

۶۷



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



توضیح جلد: خطای دید ایجاد
تجسم مسطح از فضای سه بعدی
بارنگ آمیزی
(anamorphic art)

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: سپیده چمن آرا مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: آمنه ابراهیمزاده طاری، سارا ارشادمکش، بهزاد اسلامی مسلم، امیر حسین اصغری،
حمیدرضا امیری، زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۳۷۴ داخلی: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۳۷۴ نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه: www.roshdmag.ir پیامنگار: borhanr@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی: http://roshdmag.ir/weblog/borhanrahnamaiee
تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۴۰۰۰ نسخه

ریاضیات و کاربرد

- چرخیدن شیخها و ساعت خانه ننه بزرگ! / حسین نامی
ساعی / ۳۰

گزارش

- کدام پاسخ درست است؟ گزارشی از دیدار با دانش آموزان
مدرسه راهنمایی باقر العلوم شهر ری / زهره پندی، سپیده
چمن آرا / ۳۳ ● گزارشی از فعالیت های انجام شده در کلاس
ریاضی / ناهید نجفی فرد، معصومه بیرانوند / ۴۶

ریاضیات و سرگرمی

- شعبده های ریاضی آقای شبده چی / بهزاد اسلامی مسلم /
۳۸ ● راز شعبده / بهزاد اسلامی مسلم / ۴۴

ریاضیات و مسئله

- کی می تونه حل کنه؟ / ۳۹ ● پرونده شخصی حل مسئله
(تقارن) / جعفر اسدی گرمارودی / ۴۰ ● سؤال های مسابقه
ریاضی استراليا (۱۳۹۱) / ترجمه سپیده چمن آرا / ۴۳

معرفی کتاب

- معمهای الگوریتمی / جعفر ربانی / ۴۲

فهرست

یادداشت سردبیر

- تغییرات نظام آموزشی و مخاطبین مجله / سپیده چمن آرا / ۲

ریاضیات و مدرسه

- همه چرخها که گرد نیستند! / لیلا خسروشاهی / ۳ ● چه چیزی
ثابت است؟ / مجید منشوری / ۸ ● شگفتی عدد ۱۹ / مهرنوش
مستحقانزاده، سپیده چمن آرا / ۱۲ ● ساعت های آشپزباشی /
آمنه ابراهیمزاده طاری / ۱۴ ● ریاضی دانان تجربی / زهره پندی،
بهزاد اسلامی مسلم / ۱۶

ریاضیات و بازی

- بازی نقشه ستارگان / آمنه ابراهیمزاده طاری، بهزاد اسلامی
مسلم / ۲۰ ● اسم - فامیل / زهره پندی / ۲۵

ریاضیات و استدلال

- مانا در جست و جوی حقیقت / لیلا خسروشاهی / ۲۶

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

● مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعه تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری؛ ● تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. ● مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ● مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ● نشر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ● محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. ● مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ● کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ● مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. ● مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ● مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ● آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.



تغییرات نظام آموزشی و مخاطبین مجله

روستان نوجوان من:

اولین شماره از دوره جدید مجله رشد برهان راهنمایی، با نام جدید «رشد برهان ریاضی متوسطه اول» در دستان شما است. این تغییر نام به دلیل تغییراتی است که در نظام آموزشی و مقاطع تحصیلی داده شده است. اکنون دو گروه از دانش‌آموزان مخاطب این مجله هستند: گروه اول، دانش‌آموزانی که در سال سوم راهنمایی درس می‌خوانند و در واقع آخرین دانش‌آموزان دوره تحصیلی راهنمایی هستند و با خروج آن‌ها از این دوره، دیگر دانش‌آموز راهنمایی نخواهیم داشت! گروه دوم دانش‌آموزان سال اول دوره اول متوسطه، یعنی پایه هفتم هستند. این دانش‌آموزان، اولین دانش‌آموزانی هستند که پس از تغییر مقاطع تحصیلی، محصل این پایه شده‌اند! بنابراین امسال، هم «اولین» ها خواننده مجله ما هستند و هم «آخرین» ها!

طی دو دوره آینده، تنها دانش‌آموزان (وپایه تحصیلی مجله ما را خواهند خواند. ولی سه سال دیگر، یعنی سال تحصیلی ۹۴-۹۵، بارهم دانش‌آموزان سه پایه تحصیلی متوسطه اول (یعنی سال‌های هفتم و هشتم و نهم) مخاطب ما خواهند شد.

در این تغییر نظام آموزشی، علاوه بر تغییراتی در نام‌های پایه‌ها و مقاطع تحصیلی، در برنامه درسی و در نتیجه، در محتوای کتاب‌های درسی نیز تغییراتی اعمال شده است. این موضوع، بر محتوای مطالب و مقالات مجله ما که یک مجله موضوعی مربوط به ریاضیات است نیز تأثیر می‌گذارد. گرچه انتظار نمی‌رود که مجله برهان، مانند یک کتاب کمک آموزشی عمل کند، ولی قطعاً موضوعات مطرح شده در آن باید به گونه‌ای باشند که دانش‌آموزان مخاطب آن بتوانند با استفاده از دانش ریاضی که در آموزش رسمی مدرسه کسب کرده‌اند، بیشترین استفاده را از مطالب آن ببرند.

یکی از موضوعات درسی که پس از تغییرات، در محتوای کتاب‌های ریاضی پایه‌های ششم و هفتم وارد شده است، «احتمال» است. پیش از این، دانش‌آموزان ایرانی با موضوع احتمال برای نخستین بار و به طور رسمی، در ریاضی دوم دبیرستان آشنا می‌شدند. این در حالی است که احتمال و پدیده‌های تصادفی و موضوعات مرتبط با آنها، در لحظه لحظه زندگی ما وجود دارند: شانس برنده شدن در یک مابقه؛ احتمال پذیرفته شدن در یک آزمون؛ شانس پیدا کردن کار؛ احتمال وقوع حوادث و تصادفات و آتش‌سوزی و... و موضوعاتی از این دست را همه روزها و بارها می‌شنویم و با آنها سروکار داریم. اکنون که این اتفاق خوب افتاده است که دانش‌آموزان ایرانی با «احتمال» در سنین خیلی پایین‌تری آشنا شوند، هیئت تحریریه برهان نیز در هر شماره از این دوره از انتشار مجله، لااقل یک مقاله را به این موضوع اختصاص داده است تا دانش‌آموزان آن را بهتر درک و لمس کنند.

در سرمقاله شماره‌های آینده نیز درباره سایر بخش‌های مجله با شما سخن خواهیم گفت.

سردبیر

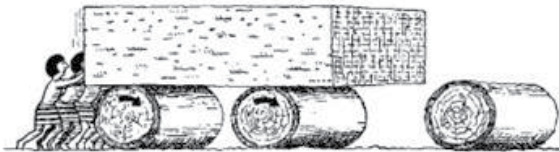


همه چرخ‌ها که گرد نیستند!

کلیدواژه‌ها: چرخ، دایره، چرخ‌های گرد، چرخ‌های غیر گرد، رسم شکل، پرگار



بعضی از چرخ‌ها هم جابه‌جا می‌شوند، اما محور آنها ثابت نشده است، مثل چرخ‌هایی که از آنها در غلتک‌ها استفاده می‌شود. غلتک‌ها از دو بخش تشکیل شده‌اند. یکی چرخ‌ها و دیگری یک سطح صاف که روی چرخ‌ها قرار گرفته اما به آنها وصل نمی‌شود. این سطح صاف روی چرخ‌ها می‌غلتد.



همان‌طور که می‌بینید به وسیله چرخ‌هایی که حرکت می‌کنند می‌توان اشیای سنگین را جابه‌جا کرد.

۲. شما هم حتماً تا به حال سوار بعضی از وسیله‌های نقلیه چرخ‌دار مثل اتومبیل یا دوچرخه شده‌اید.

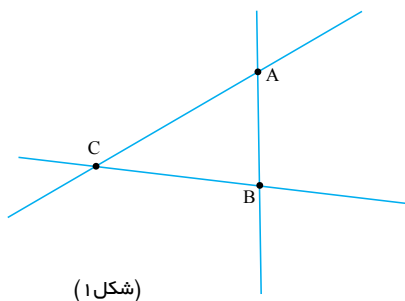
وقتی روی صندلی وسیله نقلیه نشسته‌اید و وسیله نقلیه در حال حرکت است، شما هم همراه با وسیله نقلیه به جلو (یا عقب) حرکت می‌کنید. گاهی هم که وسیله نقلیه‌تان روی سطحی ناصاف حرکت می‌کند، به بالا و پایین حرکت می‌کنید؛ اما اگر شانس بیاورید و توی دست‌انداز نیفتید، دیگر به بالا و پایین نخواهید رفت! همیشه یادتان باشد که باید قدرتان گرد بودن چرخ‌ها باشید، چون گردی چرخ‌ها باعث بالا و پایین نرفتنتان می‌شود. می‌پرسید چرا؟

۱. خیلی جاها به چرخ برمی‌خورید. وقتی یاد بازی‌های کودکی‌تان می‌افتید، وقتی در راه مدرسه‌اید؛ و یا وقتی به شغل آینده خود فکر می‌کنید. بعضی از چرخ‌ها فقط دور محور خود می‌چرخند، جابه‌جا هم می‌شوند، مثل دوچرخه.

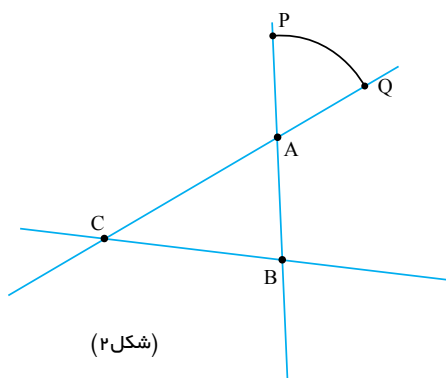
چرخ جلوی دوچرخه هم دور محور خود می‌چرخد و هم جهت حرکت‌اش بوسیله فرمان تغییر می‌کند اما چرخ عقب دوچرخه به چپ یا راست نمی‌چرخد بلکه با تغییر جهت چرخ جلو، به این‌سو (چپ) یا آن‌سو (راست) کشیده می‌شود. در اتومبیل‌ها نیز وضع به همین منوال است.



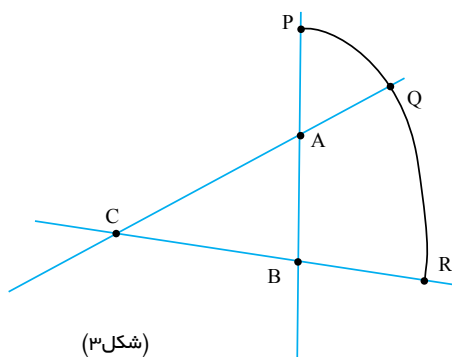
شما هم می‌توانید این شکل را با هر اندازه‌ای که خواستید، به طور دقیق بکشید. مراحل رسم این شکل را در زیر می‌بینید.
(۱) یک مثلث با اضلاع دلخواه رسم کنید؛ و اضلاع آن را از دو طرف کمی امتداد دهید.



(۲) سوزن پرگار خود را روی نقطه A قرار دهید و با هر شعاعی که خواستید، کمانی بزنید که امتداد دو ضلع مثلث را در نقاط P و Q قطع کند. (البته سعی کنید شعاع انتخابی‌تان خیلی کوچک نباشد تا بعداً دچار مشکل نشوید.)

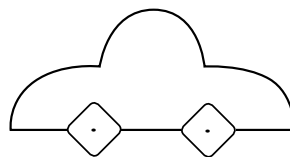


(۳) حالا سوزن پرگار را روی C قرار دهید و دهانه پرگار را به اندازه CQ باز کنید و کمانی بزنید که یک سر آن همان Q باشد و سر دیگر آن، نقطه R، محل برخورد کمان با امتداد ضلع BC باشد.

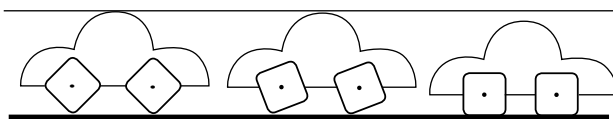


(۴) این بار کمانی به مرکز B و شعاع BR بزنید تا امتداد ضلع AB را در S قطع کند.

اصلاً بیایید برای چند لحظه هم که شده فکر کنید سوار این ماشین شده‌اید و در خیابان در حال حرکتید:



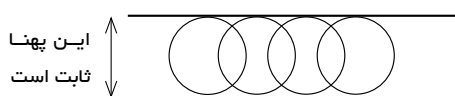
تعجب نکنید! فقط کمر بند ایمنی خود را محکم ببندید، چون ممکن است به بالا پرت شوید!



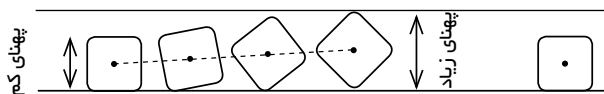
از چرخ‌های مربعی خسته شدید؟ حالا کمی هم تصور کنید سوار این ماشین هستید؟



چرخ‌های دایره‌ای شکل هر چقدر هم که بچرخند، پهنایشان ثابت می‌ماند. پهنای چرخ به اندازه قطر دایره است.

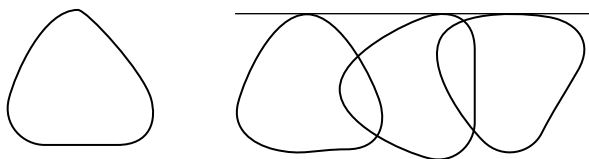


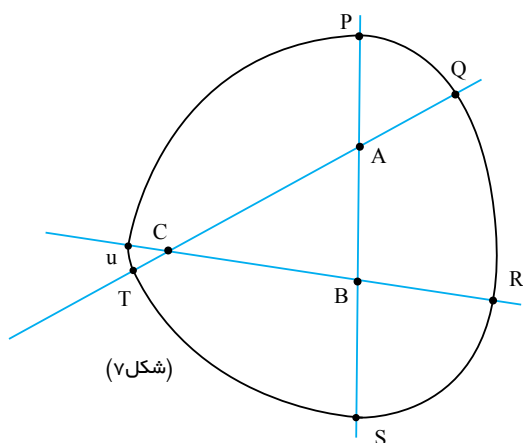
اما پهنای چرخ‌های مربعی، با چرخیدن، کم و زیاد می‌شود.



به همین دلیل است که وقتی سوار ماشینی با چرخ‌های مربعی هستید و روی سطحی صاف حرکت می‌کنید، بالا و پایین می‌شوید.

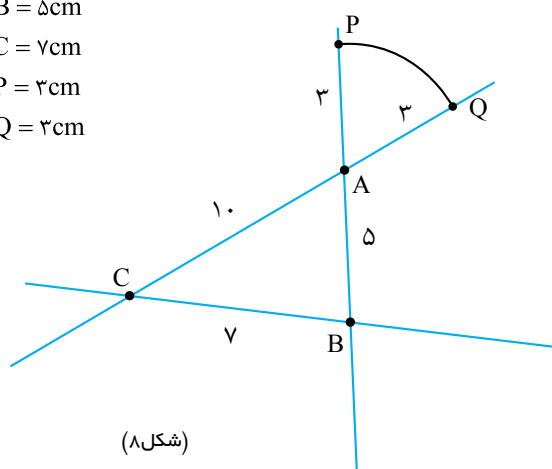
۳. خیلی‌ها فکر می‌کنند تنها شکلی که پهنای ثابت دارد، دایره است. اگر شما هم جزو این دسته افرادید، خیلی زود دست به کار شوید. شکل زیر را روی یک تکه مقوای ضخیم ببرید و بعد سعی کنید آن را بین دو سطح صاف مثلاً زمین و خط‌کش، غلت بدهید.





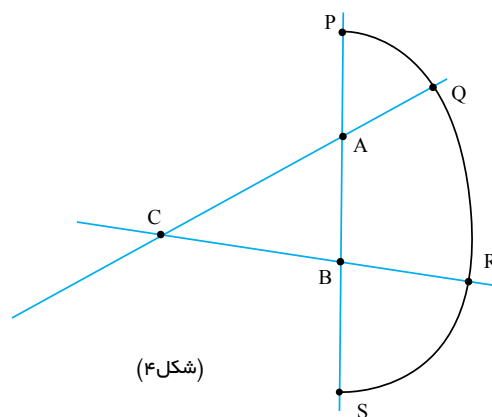
اگر آخرین کمان امتداد AB را در همان نقطه P قطع نمی‌کرد، شکل بسته‌ای ایجاد نمی‌شد. اکنون چه‌طور می‌توان مطمئن بود که همیشه آخرین کمان و اولین کمان امتداد ضلع AB را در یک نقطه مشترک (P) قطع خواهند کرد؟ اصلاً کمان‌هایی که رسم می‌شدند، دارای شعاع‌های متفاوت بودند؛ پس از کجا معلوم است که این شکل پهنای ثابتی دارد؟ در بخش ۴ به این سؤال‌ها پاسخ می‌دهیم. این بخش را هر وقت حوصله داشتید با دقت بخوانید.

۴. بیا یک بار دیگر مراحل رسم این شکل را با یک مثال بررسی کنیم. مثلاً فرض کنید طول اضلاع مثلث اولیه ۷cm و ۵cm و ۱۰cm باشد و شعاع اولین کمان، ۳cm باشد. بنابراین

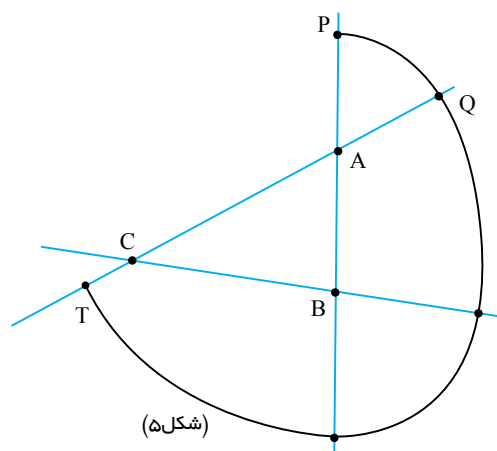
$$AC = 10 \text{ cm}$$
$$AB = \Delta \text{cm}$$
$$BC = \gamma cm$$
$$AP = 3 \text{ cm}$$
$$AO = 3 \text{ cm}$$


بروید سراغ شکل (۲) و این اندازه‌ها را روی پاره‌خط‌های متناظر بنویسید.

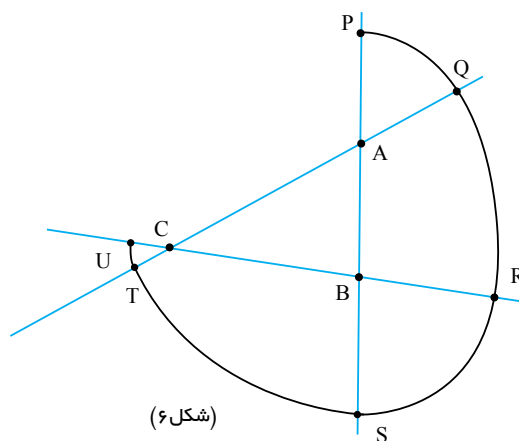
بنابراین $CQ = 10 + 3 = 13 \text{ cm}$ و به این ترتیب شعاع
کمان بعدی 13 cm است. پس $CR = 13 \text{ m}$ و بنابراین
 $BR = 13 - 7 = 6 \text{ cm}$ (این اندازه‌ها را روی شکل (۳) بنویسید).
حالا به همین ترتیب $BS = 6 \text{ cm}$. (اندازه‌ها را روی شکل



(۵) حالا نوبت کمائی به مرکز شعاع AS است که ضلع AC را در T قطع کند.



