

مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سپیده چمن آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم، حمیدرضا امیری،
سید امیرحسین بنی جمالی، زهره پندی، نازنین حسن نیا، خسرو داوودی،
حسین غفاری، حسین نامی ساعی
همکاران این شماره: محدثه رجایی، حسام سبحانی طهرانی، محدثه کشاورز
ویراستار: بهروز راستانی
طراح نشانه + طراح گرافیک: حسین یوزباشی
تصویرگران: سعید رزاقی، مهدیه قاسمی، حسین یوزباشی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن: ۹-۱۶۱ ۸۸۸۳۱ داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۸۸۳۰ ۱۴۷۸
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰ ۱۴۸۲، کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور مشترکین: ۶ و ۷۷۳۳۶۵۵
وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: roshdmag.ir:1@borhanmotevaseteh
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۲۵۰۰ نسخه/ چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

یادداشت سردبیر / حس عجیب آخر سال / سپیده چمن آرا/ ۲

ریاضیات و مدرسه / تاس می ریزیم و جمع می کنیم! / محدثه رجایی/ ۳

چند برابر بزرگ تر؟ / نازنین حسن نیا / ۶

ریاضیات و محاسبه / ماجراهای پویا و عمو تراختنبرگ (ماجرای ششم) / سیدامیرحسین بنی جمالی/ ۸

ریاضیات و بازی / شکار الماس / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۱۱

بازی خط و نقطه / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۲

ریاضیات و کاربرد / راز زیبا / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۴

رد پای ریاضی در دنیای مُد / لایلا خسروشاهی / ۱۸ / منافع شخصی، منافع گروهی! / حسام سبحانی طهرانی / ۲۰

معرفی سایت / زنگ بازی با Hotmath / زهرا صباغی / ۱۷

ریاضیات و هنر / کاشی های هندسی / زهره پندی / ۲۴ / کشف تازه / زهره پندی / ۲۷

هنر در خلقت؛ کاشی کاری های پوستی / حسین یوزباشی / ۲۸

ریاضیات و سرگرمی / شعبده های ریاضی آقای شُبده چی / بهزاد اسلامی مسلم، حسام سبحانی طهرانی / ۳۰

آلیس در سرزمین معما! (قسمت چهارم) / هوشنگ شرقی / ۳۴ / وقت شناس باشیم / سپیده چمن آرا / ۴۰

ریاضیات و مسئله / یک مسئله و چند راه حل، کدام راه حل درست است؟ / نازنین حسن نیا / ۳۶

کی می تونه حل کنه؟! / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۳۸ / پاسخ کی می تونه حل کنه / ۷۹ / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۳۹

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارتند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:
تهران؛ صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



روی جلد: ردپای ریاضیات در دنیای مُد، و استفاده از هنر آریگامی در طراحی لباس و کفش موضوع یکی از مطالب این شماره است. برای آشنایی بیشتر با «آریگامی» پشت جلد را نیز ببینید.



حسن عجیب آخر سال ...

دوست من! یواش یواش به پایان سال نزدیک می شویم. هر سال این موقع که می شود، این «به پایان رسیدن سال»، حال متفاوتی در من ایجاد می کند و تغییرات محسوسی را که در اطرافم رخ می دهد، می بینم: رفت و آمدهای درون شهری برای انجام کارهای آخر سال یا خرید، هر روز بیشتر و بیشتر می شود. بعضی ها در خانه هایشان تغییراتی می دهند. مثلاً به باغچه های حیاط خانه هایشان رسیدگی می کنند، یا گل و گیاه های روی بالکن ها را نونوار می کنند، وسایل کهنه را بیرون می گذارند، و یک جاهایی از خانه را که شاید در کل سال دیده نمی شوند، تمیز می کنند و... علاوه بر همه این ها، هوا هم رفته رفته گرم تر می شود و حضور پرندگان در ازدحام و هیاهوی شهری را بیشتر می توان احساس کرد. بچه گربه هایی که تازه به دنیا آمده اند، هر از گاهی از زیر ماشین ها با ترس و احتیاط بیرون می آیند و مورچه ها که چند ماه بود غایب بودند، یواش یواش سروکله شان در گوشه و کنار خانه پیدا می شود. رنگ و روی بعضی از درختان نیز عوض می شود و جوانه های ریز سبزرنگی روی چوب های به ظاهر خشک آن ها نمایان می شوند. این درختان، درختانی هستند که وجودشان برای همه موجودات روی کره زمین بسیار مهم و ارزشمند است. زمانی بشر خیلی بیشتر از حالا متوجه طبیعت بود. اصلاً خودش هم جزئی از طبیعت بود. ولی امروزه خیلی خودمان را از طبیعت جدا کرده ایم و توجهمان به طبیعت اطرافمان، به گیاهان و به حیوانات خیلی کم شده است. برای من ماه اسفند، ماه تغییرات، هم در آدم های اطرافم و هم در طبیعت اطرافم است و این اشتراک، فرصت خوبی است برای من که به خاطر بیاورم من هم «طبیعت» هستم.





تاس

می ریزیم و جمع می کنیم!

● محدثه رجایی

کلیدواژه‌ها: احتمال، شبیه سازی،
خم زنگ دیس، قضیه حد مرکزی

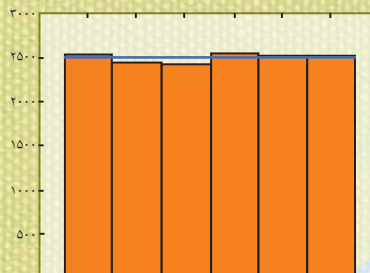
ارتفاع ستونی که زیر آن عدد ۱ نوشته شده است، نشان می دهد که در این ۱۵ هزار پرتاب، چند بار ۱ آمده است. ستون های دیگر هم به همین شکل تعداد دفعاتی را که بقیه اعداد دیده شده اند، نشان می دهند. فکر می کنید که خط افقی آبی چه چیزی می گوید؟ بله، درست است. تعداد دفعاتی را نشان می دهد که انتظار داریم هر کدام از اعداد حدوداً به آن اندازه در پرتاب ها دیده شوند. با توجه به آنچه که قبلاً گفتیم، انتظار داریم هر کدام از اعداد تقریباً $\frac{15000}{6}$ دفعه در نتیجه پرتاب ها ظاهر شود. خط آبی همین مقدار ۲۵۰۰ را نشان می دهد و می بینیم که ارتفاع هیچ یک از ستون ها فاصله زیادی با خط آبی ندارد.

تعداد تاس ها: دو!

اگر دو تا تاس را که یکی قرمز و دیگری سیاه است، با هم پرتاب کنیم و عددهایی که می آیند را با هم جمع بزنیم، عددی که به دست می آوریم چه خواهد بود؟ چون نتیجه پرتاب هر تاس شانسی است، اینکه جمع نتایج چه عددی باشد هم به شانس ربط دارد و از قبل نمی توانیم دقیقاً بگوییم چه چیزی است. اما برایمان مشخص است که کمترین مقدار آن وقتی به دست می آید که هر دو تاس یک بیایند و بیشترین مقدار هم وقتی که هر دو شش بیایند. پس نتیجه عددی بین ۲ تا ۱۲ است و همه عددهای طبیعی بین این دو عدد هم می توانند نتیجه جمع باشند. می توانید بگویید چرا؟ فکر می کنید مثل وقتی که یک تاس داشتیم، همه این اعداد

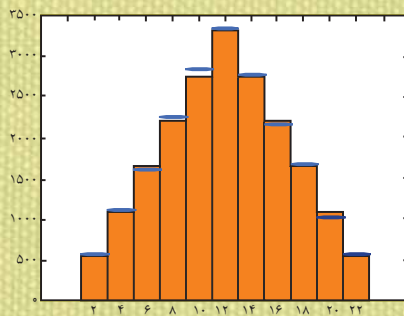
تعداد تاس ها: یک!

پیش از آنکه تاس بریزیم، نمی دانیم که تاس موقع فرود آمدن روی کدام یک از وجه هایش خواهد نشست و بنابراین نمی دانیم که نتیجه پرتاب تاس چه عددی خواهد بود. اما می دانیم که نتیجه حتماً یکی از اعداد ۱ تا ۶ است (حالت هایی که تاس درست روی زمین قرار نگیرد و معلوم نباشد که نتیجه کدام عدد است را در نظر نمی گیریم. یعنی فرض می کنیم که تاس همیشه روی یکی از شش وجه خود قرار می گیرد). علاوه بر این، اگر تاس سالم باشد، انتظار داریم که هیچ وجهی نباشد که شانس روی زمین قرار گرفتنش بیشتر از یک وجه دیگر باشد و انتظار داریم که اگر تاس سالمی را بارهای بار پرتاب کنیم، همه اعداد ۱ تا ۶ تقریباً به یک اندازه دیده شوند. می بینیم که گرچه نتیجه پرتاب تاس عددی شانسی است، هنوز هم می توانیم درباره آن چیزهایی بگوییم! بگذارید با هم نتیجه پرتاب ۱۵ هزار بار تاس سالم را ببینیم. البته برای انجام این مشاهده تاس پرتاب نمی کنیم، بلکه از یک نرم افزار ریاضی که پرتاب تاس را برای ما شبیه سازی می کند کمک می گیریم.





پرتاب‌ها عدد پنج را ببینیم. برای سایر اعداد هم می‌توان این کسر را از روی جدول محاسبه کرد. حالا ببینیم نتیجه ۲۰ هزار بار پرتاب دو تا تاس و محاسبه مجموع آن‌ها چگونه است.



این بار هم خطوط آبی نشان می‌دهند که انتظار داریم هر کدام از اعداد تقریباً چند بار دیده شوند و همان‌طور که از نمودار پیداست، تعداد دفعاتی که هر کدام از اعداد را دیده‌ایم، به مقداری که انتظار داشتیم نزدیک است.

حالت کلی و چند مثال!

حالا می‌خواهیم حالت کلی را بررسی کنیم. بیایید فرض کنیم k تا تاس داریم و $k > 1$. آن‌ها را با هم پرتاب می‌کنیم و همه عددهایی را که می‌آیند با هم جمع می‌زنیم. باز هم نتیجه شانس است؛ چون نتیجه تک‌تک تاس‌ها شانس است. کمترین مقدار جمع وقتی به‌دست می‌آید که همه تاس‌ها یک بیایند؛ یعنی کمترین نتیجه ممکن k است. بیشترین مقدار هم برابر است با $6k$ (چرا؟) و همه اعداد طبیعی بین این دو عدد هم جزو حالت‌های ممکن هستند. (چرا؟) با اینکه نتیجه شانس است، اما همه حالت‌ها مثل هم نیستند. مثلاً عدد k فقط در یک حالت، آن هم زمانی که همه تاس‌ها یک بیایند به‌دست می‌آیند، ولی عدد $k+1$ در k حالت دیده می‌شود. چون هر وقت که همه تاس‌ها به جز یکی ۱ بیایند و آن یک تاس ۲ بیاید، جمع عددها $k+1$ می‌شود. می‌خواهیم برای چند مقدار متفاوت k پرتاب k تاس و محاسبه مجموع نتایج را آزمایش کنیم. نمودارهای زیر نتیجه این آزمایش‌ها را نشان می‌دهند.

هم‌شانس هستند؟ یعنی اگر بارهای بار دو تا تاس را پرتاب کنیم و نتایج را با هم جمع بزنیم، عددهای ۲، ۳، ۴، ... و ۱۲ را تقریباً به یک اندازه مشاهده می‌کنیم؟ فرض کنید بازی پرتاب دو تاس به این شکل است که دو بار تاس می‌ریزید و اگر جمع عددها ۲ شد، برنده و اگر جمع آن‌ها ۳ شد، بازنده می‌شوید. این بازی را عادلانه می‌دانید؟ بیایید ببینیم که چه‌طور می‌توانیم به این سؤال‌ها جواب بدهیم!

در مورد پرتاب یک تاس، شش حالت ممکن وجود داشت که گفتیم به‌خاطر تقارنی که شکل تاس دارد، همه آن‌ها را هم‌شانس می‌دانیم. در مورد مجموع نتیجه پرتاب دو تاس بازده حالت ممکن وجود دارد. اما هر کدام از این حالت‌ها را می‌توان به حالت‌های کوچک‌تری تقسیم کرد. مثلاً نتیجه وقتی ۲ می‌شود که هم تاس قرمز و هم تاس سیاه ۱ بیایند. نتیجه در چه حالت‌هایی ۳ می‌شود؟ وقتی تاس قرمز ۱ و تاس سیاه ۲ بیایند، جمع ۳ است. اما این تنها حالت ممکن نیست.

اگر تاس سیاه ۱ و تاس قرمز ۲ بیاید هم جمع ۳ می‌شود. پس در بازی پرتاب دو تاس شانس ۲ و شانس ۳ با هم برابر نیست. در جدول زیر حالت‌های ممکن برای به‌دست آوردن هر یک از اعداد ۲ تا ۱۲ را می‌بینید. اعداد سیاه نتیجه پرتاب تاس سیاه و اعداد قرمز نتیجه پرتاب تاس قرمز هستند.

مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
حالت‌های ممکن	۱،۱	۱،۲ ۲،۱	۱،۳ ۲،۲ ۳،۱	۱،۴ ۲،۳ ۳،۲ ۴،۱	۱،۵ ۲،۴ ۳،۳ ۴،۲ ۵،۱	۱،۶ ۲،۵ ۳،۴ ۴،۳ ۵،۲ ۶،۱	۲،۶ ۳،۵ ۴،۴ ۵،۳ ۶،۲	۳،۶ ۴،۵ ۵،۴ ۶،۳	۴،۶ ۵،۵ ۶،۴	۵،۶ ۶،۵	۶،۶
تعداد حالت‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

این جدول همه حالات ممکن نتیجه پرتاب دو تاس را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌بینیم، تعداد همه حالت‌ها ۳۶ است. از این ۳۶ حالت، در چهار حالت جمع اعداد دو تاس برابر ۵ است. بنابراین، انتظار داریم که اگر بارهای بار دو تاس را پرتاب کنیم و جمع عددهایشان را به‌دست آوریم، حدوداً در $\frac{4}{36}$

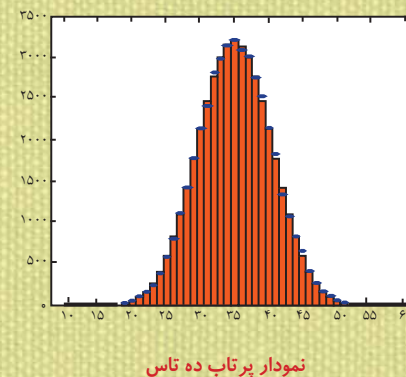
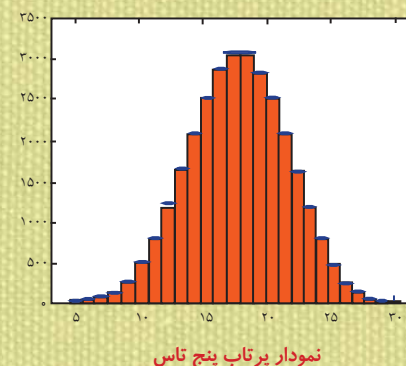
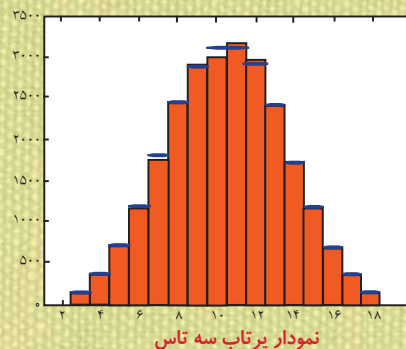


یک مشاهده!

