



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



دوره راهنمایی تحصیلی فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی



توضیح جلد: جلد این شماره به مقاله های «داستان مربعی که سه تا بود» و «نرم افزار tess» و تقارن های هندسی شکل ها مرتبط است.

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: سپیده چمن آرا مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: حسن احمدی، سارا ارشادمندی، بهزاد اسلامی مسلم، امیر حسین اصغری، حمیدرضا امیری، زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی، ویراستار: علی اکبر میرجعفری
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱ - ۸۸۳۱۱۶۰ داخلی: ۳۷۴ نمایر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه: www.roshdmag.ir پیام نگار: borhanr@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی رشد برهان ریاضی دوره راهنمایی: http://roshdmag.ir/weblog/borhanrahnamaiee
تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۵۰۰۰ نسخه

فهرست

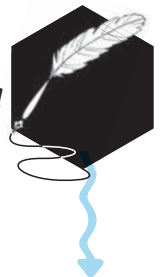
- نوعی دیگر / زهره پندی / ۲۳ • پازل از نوعی دیگر: کاکورو / علی مبین / ۳۴
- ریاضیات و استدلال • کی راست میگوید؟ / سپیده چمن آرا / ۲۴
- ریاضیات و سرگرمی • شعبده های ریاضی آقای شبنده چی؟ / کار شعبده بازان سکه است! / بهزاد اسلامی مسلم / ۲۷
- ریاضیات و کاربرد • مرغ، ماهی، تخم مرغ؛ یک معادله با سه مجهول!! / حسین نامی ساعی / ۳۰ • چگونه تقریب بهتری بزنیم؟ (گفت و گو با دانش آموزان مدرسه راهنمایی دخترانه نور، منطقه ۶ تهران) / سپیده چمن آرا؛ زهره پندی / ۳۴ • رسم های ابتکاری / ۴۷
- معرفی کتاب • ماجراهای حسابی (سرگذشت پیدایش اعداد) / جعفر ربانی / ۳۸
- ریاضیات و حل مسئله • پرونده شخصی حل مسئله! / جعفر اسدی گرمارودی / ۳۹ • گزارش مسئله بازار / زهره پندی / ۴۲ • سؤال های مسابقه ریاضی استراليا (پایه دوم و سوم راهنمایی) آگوست ۲۰۱۱ / مترجم: سپیده چمن آرا / ۴۴
- نامه های رسیده / ۴۶
- جدول موضوعی مجله / ۴۸

- یادداشت سردبیر • هرکس می تواند ریاضی را یاد بگیرد به شرطی که بخواهد؛ (به یاد پرویز شهریاری) / سپیده چمن آرا / ۲
- به یاد استاد (پرویز شهریاری) • ناشر زرنگ! استاد با ذکاوت / خسرو داودی / ۷ • راه رفتن روی مسیر مستقیم با چشمان بسته / زهره پندی / ۱۴ • قدردان استاد / بهزاد اسلامی مسلم / ۲۲ • یک معلم هیچگاه دروغ نمی گوید / حسین نامی ساعی / ۳۳ • همه می توانند در درس ریاضی موفق باشند / جعفر اسدی گرمارودی / ۴۱
- ریاضیات و مدرسه • داستان مربعی که سه تا بود! / لیلا خسروشاهی / ۳ • آخه چرا این جوریه؟! / بهزاد اسلامی مسلم / ۸
- دلیل این محاسبات چیست؟ / مجید منشوری / ۱۰ • روشی دیگر برای رسم یک شش ضلعی منتظم / حسن احمدی / ۱۱
- ریاضیات و فن آوری • نرم افزار Tess / علی مبین / ۱۲ • اندازه گیری با ماشین حساب به جای خط کش! / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۱۵
- ریاضیات و بازی • نقاشی با اعداد نونوگرام / آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلم / ۱۸ • هیداتو؛ پازل از

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

«مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: • گسترش فرهنگ ریاضی؛ • افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی؛ • توسعه تفکر و خلاقیت؛ • توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ • توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ • توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری؛ • تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

«مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. «مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. «نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. «مجل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. «مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. «کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. «مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. «مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. «مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. «آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.



هر کسی می‌تواند ریاضی را یاد بگیرد به شرطی که بخواهد

به یاد پرویز شهریاری

چندی پیش، جامعهٔ معلمان و ریاضی‌دانان و علاقه‌مندان به ریاضیات مرد بزرگی را از دست داد. پرویز شهریاری، که سال‌ها در نشر و ترویج ریاضی میان جوانان و نوجوانان، قلم زده بود و از او ده‌ها کتاب تألیفی و ترجمه و صدها مقاله در زمینهٔ ریاضی و تاریخ ریاضی به جا مانده است، روز جمعه ۲۲ اردیبهشت ماه، در سن ۸۶ سالگی، از میان ما رفت.

بر آن شدیم تا برای این که یاد او را زنده نگه داریم، در این شماره از مجله، یادداشت‌هایی را که اعضای تحریریه و دیگر همکاران رشد برهان راهنمایی به یاد او نوشته‌اند، در لابه‌لای دیگر مطالب مجله، به چاپ برسانیم و من نیز در سرمقاله، دربارهٔ این مرد بزرگ، چند خطی بنویسم. لیکن «نوشتن» دربارهٔ مردی که تا آخرین لحظات عمرش، از «نوشتن» دست نکشید و با مطالبی که دربارهٔ ریاضی برای جوانان و نوجوانان می‌نوشت، سعی می‌کرد این علم را به میان آنها ببرد، بسیار سخت است.

... سال‌ها پیش کتابی از استاد پرویز شهریاری دیدم به نام «شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید». با دیدن عنوان کتاب، ناگهان به خود بالیدم! بالیدم چون دیدم من نیز مانند این مرد بزرگ همواره در این سالها که معلمی کرده‌ام با اعتقاد به این که همهٔ دانش‌آموزان می‌توانند درس ریاضی را یاد بگیرند، تدریس کرده‌ام و حتی در مصاحبه‌ای که دو سال پیش در همین مجله چاپ شد نیز به این موضوع تأکید ورزیدم و این برایم بسیار مایهٔ افتخار است که مانند پرویز شهریاری فکر کنم و تا حد توانم، مانند او برای آموزش ریاضی به نوجوانان تلاش کنم و اثرگذار باشم.

از این رو، در ادامه چند سطری از همان کتاب را برای دوستان نوجوانم بازگو می‌کنم. یادش همواره گرمای باد ...

ریاضیات، تکیه بر اندیشه و عقل آدمی دارد و سر و کارش با استدلال منطقی است و هر انسانی، ولو با استعدادهای نه چندان درخشان، می‌تواند با یاری جتن از اندیشه، عقل و استدلال خود، به ریاضیات دست یابد و آن را فرا بگیرد. در مرحله کنونی، کسی از دانش‌آموز ما نمی‌خواهد ریاضی‌دان باشد و نایافته‌های ریاضی را بیابد (گرچه، رسیدن به چنین مرزی هم، ناممکن نیست). از ما می‌خواهند، چیزهایی را یاد بگیریم که صدها سال پیش پیدا شده و در طول سده‌های متوالی سوهان خورده و به صورتی شفاف و قابل درک به ما رسیده‌اند. شاید، شعر گفتن کار ساده‌ای نباشد، ولی هر کسی می‌تواند یاد بگیرد شعر حاضر و آماد (ریلران را، چگونه بخواند: در کجاها مکث کند، روی چه واژه‌هایی تکیه کند، کجا صدای خود را اندکی بالا ببرد و کجا پایین بیاورد و البته، به شرطی می‌تواند غزل حافظ و یا رباعی خیام را، درست و بی‌عیب بخواند که معنای آن را به خوبی درک کرده باشد. و این، کار دشواری نیست: همت و غیرت می‌خواهد و اندکی صرف وقت. تجربه نشان داده است، هر کسی (به شرطی که به مفهوم واقعی کلمه، عقب افتادگی ذهنی نداشته باشد)، می‌تواند ریاضیات مدرسه‌ای را به خوبی فرا بگیرد و بر جنبه‌های مختلف آن ملط شود؛ تنها شرط رسیدن به چنین موفقیتی «خواستن» است.

سردبیر



داستان مربعی که سه تا بود!

■ **کلیدواژه‌ها:** هندسه، مربع‌ها، کاشی‌کاری، ابوالوفا بوزجانی



کاشی ترک‌خورده روبه‌رو را به دقت نگاه کن.

به نظر تو این کاشی از اول به همین شکل ساخته شده؟

البته که نه! این ترک‌ها پس از گذشت سالیان، در اثر تغییرات آب و هوا و وقوع

چندین زلزله به چهره این کاشی نشسته‌اند.

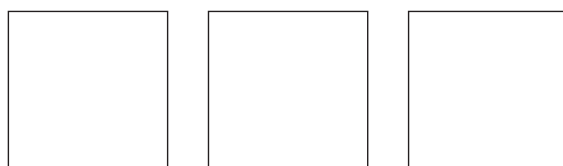
اما گمان نکن که این کاشی از روز تولد، خیلی هم کاشی صاف و ساده‌ای بوده است.

سرگذشت این کاشی شنیدنی است.

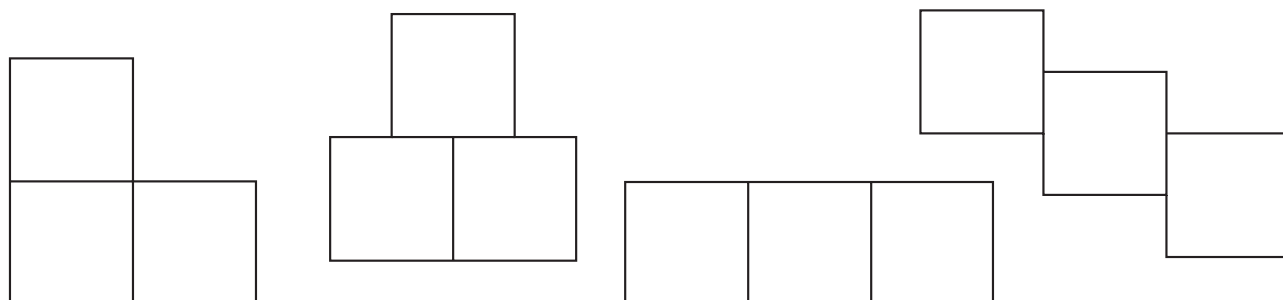
داستان برمی‌گردد به حدود هزار سال پیش در خراسان، وقتی که چند کاشی‌کار

داشتند دیواری را کاشی می‌کردند. کاشی‌کارها در حین کار، به یک مسئله برخوردند. آنها سه کاشی مربع‌شکل هم‌اندازه

داشتند؛ و می‌خواستند با استفاده از آنها، یک کاشی مربع‌شکل بزرگ‌تر بسازند.

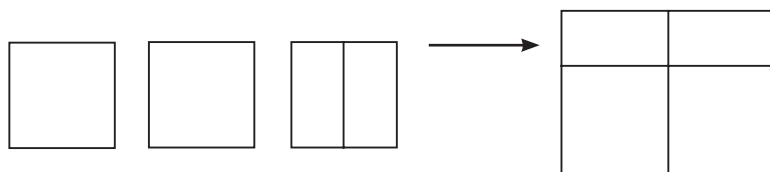
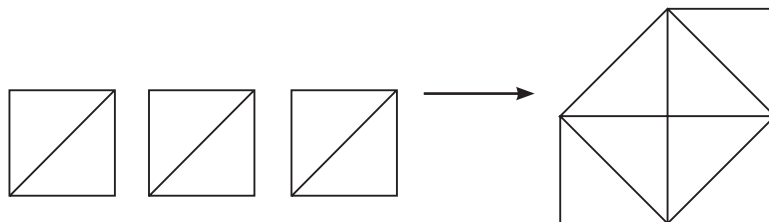


کنار هم گذاشتن این سه مربع، راه‌حل مناسبی برای این کار نبود.



کاشی کارها می دانستند که سرانجام مجبورند برای ساختن مربع بزرگ تر، بعضی از مربع های کوچک تر خود را قطعه قطعه کنند. آن ها فکر می کردند که چه طور کاشی های کوچک را برش بزنند تا بتوانند با کنار هم گذاشتن همه برش ها، کاشی مربع بزرگ تری بسازند.

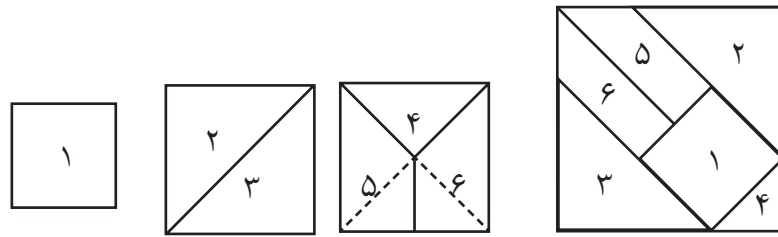
اما هیچ کدام از پیشنهادهايشان، يك كاشي مربع شكل نمي ساخت!



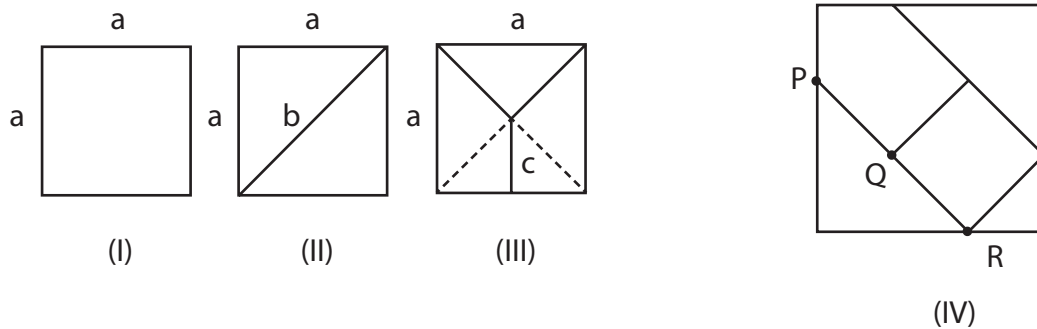
○ آیا شما راه حلی برای این مسئله دارید؟



تا اینکه این فکر به ذهن یکی از آنها خطور کرد:



ابوالوفا را آن روزها خیلی‌ها می‌شناختند. به او می‌گفتند «مهندس»؛ یعنی «کسی که هندسه می‌داند». کاشی‌کارها، خیلی وقت‌ها کارشان به ابوالوفا می‌افتاد؛ مثل همان روز که می‌خواستند از درستیِ راه‌حل خود مطمئن شوند. در واقع آنها خیلی هم مطمئن نبودند که اگر کاشی‌ها را به این شکل برش بزنند، قطعه‌های کاشی کاملاً با هم جفت و جور می‌شوند. ابوالوفا که از دیدن راه‌حل کاشی‌کارها هیجان‌زده شده بود، شروع کرد به فکر کردن و نوشتن. تا این که



ابوالوفا فکر کرد که اگر هر ضلع کاشی‌های کوچک برابر با a باشد، آن وقت قطر مربع (b) را می‌توان با استفاده از رابطه فیثاغورس به دست آورد. مثلاً با توجه به مربع (II) می‌توان نوشت:

$$b^2 = a^2 + a^2$$

$$b^2 = 2a^2$$

$$b = \sqrt{2}a$$

همچنین ابوالوفا با توجه به مربع (II) فهمید که c باید به اندازه نصف ضلع مربع (a) باشد:

$$c = \frac{1}{2}a$$

ابوالوفا سعی کرد در شکل (IV) طول پاره‌خط PR را به دست آورد.

$$PR = (II) \text{ طول قطر مربع } = b = \sqrt{2}a$$

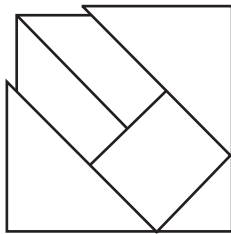
از طرف دیگر، PR از دو پاره‌خط PQ و QR تشکیل شده است؛ بنابراین:

$$PR = PQ + QR$$

اندازه PQ که با توجه به شکل (III) همان c است و QR هم که ضلع مربع (I) یعنی a است. پس

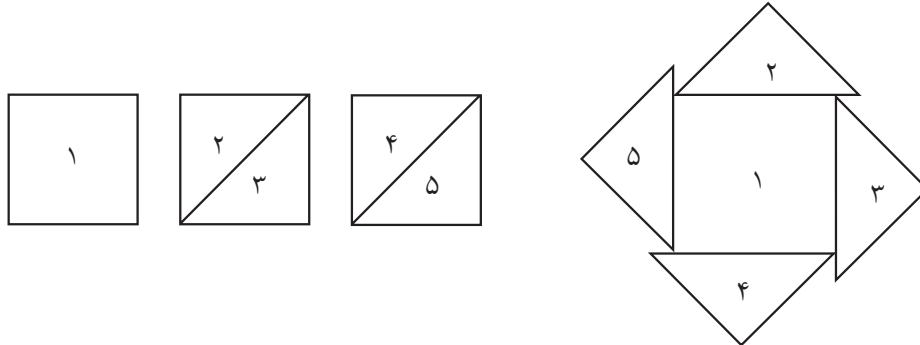
$$PR = PQ + QR = c + a = \frac{1}{2}a + a = \frac{3}{2}a$$

همان‌طور که دیدید، ابوالوفا به این نتیجه رسید که اگر قطعات کاشی کاملاً با هم چفت و جور شوند، آن وقت طول پاره‌خط PR هم باید برابر با $\frac{3}{2}a$ شود و هم برابر با $\sqrt{2}a$ ؛ در حالی که $\frac{3}{2}a \neq \sqrt{2}a$ (چرا؟) بنابراین ابوالوفا به کاشی‌کارها اعلام کرد که

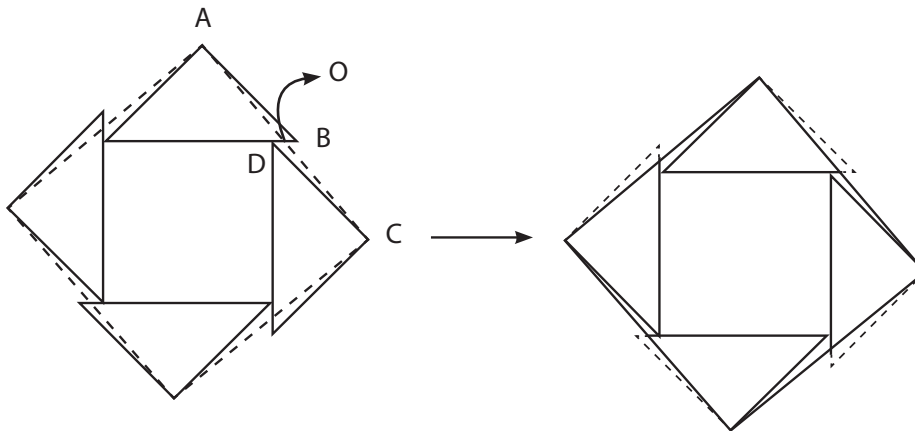


با این گونه برش زدن کاشی‌ها، به نتیجه‌ای که می‌خواهند نمی‌رسند و شکل زیر، نتیجه کار آن‌ها خواهد بود.