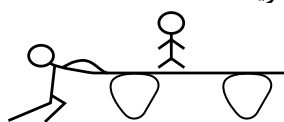
۶) و بعد کمانی به مرکز C و شعاع CT که امتداد BC را در U قطع کند.



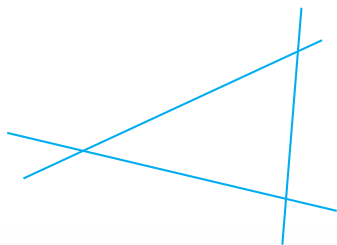
(۷) در آخر هم کمانی به مرکز B و شعاع BU بنزید که امتداد ضلع AB را در همان نقطه P قطع خواهد کرد.
(از کجا معلوم؟)

همان طور که می بینید، $\widehat{PQ}$ و $\widehat{ST}$ هر دو کمان هایی به مرکز A و شعاع های ۱۱ و ۳ هستند. بنابراین $QT = PS = ۱۱ + ۳ = ۱۴\text{cm}$ علاوه بر این طول هر پاره خط دیگری که از A بگذرد و دو سر آن روی این دو کمان باشد، ۱۴cm خواهد بود. بنابراین وقتی بخشی از شکل از نقطه P تا Q روی یک سطح غلت می خورد، بخش دیگری از شکل از نقطه S تا T روی سطح دیگر غلت خورده و فاصله دو سطح به طور ثابت ۱۴cm خواهد بود. ضمناً محور چرخش نقطه A است. بعد از آن نوبت به کمان های $\widehat{QR}$ و $\widehat{TU}$ می رسد که هر دو حول محور C می چرخند و باز هم مجموع شعاع های آنها $۱۳ + ۱ = ۱۴\text{cm}$ است. در آخر هم کمان های $\widehat{RS}$ و $\widehat{UP}$ روی دو سطح غلت می خورند که محورشان B بوده و مجموع شعاع هایشان $۸ + ۶ = ۱۴\text{cm}$ است. بنابراین در طول یک غلت کامل، محور چرخش تغییر می کند. اما ارتفاع شکل به طور ثابت ۱۴cm است. به دلیل ثابت نبودن محور چرخش، اگر بخواهیم با استفاده از چرخه به این شکل جابه جا شویم و بالا و پایین نرویم، می توانیم از غلتک استفاده کنیم.

چه احساسی دارید؟



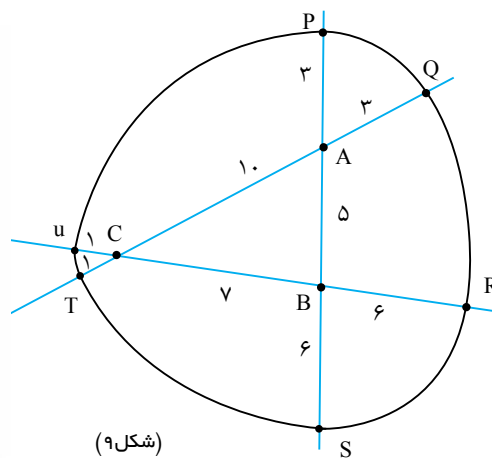
۵. چرخ هایی که ارتفاع ثابت دارند، کم نیستند. در واقع شما خودتان می توانید همیشه با استفاده از تعدادی خط متقاطع این شکل ها را بسازید. مثال قبل هم با استفاده از سه خط متقاطع ساخته شد.



(۴) بنویسید. در این صورت $AS = ۵ + ۶ = ۱۱\text{cm}$ بنابراین $AT = ۱۱\text{cm}$ ؛ پس $CT = ۱۱ - ۱۰ = ۱\text{cm}$ (اندازه ها را روی شکل های (۵) و (۶) بنویسید).

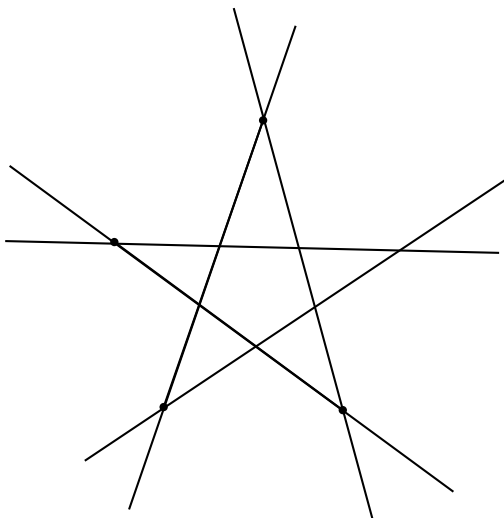


حالا داریم $BU = ۷ + ۱ = ۸\text{cm}$ و همان طور که از قبل معلوم بود $BP = ۵ + ۳ = ۸\text{cm}$. بنابراین کمان به مرکز B و شعاع ۱۱ از همان نقطه P می گذرد و به این ترتیب شکلی که به این روش ایجاد می شود، شکلی بسته خواهد بود. البته با هر اندازه دیگری هم که شروع کنید، این اتفاق می افتد (امتحان کنید) در واقع اگر طول اضلاع مثلث را a, b, c در نظر بگیریم و طول اولین کمان، d باشد، می توان با کمی جمع و تفریق مانند مثال عددی قبل نشان داد که اندازه BU و BP با هم برابر است و شکل، بسته است. علاوه بر این، به راحتی می توان نشان داد که پهنای این شکل ثابت است. مثلاً پهنای شکلی که در مثال قبل مطرح شد، ۱۴ است. وقتی شکلی را بین دو سطح صاف غلت می دهیم، فاصله دو سطح همواره ۱۴cm باقی می ماند. می پرسید چرا؟ وقتی کمان $\widehat{PQ}$ روی یک سطح غلت می خورد، روی سطح دیگر، کمان $\widehat{ST}$ غلت خواهد خورد.



(شکل ۹)

تمرین ۱. با استفاده از روشی که گفته شد و با استفاده از ستاره زیر که از خطوط متقاطع تشکیل شده است یک چرخ بسازید.

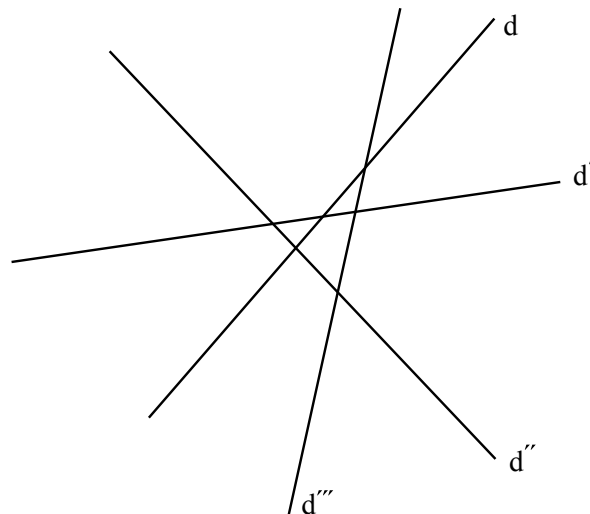


تمرین ۲. با استفاده از خطوط متقاطعی که خودتان رسم می‌کنید، چرخ‌های عجیب و غریب (!) طراحی کنید و برای مجله بفرستید.

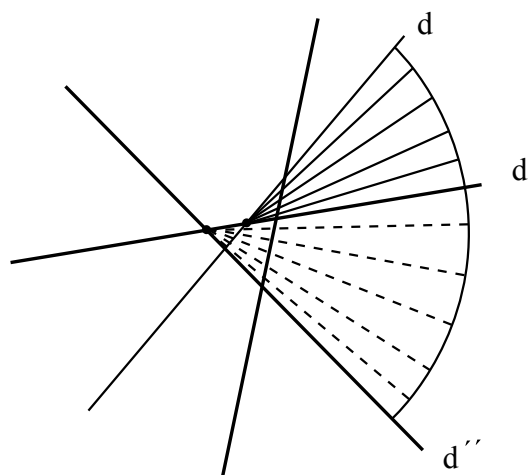
تمرین ۳. با استفاده از خطوط متقاطعی که همگی همدیگر را در یک نقطه مشترک قطع کرده‌اند، یک چرخ بسازید. این چرخ برایتان آشنا نیست؟



این بار فرض کنید تعدادی خط در صفحه هستند که هیچ دوتایشان با هم موازی نبوده و دو به دو همدیگر را قطع کرده‌اند. دست به کار شوید.



ابتدا یکی از خط‌ها (مثلاً d) را انتخاب کنید. d با اولین خطی که در سمت راست این خط قرار دارد (d') یک نقطه مشترک دارد. به مرکز این نقطه و شعاع دلخواه که خیلی هم کوچک نباشد، کمانی بزنید که یک سر آن روی d و سر دیگر آن روی d' باشد. حالا دوباره از خط d' شروع کنید. اولین خط راستی که سمت راست d' است (d'' یعنی d'') یک نقطه مشترک با d' دارد. به مرکز این نقطه کمانی بزنید که ابتدای آن همان انتهای کمان قبلی باشد و سر دیگر آن روی d'' باشد. این کار را آن قدر تکرار کنید تا بعد از 360° حرکت، به یک شکل بسته برسید. حالا شما یک چرخ طراحی کرده‌اید که گرد نیست!





چیزی ثابت است؟

کلیدواژه‌ها: کسر، تناسب مستقیم، تناسب معکوس

سواری دارای چهار چرخ است و نسبت تعداد خودرو به تعداد چرخ برابر ۱ به ۴ یا $\frac{1}{4}$ است. قسمت‌های خالی جدول زیر را کامل کنید:

تعداد خودرو	۱	۲	۳		۸	
تعداد چرخ	۴	۸		۱۶		
نسبت خودرو به چرخ	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$				$\frac{20}{80} = \frac{1}{4}$

پس از تکمیل خانه‌های خالی جدول به دو سوال زیر پاسخ دهید:

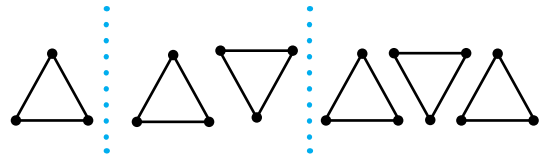
- الف) چه چیزی تغییر می‌کند؟
ب) چه چیزی ثابت است؟

شاید بتوان گفت که پیدایش «عدد کسری» مربوط به زمانی می‌شود که بشر در اندازه‌گیری‌های خود (طول، حجم، جرم، زمان و ...) برای اعلام دقیق‌تر مجبور به شکستن واحد اندازه‌گیری شد و این مفهوم، یعنی کسر یا شکستن، به مرور زمان به مفهوم کلی‌تر آن یعنی حاصل تقسیم دو عدد صحیح و همچنین «نسبت» دو مقدار، گسترش یافت. در این جا یادآوری می‌کنم که اگر صورت و مخرج کسری را در عددی به جز صفر ضرب یا بر عددی به جز صفر تقسیم کنیم، کسر حاصل با کسر اول برابر خواهد بود؛ برای مثال:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \dots$$

این موضوع را در قالب یک مثال ادامه می‌دهیم. هر خودروی

شکل زیر نشان می‌دهد که چگونه می‌توانیم به کمک چوب کبریت مثلث بسازیم:



جدول زیر را به کمک شکل تکمیل کنید.

تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴		
تعداد چوب‌کبریت	۳	۵				۳۶
نسبت تعداد مثلث به تعداد چوب‌کبریت	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5} = \frac{1}{2.5}$			$\frac{3}{7} = \frac{1}{2.33}$	

با توجه به مقادیری که اکنون در جدول نوشتید آیا می‌توانید بگویید چه چیزی تغییر می‌کند و چه چیزی ثابت است؟

همان‌طور که پاسخ داده‌اید، در مثال اول تعداد خودرو و تعداد چرخ تغییر می‌کند و با اضافه شدن یکی، انتظار داریم دیگری هم

اضافه شود. اما ردیف سوم جدول یعنی کسر نسبت، ثابت است. به عبارت دیگر، با توجه به تساوی کسرها، نسبت

$$\frac{\text{تعداد خودرو}}{\text{تعداد چرخ}}$$
 ثابت است؛ یعنی:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} = \frac{6}{24} = \dots$$

به همین صورت در مثال دوم، با اضافه شدن تعداد چوب‌کبریت‌ها انتظار داریم تعداد مثلث‌ها هم اضافه شود و می‌بینیم که تعداد مثلث و تعداد چوب‌کبریت تغییر می‌کند. اما ردیف سوم، یعنی نسبت تعداد مثلث به تعداد چوب‌کبریت، ثابت است که این موضوع از کسرهای مساوی نتیجه می‌شود. به عبارت دیگر داریم:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \dots$$

کسرهای نسبت یا تقسیم دو مقدار که تغییر نکنند، به آن دو مقدار «متناسب» گویند و به جدول مربوط به اطلاعات این‌گونه مقادیر، «جدول تناسب» می‌گوییم.

در این‌گونه نسبت‌ها با توجه به رابطه نسبت (تقسیم)، به





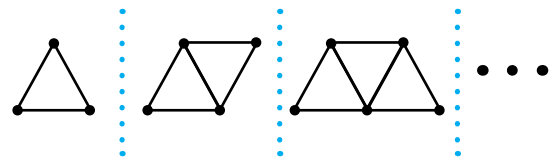
مقادیری که به شکل مستقیم تغییر می‌کنند، «تناسب مستقیم» نیز گفته می‌شود. یعنی با افزایش یک مقدار، مقدار دوم نیز به همان نسبت افزایش می‌یابد و با کاهش یک مقدار، مقدار دوم نیز به همان نسبت کاهش پیدا می‌کند.

در مثال خودرو و چرخ، هرچه تعداد خودرو تغییر کند (اضافه یا کم می‌شود)، اما در هر حال کسر نسبت تعداد خودرو به تعداد چرخ ثابت است. در چنین مسائلی با داشتن سه جزء و نوشتن رابطه نسبت‌ها می‌توان جزء چهارم را محاسبه کرد.

مقدار اول	a	c
مقدار دوم	b	x
نسبت دو مقدار	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{x}$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \rightarrow x = \frac{b \times c}{a}$$

اینک مثال چوب‌کبریت را بدین صورت تغییر می‌دهیم که می‌خواهیم در هر مرحله حداقل چوب را اضافه کنیم تا مثلث جدیدی ساخته شود. به شکل زیر توجه کنید:



جدول مربوط به این مثال را در زیر کشیده‌ایم. قسمت‌های خالی جدول را تکمیل کنید.

تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴		
تعداد چوب‌کبریت	۳	۵		۹	۱۱	
کسر نسبت	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۵}$		$\frac{۴}{۹}$		$\frac{۷}{۱۵}$

در این مثال همان‌طور که از اعداد جدول مشاهده می‌شود، تعداد مثلث و تعداد چوب‌کبریت به طور مستقیم تغییر می‌کند. از طرف دیگر کسر نسبت (ردیف سوم جدول) نیز تغییر می‌کند؛ ولی:

$$\frac{۱}{۳} \neq \frac{۲}{۵} \neq \frac{۴}{۹} \neq \frac{۷}{۱۵} \neq \dots$$

در این گونه مثال‌ها که مقادیر به طور مستقیم تغییر می‌کند، اما کسر نسبت‌ها ثابت (مساوی) نیست، نسبت‌ها متناسب نیستند

و چنین جدولی، جدول تناسب نیست.

فرض کنیم سه نقاش ساختمانی را در مدت ۸ روز رنگ بزنند. اگر تعداد کارگران کم شود، انتظار دارید تعداد روزهای کار چگونه تغییر کند؟ اگر بخواهیم کار زودتر تمام شود، چه تغییری باید در تعداد کارگران بدهیم؟

جدول زیر مربوط به کار نقاشی ساختمان است.

کل کار (روز)	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴
نفر (تعداد کارگر)	۳	۶	۱۲	۲	۸	۱	۲۴
روز	۸	۴	۲	۱۲	۳	۲۴	۱

در این جدول چه چیزی تغییر می‌کند؟ چه چیزی ثابت است؟ همان‌طور که می‌بینید هم تعداد کارگر (نفر) و هم تعداد روز تغییر می‌کند، با این تفاوت که وقتی «نفر» افزایش می‌یابد، «روز» کاهش پیدا می‌کند. در این صورت می‌گوییم دو عدد با هم دارای «رابطه معکوس» هستند. چه چیزی در این جدول تغییر می‌کند؟ اعداد ستون را مقایسه کنید.

اولین چیزی که ثابت مانده، زمان انجام کل کار است که تغییر

↗	نفر	۴	۶
↘	روز	۳	X
↗	کار (تعداد میز)	۵	۱۰

در این مثال و با توجه به جدول، رابطه بین نفر و کار مستقیم و رابطه بین نفر و روز و یا کار و روز معکوس است. آنچه در این جدول ثابت می‌ماند، $\frac{\text{روز} \times \text{نفر}}{\text{کار}}$ است. که در واقع تعداد روزهای لازم برای انجام ساخت یک میز است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{4 \times 3}{5} = \frac{6 \times X}{10}$$

(در واقع در این مثال مانند مثال کار نقاشی ساختمان کار را ثابت می‌کنیم!)

به عنوان آخرین موضوع به اسکناس ۱۰۰۰۰ تومانی برمی‌گردیم. ابتدا انواع حالت‌هایی را می‌نویسیم که این اسکناس را می‌توان خرد کرد:

$$1 \times 10000 = 1 \times 5000 + 5 \times 1000$$

$$1 \times 10000 = 5 \times 1000 + 10 \times 500$$

در واقع در این مثال ارزش کل (۱۰۰۰۰ تومان) ثابت است و در سمت راست مجموع حاصل ضرب تعداد اسکناس‌ها و ارزش باید با سمت چپ برابر باشد.

حال به این مثال توجه کنید:

۴ کارگر کاری را در ۶ روز انجام می‌دهند. پس از دو روز ۴ کارگر اضافه شدند. کار چند روزه تمام می‌شود؟

$$4 \times 6 = 4 \times 2 + 8 \times X$$

روز نفر روز نفر روز نفر

کل کار در ۴×۶ نفر روز تمام می‌شود. چهار کارگر اول در دو روز ۴×۲ نفر روز کار انجام می‌دهند. در آخر باید دید ۸ کارگر در چند روز معادل ۸X روز کار را انجام می‌دهند به طوری که رابطه بالا برقرار باشد. با حل معادله به جواب $X=2$ روز می‌رسیم و متوجه می‌شویم کل کار در ۴ روز انجام می‌گیرد.



نکرده است. از طرف دیگر، حاصل ضرب نفر در روز ثابت است؛ به عبارت دیگر:

$$3 \times 8 = 6 \times 4 = 24 \times 2 = 24 \times 1 = 8 \times 3 = \dots$$

در این گونه مسائل که تغییر مقادیر رابطه مستقیم ندارد و از طرفی حاصل ضرب مقادیر با هم برابر است، با یک تناسب معکوس مواجه هستیم.

به مثال زیر توجه کنید:

یک اسکناس ۱۰۰۰۰ تومانی برابر دو اسکناس ۵۰۰۰ تومانی و ده اسکناس ۱۰۰۰ تومانی و صد اسکناس ۱۰۰ تومانی و دویست اسکناس ۵۰ تومانی است؛ یعنی:

$$1 \times 10000 = 2 \times 5000 = 10 \times 1000 = 20 \times 500 = 100 \times 100 = 200 \times 50$$

همان‌طور که می‌بینید، جدا از مقدار و واحد اسکناس، آنچه ثابت می‌ماند ارزش (حاصل ضرب تعداد در واحد) است.