یک بار دیگر به نمودارهایی که با خطوط آبی تیره رسم شده‌اند نگاه کنید! وقتی تعداد تاس‌ها زیاد می‌شود، این نمودارها کم‌کم شبیه منحنی زیر می‌شوند. نام این منحنی، خم زنگ‌دیس است. علت این نام‌گذاری هم شکل ظاهری منحنی است که شبیه یک زنگ است!



از ویژگی‌های این خم می‌توان به متقارن بودن آن اشاره کرد و اینکه مقدار آن وقتی از نقطه وسط دور می‌شویم، به سرعت کوچک می‌شود! در مورد پرتاب تاس‌ها این یعنی وقتی تعداد تاس‌ها زیاد باشد، مجموع‌های نزدیک مقدار میانی خیلی بیشتر دیده می‌شوند تا مجموع‌هایی که از مقدار وسط فاصله دارند. ما در اینجا مشاهده‌مان را خیلی نادقیق بیان کرده‌ایم و توجه‌مان تنها به شباهت ظاهری نمودارها بوده است! اما می‌توان این مشاهده را به زبان ریاضی بیان کرد. در واقع، مشاهده ما حالت خاصی از یکی از مهم‌ترین قضیه‌های شاخه احتمال است که در درس‌های دانشگاهی مطرح می‌شود و «قضیه حد مرکزی» نام دارد.

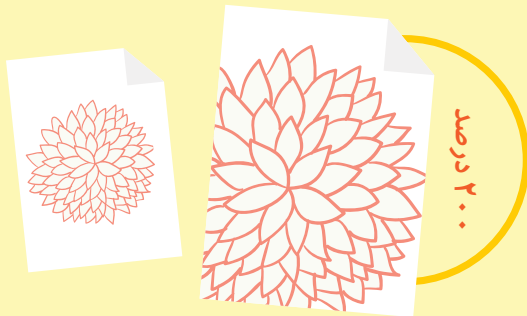


در هر کدام از این شکل‌ها، خط افقی آبی‌رنگ بالا یا پایین یک عدد نشان می‌دهد که انتظار داشته‌ایم آن عدد تقریباً چند بار به عنوان مجموع نتایج پرتاب تاس‌هایمان دیده شود.





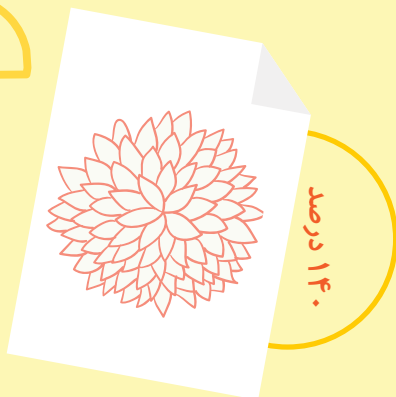
درس نقاشی را برداشت و سراغ مسئول کپی مدرسه رفت و از او خواست تا یک کپی ۲۰۰ درصد (یعنی $\frac{200}{100}$ یا ۲ برابر) از آن برایش بگیرد. با این کار نقاشی دقیقاً دو برابر و روی یک کاغذ معمولی کپی (کاغذ A۴) جا می‌شد. کاغذ که از دستگاه بیرون آمد، نتیجه ناامیدکننده بود:



قسمتی از نقاشی، روی کاغذ جا نشده بود! یک بار دیگر امتحان کردند. این بار دستگاه را تنظیم کردند تا نقاشی را ۱۷۰ درصد (یعنی $\frac{170}{100}$ برابر) بزرگ‌تر کند.



نتیجه از قبل بهتر بود، اما باز هم همه نقاشی روی کاغذ جا نشده بود. مسئول کپی که کلافگی درس را دید، به او گفت که بنا بر تجربه‌ای که دارد، برای دو برابر کردن تصویر، لازم است دستگاه برای کپی ۱۴۰ درصد (یعنی $\frac{140}{100}$ برابر) تنظیم شود. همین تنظیم را امتحان کردند و تصویر با اندازه‌ای که بچه‌ها می‌خواستند از دستگاه بیرون آمد. درس گنج شده بود که چرا برای دو برابر کردن تصویر، آن را $\frac{1}{3}$ برابر کرده‌اند!!!

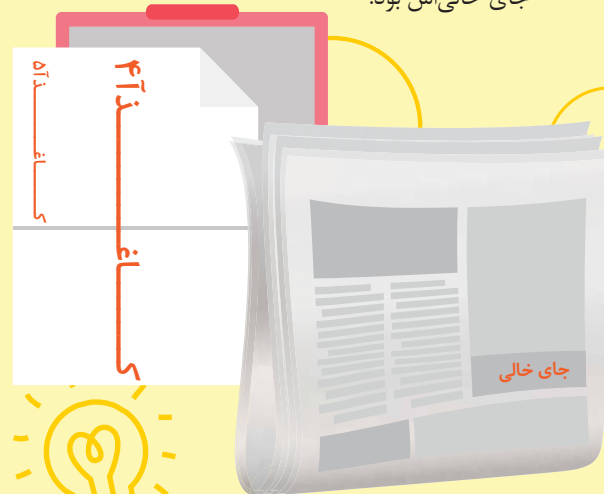


بزرگ‌تر نقاشی

نازنین حسینی

بچه‌های کلاس می‌خواستند برای ارائه پروژه‌شان در نمایشگاه مدرسه، پوستری آماده کنند. کیانا نقاش خوبی بود و قرار شد طرح‌های لازم را بکشد. اما برای اینکه کارها سریع‌تر پیش بروند، نظر بقیه این بود که طرح‌ها را در اندازه‌های کوچک‌تری بکشند و بقیه بچه‌ها آن‌ها را با دستگاه کپی بزرگ کنند و پس از رنگ‌آمیزی روی پوستر بچسبانند.

اولین نقاشی روی کاغذ A۵ رسم شده بود و جای خالی آن روی پوستر، به اندازه کاغذ A۴ بود؛ یعنی نقاشی درست نصف جای خالی‌اش بود.





در این حالت:

$$ab = \text{مساحت کاغذ اول}$$

$$ta \times tb = t^2 ab = 2ab = \text{مساحت کاغذ دوم}$$

بنابراین باید $t^2 = 2$ باشد و یعنی $t = \sqrt{2}$. ماشین حساب می گوید $\sqrt{2}$ تقریباً $1/4$ است. یعنی هر ضلع کاغذ ما، باید $1/4$ برابر (یا ۱۴۰ درصد) شود، تا کل طرح ما (یا سطح کاغذ) دوبرابر شود! حالا انگار ماجرا کمی ساده تر شد و معمای دستگاه کپی بالاخره حل شد.

● به نظر شما اگر بخواهیم طرحی را ۳ برابر یا ۱۰ برابر کنیم، از دستگاه کپی چه باید بخواهیم؟

● اگر یک دستگاه کپی بتواند طرح‌ها را حداکثر ۴۰۰ درصد کند، یک نقاشی با این دستگاه حداکثر چند برابر می توان بزرگ کرد؟

● اگر بخواهیم با چنین دستگاهی، طرحی را ۲۰ برابر کنیم، چه پیشنهادی دارید؟
و اما...

● آیا می توان از همین توضیحات برای تغییر حجم‌ها هم استفاده کرد؟ مثلاً اگر بخواهیم حجم جعبه‌ای ۲ برابر شود، هر ضلع آن را چند برابر باید بزرگ کنیم؟

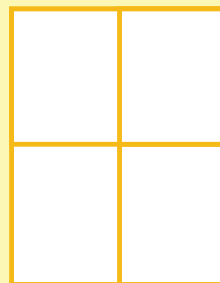
مطابق استانداردهای ساخت ساختمان، سطح پنجره‌های هر اتاق باید $\frac{1}{8}$ مساحت کف اتاق باشد تا نور مناسب برای اتاق فراهم شود، اما به استحکام ساختمان لطمه‌ای نزنند. می توانید بگویید اندازه پنجره اتاقی با طول ۶ و عرض ۴ متر، چه قدر باید باشد؟

پی‌نوشت:

چندی پیش، از آقای حسین محمدیان، معلم سرشدت مطلبی به دفتر مجله رسید با عنوان «فرمول چند برابر کوچک یا بزرگ کردن شکل». ایشان موضوع خوبی را مطرح کرده بودند و نوشته ایشان ما را بر آن داشت که با الهام از آن، درباره این موضوع بنویسیم. مطلبی را که خواندید الهام گرفته از مطلب آقای حسین محمدیان بود که توسط خانم نازنین حسن‌نیا نوشته شده است. از آقای محمدیان نیز سپاسگزاریم.

ولی حالا وقت این حرف‌ها و سؤالات نبود؛ هنوز کارهای زیادی برای آماده کردن نمایشگاه مانده بود. بالاخره پوستر آماده شد و همه کارهای دیگر به خوبی انجام شدند.

روزهای بعد، بچه‌ها به تجربه عجیب درس‌ها فکر می کردند. فاطمه وقتی داشت کاغذهایش را کنار هم می چید تا مرتبشان کند، توضیح عجیبی به ذهنش رسید: اگر هم طول و هم عرض این کاغذ را دوبرابر کند، کاغذ جدید، واقعاً چهار برابر کاغذ اولیه می شود، نه دوبرابر آن!!! اما هیچ تناقضی هم وجود ندارد.



$$xy = \text{کاغذ اول } S \text{ (مساحت کاغذ اول)}$$

$$2x \times 2y = 4xy = \text{کاغذ جدید } S \text{ (مساحت کاغذ جدید)}$$

چند روز قبل آن‌ها می خواستند طرحشان دوبرابر شود. در واقع می خواستند سطح کاغذ جدید، دوبرابر سطح کاغذ قبلی شود؛ یعنی:

$$ab = \text{مساحت کاغذ اول}$$

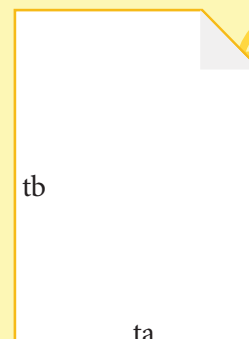
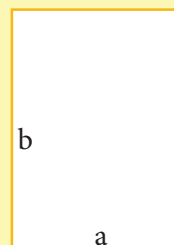
$$2ab = \text{مساحت کاغذ دوم}$$



ولی چون می خواستند هم طول آن بزرگ شود و هم عرض آن، با این شکل مواجه بودند:

$$\text{طول قدیم} \times t = \text{طول جدید}$$

$$\text{عرض قدیم} \times t = \text{عرض جدید}$$





ماجرای ششم ماجرای پویا و عمو تراختنبرگ

سیدامیر حسین بنی جمالی

$$\begin{array}{r}
 \cdot 242 \\
 \times 6 \\
 \hline
 12 \\
 144 \\
 1440 \\
 \hline
 1452
 \end{array}$$

پویا گفت: برای مثال اگر بخواهیم ۲۴۲ را در شش ضرب کنیم:

و یا اگر بخواهیم ۴۳۲ را که رقم فرد دارد در شش ضرب کنیم:

$$\begin{array}{r}
 \cdot 432 \\
 \times 6 \\
 \hline
 12 \\
 258 \\
 2580 \\
 \hline
 2592
 \end{array}$$

آقای اسلامی کمی فکر کرد و بعد رو به پویا کرد و گفت: خوب چرا منتظر بمانی تا فردا از عمو تراختنبرگ یک روش جدید یاد بگیری؟ موافقی سعی کنیم خودمان یک روش جدید بسازیم؟ پویا که به هیجان آمده بود سریع جواب داد: بله! آقای اسلامی پیشنهاد کرد: حالا که روشی برای ضرب سریع اعداد در شش داریم بیا یک روش برای ضرب اعداد در هفت بسازیم! و ادامه

پویا در مسیر برگشت از اردویی که با هم کلاسی هایش رفته بود، کنار پنجره قطار نشسته و به منظره‌های بیرون خیره شده بود. او به فردا که قرار بود به خانه عمو تراختنبرگ برود، فکر می‌کرد. در همین موقع آقای اسلامی، معلم ریاضی پویا، وارد کوپه شد و کنار پویا نشست و از او پرسید که به چه فکر می‌کند. پویا هم گفت که به فکر فردا و روش جدیدی است که قرار است از عمو تراختنبرگ یاد بگیرد. آقای اسلامی که کم و بیش در جریان روش‌هایی که پویا از عمویش یاد می‌گرفت، بود از پویا خواست تا آخرین روشی را که از عمو تراختنبرگ یاد گرفته است، برای او توضیح دهد. پویا هم مشغول توضیح دادن روش ضرب سریع اعداد در شش شد و اینکه چرا این روش درست جواب می‌دهد. شما هم می‌توانید این توضیحات را در شماره‌های قبلی مجله بخوانید.

روش ضرب سریع اعداد در شش

ابتدا باید یک صفر به سمت چپ عدد اضافه کنیم. سپس از سمت راست شروع می‌کنیم و هر رقم را با نصف رقم سمت راستش جمع می‌کنیم و در جواب می‌نویسیم. اگر هم حاصل بیشتر از ۱۰ شد، ده‌بر یک آن را به رقم بعد منتقل می‌کنیم. البته هر بار که نوبت یک رقم فرد باشد، باید پنج تای دیگر هم به این حاصل اضافه کنیم. موقع نصف کردن رقم‌های فرد هم ابتدا یکی از آن‌ها کم و بعد آن‌ها را نصف می‌کنیم.



پویا کمی فکر کرد و جواب داد: خب روش شما همان کاری را می‌کند که من گفتم. با این تفاوت که من ابتدا حاصل ۲۴۲×۶ را به‌دست آوردم و بعد ۲۴۲ تا به آن اضافه کردم، ولی شما هم‌زمان با به‌دست آوردن حاصل ۲۴۲×۶ به آن ۲۴۲ تا اضافه کردید.

آقای اسلامی لبخندی زد و گفت: پس فردا که به خانه عمو تراختنبرگ رفتی، این روش را برای او توضیح بده و نظرش را در مورد آن بپرس.

پویا از آقای اسلامی تشکر کرد و دوباره به منظره‌های بیرون خیره شد و کوشید عکس‌العمل عمو تراختنبرگ را وقتی دارد این روش را به او می‌گوید، تجسم کند.

