود. چرا که تدریس ریاضیات به دلیل ماهیت تحلیلی- تفکری آن با سایر دروس تفاوت دارد و نیاز یک معلم ریاضی مبتدی به راهنمایی برای آغاز به کار، نسبت به معلمین سایر دروس، امری بدیهی است و ارضای آن نیز اولویت بالایی دارد. با این وجود راهنمایان آموزشی در ایران آن‌طور که باید و شاید موجب بهبود کیفیت تعلیم‌وتربیت و اصلاح فرایند یاددهی- یادگیری نمی‌شوند. همچنین در رشد حرفه‌ای معلمان آن‌طور که شایسته است، مؤثر نیستند. علی‌رغم اینکه مهم‌ترین نقش راهنمایان آموزشی نقش آموزشی- حرفه‌ای و تخصصی است، اما در وضع فعلی بیشترین فعالیت و نقش غالب راهنمایان آموزشی نقش اداری- سازمانی است (بهارستان، ۱۳۸۶).

در واقع متصدیان تربیت‌معلم در سنگاپور، با طراحی و پیاده‌سازی این برنامه‌ها، سیستم آموزشی خود را از اصل و ریشه آن اصلاح کرده و بهبود بخشیده‌اند چرا که به‌منظور تربیت دانش‌آموزانی که ریاضیات را به شیوه صحیح آموخته باشند و بتوانند از آن در امور اقتصادی و صنعتی با هدف پیشرفت کشور بهره گیرند، نیازمند معلمانی هستیم که خود آموزش ریاضیات را به‌درستی فراگرفته باشند و برای ارضای نیازهای معلمان تازه‌کار ریاضی در مدارس نیز وجود مدیران (ناظران) و مدبرانی که آنان را در مسیر شغلی‌شان به‌درستی هدایت کنند، امری ضروری است. این تسلسل و رجوع به اصل در انتصاب افراد به سمت مربی‌گری نیز کاملاً مشهود است زیرا معلمان همکار که مسئولیت هدایت یک کارآموز خاص را بر عهده دارند، خود تحت نظارت و ارشاد مربی هماهنگ‌کننده، فعالیت می‌کنند و همان‌گونه که عملکرد کارآموزان توسط معلمان همکار، بازبینی می‌شود، عملکرد معلمان همکار نیز توسط مربیان هماهنگ‌کننده مورد بازرسی قرار می‌گیرد و در نتیجه از چنین سیستم به هم پیوسته و ساختاریافته‌ای، می‌توان به گونه‌ای بدیهی انتظار داشت معلم ریاضی کاردان و اثربخشی به جامعه تحویل دهد. سنگاپور با تدارک برنامه‌های سازمان‌یافته جهت رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی، در طول سالیان متمادی، مسیر رو به رشد و تعالی را پیموده و از پله‌های پیشرفت و توسعه صعود کرده است و این همان نقطه عطفی است که باید به‌عنوان کلید اصلی موفقیت‌های پی‌درپی و گسترده دانش‌آموزان سنگاپوری در آزمون‌های بین‌المللی در زمینه ریاضیات، مورد توجه خاص دست‌اندرکاران و متصدیان امر تربیت‌معلم به‌ویژه معلمان ریاضی، در کشورمان قرار گیرد.

کیل‌برگ (به نقل از هانت و وینتراب، ۲۰۰۷) بیان می‌کند مربی‌گری، یک رابطه حمایتی میان مربی و فرد تحت مربی‌گری (متربی) است که سطح گسترده‌ای از مهارت‌های رفتاری و روش‌ها و تکنیک‌ها را برای کمک به فرد در کسب اهداف تعیین‌شده متقابل به‌منظور توسعه عملکرد حرفه‌ای، رضایتِ شخصی و نهایتاً بهبود اثربخشی سازمانی و در چارچوبی توافق شده فراهم می‌کند

پیشنهادات

۱. طرح برنامه‌های مربی‌گری در دوره‌های آموزشی معلمان: با ملاحظه موفقیت‌های چشم‌گیر دانش‌آموزان سنگاپور در زمینه ریاضیات و با توجه به توصیفاتی که از برنامه‌های جامع و سازمان‌یافته مربی‌گری در آن کشور، ارائه شد، به‌روشنی می‌توان اهمیت جایگاه و نیز نقش حیاتی مربی‌گری معلمان تازه‌کار را در موفقیت‌های این کشور، مشاهده نمود.

بنابراین ضروری است در این زمینه پژوهش‌های لازم صورت پذیرد تا متصدیان امور تربیت‌معلم هرچه بیشتر با این برنامه آشنا شوند و بتوانند به‌گونه‌ای که متناسب با سیستم آموزشی ایران باشد آن را در فعالیت‌های رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی، تعبیه کنند تا همه معلمان از اثرات مطلوب و نتایج شگفت‌انگیز آن بهره‌مند گردند. به‌علاوه از لحاظ اجرایی نیز باید همکاری و ارتباط قوی میان وزارت آموزش، مؤسسه تربیت‌معلم و مدارس در سنگاپور را مدنظر قرار داد و از آن الگوبرداری کرد، چرا که اجرا و پیاده‌سازی هرچه بهینه‌تر برنامه‌های مربی‌گری در مدارس، نیازمند چنین ارتباط سه‌گانه‌ای است.

۲. تبیین و تعیین وظایف و مسئولیت‌های مربیان در شرح شغل راهنمایان تعلیماتی: از آنجا که ایجاد اصلاحات در کشور ما، به‌ویژه در زمینه آموزش‌وپرورش، از زمان طراحی برنامه‌ها تا زمان اجرای آن‌ها نیازمند زمانی طولانی است، پیشنهاد می‌شود تا زمانی‌که برنامه‌های مربی‌گری در نظام تربیت‌معلم کشور، طرح‌ریزی و پیاده‌سازی شود، متصدیان امر تربیت‌معلم، روی نقش و وظایف راهنمایان تعلیماتی در زمینه رشد حرفه‌ای معلمان به‌خصوص معلمان تازه‌کار ریاضی، تمرکز کرده و آن را بهبود ببخشند. ناظران آموزشی باید شیوه سنتی بازرسی و کنترل کار معلمان را کنار گذاشته و بیشتر به وظایف آموزشی- حرفه‌ای خود بپردازند. آن‌ها باید نظارت کلینیکی و توسعه‌ای را سرلوحه کار خویش قرار داده و در عمل آن را اجرا کنند. بدین منظور مسئولین می‌توانند وظایف و مسئولیت‌های بیشتری در شرح شغل راهنمایان تعلیماتی کشور، برای رشد حرفه‌ای معلمان ریاضی (اعم از بی‌تجربه و یا باسابقه)، تعیین کنند به گونه‌ای که راهنمایان آموزشی بتوانند تا حدی انتظارات نقش مربی را در فرایند تعلیم معلمان، برآورده سازد.

۳. ضرورت ایجاد برنامه جذب (پذیرش) برای معلمان تازه‌کار: میان‌دوره پیش از خدمت و ضمن خدمت معلمان یک دوره انتقالی (پذیرش) وجود دارد که تاکنون به آن توجهی نشده است. لذا بهتر است به‌منظور کیفیت بخشی به برنامه درسی تربیت‌معلم یک دوره برنامه جذب برای معلمان ریاضی کم‌تجربه و بی‌تجربه طراحی و اجرا شود.

۴. ضرورت طراحی تشکیل نظام‌مند در تربیت معلم: در ایران نهادهای اداره‌کننده تربیت‌معلم هماهنگ نیستند. به نظر می‌رسد که برای آماده‌سازی بهتر دبیران ریاضی، نیاز به همکاری بیشتر بین گروه‌های تربیتی و گروه‌های ریاضی دانشگاه‌های تربیت‌دبیر است. این همکاری‌ها اگر منجر به یک درک متقابل و مناسب از دیدگاه‌های دو گروه مذکور شود، نتایج ثمربخشی در امر آموزش دبیران به همراه خواهد داشت. بخشی از این همکاری‌ها می‌تواند در قالب ارائه برخی از دروس به‌صورت مشترک باشد.

پی‌نوشت‌ها

1. Beredy
2. Springer
3. Sage
4. Ebsco
5. Emerald
6. Erich
7. Proquest
8. Sciensedirect
9. Robitaille
10. National Institute of Education
11. Lim- Teo
12. Ginsbarg
13. Mentoring
14.Kill Burg
15. Hunt & Weintraub
16. Laisun
17. Empowering
18. Self- Actualization
19. Self- Fulfillment
20. Teacher- Base Learning
21. Learner- Base Learning
22. Cooperating Teacher
23. School Coordinating Mentor
24. Huling- Austin
25. Induction
26. Eisenman & Thornton
27. Flanagan
28. Clinical Supervision
29. Acheson & Gall
30. Developmental Model of Supervision
31. Poople
32. professionalism

منابع

۱. اورنگی، عبدالمجید.(۱۳۸۲). **بررسی عملکرد آموزشی معلمان راهنما در مدارس ابتدایی و لزوم بازنگری در وظایف و آموزش دوباره آنان**. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، سال دوم، شمارۀ۵، ص: ۹۳-۹۱.