به مثال دیگری توجه کنید:

۴ کارگر در سه روز ۵ میز را می‌سازند. ۶ کارگر در چند روز ۱۰ میز را می‌سازند؟



شگفتی عدد



کلیدواژه‌ها: خاصیت‌های اعداد، استدلال‌های جبری، بسط اعشاری اعداد

گاهی در کتاب‌ها، مجلات یا وب‌گاه‌ها، با موضوعاتی نظیر این مواجه می‌شویم که یک عدد، در ضرب یا تقسیم یا عملیات دیگری از حساب، از خود ویژگی‌های عجیبی نشان می‌دهد؛ مثلاً:

* حاصل ضرب عدد ۱۹ در یک عدد طبیعی n رقمی با n رقم تکراری a ، عددی $n+۲$ رقمی به صورت زیر است:

$$\underbrace{19 \times a a a \dots a}_{n \text{ رقم}} = \underbrace{(2a) a a \dots a a}_{n-2 \text{ رقم}} (a-1)(9-(a-1))$$

مثل:

$$19 \times \underbrace{66666}_5 = 1266654$$

باور نمی‌کنید؟ خوب بنشینید و ضرب کنید!

من هم اولین بار که این موضوع را دیدم، باور نمی‌کردم. بعد چند تا ضرب دستی انجام دادم؛ چند تا هم با ماشین حساب. دیدم که این خاصیت جالب و عجیب، واقعاً برقرار است:

$$19 \times \underbrace{44444}_6 = 844436$$

$$19 \times \underbrace{77777}_7 = 1477763$$

اما چرا؟

برای این که بفهمیم چرا این خاصیت

برای ۱۹ برقرار است، باید کمی جبر بدانیم و

کمی با عبارت‌های جبری کار کنیم. عدد ۱۹ را به صورت ۲۰-۱ و بسط اعشاری عدد n رقمی $aaa...a$ را به صورت

$$a + 10a + 10^2a + 10^3a + \dots + 10^{n-1}a$$

در نظر می‌گیریم و این دو عبارت را در هم ضرب می‌کنیم. با استفاده از خاصیت پخش (توزیع پذیری) داریم:

$$\begin{aligned} & (20-1)(a + 10a + 10^2a + 10^3a + \dots + 10^{n-1}a) \\ &= 20a + 200a + 20 \times 10^2a + 20 \times 10^3a + \dots + \\ & 20 \times 10^{n-1}a - a - 10a - 10^2a - \dots - 10^{n-2}a - 10^{n-1}a \\ &= 20a - a - 10a + 2 \times 10^n a + (2 \times 10^2a - 10^2a) \\ &+ (2 \times 10^3a - 10^3a) + \dots + (2 \times 10^{n-1}a - 10^{n-1}a) \\ &= 9a + 2 \times 10^n + \underbrace{(10^2a + 10^3a + 10^4a + \dots + 10^{n-1}a)}_{n-2 \text{ رقم}} \\ &= \underbrace{(9-(a-1))}_{\text{رقم یکان}} + \underbrace{10(a-1)}_{\text{رقم دهگان}} + \underbrace{(10^2a + 10^3a + \dots + 10^{n-1}a)}_{\text{ارقام صدگان تا } 10^{n-1} \text{ گان}} + \underbrace{2 \times 10^n a}_{\text{رقم } 10^n \text{ گان که } 2a \text{ است}} \end{aligned}$$

که بسط‌دهی عدد زیر است:

$$\underbrace{(2a)aa...a}_{n-2 \text{ رقم}} (a-1)(9-(a-1))$$

پس دلیل این خاصیت جالب، مشخص شد!

از این پس، هرگاه با چنین خاصیت‌هایی از اعداد مواجه شدید، سعی کنید دلیل درستی آن را نیز پیدا کنید.

... تخم مرغ‌ها را به آب جوش بینداز. همان موقع ساعت کوچک را آغاز کن. تمام که شد، دوباره برش گردان. دوباره که تمام شد، تخم مرغ‌ها را سریع از آب خارج کن



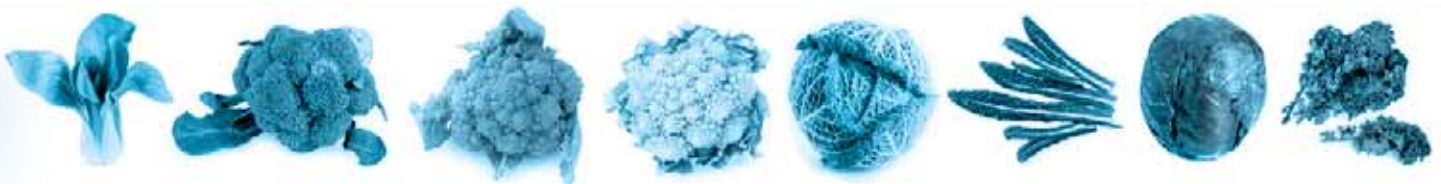
یک ساعت شنی از دو محفظه متصل به هم و مقداری شن داخل آنها تشکیل شده است. شکل پایین، زمان آغاز به کار یک ساعت شنی را نشان می‌دهد: در این زمان تمام شن ساعت شنی، داخل محفظه بالایی است. زمانی که تمام شن به محفظه پایینی منتقل شود، کار ساعت شنی تمام می‌شود.

در زمان‌های خیلی دور، در سرزمینی خیلی دور، به جز دارایی افراد، شغل و لوازم شغل آنها هم به فرزندانشان به ارث می‌رسید. در آن سرزمین، ارثیه شغلی آشپز دربار، یک دفترچه بود و چند وسیله اندازه‌گیری، دفترچه پر بود از دستوره‌های خیلی دقیق آشپزی برای پختن غذاهای خاص. وسیله‌های اندازه‌گیری هم شامل تعدادی پیمانه بود برای اندازه‌گیری مواد غذایی و دو ساعت شنی برای اندازه‌گیری زمان پخت غذاهای گوناگون. اخیراً آشپزباشی هفتاد و سوم، یکی از نوادگان این خانواده، ارثیه خانوادگی‌اش را به موزه سلطنتی کشورش هدیه کرده است.

مسئولین موزه، از آشپزباشی خواستند دفترچه را به زبان ساده‌تری بازنویسی کند. او از زمان پخت غذاها شروع کرد و کوشید زمان پخت هر غذایی را بر حسب دقیقه پیدا کند. وقتی شروع به کار کرد، متوجه شد ساعت شنی کوچک‌تر، ۶ دقیقه و دیگری ۸ دقیقه را اندازه می‌گیرد. در متن دفترچه، به ساعت ۶ دقیقه‌ای، «ساعت کوچیکه»، و به ساعت ۸ دقیقه‌ای، «ساعت بزرگه» گفته شده بود. قسمت‌هایی از دفترچه و بخشی از تلاش آشپزباشی برای محاسبه زمان پخت غذاهای دفترچه در ادامه آمده است. او بعضی از قسمت‌ها را فراموش کرده است. موزه سلطنتی، محاسبه زمان این قسمت‌ها را به شما واگذار می‌کند!

ساعت‌های آشپزباشی

کلیدواژه‌ها: الگوریتم، ساعت شنی



آشپزباشی: وقتی کار ساعت
کوچیکه شروع بشود، ۶ دقیقه طول
می کشد تا کارش تمام شود. وقتی
دوباره برش بگردانیم، ۶ دقیقه دیگر
طول می کشد تا کارش تمام شود.
این ها با هم می شود ۱۲ دقیقه. پس
آب پز کردن تخم مرغ ها ۱۲ دقیقه
وقت می برده است.

.... برنج را به ظرف آب
جوش اضافه کن. همان موقع
ساعت بزرگ را آغاز کن. تمام که شد
دوباره ساعت بزرگ را آغاز کن. وقتی آن
هم تمام شد، آب برنج را در آبکش بگیر...

سؤال ۱. با توجه به کادر بالا، آشپز سلطنتی چه مدت
وقت صرف جوشاندن برنج می کرده است؟

... هر دو ساعت را با هم آغاز کن. همان
موقع که ساعت کوچیکه تمام شد، ماهی را به
روغن داغ بینداز. وقتی ساعت بزرگ هم
تمام شد، دوباره ساعت بزرگ را آغاز
کن. به محض اینکه ساعت بزرگ
دوباره تمام شد، ماهی را برگردان
تا سمت دیگر آن هم سرخ شود.

آشپزباشی: هر دو
ساعت با هم شروع به
کار می کنند. زمانی
که ساعت کوچیکه
کارش تمام
می شود، ۶ دقیقه
گذشته. چون کار
ساعت بزرگه در ۸
دقیقه تمام می شود،
پس شنی که در محفظه
بالایی ساعت بزرگه مانده،
۲ دقیقه طول می کشد تا پایین
بریزد و تمام شود.

سؤال ۲. با توجه به کادر بالا، آشپزهای
سلطنتی طرف اول ماهی ها را چند دقیقه سرخ
می کرده اند؟

.... هر دو ساعت را با هم آغاز
کن. وقتی ساعت کوچیکه تمام
شد، دوباره برش برگردان.
وقتی ساعت بزرگه تمام
شد، آن را هم
برگردان. وقتی ساعت
کوچیکه برای بار دوم
تمام شد، گوشت را
به روغن جوش
بینداز. وقتی ساعت
بزرگه هم تمام شد،
گوشت را از روغن
بگیر.

سؤال ۳. با توجه به دستور کادر بالا نعنا چند دقیقه در روغن سرخ می‌شده است؟

سؤال ۴. آشپزباشی پس از بازنویسی دفترچه متوجه شد، زمان پخت تمام غذاها بر حسب دقیقه عددی زوج بوده است. چرا با این دو ساعت شنی نمی‌توان زمان‌های فرد دقیقه‌ای را اندازه گرفت؟

سؤال ۵. آشپزباشی فکر می‌کند با این دو ساعت شنی، می‌توان بر حسب دقیقه هر زمان زوجی را اندازه گرفت. به او راهی پیشنهاد کنید تا بتواند از دو ساعت شنی‌اش، ۲۰، ۲۸ و ۲۶ دقیقه را اندازه بگیرد.

آشپزباشی: هر دو ساعت با هم شروع به کار می‌کنند. زمانی که ساعت کوچیکه برای دومین بار کارش تمام می‌شود، ۱۲ دقیقه گذشته است. در این مدت، یک بار ساعت بزرگه کارش تمام شده است. پس ۸ دقیقه از این ۱۲ دقیقه زمانی بوده است که برای بار اول ساعت بزرگه را گذاشته بودیم و ۴ دقیقه دیگرش به مدت زمانی مربوط می‌شود که در بار دوم شن‌های ساعت بزرگه پایین می‌ریخته‌اند. یعنی از زمانی که کار ساعت کوچیکه برای دومین بار تمام شده، $4 = 8 - 4$ دقیقه طول می‌کشد تا کار ساعت بزرگه تمام شود. پس آشپزهای سلطنتی گوشت را ۴ دقیقه سرخ می‌کرده‌اند.

.... هر دو ساعت را با هم آغاز کن. همان موقع که ساعت کوچیکه تمام شد، نعناع را به روغن اضافه کن. به محض اینکه ساعت بزرگه هم تمام شد، ظرف نعناع را از اجاق بردار





ریاضی دانان تجربی

شانس و احتمال (۱)

سارا و ستاره مشغول بازی بودند. آن‌ها به نوبت تاس می‌انداختند و مهره شان را با توجه به عدد روی تاس روی صفحه‌ی بازی حرکت می‌دادند.

بیشتر تاس‌های ستاره، $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$ بود.

سارا گفت: «به نظر می‌رسد اشکالی در کار است!»

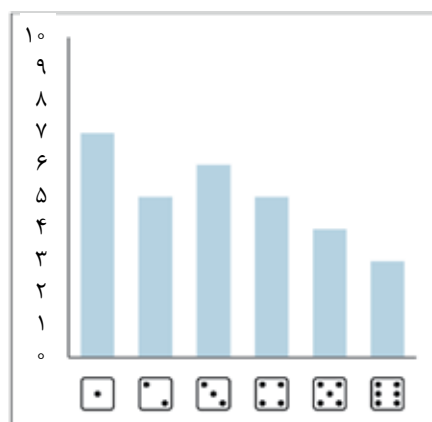
ستاره گفت: «به نظر من هم عجیب است؛ هیچ وقت این جوری نشده بود.»

سارا گفت: «بیا آزمایش کنیم و ببینیم باز هم این جوری می‌شود.»

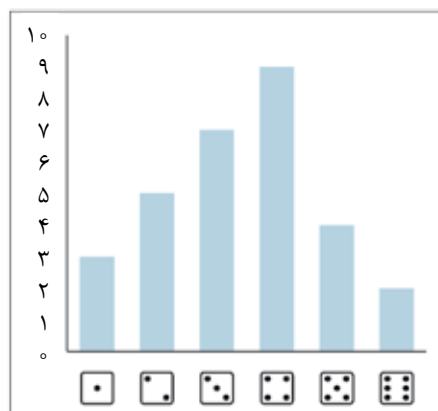
آن‌ها ۳۰ بار تاس انداختند و نتایج آن را ثبت کردند:

۷ بار $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$ ۵ بار $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$ ۶ بار $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$
۵ بار $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$ ۴ بار $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$ ۳ بار $\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$

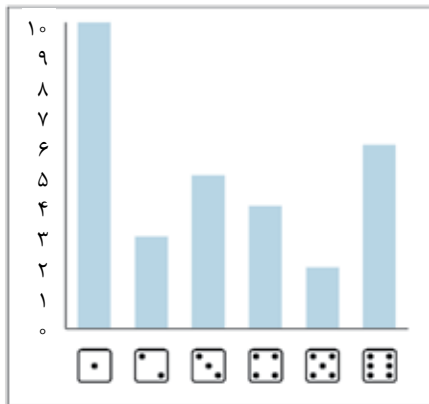
نتایج به نظرشان جالب آمد و همین آزمایش را چند بار دیگر هم تکرار کردند و نتایج را مانند بالا نوشتند. بعد برای هر ۳۰ باری که تاس را پرتاب کردند، نموداری کشیدند. در این نمودارها، ارتفاع هر ستون مشخص می‌کند که آن عدد تاس چند بار آمده است. نمودار ۳۰ بار اول این‌طور شد:



در نمودار بعد، نتایج ۳۰ بار دوم مشخص شده است:

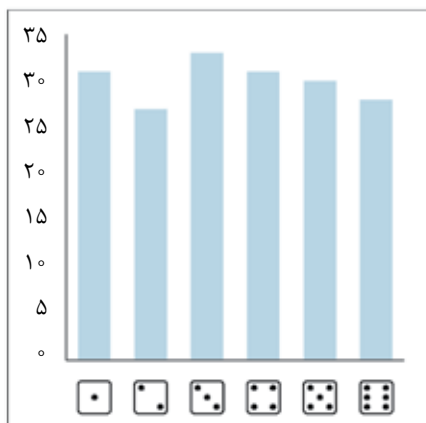


این یکی، نمودار نتایج ۳۰ بار سوم است:



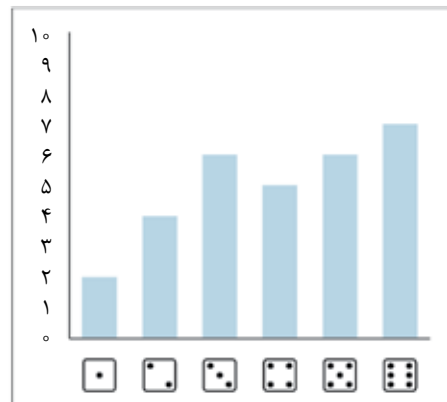
آن‌ها نگاهی به نمودارها انداختند.

سارا گفت: «در ۳۰ بار ششم ۱۰ بار (●) آمده است. این خیلی عجیب است. در ۳۰ بار دوم هم ۹ بار (●) آمده است.» ستاره گفت: «بیا ببینیم در این ۱۸۰ باری که تاس ریختیم، هریک از عددها چند بار آمده است. ۳۱ بار (●) آمده است، ۲۷ بار (●●) ۳۳ بار (●●●)، ۳۱ بار (●●●●)، ۳۰ بار (●●●●●) و ۲۸ بار (●●●●●●). خیلی جالب است. تعداد آمدن هر عدد در ۱۸۰ بار انداختن تاس خیلی به هم نزدیک شده است. بگذار نمودارش را رسم کنم» و نمودار زیر را کشید:

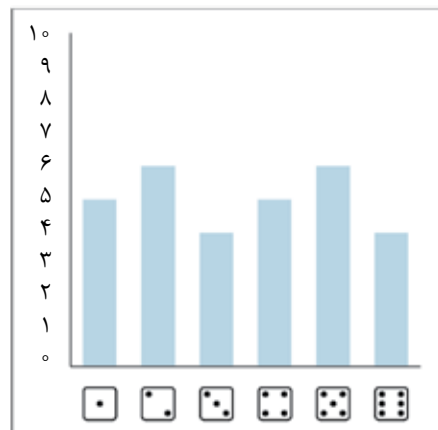


سارا گفت: «۳۱، ۲۷، ۳۳، ... نه! به نظر من به هم نزدیک نیستند!»

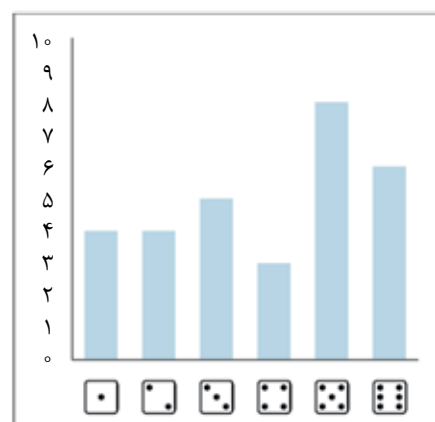
ستاره گفت: «منظورم نسبت به تعداد کل آزمایش‌هاست!» ستاره با کمک سارا حساب کرد که در این ۱۸۰ بار پرتاب تاس، هر عدد به چه نسبتی آمده است. یعنی هریک از عددهای ۳۱، ۲۷، ۳۳، ۳۱ و ۳۰ را بر ۱۸۰ تقسیم کرد. البته برای راحت شدن محاسبه، از ماشین حساب استفاده کرد. حاصل این تقسیم‌ها، این شد (بچه‌ها عددها را تا سه رقم اعشار نوشتند):



نموداری که برای نتایج ۳۰ بار چهارم رسم کردند، به این شکل درآمد:



در ۳۰ بار پنجم، شکل نمودار این‌طور شد:



نموداری که سارا و ستاره برای نتایج ۳۰ بار ششم کشیدند، این است:

شود. ما هر دو در یک بازی، وقتی تعداد زیادی (۳۰) آوردیم هم تعجب کردیم؛ چون با توجه به تجربه‌ای که در بازی‌های قبلی داشتیم این اتفاق در نظرمาน بعید بود.»

بچه‌ها باز هم به آزمایش و گفتگو درباره شانس و احتمال ادامه دادند.

...

سارا نگاهی به ستاره کرد و گفت: «ستاره! آیا این کاری که ما امروز انجام دادیم، کاری ریاضی بود؟ یعنی ریاضی‌دان‌ها هم به شانس فکر می‌کنند؟ آیا ریاضی‌دانان هم آزمایش‌هایی شبیه آزمایش‌های ما انجام می‌دهند و تجربیاتی مانند تجربه‌های امروز ما دارند؟»

ستاره گفت: «به نظرم ریاضی‌دان‌ها هم به این موضوعات فکر می‌کنند. ما هم ریاضی دانیم! اما ریاضی‌دان تجربی!»