فردا بعد از مدرسه وقتی پویا به خانه عمو تراختنبرگ رسید،

داد: برای مثال، اگر بخواهیم همان ۲۴۲ را در هفت ضرب کنیم، جواب چه قدر با ۲۴۲×۶ فرق خواهد داشت. پویا جواب داد: قبلاً با کوشا در مورد تفاوت ۲۴۲×۶ و ۲۴۲×۷ فکر کرده‌ایم و به این نتیجه رسیدیم که ۲۴۲×۷ یعنی هفت دسته ۲۴۲ تایی. پس حاصل آن ۲۴۲ تا بیشتر از ۲۴۲×۶ است. آقای اسلامی گفت: پس اگر از تو بخواهم حاصل ۲۴۲×۷ را به‌دست بیاوری، چه کار می‌کنی؟ پویا جواب داد: خب ابتدا با روشی که برای ضرب اعداد در شش داریم، حاصل ۲۴۲×۶ را به‌دست می‌آورم. سپس ۲۴۲ تا به آن اضافه می‌کنم:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 ۰ \quad ۲ \quad ۴ \quad ۲ \\
 \times \quad ۶ \\
 \hline
 ۱۲ \\
 ۴۰ \\
 ۲۰۰ \\
 ۱۲۰۰ \\
 \hline
 ۱۴۵۲ \\
 + ۲۴۲ \\
 \hline
 ۱۶۹۴
 \end{array}
 \end{array}$$

پس حاصل ۲۴۲×۷ می‌شود ۱۶۹۴ . آقای اسلامی گفت: حالا من روشی را شرح می‌دهم و تو بگو چقدر با روش تو فرق دارد. روش من همان روش ضرب اعداد در شش است، فقط قبل از اینکه هر رقم را با نصف رقم سمت راستش جمع کنیم، ابتدا یک بار با خودش جمع می‌کنیم. یعنی برای به‌دست آوردن حاصل ۲۴۲×۷ باید به این شکل عمل کنیم:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 ۰ \quad ۲ \quad ۴ \quad ۲ \\
 \times \quad ۷ \\
 \hline
 ۱۴ \\
 ۴۰ \\
 ۲۰۰ \\
 ۱۲۰۰ \\
 \hline
 ۱۴۵۲ \\
 + ۲۴۲ \\
 \hline
 ۱۶۹۴
 \end{array}
 \end{array}$$

بعد از احوال‌پرسی و تعریف اتفاقاتی که در اردو افتاده بود، عمو تراختنبرگ یک لیوان چای برای پویا آورد. سپس به‌سمت میزش رفت و از روی آن یک برگه برداشت و به پویا داد و گفت: امروز قرار است روشی برای ضرب سریع اعداد در هفت را یاد بگیریم. پویا سریع یک قُلپ چای را که در دهانش بود قورت داد و گفت:



اتفاقاً در راه برگشت در قطار به کمک معلم ریاضی مان یک روش برای ضرب اعداد در هفت ساختیم. بعد با عجله روشی را که به دست آورده بودند، برای عمو تراختنبرگ توضیح داد. عمو تراختنبرگ لبخندی زد و گفت: آفرین به تو و معلمتان! و ادامه داد: حالا برگه‌ای را که برایت آورده‌ام، بخوان:

روش ضرب سریع اعداد در هفت

ابتدا یک صفر به سمت چپ عدد اضافه می‌کنیم. سپس از سمت راست شروع و هر رقم را در ۲ ضرب می‌کنیم. بعد با نصف رقم سمت راستش جمع می‌کنیم و در جواب می‌نویسیم. اگر هم حاصل بیشتر از ده شد، ده‌بر یک آن را به رقم بعد منتقل می‌کنیم. البته هر بار که نوبت یک رقم باشد، باید پنج تایی دیگر هم به این حاصل اضافه کنیم. موقع نصف کردن رقم‌های فرد هم ابتدا یکی از آن‌ها کم و بعد آن‌ها را نصف می‌کنیم.

پویا بعد از خواندن برگه با خوش‌حالی گفت: اینکه همان روشی است که ما به دست آورده بودیم! عمو تراختنبرگ: بله! فقط برای اینکه مطمئن شوم خوب روش را یاد گرفته‌ای، حاصل ۲۶۴×۷ و ۴۳۲×۷ را به کمک این روش به دست بیاور. پویا هم مشغول شد. شما هم خودتان انجام بدهید و درستی پاسخ‌های پویا را بررسی کنید.

$$\begin{array}{r} 0264 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 4 = 8$

$$\begin{array}{r} 0264 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 6 + \frac{4}{2} = 14$

$$\begin{array}{r} 0264 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 2 + \frac{6}{2} + 1 = 8$

$$\begin{array}{r} 0264 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 0 + \frac{2}{2} = 1$

$$\begin{array}{r} 0432 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 2 = 4$

$$\begin{array}{r} 0432 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 3 + \frac{4}{2} + 4 = 12$

$$\begin{array}{r} 0432 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 4 + \frac{3-1}{2} + 1 = 10$

$$\begin{array}{r} 0432 \\ \times \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

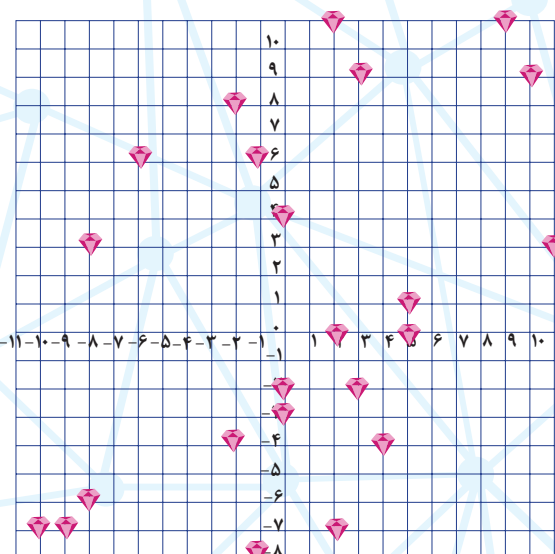
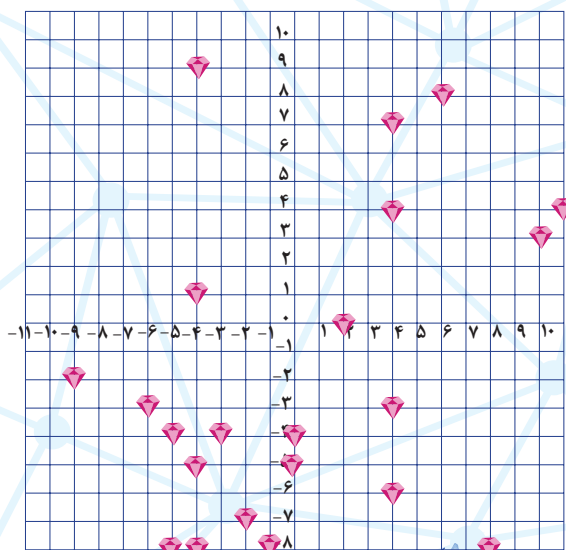
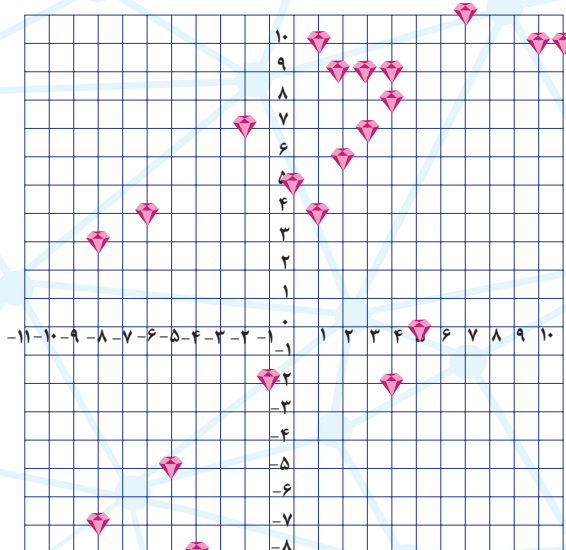
$2 \times 0 + \frac{4}{2} + 1 = 3$



شکار الماس

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

در این صفحه از مجله، چند صفحه مختصات می‌بینید که روی برخی از نقاطشان الماس‌هایی قرار گرفته‌اند. برای هر صفحه، معادله سه خط را بنویسید. تعداد الماس‌های روی این سه خط امتیاز شما را تعیین می‌کنند. تلاش کنید در هر صفحه مختصات، بیشترین امتیاز ممکن را کسب کنید. می‌توانید با دوستانتان در کسب بیشترین امتیاز مسابقه بدهید. شاید بد نباشد اگر می‌خواهید مسابقه بدهید، برای پیدا کردن معادله سه خط، زمان مشخصی را معین کنید و تنها در آن زمان فرصت داشته باشید معادله‌هایتان را پیدا کنید.

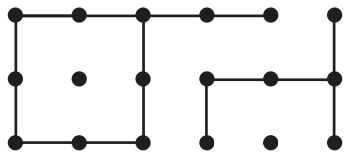




بازی خط

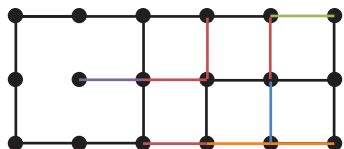
ضلع اول و دوم همه مربع‌ها وجود داشته باشد. وقتی همه اضلاع دوم مربع‌ها تمام شدند، اولین بازیکنی که نوبت اوست مجبور می‌شود خطی را بگذارد که در واقع ضلع سوم یک مربع است و این باعث می‌شود که نفر بعد در نوبت خود یک مربع را کامل کند. از آنجا که تا این مرحله خط‌های زیادی در صفحه بازی کشیده شده‌اند، بعد از این مرحله به جایی می‌رسیم که هر خطی که کشیده می‌شود، یا ضلع چهارم یک مربع است و به کامل شدن آن می‌انجامد و یا ضلع سوم مربع است که باعث می‌شود، نفر بعدی بتواند آن مربع را کامل کند و امتیاز آن را برای خود کند. اگر تا به حال این بازی را انجام داده باشید، احتمالاً در اواخر بازی این وضعیت زیاد پیش می‌آید که یک نفر در نوبت خودش پشت سر هم چند مربع درست می‌کند و امتیاز آن‌ها را می‌گیرد، تا جایی که مربع‌ها تمام می‌شوند، اما جایزه درست کردن آخرین مربع باعث می‌شود که مجبور شود یک خط بکشد که همین خط به نفر بعد کمک می‌کند در نوبت خودش چند مربع درست کند.

بازی زیر را در نظر بگیرید.



شکل ۲

بازی می‌تواند به این صورت ادامه پیدا کند: اگر نفر اول خط سبز رنگ را بکشد، باعث می‌شود نفر دوم با کشیدن خط‌های قرمز رنگ مربع‌های پشت سر هم را بکشد و چهار امتیاز بگیرد. اما همین نفر دوم مجبور است به عنوان جایزه درست کردن آخرین مربع، خط آبی رنگ را بکشد که همین خط باعث می‌شود نفر اول هم خط‌های نارنجی رنگ را بکشد و دو امتیاز بگیرد. ادامه همین روند باعث می‌شود نفر اول هم به عنوان جایزه خط بنفش رنگ را بکشد که این کار باعث می‌شود نفر دوم چهار مربع باقی مانده را کامل کند و چهار امتیاز دیگر بگیرد.

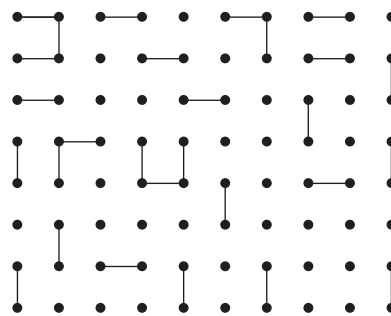


شکل ۳

فکر می‌کنم اکثر شما بازی چند نفره خط و نقطه را بشناسید. در این بازی به تعداد دلخواه همان نقطه به شکل مستطیل روی کاغذ می‌گذاریم و بعد به نوبت با وصل کردن نقطه‌ها به هم سعی می‌کنیم که مربع درست کنیم. بازی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تمام کاغذمان پر از مربع‌های یک در یک شده باشد و هیچ جای خالی برای ترسیم پاره خط بین نقاط وجود نداشته باشد. هر کس که آخرین ضلع هر مربع را بکشد، نامش را در آن مربع می‌نویسد و امتیاز آن مربع برای اوست و به عنوان جایزه می‌تواند یک پاره خط دیگر باشد.

بنابراین در این بازی مهم نیست که تمام اضلاع یک مربع را یک نفر کشیده باشد، بلکه امتیاز هر مربع به کسی می‌رسد که آخرین پاره خطی را که به کامل شدن مربع منجر می‌شود، بکشد. ضمناً تعداد نقطه‌هایی که گذاشته می‌شوند، مهم نیست و ادامه بازی به این موضوع بستگی دارد که چه قدر دلمان می‌خواهد بازی را ادامه دهیم. فقط مهم است که نقطه‌ها در ردیف‌های منظم گذاشته شوند، به طوری که در نهایت یک مستطیل یا مربع درست کنند.

شکل ۱ نمونه یک بازی خط و نقطه است که کمی پیش رفته، ولی هنوز به پایان نرسیده است.



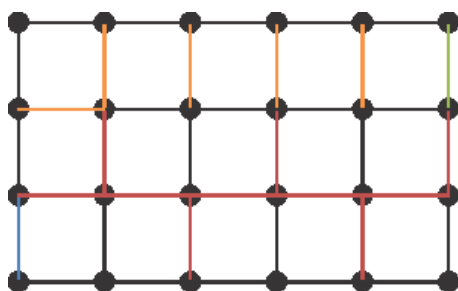
شکل ۱

بازی خط و نقطه را می‌توان به دو مرحله کلی تقسیم کرد. در ابتدا وقتی بازی شروع می‌شود، معمولاً هر دو نفر سعی می‌کنند حواسشان باشد که خطی نکشند که ضلع سوم یک مربع باشد. چون در این صورت نفر دیگر در نوبت خودش ضلع چهارم را می‌کشد و امتیاز مربع را می‌گیرد. اگر هر دو نفر حواسشان به بازی باشد و دقیق بازی کنند، تا جایی از بازی هیچ مربعی ساخته نمی‌شود و خط‌ها فقط تا جایی کشیده می‌شوند که



طونقطه

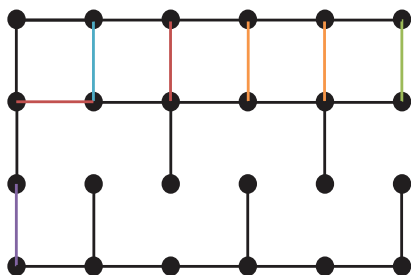
محدثه کشاورز



شکل ۶

در این صورت نفر دوم ۵ امتیاز و نفر اول ۱۰ امتیاز دارند. اما نفر دوم می‌تواند نتیجه بازی را به این صورت تغییر دهد: در حالت جدید فرض کنید نفر دوم ابتدا خط‌های نارنجی رنگ را بگذارد و به جای آنکه آن‌ها را پشت سر هم ادامه دهد، خط آبی رنگ را بگذارد (شکل ۷).

حالا نفر اول در بهترین حالت می‌تواند خط‌های قرمز رنگ را بگذارد و بعد به‌عنوان جایزه آن، یک خط دیگر شبیه خط بنفش رنگ بگذارد که در این صورت امتیاز بقیه ۱۰ خانه ایجاد شده برای نفر دوم خواهد بود. در این صورت در نهایت نفر اول ۳ امتیاز و نفر دوم ۱۲ امتیاز خواهند داشت.



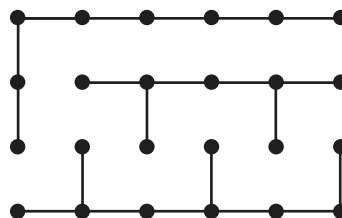
شکل ۷

با فکر کردن به این روش‌ها می‌توانیم بازی خط و نقطه را که شاید برایمان تکراری شده بود، به شکل دیگری نگاه کنیم و با هیجان بیشتری دنبال کنیم.

در نهایت در این بازی نفر دوم ۸ امتیاز و نفر اول ۲ امتیاز گرفتند. این موضوع به دلیل انتخاب خط‌های گذاشته شده توسط دو نفر است. اگر نفر دوم به جای گذاشتن خط آبی رنگ خط بنفش رنگ را گذاشته بود، نفر اول به جای گرفتن ۲ امتیاز ۴ امتیاز می‌گرفت.