کاشی‌کارها که دوباره به بن‌بست رسیدند، از ابوالوفا خواستند راه‌حلی برای مشکل آنها پیدا کند. ابوالوفا هم پس از مدتی، راه‌حل زیر را ارائه کرد:



سپس ابوالوفا پیشنهاد داد کاشی‌کارها، کاشی‌ها را از محل نقطه‌چین ببرند و هر کاشی مثلثی بریده‌شده را در جای خالی مثلث مقابل آن قرار دهند.



ابوالوفا آن روزها نمی‌دانست که سال‌ها بعد دهانه یکی از آتشفشان‌های ماه را به نام او خواهند کرد: «ابوالوفا بوزجانی»؛ به دلیل کارهای علمی زیادی که در زمینه هندسه و ریاضی انجام داده است!

به این ترتیب ابوالوفا اطمینان داشت که اگر کاشی‌کارها، کار برش زدن کاشی‌ها را درست انجام دهند، قطعات کاشی کاملاً با هم چفت و جور خواهند شد.

شما هم می‌توانید با استفاده از قیچی و مقوا دست به کار شوید و روش ابوالوفا را در عمل امتحان کنید.

در واقع ابوالوفا از این خاصیت استفاده کرد که $\hat{A}BO = \hat{C}DO$. بیایید ما هم از تساوی این دو مثلث، مطمئن شویم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}OB = \hat{C}OD \text{ (متقابل به رأس)} \\ \hat{A}BO = \hat{C}DO \text{ (چرا؟)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}OB + \hat{A}BO = \hat{C}OD + \hat{C}DO$$

$$\Rightarrow 18^\circ - \hat{B}AO = 18^\circ - \hat{D}CO$$

$$\Rightarrow \hat{B}AO = \hat{D}CO$$

پی‌نوشت

برای مشاهده راه‌حل‌های غلط (!) و درست دیگر این مسئله به وبلاگ اختصاصی مجله مراجعه کنید. <http://roshdmag.ir/weblog/borhanrahnamaiee>

منبع

ابوالوفا محمد بن البوزجانی؛ هندسه ایرانی؛ کاربرد هندسه در عمل؛ ترجمه سید علی‌رضا حدنی، انتشارات سروش ۱۳۷۶.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}AO = \hat{D}CO \\ \hat{A}BO = \hat{C}DO \\ AB = DC \text{ (چرا؟)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}BO = \hat{C}DO \text{ (نیز)}$$

ناشر زرنگ! استاد با ذکاوت

خسرو داوودی

و محاسبه سریع ذهنی، ادعای کذب ناشر را برملا کند. در انبار کتاب به طور معمول کتاب‌ها را به گونه‌ای می‌چینند و روی هم قرار می‌دهند که هم نگهداری و شمارش آنها ساده‌تر شود و هم فضای کمتری را اشغال کند و امکان حرکت بین آنها نیز وجود داشته باشد. به مجموعه‌ای از کتاب‌ها که کنار و روی هم قرار می‌گیرند و ستون چند لایه‌ای از کتاب را تشکیل می‌دهند یک «عدل» می‌گویند. برای روشن شدن موضوع یک مثال را بررسی می‌کنیم. فرض کنید یک کتاب به ضخامت تقریبی یک سانتی‌متر و طول و عرض تقریبی ۲۳ و ۱۶ سانتی‌متر، یعنی در قطع وزیری، داشته باشیم. کتاب‌ها را در بسته‌های ۲۰ تایی بسته‌بندی کرده اند و به انبار می‌آورند. انباردار ۸ بسته را در یک سطح روی زمین قرار می‌دهد تا یک ردیف شکل بگیرد. به همین ترتیب ۱۰ ردیف روی هم می‌چیند تا یک ستون از کتاب‌ها ساخته شود. در این عدل چند کتاب وجود دارد؟ اگر بسته‌ها ۲۵ تایی بود چند تا کتاب در یک عدل وجود داشت؟ با توجه به بسته‌های ۲۰ تایی و یک سانتی‌متر قطر کتاب ارتفاع این عدل در حدود چند متر می‌شود؟

با محاسبه تقریبی حجم یک عدل و حجم یک کتاب و تقسیم این دو عدد بر هم نیز می‌توان تعداد تقریبی کتاب‌های این ستون را پیدا کرد. شما هم در مورد سایر روش‌های محاسبه تقریبی تعداد کتاب‌های یک انبار یا بخشی از آن فکر کنید. مرحوم شهریار با محاسبه تقریبی و سریع حجم آن بخش انبار و حجم تعداد ۱۰۰۰ جلد از آن اثر، کتاب‌های موجود را به حدود ۲۰۰۰۰ نسخه تقریب می‌زنند و این یعنی نزدیک به ۷ برابر تیراژ مورد ادعای ناشر! با این حال، مناعت و طبع بلند استاد شهریار مانع می‌شود تا موضوع را به روی نامبارک آن کذاب بیاورد. تنها به لبخندی بسنده می‌کند و از او می‌خواهد که همین تعداد اندک! را توزیع کند تا به دست مخاطب علاقمند برسد.

روحش شاد و یادش گرامی باد.

از سال‌های دور ارتباط نزدیکی با مرحوم شهریار داشتم. خاطرات خوب و فراموش‌نشدنی از معاشرت با ایشان دارم، رفت و آمد به منزلشان در ارتباط با مجله برهان، تألیف کتاب‌های آموزش ریاضی و ... که برایم به یادگار مانده است. استاد شهریار همیشه با روی خوش پذیرای شاگردان، دانشجویان و همه علاقمندان به ریاضی بود. هر بار که به منزل ایشان می‌رفتم علاوه بر پیگیری کارها در مورد موضوعات مختلف با هم گفت و گو می‌کردیم. روزی از ناشران کتاب و برخوردهای آنها برایم گفت. هم از آنهایی که رفتاری شایسته داشتند و از تعدادی که در کار فرهنگی نشر کتاب به خیال خود زرنگی می‌کنند و به اصطلاح سر مؤلف را کلاه می‌گذارند تا به ظاهر به سود بیشتری برسند، غافل از آن که مؤلفان، باهوش و ذکاوت خود شگردهای کاسب‌کارانه آنها را تشخیص می‌دهند. ولی مرحوم شهریار بزرگوارتر از آنند که به روی مبارک آنها بیاورند. او خاطره‌ای از یک ناشر برایم گفت که بازگویی آن در اینجا خالی از لطف نیست.

روزی یکی از ناشران تازه‌کار، برای آن که کسب و کار جدیدش رونقی بگیرد، از آقای شهریار به اصرار می‌خواهد کتابی برایش تألیف کند. استاد به اکراه قبول می‌کند و کتاب را تألیف می‌کند. و پس از انتشار کتاب، به علت پرمایه و جذاب بودن، آن کتاب به زودی نایاب می‌شود. عده‌ای از استاد پی‌گیر می‌شوند که چرا این اثر خوب تجدید چاپ نمی‌شود؟ استاد شهریار به ناشر مراجعه می‌کنند؛ نه به دنبال طلب حق‌التألیف، بلکه برای انتشار و توزیع بیشتر کتاب، تا بهره بیشتری به طالبان و علاقمندان آن برسد. ناشر غافل به دروغ ادعا می‌کند که همان ۳۰۰۰ نسخه‌ای که چاپ شده در انبار مانده و این اثر خریداری ندارد و جز ضرر و زیان عایدی نداشته است. برای اثبات ادعای خود هم، استاد را به انبار می‌برد و کتاب‌ها را نشان می‌دهد. نگاه تیزبین استاد و تجربه عمری تألیف کتاب ریاضی و دست‌ورزی با انواع معادله‌ها، مسئله‌ها و فرمول‌های ریاضی کمک می‌کند تا با یک تخمین

تقسیم کسرها: آخه چرا اینجوری؟!

کلیدواژه‌ها: کسر، تقسیم کسر، مسئله



چند دسته‌ی ۵ تایی می‌شود ۱۵ تا؟

می‌بینیم که وقتی ۱۵ دکه به دسته‌های ۵ تایی تقسیم شود، ۳ دسته به دست می‌آید؛ پس، می‌نویسیم:

$$15 \div 5 = 3$$

این را یک تساوی تقسیم می‌گوییم و می‌خوانیم:

۱۵ تقسیم بر ۵ مساوی است با ۳

• نماد تقسیم است.



شصت و هفت ۶۷

ریاضی سوم دبستان؛ یادش به‌خیر! تا وقتی که با تقسیم‌هایی مثل $15 \div 5$ یا $18 \div 6$ سروکار داشتیم، همه‌چیز خوب و آسان بود. مسئله‌هایی به این شکل به ما می‌دادند:

برای درست کردن یک بطری شربت آبلیمو، باید ۶ لیوان آب را با مقداری شکر و آبلیمو و گلاب مخلوط کنیم. ۱۲ لیوان آب داریم. چند بطری شربت آبلیمو می‌توانیم درست کنیم؟

و آنها را به‌راحتی حل می‌کردیم:

$$12 \div 6 = 2 \text{ پس دو بطری شربت}$$

می‌توانیم درست کنیم.

اما کم‌کم سروکله کسرهای پیدا شد و مسئله‌هایی مثل این:

برای درست کردن یک لیتر شربت آبلیمو، باید $\frac{8}{9}$ لیتر آب را با مقداری شکر و آبلیمو و گلاب مخلوط کنیم. $\frac{12}{7}$ لیتر آب داریم. چه مقدار شربت آبلیمو می‌توانیم درست کنیم؟
که برای حل آن، مانند مسئله قبل، باید حاصل تقسیم $\frac{12}{7} \div \frac{8}{9}$ را حساب می‌کردیم؛

و البته نمی دانستیم چگونه! بعد این قاعده را یاد گرفتیم که برای حساب کردن حاصل این تقسیم، کسر اول (یعنی $\frac{12}{7}$) را در معکوس کسر دوم (که می شود $\frac{9}{8}$) ضرب می کنیم؛ یعنی

برای آسانی کار، اول بیایید ببینیم چه عددی ضربدر $\frac{8}{9}$ می شود ۱:

$$\square \times \frac{8}{9} = 1$$

□ را باید با معکوس $\frac{8}{9}$ که می شود $\frac{9}{8}$ پر کنیم:

$$\frac{9}{8} \times \frac{8}{9} = 1$$

حالا این جای خالی را پر می کنیم:

$$\square \times \frac{9}{8} = \frac{12}{7}$$

خب □ را باید با $\frac{12}{7}$ پر کنیم، زیرا $\frac{12}{7} \times \frac{9}{8} = \frac{1}{1} \times \frac{12}{7}$

□ □ □ □

$$\frac{12}{7} \times \frac{9}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{12}{7}$$

پس عددی یافتیم که وقتی در $\frac{8}{9}$ ضرب شود، حاصل

می شود $\frac{12}{7}$. یعنی □ را در $\frac{12}{7} = \frac{8}{9} \times \square$ باید با $\frac{12}{7} \times \frac{9}{8}$

پر کنیم؛ و این همان قاعده‌ای است که «کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می کنیم»!

$$\frac{12}{7} \div \frac{8}{9} = \frac{12}{7} \times \frac{9}{8}$$

چرا این تقسیم را از این راه عجیب حساب می کنیم؟ اصلاً چرا این راه عجیب درست است؟

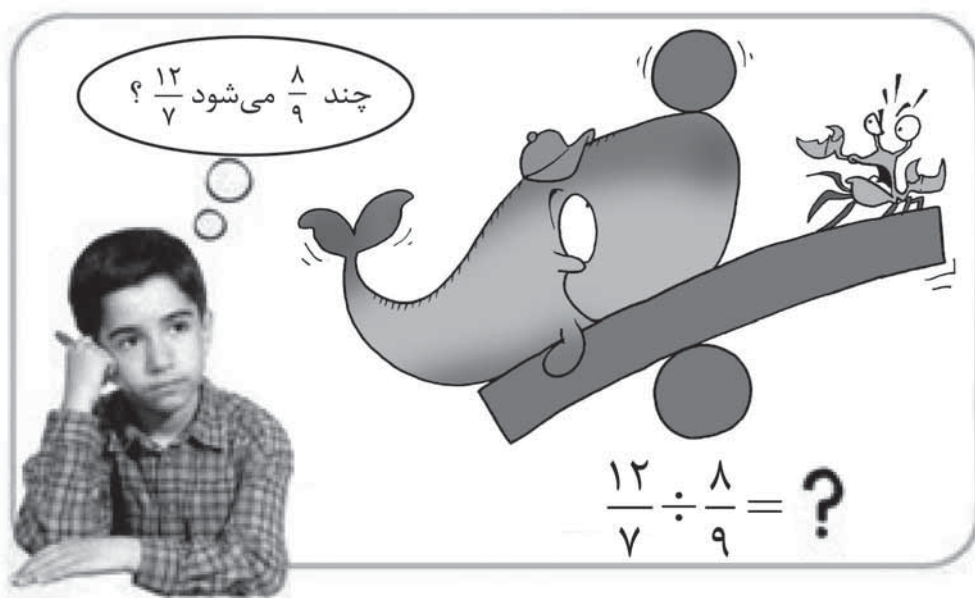
دوباره به صفحه‌ای از کتاب سوم دبستان که در ابتدا دیدید، توجه کنید:

- برای اینکه بدانیم $15 \div 5$ چند می شود، کافی است بفهمیم چه عددی ضربدر ۵ می شود ۱۵.
- برای اینکه بدانیم $\frac{12}{7} \div \frac{8}{9}$ چند می شود، کافی است بفهمیم چه عددی ضربدر $\frac{8}{9}$ می شود $\frac{12}{7}$.

* * *

خب، چه عددی ضربدر $\frac{8}{9}$ می شود $\frac{12}{7}$ ؟

$$\square \times \frac{8}{9} = \frac{12}{7}$$



دلیل این محاسبات چیست؟

■ **کلیدواژه‌ها:** محاسبات ریاضی، ساده کردن کسر، دور در دور _ نزدیک در نزدیک

چیست؟

قبل از پاسخ دادن به این سؤال، موضوع زیر را یادآوری می‌کنیم.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5}$$

به سخن دیگر متوجه می‌شویم که عمل محاسباتی «دور در دور - نزدیک در نزدیک» به مفهوم کسر به عنوان «تقسیم دو عدد بر هم» مرتبط می‌شود.

$$\frac{a}{b} = a \div b = a \times \frac{1}{b}$$

با $\frac{2}{5}$ اکنون به ساده کردن کسر $\frac{2}{5}$ توجه به مفهوم کسر می‌پردازیم:

می‌دانیم که انجام محاسبات ریاضی بدون توجه به مفاهیم و دلایل آن از شیرینی آن می‌کاهد و ذهنی که صرفاً محاسبه‌گر است کمتر دارای خلاقیت و نوآوری خواهد شد. برای روشن شدن موضوع، به مثال زیر توجه کنید:

برای ساده کردن کسر $\frac{2}{5}$ از «دور

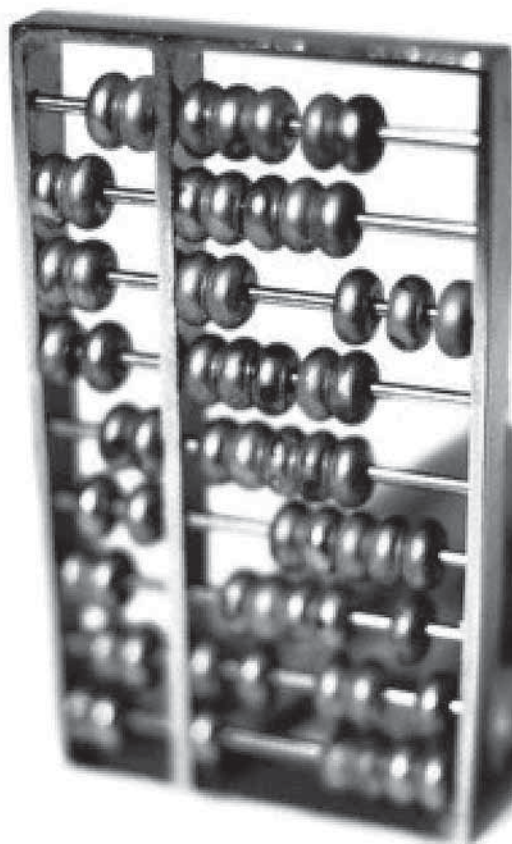
در دور - نزدیک در نزدیک» استفاده

می‌کنیم و می‌نویسیم: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7}$. اما

دلیل انجام این کار چیست؟

معمولاً وقتی از دانش‌آموزان در این‌باره سؤال می‌شود یا سؤال‌هایی از این دست طرح می‌شود چنین جواب‌هایی را می‌شنویم: «این یک قانون است»، «معلم به ما این‌گونه یاد داده است»، «راه دیگری ندارد»، «نمی‌دانیم»، و البته جواب آخر از همه درست‌تر است.