آنچه در این جا با بازگویی تجربه ی سارا و ستاره بیان شد مبحثی با عنوان احتمال تجربی است که در کتاب‌های ریاضی جدیدالتألیف دوره‌ی دبستان به آن پرداخته شده است. احتمال ریاضی مبحث دیگری است که در کتاب‌های دوره متوسطة آمده است و در شماره‌های بعدی مجله و در همین ستون درباره آن خواهیم نوشت.



پی‌نوشت:

از خانم محدثه رجایی بابت پیشنهادهای خوبشان درباره این مقاله، سپاسگزاریم.

نسبت آمدن (۱)	۰ / ۱۷۲
نسبت آمدن (۲)	۰ / ۱۵
نسبت آمدن (۳)	۰ / ۱۸۳
نسبت آمدن (۴)	۰ / ۱۷۲
نسبت آمدن (۵)	۰ / ۱۶۶
نسبت آمدن (۶)	۰ / ۱۵۵

سارا به جدول نگاه کرد و گفت: «بله درست گفتی! نسبت‌ها خیلی به هم نزدیک‌اند. مثلاً نسبت (۳) و نسبت (۴) فقط ۰/۰۰۶ تفاوت دارند.»

ستاره گفت: «من گمان می‌کنم ممکن است تاس چند بار پشت سر هم (۳) بیاید یا در ۳۰ بار آزمایش، فقط یک عدد را نشان دهد؛ اما وقتی تعداد آزمایش‌ها را زیاد می‌کنیم، نسبت تعداد آمدن همه‌ی عددها به کل تعداد، کم‌کم به هم نزدیک می‌شود.»

سارا پرسید: «اگر تعداد تاس انداختن‌ها را خیلی زیاد کنیم، مثلاً ۳۰ میلیون بار

تاس بیندازیم آیا هر عدد ۵ میلیون بار می‌آید؟»

ستاره گفت: «تقریباً ۵ میلیون! ممکن است یک عدد ۴۵۶۳۷۸۶ بار و یک عدد دیگر ۵۶۰۹۸۱۲ بار دیده شود!»

سارا گفت: «یعنی هیچ ممکن نیست هر ۳۰ میلیون بار (۳) بیاید؟»

ستاره گفت: «هر بار که تاس می‌اندازیم، ممکن است (۳) بیاید. اینکه این بار (۳) بیاید، هیچ تأثیری روی این که دفعه یا دفعات بعد چه عددی بیاید ندارد. پس ممکن است حتی هر ۳۰ میلیون بار هم (۳) بیاید!»

سارا گفت: «پس غیر ممکن نیست، اما خیلی بعید است. منظورم این است که خیلی خیلی کم پیش می‌آید که این‌طور

بازی نقشه ستارگان

آمده ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم

کلیدواژه‌ها: بازی‌های ریاضی، بازی نقشه ستارگان، بازی مین‌روب

معما وقتی حل می‌شود که بتوانیم همه خانه‌های ستاره‌دار جدول را پیدا کنیم. راستی! جدول‌های بازی طوری طراحی می‌شوند که حتماً حل بشوند. فقط باید از جای مناسب شروع کنید و در ادامه هم به سراغ خانه‌های مناسب بروید. در معماهایی که در این مقاله آورده‌ایم، همه جدول‌ها 7×7 هستند و در هر جدول ۱۰ ستاره پنهان شده‌اند. اما در بعضی معماهای این بازی، اندازه جدول و تعداد ستاره‌ها عددهای دیگری می‌تواند باشد. مثال. معما:

	۱			۲		۲
	۲	۳				
			۲	۲		
	۲		۲		۱	۱
۱	۲		۲	۱	۲	
						۲
	۱	۱				۱

در بازی «نقشه ستارگان»، ۱۰ ستاره در ۱۰ تا از خانه‌های جدولی 7×7 پنهان شده‌اند! در بعضی از خانه‌های بی‌ستاره عددی نوشته شده است. به کمک این عددها باید همه ستاره‌ها را پیدا کنید. قبل از این که بگوییم این عددها چه هستند، باید معنای کلمه «همسایه» را توضیح دهیم: دو خانه‌ای را که از روی ضلع یا از گوشه به یکدیگر متصل‌اند، «همسایه» می‌نامیم. مثلاً در جدول زیر، خانه الف با هریک از خانه‌های هاشورخورده همسایه است و با هیچ خانه دیگری، جز آنها همسایه نیست.

		الف		

پاسخ:

	۱	*		۲		۲
	۲	۳	*		*	*
		*	۲	۲		
	۲		۲		۱	۱
۱	۲	*	۲	۱	۲	*
	*			*		۲
	۱	۱			*	۱

بیشتر خانه‌های جدول، ۸ تا همسایه دارند، اما همه چنین نیستند. مثلاً چهار تا خانه‌ای که در گوشه‌های جدول قرار دارند، هریک فقط ۳ تا همسایه دارند. عدد هر خانه بی‌ستاره جدول، نشان‌دهنده تعداد «همسایه»‌های ستاره‌دار آن خانه است. مثلاً اگر در خانه‌ای عدد ۳ نوشته باشد، به این معنی است که در ۳ تا از همسایه‌های این خانه، ستاره پنهان شده است. هیچ ستاره‌ای در خانه‌ای که عدد دارد، پنهان نشده است. اما اگر در خانه‌ای همسایه خانه‌ای هیچ عددی نباشد، باز هم ممکن است در آن خانه ستاره پنهان شده باشد!

مسئله‌ها

۱. در هریک از جدول‌های زیر، خانه‌ای مشخص شده است.

مشخص کنید در کدام همسایه‌های این خانه، ستاره‌ای پنهان شده است؟

۲			۱			
				۳	۳	
	۳			۱		
	۱	۰		۱		
	۲	۰		۲	۲	۱
	۱		۱			
۱	۰		۲	۱		

		۲		۱		
		۲	۱		۲	
	۳		۰	۰	۱	
	۲					۲
۰						
		۱		۲	۳	
				۰	۰	۰

۳. معماهای زیر تا نیمه حل شده‌اند. ستاره‌های باقی‌مانده را

پیدا کنید.

	۰				★	★
۰		۲		۲		۲
		★		۱	۰	
۰			۲			۰
		★	۳		۱	
۲	★	★	۴		۱	
★	۴	★		۱		

	۲	۲				۰
۲				۳	۲	
	۱			۳		۱
	۱				۲	۲
	۱					۱
			۱	۲	۲	
	۰			۱		

۲. معماهای زیر را حل کنید.

★	۲				۲	
۳	۴				۲	۱
★	★	۲		۱		
۳		۲	۰		۰	۰
۱	★	۱		۱	۱	۰
	۲			★		۱
★	۱	۰			۲	★

	۱					۰
		۲				
	۱		۰	۲		۲
۲		۲				
۳		۳	۰	۱	۱	
۲						
۱	۲			۱		۰

بازی نقشه ستارگان با رایانه

★	★	۲	۱	۲	★	۳	۲
۳	۳	۳	★	۳	۳	★	★
۱	★	۲	۲	★	۳	۳	۳
۲	۲	۲	۲	۲	۲	★	۱
★	۳	۳	★	۲	۲	۳	۲
۲	★	★	۲	۲	★	۲	★

این جدول، شبیه جدول‌های بازی نقشه ستارگان پر شده است. یعنی بعضی خانه‌هایش ستاره دارند و در هر خانه‌ای که ستاره ندارد، تعداد ستاره‌های اطرافش نوشته شده است. البته در معماهای این بازی معمولاً تعداد کمتری از عددهای جدول نوشته شده‌اند، اما در این جدول همه عددهای خانه‌های بی ستاره نوشته شده‌اند.

بیا یاد در این جدول دو تغییر را ایجاد کنیم:
 * هر خانه‌ای از جدول بالا را که در آن ستاره‌ای هست، خالی می‌کنیم.
 * در هر خانه‌ای از جدول بالا که در آن ستاره‌ای نیست، ستاره‌ای می‌گذاریم.

با این کار، به چنین جدولی می‌رسیم:

		★	★	★		★	★
★	★	★		★	★		
★		★	★		★	★	★
★	★	★	★	★	★		★
	★	★		★	★	★	★
★			★	★	★	★	

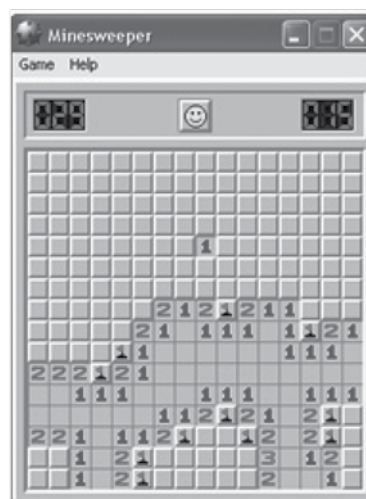
بیا یاد تعداد ستاره‌های خانه‌های همسایه در این جدول را هم در خانه‌های خالی بنویسیم:

۲	۴	★	★	★	۴	★	★
★	★	★	۷	★	★	۶	۴
★	۸	★	★	۷	★	★	★
★	★	★	★	★	★	۸	★
۴	★	★	۷	★	★	★	★
★	۳	۳	★	★	۵	★	۳

این جدول را «برعکس» جدول اصلی می‌نامیم.

در مثال بالا، حاصل جمع عددهای جدول اصلی برابر است با ۷۵. حاصل جمع عددهای برعکس این جدول هم برابر است با ۷۵. یعنی حاصل جمع عددهای جدول اصلی و حاصل جمع عددهای

بازی نقشه ستاره‌ها بسیار شبیه یک بازی رایانه‌ای است به نام «مین‌روب». البته بازی مین‌روب، بعضی از عددهای راهنما در ابتدا داده نشده‌اند و به تدریج مشخص می‌شوند. ضمناً به جای این که ستاره‌ها را پیدا کنید، باید در جدولی که مین‌گذاری شده است، مین‌ها را مشخص کنید، اما استدلال‌هایی که برای حل معما لازم است، تفاوت چندانی با استدلال‌های بازی «نقشه ستاره‌ها» ندارد.



بازی مین‌روب روی هر رایانه‌ای که سیستم عامل ویندوز داشته باشد، خودبه‌خود نصب است. برای پیدا کردن بازی، دکمه «Start» را بزنید. سپس در فهرست «All Programs» فهرست «Games» را انتخاب کنید و «Minesweeper» را اجرا کنید.

جالب است بدانید که در سال ۲۰۰۱ عده‌ای اعلام کردند که به نظرشان، بازی مین‌روب ممکن است باعث ناراحتی کسانی شود که به دلیل انفجار مین صدمه دیده‌اند یا برای پاک‌سازی مناطق مین‌گذاری شده تلاش می‌کنند. به همین دلیل، در نسخه‌های جدیدتر ویندوز، این امکان وجود دارد که در بازی به جای مین، گل قرار گیرد و گل‌ها را پیدا کنید.

حقیقتی جالب درباره بازی

درباره نقشه ستارگان، حقیقت ریاضی جالبی وجود دارد! در این قسمت می‌خواهیم درباره این حقیقت جالب صحبت کنیم. جدول زیر را در نظر بگیرید:

برعکس آن، برابرند. آیا در مورد هر جدول دیگری چنین است؟
بله!

قضیه: حاصل جمع عددهای هر جدول بازی برابر است با
حاصل جمع عددهای برعکس آن جدول!
اثبات این قضیه را بعد از حل جدول‌های زیر بخوانید.

باز هم نقشه ستارگان!

				۲		
		۴			۱	
۲	۲					
		۱	۳			
۲					۳	
			۱			
		۱				۲

	۳					
			۳			
۲	۲				۲	
		۱				
				۲		
۱	۳					۲
			۲			

	۳	۲				
				۲		
۱						۲
		۲				۲
		۲	۱		۳	
۲						
				۱	۲	

	۲					
۱					۱	
		۱	۲			۲
		۴	۳			
					۳	
۱				۱		

	۲	۱				
	۱			۳		
			۰			
۳					۱	
			۳			
	۲				۱	

			۱		۳	
۱			۲	۱		
			۳		۱	۳
		۱				
۲					۱	

			۱		۳	
۱	۲					۲
	۲		۱			
			۳	۱		
						۳
		۱				

در اینجا، اثبات قضیه‌ای را که گفته شد، می‌بینید:

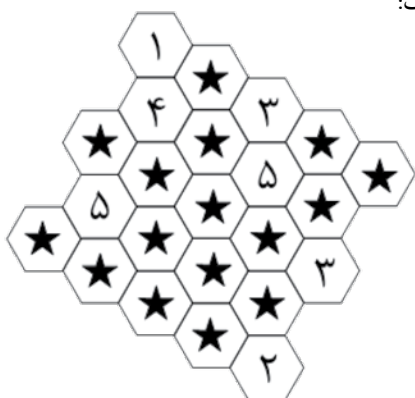
اثبات: در جدول اصلی، بین هر خانه ستاره‌دار با هر همسایه
خالی‌اش، پاره خط کوچکی می‌گذاریم. در مورد مثالی که دیدیم، به
چنین شکلی می‌رسیم:

★	★			★		
	★			★	★	
★						★
		★				★
★	★			★		

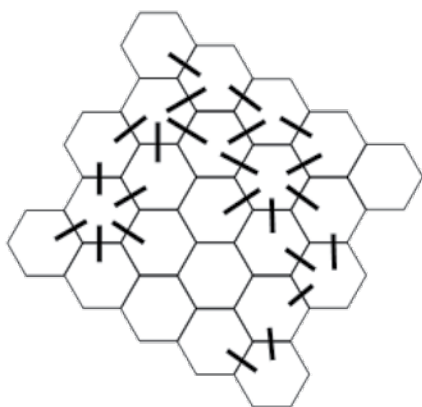
تعداد پاره خط‌هایی که به هر خانه بدون ستاره وارد می‌شود،
دقیقاً همان تعداد ستاره‌های همسایه‌اش است. یعنی تعداد



آیا قضیه‌ای که گفته شد، در مورد چنین جدول‌هایی نیز درست است؟ یعنی جمع اعداد جدول با خانه‌های شش ضلعی بالا و جمع اعداد جدول برعکس آن، یکسان است؟ برعکس جدول بالا این است:



در هر دو جدول، حاصل جمع اعداد برابر است با ۲۳. قضیه در مورد این جدول هم برقرار است. همان اثبات را می‌توانیم تکرار کنیم، و تنها تفاوت این است که باید از چنین شکلی استفاده کنیم:

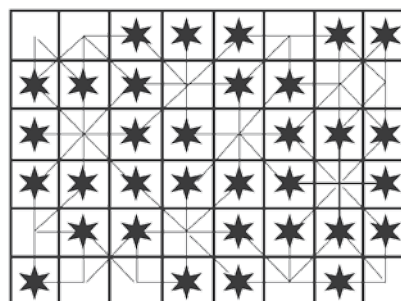


در حقیقت، این قضیه در هر جدولی درست است؛ شکل خانه‌های جدول هر چه می‌خواهد باشد!

پاره‌خط‌های هر خانه بدون ستاره برابر است با عدد آن خانه. پس تعداد کل پاره‌خط‌های جدول برابر است با حاصل جمع عددهای آن.

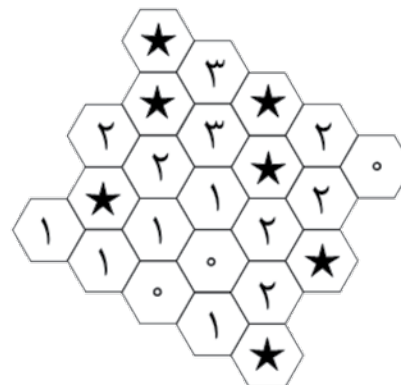
حالا جدول را برعکس می‌کنیم، و دوباره پاره‌خط‌ها را رسم می‌کنیم ... یا شاید هم نه! لازم نیست دوباره پاره‌خط‌ها را رسم کنیم! پاره‌خط‌ها همان پاره‌خط‌های جدول اصلی هستند! هر خانه‌ای که خالی بوده حالا ستاره‌دار شده و هر خانه‌ای که ستاره‌دار بوده، خالی شده است اما:

* اگر بین دو خانه در جدول اصلی پاره‌خط وجود داشته است، در برعکس آن هم باید وجود داشته باشد.
* اگر بین دو خانه در جدول اصلی پاره‌خط نبوده است، در برعکس آن هم نباید باشد.
در مورد مثال بالا، جدول برعکس چنین می‌شود:



پس تعداد پاره‌خط‌ها در جدول برعکس با تعداد پاره‌خط‌ها در جدول اصلی برابر است. یعنی حاصل جمع عددهای جدول اصلی با جدول برعکس، برابر است. اثبات تمام شد. 😊

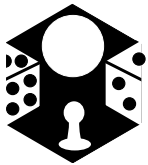
جدول بازی نقشه ستارگان ممکن است شکل‌هایی دیگر هم داشته باشد. مثلاً خانه‌های جدول ممکن است شش ضلعی باشند



در این صورت، هیچ خانه‌ای بیشتر از ۶ همسایه ندارد:

منابع

[http://en.wikipedia.org/wiki/Minesweeper-\(video-game\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Minesweeper-(video-game))
<http://www.cut-the-knot.org/arithmetic/combinatorics/Minesweeper.shtml>
www.spiritmag.com/fun/pdf/tentaizu.pdf



اسم - فامیل

بازی در کلاس ریاضی!

بچه که بودیم، «اسم - فامیل» یکی از بازی‌های مورد علاقه‌مان بود. دور هم می‌نشستیم و هر کدام فهرستی آماده می‌کردیم با عنوان‌های اسم، فامیل، میوه، حیوان، شهر و بعد یکی از ما حرفی را انتخاب می‌کرد و همه سعی می‌کردیم همه ستون‌های یک ردیف را با کلماتی که با آن حرف شروع می‌شد، پر کنیم. هرکس زودتر ردیف را کامل می‌کرد، خبر می‌داد و وقت بقیه هم به پایان می‌رسید. کلماتمان را با هم مقایسه می‌کردیم. هر کلمه‌ای که با یکی یا چند تا از دوستانمان مشترک بود، ۵ امتیاز و هر کلمه‌ای که متفاوت با بقیه بود ۱۰ امتیاز می‌گرفت. امتیازاتمان را جمع می‌زدیم و با یک حرف دیگر بازی را ادامه می‌دادیم.

«بازی اسم - فامیل در کلاس ریاضی» بر اساس همین بازی و به ابتکار خانم مریم یونسی، دبیر خوش‌ذوق دوره راهنمایی در استان قم طراحی شده است. دور هم بنشینید، بازی کنید و لذت ببرید.

می‌توانید یک نمونه جدول پر شده را در زیر ببینید.