۲. بهارستان، جلیل. (۱۳۸۶). **بررسی نقش راهنمایان آموزشی از دیدگاه مدیران و معلمان مدارس ابتدایی شهر یزد در سال تحصیلی ۱۳۸۶-۱۳۸۵**. فصلنامه مدرس علوم انسانی، دوره۱۲،

شماره ۴، صص: ۱۲۶-۹۷.

۳. پژوهشگاه مطالعات آموزش‌وپرورش (۱۳۹۱). **جایگاه ایران در مطالعات تیمز در دوره‌های ۹۹،۹۵، ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ و ۲۰۱۱ و پرلز۲۰۰۱، ۲۰۰۶ و۲۰۱۱**. مرکز ملی مطالعات بین‌المللی تیمز و پرلز.

۴. جوادی‌پور، محمد؛ محمدی، رمضانعلی. (۱۳۸۸). **ارزیابی عملکرد معلمان راهنما از دیدگاه مدیران و معلمان مدارس ابتدایی شهر تهران براساس مدل جان وایلز و جوزف باندی**. دو فصلنامه مدیریت و برنامه‌ریزی در نظام‌های آموزشی. سال‌دوم، شماره۳، صص: ۱۲۷-۱۰۳.

۵. خدیوی، اسدالله. ملکی، حمید. (۱۳۸۶). **تعیین مؤلفه‌های نظارت حمایتی و ارائه مدل ادراکی مناسب برای آن در نظام آموزش‌وپرورش کشور**. دانش و پژوهش در علوم تربیتی، شمارهٔ ۱۳، صص: ۵۰-۲۵.

۶. ریحانی، ابراهیم، و صالح صدق‌پور، بهرام. (۱۳۹۰). **شناسایی عوامل تأثیرگذار در برنامه درسی کارشناسی پیوسته دبیری ریاضی در ایران و چگونگی ارتباط این عوامل با یکدیگر**. فصلنامه مطالعات برنامه درسی، سال پنجم، شماره ۲۰. صص: ۱۳۱-۱۱۶.

۷. سرمدی، محمدرضا. (۱۳۸۹). **بررسی عوامل همبسته با پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان سوم راهنمایی براساس نتایج آزمون تیمز آر و ارائه الگوی تحلیل مسیر برای بررسی تأثیر هر یک از عوامل بر پیشرفت تحصیلی**. رویکردهای نوین آموزشی، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی دانشگاه اصفهان، سال پنجم، شماره۱، صص: ۳۰-۱.

۸. صادقی، ناهید.(۱۳۸۷). **رویکردی بر رشد حرفه‌ای مداوم معلمان: موردی از کاربرد شیوه مطاحبه گروه‌های کانونی**، مجله روان‌شناسی و علوم تربیتی، سال سی‌وهشتم، شماره۲، صص: ۷۵-۴۷.

۹. عبداللهی، بیژن. (۱۳۹۱). **بررسی جایگاه و چگونگی انجام کارکردهای نظارت و راهنمایی آموزشی در نظام آموزشی ابتدایی کشور**. طرح پژوهشی در پژوهشگاه مطالعات آموزش‌وپرورش.

۱۰. لشکر بلوکی، غلامرضا. (۱۳۹۲). **دانش‌آموزان ایرانی در آیینه تیمز۲۰۱۱**. مجله رشد آموزش راهنمایی تحصیلی، شماره۸، دوره ۱۸.

۱۱. ملایی‌نژاد، اعظم؛ ذکاوتی، علی.(۱۳۸۷). **بررسی نظام برنامه درسی تربیت معلم در کشورهای انگلستان، فرانسه، ژاپن، مالزی و ایران**. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی. سال هفتم، شماره۲۶. صص:۵۱-۳۶.

۱۲. موغلی، علیرضا؛ اکبر احمدی، سیدعلی؛ آذر، عادل و خدامی، عبدالصمد.(۱۳۹۲). **شناسایی عوامل مؤثر بر ایجاد سازمان مربی‌گرا**. فصلنامه علمی- پژوهشی مطالعات مدیریت (بهبود و تحول). سال ۲۳، شماره ۷۱. صص: ۱۸۵-۱۶۱.

13. Acheson, A,&Gall,M.D.(1992).**Techniques in the clinical supervision of teachers, preservice and In-service Applications**, Third edition, Addison-wesey pub.

14. Chong, s, & Tan, Y.k. (2006). Supporting the beginning teachers in the singapore schools. The Structured Mentoring program (SMP). **APERA conference, Hong kong 28-30 November 2006**. Singapore: National institute of Education.

15. Darling- Hammond, L,(2000). Teacher quality and student achievements: Review of state policy evidence. **Education policy Analysis Archives**, vol. 8, No.1,pp.58-72.

16. Eisenman, G., & Thonton,H.(1999). Telementoring: Helping new teachers through the first year. **The journal**, vol.26, No.9,pp.79-82.

17. Feiman-Nemser, sh., & Parker, M.B.(1992). Mentoring in context: a comparison of two U.S. programs for beginning teachers. NCRTL specisl report. East Lansing, MI: National Center for Research on Teacher Learning, Michigan state University, ED340091.

18. Flanagan, T.,2006. **The perceived effectiveness of a beginning teacher mentoring program in central Virginia**, Ph. D. dissertation, faculty of the school of Educatin, Liberty University. Available from:
http:// digitalcommons.liberty.edu/cgi/viewcontent.cgi? article= 1116&context= doctoral [Accessed 13 August 2014].

19. Guskey, R., (2000). **Evaluating professional Development**. Thousand oaks, CA: Corwin press.

20. Hulling- Austin, L.(1991) Mentor teachers: What Exactly Are They Expected to Do?
Cente point. **The Texas Teacher Center Network**. Vol.1,1,pp. 7-21.

21. Lim - Teo, S.K.(2002). Pre- service preparation of mathematics teachers in the Singapore education system. **International Journal of Educational Research**, no37,pp:131-143.

22.Ng, p. T. (2012). Mentoring and Coaching educators in the Singapore Education system. **International Journal of Mentoring and Coaching in Education**, Vol.1, No.1,pp:24-35.

23. Office of Personnel Services, Hawai'is State Department of Education (1993). Guidelines for Teacher Mentor programs.

24. San, M.(1999). Japanese beginning teachers' perceptions of their preparation and professional development, **Journal of Education for teaching**, abringdon, Vol.25 No.1,pp.17-29

25. Shoho, A.R. & Barnett, B.G. (2010). The realities of new principals: challenges, joys, and sorrows, **Journal of School Leadership**, Vol.20 No. 5,pp. 61-96

26. Villegas, E& Reimers, F.(2000). **The Professional Deveoment of Teachers as Lifelong Learning: Models, practices and Factors that Influence it**. The Board of International Comparative Studies in Education of the National Research Council. washington, D.C.

۹

راهکار عملی برای تدریس ریاضی

علیرضا قدرتی، دبیر ریاضی تبریز و مدرس دوره‌های
ضمن خدمت کتاب‌های تازه تألیف ریاضی

مقدمه

در جامعه امروزی، هر شـــهروند نیاز به آگاهی از دانش ریاضی دارد. آموزش ریاضی از دوره ابتدایی آغاز می‌شـود. مسئولیت عمده بسـیاری از متخصصان و پژوهشگران، مطالعه در مورد چگونگی درک و فهم ریاضی توسط یادگیرندگان است و شاخه‌ای که پذیرای این مسئولیت است، آموزش ریاضی است. هدف یک آموزشگر ریاضی این است که از نقطه‌نظر ذهنی و احساسی، تجربه‌های یادگیری ریاضی دانش‌آموز را وسیع‌تر کند. ریاضیات، به‌علت داشـــتن تاریخی طولانی، یک دانش تجمعی پدید آورده اسـت که بخش مهمی از فرهنگ بشری را تشکیل می‌دهد. بنابراین، لازم است که معلمان ریاضی، براساس این پیشینهٔ قوی در ســازوکارهای تدریسشان تجدید نظر کنند، ســپس روش‌های مختلف حل مسئله را با دانش‌آمـــوزان خود، تجربه کنند و در مرحله آخر، کاربردهایی از ریاضی مورد بحث را برای دانش‌آموزان ارائه کنند و از روش‌های مختلف آموزش استفاده کنند.

کلیدواژه‌ها: تدریس ریاضی، تدریس، راهکار عملی، ریاضی

در این مقاله، ۹روش تدریس ریاضی ارائه می‌دهم کـه با کاربـرد آن‌ها توانســتم به یادگیـری ریاضی دانش‌آموزانم کمک کنم. بدین سبب، می‌خواهم این روش هـا را با سـایر همکارانم، به اشـتراک بگذارم، شاید که برای آن‌ها هم مفید واقع شود.