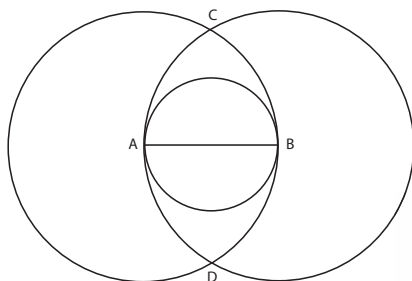
به راستی جواب شما به این سؤال





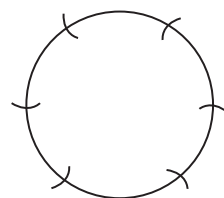
روشی دیگر برای رسم یک شش ضلعی منتظم

کلیدواژه‌ها: شش ضلعی منتظم، دایره، کمان، قطر دایره، پاره خط



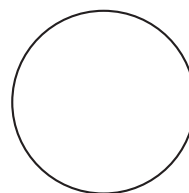
احتمالاً همه شما می‌دانید که چگونه می‌توان یک شش ضلعی منتظم رسم کرد. بلی؛ یک دایره می‌کشیم و روی آن به وسیله پرگار کمان‌هایی که وتر آنها برابر با شعاع دایره است پشت سر هم جدا می‌کنیم؛ سپس نقاط حاصل را به هم وصل می‌کنیم. (شکل زیر را کامل کنید)

از C به A و B وصل می‌کنیم و نقاط تقاطع (پاره‌خط‌ها و دایره) را K و M می‌نامیم. اگر همین کار را در مورد نقطه D انجام دهیم نقاط N و L به دست می‌آید و شش ضلعی AKMBNL منتظم است. از آن لذت ببرید.

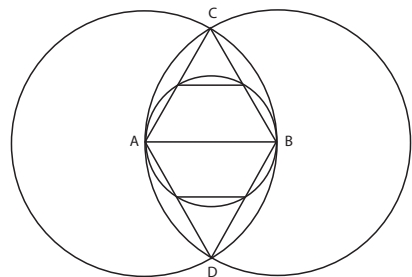
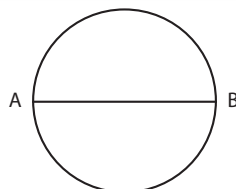


روش زیر، روش دیگری است که آقای پارسا ناظری، دانش‌آموز اول راهنمایی آن را ابداع کرده است. بیایید درستی آن را بررسی کنیم.

– یک دایره رسم می‌کنیم؛



از نقاط A و B دو دایره به شعاع‌های AB و BA می‌زنیم و محل‌های تقاطع دو دایره را C و D می‌نامیم.



– قطر دایره (AB) را می‌کشیم.

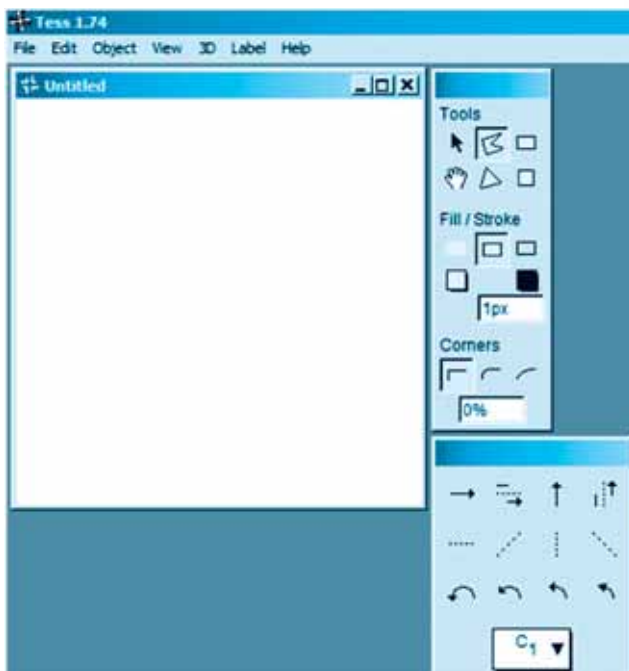


نرم افزار Tess

■ **کلیدواژه‌ها:** هندسه دویعدی، هندسه سه‌بعدی، نرم افزار Tess، کاشی‌کاری، تقارن محوری، تقارن مرکزی

نام این نرم افزار Tess است که به واژه Tessellation به معنای کاشی‌کاری اشاره دارد. برای شروع، به سایت مجله مراجعه و نسخه رایگان نرم افزار Tess را دانلود کنید. در نسخه رایگان همه امکانات نرم افزار به جز امکان ذخیره‌سازی (save) وجود دارد.

چندی پیش یکی از مخاطبان فعال مجله برهان راهنمایی، آقای سید فرهاد مدرسی از بیرجند نرم‌افزاری را برای معرفی در یکی از شماره‌های مجله پیشنهاد کرد که ضمن تشکر از وی به معرفی اجمالی این نرم‌افزار در قالب یک فعالیت گام به گام می‌پردازیم.



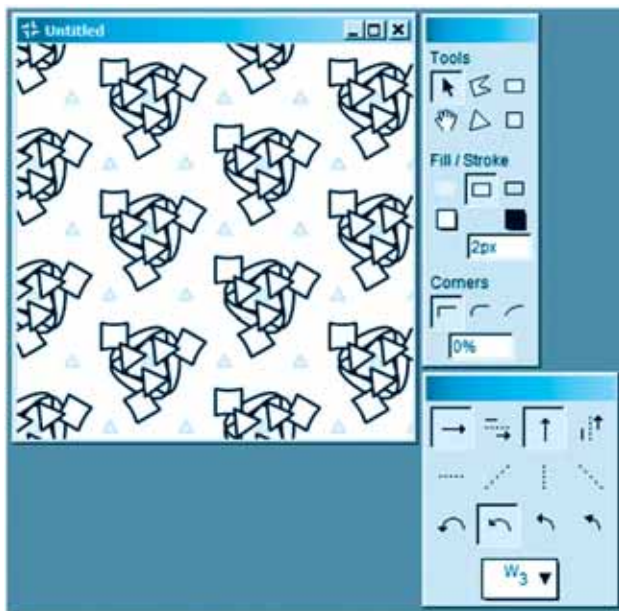
گام دوم، تکرار پایه طرح:

با استفاده از ابزارهای انتقال (سطر اول در شکل روبه‌رو)، تقارن محوری (سطر دوم در شکل روبه‌رو) و تقارن مرکزی (سطر سوم در شکل روبه‌رو) می‌توانید پایه طرح را به شکل‌های مختلف تکرار کنید.



مثلا شکل زیر از تکرار پایه

طرح که در بالا رسم شده بود، به دست آمده است:



به خواندن بسنده نکنید؛ دست به کار شوید و با استفاده از نرم‌افزار Tess طرح‌های زیبا و متنوعی رسم کنید و اگر دوست داشتید برای مجله هم بفرستید.

گام سوم، اجرای طرح به صورت سه بعدی

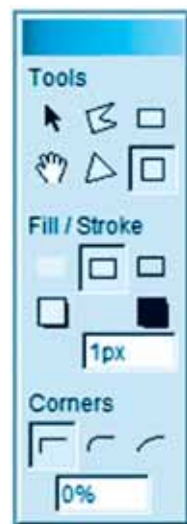
با انتخاب 3D می‌توانید طرحتان را به صورت سه‌بعدی هم اجرا کنید و با حرکت دادن نشانهٔ ماوس روی شکل سه‌بعدی آن را بچرخانید!

فعالیت را آغاز کنید. هدف از انجام این فعالیت طراحی یک نوعی کاشی‌کاری متشکل از کاشی‌های تکرارشونده با استفاده از ابزارها و امکانات نرم‌افزار Tess است.

گام اول، طراحی پایه طرح:

با استفاده از ابزارهای رسم، پایه طرحتان را رسم کنید.

این ابزارها به شما امکان رسم چند ضلعی‌های دلخواه، مستطیل‌های قائم یا غیر قائم و مثلث متساوی‌الاضلاع را می‌دهند. همچنین با اضافه کردن انحنای گوشه‌های شکل در قسمت Corners می‌توانید به جای مستطیل و مربع، بیضی و دایره رسم کنید. برای این منظور کافی است بیشترین انحنای ممکن برای گوشه‌ها یعنی ۱۰۰ درصد را انتخاب کنید.



انتخاب مدل رسم شدن چند ضلعی (توپر، تو خالی و یا بدون دور) همچنین رنگ و ضخامت محیط آن و رنگ داخل آن در قسمت Fill/Stroke امکان‌پذیر است.

برای تغییر، حرکت دادن یا پاک کردن یک چندضلعی می‌توانید با استفاده از ابزار  آن را انتخاب کنید. برای حرکت دادن کل شکل هم می‌توانید از ابزار  استفاده کنید. با ابزارها کار کنید و یک قسمت از صفحه سفید را با پایه طرح پر کنید.





این نرم‌افزار امکانات دیگری هم دارد که شما می‌توانید آن‌ها را کشف کنید و از آنها لذت ببرید.



راه رفتن روی مسیر مستقیم با چشمان بسته

زهره پندی

باید تا ته کوچه می‌رفتم. کوچه‌ای بلند و باریک.
از صبح چند تا پیامک رسیده بود؛ هم خبر، هم
تسلیت و هم یادنامه.

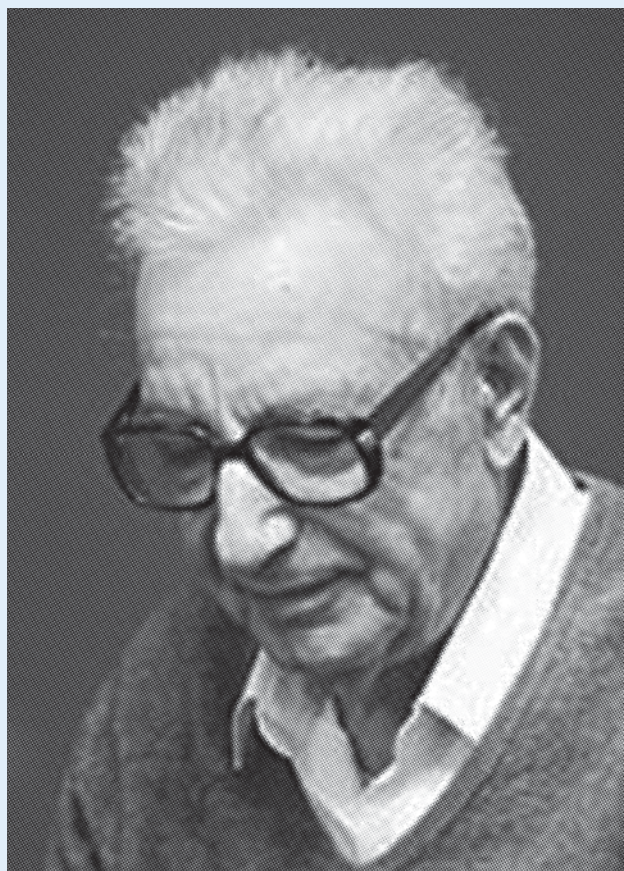
چشم‌هایم را بستم و سعی کردم روی یک خط
مستقیم تا آخر کوچه بروم. وقتی احساس کردم
می‌خواهم به دیوار بخورم، چشم‌هایم را باز کردم.
باز هم صاف نرفته بودم.

این یکی از اولین چیزهایی بود که از آقای
شهریاری یاد گرفته بودم.

این که **وقتی با چشم بسته می‌خواهی
یک مسیر مستقیم را طی کنی، به خاطر عدم
تقارن، بدن ناخودآگاه یک مسیر دایره‌ای با
شعاعی بزرگ را طی خواهد کرد.**

روحش شاد، یادش گرامی

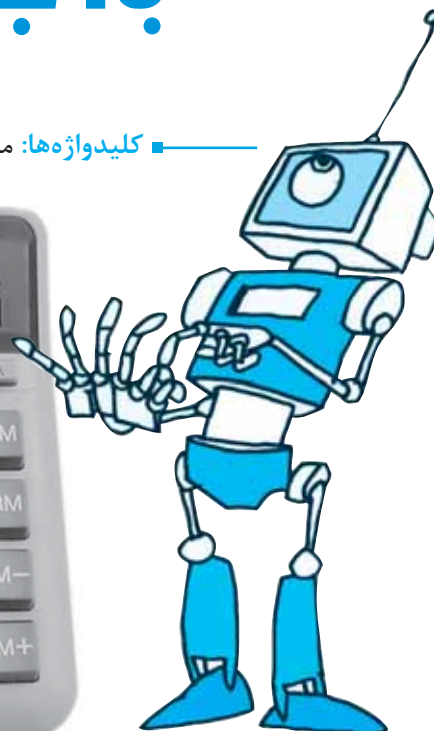
به یاد استاد





اندازه‌گیری با ماشین حساب به جای خط‌کش!

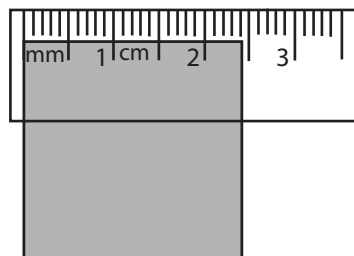
■ کلیدواژه‌ها: ماشین حساب، مساحت، مربع، اندازه‌گیری، خط‌کش



شکل زیر مربع است. با استفاده از خط‌کش درمی‌یابیم که طول ضلع آن، $\frac{2}{8}$ سانتی‌متر است.

باید مساحتش $\frac{2}{8} \times \frac{2}{8}$ سانتی‌متر مربع باشد که می‌شود $\frac{7}{84}$ سانتی‌متر مربع!

بیاید دوباره به عددی که خط‌کش نشان می‌دهد نگاهی بیندازیم:



حالا من به شما می‌گویم که این مربع را طوری رسم کرده‌ام که مساحت آن، دقیقاً ۸ سانتی‌متر مربع است. آیا به نظر شما طول ضلع مربع همان $\frac{2}{8}$ سانتی‌متر است؟ مطمئنم که نه! چون اگر طول ضلع مربع $\frac{2}{8}$ سانتی‌متر باشد،

اگر دوباره با استفاده از خط‌کش با دقت بیشتری طول

$$\frac{4}{41} \quad 2/1$$

$$\frac{4}{84} \quad 2/2$$

$$\frac{5}{29} \quad 2/3$$

$$\frac{5}{76} \quad 2/4$$

$$\frac{6}{25} \quad 2/5$$

$$\frac{6}{67} \quad 2/6$$

$$\frac{7}{29} \quad 2/7$$

$$\frac{7}{84} \quad 2/8$$

$$\frac{8}{41} \quad 2/9$$

همان طور که خودتان هم می‌دانستید، هرچه طول ضلع مربعی بیشتر باشد، مساحت مربع بیشتر می‌شود.

مربعی داریم که مساحتش ۸ است و به دنبال طول ضلع این مربع می‌گردیم.

مساحت مربع ما از ۴ بیشتر است، پس طول ضلع آن، از طول ضلع مربعی به مساحت ۴ بیشتر است.

مساحت مربع ما از ۹ کمتر است، پس طول ضلع آن، از طول ضلع مربعی به مساحت ۹ کمتر است.

از دو نکته بالا متوجه می‌شویم که طول ضلع مربع عددی است که از ۲ بیشتر و از ۳ کمتر است.

حالا بیا ببینیم طول ضلع مربع را دقیق‌تر پیدا کنیم. به مربع‌های زیر نگاه کنید. شبیه همان استدلالی را که درباره شکل‌های بالا کردیم، در مورد این شکل‌ها تکرار می‌کنیم. کنار هر مربع، طول ضلعش و داخلش، مساحتش نوشته شده است.