	عدد اول	عدد مرکب	مضرب ۳	مجذور کامل	مکعب کامل	کسر کوچکتر از واحد	شکل هندسی	نام یک علامت، اصطلاح یا ابزار
چ	۴۱	۴۲	۴۵	۴۹	$۱۷^3=4913$	$\frac{40}{41}$	چهارضلعی	چهار مجهولی
د	۲	۲۰۰	۲۰۰۱	۲۲۵	$6^3=216$	$\frac{2}{3}$	دایره	دستگاه مختصات، درجه، دوران
پ	۵۳	۵۰	۵۱	۵۲۹	$8^3=512$	$\frac{5}{6}$	پاره‌خط	پرگار، پایه
ن	۹۷	۹	۹	۹	$21^3=9261$	$\frac{9}{10}$	نقطه یا نیم‌خط	نقاله، نسبت
س	۳۱	۳۰	۳۰	۳۶	$7^3=343$	$\frac{30}{31}$	سه‌می یا سه‌ضلعی	ساده کردن
ش	۶۷	۱۶	۶	۶۴	$4^3=64$	$\frac{16}{17}$	شعاع یا شش‌ضلعی	شیب خط، شاخص، آمار
هـ	هفت	۸	۱۸	۱۰۲۴	$10^3=1000$	$\frac{7}{8}$	هرم	هکتار یا هم‌مخرج
م	میلیون و سه	میلیون	میلیون و دو	مجذور هفت	مکعب هفت یا منفی هشت $-8=(-2)^3$		مربع یا مستطیل	مقسوم‌علیه، مضرب، منفرد، محاطی، مرکز، متمم، مکمل، محیط، مساحت



مانا در جست‌وجوی حقیقت ادعاهایی دربارهٔ همه‌چیز

کلیدواژه‌ها: استدلال ریاضی، همه، هر، مثال نقض

او سپس چند مثال هم برای کشف دوم خود ارائه کرد:
جملهٔ دوم: «حاصل جمع هر سه عدد طبیعی پشت سر
هم، بر عدد وسط بخش‌پذیر است.»

مثال ۱. سه عدد طبیعی پشت سر هم ۷، ۸ و ۹ را با هم جمع
کن: $۷+۸+۹=۲۴$. حاصل جمع (یعنی ۲۴) بر عدد وسط (یعنی ۸)
بخش‌پذیر است؛ چون: $۲۴=۳ \times ۸$.

مثال ۲. $۶۳=۲۲+۲۱+۲۰$ و ۶۳ بر ۲۱ بخش‌پذیر است (چون:
 $۶۳=۳ \times ۲۱$).

مثال ۳. $۴۳۵=۱۴۵+۱۴۴+۱۴۶$ و ۴۳۵ بر ۱۴۵ بخش‌پذیر
است. (چون: $۴۳۵=۳ \times ۱۴۵$).

دوست مانا با این مثال‌ها می‌خواست او را قانع کند که
کشف‌هایش درست‌اند. هرچند که مانا از کشف‌های دوستش
خوشش آمده بود و حالا بیشتر به خاطر داشتن چنین دوست
خلاق به خودش افتخار می‌کرد، هنوز از درستی کشف‌های او در
مورد همهٔ اعداد مطمئن نشده بود. بنابراین گفت: «نتایج جالبی
هستند. ولی چه‌طور می‌شود با سه مثال مطمئن شد که این
جمله‌ها همیشه درست‌اند؟»

مانا حق داشت که هنوز به درستی جمله‌ها شک داشته باشد.
جملهٔ اول می‌گفت: «مربع هر عدد به جز صفر و یک...»؛ یعنی
این جمله داشت دربارهٔ تمام اعداد (به جز صفر و یک) ادعا می‌کرد،
نه فقط سه تا عدد ۷ و ۱۲ و ۲۰۰! جملهٔ دوم هم همین‌طور بود:
«حاصل جمع هر سه تا عدد طبیعی متوالی...» دربارهٔ همهٔ
عددهای طبیعی حرف می‌زد نه فقط مثال‌هایی که دوست مانا زده
بود. البته مانا ته دلش نسبت به جملهٔ اول کمی مطمئن‌تر بود، ولی

مانا از آن آدم‌هایی نیست که هر کسی هر ادعایی کرد، آن
را بپذیرد؛ آن هم ادعاهایی بزرگ دربارهٔ همه چیز! مثلاً همین
چند روز پیش یکی از دوستان مانا با خوش‌حالی اعلام کرد که
دو تا کشف جدید کرده است. کشف اول او که خیلی هم دور از
ذهن به نظر نمی‌رسید این بود: «مربع هر عدد به جز صفر و
یک، از خود عدد بزرگ‌تر است.» اما کشف دوم دوست مانا
جملهٔ عجیب و غریبی بود که کمی طول کشید تا مانا معنی آن
را بفهمد: «حاصل جمع هر سه تا عدد طبیعی پشت سر هم،
بر عدد وسط بخش‌پذیر است.» این دو تا جمله طوری نوشته
شده بودند که مانا را به یاد کتاب‌های ریاضی می‌انداخت. اما مانا
به قول خودش باید ته همه چیز را در می‌آورد و به این راحتی‌ها
هر جمله‌ای را قبول نمی‌کرد؛ حتی جمله‌های ریاضی را! بنابراین
از دوستش خواست توضیح دهد که چگونه به این دو کشف بزرگ
رسیده است.

دوست مانا برای این که مانا را در مورد درستی این جمله‌ها قانع
کند، شروع کرد به مثال زدن:

جملهٔ اول: «مربع هر عدد به جز صفر و یک، از خود عدد
بزرگ‌تر است.»

مثال ۱. عدد ۷ را در نظر بگیر. مربع ۷ یعنی $۷^۲$ ، برابر با ۴۹
است. ۴۹ هم که از ۷ بیشتر است.

مثال ۲. عدد ۱۲ را در نظر بگیر. $۱۲^۲=۱۴۴$ و $۱۴۴ > ۱۲$.

مثال ۳. برای عدد ۲۰۰ هم داریم: $۲۰۰^۲=۴۰۰۰۰$ و $۴۰۰۰۰ > ۲۰۰$.

دوست مانا گفت: «البته $۱^۲=۱$ و $۰^۲=۰$ به خاطر همین، این دو
تا عدد را از بقیهٔ عددها مستثنا کردم.»

مثال‌هایی که دوست مانا برای جمله دوم زد، برای او بیشتر به یک شعبده‌بازی شبیه بودند. به خاطر همین مانا برای اطمینان بیشتر از درستی جملات، شروع کرد به آزمودن مثال‌های بیشتر. برای این کار او جدولی تنظیم کرد تا مثال‌های خود را در آن بنویسد. در مورد جمله اول مانا با خودش فکر کرد که این جمله درباره هر عدد یعنی درباره تمام اعداد است. بنابراین سعی کرد مثال‌های متنوع‌تری بزند و فقط از اعداد طبیعی استفاده نکند.

ادعای اول: «مربع هر عدد به جز صفر و یک، از خودِ عدد بزرگ‌تر است.»			
عدد انتخابی	مربع عدد انتخابی	مقایسه عدد با مربع آن	آیا مربع عدد از خودش بزرگ‌تر است؟
$2/5$	$2/5^2 = 6/25$	$6/25 > 2/5$	بله
-7	$(-7)^2 = 49$	$49 > -7$	بله
$\frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2 = \frac{25}{9}$	$\frac{25}{9} > \frac{5}{3}$	بله
$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} > \frac{1}{2}$	خیر

با مثال آخر، مانا که خیلی تعجب کرده بود، دست از کار کشید. چون عددی (به جز صفر و یک) پیدا کرده بود که مربع آن از خودش بزرگ‌تر نبود. بنابراین شاید خیلی از عددها باشند که مربعشان بزرگ‌تر از خودش است، اما بعضی اعداد مثل $\frac{1}{2}$ هم هستند که مربعشان کوچک‌تر از خودشان است. مانا حالا با اطمینان می‌گفت که جمله اول درست نیست. چون این جمله درباره «تمام اعداد به جز صفر و



از کجا مطمئنی که همیشه
(یعنی برای همه اعداد
طبیعی!) همین‌طور است؟»
آن‌ها پاسخ قانع‌کننده‌ای
نداشتند. بنابراین باید
تلاش می‌کردند به چرایی
درستی این اعا فکر کنند
و در پی یافتن دلیلی
قانع‌کننده برای درستی
این ادعا باشند

یک»، ادعا می‌کند که «مربعشان بزرگ‌تر از خودشان است»، اما حقیقت این است که مثال‌هایی، مثل $\frac{1}{4}$ ، هستند که این ادعا در مورد آن‌ها صحت ندارد. به چنین مثال‌هایی که درستی یک جمله را نقض می‌کنند، «مثال نقض» گفته می‌شود. مانا با یافتن یک مثال نقض برای ادعای اول، آن ادعا را رد کرد. یعنی نشان داد که نمی‌توان با اطمینان گفت که مربع هر عدد به جز صفر و یک، از خود عدد بزرگ‌تر است.

دوست مانا حالا که فهمیده بود کشف اولش درست از آن در نیامده است، به قول خودش حالش گرفته شد! اما او حالا می‌دانست که وقتی جمله‌ای درباره همه چیز (مثلاً درباره اعدادی که تمام شدنی نیستند) ادعا می‌کند، نمی‌توان با آزمودن چند مثال از درستی آن جمله مطمئن شد؛ چون ممکن است مثال‌هایی باشند که از چشم ما پنهان مانده باشند و آن جمله را نقض کنند! با این حساب حالا دوست مانا نگران کشف دوم خود بود که نکند آن هم، به وسیله مثالی که او نمی‌داند چیست، نقض شود! مانا و دوستش دست به کار شدند تا مثال‌های بیشتری را برای جمله دوم بیازمایند و برای راحتی در محاسبات خود از ماشین حساب استفاده کردند.

ادعای دوم: «حاصل جمع هر سه تا عدد طبیعی پشت سر هم، بر عدد وسط بخش‌پذیر است.»			
سه عدد طبیعی پشت سر هم	حاصل جمع آن‌ها	عدد وسط	آیا حاصل جمع سه عدد بر عدد وسط بخش‌پذیر است؟
۵۶، ۵۷، ۵۸	$۵۶+۵۷+۵۸=۱۷۱$	۵۷	بله (چون $۱۷۱=۵۷ \times ۳$)
۱۰۰۰، ۱۰۰۱، ۱۰۰۲	$۱۰۰۰+۱۰۰۱+۱۰۰۲=۳۰۰۳$	۱۰۰۱	بله (چون $۳۰۰۳=۱۰۰۱ \times ۳$)

آن‌ها هم مثال‌های بیشتری زدند که در این‌جا نوشته نشده‌اند. شما هم می‌توانید دست به کار شوید و جدول بالا را با مثال‌های خودتان کامل کنید. مثال بزنید و سعی کنید مثال نقضی برای ادعای دوستتان پیدا کنید. یعنی سه عدد طبیعی پشت سر هم پیدا کنید که مجموعشان بر عدد وسط بخش‌پذیر نباشد.

مانا و دوستش هرچه مثال می‌زدند، آن مثال‌ها کشف دوم را تأیید می‌کردند؛ یعنی پاسخ آن‌ها در ستون چهارم جدول بالا برای تمام مثال‌ها «بله» بود. رفته رفته اطمینان آن‌ها نسبت به درستی این کشف بیشتر می‌شد، اما چون این کشف درباره تمام اعداد طبیعی ادعا می‌کرد و آن‌ها نمی‌توانستند تمام اعداد طبیعی را بررسی کنند، با این کار هیچ‌وقت نمی‌توانستند مطمئن شوند که این جمله درست است. در واقع برای جمله‌ای که درباره همه چیز (مثلاً درباره همه اعداد طبیعی یا اعدادی که تعداد آن‌ها تمام شدنی نیست) ادعا می‌کرد، مثال‌هایی تأییدکننده ادعا هرچه‌قدر هم که تعدادشان زیاد باشد، نمی‌توانند دلیلی بر درستی جمله باشند. به قول مانا «شاید هنوز مثالی هست که ما امتحانش نکرده‌ایم و این ادعا در مورد آن مثال درست نیست».

مانا و دوستش و تمام دوستان آن‌ها و شما هم اگر بنشینید و مدام مثال بزنید، هیچ‌وقت نخواهید توانست همه مثال‌های ممکن را امتحان کنید.

همان‌طور که گفتیم، مانا و دوستش رفته رفته نسبت به درستی این کشف اطمینان بیشتری پیدا می‌کردند؛ اما اگر کسی از آن‌ها می‌پرسید: «از کجا مطمئنی که همیشه (یعنی برای همه اعداد طبیعی!) همین‌طور است؟» آن‌ها پاسخ قانع‌کننده‌ای نداشتند. بنابراین باید تلاش می‌کردند به چرایی درستی این ادعا فکر کنند و در پی یافتن دلیلی قانع‌کننده برای درستی این ادعا باشند.

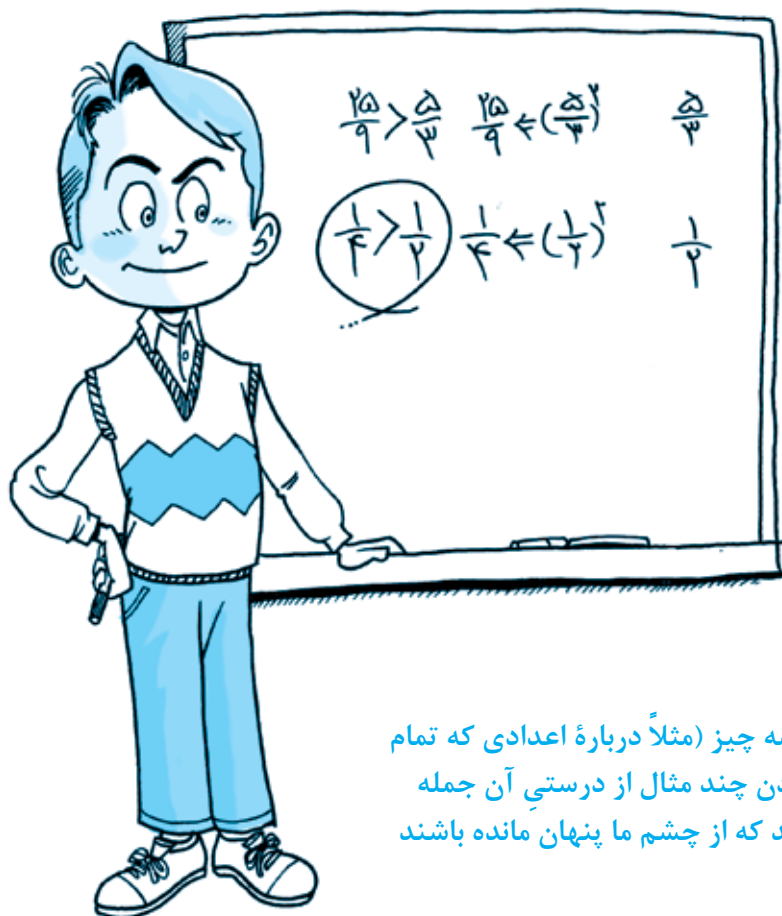
مانا پیشنهاد کرد به جای این که به مثال‌هایی فکر کنند که هیچ‌گاه تمامی ندارند، به این فکر کنند که وقتی سه عدد متوالی را با هم جمع می‌کنند، چه اتفاقی می‌افتد که حاصل جمع آن‌ها حتماً بر عدد وسط بخش‌پذیر می‌شود. آن‌ها با بررسی مثال‌های متفاوت حدس می‌زدند که همیشه مجموع این اعداد سه برابر عدد وسط است. مانا و دوستش می‌دانستند که عدد اول همیشه یکی کمتر از عدد وسط است و عدد سوم یکی بیشتر از عدد وسط است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که وقتی عدد اول و سوم با هم جمع می‌شوند، مثل این می‌ماند که عدد وسط را با خودش جمع کرده باشند. مثلاً اگر عدد وسط ۱۲ باشد، عدد اول ۱۱ یعنی ۱۲-۱ و عدد سوم ۱۳ یعنی ۱۲+۱ است و مجموع سه عدد را می‌توان به این شکل نوشت:

$$11+12+13 = (12-1)+12+(12+1) = 12+12+12 = 3 \times 12$$

بنابراین مجموع این اعداد بر ۱۲ بخش پذیر است. مانا و دوستش اتفاقی را که در جمع سه عدد متوالی می افتد، در یک مثالی خاص با اعداد ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان دادند؛ اما آن‌ها آگاه بودند که برای اعداد دیگر هم می توانند همین کار را انجام دهند. اگر عدد وسط را با a نمایش دهیم، عدد اول $a-1$ و عدد سوم $a+1$ است و مجموع آن‌ها را می توان به شکل زیر نوشت:

$$(a-1)+(a)+(a+1) = a+a+a = 3 \times a$$

بنابراین مجموع این سه عدد بر a بخش پذیر است و به این ترتیب حدس جدیدشان هم درست است. یعنی این حاصل جمع، با سه برابر عدد وسط برابر است. مانا و دوستش حالا دیگر مطمئن بودند که کشف دوم دوست مانا برای هر سه عدد طبیعی متوالی درست است. تلاش مانا و دوستش، تلاشی بود برای بررسی درستی جملاتی که درباره همه چیز ادعا می کنند. البته منظور از همه چیز، چیزهایی است که تمام شدن نیستند. مثل «همه اعداد طبیعی»، «همه اعداد به جز صفر و یک»، «همه مربع‌ها»، «هر متوازی‌الاضلاع»، «تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین» و یا «اعداد زوج». مثال زدن برای بررسی درستی یا نادرستی ادعاهایی درباره همه چیز، شروع خوبی است. اگر طی این مثال‌ها، مثالی پیدا شد که آن ادعا در موردش درست نبود، یعنی یک مثال نقض، می توان با قاطعیت گفت که این ادعا درست نیست. اما اگر مثال نقضی پیدا نشد، نباید مطمئن بود که مثال نقضی وجود ندارد و این ادعا درست است. برای اطمینان از درستی یک ادعا باید حتماً برای آن دلیل قانع کننده‌ای آورد؛ دلیلی که برای همه چیز دلیل باشد، مانند دلیلی که مانا و دوستش برای کشف دوم آوردند. اما اگر در ادعاهایی درباره همه چیز، نه مثالی برای نقض ادعا پیدا شد و نه دلیلی برای درستی ادعا، نمی توان درباره درستی یا نادرستی ادعا نظر داد و همچنان باید در جست‌وجوی حقیقت تلاش کرد!



مثال زدن برای بررسی درستی یا نادرستی ادعاهایی درباره همه چیز، شروع خوبی است. اگر طی این مثال‌ها، مثالی پیدا شد که آن ادعا در موردش درست نبود، یعنی یک مثال نقض، می توان با قاطعیت گفت که این ادعا درست نیست. اما اگر مثال نقضی پیدا نشد، نباید مطمئن بود که مثال نقضی وجود ندارد و این ادعا درست است. برای اطمینان از درستی یک ادعا باید حتماً برای آن دلیل قانع کننده‌ای آورد؛ دلیلی که برای همه چیز دلیل باشد

او حالا می دانست که وقتی جمله‌ای درباره همه چیز (مثلاً درباره اعدادی که تمام شدن نیستند) ادعا می کند، نمی توان با آزمودن چند مثال از درستی آن جمله مطمئن شد؛ چون ممکن است مثال‌هایی باشند که از چشم ما پنهان مانده باشند و آن جمله را نقض کنند!



چرخیدن شبح‌ها و ساعت خانهٔ تنه‌بزرگ!