۱. معلـم ریاضـی بـا دانسـتن تاریخ ریاضیات، براسـاس فعالیـت دانش‌آموز می‌توانـد طـوری تدریـس کنـد کـه دانش‌آمـوز در فرآیند حل مسـائل قرار گیرد:

این کار باعث می‌شود که دانش‌آموز تا اندازه‌ای در جریان حل مسـئله و تاریخچه کشـف یک قضیه قـرار گیرد و به جای تکـرار لفظی قضایـا، آن‌ها را توسـط خـود بازآفرینی کنـد تا به نتیجـهٔ مطلوب کـه درک عمیـق ریاضی اسـت، برسـد. بنابراین، برای افزایـش درک ریاضی باید تاریـخ ریاضیات را

به‌عنوان یک ابزار در دست معلم برای دادن بینش به دانش‌آموزان و برانگیختن علاقه آن‌ها در نظر گرفت. اگر دانش‌آمــوزان را در اوضاع و احوالی که منجر به کشف یک قضیه شده یا فرآیند حل یک مسئله قرار دهیم، دانش‌آموز با فکـر خود مانند یک ریاضی‌دان شــروع به اکتشافات می‌کند. در نتیجه، دانش‌آموز با ایــن عمل، مفاهیم را به خوبــی درک می‌کند و چه بسا با این فرآیند، دانش‌آموز بتواند به کشف یا تولید مطالب جدیدی برســد کــه برای ما تازگی داشــته باشــد. در واقع، تاریخچه مختصری از موضوع درسی می‌توانــد در دانش‌آموزان، ایجاد انگیزه کند و کلاس درس ریاضی را زنده‌تر و جذاب‌تر نماید.

۲. از فهرســت اصطلاحــات ریاضــی استفاده کنیم:

هــر روز می‌تــوان، اصطلاحاتــی را کــه بــرای دانش‌آموزان جدید است روی تخته نوشت. همچنین معلم می‌تواند از دانش‌آموزان بخواهد که اصطلاحات جدیــد دیگــری را از متــن درس و کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها اســتخراج نماینــد. دانش‌آموزان باید این اصطلاحات را به همراه تعریف و مترادف‌های آن یاد بگیرند. زبان ریاضیات یک زبان بیگانه اســت و باید با آن مثل یک زبان خارجی برخورد کرد و به‌تدریج، دامنه لغات دانش‌آموزان را گسترش داد.

۳. از دانش‌آموزان بخواهیم که مسائل ریاضــی را به زبــان خــود، صورت‌بندی کنند:

این ســازوکار، با این فرض صــورت می‌گیرد که ریاضــی، زبان خاص خود را دارد. اغلب دانش‌آموزان در صورتی‌که مسائل کتاب با عبارت‌های دیگری بیان شــوند، در فهم آن‌ها دچار اشکال می‌گردند. لذا باید به‌عنوان بخشی از درس، به دانش‌آموزان کمک کرد تا بازنمایی‌های مختلف یک مســئله را بیاموزند. مثلاً می‌تــوان با ذکر مثال‌هایی، ســاده‌کردن عبارت‌های جبری و تشــکیل معادله برای حل مسائل ریاضی را در ارتباط با هم، توضیح داد.

تمرین دیگری که می‌توان در کلاس درس به آن مبادرت نمود، آن است که دانش‌آموزان را به چندین گروه تقســیم کنیم و از هر گــروه بخواهیم که یک مسئله واحد را به زبان‌های مختلف بیان کنند و بعد، آن‌ها را با هم مقایسه کنند.

۴. بــه دانش‌آمــوزان می‌گوییــم کــه دســته‌ای (فلش‌کارت) را بــرای مراجعه مجدد به متن دروس آماده نمایند:

خلاصه‌بــرداری، یکی از روش‌هایی اســت که با آن، دانش‌آمــوزان می‌توانند مفاهیم مطرح شــده در متن کتاب را به زبان خود، بنویسند. مزیت این روش آن اســت که در جریان خلاصه‌برداری، دانش‌آموزان به ضعف‌های یادگیــری خود پی برده و روی آن‌ها، متمرکز می‌شوند.

۵. شــیوه جمع‌بندی و خلاصه‌برداری از دروس و مباحــث کتاب‌هــای درســی را از طریق ذکر مثال‌هایی مشــخص، به دانش‌آموزان بیاموزیم:

معلمــان می‌توانند بــا ذکر مثال‌هــای متنوع، دانش‌آموزان را در این زمینه، راهنمایی کنند.

مثــلاً قبل از آغاز درس روزانه، خلاصه کوتاهی از مباحثی که قرار اســت آن روز مورد بررســی قرار گیــرد، ارائه دهیم و آن را در بخش کوچکی از تخته بنویسیم. طی درس، بارها به این خلاصه رجوع کنیم و بــه دانش‌آموزان نشــان دهیم که چطور مشــروح درس آن روز در همــان خلاصه می‌گنجد. در برخی از کلاس‌ها، می‌توان وظیفه خلاصه کردن را برعهده دانش‌آموزان گذاشت و در مراحل بعد، خلاصه‌برداری آن‌ها را با جمع‌بندی معلم مقایسه نمود.

۶. از دانش‌آموزان بخواهیم که سؤال امتحانی طرح کنند:

معلم می‌تواند جهت آمادگی برای امتحان نهایی، کتاب را به چندین بخش تقســیم کرده و هر بخش آن را در اختیار دانش‌آموز یا گروهی از دانش‌آموزان قرار دهد و از آن‌ها بخواهد که یک تا سه سؤال کامل درباره آن مبحث، طرح کنند. می‌توان از مجموع این ســؤال‌ها، دانش‌آمــوزان را برای برگــزاری امتحان، آماده نمود.

اگر دانش‌آموزان را در اوضاع و احوالی که منجر به کشف یک قضیه شده یا فرآیند حل یک مسئله قرار دهیم، دانش‌آموز با فکر خود مانند یک ریاضی‌دان شروع به اکتشافات می‌کند. در نتیجه، دانش‌آموز با این عمل، مفاهیم را به خوبی درک می‌کند و چه بسا با این فرآیند، دانش‌آموز بتواند به کشف یا تولید مطالب جدیدی برسد که برای ما تازگی داشته باشد

۷. از دانش‌آموزان بخواهیم روش‌های حل مسئله خود را با روش‌های همکلاس‌های خود، مقایسه نمایند:

مثلاً می‌توانیم مسئله‌ای را از متن کتاب انتخاب نموده و از دانش‌آموزان بخواهیم که مراحل حل آن مسئله را به تفصیل، توضیح دهند و بعد، دانش‌آموزان را تشویق کنیم که براساس روش‌های ارائه شده توسط هر دانش‌آموز به حل آن مسئله پرداخته و سپس، آن را با روش خود مقایسه نمایند. نتیجه‌ای که معمولاً از این روش به‌دست می‌آید، وجود یک بحث زنده بین دانش‌آموزان، دربارهٔ شیوه‌های مختلف و بهترین روش برای حل یک مسئله واحد یا انجام یک عمل ریاضی است. موفقیت در این کار، دانش‌آموزان را قادر می‌سازد که به مسائل پیچیده‌تر ریاضی، روی آورند.

۸. از دانش‌آموزان می‌خواهیم، نقاط ضعف خود را بشناسند و نحوه غلبه بر آن‌ها را بیابند:

برای پی بردن به نقاط ضعف دانش‌آموزان می‌توان از پرسشنامه‌های مختلف استفاده کرد. در این پرسشنامه‌ها از دانش‌آموز سؤال می‌شود (چه چیزی مانع یادگیری ریاضیات توسط آن‌هاست؟) و در روی دیگر این پرسشنامه سؤال می‌شود (راه‌های غلبه بر این موانع کدامند؟)

نخستین گام در راه موفقیت، شناختن موانع و تشخیص راه‌های برطرف کردن آن است.

۹. دانش‌آموز باید در هر استدلال و در هر نتیجه‌گیری خود با پرسش (چرا؟) متوقف شود.

وقتی دانش‌آموز پیش خود مسئله‌ای را حل می‌کند و یا مشغول اثبات قضیه‌ای است و یا یک عمل ریاضی انجام می‌دهد باید در هر گام، از خودش بپرسد (چرا؟) با همه این‌ها در کلاس نقش اصلی برعهده معلم است. او می‌تواند و باید با پرسش‌های به موقع، دانش‌آموزان را به سمت (علت‌ها) بکشاند. مضمون موضوع مورد مطالعه را به کمک خود دانش‌آموز، بشکافد و او را به (ریشه‌ها) برساند. البته پرسش کلیشه‌ای (چرا؟) همیشه کارساز نیست و نتیجه لازم را بار نمی‌آورد. اغلب بهتر است به مفهوم‌ها توجه کنیم. از شیوه‌های نادرستی که با کمال تأسف، در آموزش ریاضی به فراوانی دیده می‌شود، ساختن (جمله‌های سر و دم بریده است: (طرفین وسطین می‌کنیم)، (معلوم مجهول می‌کنیم)، (دور به دور، نزدیک به نزدیک) و یا (زاویه مرکزی برابر است با کمان روبه‌رو) و...

این جمله‌ها یا معنی ندارند و یا نادرست هستند و در هر حال مضمون موضوع مورد نظر را معرفی نمی‌کنند. اگر دانش‌آموزی گفت: (طرفین وسطین می‌کنیم) از او بپرسیم (یعنی چه می‌کنی؟) (از کدام قانون ریاضی استفاده می‌کنی؟)، (چرا چنین قانونی درست است؟) سپس از او می‌خواهیم جمله را درست و کامل ادا کند.