این بار با همان استدلال به این نتیجه می‌رسیم که طول ضلع مربع عددی است بین ۲/۸ و ۲/۹. پس اولین رقم اعشار طول ضلع مربع، رقم ۸

ضلع را اندازه بگیریم، می‌بینیم که خط‌کش عددی بین ۲/۸ و ۲/۹ نشان می‌دهد. اکنون که مساحت دقیق مربع را می‌دانیم، آیا خط‌کش می‌تواند به ما کمک کند ضلع مربع را دقیق‌تر اندازه بگیریم یا برای اندازه‌گیری باید به دنبال وسیله‌ای دیگر باشیم؟ پیشنهاد من استفاده از ماشین حساب است! چه‌طور؟ در ادامه معلوم می‌شود!

ما می‌توانیم به جای اینکه طول ضلع مربع را با خط‌کش اندازه بگیریم، با ماشین حساب‌هایمان دنبال عددی بگردیم که وقتی در خودش ضرب شود، برابر ۸ بشود (یا خیلی خیلی نزدیک ۸ باشد). اگر ماشین حسابی داشته باشیم که دکمه $\sqrt{\quad}$ داشته باشد، کافی است ابتدا عدد ۸ و سپس دکمه $\sqrt{\quad}$ را فشار دهیم. عددی که ماشین حساب نشان می‌دهد، تقریباً برابر طول ضلع این مربع است؛ یعنی اگر عددی را که ماشین حساب نمایش می‌دهد، در خودش ضرب کنیم، عددی به دست می‌آید که خیلی خیلی نزدیک به ۸ است. پس با این کار توانسته‌ایم عددی به دست بیاوریم که خیلی خیلی به طول ضلع مربع نزدیک است.

حالا اگر ماشین حسابمان خیلی معمولی بود و دکمه $\sqrt{\quad}$ نداشت، چه؟ آیا باز هم می‌توانیم از آن برای پیدا کردن طول ضلع مربع کمک بگیریم؟ بله!

به مربع‌های زیر نگاه کنید، کنار هر مربع، طول ضلع و داخلش، مساحت آن نوشته شده است.

$$1 \quad 1$$

$$4 \quad 2$$

$$9 \quad 3$$

● هرچه طول ضلع
مربعی بیشتر باشد،
مساحت مربع بیشتر
می شود

است. البته این اطلاعات را با خط کش هم به دست آورده بودیم! حالا می خواهیم طول ضلع مربع را تا دو رقم اعشار به دست بیاوریم؛ کاری که با خط کش هایمان نمی توانستیم انجام بدهیم. حالا ماشین حساب هایتان را بردارید و به سؤال های زیر پاسخ دهید.

تمرین ۱.

آیا طول ضلع مربع ما از $\frac{2}{81}$ بیشتر است؟ از $\frac{2}{84}$ چه طور؟

تمرین ۲.

آیا ممکن است دومین رقم بعد از ممیز طول ضلع مربع، برابر ۳ باشد؟ چرا؟

تمرین ۳.

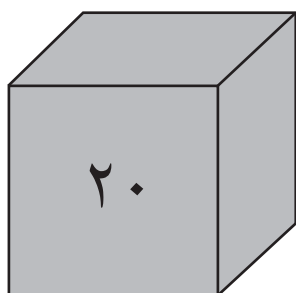
حالا که اندازه گیری طول با ماشین حساب را یاد گرفته اید، طول ضلع مربعی به مساحت ۸ سانتی متر مربع را تا ۴ رقم بعد از ممیز به دست بیاورید.

تمرین ۴.

با ماشین حسابی معمولی (که دکمه $\sqrt{\quad}$ ندارد)، طول ضلع مربعی را به دست بیاورید که مساحت آن ۱۲ سانتی متر مربع باشد. این کار را تا ۴ رقم بعد از ممیز ادامه دهید.

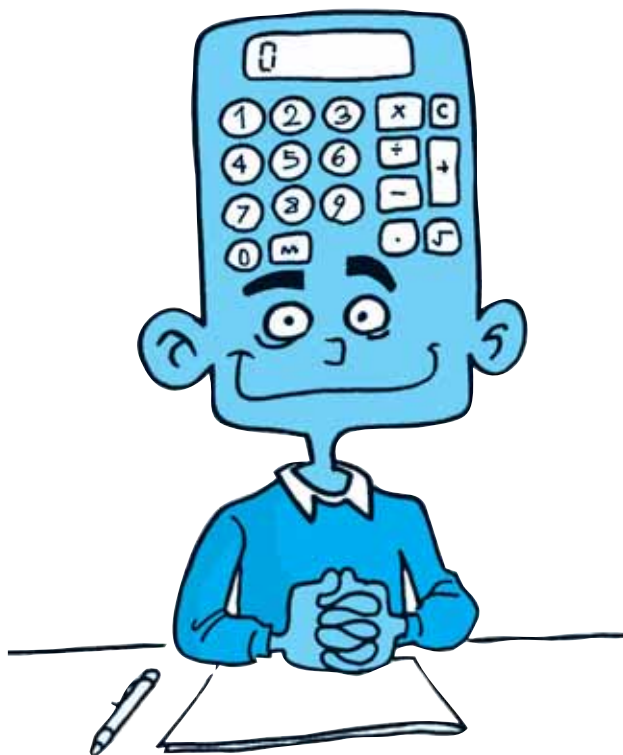
مسئله ۱.

حجم مکعبی برابر ۲۰ سانتی متر مکعب است. با روشی مشابه روش بالا و با استفاده از ماشین حسابی معمولی، طول ضلع آن را تا ۴ رقم بعد از ممیز به دست بیاورید.



مسئله ۲.

در مستطیل زیر طول یکی از اضلاع، ۱ سانتی متر از طول ضلع دیگر بیشتر است. می دانیم مساحت این مستطیل ۹ سانتی متر مربع است. آیا می توانید با روشی مشابه آنچه در بالا گفته شد، طول ضلع کوچک تر را به دست بیاورید و همراه راه حل به نشانی مجله برهان بفرستید.

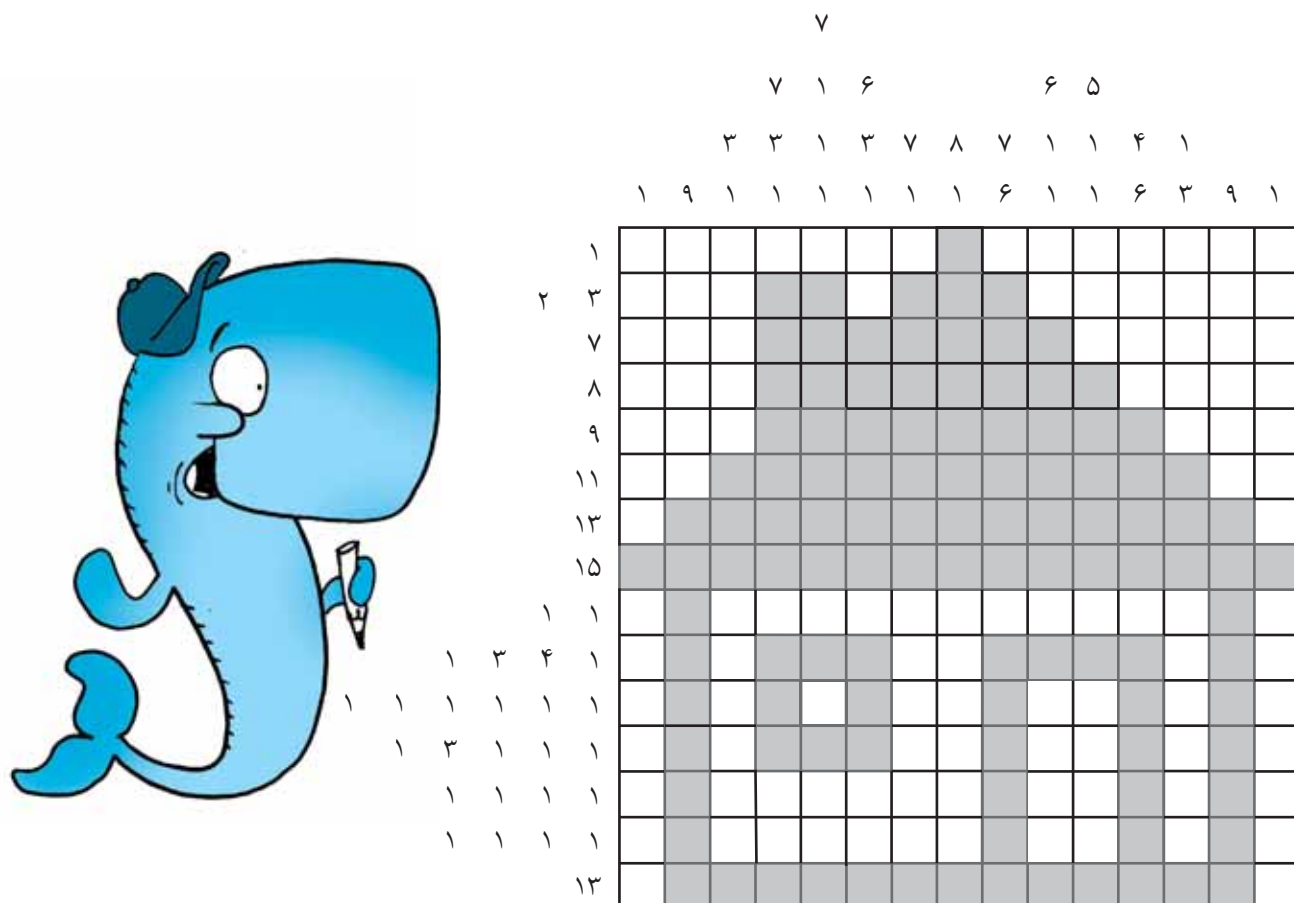


■ **کلیدواژه‌ها:** نونوگرام، جدول، شکل، اعداد

در جدول زیر، شکلی پنهان شده است! اعدادی که دور جدول می بینید به شما برای پیدا کردن شکل کمک می کنند.

[illegible]

در کنار هر سطر و در بالای هر ستون، یک یا چند عدد نوشته شده که مشخص می‌کنند در آن سطر یا ستون، خانه‌های سیاه چگونه قرار گرفته‌اند، چگونه؟ بگذارید با مثالی توضیح بدهیم. شکل پنهان در جدول بالا این است:



در کنار سطر، عدد ۱۳ نوشته شده است. یعنی در آن سطر، ۱۳ تا خانه سیاه به هم چسبیده وجود دارد:



در سطر دیگر عددهای ۱، ۳، ۴، ۱ نوشته شده‌اند. معنای این عددها این است که در این سطر از چپ به راست، ۱ خانه سیاه تکی، ۳ خانه سیاه به هم چسبیده، ۴ خانه سیاه به هم چسبیده، و ۱ خانه سیاه تکی دیگر وجود دارند، و البته بین این چهار دسته خانه‌های سیاه، فاصله وجود دارد (یعنی یک یا چند خانه سفید بین آنها قرار گرفته است).



درباره ستون‌ها هم وضعیت همین‌طور است. در ستونی از جدول، عددهای ۷ و ۶ از بالا به پایین آمده‌اند. یعنی در آن ستون از بالا به پایین، ۷ خانه سیاه به هم چسبیده و ۶ خانه سیاه به هم چسبیده دیگر قرار گرفته‌اند. نتیجه را می‌توانید در شکل بالا ببینید.

این نوع معماها را «نونوگرام» می‌نامند. داستان این نام‌گذاری چنین است که در سال ۱۹۸۷، طراحی ژاپنی به نام «نون ایشیدا» در مسابقه‌ای هنری برنده جایزه‌ای شد. اثر هنری او، طرحی بود که با روشن کردن بعضی از چراغ‌های ساختمانی

بسیار بلند ایجاد شده بود؛ چیزی مثل شکل خانه‌ای که دیدید. کلمهٔ نونوگرام از ترکیب نام کوچک طراح یعنی نون و پسوند «گرام» به معنی کشیدن ساخته شده است. ناگفته نماند که بسیاری هم این معما را به این نام نمی‌شناسند. نونوگرام با بیش از ۲۰ نام شناخته می‌شود!

در هر نونوگرام، ابتدا تمام خانه‌های جدول خالی است و ما باید با استفاده از عددی که در کنار و بالای جدول نوشته شده‌اند، همهٔ خانه‌های سیاه را بیابیم تا شکل پنهان‌شده در جدول را آشکار کنیم.

تمرین ۱.

مشابه جدول بالا، با توجه به خانه‌های پرشدهٔ جدول رو به‌رو، اعداد کنار و بالای نونوگرام زیر را بنویسید.

منظور از حل نونوگرام، سیاه کردن همهٔ خانه‌هایی است که قطعاً سیاه‌اند، اما خوب است که خانه‌هایی را هم که مطمئنیم نباید رنگ شوند، علامت بزنیم تا معما را آسان‌تر حل کنیم؛ مثلاً می‌توانیم داخل این خانه‌ها نقطه‌ای کوچک بگذاریم.

نونوگرام‌ها در اندازه‌های مختلف طراحی می‌شوند. برای اینکه دستان در حل نونوگرام گرم شود، می‌توانیم چند نونوگرام کوچک حل کنیم:

تمرین ۲.

نونوگرام‌های زیر را حل کنید (پاسخ‌ها در انتهای مقاله آمده‌اند). حتماً خودتان می‌دانید که خوب است در ابتدا، سطر یا ستونی را انتخاب کنید که بتوانید خانه‌های زیادی از آنها را با اطمینان سیاه کنید یا خالی بگذارید.

اگر حل دو نونوگرام ج و د برایتان سخت است، بعد از حل الف و ب، تمرین ۳ را حل کنید و بعد به حل آنها بپردازید.

۱ ۲

۱ ۲ ۳ ۱

۲ ۳ ۳ ۱

د

۱ ۲ ۴ ۱

۱ ۲ ۳ ۱

ج

۱ ۴ ۱ ۲ ۰

۰ ۱ ۲ ۴ ۱ ۱

ب

۳

۱ ۱ ۱ ۴ ۳

۳ ۴ ۱ ۱ ۱

الف

پاسخ در صفحهٔ ۳۶

۳ ۴ ۱
۹ ۷ ۶ ۴ ۱



در نونوگرام ۱۵×۱۵ زیر، عددهای مربوط به چندتا از سطرهای جدول مشخص شده‌اند و نیز در خانه‌هایی نقطه گذاشته شده است، به این معنی که آن خانه‌ها امکان ندارد سیاه باشند

[illegible]

در انتهای مقاله، چند نونوگرام می‌بینید که می‌توانید از حلشان لذت ببرید! اگر باز هم نونوگرام می‌خواهید، می‌توانید به وب‌گاه <http://www.sudoku-puzzles.net> بروید و هر تعداد نونوگرام کوچک، متوسط و بزرگ که بخواهید، حل کنید، یا حتی با دریافت و چاپ آنها به حلشان مشغول شوید. ما بیشتر نونوگرام‌های این مقاله را از این وب‌گاه برداشته‌ایم.

مسئله‌ها پاسخ مسئله‌های ۱ و ۲ را به نشانی برهان بفرستید.

حالا که این را می‌نویسم، دیگر سال‌هاست می‌دانم که چرا دست‌اندرکاران برهان و بسیار و بسیاری دیگر، چنین سپاسگزار و قدردان استاد شهرپاری بوده‌اند و هستند.

سوگوارم. روحشان شاد.



هیداتو؛ پازل از نوعی دیگر

■ کلیدواژه‌ها: پازل، هیداتو

در خانه‌های یک پازل هیداتو اعداد طبیعی طوری چیده می‌شوند که هر دو عدد متوالی به صورت افقی، عمودی یا مورب در خانه‌های کنار هم قرار گیرند. در اینجا یک نمونه از این پازل و حل آن را می‌بینید:

۱			۲۳		
۱۱		۳			۱۸
		۱۳			
				۲۶	
۸			۱۵		۳۰
		۳۶			۳۱

۱	۲	۲۲	۲۳	۲۰	۱۹
۱۱	۱۲	۳	۲۱	۲۴	۱۸
۱۰	۱۳	۴	۲۵	۱۷	۲۷
۹	۵	۱۴	۱۶	۲۶	۲۸
۸	۶	۲۴	۱۵	۲۹	۳۰
۷	۳۵	۳۶	۳۳	۳۲	۳۱

معمولاً پازل هیداتو در جدول مربعی شکل طرح می‌شود؛ اما پازل‌های هیداتوی غیر مربعی هم وجود دارند! هر پازل هیداتو فقط یک حل دارد

۱۲		۱۶			
	۹	۱۴		۱۸	
	۸	۳۰		۲۱	
			۲۹		۲۲
۶	۳	۱	۲۵		
				۲۷	

پازل ۳

	۴		۳۶		
		۱			۳۲
	۷	۴۵	۳۹		۲۸
	۱۰			۴۱	۲۷
۱۲	۱۱			۴۲	
		۴۸			
	۴۹		۱۹	۱۸	۲۴
				۲۳	

پازل ۲

		۲۳		۲۵	
۲۱	۲۸		۲۶	۳	
	۲۳			۱	۸
۱۹	۳۰	۵		۷	
	۱۸	۱۴		۱۰	
		۱۵		۱۲	

پازل ۱

		۲۸			
		۳۰		۲۷	
۱		۳۱	۸	۲۴	۲۲
	۳۲		۹		۱۹
۳۳	۴	۱۱	۶	۱۸	
			۱۲	۱۶	

پازل ۶

۲۰		۴۳		۴۸	۴۹
	۱۹		۴۵	۴۰	۴۷
	۲۵		۱۵	۴۶	
		۲۴	۳۴		
۲۸	۲۷	۳۳	۱	۵	۱۳
				۸	۹

پازل ۵

		۲۲			
	۲۶	۲۳			
۳۳			۲۷	۲۰	۱۷
۳۰		۶	۳	۱	
۳۱			۷		۱۴
	۱۰	۸	۱۳		

پازل ۴

منبع این نوشتار، پازل‌های بسیاری از این دست را در سطح‌های مختلف را به صورت رایگان در اختیار تان قرار می‌دهد.