کلیدواژه‌ها: ساعت، عقربه‌های ساعت، ثانیه‌شمار، دقیقه‌شمار، ساعت‌شمار، محیط دایره، مسافت، سرعت

من داد. من هم خوردم و چند دقیقه بعد کمی خنک شدم. آن شب مادر بزرگ آن قدر بالای سرم نشست تا خوابم برد. صبح که از خواب بلند شدم ماجرای تیک تاک ساعت و چرخیدن شبح‌ها را برایش تعریف کردم. اولش خیلی خیلی خندید و گفت: «تو دیشب تب شدیدی داشتی، شبی در کار نبوده. آن ساعت قدیمی هم یادگار پدر بزرگ توست». ننه‌جون گفت که بیشتر از صد سال از عمر این ساعت مکانیکی و کوکی می‌گذرد و پدر بزرگم، از پدرش به ارث برده بود. دایی اسماعیل که در گوشه‌ای نشسته بود و صحبت‌های من و مادر بزرگ را می‌شنید، با خنده رو به من کرد و گفت: «می‌دونی که ساعت چیست؟» دایی ادامه داد: «ساعت وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری و تعیین زمان از آن استفاده می‌شود. این وسیله از قدیمی‌ترین اختراعات بشر است.» دایی اسماعیل که متوجه شده بود من خیلی با علاقه به صحبت‌هایش گوش می‌دهم بیشتر توضیح داد و گفت:



خانهٔ ننه‌جون حال و هوای دیگری دارد. من خیلی از اوقات روز و بعضی شب‌ها را در آنجا می‌گذرانم. روزی نیست که به ننه‌جون سر نزنم. یک شب که کمی بیمار بودم، ننه‌جون برایم آش درست کرده بود. آش را که خوردم تقریباً هوا تاریک شده بود، چند ساعت بعد، ننه‌جون یک لحاف و تشک برایم پهن کرد و گفت پسرم برو بخواب و استراحت کن تا زودتر حالت خوب شود. نیمه‌های شب بود که احساس کردم کمی تب دارم، سرم حسابی درد می‌کرد. خیس عرق شده بودم. هر صدایی را بلندتر از آن چیزی که بود می‌شنیدم. یکی از آن صداها صدای تیک و تاک ساعت قدیمی خانهٔ مادر بزرگ بود. اتفاقی که در آن خوابیده بودم حسابی تاریک بود. لحظه به لحظه داغ‌تر می‌شدم. یک لحظه به نظرم آمد که با آهنگ موزون تیک تاک ساعت، شبح‌های سیاهی خمیده خمیده به دنبال هم دور اتاق چرخ می‌زدند. خیلی ترسیده بودم تا جایی که یک مرتبه بلند فریاد زدم. ننه‌بزرگم بیچاره با صدای فریاد من از جا پرید و وحشت‌زده به سمت من آمد.

«اولین ساعت‌ها، ساعت‌های آفتابی، آبی، سایه‌ای، شمعی و شنی بوده‌اند. کم‌کم ساعت‌های مکانیکی و دیجیتالی هم ساخته شدند.

آمد. چراغ را روشن کرد. متوجه شد که حسابی تب کرده‌ام. به سرعت چند تا قرص تب‌بر و یک لیوان آب خنک برایم آورد و به



در قرن حاضر ساعت‌های
اتمی هم به بازار آمده‌اند.» دایی
اسماعیل ادامه داد: «قدیمی‌ترین ساعت‌ها
حدود شش قرن قبل از میلاد توسط بابلی‌ها
ساخته شدند، بابلی‌ها می‌دانستند که
عدد ۶۰ به اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و
۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و
۳۰ و ۶۰ قابل تقسیم است؛

لذا عدد ۶۰ را پایه در
مبنای تقسیم‌بندی ساعت
دادند. هم‌چنین تقسیم‌بندی
به ۳۶۰ درجه که مضرّبی
۶۰ است، از کارهای بابلیان است.» بعد
از صحبت‌های دایی اسماعیل، من دوباره

به سراغ ساعت رفتیم و بیشتر به آن نگاه کردم. ساعت دیواری خانه مادر بزرگ به شکل دایره است. با خط کش مدرجی که داشتم طول هر سه عقربه آن را اندازه گرفتم. طول عقربه ساعت شمارش ۸ سانتی متر، طول عقربه دقیق شمار و ثانیه شمار آن به ترتیب ۱۰ و ۱۲ سانتی متر بود. طبق گفته مادر بزرگم این ساعت حدود ۱۰۰ سال بود که کار می کرد. به این فکر کردم که نوک عقربه های ساعت شمار، دقیقه شمار و ثانیه شمار این ساعت ۱۰۰ سال است که، هریک به ترتیب، محیط دایره هایی به شعاع ۸ و ۱۰ و ۱۲ سانتی متر را دور می زنند. از خودم سؤال کردم که نوک این عقربه ها طی این ۱۰۰ سال چه مسافتی را پیموده اند؟ برای پاسخ به این سؤال ابتدا محیط دایره ای به شعاع ۸ سانتی متر را محاسبه کردم:

$$2 \times 8 \times 3.14 = 50.24$$

در ادامه حساب کردم که عقربه ساعت شمار در هر ۱۲ ساعت محیط دایره ای به مسافت ۵۰/۲۴ را طی می کند و در هر شبانه روز ۲ مرتبه این مسافت را می پیماید. به بیانی دیگر سرعت حرکت عقربه ساعت شمار ۱۰۰/۴۸ سانتی متر در ۲۴ ساعت است:

$$50.24 \times 2 = 100.48$$

و در یک سال یا ۳۶۵ روز:

$$100.48 \times 365 = 36675.2$$

و در ۱۰۰ سال این عقربه مسافتی حدود:

$$36675.2 \times 100 = 3667520$$

۳۶۶۷۵۲۰ سانتی متر را رفته است.

می دانیم که هر متر برابر با ۱۰۰ سانتی متر است؛ بنابراین نوک

این عقربه در این ۱۰۰ سال به اندازه

$$3667520 \div 100 = 36675.20$$

۳۶۶۷۵/۲۰ متر را چرخیده است. و با حساب این که هر کیلومتر ۱۰۰۰ متر است، می شود:

$$36675.20 \div 1000 = 36.67520$$

یعنی حدود ۳۶ کیلومتر در ۱۰۰ سال! بعد رفتیم سراغ عقربه دقیقه شمار و حساب کردم که نوک این عقربه چند سانتی متر، چند متر و چند کیلومتر را در این ۱۰۰ سال چرخیده است!

طول عقربه دقیقه شمار ۱۰ سانتی متر است. بنابراین با

محاسباتی شبیه آنچه که دیدید، نوک این عقربه در هر دور کامل محیط دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر را طی می کند و سرعت آن ۶۲/۸ سانتی متر در یک ساعت است:

$$2 \times 3.14 \times 10 = 62.8$$

یعنی محیط ۶۲/۸ را در یک ساعت یا ۶۰ دقیقه می پیماید:

$$62.8 \times 1 = 62.8$$

و در ۲۴ ساعت:

$$62.8 \times 24 = 1507.2$$

و در یک سال یا ۳۶۵ روز:

$$1507.2 \times 365 = 550128$$

و در ۱۰۰ سال:

$$550128 \times 100 = 55012800$$

عقربه دقیقه شمار با طول ۱۰ سانتی متر مسافتی معادل ۵۵۰۱۲۸۰۰ سانتی متر را چرخیده است! یعنی ۵۵۰۱۲۸ متر و یا ۵۵۰/۱۲۸ کیلومتر

ناگفته پیداست که بیشترین مسافت را در بین عقربه های ساعت، نوک عقربه ثانیه شمار می پیماید. چرا که در هر ساعت عقربه ساعت شمار ۱/۱۲ دور، عقربه دقیقه شمار ۱ دور، و عقربه ثانیه شمار ۶۰ دور می گردد. بنابراین نوک عقربه ثانیه شمار به طول ۱۲ سانتی متر در هر دور محیط دایره ای به شعاع ۱۲ سانتی متر را دور می زند و سرعت این عقربه ۷۵/۳۶ سانتی متر در ۶۰ ثانیه است.

$$2 \times 3.14 \times 12 = 75.36$$

پس در هر دقیقه ۱ دور یعنی ۷۵/۳۶ سانتی متر را می پیماید،

و در یک ساعت ۶۰ دور یعنی

$$75.36 \times 60 = 4521.6$$

و در ۲۴ ساعت:

$$4521.6 \times 24 = 108518.4$$

و در یک سال

$$108518.4 \times 365 = 39609216$$

و در ۱۰۰ سال

$$39609216 \times 100 = 3960921600$$

نوک عقربه ثانیه شمار مسافتی در حدود ۳۹۶۰۹۲۱۶۰۰ سانتی متر یا ۳۹۶۰۹۲۱۶ متر و یا ۳۹۶۰۹/۲۱۶ کیلومتر را چرخیده است!

۳۹۶۰۹ کیلومتر می دانید چه فاصله ای است؟

برای فهم این عدد بهتر است فاصله ای را که بهتر درک می کنید معرفی کنم: محیط کره زمین ۳۹۹۴۴ کیلومتر است.

با مقایسه این فاصله با ۳۹۶۰۹ کیلومتر به آسانی می توان فهمید که نوک عقربه ثانیه شمار ساعت خانه ننه جون در این ۱۰۰ سال تقریباً یک دور کامل محیط کره زمین را طی کرده است! شاید این ساعت بیچاره در آن شب با تیک و تاکش و دعوت از شبح ها می خواسته به ما بفهماند که چه سفرهایی را در این ۱۰۰ سال کرده که ما یا خواب بوده ایم و یا بی توجه از کنار آن گذشته ایم.



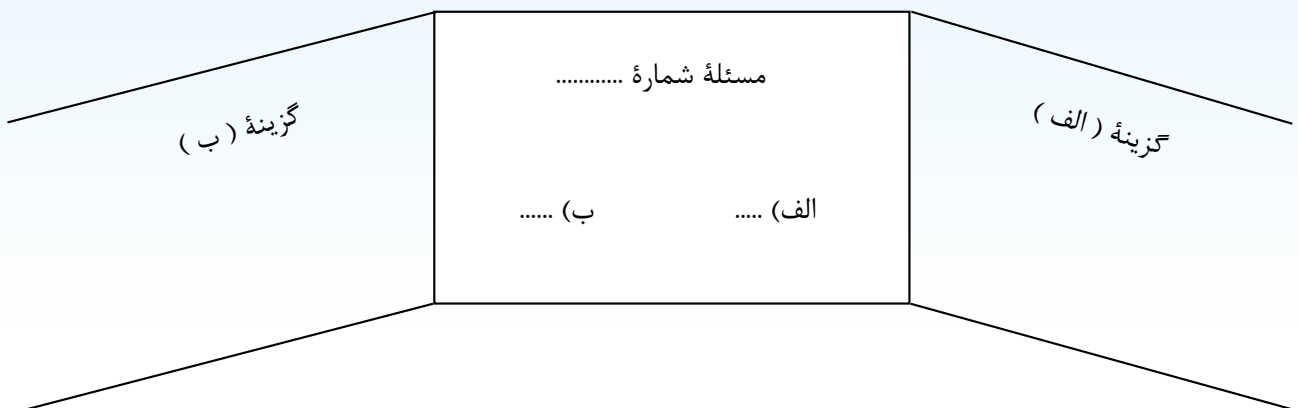
کدام پاسخ درست است؟

گزارش دیدار با دانش‌آموزان مدرسه راهنمایی
باقرالعلوم شهر ری

زهرة پندی، سپیچه چمن آرا
عکس از غلامرضا بهرامی

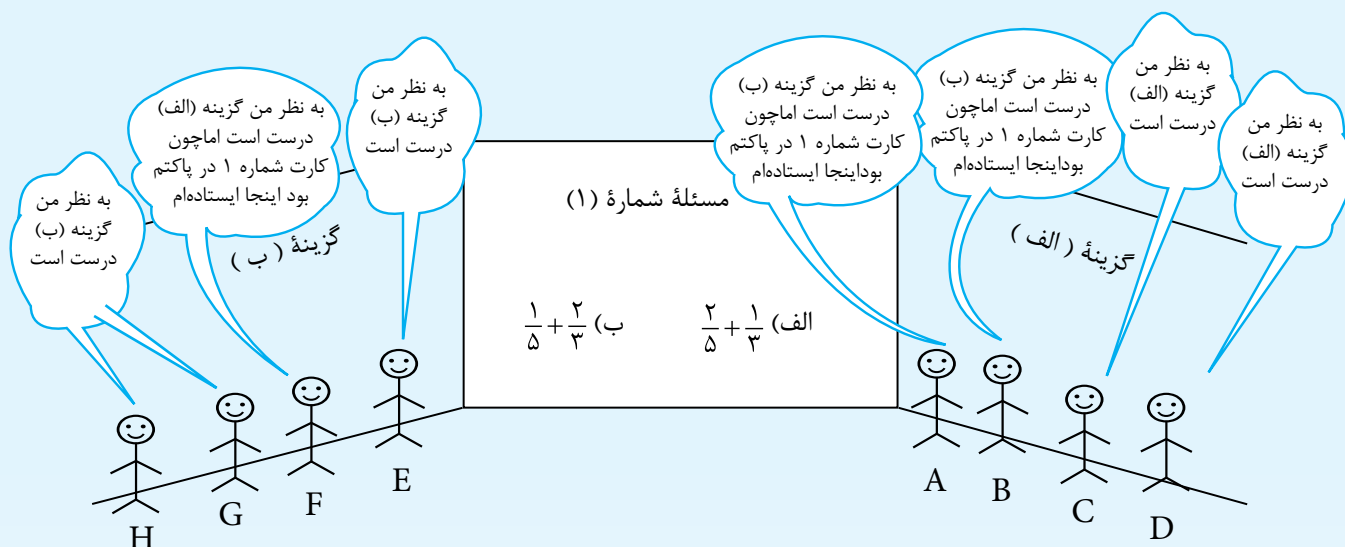
روز سه‌شنبه ۱ اردیبهشت ۱۳۹۲؛ به نمایندگی از سوی مجله برهان راهنمایی (متوسطه ۱)، مهمان مدرسه باقرالعلوم شهر ری بودیم و ساعتی را با چند تن از دانش‌آموزان کلاس دوم راهنمایی این مدرسه گذراندیم: محمدحسین اسحاقی، علی محمدزاده اصل، رضا نوروزی فرد، امیرحسین شهبازی، سامان الهی، محمد رمضانی، امیر محمد سرایی، پوریا مهربانی، محمد کیانی، علی هلالی و محمدعلی دُرده. با هم سخن گفتیم، مسئله حل کردیم و پیرامون استدلال‌ها و توصیه‌هایی که آن‌ها برای حل مسئله‌ها داشتند گفت‌وگو کردیم. در این‌جا اولین گزارش این بحث و گفت‌وگو آمده است. گزارش دیگری هم آماده شده است که در شماره بعدی مجله خواهد آمد.

برای آنکه باب گفت‌وگو با دانش‌آموزان را باز کنیم، با خودمان هشت مسئله دو گزینه‌ای برده بودیم و طرحی از یک بازی که در خلال آن، هم این مسئله‌ها حل می‌شد و هم بحث و تبادل نظر صورت می‌گرفت. بازی به این شکل بود:



- یک دیوار به گزینه «الف» و دیوار مقابل آن به گزینه «ب» اختصاص داشت.
- پاکتی حاوی چند کارت به هریک از دانش‌آموزان دادیم که روی کارت، شماره یک مسئله نوشته شده بود.
- مسئله‌ها یکی پس از دیگری مطرح می‌شدند و شماره مسئله و دو گزینه آن روی تخته نوشته می‌شد.
- پس از طرح هر مسئله فرصتی برای حل آن به صورت فردی و انتخاب گزینه درست در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌گرفت.

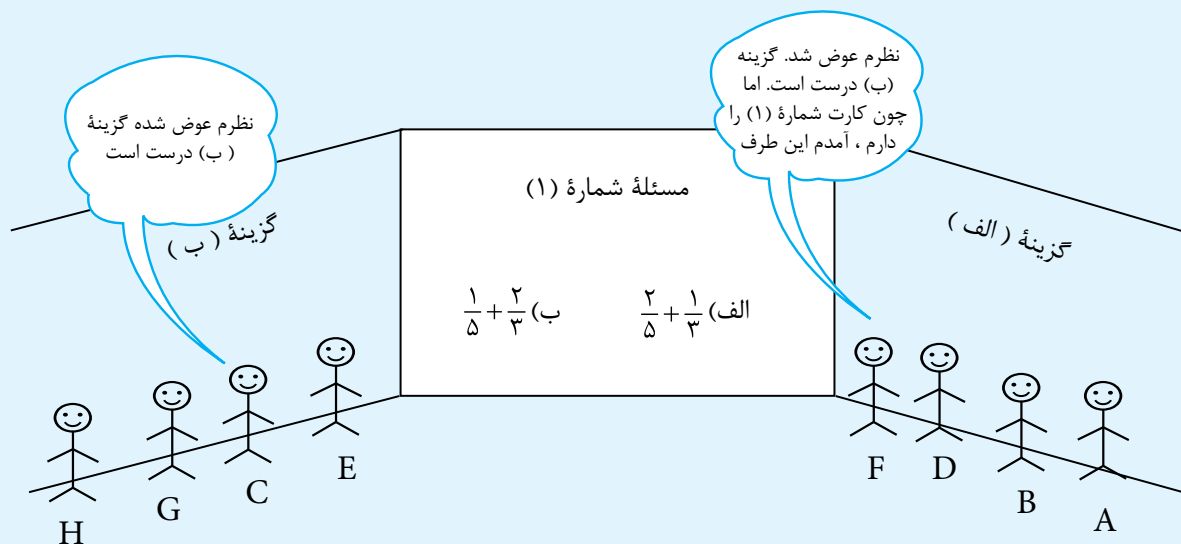
- پس از پایان این فرصت، هرکس بدون آنکه دیگران کارتهایش را ببینند، شماره کارتهایش را نگاه می‌کرد: آنگاه، اگر کارت مربوط به شماره مسئله طرح شده را نداشت، دانش‌آموز کنار دیوار مربوط به گزینه‌ای که فکر می‌کرده پاسخ درست مسئله است می‌ایستاد.
 - اگر کارت مربوط به شماره مسئله طرح شده را داشت، کنار دیوار مقابل گزینه‌ای که فکر می‌کرده پاسخ درست است می‌ایستاد.
- بدین ترتیب مثلاً بعد از طرح مسئله شماره ۱ بچه‌ها به این صورت کنار دیوارها ایستاده بودند:



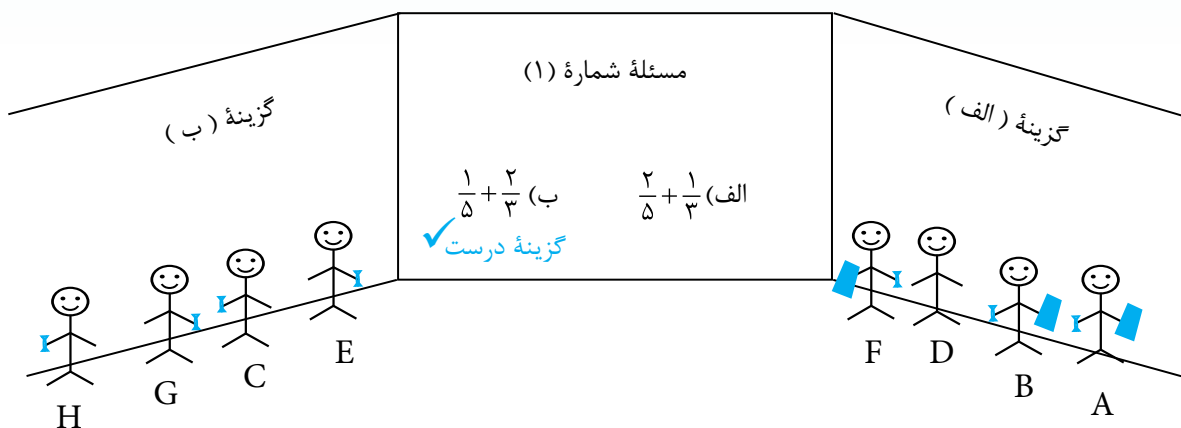
در این مرحله فرصتی در اختیار بچه‌ها قرار می‌گرفت تا دلیل یا توجیه خود را برای درست بودن گزینه‌ای که کنار دیوار مربوط به آن ایستاده‌اند، بیان کنند. البته چون قرار نبود کسی بفهمد که مثلاً انتخاب واقعی دانش‌آموز A گزینه «ب» بوده است نه «الف»، او باید سعی می‌کرد که همان گزینه الف را توجیه کند!