نتیجه

تجربه تدریس چند ساله‌نشان داده است که با استفاده از این روش در کلاس‌های درس، اغلب دانش‌آموزان بسیار باهوش و متوسط از آن نفع برده‌اند. آنان بسیار مشتاقانه در این حرکت شرکت کرده و یا حداقل در قبال آن بی‌تفاوت نبوده‌اند. اما مخاطب اصلی این روش‌ها، دانش‌آموزان ضعیف می‌باشند. برخی از این دانش‌آموزان نیز فعالانه در اجرای این دروس همکاری داشته و به موازات پیشرفت آن بهبود چشمگیری در نحوه انجام تکالیف و تمایل آن‌ها به شرکت فعالانه در کلاس، پدید آمده است. همزمان با این روند نمرات آن‌ها نیز به آرامی رو به بهبودی گذاشته است.

در پایان این نکته لازم به ذکر است که بهتر است شیوه‌های مزبور در جریان سال تحصیلی به دانش‌آموزان تعلیم داده شود تا آن‌ها بتوانند به تدریج آن را پذیرا باشند. نکته دیگر اینکه اگر قرار است دانش‌آموزان این شیوه را فرا بگیرند باید در دیگر دروس آن‌ها نیز، این شیوه یا شیوه‌های مشابه تدریس اعمال شود.

منابع

۱. شهریاری، پرویز. آشنایی با ریاضیات، جلد سی‌وسوم

۲. شهریاری، پرویز. (۱۳۷۷)، **ریاضیات کاربردی**، مجله برهان راهنمایی، شماره ۱۲. صص ۳۶ تا ۴۰، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۳. گویا، زهرا. (۱۳۷۵)، آموزش ریاضی چیست؟ **مجله رشد آموزش ریاضی**، شماره ۴۷. صص ۴ تا ۷، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۴. ولیدی، محمود. (۱۳۷۶)، دیدگاه‌هایی پیرامون آموزش ریاضی در دبیرستان، **مجله رشد آموزش ریاضی**، شماره ۴۸. صص ۲۲ تا ۳۱، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

المپیاد

جزئی کوچک از نظام آموزشی است

گزارشی از پنجاه و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی

عرفان صلواتی، دکترای ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف و عضو سرپرستان تیم

المپیـاد بین‌المللی ریاضی (IMO) مسـابقه‌ای سـالانه اسـت که هر سـال، بـه میزبانـی یکی از کشورهای شرکت‌کننده برگزار می‌شود که هر کدام، با ارسـال تیمی متشکل از حداکثر ۶ دانش‌آموز، در این مسابقه شرکت می‌کند. تیم هر کشور را یک سرپرست (Leader) و یـک سرپرسـت دوم (Deputy Leader) همراهی می‌کنند و در صورت تمایل، تعدادی ناظر نیز همراه تیم هستند.

سـازوکار برگزاری IMO از اولین دورهٔ برگزاری آن در سـال ۱۹۵۹ تاکنون، تغییرات زیادی داشته اسـت. در حال حاضر، برگزاری هر رویداد IMO، که تعداد کشـورهای شـرکت‌کننده آن امسال به ۱۰۴ کشور رسیده است، نیازمند برنامه‌ریزی و هزینه‌های هنگفتی است که تماماً بر عهده کشور میزبان است. معمولاً کشـور میزبان برای تأمین هزینه‌های برگزاری، از حامیان مالی مختلفی اعم از شـرکت‌های داخلـی و بین‌المللـی بهـره می‌برد (به عنـوان مثال، شرکت گوگل در سال ۲۰۱۱ حمایت مالی یک میلیون یورویـی برای برگـزاری پنج رویـداد IMO انجام داد). هزینه‌های برگزاری، شامل تأمین محل اقامت تیم‌های شـرکت‌کننده، سرپرستان تیم‌ها (که باید جدا از محل اقامت تیم‌ها و مجهز به سالن همایش بزرگ به منظور برگزاری جلسات هیئت داوری) و تصحیح‌کنندگان، غذا و پذیرایی، رفت‌وآمد، تدارکات، کادر اجرایی، برنامه‌های تفریحی و هزینه‌های جانبی دیگر می‌شود.

البته به دلیل سـابقه طولانی مسـابقه IMO، به تدریج سازوکار تثبیت شده و کارامدی به وجود آمده و مراحل مختلف برگزاری از جمله انتخاب سـؤال‌ها از بین سـؤال‌های پیشـنهادی کشـورها، برگزاری آزمون، تصحیح برگه‌ها و تعیین مدال‌ها، بر اسـاس

از راسـت به چپ: امین بهجتی، آریا حلاوتی، فربد اکباتانی،
مجتبی زارع‌بیدکی، علی صیادی و علی دائی‌نبی

پروتکل‌های مصوب در سال‌های قبل انجام می‌شود. از آن‌جـا که هیـچ نهاد ثابتی متولی IMO نیسـت، تمام تصمیم‌های ضروری شامل تغییر قوانین، تعیین کشورهای میزبانِ سال‌های آینده و موارد خاص، در جلسه‌های هیئتِ داوران که متشکل از سرپرست‌های همه تیم‌های شرکت‌کننده است و در روزهای پیش از مسابقه IMO تشکیل می‌گردد، گرفته می‌شود.

مسـئولیت‌های کشـور میزبان، تنها محدود به جنبه‌های اجرایی نیست، بلکه تأمین نیروهای علمی مـورد نیـاز، از جمله کمیته انتخاب سـؤال‌ها و تیم تصحیح‌کننـدگان که جامعه ریاضی کشـور میزبان را درگیـر این رویداد می‌کند نیز، از مسـئولیت‌های کشور میزبان است.

حاصل این تلاش بزرگ، برگزاری سالانه رقابتی بین‌المللی اسـت کـه می‌توان آن را بـا قدمت‌ترین و معتبرتریـن رقابت ریاضی دانش‌آموزی در سـطح جهان دانست.

سـازمان‌دهی این برنامه، منجر به تحرکی علمی می‌شـود کـه از فواید میزبانـیِ المپیـاد بین‌المللی ریاضی اسـت. یکی دیگـر از فواید میزبانـی، اعتبار جهانیِ حاصل از برگـزاری موفقیت‌آمیز این رویداد است. به امید روزی که کشور ما، میزبان موفقی برای المپیاد بین‌المللی ریاضی باشد.

جدول ۱

نام	سمت	مؤسسه
امین بهجتی	شرکت‌کننده	باشگاه دانش‌پژوهان جوان
علی دائی‌نبی	شرکت‌کننده	باشگاه دانش‌پژوهان جوان
فربد اکباتانی	شرکت‌کننده	باشگاه دانش‌پژوهان جوان
آریا حلاوتی	شرکت‌کننده	باشگاه دانش‌پژوهان جوان
علی صیادی	شرکت‌کننده	باشگاه دانش‌پژوهان جوان
مجتبی زارع بیدکی	شرکت‌کننده	باشگاه دانش‌پژوهان جوان
عرفان صلواتی	سرپرست	دانشگاه صنعتی شریف
کسری علیشاهی	سرپرست دوم	دانشگاه صنعتی شریف
روح‌الله مهکام	ناظر A	دانشگاه صنعتی شریف
مرتضی ثقفیان	ناظر B	دانشگاه صنعتی شریف
جهانگیر نصیری	ناظر C	وزارت آموزش‌وپرورش

از راســت به چــپ: روح‌الله مهــکام، مرتضــی ثقفیان،
کسری علیشاهی، عرفان صلواتی و جهانگیر نصیری

پنجاه و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی

پنجاه و ششمین المپیاد بین‌المللی ریاضی، از ۱۶ تا ۲۶ تیر ۱۳۹۴ در شــهر چیانگ‌مای تایلند، برگزار شد. ۱۰۴ کشــور در المپیاد امســال شرکت کردند که بیشــترین تعداد در تاریخ IMO است. هم‌چنین، پنج کشور افغانستان، عراق، مصر، کنیا و میانمار نیز به عنوان کشــورهای ناظر در مســابقه امسال حضور داشــتند (کشــورهایی که مایل به پیوستن به IMO هســتند، باید ابتدا یک ســال به عنــوان عضو ناظر حضور داشته باشند.)

ایران از ســال ۱۹۸۷ به طور رســمی، هر ســال در این مســابقه شرکت کرده اســت. اسامی اعضا و همراهان تیم ایران در المپیاد امســال در جدول زیر آمده است

آزمــون در دو روز ۱۹ و ۲۰ تیــر برگزار شــد و در هر روز، شــرکت‌کنندگان به ســه سؤال در مدت چهار ســاعت‌و نیم، پاسخ دادند. سؤال‌های آزمون به دو زبان انگلیســی و فارســی، از وبگاه رسمی المپیاد بین‌المللی ریاضی به آدرس www.imo-official.org قابل دریافت اســت. سایر اطلاعاتِ مربوط به المپیاد امســال (۱۳۹۴) از قبیــل تیم‌هایِ شــرکت‌کننده و نمرات آن‌ها، در همین آدرس موجود است.