کی راست میگه؟

■ **کلیدواژه‌ها:** منطق ریاضی، استدلال، قضاوت، مسائل راست گو - دروغ گو

بگذارید با هم پیش برویم: جدول زیر و جدول‌هایی که به تدریج تکمیل خواهیم کرد، خلاصه‌ای از اطلاعات موجود و قضاوت‌های ما را در هر وضعیت نشان می‌دهند. در شروع هنوز نمی‌دانیم کدام روبات راست گو و کدام یک دروغ‌گوست.

آیا تاکنون با موقعیتی روبه‌رو شده‌اید که در آن، اطلاعاتی درباره یک موضوع داشته باشید و مجبور شوید بر اساس آن اطلاعات درباره آن موضوع قضاوتی کنید یا تصمیمی بگیرید؟ بگذارید برای این که منظورم را بهتر بیان کنم، یک مثال بزنم. مثال زیر یک موقعیت فرضی است ولی برای شروع بد نیست!

فرض کنید پنج روبات ساخته‌ایم. هریک از این پنج روبات طوری برنامه‌ریزی شده‌اند که یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست. از هر کدام از

آنها می‌پرسند: «چند

نفر دروغ‌گو میان

شما هست؟» پاسخ

آنها به ترتیب «یک»، «دو»،

«سه»، «چهار» و «پنج» است. با

توجه به این پاسخ‌ها به نظر شما

پاسخ چیست؟ چند روبات دروغ‌گو

در این اتاق وجود دارد؟ اصلاً در

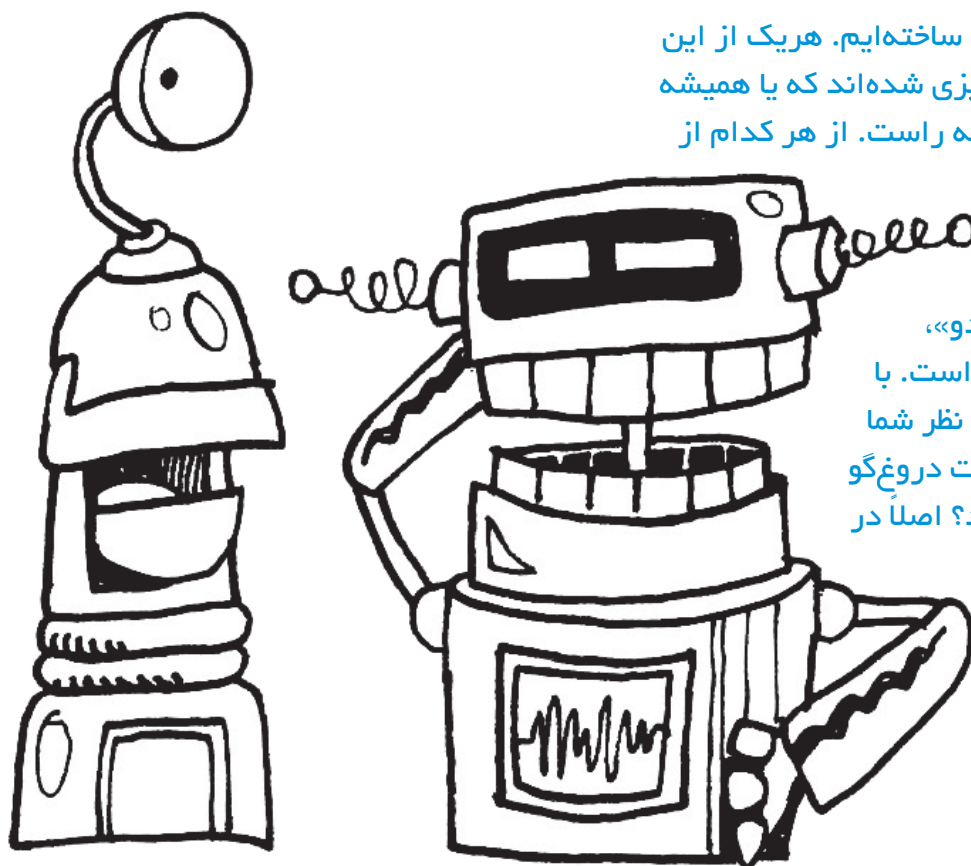
چنین موقعیتی چگونه

می‌توانیم درباره

راست‌گو یا دروغ‌گو

بودن این روبات‌ها

قضاوت کنیم؟



شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	؟
۲	دو	؟
۳	سه	؟
۴	چهار	؟
۵	پنج	دروغ گو

جدول ۲. وضعیت جدید اطلاعات و قضاوت‌های ما در مورد پنج

روبات

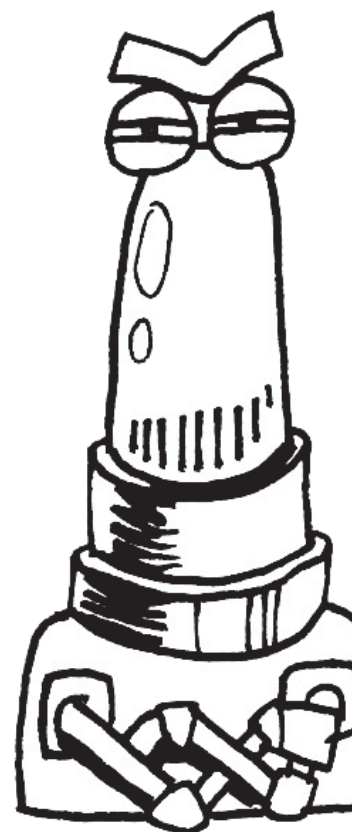
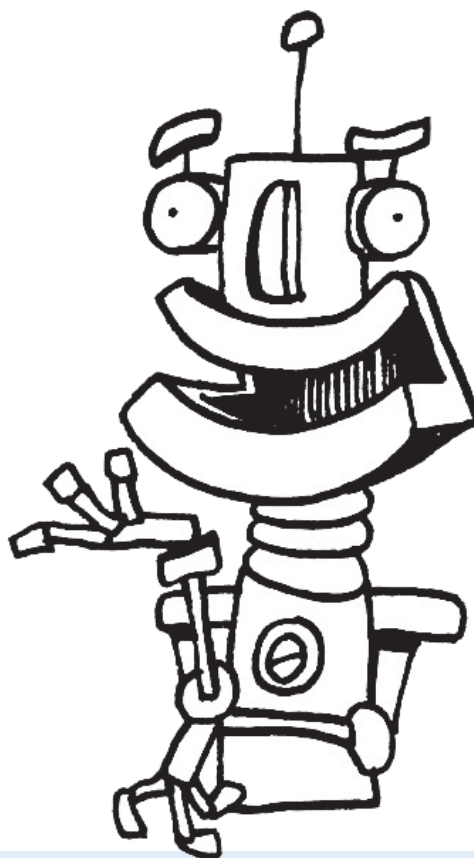
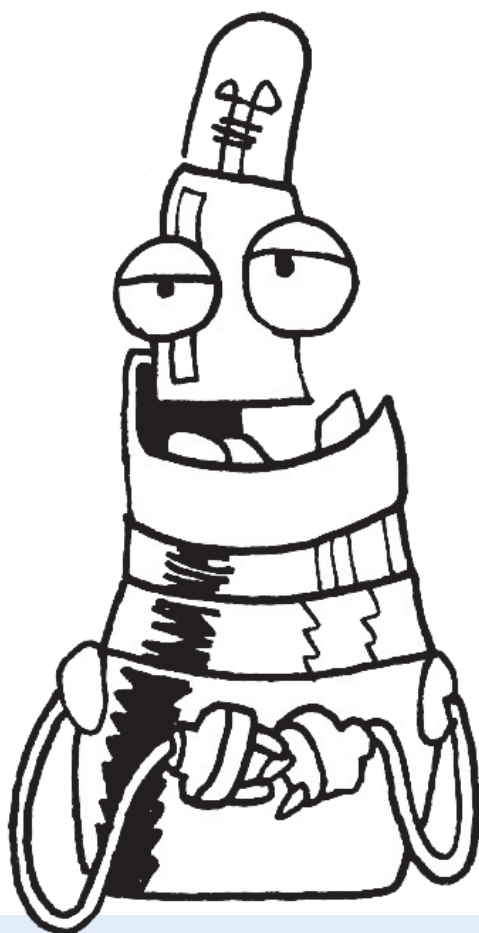
حال اگر به پاسخ روبات چهارم توجه کنیم، چه اطلاعات جدیدی به دست می‌آید؟ او می‌گوید: «در این اتاق چهار روبات دروغ‌گو هست.» و اگر خودش راست‌گو باشد (یعنی راست گفته باشد). پس پنج روبات دیگر باید دروغ‌گو باشند. در مورد روبات پنجم که شکی نداریم و فهمیدیم که او دروغ‌گوست. اما روبات‌های ۱ و ۲ و ۳ چه؟

شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	؟
۲	دو	؟
۳	سه	؟
۴	چهار	؟
۵	پنج	؟

جدول ۱. وضعیت اطلاعات و قضاوت‌های ما در مورد پنج روبات در

شروع حل مسئله

از کجا شروع کنیم؟ پاسخ پنجمین روبات توجه مرا به خود جلب کرده است: «هر پنج روبات در آن اتاق، دروغ‌گو هستند.» اگر این روبات راست گفته باشد، پس خودش هم باید دروغ‌گو باشد. یعنی این روبات هم راست‌گوست و هم دروغ‌گو! چنین چیزی امکان ندارد! (در چنین مواقعی اصطلاحاً می‌گوییم به یک تناقض رسیده‌ایم. یعنی دو چیز که یکدیگر را نقض می‌کنند). پس روبات شمارهٔ ۵ حتماً دروغ‌گوست.



شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	دروغ گو
۲	دو	دروغ گو
۳	سه	دروغ گو
۴	چهار	راست گو
۵	پنج	دروغ گو

اگر روبات شمارهٔ یک راست گو بوده باشد فقط یک دروغ گو در بین این پنج روبات هست و آن هم روبات شمارهٔ پنج است. پس سایر روبات‌ها همگی باید راست گو باشند، در حالی که پاسخ آنها با پاسخ روبات شمارهٔ یک تناقض دارد. (یعنی تعدادی که برای دروغ‌گوها گفته‌اند با هم تفاوت دارد). پس روبات شمارهٔ یک حتماً دروغ‌گوست:

شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	دروغ گو
۲	دو	؟
۳	سه	؟
۴	چهار	راست گو
۵	پنج	دروغ گو

جدول ۴. وضعیت آخر اطلاعات و قضاوت‌های ما در مورد روبات‌ها.

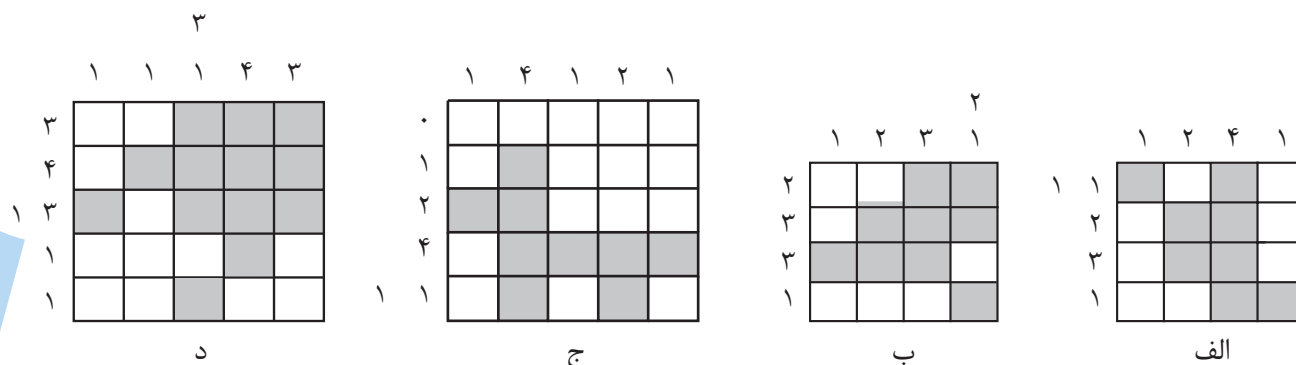
نمی‌دانم آیا اکنون متوجه منظور من از «قضاوت کردن» و «تصمیم‌گیری» شده‌اید؟ فرایندی که برای حل مسئلهٔ بالا طی شد ماهیت استدلالی داشت؛ یعنی برای هر نتیجه‌ای که به دست می‌آوردیم، دنبال دلیل بودیم و هرگاه تصمیم نادرستی می‌گرفتیم، به تناقضی منجر می‌شد که ما را از اشتباهاتمان آگاه می‌ساخت. اینک شما موقعیت (البته باز هم تخیلی) زیر را در نظر بگیرید و قضاوت کنید. در شمارهٔ بعدی مجله دربارهٔ این مسئله و مسائل جدیدتر باز هم گفت و گو خواهیم کرد.

دست‌کم دو روبات در اتاقی بودند. یکی از آنها گفت: «ما این‌جا شش‌تاییم» و بعد از اتاق خارج شد. بعد هریک دقیقه، یک روبات از اتاق خارج می‌شد و می‌گفت: «هرکه قبل از من از اتاق خارج شده است دروغ گفته است». این کار آن‌قدر ادامه داشت تا هیچ روباتی در اتاق نماند. چند روبات راست گفته‌اند؟

جدول ۳. وضعیت جدیدتر اطلاعات و قضاوت‌های ما در مورد روبات‌ها

به همین ترتیب، اگر روبات شمارهٔ ۲ راست گو باشد فقط دو دروغ‌گو در میان این روبات‌ها هست که شماره‌های ۱ و ۵ هستند و لذا خودش و روبات‌های ۳ و ۴ باید راست گو باشند که پاسخ‌های روبات‌های ۳ و ۴ با پاسخ این روبات تناقض دارد. پس روبات شمارهٔ ۲ نمی‌تواند راست گو باشد. با همین شیوه، معلوم می‌شود که روبات شماره ۳ نیز نمی‌تواند راست گو باشد. یعنی جدول ما کامل شد و تناقضی هم‌در آن وجود ندارد:

پاسخ نقاشی با اعداد نونوگرام





شعبده‌های ریاضی آقای شبده‌چی

کار شعبده‌بازان سکه است!

کلیدواژه‌ها: شعبده‌های ریاضی، شعبده بازی با سکه

بچه‌ها در کلاسی جمع شدند تا شعبده‌بازی را تماشا کنند. مراسم شعبده‌بازی آقای شبده‌چی، چنین پیش رفت:

شبده‌چی: خب، بچه‌ها تعدادی سکه بیاورید اینجا، روی میز بگذارید.

بچه‌ها ۱۶ تا سکه آوردند و روی میز جلوی شبده‌چی گذاشتند (در شکل زیر، پشت سکه‌ها با رنگ سیاه و روی سکه‌ها - جایی که عدد روی آن نوشته شده است - با رنگ سفید مشخص شده است).



شبده‌چی: خب! حالا بگذارید سکه‌ها را خوب ببینم... آها... درست... خب! یک نفر داوطلب لازم داریم. من از کلاس بیرون می‌روم. بعد رفتن من، او باید دوتا از سکه‌ها را انتخاب و هر دوی آن‌ها را پشت‌ورو کند. بعد دوباره دوتا سکه دیگر (یا حتی همان قبلی‌ها، یا یک سکه جدید و یکی از قبلی‌ها را) انتخاب کند و باز هم آنها را پشت‌ورو کند، و تا هروقت که دلش خواست، این کار را ادامه دهد. اگر هم خواست می‌تواند جای سکه‌ها را روی میز تغییر دهد! وقتی کارش تمام شد، دستش را روی یکی از سکه‌ها بگذارد و مرا صدا کند. سپس من به شما می‌گویم که سکه به‌طرف عددش روی میز قرار گرفته یا به پشت! عجب... داوطلب زیاد داریم... شما! شما که پیراهن

در مدرسه ادب، نمایشگاه فعالیت‌های دانش‌آموزی برگزار شده بود و پدر و مادرها هم برای دیدن رفته بودند. همه چیز خوب بود تا وقتی که سروصدایی از بیرون مدرسه به گوش رسید. مردی مسن با لباسی عجیب، می‌خواست وارد مدرسه شود و دربان نمی‌خواست او را راه بدهد. موضوع آن قدر ادامه پیدا کرد که مدیر مدرسه مجبور شد وارد ماجرا شود. مرد به مدیر گفت که می‌خواهد نمایشگاه را ببیند و ضمناً خودش هم چیزهایی برای نمایش دارد! توضیح داد که نامش «آقای شبده‌چی» است و کارش شعبده‌بازی. البته نه از این شعبده‌بازی‌های پیش‌پاافتاده و معمولی، بلکه شعبده‌بازی‌های ریاضی! همین حرف کافی بود که مدیر خودش هم کنجکاو شود و از او دعوت کند تا او برای بچه‌های مدرسه، شعبده‌بازی کند.