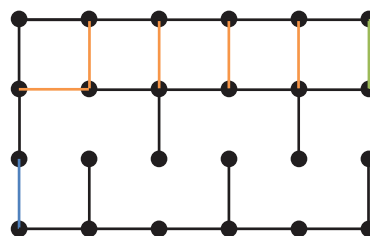
توجه به این نکات می‌تواند باعث شود که تعداد امتیازی که به نفر مقابلمان می‌دهیم، تغییر کند.

حالا بیایید فکر کنیم و ببینیم آیا همیشه مجبوریم خطی بگذاریم که باعث شود نفر بعدی مربع درست کند. مثلاً شکل ۴ را ببینید. فرض کنید بازی دو نفر به مرحله‌ای رسیده است که در شکل ۴ می‌بینیم.



شکل ۴

در این شکل نفر اول خط سبزرنگ را گذاشته است. نفر دوم می‌تواند خط‌های نارنجی رنگ را به ترتیب بگذارد تا جایی که مربع‌هایی که می‌تواند بکشد تمام شود و بعد خط آبی رنگ را به‌عنوان جایزه آخر بگذارد. بعد از این مراحل بازی به شرایطی می‌رسد که در شکل ۵ می‌بینیم.

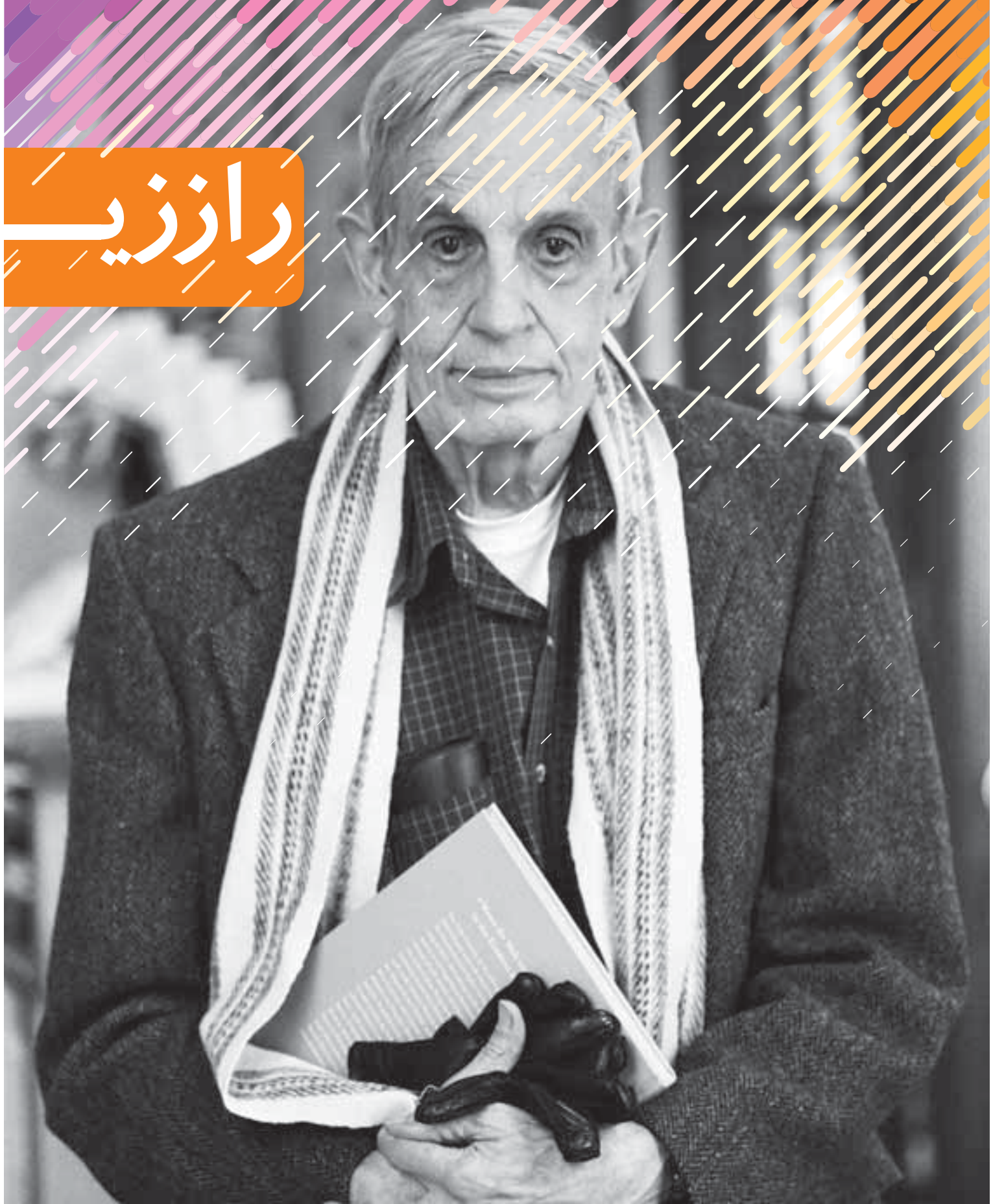


شکل ۵

حالا نفر اول با گذاشتن خط‌های قرمز رنگ متوالی بقیه مربع‌ها را کامل می‌کند و ۱۰ امتیاز می‌گیرد (شکل ۶)



راززی





نگاهی به دستاوردهای علمی
جان‌نش
به بهانه درگذشت وی

نقطه تعادل در بازی‌ها

جعفر اسدی گرمارودی

داد. بازی‌های غیر مشارکتی، بازی‌هایی هستند که طرفین بازی یکدیگر را نمی‌بینند و نمی‌توانند مانند بازی شطرنج، براساس مشاهده بازی، راهبرد تعیین کنند.

راز زیبا در معمای زندانی

معمای زندانی برای معرفی بازی‌های غیر مشارکتی و بیان راز نش، می‌تواند مثال خوبی باشد.

پلیس دو متهم به سرقت مسلحانه را دستگیر کرده است، ولی شواهد کافی برای اثبات جرم ندارد. اگر متهمان اعتراف کنند، برای جرم کوچک به یک سال حبس محکوم خواهند شد. دادستان به هر یک از دو متهم به‌طور جداگانه پیشنهاد می‌کند که اگر به جرم خود و همدستش اعتراف کند، آزاد و همدستش به پنج سال حبس محکوم می‌شود. ولی اگر هر دو اعتراف کنند، هر کدام به سه سال حبس محکوم خواهند شد. می‌توان برای بررسی بهتر، اطلاعات مسئله را در جدول زیر نمایش داد.

		متهم A	
		سکوت	اعتراف
متهم B	سکوت	۱ ۱	۵ ۰
	اعتراف	۰ ۵	۳ ۳

خانه‌های سفید رنگ نشان‌دهنده مدت زمان حبس برای متهم A و خانه‌های خاکستری رنگ نیز نشان‌دهنده مدت زمان حبس برای متهم B است.

دقت کنید که دو زندانی نمی‌توانند یکدیگر را ببینند و نظر هم را جویا شوند. درست است که سکوت برای هر دو بهتر است، اما آن‌ها به‌طور جداگانه بازجویی می‌شوند. فرض کنید متهم A بازجویی می‌شود. او فکر می‌کند زندانی B یا سکوت می‌کند یا

میلیون‌ها نفر در سراسر جهان از طریق تماشای فیلم «ذهن زیبا»^۱ با جان‌نش آشنا شدند. وی یکی از معروف‌ترین ریاضی‌دانان تاریخ معاصر است. با وجود اینکه بین عنوان‌های جوایز نوبل، خبری از جایزه‌ای برای ریاضیات نیست، «ریاضیات نش» برای وی جایزه نوبل در رشته اقتصاد را به همراه داشت. شهرت ریاضیات نش برای رازی بود که در علم اقتصاد به «تعادل نش» معروف است.

نظریه بازی‌ها

نظریه بازی‌ها توسط جان فون نیومن در سال ۱۹۲۸ بنا نهاده شد. این نظریه ابتدا درباره بازی‌های مشارکتی بود. بازی‌های مشارکتی بازی‌هایی هستند که یک طرف برنده و طرف دیگر بازنده است (این بازی‌ها، به بازی‌های مجموع صفر نیز معروف هستند) و هر دو طرف در بازی مشارکت دارند. مانند بازی شطرنج، دو طرف با توجه به حرکت حریف مقابل، حرکت‌های بعدی را در نظر می‌گیرند.

دو موضوع «راهبرد» و «منفعت» در نظریه بازی‌ها نقش کلیدی دارند. در هر بازی وجود راهبردی برای افزایش شانس و رسیدن به منفعت بیشتر الزامی است. طبق این نظریه، راهبرد و منفعت هم در یک بازی سرگرم‌کننده وجود دارند، هم در یک مذاکره سیاسی و هم در یک مشارکت اقتصادی؛ فرق چندانی در اصول وجود ندارد. طرفین در تلاش هستند تا وقتی که وارد بازی می‌شوند شانس موفقیت خود را افزایش دهند.

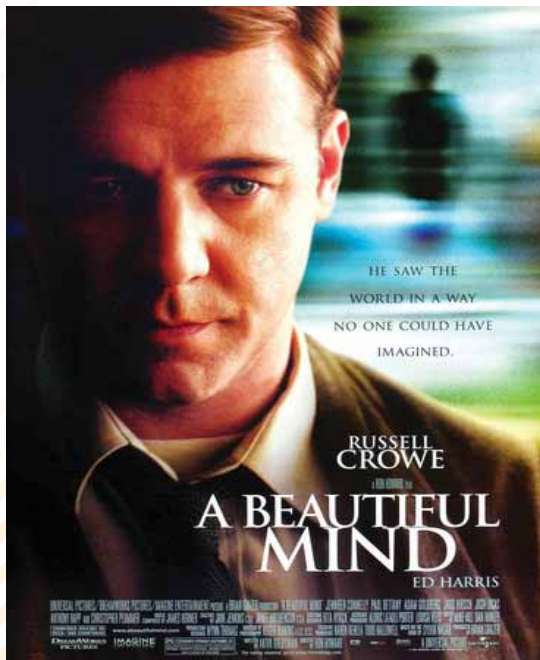
هزاران سال است که مردم به شیوه‌های متفاوت مشغول بازی هستند. فعالیت اقتصادی نیز خود نوعی بازی است. تا قرن بیستم هیچ‌کس ارتباط میان اقتصاد و ریاضیات را آشکار نکرده بود تا اینکه نظریه بازی‌ها به عنوان ابزار ریاضی در خدمت توصیف رفتارهای اقتصادی قرار گرفت.

جان‌نش این نظریه را برای بازی‌های غیر مشارکتی توسعه

اقتصاد وارد شده است، بلکه در زیست‌شناسی، علوم سیاسی، روان‌شناسی و جامعه‌شناسی نیز ردپای آن یافت می‌شود. برای مثال، امروزه اقتصاددانان با استفاده از نظریه بازی‌ها به تجزیه و تحلیل انتخاب‌های افراد در خصوص مسائل مالی می‌پردازند.

پی‌نوشت

۱. ذهن زیبا (A Beautiful Mind) نام فیلمی آمریکایی است که درباره زندگی جان نش، ریاضی‌دان برنده جایزه نوبل اقتصاد و مسائلی که به دلیل بیماری روان‌گسیختگی با آن‌ها مواجه می‌شود، ساخته شده است. این فیلم در سال ۲۰۰۱ براساس کتابی به همین نام و نوشته سیلوپا ناسار و به کارگردانی ران هوارد ساخته شده است که نامزد ۴ بخش و برنده ۴ جایزه اسکار شد. مستند جنون درخشان به کارگردانی مارک سامرز در سال ۲۰۰۲ نیز بسیار مورد توجه مخاطبان واقع گردید.



اعتراف. اگر هم A و هم B اعتراف کند، هر دو به جای ۵ سال ۳ سال حبس خواهند کشید. اما فرض کنید B ساکت بماند. در این صورت هنوز بهترین انتخاب اعتراف زندانی A است؛ چرا که آزاد می‌شود. به همین صورت زندانی B نیز این‌گونه فکر خواهد کرد.

نقطه تعادل نش بیانگر این مطلب است که اعتراف هر دو تنها ترکیبی است که انگیزه‌ای برای تغییر راهبرد ایجاد نمی‌کند. اکنون به جدول زیر دقت کنید:

مجموع سال‌های حبس هر دو متهم	ترکیب‌های ممکن
۶	اعتراف هر دو
۵	اعتراف یکی و سکوت دیگری
۲	سکوت هر دو

براساس تعادل نش، انتخاب پایدار که براساس منفعت شخصی تعیین می‌شود، منفعت کمتری برای گروه دارد. یعنی بهترین انتخاب (اعتراف هر دو) ۶ سال حبس برای گروه خواهد داشت. در حالی که با توجه به جدول بالا، حالت‌های دیگر مدت زمان حبس کمتری را برای گروه به ارمغان می‌آورند. البته در زندگی واقعی مسائل پیچیده‌تر و انتخاب‌ها بیشترند. حتی تعداد افراد درگیر بیشتر است و افراد همیشه درست و منصفانه پیش‌بینی نمی‌کنند.

ریاضیات نش

اگرچه معمای زندانی نمایش ساده‌ای از زندگی واقعی است، ولی زمینه بسیاری از تعامل‌های اجتماعی را نشان می‌دهد. در جهان علم، ریاضیات نیوتن و انیشتین با جهان فیزیک در تماس است، در حالی که اکنون ریاضیات نش با موضوعات بیشتری در تماس است، امروز ریاضیات نش نه تنها به



۱

سیزده ژوئن ۱۹۳۸ برابر ۲۳ خرداد ۱۳۰۷ تولد

۲

ابتلا به نوعی اسکیزوفرنی در جوانی و درگیری سی ساله با این بیماری

۳

برنده جایزه نوبل اقتصاد در سال ۱۹۹۴ و جایزه آبل در سال ۲۰۱۵ اختراعات

۴

فیلم سینمایی ذهن زیبا در سال ۲۰۰۱ و مستند جنون درخشان در سال ۲۰۰۲ فیلم اقتباسی

۵

کتاب ذهن زیبا نوشته سیلوپا ناسار در سال ۱۹۹۱ کتاب

۶

۲۳ مه سال ۲۰۱۵ در سانحه رانندگی در سن ۸۶ سالگی مرگ



دوستان عزیز، اگر به نمودارهای آماری، معادله خط، تابع و موضوعات دیگر جبر یا هندسه علاقه دارید، به شما پیشنهاد می‌کنم به سایت «<http://hotmath.com>» مراجعه کنید. اگر در صفحه اصلی این سایت وارد قسمت «Games & Activities» بشوید، می‌توانید عناوین بازی‌ها و فعالیت‌ها را مشاهده کنید و با انتخاب هر موضوع وارد آن قسمت بشوید. برای مثال:

- شما می‌توانید در فعالیت «Data Representation» داده‌های آماری وارد کنید و نمودار رسم شده آن را ببینید.
- در بازی «Key - Lock Transformations» باید به وسیله انتقال و دوران کلید را روی خودش قرار دهید.
- در فعالیت «Slope - intercept Form of a Line» شما می‌توانید با تغییر شیب و عرض از مبدأ خط رسم شده، تغییرات آن را مشاهده کنید.
- در فعالیت «Guess the Function» باید با قرار دادن تعدادی عدد در ماشین ورودی - خروجی و مشاهده نقاط به دست آمده، معادله خط را به دست آورید. امیدوارم از این بازی‌ها لذت ببرید.