روند طرح سؤال‌ها در IMO به این صورت است که هر کشــور، می‌تواند تا حداکثر ۶ سؤال به کشور میزبان پیشــنهاد کند و کشــور میزبان از بین همه سؤال‌های پیشــنهادی، فهرستی شــامل حدود ۳۰ ســؤال که در چهار موضوع هندسه، ترکیبیات، جبر و نظریه اعداد طبقه‌بندی شــده‌اند، انتخاب می‌کند. ســپس در جلسات هیئت داوران که در روزهای قبل از آزمون، با حضور سرپرســتان همه کشــورها و در قرنطینه برگزار می‌شود، سؤال‌ها از طریق رأی‌گیری انتخاب می‌شوند. موضوع و کشورهای طراح سؤالات آزمون به شرح زیر هستند:

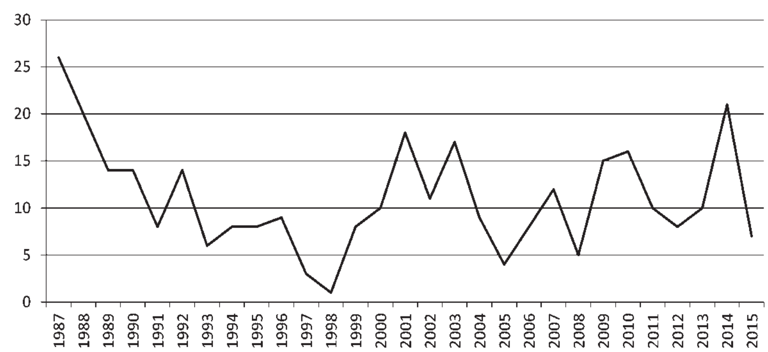
جدول ۲

سؤال	موضوع	کشور طراح
۱	ترکیبیات	هلند
۲	نظریه اعداد	صربستان
۳	هندسه	اوکراین
۴	هندسه	یونان
۵	جبر	آلبانی
۶	ترکیبیات	استرالیا

فرآیند تصحیح برگه‌ها در IMO به این صورت است که چون دانش‌آموزان راه‌حل‌هایشان را به زبان خودشــان می‌نویسند، در جلساتی سرپرست هر تیم در حضــور مصححــان، برگه‌ها را به زبان انگلیســی

جدول ۳

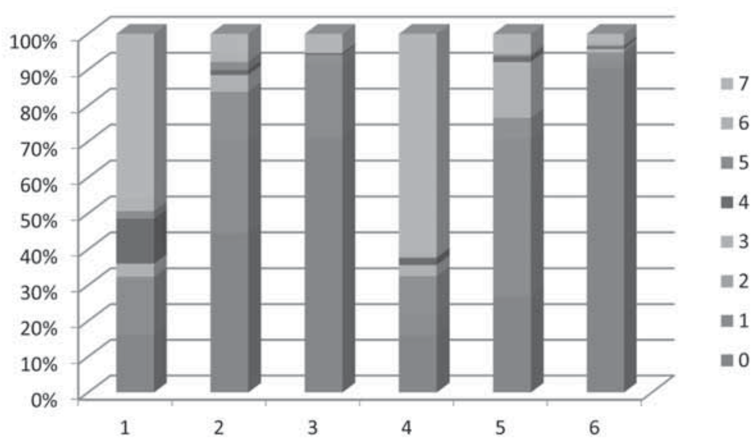
	میانگین تمام شرکت‌کنندگان	میانگین ۱۰ تیم اول	میانگین تیم ایران	رتبه تیم ایران
سؤال ۱	۴/۳	۶/۸	۶/۷	۱۳
سؤال ۲	۱/۴	۳/۸	۲/۳	۲۰
سؤال ۳	۰/۷	۲/۹	۵/۲	۱
سؤال ۴	۴/۸	۷	۷	۱
سؤال ۵	۱/۵	۳/۴	۲	۲۵
سؤال ۶	۰/۴	۲/۲	۱	۱۳
کل	۱۳	۲۶/۱	۲۴/۲	۱۰



ترجمه می‌کند و آن‌ها نیز نمره هر برگه را می‌دهند. در صورتی که مصححان و سرپرستان در مورد نمره به توافق نرسند (که به ندرت اتفاق می‌افتد)، تصمیم نهایی با هیئت داوران است. پس از نهایی شدن نمره‌ها، رتبه‌های کشورها بر مبنای مجموع نمره‌های تیم‌شان اعلام می‌شود. هر سؤال ۷ نمره دارد و در نتیجه، حداکثر نمره هر شرکت‌کننده، ۴۲ است و حداکثر مجموع نمره هر تیم، ۲۵۲ است. ده تیم اول المپیاد امسال و مجموع نمره‌های آن‌ها به شرح زیر بودند:

۱. آمریکا (۱۸۵)
۲. چین (۱۸۱)
۳. کره جنوبی (۱۶۱)
۴. کره شمالی (۱۵۶)
۵. ویتنام (۱۵۱)
۶. استرالیا (۱۴۸)
۷. ایران (۱۴۵)
۸. روسیه (۱۴۱)
۹. کانادا (۱۴۰)
۱۰. سنگاپور (۱۳۹)

نمودار زیر، درصد افرادی را نشان می‌دهد که در هر سؤال، هر یک از نمره‌های ۰ تا ۷ را کسب کرده‌اند.



همان‌طور که در نمودار دیده می‌شود، بیشترین تعداد نمره کامل در سؤال ۴ و بیشترین تعداد نمره ۰ در سؤال ۶ بوده است.

جدول ۳ نیز، میانگین نمره کل شرکت‌کنندگان، میانگین نمره‌های ۱۰ تیم اول، میانگین نمره تیم ایران و نیز رتبه تیم ایران در هر سؤال را نشان می‌دهد.

فراز و فرود ایران: دلایل

ایران در سال‌های نخستینِ شرکت در المپیاد بین‌المللی، پیشرفت قابل توجهی داشت و در مدت ۵ سال، خود را به رتبه هشتم در سال ۱۹۹۱ رساند. پس از آن، رتبه ایران همواره نوسانات زیادی داشته است. ایران در سال ۱۹۹۸ رتبه اول جهانی را کسب نمود و در سال ۲۰۱۴، به پایین‌ترین رتبه خود یعنی ۲۱ام رسید. عوامل مختلفی در رتبه تیم ایران در المپیاد بین‌المللی مؤثرند که در ادامه، مهم‌ترین آن‌ها را برمی‌شمریم.

۱. سبک سؤال‌های IMO و نقاط قوت و ضعف تیم ایران

سبک کلی سؤال‌های IMO در طول زمان، تغییرات اندکی داشته است. خصوصاً این که در حال حاضر، بنابر پروتکل انتخاب سؤال‌ها، باید در ۶ سؤال آزمون، از هر یک از موضوع‌های هندسه، ترکیبیات، جبر و نظریه اعداد، حداقل یک سؤال باشد. با این وجود، این که از هر موضوع چه تعداد سؤال و با چه درجه سختی بیاید، عامل مهمی در نتایج تیم‌هاست، زیرا هر کشور به طور سنتی، نقاط ضعف و قوتی دارد. مثلاً با نگاهی به آمار بخش قبل، روشن می‌شود که تیم ایران در سؤال‌های ۳ و ۴ آزمون امسال که هر دو هندسه بودند، بسیار خوب عمل کرده، در حالی که در سؤال‌های دیگر، از میانگین ۱۰ تیم اول، ضعیف‌تر عمل کرده است.

۲. ورود جدی کشورهای دیگر به عرصه المپیاد

سال ۱۳۶۶ که ایران برای اولین بار در IMO شرکت کرد، ۴۲ کشور در این رقابت حضور داشتند. در سال ۱۳۷۷ که ایران رتبه اول را کسب کرد، ۷۶ کشور در این مسابقه شرکت کرده بودند و امسال (۲۰۱۵/۱۳۹۴)، تعداد کشورهای شرکت‌کننده به ۱۰۴ رسید.

البته نمی‌توان همه کشورهای شرکت‌کننده را رقیب‌های جدی دانست، چرا که بسیاری از کشورها (حتی کشورهایی مانند اروپای غربی که دارای ریاضیات پیشرفته‌ای هستند)، به طور جدی در زمینه آماده‌سازی تیم خود برای المپیاد بین‌المللی ریاضی، سرمایه‌گذاری نمی‌کنند. ولی ایران از اولین دوره‌های شرکت در IMO، به طور نظام‌مند اقدام به تربیت تیم خود برای شرکت در IMO نموده است. در سال‌های اخیر نیز، کشورهای بیشتری این مسیر را در پیش گرفته‌اند و این امر، رقابت را در IMO، سخت‌تر از پیش کرده است.

۳. آزمون‌ها و دوره‌های آموزشی انتخاب تیم

طبیعی است که کیفیت دوره‌های آموزشی و آزمون‌های برگزار شده برای انتخاب تیم ملی، تأثیر مهمی در نتیجه تیم در المپیاد بین‌المللی دارد. این‌ها عبارتند از آزمون مرحله اول، آزمون مرحله دوم، دوره تابستانی، دوره طلا (که برای برگزیدگان مدال طلای کشوری برگزار می‌شود) و آزمون انتخاب تیم (که در پایان دوره طلا برگزار می‌شود.)

هرچقدر کمیته علمی المپیاد ریاضی تلاش بیشتری در طراحی آزمون‌های انتخابی و افزایش کیفیت دوره‌های آموزشی انجام دهد، نتایج تیم ایران در المپیاد بین‌المللی، بهتر خواهد شد. با وجود تلاش و دلسوزی مسئولان باشگاه دانش‌پژوهان جوان، به دلیل کمبود پشتیبانی مالی و اجرایی از طرف نهادهای مربوطه، کمیته علمی همواره در برگزاری آزمون‌ها و دوره‌ها، در مضیقه بوده و این امر، یکی از عوامل تأثیرگذار در نتیجه تیم کشور در سال‌های مختلف بوده است.