آبی پوشیده‌ای بیا جلو. اسمت چیست؟ علی؟ خب!
 علی جلوی میز آمد. شُبه‌چی برای بچه‌ها دستی تکان
 داد و از کلاس رفت بیرون.
 علی شروع کرد به برگرداندن جفت‌های سکه‌ها و مدتی
 طولانی مشغول این کار بود:

بعد جای بعضی سکه‌ها را تغییر داد:



سپس دستش را روی یکی از سکه‌ها گذاشت و شُبه‌چی
 را صدا کرد.



شُبه‌چی: آیا مطمئنی که به‌قدر کافی، سکه‌ها را
 برگردانده‌ای؟ خب، حالا بگذار ببینم سکه زیر دستت پشت
 است یا رو.

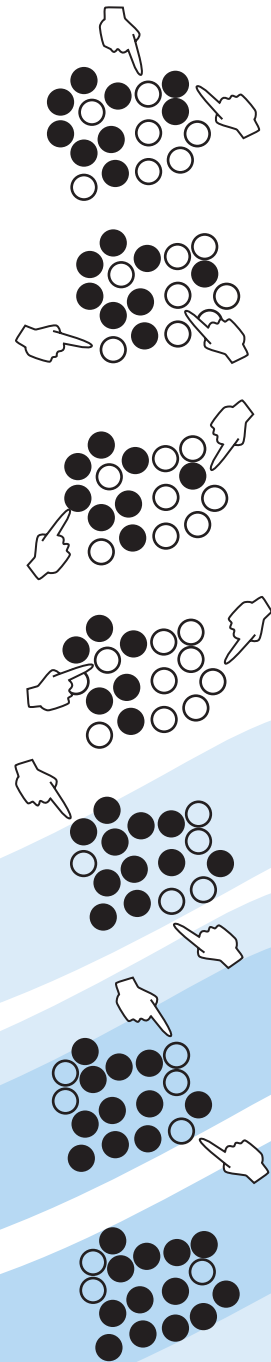
شُبه‌چی دستش را چند لحظه بالای دست علی گرفت.
 کمی اخم کرد، چشمانش را بست و ناگهان بدنش به‌شدت
 لرزید! سپس چشمانش را باز کرد و با لبخند گفت: علی!
 مطمئنم که سکه زیر دستت رو قرار گرفته است؛ یعنی اگر
 دست را برداری، عدد سکه را می‌توانیم ببینیم.

علی دستش را برداشت و سکه را به دوستانش نشان داد.
 آقای شعبده‌باز درست گفته بود!

بچه‌ها اول تعجب کردند، اما بعد چنین زمزمه‌هایی در
 کلاس پیچید:

- شاید با علی از قبل قرار گذاشته است که دستش را روی
 چه سکه‌ای بگذارد!
 - اگر سکه‌ها را بیشتر کنیم، دیگر نمی‌تواند پاسخ درست
 بدهد.

- شاید همین‌طور شانسی درست گفته است! اگر دوباره
 اجرا شود، شعبده‌چی دیگر درست نخواهد گفت!
 بچه‌ها دوباره از شُبه‌چی خواستند که شعبده‌اش را
 اجرا کند: سکه‌های بیشتری روی میز گذاشتند. شُبه‌چی
 چند لحظه به سکه‌ها نگاه کرد و بعد از کلاس بیرون رفت.
 به‌جای علی یکی دیگر از بچه‌ها سکه‌ها را پشت‌ورو کرد، و
 باز هم آقای شُبه‌چی درست گفت!



برگشتن به کلاس، به شما بگویم که آیا سکه‌ها یکی پشت و یکی رو هستند یا اینکه هردو در یک جهت قرار دارند. می‌توانید بگویید چطور؟

و بچه‌ها این بار می‌دانستند چطور! **شَبده‌چی** گفت: البته! شعبده‌چو حل گشت، آسان شود! شَبده‌چی به بچه‌ها قول داد که بازهم به مدرسه آنها بیاید و برایشان شعبده‌های ریاضی اجرا کند.

آیا می‌توانید راز شعبده شَبده‌چی را کشف کنید؟ اگر کشفش کرده‌اید، آن را با شرح کافی به نشانی برهان بفرستید.

شَبده‌چی هشت بار دیگر هم شعبده‌اش را برای بچه‌ها اجرا کرد، و هربار درست گفت!

دیگر بچه‌ها کلافه شده بودند. از شَبده‌چی خواستند که راز شعبده‌اش را به آنها بگوید.

شَبده‌چی گفت: باشد، می‌گویم. وقتی شما سکه‌ها را روی میز می‌گذارید، من...

در این هنگام، سعید با هیجان از جا پرید و صحبت شَبده‌چی را قطع کرد و گفت راز شعبده را کشف کرده است، و آن را برای همه توضیح داد. آقای شَبده‌چی از بچه‌ها خواست او را تشویق کنند.

سپس گفت: بچه‌ها! در این شعبده‌بازی

می‌شود به جای اینکه دستتان را

روی یکی از سکه‌ها بگذارید،

آن را روی دو تا از

سکه‌ها قرار دهید

و من بعد از

منبع
Gardner, Martin. Aha! Insight, Scientific American, 1978.





مرغ، ماهی

یک معادله به

■ **کلیدواژه‌ها:** معادله، دستگاه دو معادله دو مجهول، دستگاه سه معادله سه مجهول

کتاب و فکر کردن نتوانستند قیمت مرغ و ماهی و تخم مرغ را به دست آورند. من که در جریان مسئله قرار گرفته بودم، به آن‌ها گفتم: «نگران نباشید، ریاضیات به درد همین جاها می‌خورد، من الآن قیمت هر کدام را با یک حساب سرانگشتی به آسانی به دست می‌آورم».

ابتدا فکر کردند که من همین‌طوری چیزی گفته‌ام ولی بعد که دیدند خیلی جدی در جریان محاسبه قرار گرفته‌ام کم‌کم باورشان شد که ممکن است به نتیجه‌ای برسم.

در اولین قدم فرض کردم که قیمت هر شانه تخم مرغ x تومان، هر کیلو مرغ y تومان و هر کیلو ماهی قزل‌آلا z تومان باشد. با توجه به خرید آن سه نفر سه معادله به صورت زیر تشکیل دادم.

- معادله خرید مادر بزرگ:

$$3x + 6y + 5z = 91 \text{ هزار تومان}$$

- معادله خرید مادر:

$$2x + 5y + 3z = 64 \text{ هزار تومان}$$

- و معادله خرید خاله:

$$x + 3y + 2z = 39 \text{ هزار تومان}$$

مشکل از حساب و کتاب مادرم نیست؛ مشکل این است که قیمت مرغ، تخم مرغ و ماهی روز به روز و ساعت به ساعت تغییر می‌کند. مسئله از آن‌جا شروع شد که چند وقت پیش مادرم، مادر بزرگم و خاله‌ام برای خرید مرغ و تخم مرغ و ماهی قزل‌آلا به یک فروشگاه نسبتاً با انصاف که در نزدیکی خانه ماست رفته بودند. هر سه نفرشان مرغ، تخم مرغ و ماهی خریده بودند. موقع حساب و کتاب، مادرم ولخرجی کرده بود و خرید مادر بزرگ و خاله‌ام را حساب کرده بود. فروشنده به مادرم گفته بود: کل خرید مادر بزرگم ۹۱ هزار تومان است که شامل ۳ شانه تخم مرغ، ۶ کیلو مرغ و ۵ کیلو ماهی قزل‌آلا می‌شود. کل خرید خاله‌ام هم ۳۹ هزار تومان که شامل ۱ شانه تخم مرغ، ۳ کیلو مرغ و ۲ کیلو ماهی و خرید خود مادرم نیز ۶۴ هزار تومان بوده که شامل ۲ شانه تخم مرغ، ۵ کیلو مرغ و ۳ کیلو ماهی قزل‌آلا می‌شده است. در مجموع کل خریدشان روی هم ۱۹۴ هزار تومان شده بود. تا اینجا نکته عجیب و غریبی وجود ندارد. اما مسئله این است که مادرم، مادر بزرگم و خاله‌ام هیچ کدام قیمت مرغ و تخم مرغ و ماهی را نمی‌دانستند؛ خلاصه هر سه نفرشان بعد از کلی حساب و

سی، تخم مرغ؛ کا سه مجهول!!

مادرم جایگزین کردم تا یک دستگاه دو معادله و دو مجهول

در ادامه محاسباتم از معادله خاله‌ام (که ساده‌تر بود)

بسازم:

X را بر حسب Y و Z حساب کردم:

$$3(39 - 3y - 2z) + 6y + 5z = 91$$

$$x = 39 - 3y - 2z$$

$$2(39 - 3y - 2z) + 5y + 3z = 64$$

و این مقدار را (X را) در معادله خرید مادر بزرگم و





این دو معادله را ساده کردم به صورت زیر:

$$117 - 9y - 6z + 6y + 5z = 91$$

$$78 - 6y - 4z + 5y + 3z = 64$$

یا:

$$-3y - z = -26$$

$$-y - z = -14$$

و یا:

$$3y + z = 26$$

$$y + z = 14$$

این دو معادله اخیر را به صورت یک دستگاه دو معادله و

دو مجهول در آوردم:

$$\begin{cases} 3y + z = 26 \\ y + z = 14 \end{cases}$$

$$y + z = 14$$

و آن را حل کردم:

$$\begin{cases} 3y + z = 26 \\ -y - z = -14 \end{cases}$$

$$-y - z = -14$$

و:

$$2y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{2} = 6$$

بنابراین قیمت هر کیلو مرغ ۶ هزار تومان بوده است. و اگر

قیمت y را در یکی از معادلات قرار دهیم:



$$(3 \times 6) + z = 26 \quad \text{یا} \quad z = 26 - 18 = 8$$

یعنی قیمت هر کیلو ماهی قزل آلا ۸ هزار تومان و بنابراین

$$x + (3 \times 6) + (2 \times 8) = 39$$

یا

$$x = 39 - 18 - 16 = 5$$

قیمت هر شانه تخم مرغ ۵ هزار تومان بوده است.

خلاصه این که

هزار تومان $x=5$ (قیمت هر شانه تخم مرغ)

هزار تومان $y=6$ (قیمت هر کیلو مرغ)

هزار تومان $z=8$ (قیمت هر کیلو ماهی قزل آلا)

پس همه چیز درست بود چرا که:

خرید مادر بزرگم

$$3x + 6y + 5z = (3 \times 5) + (6 \times 6) + (5 \times 8)$$

$$= 91 \quad \text{هزار تومان}$$

و خرید خاله:

$$x + 3y + 3z = 5 + (3 \times 6) + (2 \times 8) = 39$$

$$= 39 \quad \text{هزار تومان}$$

۱۹۴ هزار تومان، همان مبلغی است که فروشنده به مادرم گفته بود.

در پایان مادر بزرگم، مادرم و خاله‌ام که در جریان محاسباتم بودند با تعجب و خوش حالی به من خیره شده بودند؛ من احساس کردم که مادرم دارد به این فکر می‌کند که نتیجه زحماتش به هدر نرفته است!

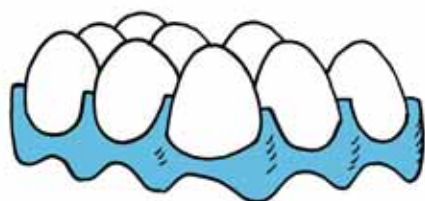
و در آخر خرید مادرم:

$$2x + 5y + 3z = (2 \times 5) + (5 \times 6) + (3 \times 8)$$

= هزار تومان ۶۴

که مجموع خرید سه نفرشان:

$$91 + 39 + 64 = 194$$



به یاد استاد

یک معلم هیچ‌گاه دروغ نمی‌گوید

حسین نامی ساعی

بیستم خرداد ماه سال ۱۳۹۰ بود که در مراسم تجلیل از استاد پرویز شهریاری و نکوداشت بیستمین سال انتشار مجله رشد برهان ریاضی متوسطه شرکت کرده بودم. در آن مراسم لحظه‌شماری می‌کردم که استاد سخنرانی‌شان را شروع کنند. انتظار به پایان رسید و استاد در پشت تریبون قرار گرفتند. اول فکر می‌کردم که استاد سخنرانی طولانی خواهند داشت اما بر خلاف تصور من ایشان چند جمله کوتاه بیشتر نگفتند. از این رو اولین نکته‌ای که آن روز برایم خاطره شد همین کوتاه و مفید صحبت کردن استاد بود؛ دیگر این که گفتند: «به همه کسانی که به ریاضیات علاقه‌مندند؛ معلمان، دانشجویان، اساتید و ... توصیه می‌کنم که تنها به ریاضی اکتفا نکنند و در کنار ریاضیات، علوم دیگر نظیر ادبیات و شعر، زیست‌شناسی و ... را نیز مطالعه کنند». و باز این که: «من معلم هستم و معلمی یک پرونده زنده است؛ در جامعه حرکت می‌کند و می‌تواند نتیجه کار خود را ببیند. تا زنده هستی می‌بینی که شاگردت دکتر و مهندس شده و خدمت‌رسانی می‌کند و این ویژگی در کمتر شغلی دیده می‌شود. نکته دیگر این که معلم در دو نسل زندگی می‌کند؛ یکی نسل خودش و دیگری نسل بچه‌هایی که آن‌ها را تعلیم می‌دهد یک معلم که ۸ ساعت تدریس می‌کند، در حقیقت ۸ ساعت دروغ نمی‌گوید. یک معلم نمی‌تواند به ۴۰ دانش‌آموز دروغ بگوید. شما چه شغلی را سراغ دارید که در آن روزی حداقل هشت ساعت کار کنند اما توان دروغ گفتن نداشته باشند؟!»



گفت و گو

چگونه

تقریب بهتری بزنیم؟

گزارش: سپیده چمن‌آرا، زهره پندی

تصمیم گرفتیم یک بار دیگر بازی را انجام دهیم و این بار همه تلاش می‌کردند تا به موقع دست از نوشتن بردارند. برهان: الآن یه دور دیگه بازی می‌کنیم. یکم آرومتر می‌ریم جلو. سعی کنید که دقیق‌تر وایستید.

۲۴-۴۲-۱۶-۵۲-۲۲-۳۴-۴۳-۴۵-۶۳-۶۲-۴۶
هرکی وایستاده دستشو بلند کنه ۳۳-۲۱-۴۱-۳۳-۶۴ (تموم شد) ۳۴- هنوز همه نموندن. ۶۳-۵۴-۲۱- وایستادی؟ ۴۱-۲۳-۵۱ کسی هست که هنوز داره می‌نویسه؟

دیگه همه دست از نوشتن برداشته بودند و مشغول بررسی و جمع‌زدن عددهایشان شدند. این بار عددها به ۵۰۰ نزدیک‌تر بود. تقریباً همه به موقع متوقف شده بودند.

برهان: چه جوری تصمیم می‌گیرید که نوشتن را قطع کنید؟ نرگس: دهگاناشو با هم جمع می‌زنیم. مثلاً ۵۰ با ۵۰ میشه صدتا ... تقریباً!

سعی می‌کنیم که ۱۰۰ تاایی پیدا کنیم. مثلاً ۶۰ و خرده‌ای با یه ۳۰ و خرده‌ای می‌شه ۱۰۰ و هی ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا جدا

در این ستون که تا چند شمارهٔ پیاپی ادامه خواهد داشت، گزارشی از گفت‌وگوهایمان دربارهٔ تخمین و تقریب عددی، با چند تن از مخاطبان مجله گفت و گو می‌کنیم. این بار رفته‌ایم **مدرسه راهنمایی نور** و بیشتر حول و حوش تقریب در عملیات جمع و تفریق با مریم، نرگس، افسانه، ریحانه و فاطمه صحبت کرده‌ایم. مریم و فاطمه، دانش‌آموزان دوم راهنمایی بودند اما بقیهٔ دوستانمان، در سال سوم راهنمایی درس می‌خواندند. قسمت‌هایی از آن را می‌خوانید.

برهان: خب بایه بازی شروع می‌کنیم. من دو تا تاس می‌اندازم، این تاس یکانو نشون می‌ده و این یکی تاس دهگانو نشون می‌ده. یعنی وقتی روبه‌رو می‌افته این الآن چه عددیه؟ ۴۲. هر عددی اومد شما یادداشت کنید. هر جایی که فکر کردین حاصل جمع عددهایی که تا حالا اومده خیلی به ۵۰۰ نزدیکه یا از ۵۰۰ رد شده دیگه ننویسید. هر کسی خودش! شروع کنیم؟

۳۳-۵۲-۴۱-۵۳-۲۱-۵۱-۵۳-۲۲-۳۱-۴۴-۴۶-۲۱-۲۶
هرکسی فکر کرد به ۵۰۰ نزدیک شده دیگه ننویسه.
۳۴-۵۲-۶۴-۵۳-۶۵-۳۳- همه می‌نویسین؟ ۱۵-۲۳- دوباره ۲۳-۱۶-۱۴ شما ننوشتید دیگه؟ خب حالا ببینیم تا آخرین نفر وایستیم ۳۲-۳۶ هنوز می‌نویسین؟ ۱۵-۱۶-۴۳ کسی می‌نویسه هنوز؟ تمام شد!