زنگ بازی با Hotmath

زهرا صباغی





ردپای ریاضی در دنیای مد

لیلا خسروشاهی

آدم‌ها در هر سن و سالی که باشند، خواسته یا ناخواسته با مُد سروکار دارند. منظور از مد، نحوه لباس پوشیدن، روش آراستن مو و چهره، شیوه پذیرایی و چیدمان منزل و چیزهایی از این دست است. آدم‌های مختلف سلیقه‌های متفاوتی دارند، بنابراین نیازمند محصولاتی متناسب با سلیقه و شیوه زندگی خود هستند. طراحان مد تلاش می‌کنند با طراحی‌های متنوع، پاسخ‌گوی نیازهای تمام افراد جامعه باشند. طراحان مد علاوه بر اینکه از خلاقیت و ذوق هنری برخوردارند، نیازهای مخاطبان خود، یعنی مردم جامعه را نیز به خوبی شناسایی می‌کنند. مصرف‌کنندگان این محصولات - که شما هم در زمره آن‌ها هستید - باید توجه کنند که در استفاده از این محصولات، آگاهانه رفتار کنند؛ خوب فکر کنند و محصولاتی را انتخاب کنند که متناسب با نیازها و ویژگی‌های شخصی و فرهنگی آن‌ها باشد.

طراحی محصولات پرکاربرد مانند پارچه، لباس، کیف و کفش، زیرشاخه‌هایی از طراحی مد است. ردپای ریاضیات را می‌توان در بعضی از آثار این طراحان شناسایی کرد. تصویرهایی که می‌بینید، به خوبی نشان می‌دهند که طراحان چگونه از





طراحی اریگامی کمک کرده است، وقتی این کیف‌ها خالی هستند جای کمی را اشغال کنند. این شکل‌ها نشان می‌دهد اجرای این طرح‌ها کار چندان ساده‌ای نیست!

ایده‌های زیبای ریاضی در طراحی‌های خود استفاده می‌کنند. البته برخی از این لباس‌ها کاربرد واقعی ندارند و با آن‌ها بیشتر به‌عنوان یک اثر هنری برخورد می‌شود. شکل‌ها و حجم‌های هندسی و نمودارهای ریاضی، طراحی‌های جالبی را رقم زده‌اند. **هنر «اریگامی» یا «کاغذ و تا»**، پیوند عمیقی با علم ریاضی دارد. طراحان پارچه و لباس با ایده گرفتن از اریگامی‌ها آثار فراوانی تولید می‌کنند؛ تا جایی که امروزه شاخه‌ جدیدی از طراحی مد را با عنوان **مد اریگامی** به‌وجود آورده‌اند.





منافع شخصی، منافع گروهی



دوراد، اول تو از کلاس برو بیرون تا چند تا
سؤال از مخ چی بپرسم. بعد جای شما دو تا عوض
می شود تا حقیقت را کشف کنیم. دادرس هم
بیرون می رود تا حواسش باشد که به حرف های
داخل کلاس گوش نکنید. بچه ها!
فضا را آماده کنید.



اگر هر دو بگویند که
هیچ کدام قلب نکرده‌اید،
نفری یک نمره از شما کم
می‌شود.



اگر بگویید مخ‌چی از روی
دست تو قلب کرده، اما مخ‌چی
بگویند هیچ‌کدام قلب نکرده‌اید،
از تو نمره‌ای کم نمی‌شود و ۵
نمره از مخ‌چی کم می‌شود.



من که قلب
نکردم، فکر نمی‌کنم
دوراد هم قلب
کرده باشد، اما...



اما اگر هر دو دیگری را متهم
کنید، از هر کدام از شما ۳
نمره کم می‌شود. حالا خوب
فکرت را بکن و جواب بده.



اما اگر دوراد بگوید هیچ‌کدام
قلب نکرده‌اید و تو بگویی که
دوراد از روی دست تو دیده،
برعکس می‌شود، از تو نمره‌ای
کم نمی‌شود و از دوراد ۵ نمره
کم می‌شود.







مجموع نمراتی کم کم می شود	نمره ای که از مجموع کم می شود	نمره ای که از دو-را کم می شود	
۲	۱	۱	اگر هر دو قلب را انتخاب کنند
۵	۵	۰	اگر فقط دو-را را انتخاب می‌کنند
۵	۰	۵	اگر فقط جمع می‌کنند دو-را را انتخاب کنند
۶	۳	۳	اگر هر دو صدمه بگیرند انتخاب کنند





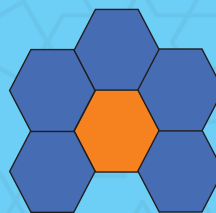
هشتمی ها حتماً بخوانند!

کاشی‌های هندسی

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: هندسه، هنر کاشی‌کاری، زاویه، مجموع زاویه‌ها

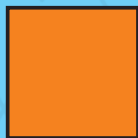
در این مقاله می‌خواهیم کاشی‌کاری کنیم! فقط با چندضلعی‌های منتظم! همان‌طور که در فصل سوم کتاب **درسی پایه هشتم** دیده‌اید، تنها چندضلعی‌های منتظمی که می‌توان از آن‌ها برای کاشی‌کاری با یک نوع کاشی استفاده کرد، عبارت‌اند از سه‌ضلعی، چهارضلعی و شش‌ضلعی منتظم.



۱. با کاشی‌های منتظم ساخته می‌شود.

۲. الگوی همه گره‌های آن یکسان است.

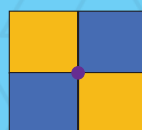
از هر یک از کاشی‌های زیر با استفاده از مقوا تعدادی تهیه کنید. توجه کنید که ضلع همه شکل‌ها باید هم‌اندازه باشد و پیش از آنکه ادامه مقاله را بخوانید، سعی کنید کاشی‌کاری‌های شبه‌منتظم بسازید. الگوی هر گره از کاشی‌کاری‌هایی را که می‌سازید، پیدا کنید. بکوشید الگوهای مختلفی بیابید.



به این کاشی‌کاری‌ها، **کاشی‌کاری‌های منتظم** می‌گوییم. به یکی از گره‌های هر کدام از کاشی‌کاری‌ها با دقت نگاه کنید. هر یک از شکل‌های زیر، یک گره از یکی از کاشی‌کاری‌های بالا را نشان می‌دهد. زیر هر شکل، چندضلعی‌هایی که آن گره را تشکیل می‌دهند، یا اصطلاحاً الگوی آن گره را مشخص کرده‌ایم. الگوی همه گره‌ها در هر یک از کاشی‌کاری‌های بالا یکسان است.



۶.۶.۶

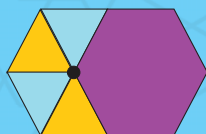


۴.۴.۴.۴

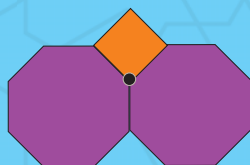


۳.۳.۳.۳.۳.۳

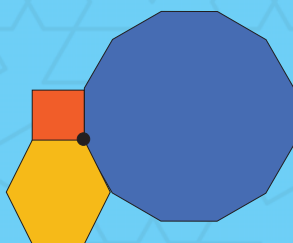
بیایید با هم به حالت‌های دیگری هم فکر کنیم؛ حالت‌هایی که از دو یا چند نوع کاشی منتظم استفاده می‌کنیم! یعنی **کاشی‌کاری‌های شبه‌منتظم**! هر کاشی‌کاری شبه‌منتظم دو خصوصیت دارد:



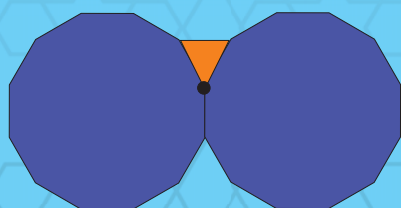
۳.۳.۳.۳.۶



۴.۸.۸



۴.۶.۱۲



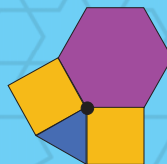
۳.۱۲.۱۲



۳.۳.۳.۴.۴



۳.۳.۴.۳.۴



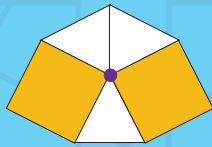
۳.۴.۶.۴



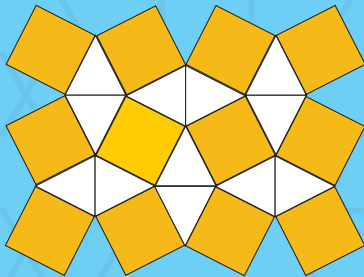
۳.۶.۳.۶

با توجه به جدول زیر مجموع زاویه‌های هر گره را حساب کنید
و مطمئن شوید که هر گره ۳۶۰ درجه است؛ نه بیشتر! نه کمتر!

تعداد ضلع‌های چندضلعی منتظم	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
اندازه هر زاویه	۶۰	۹۰	۱۰۸	۱۲۰	۱۲۸/۵	۱۳۵	۱۴۰	۱۴۴	۱۴۷/۲	۱۵۰

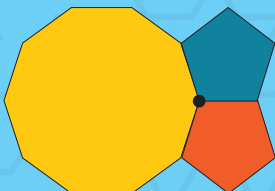


۳.۳.۴.۳.۴



جالب است بدانید تنها همین هشت نوع کاشی شبه‌منتظم وجود دارند!

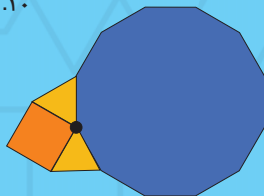
ولی به‌نظر می‌رسد گره‌های دیگری هم وجود دارند. شاید شما هم این گره‌ها را پیدا کرده باشید:



۵.۵.۱۰



۳.۴.۴.۶



۳.۴.۳.۱۲

۳۶۰ درجه بودن مجموع زاویه‌های هر گره را بررسی کنید. سعی کنید یک سطح را با یکی از این الگوها کاشی کنید! خوب کردید؟ آیا توانستید؟

همان‌طور که شما هم متوجه شدید، با این کاشی‌ها می‌توان یک گره ۳۶۰ درجه‌ای درست کرد. اما با این الگوها نمی‌توان کاشی کاری کرد!



سعی کنید مانند نمونه زیر، با استفاده از کاشی‌هایی که ساخته‌اید، یک سطح را با هر کدام از این الگوها کاشی کنید!



ریاضی دانان هنوز
مشغول فکرند!

کشف تازه

• زهره پندی

خبر جالبی بود! با خودم فکر کردم همین روزها هم بعضی‌ها مشغول فکر کردن دربارهٔ این مسئله بوده‌اند.

در آن خبر تاریخچهٔ مختصری از کشف‌های قبلی نوشته شده بود. تاریخ کشف‌ها نظرم را جلب کرد:

• در سال ۱۹۱۸، پنج دسته کشف شد!

• در سال ۱۹۶۸، سه دستهٔ جدید کشف شد!

• در سال ۱۹۷۵، یک دستهٔ دیگر!

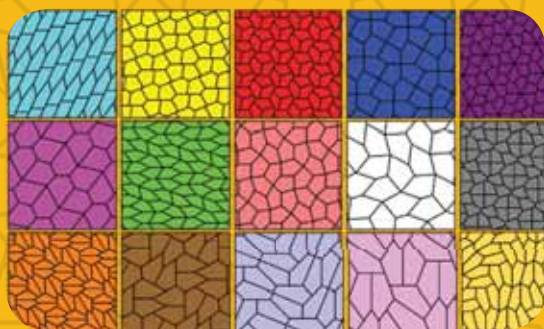
• و چند سال بعد، چهار دستهٔ دیگر!

• در سال ۱۹۸۵ هم چهاردهمین دسته کشف شد!

تقریباً ۱۰۰ سال از اولین کشف گذشته و ۳۰ سالی بود که خبر تازه‌ای نبود! حالا پس از گذشت ۳۰ سال از آخرین کشف، یک دستهٔ دیگر هم کشف شد.

خبر را که خواندم، متن اولین شمارهٔ کاشی‌کاری را که قرار بود در برهان شمارهٔ ۵ امسال بیاید، اصلاح کردم:

«تاکنون پانزده دسته پنج‌ضلعی که می‌توان با آن‌ها کاشی‌کاری کرد، پیدا شده است.» اما دلم نیامد شما را در هیجانی که این خبر برایم ایجاد کرد، شریک نکنم. این تصویر ۱۵ نوع کاشی پنج‌ضلعی است که تاکنون کشف شده‌اند.



راستی! این مسئله هنوز باز است و ریاضی‌دانان مشغول فکرند!

تابستان بود و من مشغول جمع‌آوری و آماده کردن مقاله‌های برهان سال تحصیلی بودم. مقاله‌های مربوط به کاشی‌کاری کمی زودتر از بقیه آماده شدند. در اولین شمارهٔ کاشی‌کاری، یعنی مطلبی که در برهان شمارهٔ ۵ امسال دربارهٔ کاشی‌کاری نوشته بودم، انواع کاشی‌کاری با یک‌جور چندضلعی را معرفی کرده بودم.

تا آن روز ۱۴ دسته کاشی‌کاری پنج‌ضلعی کشف شده بود و نوشته بودم که این مسئله یک مسئلهٔ باز در میان ریاضی‌دانان است. همان روز نگاهی به پنج‌ضلعی‌های کشف شده انداختم. مسئله و پاسخ‌های آن برایم جالب بود و تصور اینکه هنوز ریاضی‌دانانی هستند که روی این مسئله کار می‌کنند، جالب‌تر.

پس از مدتی خبری در یکی از سایت‌ها منتشر شد:

کشف دسته‌ای جدید از پنج‌ضلعی‌هایی که می‌توان با آن‌ها کاشی‌کاری کرد!