۴. حرفه‌ای‌گری در المپیاد ریاضی

شاید کسانی که سال‌ها پیش، امکاناتی از قبیل معافیت سربازی و ورود به دانشگاه بدون کنکور را برای برگزیدگان المپیاد تصویب نمودند، گمان نمی‌کردند که این تسهیلات، روزی بلای جانِ جریان المپیاد در ایران گردد. البته اعتباری را هم که از المپیاد در رزومه علمی افراد ثبت می‌شود، باید به این‌ها افزود.

همه این منافع، انگیزه‌ای قوی برای برخی مراکز آموزشی است تا با صرف هزینه‌های هنگفت (که از شهریه‌های چند ده میلیونی که از اولیا می‌گیرند،

تأمیـــن می‌شـــود) و برگـــزاری دوره‌هـــای حرفه‌ای المپیاد (که بیشتر به تربیت گلادیاتور می‌ماند!) آمار قبولی‌هـــای خود را افزایش دهنـــد و خانواده‌هایی را که موفقیت فرزند خـــود را در گرو قبولی در المپیاد می‌بینند، به سوی خود جذب کنند.

این نوع آموزش‌حرفه‌ای و غیرطبیعی، مانع اصلیِ شناسایی استعدادهای واقعی در المپیاد ریاضی است و المپیـــاد را از هـــدف اولیه آن دور کرده اســـت. به همین دلیل است که می‌بینیم با وجود استعدادهایی که در سراسر کشورمان وجود دارد، اغلب قبولی‌های المپیاد در ســـال‌های اخیر، از شـــهر تهران و آن هم چند مدرسه خاص در این شهر است.

به هر حال این جریان، یکی از عوامل از دســـت دادن اســـتعدادهای بالقوه در مسیر المپیاد است که تأثیر قطعی در نتیجه تیم کشور دارد.

در سطح بین‌المللی، بسیاری از ریاضی‌دانان طراز اول جهان، جزو مدال‌آوران سابق المپیاد بین‌المللی ریاضی هستند که از آن جمله، می‌توان گریگوری مارگولیس، ولادیمیر درینفلد، پیرلوییس لیونز، ژان‌کریستوف یوکوز، ریچارد بورچردز، تیموتی گاورز، گریگوری پرلمان، لوران لافورگ، استنیسلاو اسمیرنوف، ترنس تائو، الون لیندنشتراس، نگو باو چاو، آرتور آویلا و مریم میرزاخانی را نام برد

۵. کاهش گرایش دانش‌آموزان دبیرستانی به رشته ریاضی ـ فیزیک

چنـــد ســـالی اســـت که شـــاهد کاهش شـــدید متقاضیـــان ورود بـــه رشـــته ریاضـــی ـ فیزیـــک در دبیرستان هســـتیم. در بسیاری از مدارس کشور که تا ۱۰ ســـال قبل، تعداد کلاس‌هـــای ریاضی آن‌ها از مجموع تعداد کلاس‌های علوم تجربی و علوم انسانی بیشـــتر بود، اکنون کار به جایی رســـیده اســـت که کلاس‌های ریاضی، به سختی به حد نصاب می‌رسند و دانش‌آموزانی که حتی به استعداد و علاقه خویش به ریاضـــی آگاهند، ترجیح می‌دهند در رشـــته‌های دیگـــر ادامه تحصیل دهند. این پدیـــده، خصوصاً در شـــهرهای کوچک‌تر شیوع بیشتری دارد و دلیل آن، ظاهراً نبود فرصت‌های شـــغلی برای فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی است.

به هر حال، این یکـــی از معضلات فعلی جریان المپیاد است. چرا که بنابر قانون، فقط دانش‌آموزان رشـــته ریاضی مجـــاز به شـــرکت در المپیاد ریاضی هســـتند و به همین دلیل، بســـیاری از افراد بالقوه بااســـتعداد، اساســـاً وارد مســـیر المپیـــاد ریاضـــی نمی‌شـــوند

المپیاد، آموزش، پژوهش

المپیاد، جزئی کوچک از نظام آموزشـــی کشـــور اســـت. با این وجود، نه هدف پایه‌گذاران المپیاد و نه هدف دســـت‌اندرکاران فعلی المپیاد، صرفاً فرستادن تیم برای شـــرکت در المپیاد بین‌المللی نبوده است. هـــر ســـاله، آزمون مرحلـــه اول المپیـــاد ریاضی، که آزمونـــی مفهومی و با کیفیت اســـت، با حضور بیش از ۲۰ هزار دانش‌آموز دبیرســـتانی از سراســـر کشور برگـــزار می‌شـــود. کتاب‌های زیادی در این ســـال‌ها، پیرامـــون مباحـــث المپیاد ریاضی ترجمـــه یا تألیف شده‌اند که بسیاری از آن‌ها، کتاب‌های خوبی هستند و دانش‌آموزان علاقه‌مند با مطالعه این کتاب‌ها، خود را بـــرای المپیاد ریاضی آمـــاده می‌کنند. همه موارد فـــوق، از منافع جریـــان المپیاد ریاضی بـــرای نظام آموزشی کشور بوده است.

در ســـطح بین‌المللـــی، بســـیاری از ریاضی‌دانان طـــراز اول جهـــان، جزو مـــدال‌آوران ســـابق المپیاد بین‌المللی ریاضی هســـتند که از آن جمله، می‌توان گریگـــوری مارگولیس، ولادیمیر درینفلد، پیرلوییس لیونز، ژان‌کریستوف یوکوز، ریچارد بورچردز، تیموتی گاورز، گریگوری پرلمان، لوران لافورگ، استنیســـلاو اســـمیرنوف، ترنس تائو، الون لیندنشـــتراس، نگو باو چاو، آرتور آویلا و مریم میرزاخانی را نام برد.

اما نباید در مورد نقش و اهمیت المپیاد در توسعه ریاضیات دانشـــگاهی و تربیت ریاضی‌دان، اغراق کرد. المپیاد تنها یک مسابقه اســـت و توانایی‌های خاصی هم‌چـــون حل مســـئله را پرورش می‌دهـــد. حال آن کـــه پژوهش در ســـطح ریاضیات پیشـــرفته، نیازمند توانایی‌های مختلف اســـت. تجربه نیز نشان داده است که لزوماً موفقیت در المپیـــاد ریاضی، تضمین‌کننده ریاضی‌دانِ موفق شـــدن نیســـت. علاوه بر آن، هر نوع فعالیتـــی از جمله المپیاد، تنها گروه خاصی از افراد را جذب می‌کند و نمی‌تواند نیاز آموزشی همه افراد را با زمینه‌ها و سلیقه‌های مختلف، برآورده کند. بنابراین، بایـــد در عین تلاش برای حفظ فواید المپیاد و حذف مضرات آن، به دنبال ایجاد فعالیت‌های جانبی دیگری در نظام آموزشـــی خود باشیم که بتواند استعدادهای ریاضی کشور را بشناسد و رشد دهد.

توسعه مدلی برای یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی از یکدیگر

پژوهشگر: نرگس مرتاضی مهربانی
استاد راهنما: دکتر زهرا گویا (دانشگاه شهید بهشتی)
استاد مشاور: دکتر سهیلا غلام‌آزاد (سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی)
داوران: دکتر سید حسن علم‌الهدایی (دانشگاه فردوسی مشهد)
دکتر اسمعیل بابلیان (دانشگاه خوارزمی)
دکتر سهرابعلی یوسفی (دانشگاه شهید بهشتی)
دکتر مانی رضائی (دانشگاه شهید بهشتی)
تاریخ دفاع: اسفند ۱۳۹۳- دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

ارتقای کیفیت تدریس و یادگیری ریاضی در آموزش عمومی و دانشگاهی، یکی از دغدغه‌های جدیِ پژوهشی در حوزه آموزش ریاضی است که به گفته گوس (۲۰۰۹)، از اولویت بالایی برخوردار است و در دستور کار دولت‌ها، دانشگاه‌ها و خودِ حرفه تدریس ریاضی، قرار گرفته است. به گفته تیمپرلی (۲۰۱۱)، «معلمان و مدیران، هر روز با چالش‌های جدیدی مانند برنامه‌های درسی جدید، سواد ریاضی برای همه، رویکردهای نوین ارزشیابی، استفاده از تکنولوژی در مدارس و کلاس‌های درس و دانش‌آموزانی که به روش‌های متداولِ تدریس ریاضی یاد نمی‌گیرند، روبه‌رو هستند» (ص. ۱) که همه این‌ها، باعث پیچیده‌تر شدن عمل تدریس ریاضی شده است. بنابراین معلمان بیشتر از قبل، به دانش و مهارت‌هایی نیاز دارند که آن‌ها را در مواجهه با چنین چالش‌هایی کمک کند. از طرفی، وظیفه معلم بیش از پیش، درگیر کردن دانش‌آموزان در فعالیت‌های ریاضی ارزشمند مانند اثبات کردن، حل مسئله و مدل‌سازی است. هم‌چنین، به دلیل پیچیدگی‌ها و تقاضاهای فزاینده اجتماعی نسبت به موفقیت تحصیلی ریاضی

دانش‌آموزان در سطح جهانی، زتمیر و کرینر (۲۰۱۱) معتقدند که حوزه آموزش معلمان ریاضی، در مرکز توجهات خاص قرار گرفته است و بدین منظور، دنیا شاهد دگرگونی‌های مبنایی در رویکردهای تحقیقیِ این حوزه در دهه‌های اخیر است. از این‌رو، ماهیت توسعه حرفه‌ای[1] معلمان ریاضی و شناخت پیچیدگی‌ها و ظرافت‌های یادگیری آن‌ها، نیازمند توجه ویژه است.