بچه‌ها همه دست از نوشتن برداشتند. هرکسی فکر می‌کرد حاصل جمع اعدادی را که نوشته است، خیلی به ۵۰۰ نزدیک است! اعدادشان را جمع کردند، یکی ۴۲۰ درآورده بود، یکی ۵۱۰؛ بعضی‌ها نیز خیلی جلو رفته بودند و عدد بزرگ‌تری به دست آورده بودند. بعضی‌ها زود متوقف شده بودند و عددشان خیلی کوچک‌تر از ۵۰۰ بود. کمی با هم صحبت کردند و از روش تقریب زدن یکدیگر مطلع شدند.



می کنیم تا ۵۰ صدتایی. البته حدود صدتایی.

برهان: همه سعی کردید صدتایی جدا کنید؟

فاطمه: من به دهگان‌ها توجه کردم و سعی کردم از توی عدد‌ها صدتا، صدتا جدا کنم. ریحانه: من سعی کردم دهگان‌ها رو با هم جمع کنم ولی سخت بود، عقب ماندم.

افسانه: من هم ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا جدا کردم سریع‌تر به نتیجه رسیدم. مریم: من هم ذهنی جمع کردم و ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا جلو رفتم! البته به جایی اشتباه کردم.

برهان: از اول این کار رو شروع می کنید یا مثلاً سعی می کنید، ۵، ۶ تا عدد گفته بشه بعد شروع می کنید؟

تقریباً همه گفتند که تا ۵، ۶ بار صبر می کنند بعد جمع ذهنی را شروع می کنند، به جز ریحانه که از همان اول دهگان‌ها را با هم جمع کرده بود ولی از عدد‌ها جا مانده بود.

برهان: نمی ترسید که اگر ۵، ۶ تا عدد صبر کنید، از ۵۰۰ رد بشه؟ همگی: نه دیگه!

برهان: شاید بشه!

بچه‌ها: آخه ۵ تا ۱۰۰ می شه ۵۰۰ ولی با دو تا تاس ۱۰۰ که تولید نمی شه.

برهان: تا چند تا عدد مطمئنید که هنوز به ۵۰۰ نرسیدید؟

افسانه و نرگس: تقریباً ۷، ۸ تا. خب واسه این که فوqش دهگان هر عدد ۶ می شد و ۸ تا ۶۰ تازه می شه ۴۸۰.

باز هم چند دقیقه‌ای درباره روش‌های تقریب زدن بچه‌ها و دقت تقریب آنها صحبت کردیم. بچه‌ها خیلی خوب درگیر موضوع شده بودند، فکر می کردند، حرف می زدند، استدلال می کردند و از

روش‌هایشان دفاع می کردند.

برهان: خیلی خب! یه بازی دیگه! چند تا عدد می گوییم، خیلی سریع حاصل جمع تقریبی آنها را پیدا کنید. اولین نفری که پیدا کرد، بگوید. ۹۵، ۲۱۵، ۵۷۲.

فاطمه: ۹۰

بقیه بچه‌ها: ۸۰۰

فاطمه: ۹۵ به ۱۰۰ نزدیک‌تره، ۲۱۵ به ۲۰۰ و ۵۷۲ به ۶۰۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۶۰۰ می شه ۹۰۰.

مریم: ۹۵ به ۹۰ نزدیکه، ۲۱۵ به ۲۰۰ و ۵۷۲ به ۶۰۰ پس می شه ۸۰۰ و خرده‌ای یعنی ۸۹۰. تقریباً مثل همون ولی ۹۰۰ نمی شه.

نرگس: ۱۰۰ که از ۹۰ بهتره! چون رُندتره.

برهان: رُندتر! یعنی چی؟

نرگس: یعنی راحت‌تر به جواب می‌رسیم. یعنی عددش راحت‌تر جمع و تفریق می شه. یعنی گردش کردیم.

برهان: اگر ۹۲ بود، اون را ۹۰ می گرفتید یا ۱۰۰؟

نرگس: ۱۰۰ چون از ۵۰ بالاتره.

برهان: خوب حالا همین بازی را با چند تا تفریق انجام می‌دهیم، ۳۵۴ منهای ۲۹۴.

مریم: کمتر از ۱۰۰

یاسمن و ریحانه: حدود ۶۰ تا

برهان: خیلی خوب. ۹۷۸ منهای ۱۰۳، کمتر از ۷۰۰ یا بالای ۷۰۰؟

مریم: کمتر از ۷۰۰

نرگس: ۸۷۵

برهان: تقریب بزنید. ۶۶۶ منهای ۲۶۷



ریحانه: نزدیک ۳۰۰، زیر ۳۰۰

بعد از چند تا جمع و تفریق دیگه، بچه‌ها به روش‌هایی برای پیدا کردن حدود جواب یافته بودند. مثلاً دربارهٔ تفریق ۳۶۷ - ۷۴۲:

ریحانه: آخه اختلاف ۳۰۰ و ۷۰۰ می‌شه ۴۰۰. اما دهگان ۳۶۷ از دهگان ۷۴۲ بیشتره. پس اگه از هم کمشون کنیم، یکی از صدگان هفتصد کم می‌شه و زیر ۴۰۰ در می‌آید. اما نزدیک چهارصد.

یا دربارهٔ جمع ۲۳۳ و ۴۷۶:

ریحانه: ۷۰۰، بالای ۷۰۰، چون ۲۳۰ با ۴۷۰ می‌شه ۷۰۰. اما یکان‌ها را هم باید در نظر گرفت، پس بالای ۷۰۰.

برهان: چند دقیقه‌ای دربارهٔ تقریب زدن با تقریب‌های مختلف و چگونگی کمتر کردن خطا در پاسخ تقریبی صحبت کرده‌ایم و بعد با یک بازی دیگر ادامه دادیم.

برهان: با استفاده از سه تا تاس چند تا عدد سه رقمی می‌سازیم، این عددها را بنویسید. هر وقت حاصل جمع از ۱۰۰۰ بیشتر شد، نوشتن را متوقف کنید. ۴۲۳، ۱۲۲، ۱۶۵۵!

ناگهان همه گفتند کافیه از ۱۰۰۰ بالاتر رفت! معلوم بود چون جمع ۴۰۰ و ۶۰۰ می‌شد ۱۰۰۰. مریم و نرگس گفتند که این دفعه فرق می‌کنه ممکنه بادو تا عدد به ۱۰۰۰ برسیم. نباید مثل اون بار اولی ۸،۷ تا صبر کنیم. قرار شد بازی را تا رسیدن به ۲۰۰۰ ادامه دهیم.

برهان: ۵۱۴، ۳۴۴، ۶۱۱، ۱۱۵، ۴۱۲

باز هم بچه‌ها با هم متوقف شدند و حاصل جمع عددها را به دست آوردند و چون حاصل جمع به ۲۰۰۰ نزدیک بود، خیلی خوشحال شدند اما جمع به ۲۰۰۰ نرسیده بود.

بچه‌ها به صورت تقریبی حاصل را به دست آورده بودند و مانند بازی اولی عمل کرده بودند. اما خواستهٔ این بازی این بود که از ۲۰۰۰ رد شوند و هیچ‌کس از ۲۰۰۰ رد نشده بود.

برهان: چی شد که همه خوشحال متوقف شدید و اجازه ندادید جمع عددها از ۲۰۰۰ بیشتر شود؟

ریحانه: دهگان‌هایشان کوچک بود، ما متوسط فرضشون کردیم. برهان: متوسط یه کلمهٔ ریاضی است! منظورت از متوسط فرضشون کردیم، چیست؟

نرگس: یعنی حدود ۵.

برهان: آیا تخمین خوبی زدید که دهگان همه را ۵ گرفته‌اید؟ ریحانه: ۳ بگیریم بهتره.

برهان: چرا؟

ریحانه: چون تقریباً میانگین ۱ و ۶ است. با تاس که رقم بیشتر از ۶ نمی‌آید.

نرگس و افسانه: اگر فقط صدگان را هم در نظر می‌گرفتیم، همین‌طوری می‌شد. یکان و دهگان را صفر گرفتیم. بعد روی هم ۱۰۰ تا به حاصل جمع صدتایی‌ها اضافه کردیم به جای خرده همهٔ عددها اون وقت به حاصل تقریبی ۲۰۰۰ می‌رسیدیم.

اگر یک عدد دیگر هم صبر می‌کردیم، حداقل ۱۱۱ تا به این حاصل جمع اضافه می‌شد. اون وقت خیلی بیشتر از ۲۰۰۰ می‌شد، ما حواسمان نبود که باید حتماً از ۲۰۰۰ رد شویم، فکر کردیم هر چقدر نزدیک‌تر باشد، بهتر است.

این بار همهٔ بچه‌ها به خواستهٔ بازی یعنی رد شدن از ۲۰۰۰ توجه کردند و دوباره بازی را تکرار کردیم.

برهان: ۱۵۲ - ۶۶۳ - ۴۶۶ - ۴۲۵ - ۵۱۴ - ۱۱۶

همه دست از نوشتن برداشته بودند، البته بعضی‌ها ۱۱۶ را هم ننوشته بودند.

مثل فاطمه با هم حاصل جمع را به دست آوردیم و دربارهٔ چگونگی تصمیم‌گیری بچه‌ها برای متوقف شدن بحث کردیم.

برهان ۱۵۲ به علاوهٔ ۶۶۳ به علاوهٔ ۴۶۶ به علاوهٔ ۴۲۵ به علاوهٔ ۵۱۴ می‌شود ۲۲۲۰ با ۱۱۶ می‌شود ۲۳۳۶.

خوب چی شد؟ کی دست از نوشتن برداشتید؟ چه جوری تصمیم گرفتید؟

افسانه: من دوباره رقم یکان و دهگان را صفر گرفتم و صدگان‌ها را با هم جمع کردم به ۲۰۰۰ رسید. گفته بودید از ۲۰۰۰ رد شود، خب با خرده‌های عددها می‌ره بالای ۲۰۰۰.

ما در میان صحبت‌ها متوجه شدیم که بعضی از بچه‌ها اصلاً یکان و دهگان عددها را نمی‌نوشتند که سریع‌تر بتوانند حاصل را به صورت تقریبی پیدا کنند! بعضی‌ها هم مثل افسانه و یاسمن گفتند که تو ذهنشون از یکان و دهگان صرف‌نظر کردند.

برهان: اون‌هایی که ۱۱۶ را هم در نظر گرفتند بگویند چگونه تقریب زده‌اند؟

مریم: من صدگان‌ها را در نظر گرفتم. بعد جمع کردم.

وقتی یک بار با هم محاسبات ذهنی او را بررسی کردیم، دیدم روش درستی را به کار برده اما یه جایی توی محاسبه یه کم اشتباه کرده.

بحث دربارهٔ روش‌های تقریب زدن کمی ادامه پیدا کرد و بچه‌ها از تجربه‌ای که آن روز داشتند، خوشحال به نظر می‌رسیدند. گفت و گوهایمان با تخمین‌های دیگری ادامه پیدا کرد که در شمارهٔ آینده مجله، آن را می‌خوانید.

پی‌نوشت:

از خانم مریم فیض‌گستر، مدیر محترم مدرسهٔ راهنمایی دخترانه نور (منطقهٔ ۶) بسیار سپاسگزاریم. رشد برهان راهنمایی



پاسخ روشی دیگر برای رسم یک

شش ضلعی منتظم

(از صفحه ۱۱)

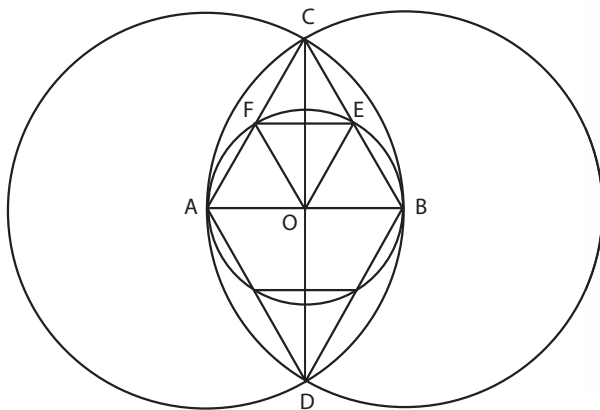
از پارسا پرسیدم: «چطوری این روش را پیدا کردی؟» گفت: «داشتم فکر می کردم چطور می شود یک شش ضلعی منتظم کشید؟ از قبل هم یک دایره کشیده بودم و روی قطر آن، یک عمود منصف رسم کرده بودم. صبح از خواب بیدار شدم و داشتم از کنار کاغذها رد می شدم که چشمم به آن دایره و عمود منصف افتاد. ناگهان این فکر به سرم زد که اگر لوزی این عمود منصف را رسم کنم یک شش ضلعی به دست خواهد آمد.»

اول فکر کردم این هم روشی است که در ظاهر درست است، ولی حتماً ایراد دارد! گفتم: «خُب، بیا ببینیم این روش ابداعی تو را می شود اثبات کرد یا نه؟» و مشغول شدیم.

بررسی:

اگر پاره خط CD را رسم کنیم و مرکز دایره را هم O بنامیم، یک مثلث قائم الزاویه با رأس های O ، B و C به دست خواهد آمد. اگر محل تقاطع BC و دایره را E بنامیم، $OE=OB$ زیرا هر دو شعاع دایره هستند. از طرفی $OE=OB=2OE=BC$ زیرا برابر قطر دایره است. از قبل هم می دانیم که میانه ی BC است و E هم وسط این وتر قرار گرفته است. یعنی:

$$BE=OB=OE$$



پس یک مثلث متساوی الاضلاع داریم که زاویه های آن 60° درجه اند. به همین ترتیب می توان نتیجه گرفت که مثلث AFO هم متساوی الاضلاع است و زاویه های 60° درجه دارد. به راحتی می توان نشان داد که مثلث OEF متساوی الساقین است و استدلال را می توان در مورد نیمه دیگر شکل نیز به کار برد. به این ترتیب مشخص می شود که همه ی اضلاع این شش ضلعی برابر با شعاع دایره هستند و شش ضلعی، منتظم است.

روش پارسا درست بود.

سرروکار داریم و حالت‌های مختلف آن را به نام دایره، مثلث و خط راست می‌نامیم. و این یک مفهوم انتزاعی است. هر کودکی که متولد شد باید سال‌ها بگذرد، به مدرسه برود و به سن بالاتر از ۱۰ سال برسد تا کم‌کم این مفهوم‌ها را درک کند.

خوب؛ از صحبت دربارهٔ کتاب دور نیفتیم. همان‌طور که بشر زبان‌های مختلفی را ساخته است تا با آن بخواند و بنویسد و حرف بزند، همین‌طور هم شیوه‌های مختلفی برای عددنویسی اختراع کرده است. در این کتاب می‌خوانیم که رومی‌ها در عددنویسی خود از حروف لاتین استفاده می‌کردند و مثلاً اعداد ۱ تا ۱۰ را به ترتیب به صورت زیر می‌نوشتند:

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X

و اگر می‌خواستند عدد ۲۸۳۴ را بنویسند
این‌طور می‌نوشتند (آنها صفر نداشتند)

٢٨٣٤=MMDCCCXXXIV

اعراب هم دو نوع عددنویسی دارند ابجد و عربی. شما حروف ابجد را در همین کتاب می‌خوانید فقط بد نیست بدانید که در این دستگاه هر عددی را می‌توان به صورت یک کلمه نوشت. مثلاً

 $110 =$

فا، = ۱۴۵

 $1201 =$ $1105 =$ $25 = 5$

و مثلاً اگر اسم شما و خواهرتان به ترتیب بهداد و بهاره باشد خواهیم داشت: بهداد = ۱۶ و بهاره = ۲۰۸

اما عددنویسی هندی یا عربی همان است که امروز در سراسر جهان با آن می‌نویسند و این روش وقتی پیدا شد که هندی‌ها علامتی به اسم صفر را پیشنهاد کردند و تحول بزرگ در عددنویسی به وجود آوردند.

آنچه گفتیم، تنها اشاره‌ای به بعضی از مطالب کتاب «ماجرای حسابی» بود شما خیلی بیش از اینها را می‌توانید در کتاب بخوانید و از آن لذت ببرید.



معناست که روزی بوده است که بشر اصلاً عدد را نمی‌شناخته است و بعدها آن را شناخته، و بهتر بگویم کشف کرده است، همان‌طور که «زبان» را هم نمی‌شناخت، الفبا را هم نمی‌شناخت و خیلی چیزهای دیگر را.

نکتهٔ دیگر که در این کتاب شاید توجه و تعجب ما را برانگیزد این حرف برتراند راسل، ریاضی‌دان بزرگ قرن بیستم است: «شاید چندین قرن طول کشید تا افراد بشر متوجه شدند که یک جفت «تیپو» و یک جفت «روز» هر دو مثال‌هایی از دو عدد هستند.