برای خواندن اصل خبر می‌توانید به نشانی زیر مراجعه کنید:

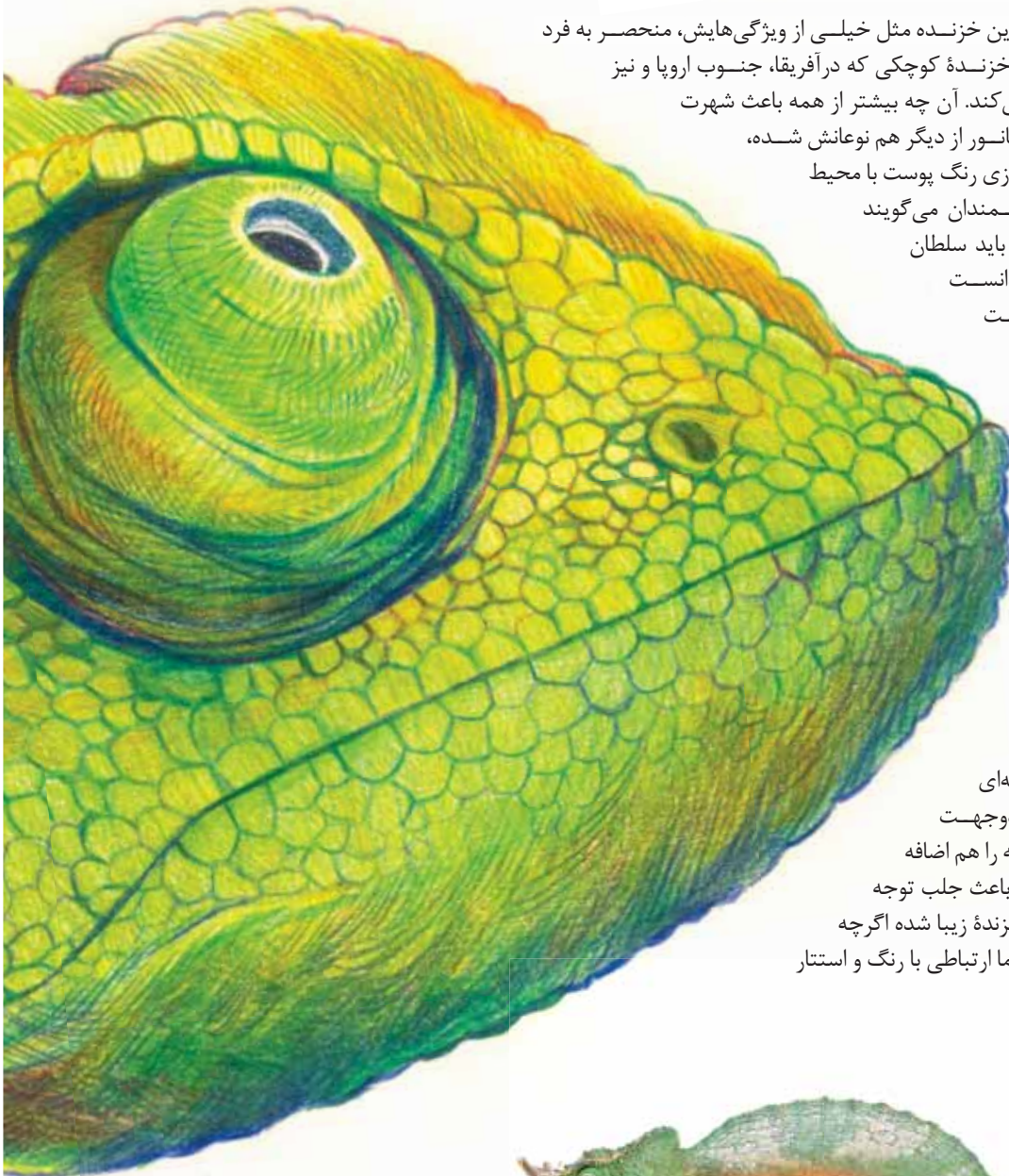
http://www.theguardian.com/science/alex-s-adventures-in-numberland/2015/aug/10/attack-on-the-pentagon-results-in-discovery-of-new-mathematical-tile?CMP=fb_gu

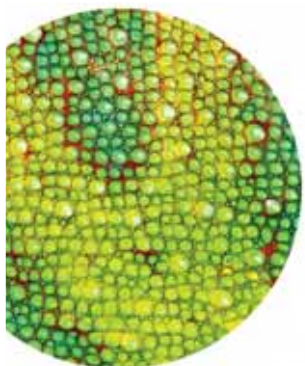
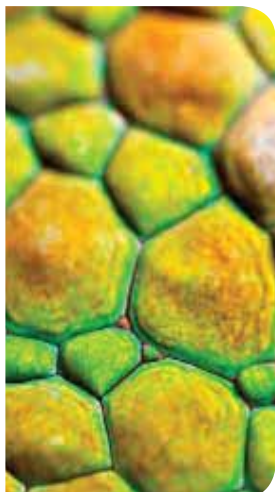


هنر در خلقت کاشی کاری پوستی

حسین یوزباشی

آفتاب پرست؛ اسم این خزنده مثل خیلی از ویژگی هایش، منحصر به فرد و جالب توجه است. خزنده کوچکی که در آفریقا، جنوب اروپا و نیز جنوب آسیا زندگی می کند. آن چه بیشتر از همه باعث شهرت و البته تمایز این جانور از دیگر هم نوعانش شده، استتار و همسان سازی رنگ پوست با محیط پیرامون است. دانشمندان می گویند گرچه آفتاب پرست را باید سلطان استتار در محیط دانست اما تغییر رنگ پوست آن علاوه بر پنهان شدن و آمیختن آنها با محیط اطراف، می تواند نوعی واکنش عصبی باشد. به این توانایی خارق العاده باید، زبان بلند و چسبناک برای شکار حشرات، چشمان کروی با میدان دید ۳۶۰ درجه ای و قابلیت مشاهده دو جهت متفاوت در یک لحظه را هم اضافه کنیم. اما چیزی که باعث جلب توجه اهالی ریاضی به این خزنده زیبا شده اگرچه درباره پوست او است اما ارتباطی با رنگ و استتار و... ندارد.

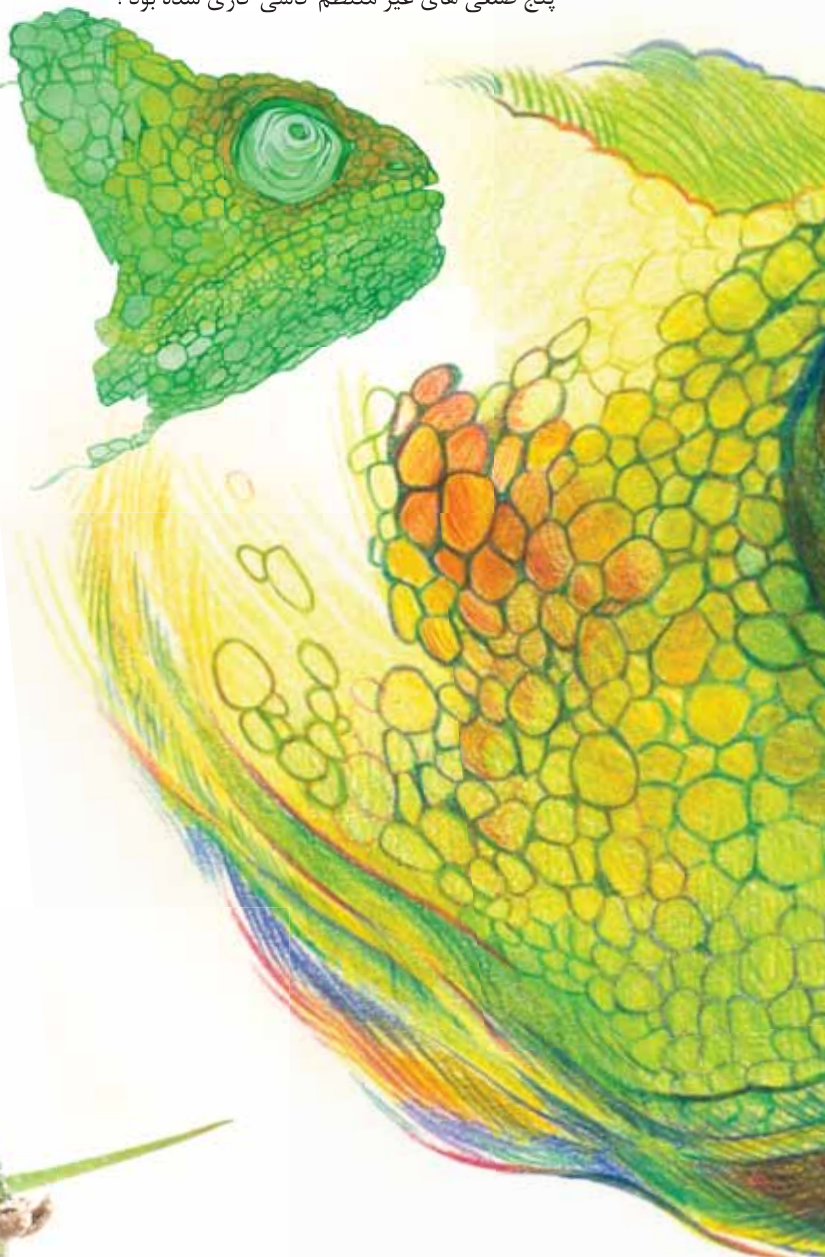




.... ماجرا از شماره ۵ برهان شروع شد. مشغول صفحه‌آرایی و خوش رنگ و لعاب کردن شکل‌های "کاشی‌های هندسی" بودم و به دنبال تصویری می‌گشتم که در آن‌ها، با کنار هم قرار گرفتن اشکال هندسی، سطوح وسیع‌تری به صورت منظم ایجاد شده باشد. بیشتر این جستجوها به تصویری از معماری و منتهی می‌شد. تا اینکه به صورت کاملاً اتفاقی در فضای مجازی تصویری از یک خزنده به دستم رسید. باور نکردنی بود! بافت پوستی آن خزنده، یعنی همان آفتاب پرست، کاملاً منظم و دقیق، با پنج ضلعی‌های غیر منتظم کاشی کاری شده بود!

پوست آفتاب‌پرست از کنار هم قرار گرفتن پنج‌ضلعی‌های غیر منتظم، کاشی کاری شده و این پنج ضلعی‌های کوچک و بزرگ سرتاسر بدن این جانور را با نظم خاصی پوشش داده است. اگرچه ممکن است در گونه‌های مختلف این خزنده، قرارگیری شکل‌ها متنوع و متفاوت باشد، اما تقریباً در همه نمونه‌ها شاهد بودیم که چیدمان آن‌ها روی سطح پوست، بر اساس همان منطق کاشی کاری با اشکال هندسی است.

آشنا شدن با این پدیده زیبا، باز هم به ما یادآوری می‌کند که جهان هستی، بر پایه الگوهای ریاضی آفریده شده است. شاید با جستجوی بیشتر در طبیعت، به نمونه‌های شگفت‌انگیزتری دست بیابیم. شما هم دوست دارید در این کنکاش هیجان‌انگیز همراه ما باشید؟ پس ابتدا مطالب کاشی‌های هندسی در این شماره و شماره گذشته را مطالعه کنید، بعد بر اساس اصول تعریف شده در آنها، جستجو را آغاز کنید! یافته‌های خودتان را حتماً برایمان بفرستید.





شعبده‌های ریاضی آقای شبده‌چی

بهزاد اسلامی مسلم، حسام سبحانی طهرانی

در شماره قبل خواندید که شُبی سرانجام، پس از ماجراهای بسیار، رمز قفل هدیه منافی را باز کرد و با هدیه‌ای عجیب روبه‌رو شد: دو مثلث و دو دوزنقه که از نظر منافی جادویی و طلسم شده بودند. اکنون منافی می‌خواهد داستان این شکل‌های جادویی را برای شُبی و دیگر دوستانش تعریف کند:

هیچ شعبده‌ای در کار نبود. واقعاً جادو بود! هنوز هم نتوانستم طلسمش را بشکنم.»

شُبی گفت: «حسابی دارد هیجان‌انگیز می‌شود. قلبم تند می‌زند. زودتر بقیه‌اش را بگو.»

جواهریان گفت: «من یک پیشنهاد بهتر دارم. حالا که حسینی هم آنجا بوده، شکل‌ها را بدهیم به او تا نقش پیرمرد را جلوی منافی بازی کند. این طوری هیجان‌انگیزتر است.»

خسروی به حسینی گفت: «آره، **شهاب**، تو که نمایش و بازیگری هم دوست داری. خب بازی کن دیگر!»

اما حسینی هیچ جوری زیر بار نمی‌رفت، تا اینکه **سلمانی** گفت: «مرا بگو که خیال می‌کردم بعدها تو می‌شوی شهاب حسینی دوم سینما و کلی به بچه‌هایم پز می‌دهم که این آقای بازیگر هم کلاسی من بوده است.»

حسینی با شنیدن این حرف‌ها به‌سراغ چهار تا شکل رفت و آن‌ها را گذاشت جلوی خودش و با صدای بلند گفت: «پسر جان...»

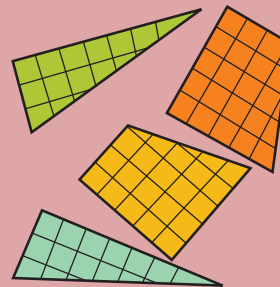
بچه‌ها حرفش را قطع کردند و گفتند: «ای بابا!!!! این طوری که مزه نمی‌دهد. مثل خود پیرمرد حرف بزن.»

حسینی هم که انگار عزمش را برای نمایش توانایی‌های بازیگری‌اش جزم کرده بود، صدایش را کلفت کرد و گفت: «پسر جان...»

به واژه دوم نرسید که همه بچه‌ها زدند زیر خنده. **خسروی** گفت: «صدایش عین اگروز وانت بابای سلمانی است، آن هم دم سحری که می‌رود میدان تربه‌بار.»

چهره حسینی در هم رفت. آقای شبده‌چی گفت: «بچه‌ها، خیلی کار زشتی کردید. می‌دانم که فقط شوخی بود و قصد تمسخر نداشتید، اما آدم نباید بی‌ملاحظه شوخی کند. حسینی به‌خاطر

منافی گفت: «یک روز داشتم از مدرسه برمی‌گشتم که یک‌دفعه چشمم افتاد به جمعیت زیادی که دور درخت چنار بزرگ محله‌مان جمع شده‌اند. خیال کردم حال یکی از بچه‌محل‌ها بد شده. به دو به‌سمت درخت رفتم. در میان جمعیت و زیر سایه درخت، پیرمردی با لباس یک‌دست سفید نشسته بود. این چهار تا شکل را روی زمین گذاشته بود و برای بقیه رجز می‌خواند.»



شُبی حرفش را قطع کرد و گفت: «منافی، این دفعه دیگر چه کلکی توی سرت است که داری این داستان را سر هم می‌کنی؟»

حسینی گفت: «نه، راست می‌گویم. من شاهد. من زودتر از منافی رسیدم. وقتی دیدم منافی می‌خواهد به زور سرش را لای جمعیت کند، به سراغش رفتم و گفتم خودش را به زحمت نیندازد؛ معرکه‌گیر است و ادعا می‌کند شکل‌هایش جادویی‌اند. پیشنهاد دادم برویم خانه.»

منافی گفت: «ولی با شنیدن این حرف‌ها، کنجکاوتر هم شدم. با خودم گفتم با این همه شعبده‌ای که از آقای شبده‌چی دیده‌ام، به راحتی می‌توانم راز شعبده‌اش را فاش کنم. اما راستش



شما دارد انرژی می‌گذارد و به این قشنگی اجرا می‌کند.» رو کرد به حسینی و ادامه داد: «شهاب جان، من از طرف خودم و بچه‌ها عذرخواهی می‌کنم و از بچه‌ها می‌خواهم که به افتخار تو: جیغ و دست و هورااااا!»

با آرام شدن صدای تشویق بچه‌ها، حسینی با همان صدای گرفته گفت: «پسر جان، انگاری قصد کردی با شکل‌های جادویی من در بیفتی؟»

باز هم یکی دو تا از بچه‌ها نیش‌خندی زدند که با چشم‌غره آقای شبده‌چی ساکت شدند. منافی گفت: «هه! شاید این چیزها برای این بچه دبستانی‌ها شعبده و جادو باشد، اما برای ما خاطره است.»

حسینی گفت: «چه حاضر جواب! خوشم آمد. پس حضری با من مسابقه بدهی؟»

منافی بی‌درنگ جواب داد: «صد در صد!»

حسینی گفت: «اگر تو بردی، این شکل‌های جادویی را بهت هدیه می‌دهم. اگر من بردم، این‌ها را باید پنج هزار تومان از من بخری؛ هر چند که بیشتر از این‌ها می‌ارزد.»

منافی گفت: «قبول!»