کلیدواژه‌ها: توسعه حرفه‌ای، یادگیری حرفه‌ای، مدلی برای حرکت از توسعه حرفه‌ای به یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی متوسطه در ایران

پیشنیه

بَس (۲۰۰۴) با تأکید بر این که «یادگیری ریاضی نه تنها دیسیپلین کشف و خلق است، بلکه دیسیپلین یادگیری و تدریس نیز هست» (ص. ۴۸)، خاطرنشان می‌کند که «جامعه حرفه‌ای ریاضی، دانش تجمعی ریاضی را جذب، نقد، منتقل و منتشر می‌کند. با این حال، یادگیری ریاضی خارج از حرفه ریاضی، اغلب باعث بروز مشکل، هم برای کودکان و هم برای معلمانی می‌شود که در حال دست و پنجه نرم کردن، برای فهمیدن و استفاده از ایده‌ها و ابزارهای این دیسیپلین هستند، ابزارها و ایده‌هایی که حتی در ابتدایی‌ترین سطح؛ نافذ، قدرتمند و ظریف هستند. در نتیجه، یادگیری ریاضی، برای کسانی که ریاضی را، هم یکی از ارکان سواد عمومی و هم یک میراث فرهنگی غنی می‌شناسند، یک دغدغه جدی است» (ص. ۴۸) .

به گفته زاسلاوسکی[2] و لیکین[3](۲۰۰۴)، همچنان که ریاضی، محتوا یا مفهومی چالش‌برانگیز برای دانش‌آموزان است، تدریس آن نیز، به عنوان محتوا و مفهومی چالش‌برانگیز برای معلمان ریاضی محسوب می‌شود. معلمان ریاضی برای تدریس ریاضی، نیازمند انواع دانش‌هایی هستند که اطلاعات لازم را در مورد دانش‌آموزان، در اختیار آن‌ها قرار دهد و به آنان کمک کند تا نظام‌ها و ساختارهای آموزشی را بشناسند، از انواع روش‌های تدریس و یادگیری ریاضی آگاهی داشته باشند، دانش محتوایی را بدانند و به دانشِ چگونگی مدیریت کلاس درس، استفاده از منابع آموزشی و روش‌های ارزشیابی، مجهز شوند (وایت، یاورسکی، آگودلو- والدِراما و گویا[4]، ۲۰۱۳؛ بال، تامس[5] و فلپس[6]، ۲۰۰۸؛ پِرکس[7] و پرستیج[8]، ۲۰۰۸؛ فینما و فرانک، ۱۹۹۲؛ شولمن[9]، ۱۹۸۶). تدریس با کیفیت بالا، به دانش حرفه‌ای پیچیده‌ای نیاز دارد که فراتر از قوانین ساده‌ای مانند این است که معلم بداند چه مدت برای پاسخ دادن دانش‌آموز به سؤالی که طرح کرده منتظر بماند و بعد، خودش توضیح دهد (شولمن، ۱۹۸۶). جنبه اصلی کار شولمن (۱۹۸۶) در نظریه‌پردازی راجع به تدریس این بود که دانش محتوایی را به عنوان **دانش تکنیکی** و تدریس را به‌عنوان یک **حرفه** معرفی کرد. از طرفی، به گفته پِرکس و پرستیج (۲۰۰۸)، یادگیریِ یک عمل حرفه‌ای مانند تدریس، به این معناست که معلمان بتوانند در زمینه کلاس درس خود، جنبه‌های مختلف عمل تدریس‌شان را تفسیر نمایند، توانایی تفسیر کردن خود را ارتقا دهند و بتوانند در مقابل این تفسیرها، پاسخگو باشند. از همین‌رو، یادگیریِ تدریس ریاضی، فرایندی پیچیده است. کرینر، کِرِن[10] و شاگنسی[11] (۲۰۱۳)، معتقدند که با وجود تلاش‌ها و ادعاهای پی‌درپی در مورد اهمیت نقش معلم در بهبود فرایند تدریس و یادگیری، معلمان ریاضی هنوز هم کم و بیش، به عنوان استفاده‌کنندگان منفعل نتایج تحقیقات آموزشی و گاهی ابزارهایی برای کمک به تولید دانش، دیده می‌شوند.

طاهری، عارفی، پرداختچی و قهرمانی (۱۳۹۲، به نقل از گاسکی، ۲۰۰۰)، ابراز می‌دارند که توسعه حرفه‌ای معلمان، شامل فرایندها و فعالیت‌های طراحی شده‌ای است تا از آن طریق؛ دانش، مهارت‌ها و باورهای حرفه‌ای معلمان افزایش یابد و به تبع آن، یادگیری ریاضی دانش‌آموزان نیز ارتقا یابد، اما نسبت به «یادگیری در طول عمر»، حساسیتی نشان نمی‌دهد. در صورتی که ریشتر و همکاران (۲۰۱۱، نقل شده در طاهری و همکاران، ۱۳۹۲)، توسعه حرفه‌ای را تنها مداخله‌ای کوتاه مدت نمی‌دانند، بلکه آن را فعالیتی بلندمدت می‌دانند که شامل آموزش معلمان در دانشگاه و تداوم آن در دوره‌های ضمن خدمت معلمان هم می‌شود. بدین سبب، تیمپرلی (۲۰۱۱) بین «توسعه حرفه‌ای» و «یادگیری حرفه‌ای[12]» معلمان ریاضی تمایز قائل شده و در حالی که هر دو را فرایندهایی عامدانه[13]، مستمر[14] و نظام‌مند[15] می‌داند، معتقد است که در اکثر مواقع، اصطلاح «توسعه حرفه‌ای» به معنای انتقال یک سویه اطلاعاتی خاص به معلمان به کار می‌رود تا بتوانند عمل تدریس خود را بهبود بخشند. در حالی که از نظر وی، «یادگیری حرفه‌ای» فرایندی درونی است که در آن، معلمان از طریق تعامل با اطلاعاتِ تولید شده در توسعه حرفه‌ای و به چالش کشیدنِ فرض‌های قبلی

و معناسازی‌های جدید، می‌توانند دانش حرفه‌ای مورد نیاز را برای تدریس ریاضی خود، بسازند. در حقیقت، لازمه یادگیری حرفه‌ای، «جستجوگریِ نظام‌مند[16]» و «ارزیابی» است که هر دو فعالیت، مستلزم «چالش» و «معناسازی» است، زیرا فرایندی فعال برای بررسی نظام‌مند کارایی تدریس است و هدف آن، یادگیری و ارتقای دانش‌آموزان است.

سؤال‌های پژوهش

همان‌طور که وایت، یاورسکی، والدراما و گویا (۲۰۱۳) تأکید کرده‌اند، در ادبیات آموزشی و پژوهشیِ حوزه آموزش معلمان ریاضی، هنوز مرز روشنی بین «توسعه حرفه‌ای» و «یادگیری حرفه‌ای»، وجود ندارد و این حوزه، نیازمند پژوهش‌های متنوع در ابعاد مختلف است. از این‌رو، شناسایی ظرفیت‌های موجود در جامعه معلمان ریاضی و برنامه‌ریزی برای آموزش‌های ضمن خدمت با تمرکز بر یادگیری حرفه‌ای، جزو گام‌های اساسی جهت ایجاد تحول در برنامه‌های آموزش‌های قبل و ضمن خدمت معلمان ریاضی است.