در این فرصت و با شنیدن دلایل دیگران، برخی از بچه‌ها نظرشان را تغییر می‌دادند و جایشان را عوض می‌کردند. مثلاً پس از طرح بحث درباره مسئله ۱، بچه‌ها به این صورت کنار دیوارها ایستاده بودند:





- در پایان از دانش آموزان می‌خواستیم کارت‌هایشان را نشان دهند. پاسخ درست اعلام می‌شد و دانش‌آموزانی که گزینه درست را انتخاب کرده بودند، از برهان شکلات می‌گرفتند. سپس بازی حل مسئله با طرح مسئله بعدی ادامه می‌یافت. مثلاً در مورد مسئله (۱) فقط دانش‌آموز (D) شکلات نگرفت! چرا؟



برای مسئله ۷، در فرصتی که دانش‌آموزان باید دلایل خود را برای انتخابشان می‌گفتند، **محمدزاده** که در (ب) ایستاده بود، دلیل آورد: «چون ۴۸ زوج است». بعداً فهمیدیم که او کارت ۷ را داشته و باید در گزینه غلط می‌ایستاده است، ولی چون باید درستی همان گزینه غلط را توجیه می‌کرد، ناچار شده بود دلیل نامرتب‌ی بیاورد!

سرای در (ب) ایستاده بود. دلیلی که آورد، در واقع برای الف بود نه برای ب! شاید به این دلیل که ماهیت سؤال قدری پیچیده بود: کدام عدد نمی‌تواند ...، پس باید عددی که بیان می‌شد، عددی می‌بود که نسبت تعداد اعداد فرد نبود. از طرف دیگر، اگر کارت ۷ را داشتیم، در واقع باید جایی می‌ایستادیم که نسبت تعداد اعداد فرد به کل اعداد بود. این کمی، اوضاع را پیچیده می‌کرد!

به همین دلیل، **دُرده** اصلاً گزینه‌ها را نمی‌پذیرفت. او می‌گفت هر دو درست است، چون اصلاً نسبت اعداد فرد به کل اعداد، ۵۰ درصد است. با مثال ۱، ۲، ۳، و نسبت $\frac{۲}{۳}$ ، فوراً به اشتباهش پی برد.

مسئله‌هایی که در این گفت‌وگو مطرح شدند، در ادامه آورده‌ایم. بیشتر این مسئله‌ها از میان مسئله‌های مسابقه ریاضی کانگورو انتخاب شده‌اند.

۱. کدام بزرگ‌تر است؟

الف) $\frac{۲}{۵} + \frac{۱}{۳}$

ب) $\frac{۱}{۵} + \frac{۲}{۳}$

۲. می‌دانیم: $\frac{۱۱۱۱}{۱۰۱} = ۱۱$ مقدار $\frac{۶۶۶۶}{۳۰۳} + \frac{۳۳۳۳}{۱۰۱}$ کدام است؟

ب) ۹۹

الف) ۵۵



۳. نسبت جرم نمک به آب در یک محلول آب نمک ۵ به ۲۵ است. جرم نمک در یک کیلوگرم از این محلول را بر حسب گرم به دست آورده‌ایم. عدد به دست آمده عددی صحیح ...

الف) است (ب) نیست

۴. کوچک‌ترین عددی که حاصل ضرب رقم‌های آن برابر ۲۴ است، حاصل جمع رقم‌هایش برابر است با:

الف) ۱۱ (ب) ۱۰

۵. در یک کیسه دو تیلۀ قرمز، سه تیلۀ آبی، دو تیلۀ سفید، چهار تیلۀ سبز و سه تیلۀ سیاه ریخته‌ایم. تیله‌ها را یکی یکی و بدون نگاه کردن به داخل کیسه، از کیسه در می‌آوریم و کنار می‌گذاریم. اگر بخواهیم مطمئن باشیم که دست کم دو تیلۀ هم‌رنگ بیرون آورده شده‌اند، حداقل چند تیلۀ باید از کیسه بیرون بیاوریم؟

الف) ۱۰ (ب) ۶

۶. کدام عدد نمی‌تواند میانگین تعداد بچه‌های پنج خانواده باشد؟

الف) ۲/۴ (ب) ۲/۵

۷. چند عدد طبیعی متوالی نوشته‌ایم. کدام عدد نمی‌تواند درصد تعداد عددهای فردی که نوشته‌ایم نسبت به تعداد کل عددهای نوشته شده باشد؟

الف) ۴۵ (ب) ۴۸





شعبده‌های ریاضی

آقای شبده‌چی

کلیدواژه‌ها: سرگرمی‌های ریاضی، شعبده‌های ریاضی

است! می‌توانید از این ماشین حساب هم استفاده کنید.» یکی از حاضران عدد ۲۳ را انتخاب کرد. آن را با ماشین حساب به توان ۳ رساند؛ یعنی حاصل $۲۳ \times ۲۳ \times ۲۳$ را پیدا کرد:

$$۲۳ \times ۲۳ \times ۲۳ = ۱۲۱۶۷$$

و عدد ۱۲۱۶۷ را به آقای شبده‌چی گفت. آقای شبده‌چی سرفه‌ای کرد و گفت: «عدد شما ۲۳ بوده است!»

چند بار دیگر هم این کار تکرار شد و هر بار آقای شبده‌چی در شعبده‌بازی‌اش موفق بود. یکی از حاضران گفت: «خب کاری ندارد که! شما عددهای دورقمی به توان ۳ را قبلاً حساب کرده‌اید و آن‌ها را حفظ کرده‌اید!»

آقای شبده‌چی پاسخ داد: «عجب! یعنی حافظه من این قدر خوب است؟ اگر این‌طور باشد باید خیلی خیلی خوش حال باشم، چون در این صورت توانسته‌ام حدود ۴۰ عدد پنج‌رقمی و ۵۰ عدد شش‌رقمی را حفظ کنم! به جان بچه‌هایم قسم می‌خورم که من این همه عدد را حفظ نکرده‌ام.»

و همه متوجه شدند که آقای شبده‌چی عبارت «این همه عدد» را با تأکید بیان کرد، اما سر در نیاوردند که منظورش از این تأکید چه بوده است.

یکی دیگر از حاضران رو کرد به شبده‌چی و گفت: «راستی آقای شبده‌چی! آیا شما برعکس همین کار را هم می‌توانید انجام دهید؟ یعنی اگر عددی دورقمی به شما بدهیم، می‌توانید به همین سرعت آن را به توان ۳ برسانید؟»

شبده‌چی به جای پاسخ به این پرسش، با صدای بلند گفت: «به‌به! شام هم که حاضر شد! چه قدر به موقع!»

در شماره‌های سال گذشته برهان، با آقای شبده‌چی آشنا شدید. از زبان خودش شنیدیم که گفت: «من شعبده‌بازی می‌کنم، اما نه از این شعبده‌بازی‌های پیش پا افتاده و ساده! شعبده‌های من، شعبده‌های ریاضی هستند!» در شماره‌های امسال هم چنان قرار است با آقای شبده‌چی همراه باشیم، شعبده‌های ریاضی او را بینیم و سعی کنیم رازشان را کشف کنیم.

آقای شبده‌چی، شعبده‌باز معروف در یک مهمانی حاضر شده بود. مهمان‌ها می‌دانستند او در اجرای شعبده‌های ریاضی سرگرم‌کننده مهارت دارد. پس از او خواستند چشمه‌ای از مهارت‌های باورنکردنی‌اش را نشان دهد.

آقای شبده‌چی گفت: «با کمال میل! در خدمتم. شعبده امشب از این قرار است: یکی از شما باید عددی دو رقمی انتخاب کند، اما به من نگوید چه عددی، آن عدد را به توان ۳ برساند و حاصل را به من بگوید. من فوراً می‌گویم چه عددی را انتخاب کرده



آیا شما هم می‌توانید این شعبده را اجرا کنید؟ آیا می‌توانید در زمانی کمتر از ۱۰ ثانیه بگویید چه عدد دورقمی‌ای را اگر به توان ۳ برسانیم، حاصل می‌شود ۳۲۸۵۰۹؟

در ادامه، دو راهنمایی آورده‌ایم که شاید به شما در یافتن راز این شعبده کمک کنند.

راهنمایی ۱. هر عدد دورقمی، دو رقم دارد! آقای **شَبده‌چی** باید یکان و دهگان را پیدا کند. پس لزومی ندارد که روش **شَبده‌چی** برای پیدا کردن یکان، همان روش یافتن دهگان باشد.

راهنمایی ۲. در جدول زیر، چند عدد دورقمی انتخاب کرده‌ایم و به توان ۳ رسانده‌ایم. شاید توجه به این جدول و آوردن مثال‌هایی دیگر، برای یافتن راز شعبده‌بازی مفید باشد.

عدد	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
عدد به توان ۳	۱۰۰۰	۱۳۳۱	۱۷۲۸	۲۱۹۷	۲۷۴۴	۳۳۷۵	۴۰۹۶	۴۹۱۳	۵۸۳۲	۶۸۵۹	۸۰۰۰	۹۲۶۱	۱۰۶۴۸	۱۲۱۶۷



ریاضیات و مسئله

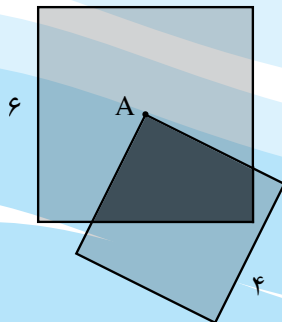
کی می‌تونه حل کنه؟

بهزاد اسلامی مسلم

۱. روز اول عید همه نوه‌های مامان‌بزرگ به خانه‌اش رفته بودند. مامان‌بزرگ ظرفی پر از سیب و پرتقال داشت و آن‌ها را با دست‌های خودش تقسیم کرد. البته او توجه نمی‌کرد که به هریک چند تا سیب می‌دهد و چند تا پرتقال، ولی به نوه‌ها تعداد مساوی میوه رسید. علی یکی از نوه‌های مامان‌بزرگ است. سهم او از میوه‌های ظرف $\frac{1}{8}$ همه سیب‌ها و $\frac{1}{10}$ همه پرتقال‌ها بود. مامان‌بزرگ چند تا نوه دارد؟ چرا؟

۲. دو سطل داریم: یکی ۵ لیتری و دیگری ۳ لیتری. در کنار شیر آب ایستاده‌ایم و هر قدر بخواهیم می‌توانیم با استفاده از این شیر، آب برداریم. می‌خواهیم در یکی از این دو ظرف، دقیقاً ۴ لیتر آب داشته باشیم. چه‌طور این کار را بکنیم؟

۳. در مسابقات دوی سرعت مدرسه، رتبه‌های اول تا چهارم به **مریم**، **مهدیه**، **سارا** و **الهام** رسید. جمع رتبه‌های مریم، مهدیه و الهام برابر ۶ شد. جمع رتبه‌های مهدیه و سارا هم برابر ۶ شد. ضمناً رتبه مهدیه از رتبه مریم بالاتر بود. رتبه هریک از این چهار نفر چه بود؟ چرا؟



۴. در شکل زیر، مربعی به ضلع ۴ و مربعی به ضلع ۶ می‌بینید. نقطه A مرکز مربع بزرگ‌تر است. مساحت قسمت مشترک این دو مربع را بیابید.

پاسخ مسئله‌ها را حداکثر تا آخر فصل پاییز به آدرس مجله بفرستید. پس از آن می‌توانید پاسخ صحیح را در سایت مجله بیابید.



پرونده شخصی حل مسئله (تقارن)

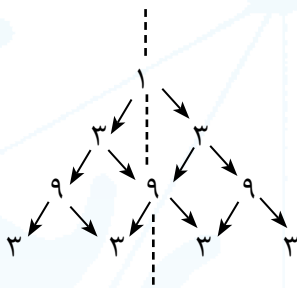
کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبردهای حل مسئله، تقارن

اشاره

در شماره‌های گذشته، با ارائه مسئله‌هایی نحوه تشکیل پرونده شخصی حل مسئله را توضیح دادیم. در این شماره این موضوع را با تأکید بر یکی از موضوعات هندسی به نام تقارن بررسی می‌کنیم.

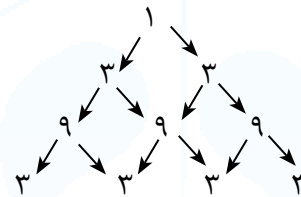
بهره‌گیری از تقارن در حل مسئله

در کلاس پنجم ابتدایی با تقارن آشنا شدیم. می‌خواهیم ببینیم اگر در مسئله‌ای تقارن وجود داشته باشد، چگونه می‌توانیم از این ویژگی در حل آن مسئله استفاده کنیم. بگذارید با ارائه یک مسئله، موضوع را مورد بررسی قرار دهیم. مسئله ۱. با دنبال کردن پیکان‌ها در شکل زیر به چند طریق می‌توانیم عدد ۱۳۹۳ را به دست آوریم؟



تقارن شکل به ما این اطمینان را می‌دهد که تعداد ۱۳۹۳‌ها در دو نیمه شکل با هم برابر است. حالا به شمارش یک نیمه می‌پردازیم. (شکل صفحه مقابل) در نیمه سمت راست، ۴ تا ۱۳۹۳ وجود دارد. پس $4 \times 2 = 8$ ، یعنی ۸ تا ۱۳۹۳ در کل به دست می‌آید.

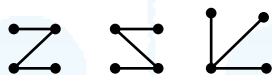
بهره‌گیری از تقارن مقدار کار لازم و زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب را کاهش می‌دهد و در مسئله حل شده خطای شمارش را کمتر می‌کند. اگر موافق باشید، حل ۲ مسئله دیگر را بررسی کنیم. مسئله ۳ را قبلاً در شماره ۶۳ (بهار ۹۱) در سؤالات مسابقه ریاضی استرالیا دیده بودیم.



حل: به نظر می‌رسد برای حل این مسئله می‌بایست تک‌تک پیکان‌ها را دنبال کنیم و تعداد عددهای ۱۳۹۳ را بشماریم. آیا می‌توانیم شمارش را کمتر کنیم؟ همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، جهت حرکت پیکان‌ها و نمایش آن‌ها دارای تقارن است.

دارد؛ بنابراین $6 = 3 \times 2$ ، ۶ مسیر مختلف از نقطه A به B وجود دارد.

مسئله ۳. کتایون می‌خواهد با استفاده از یک زبان جدید، یک داستان طنز بنویسد. شکل حروف الفبای زبان جدیدش، تنها از سه پاره‌خط که ۴ نقطه را به هم وصل می‌کنند، تشکیل شده است. این چهار نقطه گوشه‌های یک مربع اند و هر پاره‌خط ۲ نقطه را به هم متصل می‌کند. در هریک از حروف، شکل پاره‌خط‌ها طوری است که بدون برداشتن مداد از روی کاغذ، می‌توان آن‌ها را رسم کرد. سه نمونه از این حروف در شکل زیر نمایش داده شده است.

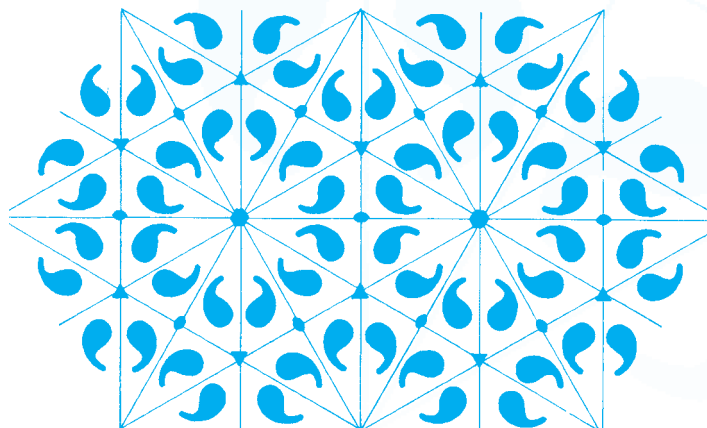


کتایون در الفبای جدید خود، چند حرف می‌تواند داشته باشد؟

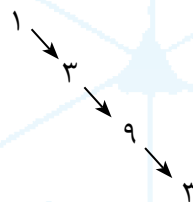
حل: به ۴ نقطه‌ای که در گوشه مربع هستند دقت می‌کنیم. می‌دانیم مربع دارای ۴ خط تقارن است. پس می‌توانیم به جای شمارش تک‌تک حروف، از تقارن برای حل این مسئله کمک بگیریم. با توجه به شرایط مسئله تنها چهار حرف ممکن می‌توان ساخت:



هر کدام از حرف‌ها دارای تقارن نیز هست که تقارن‌های آن نیز خود، حرف محسوب می‌شوند؛ بنابراین $4 \times 4 = 16$ حرف داریم.



(۱)



(۲)



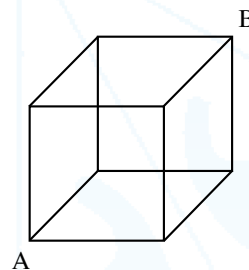
(۳)



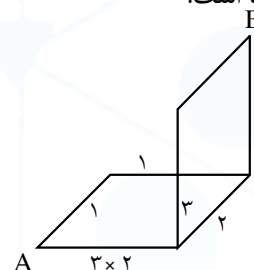
(۴)



مسئله ۲. تعداد کوتاه‌ترین مسیرهایی که برای رسیدن از رأس A به رأس B با گذر از روی لبه‌های مکعب وجود دارد، چند تا است؟



حل: در این مسئله نیز می‌خواهیم از تقارن استفاده کنیم، بنابراین شکل را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. چون مکعب از ۶ وجه تشکیل شده، پس هر نیمه سه وجه دارد که در شکل زیر نشان داده شده است.



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنیم، سه مسیر وجود



معماهای الگوریتمی

دکتر محمد قدسی

مهندس یاشار گنجعلی

انتشارات فاطمی

چاپ سوم، ۱۳۹۱

۸۰۰۰ تومان

«معماهای الگوریتمی» را مسئولان محترم مجله برای معرفی به من پیشنهاد کردند و هنگامی که آن را از نظر گذراندم و قسمت‌هایی از آن را خواندم، تعجب کردم و از خودم پرسیدم که این کتاب تا چه حد می‌تواند برای دانش‌آموزان مثل شما مفید و قابل استفاده باشد؛ زیرا در آن مسائل یا معماهایی هست که در سطحی بسیار بالاتر از عموم دانش‌آموزان دوره اول متوسطه (یا شماها که هنوز سال سوم راهنمایی را می‌گذرانید) قرار دارد. به هر حال با مرور بیشتر در کتاب، در مجموع به این نتیجه رسیدیم که کتاب مفیدی است؛

به‌خصوص که نویسندگان کتاب در مقدمه اشاره کرده‌اند که آن را برای دانش‌آموزان نوشته‌اند که علاقه‌مند به شرکت در المپیادهای رایانه هستند.