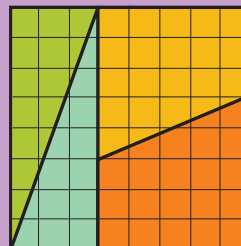


آقای شبده چی جواب داد: «این اساسی ترین اختلاف نظر من و توست. بچه‌ها، مطمئنم شما هم مثل شبی وقتی مثلاً به جای ۵- می‌نویسید ۵ و نمره از دست می‌دهید، آن را بی‌اهمیت می‌دانید. در حالی که هرگز این‌طور نیست و ریزترین جزئیات در ریاضی مهم است.» از پنجره، به برج میلاد اشاره کرد و ادامه داد: «اگر این برج از پایین پنج درجه کج ساخته می‌شد، با رسیدن به بالا، کجی آن به چند درجه می‌رسید؟»

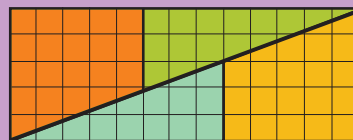


هر یک از بچه‌ها جوابی داد: ده، چهل، نود، صد و هشتاد، بستگی به ارتفاع برج دارد، سیصد و شصت، ...
آقای شبده چی گفت: «به‌به! واقعاً که!»
مؤید ناگهان گفت: «همان پنج درجه! با بلند یا کوتاه شدن ضلع، زاویه تغییر نمی‌کند.»
آقای شبده چی گفت: «می‌خواستم شما را امتحان کنم که متأسفانه... باز هم یک بی‌دقتی دیگر. بچه‌ها، ارتفاع برج تأثیری در زاویه ندارد. اما افزایش ارتفاع باعث می‌شود که فاصله محل درست برج با محل نادرست آن بیشتر شود.»
آقای شبده چی ادامه داد: «وقتی می‌گوییم دقت کنید، یعنی به همه چیزهایی که می‌بینید، دوباره نگاه کنید. به چیزهایی که به نظرتان درست آمده است، شک کنید. شاید یکی از آن چیزها غلط باشند و شما اشتباه کرده باشید!»
شبی گفت: «بابا، باور کنید همگی فهمیدیم دقت در ریاضی چه اهمیتی دارد. قول می‌دهیم که دیگر بی‌دقتی نکنیم. فقط زودتر راز این طلسم را بگویید که حسابی همه‌مان را گیج کرده است.»
آقای شبده چی گفت: «طلسمی در کار نیست! این هم شعبده‌ای ریاضی است. الان برایتان توضیح می‌دهم.» توضیحات آقای شبده چی را در ادامه آورده‌ایم.

حسینی در نقش آن پیرمرد یکی یکی شکل‌ها را برداشت. با آن‌ها یک مربع ساخت و پرسید: «تو که این قدر ریاضیات خوب است، به من بگو مساحت این مربع چه قدر می‌شود؟»



منافی جواب داد: «هه! کاری ندارد! طول و عرضش هردو هشت هستند. پس مساحتش می‌شود ۶۴.»
حسینی گفت: «آفرین به این پسر باهوش! تشویقش کنید!» و در میان تشویق بچه‌ها شروع کرد به جابه‌جا کردن شکل‌ها.



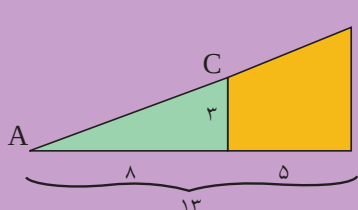
سپس پرسید: «مساحت این مستطیل چه قدر است؟»
منافی گفت: «خب که چی! این هم یک مستطیل با طول ۱۳ و عرض ۵ است. مساحتش هم هست شصت و ...»
سکوت منافی همراه شد با در هم رفتن چهره چند تا از بچه‌ها.
سالارزاده گفت: «خب ۱۳×۵ که می‌شود ۶۵! مساحت مربع که شده بود ۶۴. پس این یک واحد از کجا آمد؟»
میان بچه‌ها همه‌همه‌ای به پا شد. یکی از جادو حرف می‌زد و دیگری از طلسم. بعضی‌ها هم سخت مشغول اندازه‌گیری و برانداز کردن شکل‌ها بودند و با ناباوری، مربع را به مستطیل تبدیل می‌کردند و مساحت‌ها را حساب می‌کردند.
بعد از مدتی، آقای شبده چی که داشت نگران می‌شد، مبدا بچه‌ها حرف پیرمرد معرکه‌گیر را باور کنند، دست‌هایش را به هم کوبید و توجه بچه‌ها را به خودش جلب کرد. سپس گفت: «من از شما انتظار بیشتری دارم. به جای فکر به جادو و طلسم، به شکل بیشتر دقت کنید.»
شبی گفت: «بابا، شکل که مشکلی ندارد. دقت بیشتری لازم نیست.»



راز شعبده

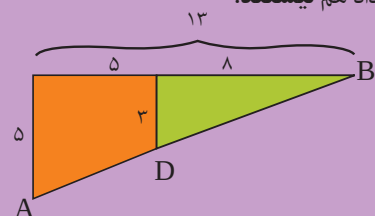
پس ضلع عمودی می‌شود: $\frac{3 \times 13}{8} = 4/875$

یعنی اگر مثلث سبز را بزرگ کنیم و ضلع افقی‌اش را به ۱۳ برسانیم، به شکل زرد-سبز نمی‌رسیم (زیرا طول ضلع عمودی برابر است با ۵ و نه $4/875$).



بنابراین، پاره‌خط‌های AC و BC در امتداد هم نیستند! یعنی بین آن‌ها شکستگی بسیار کوچکی وجود دارد.

شکل نارنجی - سبز هم همین‌طور. یعنی اگر مثلث سبز را بزرگ کنیم، به شکل زیر نمی‌رسیم. پس در اینجا هم AD و BD در امتداد هم نیستند.



پس در واقع، این دو شکل، مثلث (نیمه مستطیل) نیستند. دلیل ایجاد آن درز، همین است. طفلیکی منافی! پنج هزار تومان‌اش را بیخود و بی‌جهت از دست داد!

راستی، دانش‌آموزان پایه نهم که با مفهوم شیب خط آشنا شده‌اند، این اتفاق را می‌توانند با شیب خط نیز توضیح بدهند.

بیا یاد ابتدا مساحت چهار قطعه را حساب کنیم. دو تا دوزنقه، دو تا مثلث. مساحت هر دوزنقه برابر است با $20 = 2 \times 5 \times (3+5)$. مساحت هر مثلث برابر است با $12 = 2 \times 3 \times 8$. پس حاصل جمع مساحت‌های چهار شکل می‌شود: $64 = 12 + 12 + 20 + 20$. انگار اشکالی در چهار قطعه طلسم شده نیست! اشکال آنجاست که شکل را مستطیلی ۱۳ در ۵ در نظر می‌گیریم. آیا این چهار قطعه واقعاً مستطیلی ۱۳ در ۵ را می‌پوشانند؟ پاسخ منفی است! این قطعه‌ها به خوبی با هم جفت‌وجور نمی‌شوند و بین آن‌ها درزی کوچک وجود دارد؛ گرچه این درز در شکل دیده نمی‌شود. این درز، همان مساحت اضافی است! بیا یاد شکل را دقیق‌تر با خطوط نازک‌تر رسم کنیم:

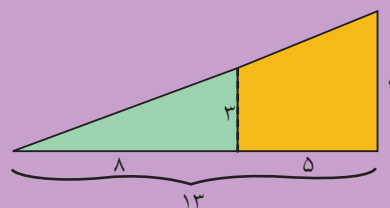


درز را دیدید؟ چرا این درز ایجاد شده است؟ چون نه شکل زرد - سبز مثلث است و نه شکل نارنجی - سبز! هر دوی آن‌ها چهارضلعی هستند! یعنی آن چیزی که در نظرمات و تر این مثلث‌نماهاست، خطی شکسته است!

اگر خطی شکسته نمی‌بود، آن‌گاه شکل زرد - سبز، بزرگ شده مثلث سبز می‌بود. آیا چنین است؟ ببینیم هست یا نه. ضلع‌های افقی و عمودی مثلث سبز، به طول ۳ و ۸ هستند. آن را به هر مقدار که بزرگ کنیم، باید نسبت ضلع‌هایش همین ۳ به ۸ بماند. بیا یاد ضلع افقی آن را بزرگ کنیم تا به ۱۳ برسد. طول ضلع عمودی‌اش چه قدر می‌شود؟

۳	۴
۸	۱۳

ضلع عمودی‌اش را حساب می‌کنیم:





قسمت چهارم

آلیس

هوشنگ شرقی

قصه‌های آلیس در سرزمین معما را که فراموش نکرده‌اید! به اینجا رسیدیم که بعد از آنکه پادشاه هوس خوردن شیرینی کرد و ملکه برای درست کردن آن به دردسر افتاد و مواد لازم برای پخت شیرینی مرتباً به سرقت رفتند و پیدا شدند، در نهایت کتاب آشپزی ملکه دزدیده شد. ولی آن هم پیدا شد و حالا ادامه داستان:

قصه یازدهم

شاه گفت: خب کتاب آشپزی‌ات هم اینجاست، یعنی دیگر بهانه‌ای نداری و باید شیرینی‌ها را برایم درست کنی! ملکه گفت: بدون شیر، کره و تخم‌مرغ؟! شاه نالید: آه خدای من! این دیگه خیلیه! و ملکه فریاد زد: می‌دانم که خرگوش فروردینی، کلاه‌دوز دیوانه و موش زمستان‌خواب آن‌ها را دزدیده‌اند! چون خودم آن‌ها را در حال خارج شدن از پنجره آشپزخانه دیدم، در حالی که هر کدام چیزی را با خود حمل می‌کردند. شاه فریاد زد: پس هرچه سریع‌تر آن‌ها را احضار کن! بعد از آنکه همه این مواد در خانه آن‌ها پیدا شدند، هر سه را به دادگاه بردند. آن‌ها در دادگاه جملات زیر را گفتند: **خرگوش فروردینی:** کلاه‌دوز کره را دزدید. **کلاه‌دوز:** موش زمستان‌خواب تخم‌مرغ‌ها را دزدید. **موش زمستان‌خواب:** من شیر را دزدیدم. معلوم شد، آنکه کره را دزدیده راست گفته و آنکه تخم‌مرغ‌ها را دزدیده دروغ گفته است. حالا شما بگویید که هر کس چه چیزی را دزدیده است؟!

قصه دوازدهم (یک معمای واقعاً پیچیده!)

شاه گفت: خب، کره، تخم‌مرغ و شیر هم که برگشت! حالا دیگر چه می‌گویی؟ زود باش شیرینی‌ها را درست کن! و ملکه همین کار را کرد و یک دیس شیرینی خوش‌مزه درست کرد. بعد به تالار سلطنتی رفت و شاه را باخبر کرد تا بیاید و

دوتایی با هم یک عصرانه خوش‌مزه نوش جان کنند. اما وقتی به آشپزخانه برگشتند، از تعجب خشکشان زد! دیس شیرینی‌ها یکجا گم شده بود!

ملکه گفت: خدای من، باورم نمی‌شود! دوباره دزدی! و شاه ناله کرد: حالا حتماً آن نابکارها دارند شیرینی‌های خوش‌مزه مرا می‌خورند!

و بعد فریاد زد: دزد را بیابید و هرچه سریع‌تر اعدامش کنید! بعد از مدتی کاوش و تحقیقات گسترده، بالاخره سربازان شاه شیرینی‌ها را در ساحل دریا و در کنار **شیردال و لاک‌پشت قلابی**^(۱) پیدا کردند. آن‌ها را به زنجیر کشیدند و به دادگاه بردند. تحقیقات بعدی نشان داد که آن‌ها واقعاً دزد شیرینی‌ها بوده‌اند. البته نه هر دو، بلکه فقط یکی از آن‌ها دزد اصلی بوده است، اما هیچ راهی برای تشخیص اینکه کدامیک از آن‌ها مجرم اصلی است، وجود نداشت. تا اینکه شهودی پیدا شدند و در دادگاه این حرف‌ها را زدند:

دوشس: شیردال هرگز شیرینی‌ها را ندزیده است!
آشپز: اما او در گذشته چیزهایی دزدیده است!
گربه‌چشایی: لاک‌پشت قلابی هم در گذشته چیزهایی دزدیده است!

کرم ابریشم: گربه‌چشایی هم در گذشته چیزهایی دزدیده است.
خرگوش فروردینی: آشپز و گربه‌چشایی هر دو راست می‌گویند.
موش زمستان‌خواب: آشپز و کرم ابریشم هر دو راست می‌گویند.

بیل مارمولک: خرگوش فروردینی یا موش زمستان‌خواب و شاید هر دو، راست می‌گویند.
سرباز سرخ: آشپز یا کلاه‌دوز، یکی راست می‌گویند.

خرگوش سفید: بیل مارمولک راست می‌گوید و سرباز سرخ نادرست می‌گوید.

شاه فریاد زد: این حرف‌ها هیچ فایده‌ای ندارند و هیچ‌چیز را اثبات نمی‌کنند!

اما آلیس از میان هیئت منصفه برخاست

و گفت: نه، چندان

هم بی‌فایده نیست

قربان! این را هم

می‌دانیم که

خرگوش سفید و

دوشس جملاتی

را گفتند که هر





خرگوش سفید می‌گوید: بیل مارمولک راست می‌گوید و سرباز سرخ نادرست می‌گوید. فرض کنیم این‌طور باشد، پس جمله بیل مارمولک راست است. یعنی خرگوش فروردینی یا موش زمستان خواب (یا هر دو) راست می‌گویند. خرگوش فروردینی می‌گوید: آشپز یا گربه چشایی راست می‌گویند و موش زمستان خواب می‌گوید آشپز و کرم ابریشم هر دو راست می‌گویند. اگر یکی از این دو، یعنی خرگوش فروردینی یا موش زمستان خواب راست بگویند، نتیجه می‌شود که آشپز راست می‌گوید.

اما جمله خرگوش سفید یک نتیجه دیگر هم دارد؛ اینکه سرباز سرخ نادرست می‌گوید. ولی سرباز سرخ می‌گوید آشپز یا کلاه‌دوز، یکی راست می‌گویند و این یعنی، هر دو دروغ می‌گویند در حالی که دیدیم آشپز راست می‌گوید و این ایجاد تناقض می‌کند. پس خرگوش سفید راست می‌گوید و در نتیجه شیردال دزد شیرینی‌هاست!

دو راست و یا هر دو نادرست است. همه می‌دانستند که آلیس هرگز دروغ نمی‌گوید، و از آنجا دزد شیرینی‌ها پیدا شد. چه کسی شیرینی‌ها را دزدیده بود؟

پاسخ معماهای آلیس در سرزمین معما قصه یازدهم

اگر خرگوش فروردینی دروغ گفته باشد، در این صورت خودش نمی‌تواند دزد کره باشد. (چون دزد کره راست گوست!) علاوه بر آن، چون دروغ گفته، پس جمله‌اش دروغ است و در نتیجه کلاه‌دوز هم دزد کره نیست و در نتیجه باید موش زمستان خواب دزد کرده باشد. ولی در این صورت باید راست‌گو باشد، در حالی که او خودش می‌گوید شیر را دزدیده است! پس نتیجه می‌گیریم که خرگوش فروردینی راست گفته است و در نتیجه کلاه‌دوز دزد کره است و او هم راست گفته و در نتیجه موش زمستان خواب تخم‌مرغ‌ها را دزدیده و خرگوش فروردینی هم شیر را دزدیده است.