پژوهش حاضر، با هدف بررسی مؤلفه‌های تأثیرگذار بر حرکت از توسعه حرفه‌ای به یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی دوره متوسطه، در چهار مرحله صورت گرفت. برای این کار، ابتدا ادبیات پژوهشی حوزه آموزش معلمان ریاضیِ مرتبط با این موضوع، مرور شد. در این مطالعه، طیف وسیعی از دیدگاه‌ها و مدل‌های ارائه شده برای برنامه‌های توسعه حرفه‌ای/ یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی مورد بررسی قرار گرفت. سپس به منظور شناخت عمیق‌تر موضوعِ مورد تحقیق، یک مطالعه مقدماتی مبتنی بر نتایج این بررسی، طراحی شد. آن‌گاه با توجه به نتایج حاصل از آن و پیشینه تحقیق، مدل اولیه‌ای برای حرکت از توسعه حرفه‌ای به یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی به عنوان چارچوب نظری این پژوهش، تببین گردید. سپس برای اعتباربخشی یا برازش مدل پیشنهادی، از جلسه هم‌اندیشی، مصاحبه و پرسش‌نامه استفاده شد و در نهایت، مدل اولیه، جرح و تعدیل گردید. لازم به ذکر است که هدف پژوهش حاضر، توصیف چگونگی یادگیری معلمان ریاضی دوره متوسطه نبود، بلکه هدف اصلی آن، شناسایی ویژگی‌های یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی در ایران و تبیین مدلی بود که به توسعه معلمان ریاضی و یادگیری حرفه‌ای آنان، کمک کند. دو سؤال زیر، این تحقیق را هدایت کردند:

۱. برای معلمان ریاضی، یادگیری حرفه‌ای دارای چه ویژگی‌هایی است؟

۲. مؤلفه‌های اصلی تأثیرگذار بر حرکت از توسعه حرفه‌ای به سمت یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی دوره متوسطه، کدام‌ها هستند؟

نتایج پژوهش

با تجزیه و تحلیل و مقوله‌بندی داده‌های حاصل از پرسش‌نامه، یادداشت‌های میدانی و بازتابی و جلسه هم‌اندیشی، یافته‌های پژوهش نشان داد که به طور اجمالی، از دیدگاه معلمان ریاضی، یادگیری حرفه‌ای دارای ویژگی‌های زیر است:

۱. دانستن دلایل تغییر

۲. تلفیق محتوا و روش

در بررسی مؤلفه‌های اصلی تأثیرگذار بر حرکت از توسعه حرفه‌ای به سمت یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی دوره متوسطه، با تجزیه و تحلیل داده‌ها با استفاده از «نظریه برآمده از داده‌ها»، مدلی با نُه مؤلفه به‌صورت یک ماتریس ۳ در ۳ با نُه درایه ارائه شد. در زیر، این درایه‌ها آورده شده است.

- تلفیق محتوا و روش / شأنیت حرفه‌ای معلمان

۱. انتخاب محتوای دوره‌های بازآموزی با توجه به پیشینه علمی و حرفه‌ای معلمان ریاضی

۲. استفاده از منابع جدید آموزشی و به‌روزکردن دانش معلمان ریاضی

۳. توجه به انتظارات سطح بالای معلمان ریاضی و فراتر رفتن از کتاب‌های درسی

- تلفیق محتوا و روش/ نقش آموزشگران معلمان ریاضی در یادگیری حرفه‌ایِ معلمان ریاضی

۱. حمایت‌های نظری و تجربی آموزشگران و مؤلفان کتاب‌های درسی در ارائه روش‌های تدریس سازگار با کتاب‌های جدید

۲. تألیف کتاب‌های راهنمای تدریس منسجم و توجه به زمان‌بندی‌های آموزشی

- تلفیق محتوا و روش/ نقش تعامل بین معلمان در رشد و توسعه فردی معلمان ریاضی

۱. جرح و تعدیل نظام ارزشیابی معلمان ریاضی به منظور ایجاد فضایی بهتر به منظور تبادل تجربه

۲. برگزاری جشنواره‌هایی به‌منظور تعامل بیشتر معلمان ریاضی

- همکاری معلمان با یکدیگر/ شأنیت حرفه‌ای معلمان

۱. برگزاری دوره‌ها به‌صورت گروهی

۱-۱. تمرکز بر هدف و محتوای مشخص در گروه‌ها
۱-۲. توجه به تفاوت بین یادگیری معلمان ریاضی به عنوان بزرگسالان و یادگیری دانش‌آموزان
۱-۳. وجود دغدغه‌های مشترک بین اعضای گروه
- همکاری معلمان با یکدیگر / نقش آموزشگران معلمان ریاضی در یادگیری حرفه‌ایِ معلمان ریاضی
۱. آموزشگران معلمان ریاضی به عنوان هدایتگران گروه‌های معلمان
- همکاری معلمان با یکدیگر / نقش تعامل بین معلمان در رشد و توسعه فردی معلمان ریاضی
۱. آشنایی با روش‌های تدریس متنوع و تغییر آن متناسب با ویژگی‌های شخصی معلم، مدرسه و کلاس درس
۲. طراحی سایت برای تبادل تجربه
۳. شرکت در کنفرانس‌ها
- حمایت‌های داخلی و خارجی / شأنیت حرفه‌ای معلمان
۱. هماهنگی بین آموزش‌های ارائه شده در دوره‌های ضمن خدمت معلمان ریاضی و انتظارات آموزشی و ارزشیابی‌ها
۲. اعتماد بیشتر مدیران به معلمان ریاضی زن
- حمایت‌های داخلی و خارجی / نقش آموزشگران معلمان ریاضی در یادگیری حرفه‌ایِ معلمان ریاضی
۱. حضور مؤلفان کتاب‌های درسی
۲. آشنایی با دلایل تغییرات کتاب‌های درسی
۳. توجه به مسائل اجرایی مانند بودجه و زمان برای برگزاری دوره‌ها
- حمایت‌های داخلی و خارجی / نقش تعامل بین معلمان در رشد و توسعه فردی معلمان ریاضی
۱. برنامه‌ریزی‌های کلان توسط سیاست‌گذاران در سطح ناحیه‌های آموزشی
۲. برگزاری جلسات هم‌اندیشی و تبادل نظر بین معلمان ریاضی

یکی دیگر از عواملی که بسیاری از معلمان به آن اشاره کردند و به‌گونه‌ای در مدل اولیه دیده نشده بود، دانش‌آموزان به عنوان هسته اصلی یادگیری حرفه‌ای بودند. بدین معنا، که هدف از یادگیری و توسعه حرفه‌ای معلمان ریاضی، ارتقای یادگیری ریاضی دانش‌آموزان است. از این رو، دانستن بهترین روش تدریس مباحث ریاضی کافی نیست. زیرا این روش‌ها باید با ویژگی‌های دانش‌آموزان سازگار باشد.

جمع‌بندی

در سطح جهانی، تحقیقاتی با هدف «ارتقای صلاحیت‌های حرفه‌ای معلمان ریاضی» انجام شده و به استناد یافته‌های آن‌ها، آزمون‌هایی برای اندازه‌گیری میزان صلاحیت‌ها و دانش‌های موضوعی معلمان ریاضی طراحی شده‌اند. به‌طور مثال، در ایالت متحده از چنین تحقیقاتی، به‌عنوان پشتوانه‌هایی برای اجرای برنامه‌هایی مانند «هیچ کودکی جا نماند» استفاده شده است. این نوع آزمون‌ها و این نوع برنامه‌ها که اصطلاحاً، به برنامه‌های «ارزش افزوده۱۷» (VAM) معروف‌اند، فشارهای بسیاری بر معلمان ریاضی وارد نموده و نتایج زیان‌باری داشته است. با این حال، ادبیات حوزه آموزش معلمان ریاضی مؤید این است که می‌توان آموزش‌هایی طراحی کرد که در آن، معلمان خود عامل ارتقای دانش حرفه‌ای خویش شوند، بر نحوه تدریس خود نظارت کنند و در بهبود روش تدریس خود سهیم باشند. به عقیده گودچایلد (۲۰۰۸)، ماهیت چنین آموزشی «انتقادی» است، زیرا همه معلمان در بررسی و نقد فعالیت‌های یکدیگر نقش دارند، و «مردمی» (دموکراتیک) است، زیرا همه در تصمیم‌گیری‌ها سهیم‌اند و در نهایت، عمل تدریس خود را با بازتاب بر نقد و نظرها، جرح و تعدیل می‌کنند.

پی‌نوشت‌ها

1. Professional Development: PD
2. Zaslavsky
3. Leikin
4. White, Jaworski, Agudelo- Valderrama & Gooya
5. Thames
6. Phelps
7. Perks
8. Prestage
9. Shulman
10. Kieren
11. Shaughnessy
12. Professional Learning (PL)
13. Intentional
14. On going
15. Delivery
16. Systematic Inquiry
17. Value- added Models: VAM

منبع

مرتاضی مهربانی، نرگس. (۱۳۹۳). **توسعه مدلی برای یادگیری حرفه‌ای معلمان ریاضی از یکدیگر**. رساله منتشر نشده دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی. دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

نامه‌های رسیده

مجلهٔ رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان تیر ۱۳۹۴، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

- محمود کرباسی، از تهران؛
- مهدی نورانی، از شیراز؛
- مقداد قاری، از تهران؛
- معصومه فردمقدم، از کرج؛
- طهماسب ویسی، از چالوس؛
- فاطمه ملکی‌جبلی، از تهران؛
- پروین سلیمان‌تبار، از تهران؛
- هانیه شهابی‌آریا، از تهران؛
- محمود چاهخویی اناری، از انار؛
- کاظم قاسمی، از چالوس؛
- آرشام برومندسعید، از کرمان؛
- نجمه آکار، از تهران؛
- مراد کریمی شهمارودی، از شهرکرد؛
- نرگس یافتیان، از تهران؛
- اشرف صفابخش چکوسری، از تهران؛
- احسان شعبانی، از مرودشت.

IN THE NAME OF ALLAH

Ministry of Education
Organization of Research & Educational Planning
Publications &Teaching Technology Office

122 Roshd
Mathematics
Education Journal

رشد آموزش ریاضی

vol.33 no.2 2016 ISSN:1606-9188

Managing Editor: Mohammad Naseri
Editor: Zahra Gooya
Executive Director: Pari Hajikhani

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani
www.roshdmag.ir
e-mail: riyazi@roshdmag.ir
P. O. Box: Tehran 15875 - 6585