و اما ببینیم محتوای کتاب «معماهای الگوریتمی» چیست؟

کلمه الگوریتم از واژه‌های کلیدی در آموش علم کامپیوتر یا رایانه است که در آن معمولاً برای حل هر مسئله شما باید یک «راه‌حل الگوریتمی» تهیه کنید؛ بر خلاف مسائل عادی در درس‌های دیگر که معمولاً با یک یا چند فرمول از پیش تعیین شده، آن‌ها را حل می‌کنید. پس بهتر است بگوییم «راه‌حل الگوریتمی» یا «تفکر الگوریتمی» خودبه‌خود معماگونه است و به مقداری - کم یا زیاد - هوش و خلاقیت و ابتکار نیاز دارد. همین امر البته باعث جاذبه این‌گونه مسائل می‌شود.

کتاب «معماهای الگوریتمی» حاوی ۷۳ مسئله یا معمای الگوریتمی است که همه به صورت «داستان» بیان شده است و همین «ویژگی برجسته» است که بی‌تردید شما را به خواندن این کتاب، حتی اگر نتوانید به معماها یا مسائل جواب دهید، جلب و جذب می‌کند. در واقع همین که شما یک ماجرای پیچیده را به صورت داستان بخوانید، بدون این که بخواهید راز و رمز آن ماجرا را بدانید، به تنهایی می‌تواند جالب و برانگیزنده باشد. کتاب موردنظر از این نظر بسیار مناسب است. ضمن این که شما هنگام مطالعه با بسیاری از واژه‌ها و اصطلاحات علمی، ادبی، فنی و ... هم آشنا می‌شوید.

توصیه نگارنده به شما دانش‌آموزان عزیز که این کتاب را تهیه خواهید کرد در این مورد چند چیز است:

در مرحله اول سعی کنید داستان‌ها را بخوانید و از آن‌ها لذت ببرید.

در مرحله بعد تلاش کنید چند مسئله از ساده‌ترین مسائل یا معماها را حل کنید؛ حتی با استفاده از راهنمایی آن‌ها در بخش دوم کتاب.

در سومین مرحله، از معلم ریاضی خود یا از آشنایان خود که به مسائل ریاضی علاقه‌مند هستند بخواهید، تعداد اندکی از این مسئله‌ها را برای حل، به شما پیشنهاد دهند.

و بالاخره، کتاب را نگه دارید برای سال‌های آینده؛ سال‌هایی که احتمالاً در آزمون‌های المپیاد شرکت خواهید کرد، حتی برای زمانی که دانشجو خواهید شد و چه بسا به رشته‌ای وارد شوید که با مسائل این کتاب ارتباط دارد. این کتاب همواره برای شما جالب و دوست‌داشتنی خواهد بود. در پایان دو مسئله ۶۴ و ۶۷ از کتاب معماهای الگوریتمی را که به نظر من ساده‌ترین مسائل کتاب است، برای شما می‌آورم تا با کتاب آشنایی بیشتری پیدا کنید:

۶۴. درون کیسه‌ای در یک اتاق تاریک ۲۴ توپ قرمز و ۲۴ توپ آبی وجود دارد. شخصی ورد اتاق می‌شود و دست درون کیسه می‌کند (البته توپ‌ها کاملاً مثل هم‌اند و دیده هم نمی‌شوند). این شخص حداقل چند توپ را باید از کیسه بیرون بیاورد تا مطمئن شود ۲ توپ هم‌رنگ برداشته است؟

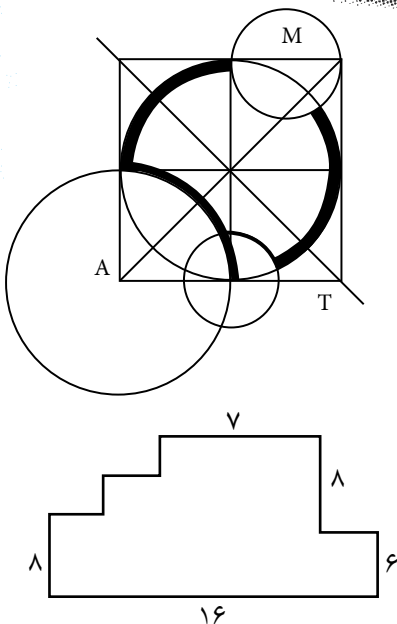
۶۷. فرض کنید ۲۰ سکه در اختیار دارید که بعضی از آن‌ها تقلبی و بعضی واقعی هستند. وزن هر سکه واقعی بین ۱۱ تا ۱۱/۱ گرم و وزن هر سکه تقلبی بین ۱۰/۶ تا ۱۰/۷ گرم است. آیا می‌توانید به کمک یک «ترازوی یک کفه‌ای» با ۱۵ بار توزین تشخیص دهید که کدام یک از سکه‌ها واقعی و کدام یک تقلبی است؟ چگونه؟



سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

(پایه دوم و سوم راهنمایی) ۱۲ مرداد ۱۳۹۱

ترجمه: سپیده چمن‌آرا



کلیدواژه‌ها: مسابقه ریاضی استرالیا

پرسش‌های ۱ تا ۱۰ هر کدام ۳ امتیاز دارند.

۴. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$8 \times 3 / 1 = ?$$

الف) $11/1$ (ب) $16/8$

پ) $8/31$ (ت) $24/1$ (ث) $24/8$

۵. برای پرداخت قبض ۹/۴۵ دلاری، یک

اسکناس ۲۰ دلاری داده‌اید. چه قدر

باید پس بگیرید؟

الف) $10/55$ دلار (ب) $10/45$ دلار

پ) $11/55$ دلار (ت) $9/55$ دلار

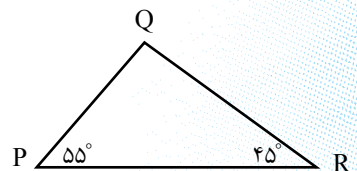
ث) $10/65$ دلار

۱. حاصل عبارت $102 + 1 + 2 - 99$ کدام است؟

الف) ۰ (ب) ۱۰۰ (پ) ۱۹۸

ت) ۲۰۰ (ث) ۲۰۲

۲. اندازه زاویه Q چند درجه است؟



الف) ۴۰ (ب) ۵۵ (پ) ۶۰

ت) ۸۰ (ث) ۹۰

۶. عددی ۴۸ است. آن عدد کدام است؟

الف) ۵۴ (ب) ۶۰ (پ) ۶۴

ت) ۸۰ (ث) ۸۴

۷. کدام گزینه به عدد ۱۰۰ نزدیک‌تر است؟

الف) $99 + 2/01$ (ب) $98 + 3/011$

پ) $98 + 4/0111$ (ت) $101 - 1/01$

ث) $102 - 2/011$

۳. دیروز از ساعت ۹:۴۵ صبح تا ۳:۱۰ بعدازظهر باران بارید. چه مدت بارش

باران طول کشیده است؟

الف) ۳ ساعت و ۲۵ دقیقه

ب) ۳ ساعت و ۳۵ دقیقه

پ) ۵ ساعت و ۲۵ دقیقه

ت) ۶ ساعت و ۲۵ دقیقه

ث) ۶ ساعت و ۳۵ دقیقه

۹. اگر $\frac{5}{9}$ جمعیت کودکان مهدکودکی،

پسر و بقیه دختر باشند، نسبت تعداد

پسران به دختران چه قدر است؟

الف) $\frac{4}{9}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (پ) $\frac{5}{4}$

ت) $\frac{9}{4}$ (ث) $\frac{5}{9}$

۱۰. ۶ را بر چه عددی تقسیم کنیم که

حاصل تقسیم $\frac{1}{3}$ باشد؟

الف) ۱۸ (ب) $\frac{1}{2}$ (پ) $\frac{1}{18}$

ت) ۲ (ث) ۹

۸. تمام زاویه‌های داخلی در شکل بالا

قائم هستند و اندازه اضلاع بر حسب

متر نوشته شده است. محیط این شکل

چند متر است؟



راز شعبده

از صفحه‌های ۳۸ و ۳۹ همین شماره



روش یافتن رقم یکان:

- اگر یکان عددی یکی از ارقام ۰، ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹ باشد، آن‌گاه یکان مکعبش برابر همان رقم است.
- اگر یکان عددی ۲ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۸ است.
- اگر یکان عددی ۳ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۷ است.
- اگر یکان عددی ۷ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۳ است.
- اگر یکان عددی ۸ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۲ است.

برای راحتی می‌توان از جدول زیر استفاده کرد:

یکان مکعب عدد		یکان عدد
۰	→	۰
۱	→	۱
۴	→	۴
۵	→	۵
۶	→	۶
۹	→	۹

رقم‌های که یکانشان تغییر می‌کند:

یکان مکعب عدد		یکان عدد
۸	→	۲
۲	→	۸
۷	→	۳
۳	→	۷

روش یافتن رقم دهگان:

اگر رقم دهگان عدد انتخاب‌شده ۱ باشد، آن عدد حداقل برابر ۱۰ است و از ۲۰ کمتر است. پس مکعبش حداقل برابر $۱۰^۳$ ، یعنی ۱۰۰۰ است و از $۲۰^۳$ ، یعنی ۸۰۰۰ کمتر است.

اگر رقم دهگان عدد انتخاب‌شده ۲ باشد، آن عدد حداقل برابر ۲۰ است و از ۳۰ کمتر است. پس مکعبش حداقل برابر $۲۰^۳$ است و از $۳۰^۳$ کمتر است.

در مورد بقیه دهگان‌ها نیز چنین حرف‌هایی می‌توانیم بزنیم. پس برای پیدا کردن دهگان کافی است ببینیم مکعب عد، بین کدام یک از دو عدد زیر قرار دارد:

$۱۰۰^۳$ ، $۲۰۰^۳$ ، $۳۰۰^۳$ ، $۴۰۰^۳$ ، $۵۰۰^۳$ ، $۶۰۰^۳$ ، $۷۰۰^۳$ ، $۸۰۰^۳$ ، $۹۰۰^۳$ ، $۱۰۰۰^۳$

با استفاده از جدول زیر، کار راحت می‌شود:

دهگان عدد	مکعب عدد
۱	از ۱۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۸۰۰۰ کوچکتر است.
۲	از ۸۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۲۷۰۰۰ کوچکتر است.
۳	از ۲۷۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۶۴۰۰۰ کوچکتر است.
۴	از ۶۴۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۱۲۵۰۰۰ کوچکتر است.
۵	از ۱۲۵۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۲۱۶۰۰۰ کوچکتر است.
۶	از ۲۱۶۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۳۴۳۰۰۰ کوچکتر است.
۷	از ۳۴۳۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۵۱۲۰۰۰ کوچکتر است.
۸	از ۵۱۲۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۷۲۹۰۰۰ کوچکتر است.

مثال: اگر مکعب عدد برابر ۳۰۰۷۶۳ باشد، یکان عدد برابر است با ۷. ضمناً دهگانش برابر است با ۶، زیرا ۳۰۰۷۶۳ از ۲۱۶۰۰۰ کوچکتر نیست، ولی از ۳۴۳۰۰۰ کوچکتر است.



پاسخ سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

(از صفحه ۴۳)

۱. ت

۲. ت

۳. پ

۴. ث

۵. الف

۶. ت

۷. با توجه به این‌که:

$$\text{الف) } ۹۹+۲/۰۱=۱۰۰/۰۱$$

$$\text{ب) } ۹۸+۳/۰۱۱=۱۰۱/۰۱۱$$

$$\text{پ) } ۹۷+۴/۰۱۱۱=۱۰۱/۰۱۱۱$$

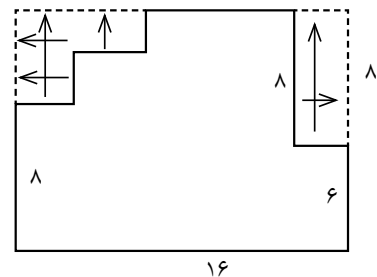
$$\text{ت) } ۱۰۱-۱/۰۱=۹۹/۹۹$$

$$\text{ث) } ۱۰۲-۲/۰۱۱=۹۹/۹۸۹$$

پس نزدیک‌ترین عدد به ۱۰۰، گزینه «ت» است که کمترین اختلاف را با عدد ۱۰۰ دارد.

۸. ب؛ زیرا با حرکت دادن پاره‌خط‌ها، مستطیل زیر حاصل می‌شود که اضلاع آن ۱۶ و ۱۴ متر است و لذا محیط آن، $۶۰ = ۲ \times (۱۴ + ۱۶)$ متر است.

۷



۹. پ؛ زیرا نسبت پسران به کل جمعیت، $\frac{۵}{۹}$ است. پس از هر ۹ نفر، $۹-۵=۴$ نفر دختر و ۵ نفر پسر هستند. یعنی نسبت پسران به دختران $\frac{۵}{۴}$ است.

۱۰. الف؛ زیرا

$$۶ \div \frac{۱}{۳} = ۶ \times \frac{۳}{۱} = ۱۸$$



دانشگاه تهران
دانشکده ریاضیات و علوم پایه
دفتر نشریات و انتشارات

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شود.

مجله‌های دانش آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد کودک** (برای دانش آموزان آمادگی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی)
- رشد نوجوان** (برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی)
- رشد دانش آموز** (برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی)
- رشد نوجوان** (برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول)
- رشد جوان** (برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد آموزش متوسطه ♦ رشد تکنولوژی آموزشی
- ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- ♦ رشد برهان ریاضی متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه اول)
- ♦ رشد برهان ریاضی متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه دوم)
- ♦ رشد آموزش قرآن ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر ♦ رشد آموزش مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار و دانش ♦ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

گزارشی از فع- ریاضی سال تحصی-



حماسه سیاسی و حماسه اقتصادی برگ اشتراک مجله های رشد

نحوه اشتراک:

شما می توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سهراب آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

نام مجلات در خواستی:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مدارس راهنمایی دخترانه حضرت زینب (س) و
آلومتک
ناحیه یک آموزش و پرورش استان قزوین
ارسال گزارش: ناهید نجفی فرد - معصومه
بیرانوند

فعالیت ۱: ساخت وسائل تزئینی با استفاده از اشکال و روابط ریاضی توسط دانش آموزان

اهداف:

- ۱- ایجاد ارتباط میان درس ریاضی و سایر دروس (هنر و ...)
 - ۲- پرورش خلاقیت ها و مهارت های فردی؛
 - ۳- ترمیم و ایجاد نگرش جدید دانش آموزان به درس ریاضی؛
 - ۴- استفاده از اشکال و روابط ریاضی در زندگی روز مره به طور ملموس و عینی؛
 - ۵- آموزش فرهنگ صرفه جویی؛
 - ۶- کار و توجه به فعالیت های دستی.
- در این فعالیت از دانش آموزان خواسته شد با توجه به اشکال و روابط که تا به حال در درس ریاضی آموخته اند، تجهیزات و وسایل تزئینی مانند دستبند، انگشتر، گردنبند، تل و گوشواره و ... تهیه کنند. البته توضیح داده شد که این کار با استفاده از وسایل و امکانات بسیار کم هزینه و حتی غیر قابل استفاده صورت گیرد. آنها از وسایلی مانند کاغذ و مقوا و طلق های رنگی و مهره های رنگی و سیم و ابر و مداد و ماژیک رنگی و ... استفاده کردند.

● نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

● وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

● اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

● هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

● هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

ساینتهای انجام شده در کلاس

گزارش

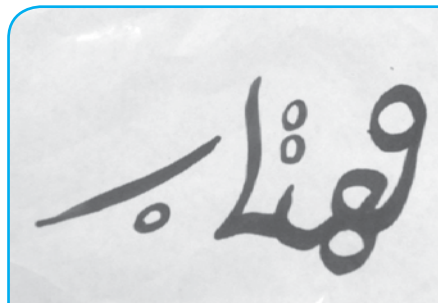
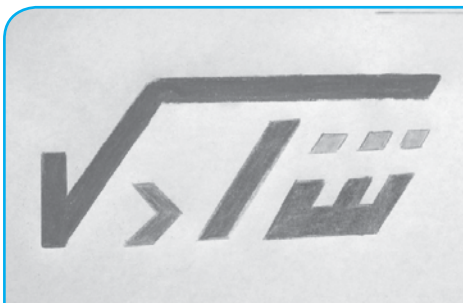
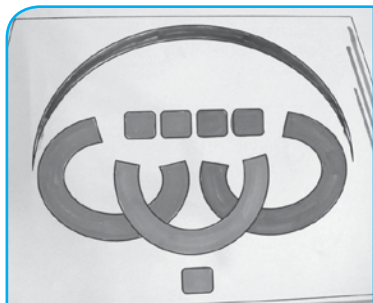
لی ۹۲-۱۳۹۱



فعالیت ۲: طراحی اسم با استفاده از اشکال و اعداد ریاضی

اهداف:

- ۱- ایجاد ارتباط میان درس ریاضی و سایر دروس (هنر و ...)؛
 - ۲- پرورش خلاقیت ها و قوه تفکر؛
 - ۳- تلطیف فضای درس ریاضی؛
 - ۴- استفاده از اشکال و روابط ریاضی در زندگی روزمره به طور ملموس و عینی؛
 - ۵- آشنایی با طراحی آرم شرکت ها.
- در این فعالیت از دانش آموزان خواسته شد با استفاده از اشکال و روابط، طراحی اسم کوچکشان را انجام دهند. البته توضیح داده شد که اسامی طراحی شده باید در عین سادگی، به سهولت قابل خواندن باشند.



فعالیت ۳: طراحی و اجرای بازی ریاضی

اهداف:

- ۱- پرورش خلاقیت و قوه تفکر؛
- ۲- تلطیف فضای درس ریاضی؛
- ۳- استفاده از اشکال و روابط ریاضی در زندگی روزمره به طور ملموس و عینی؛
- ۴- توجه به کار و سرمایه ایرانی؛
- ۵- افزایش اعتمادبه نفس؛
- ۶- پرورش روحیه کار گروهی و مشارکت فکری.

در این فعالیت از دانش آموزان خواسته شد یک بازی ریاضی را به صورت گروهی طراحی کنند. دانش آموزان در یک فرصت یک ماهه به بررسی روش‌ها و طرح‌های مختلف پرداختند و طی این مدت ضمن مشورت با دبیر مربوطه، نواقص کارهایشان را برطرف کردند. تنوع بازی‌ها بسیار جالب و دیدنی بود. هر گروه نحوه بازی خود را در کلاس آموزش داده و با بازی‌های خود سرگرم شدند. افراد هر گروه ایده‌ها و نظراتشان را در کار ارائه می‌دادند. به این ترتیب دانش آموزان با اصول بازی‌سازی آشنا شدند. بچه‌ها در طراحی بازی‌ها از تزئینات هنری و کارهای دستی نیز استفاده کردند. قوانین طراحی شده برای هر بازی در یک برگه راهنما ارائه شده بود. آنها در طراحی قوانین نهایت دقت را داشتند.



فعالیت ۴: هفت سین ریاضی

اهداف:

- ۱- تلطیف فضای آموزش ریاضی؛
 - ۲- پیوند طبیعت و ریاضی؛
 - ۳- آماده‌سازی تفکر دانش آموزان در نگاهی جدید به ریاضی
- این فعالیت به صورت گروهی اجرا شد. هر گروه در استفاده از ظروف با اشکال هندسی با یکدیگر به رقابت پرداختند.

برخی نیز در انتخاب نام گروه از مفاهیم ریاضی و بهار استفاده کرده بودند. این نمایشگاه در یکی از چهارشنبه‌های پایانی اسفند ماه در دو آموزشگاه آلومتک و حضرت زینب(س) برگزار گردید و مورد استقبال قرار گرفت. تعدادی از مسئولین آموزش و پرورش استان نیز از این نمایشگاه بازدید به عمل آوردند. در پایان، گروه‌های برتر معرفی شده و جوایزی به آنها داده شد.