قصه دوازدهم

راه‌حل مسئله این است که نشان دهیم خرگوش سفید راست نمی‌گوید و چون آلیس گفته است خرگوش سفید و دوشس هر دو راست و یا هر دو دروغ گفته‌اند، پس دوشس هم دروغ گفته و در نتیجه جمله‌اش نادرست است و شیردال شیرینی‌ها را دزدیده است! اما چه‌طور نشان می‌دهیم که خرگوش سفید راست نمی‌گوید؟



پی‌نوشت‌ها

۱. شیردال و لاک‌پشت قلابی شخصیت‌های فصل نهم کتاب «آلیس در سرزمین عجایب» هستند. اما این اسامی از کجا آمده‌اند؟ شیردال که معادل فارسی «Geryphone» است، موجودی اساطیری (افسانه‌ای) است که بدن و دم آن شبیه شیر و سر و بال‌های آن مانند عقاب است. این موجود ریشه در افسانه‌های اغلب کشورها و از جمله ایران دارد و مجسمه آن را در بناهای تاریخی یونانی و رومی و تخت جمشید می‌توان یافت. اما لاک‌پشت قلابی (Mock Turtle) موجودی خیالی و زاده تخیل لوئیس کارول (نویسنده آلیس در سرزمین عجایب) است که بدنی شبیه لاک‌پشت و سری شبیه گوسفند دارد!

۲. چشایر نام منطقه‌ای در جنوب انگلستان است و گربه چشایی منسوب به آنجاست. چون این منطقه دارای لبنیات خوب و منحصر به فردی است، گربه‌های آنجا سر حال هستند و چشمان درخشانی دارند.



هفتمی‌ها حتماً بخوانند!

یک مسئله، چند راه حل! کدام راه حل درست است؟



● نازنین حسن‌نیا

توانستیم معادله‌ای برای حل مسئله پیدا کنیم. اما همان‌طور که می‌بینید، نه تعداد سیب‌ها را می‌دانیم و نه ظرفیت جعبه‌ها را. در واقع یک معادله داریم، با دو مقدار نامعلوم. چنین معادله‌ای جواب مشخصی ندارد. زیرا اگر مثلاً $a=10$ باشد، مقدار n برابر با ۱۳۰ می‌شود، و اگر $a=9$ باشد، مقدار n ۱۱۸ می‌شود. خلاصه اینکه مقدار n (تعداد سیب‌ها) به این بستگی دارد که ظرفیت هر جعبه (مقدار a) چه قدر باشد.

هرگاه یک معادله با دو مقدار نامعلوم داشته باشیم، وضع همین‌طور است. این دو مقدار به هم وابسته می‌شوند و یک جواب مشخص برای مسئله به دست نمی‌آید.

اما در این مسئله یک خبر دیگر هم به ما داده شده است: اگر ۱۳ جعبه داشته باشیم و سیب‌ها را درون آن‌ها بچینیم، ۱۴ جای خالی باقی می‌ماند. در این صورت:

$$14 - \text{ظرفیت هر جعبه} \times 13 = \text{تعداد کل سیب‌ها}$$

یا با نام‌گذاری قبلی:

$$n = 13 \times a - 14$$

این بار هم وضع بهتر از قبل نیست! باز هم یک معادله و دو مقدار مجهول. باز هم مقدار n (یعنی تعداد سیب‌ها) بستگی به مقدار a دارد. یعنی اگر مثلاً $a=10$ باشد، مقدار n ۱۱۶ می‌شود. اگر مقدار $a=8$ باشد، n برابر با ۹۰ می‌شود و... اما اگر هر دو خبر مسئله یا هر دو معادله را کنار هم در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

کلیدواژه‌ها: مسئله، راه حل مسئله، راهبرد حل مسئله، حل مسئله با تشکیل معادله

می‌خواهیم تعدادی سیب را در جعبه‌های یکسان بچینیم. تعداد سیب‌ها مشخص نیست، اما اگر ۱۲ جعبه داشته باشیم، ۱۰ سیب بی جا می‌مانند. اگر ۱۳ جعبه داشته باشیم، ۱۴ جا خالی باقی خواهد ماند. تعداد سیب‌ها چند تا است؟

راه حل شما چیست؟

می‌دانیم که:

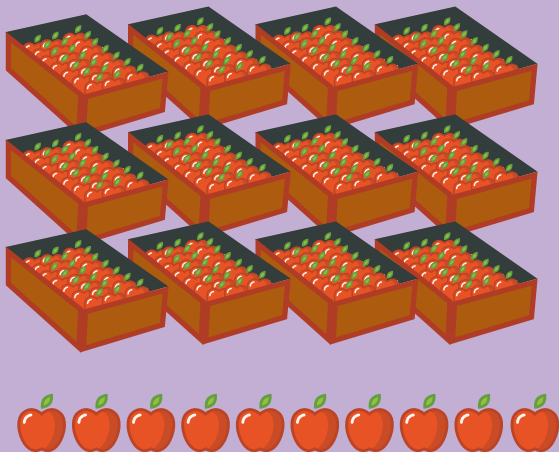
تعداد کل سیب‌ها = سیب‌هایی که در جعبه جا نمی‌شوند + تعداد سیب‌های هر جعبه $\times$ تعداد جعبه‌ها

پس اگر تعداد کل سیب‌ها را n و ظرفیت هر جعبه را a در نظر بگیریم، داریم:

$$10 + a \times 12 = n$$



حالت اول



$$10 + 12a = n \quad \text{بار اول}$$

$$14 - 13a = n \quad \text{بار دوم}$$

می‌دانیم که چه ۱۲ جعبه داشته باشیم و چه ۱۳ جعبه، تعداد سیب‌ها (مقدار n) و ظرفیت جعبه‌ها (مقدار a) فرقی نمی‌کند. یعنی مقدار n در معادله اول با مقدار n در معادله دوم با هم برابر است. پس:

$$14 - 13a = n = 10 + 12a$$

$$14 - 13a = 10 + 12a$$

یک معادله و یک مجهول! بالاخره موفق شدیم! از دو طرف تساوی $12a$ را کم می‌کنیم:

$$12a + 10 - 12a = 13a - 14 - 12a$$

بنابراین:

$$10 = a - 14$$

به دو طرف تساوی ۱۴ اضافه می‌کنیم:

$$10 + 14 = a - 14 + 14$$

و بنابراین:

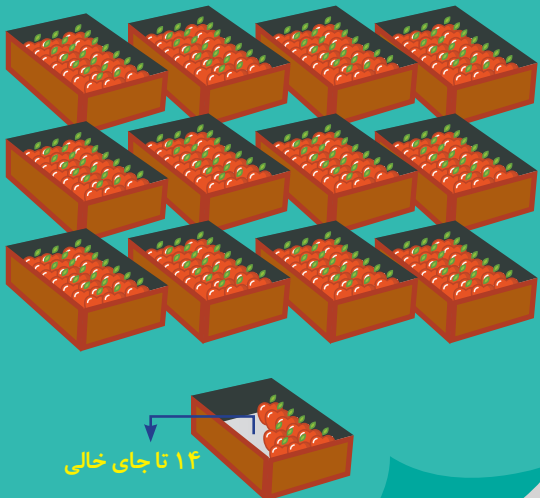
$$a = 24$$

یعنی ظرفیت هر جعبه ۲۴ است. حالا تعداد سیب‌ها (n) را می‌توانیم به کمک یکی از دو معادله اولیه به دست آوریم:

$$12 \times 24 + 10 = 298 = n$$

اما آیا راه حل دیگری هم هست؟

حالت دوم



آیا می‌توان با مقایسه دو شکل گفت که در جعبه آخر دقیقاً ۱۰ سیب و ۱۴ جای خالی هست؟ و این یعنی ظرفیت هر جعبه ۲۴ است؟



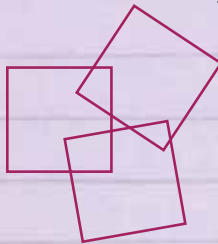
کی می تونه حل کنه!؟

آمنه ابراهیم زاده طاری

۱) حاصل جمع عدد سه رقمی ABC و عدد دورقمی AB و عدد یک رقمی C برابر ۳۰ شده است. هر یک از حروف A ، B و C نشان دهنده چه رقمی است؟

۲) دو مرد و دو پسر می خواهند با قایقی کوچک از عرض یک رودخانه عبور کنند. قایق فقط گنجایش یک مرد یا دو پسر بچه را دارد. یعنی نمی شود یک مرد و یک پسر بچه با هم سوار قایق شوند. همچنین دو مرد نمی توانند با هم سوار قایق شوند. چه طور این چهار نفر می توانند با استفاده از این قایق، خودشان را به طرف دیگر رودخانه برسانند؟

۳) در شکل زیر، سه مربع با هم برابرند. همان طور که می بینید، بخشی از این مربع ها روی هم افتاده است. مساحت بخش هایی از مربع ها که روی هم افتاده اند، به ترتیب برابر است با: ۲، ۵ و ۸ سانتی متر مربع. اگر مجموع مساحت بقیه بخش های مربع ها برابر ۱۱۷ سانتی متر مربع باشد، طول ضلع هر مربع را به دست آورید.



۴) پنج لامپ را در یک ردیف کنار هم چیده ایم. به چند شکل متفاوت می توانیم لامپ ها را خاموش و روشن کنیم، به طوری که اگر یک لامپ خاموش باشد، لامپ های کنارش روشن باشند؟



پاسخ کی می تونه حل کنه این شماره را
در شماره ۸۲ (اردیبهشت ۹۵) ببینید.



پاسخ «کی می تونه حل کنه؟»

دارند، ولی ترتیب ارقامشان برعکس هم است. ۷۶۶ را به یک شکل دیگر به صورت حاصل جمع دو عدد سه رقمی برعکس بنویسید. بین ۷۰۰ تا ۸۰۰، ده عدد وجود دارند که می توانیم آن ها را به صورت حاصل جمع دو عدد برعکس بنویسیم. این ده عدد را پیدا کنید.

پاسخ: $۷۶۶ = ۲۸۴ + ۴۸۲ = ۳۸۳ + ۳۸۳$ و ده عدد خواسته شده این ها هستند: ۷۰۷، ۷۲۷، ۷۴۷، ۷۶۷، ۷۸۷، ۷۰۶، ۷۲۶، ۷۴۶، ۷۶۶ و ۷۸۶.

راه حل:

$$۳۰۴ + ۴۰۳ = ۷۰۷$$

$$۳۱۴ + ۴۱۳ = ۷۲۷$$

$$۳۲۴ + ۴۲۳ = ۷۴۷$$

$$۳۳۴ + ۴۳۳ = ۷۶۷$$

$$۳۴۴ + ۴۴۳ = ۷۸۷$$

$$۲۵۴ + ۴۵۲ = ۷۰۶$$

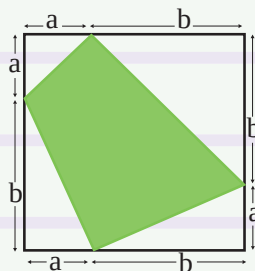
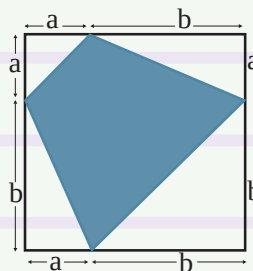
$$۲۶۴ + ۴۶۲ = ۷۲۶$$

$$۲۷۴ + ۴۷۲ = ۷۴۶$$

$$۲۸۴ + ۴۸۲ = ۷۶۶$$

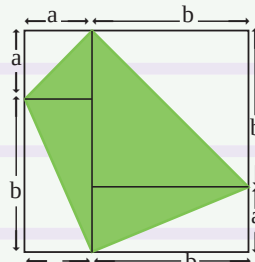
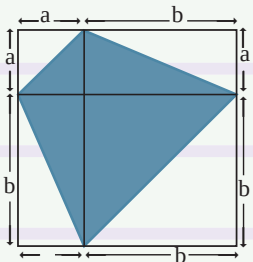
$$۲۹۴ + ۴۹۲ = ۷۸۶.$$

۴ در هر یک از شکل های زیر، مساحت چهارضلعی رنگی، چند درصد از مساحت مربع را پوشانده است؟



پاسخ: ۵۰ درصد.

راه حل: هر یک از شکل های بالا را مانند شکل های زیر به چهار مستطیل تقسیم می کنیم. در هر دو شکل، نیمی از هر یک از مستطیل های کوچک رنگ شده است. پس ۵۰ درصد هر شکل رنگی است.



۱ حاصل ضرب سه عدد اول، ۵ برابر مجموعشان شده است. این اعداد را پیدا کنید.

پاسخ: ۲، ۵ و ۷.

راه حل: حاصل ضرب این سه عدد اول بر ۵ بخش پذیر است. پس حتماً یکی از آن ها عدد ۵ است. دو عدد اول دیگر را p و q می نامیم.

داریم $۵pq = ۵(p+q+۵)$. یعنی $pq = (p+q+۵)$ بنابر این $۵ = pq - p - q = p(q-1) - q$ پس $۵ = p(q-1) - q$ بخش پذیر است. در نتیجه $۶ = (q-1) - q + ۵$ هم بر $q-1$ بخش پذیر است. پس $q-1$ برابر یکی از اعداد ۱، ۲، ۳، یا ۶ است و یکی از حالت های زیر را داریم:

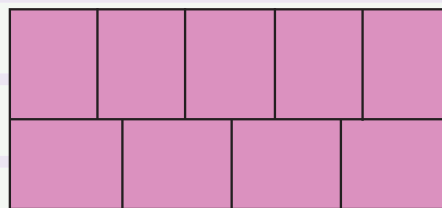
$$\bullet q-1=1, q=2, \text{ بنابر این: } ۲+۵=p(۲-1), p=۷$$

$$\bullet q-1=2, q=3, \text{ بنابر این: } ۳+۵=p(۳-1), p=4 \text{ ولی می دانیم } ۴ \text{ عددی اول نیست.}$$

$$\bullet q-1=3, q=4, \text{ ولی می دانیم } ۴ \text{ عددی اول نیست.}$$

$$\bullet q-1=6, q=7, \text{ بنابر این: } ۷+۵=p(۷-1), p=2$$

۲ با کنار هم گذاشتن ۹ مستطیل برابر، شکل زیر را ساخته ایم. مساحت این شکل ۱۸۰ سانتی متر مربع است. محیط این شکل چه قدر است؟



پاسخ: ۵۸ سانتی متر.

راه حل: اگر طول و عرض هر یک از مستطیل های کوچک برابر

x و y سانتی متر باشد، داریم $۴x = ۵y$ و $y = \frac{۴}{۵}x$. بنابر این طول و عرض مستطیل بزرگ به ترتیب برابرند با $۴x$ و $x + y = \frac{۹}{۵}x$

در نتیجه $۴x \times \frac{۹}{۵}x = ۱۸۰$ ، یعنی $x^2 = ۲۵$ ، بنابر این طول هر مستطیل کوچک ۵ سانتی متر و عرض آن ۴ سانتی متر است. پس محیط مستطیل بزرگ ۵۸ سانتی متر است.

۳ عدد ۷۶۶ را می توانیم به صورت جمع ۵۸۱ و ۱۸۵ بنویسیم. این دو عدد «برعکس» هم هستند. دو عدد سه رقمی «برعکس» یعنی چه؟ یعنی دو عدد سه رقمی که ارقام یکسانی

سپیده چمن آرا

• $\frac{0}{9}$ ، یعنی عددی اعشاری که تمام رقم‌های اعشاری آن ۹ است و این ارقام هیچ گاه پایان نمی‌یابند:

$\frac{0}{9} = 0.999999\ldots$

می‌توان نشان داد که این عدد در واقع با عدد ۱ برابر است.

• ۳! (پخوانید «۳ فاکتوریل») یعنی حاصل ضرب‌های عددهای ۱ تا ۳: $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

• g، شتاب جاذبه کره زمین است که تقریباً با ۱۰ برابر است.