می‌گویند ریاضیات علمی «انتزاعی» است. آیا می‌دانید انتزاعی یعنی چه؟ اگر در همین سخن برتراند راسل دقت کنیم مفهوم آن را می‌یابید. انتزاعی یعنی مفهومی؛ خب یعنی خبری که وجود ذهنی دارد و بیرون وجود ندارد. مثلاً عدد، مثلث، مربع، اسم و مانند این‌ها هیچ‌کدام قابل مشاهده نیستند. آنچه ما از عدد یا مثلث روی کاغذ یا مثلاً به صورت ۳ تا توپ یا ۱ دایره از جنس آهن می‌بینیم، هیچ‌کدام وجود ندارد. البته توپ‌ها وجود دارند ولی ۳ تا بودن را ما به آنها نسبت می‌دهیم. دایره از جنس آهن، چیزی نیست جز یک قطعه آهن که به شکل دایره درآمده است و می‌تواند به صورت مثلث هم درآید یا اصلاً به صورت یک خط مستقیم درآید. در هر حال ما یک تکه آهن

● ماجراهای
حسابی
[سرگذشت
پیدایش اعداد]

- امید و هابی
املشی

● چاپ دوم ۱۳۸۸

● ناشر:

مؤسسہ مرجع (کتاب
طاووس)

کتاب حاضر، همان طور که از عنوان فرعی اش یعنی سرگذشت پیدایش اعداد، برمی آید نوعی تاریخ علم ریاضیات است، البته در حوزهٔ عدد و رقم و نه همهٔ شاخه های این علم. پس شما در این کتاب نه با مسائل و تمرین ها روبه رو می شوید و نه با سؤال و جواب های تفریحی و معمایی برای سرگرمی. در عین حال کتاب سرگرم کننده است و می تواند، اگر به ویژه شما علاقمند به تاریخ ریاضی باشید، شما را برای مدت ها سرگرم کند. پس اجازه بدهید نخست بعضی از عنوان های فهرست کتاب را با هم مرور کنیم.

حساب انگشتی، سفری به مصر،
ریاضی چشم‌بادامی‌ها، دستگاه ابجد
عربی، دستگاه یونیک، عددهای زبان
بسته، آیا با اعداد موهومی می‌توان
شمرد؟ پرورشگاه گفتار و ...

یکی از نکته‌های مهمی که در این کتاب می‌آموزیم این است که بشر «عدد» را نیز، مثل بسیاری چیزهای دیگر، کشف کرده است. می‌نویسد: اولین عددی که اختراع شد عدد دو بود و آخرین عددی که اختراع شد صفر (۰) بود؛ به فاصله حدوداً ۳۷۰۰ سال یکدیگر. این حرف به آن

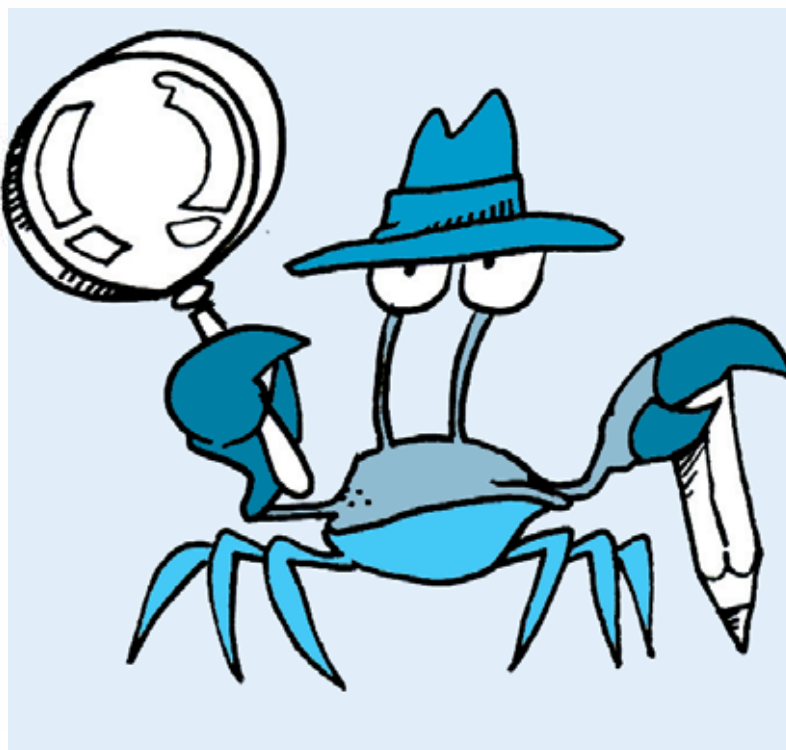


پرونده شخصی حل مسئله!

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبرد حل مسئله، تعریف مسئله

مختلف چگونه است؟

چارچوب‌هایی برای حل مسئله ارائه شده است اما یک نظام یا نظریه کلی برای حل مسئله وجود ندارد. به معنای ساده‌تر برای به دست آوردن جذر یک عدد، روشی و الگو معرفی شده است اما برای راه حل مسئله روش مشخص از



آیا تاکنون به تفاوت تمرین و مسئله توجه کرده‌اید؟ آیا تمرین‌هایی که در پایان هر موضوع درسی آمده است، می‌تواند یک مسئله باشد؟ به نظر می‌رسد در ابتدا باید تعریفی از مسئله ارائه شود:

«مسئله عبارت است از مطالبی که حل آن، برای فرد مشکل باشد.»

با توجه به این

قبل تعیین نشده است. البته پیشنهادها و راهبردهایی کلی برابر حل مسئله تدوین و معرفی شده است؛ مانند کشیدن شکل که می‌تواند به حل بعضی از مسئله‌ها کمک کند. این راهبردها برای حل کننده مسئله کافی نیست، چون تفاوت مسئله‌های مختلف بیش از راهبردهای معرفی شده است. دوباره به این سؤال تکراری برمی‌گردیم: برای حل مسئله چه باید بکنیم؟

تعریف امکان دارد تمرینی که نتوان راه‌حلی برای آن ارائه داد، تبدیل به یک مسئله شود. البته این تمرین‌ها را که بیشتر مرتبط با موضوعات درسی است می‌توان با کمک یک راهنما (مانند هم‌کلاسی‌ها، معلم و ...) حل کرد اما مسئله‌هایی وجود دارند که فراتر از یک موضوع درسی‌اند. این سؤال مطرح می‌شود که برای حل این‌گونه مسئله‌ها چه باید بکنیم؟ داشتن دانش کافی، ضروری است اما به کارگیری این دانش در موقعیت‌های

نشان دهنده رقم ۱ است.

$$\begin{array}{r} \square \\ + \square \\ \hline \bigcirc \quad \bigcirc \\ \hline 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

برای ادامه کار و بررسی حالت‌های مختلف از جمع رقم‌های یکان شروع کنیم یا دهگان؟ به نظر می‌رسد، بررسی جمع رقم دهگان به نتیجه منجر خواهد شد، زیرا فقط یک دایره داریم که مجهول است و از طرفی حاصل جمع این ستون عدد ۱۱ را نتیجه می‌دهد. اما دوباره سؤالی در ذهن مطرح می‌شود: چه رقمی می‌تواند با $\bigcirc$ جمع و حاصل آن ۱۱ شود؟ البته حاصل جمع ۱۱ به جمع رقم‌های یکان که یک مرحله عقب‌تر حاصل جمع آن را به دست آوردیم، بستگی دارد. مانند شروع حل مسئله می‌توان بزرگ‌ترین حالت ممکن برای جمع ۳ رقم یکان را در نظر گرفت.

$$9+9+9=27$$

بنابراین رقمی که می‌تواند با $\bigcirc$ جمع شود، ۰ یا ۱ یا ۲ است. ۰ و ۱ نمی‌تواند باشد چون با توجه به حاصل ۱۱، دایره عددی دورقمی خواهد شد. بنابراین $11=2+\bigcirc$.

پس $\bigcirc$ نشان دهنده رقم ۹ خواهد بود.

$$\begin{array}{r} \square \\ + \square \\ \hline \square + \square + 9 = 21 \end{array}$$

بنابراین

$$21 - 9 = 12$$

پس

$$12 \div 2 = 6$$

یعنی

و بدین ترتیب $\square$ نشان دهنده رقم ۶ خواهد بود.

مسئله ۲: $\square$ ؟ $\bigcirc$ ؟ $\triangle$ ؟

$$\begin{array}{r} \square \quad \square \quad \square \\ \square \quad \square \quad \bigcirc \\ \square \quad \triangle \quad \triangle \\ \hline 2 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \end{array}$$

بهترین راه برای اینکه بتوان به حل مسئله‌ها دست یافت این است که مانند یک شطرنج‌باز با آن درگیر شد و مسئله‌های مختلفی را شروع به حل کرد. بهتر است این درگیر شدن هدفمند باشد، به طوری که هر فرد با حل مسئله‌های مختلف یک پرونده شخصی از مسئله‌ها و راه‌حل‌های آن، به منظور توسعه راهبردهای شخصی خود، پدید آورد.

حتی مسئله‌ای که حل می‌شود، کار آن پایان نیافته است. شاید بتوان با توجه به وجود ارتباط اندک بین مسئله‌ها، از حل آن برای حل مسئله‌های بعدی استفاده کرد، بنابراین فرد در مواجهه با یک مسئله، ابتدا باید به این پرسش پاسخ دهد که آیا مسئله‌ای مشابه این مسئله تاکنون حل شده است یا نه؟ این نوع پرسش‌گری و مرور راه‌حل‌ها (نه به منظور حفظ کردن راه‌حل‌ها) و درگیر شدن با مسئله‌های جدیدتر منجر به تشکیل یک پرونده شخصی برای حل مسئله می‌شود.

با توجه به مطالب ارائه شده، نمونه‌هایی از تشکیل پرونده شخصی در ادامه معرفی می‌گردد، مسئله‌هایی که راه‌حل هریک می‌تواند به حل مسئله بعدی کمک کند.

مسئله ۱: نشانه‌های مختلف نشان دهنده رقم‌های مختلف‌اند. رقم مربوط به مربع، دایره و مثلث را پیدا کنید.

$$\begin{array}{r} \square \\ + \square \\ \hline \bigcirc \quad \bigcirc \\ \hline \triangle \quad \triangle \quad \triangle \end{array}$$

حل مسئله ۱: در جمع این سه عدد هیچ رقمی به عنوان کمک به حل مسئله داده نشده است، اما نکته‌ای به نظر می‌رسد که به حل مسئله می‌تواند کمک کند؛ جمع موردنظر از دو عدد یک رقمی و یک عدد دورقمی تشکیل شده است که حاصل جمع برابر با عددی سه رقمی است. می‌توان بزرگ‌ترین حالت ممکن را در نظر گرفت؛ یعنی:

$$9+9+99=117$$

پس اگر قرار است حاصل جمع موردنظر سه رقمی باشد، حتماً باید رقم صدگان آن ۱ باشد و نه بیشتر. پس $\triangle$

حل مسئله ۲: این مسئله بسیار شبیه مسئله ۱ است

اما به نظر می‌رسد سخت‌تر از آن باشد. با مرور حل مسئله ۱ می‌توان گفت آنچه به حل مسئله ۱ منجر شد، بررسی حالتی خاص بود که رقم $\triangle$ را مشخص کرد. اما در این مسئله حالت خاصی که بتواند به حل مسئله کمک کند، چه می‌تواند باشد؟ با نگاهی به جمع ستون‌ها متوجه مساوی بودن رقم‌ها در ستون صدگان‌ها می‌شویم. جمع این سه مربع بستگی به حاصل ستون دهگان هم دارد که با توجه به راه‌حل مسئله ۱ فقط ۰، ۱ یا ۲ می‌تواند با جمع سه مربع، حاصل جمع ۲۰ را نتیجه دهد. سه حالت پیش می‌آید:

- اگر ۰ باشد، ۲۰ بر ۳ بخش‌پذیر نیست؛ بنابراین ۰ رقم موردنظر نمی‌تواند باشد.
- اگر ۱ باشد، $19 = 20 - 1$ که ۱۹ نیز بر ۳ بخش‌پذیر نیست، بنابراین ۱ مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.
- اگر ۲ باشد، $18 = 20 - 2$ که $6 = 18 \div 3$ پس $\square$ نشان‌دهنده رقم ۶ خواهد بود.

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \\ 6 \quad 6 \quad 6 \\ 6 \quad 6 \quad \bigcirc \\ 6 \quad 7 \quad 7 \\ \hline 2 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \end{array}$$

اکنون با مشخص شدن $\square$ و با توجه به حاصل جمع به‌دست‌آمده بالا به سراغ ستون دهگان می‌رویم که نسبت به

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \\ 6 \quad 6 \quad 6 \\ 6 \quad 6 \quad \bigcirc \\ 6 \quad 7 \quad 7 \\ \hline 2 \quad 0 \quad 0 \quad 3 \end{array}$$

بنابراین

$$6 + \square + 7 = 13 \Rightarrow \square = 0$$

و بدین ترتیب $\bigcirc$ نشان‌دهنده رقم ۰ خواهد بود.

به یاد استاد

شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید

جعفر اسدی گرمارودی

هنگامی که دانشجوی رشته‌ی ریاضی در مقطع کارشناسی بودم، در یادگیری موضوعات جدید بسیار به مشکل برمی‌خوردم؛ در حالی که در دبیرستان به راحتی و بدون دردسر در ریاضیات نمره‌ی خوبی می‌گرفتم. پیش خودم گفتم شاید از نظر پایه‌ای احتیاج به مرور مطالب گذشته داشته باشم. دوباره به مطالعه‌ی کتاب‌های ریاضی دبیرستانی و حل تمرین‌های آن پرداختم، اما تفاوتی ایجاد نشد. موضوع را با یکی از اساتید دانشکده در میان گذاشتم. کتابی از پرویز شهریاری به نام «شما هم می‌توانید در درس ریاضی موفق باشید» به من داد و گفت: «ای کاش هنگامی که دانش‌آموز بودی از کتاب‌های پرویز شهریاری به عنوان مکمل کتاب‌های درسی استفاده می‌کردی، ولی الآن هم دیر نشده.»



گزارش

مسئله بازار

■ کلیدواژه‌ها: بازار مسئله، حل مسئله



بود. در ابتدای بازار، به هر دانش‌آموز ۱۰۰۰ تومان داده شده بود که می‌توانستند با آن از غرفه‌های فروش، مسئله بخرند. در غرفه‌های فروش که در یک ضلع کتابخانه قرار داشتند، مسئله‌هایی در سطح‌های متفاوت به قیمت‌های ۲۰۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ تومان به دانش‌آموزان فروخته می‌شد. البته در و دیوار کتابخانه هم پر از مسئله‌های رایگان بود. مسئله‌های رایگان اما سخت!

در یک غرفه خرید پاسخ‌های درست هم پشت پیشخوان کتابخانه قرار داشت که دانش‌آموزان می‌توانستند هر پاسخ درست خود را به قیمت ۵۰۰ تومان در این غرفه بفروشند. سه معلم در این پیشخوان سؤال‌هایی را که دانش‌آموزان حل کرده بودند، بررسی می‌کردند و اگر دانش‌آموزان به کمی

بازار بورس، بازار سکه و بازار اجناس گوناگون برای همه ما اسامی آشنایی هستند، اما بازار «مسئله» از آن دست بازارهایی است که فکرش را نمی‌کردیم!

صبح روز دوشنبه، چهارم اردیبهشت، کتابخانه «مدرسه شهید مهدوی» به خاطر ایجاد «بازار مسئله» پر از هیاهو و همهمه بود؛ بازاری که برای دومین بار در این سال تحصیلی و با هدف تمرین ریسک‌پذیری، مدیریت منابع، حل مسئله‌های ریاضی، ایجاد اعتماد به نفس و تشویق دانش‌آموزان برای حل مسائل سخت‌تر شکل گرفته بود.

دانش‌آموزان چهار کلاس اول راهنمایی مدرسه در این بازار شرکت کرده بودند. پول رایج در این بازار پول‌های کپی شده‌ای بود که در اختیار غرفه‌داران و دانش‌آموزان قرار گرفته



جالب است، چون با انگیزه بیشتری سؤال‌ها را حل می‌کنیم و شجاعت خود را به آزمایش می‌گذاریم تا ببینیم تا چه حد می‌توانیم در زمینه حل مسئله پیش برویم.

زمان بازار پس از یک ساعت و نیم به پایان رسید و حال و هوای کتاب‌خانه به روال عادی خود برگشت. اما کار دانش‌آموزان هنوز ادامه داشت؛ شرکت در مسابقه بهترین گزارش دانش‌آموزی از بازار برای قرار دادن آن روی سایت مدرسه، شمارش پول‌ها، تهیه گزارش آماری عملکرد هر کلاس از نظر پاسخ‌گویی به مسئله‌ها در سطوح گوناگون با مراجعه به «برگه ثبت خرید و فروش» دانش‌آموزان، پیدا کردن پول‌دارترین کلاس، ریسک‌پذیرترین کلاس و ...

به نظر می‌رسد تشکیل «بازار مسئله» در مدرسه یا حتی کلاس درس، تجربه‌ای جالب است. شما هم تشکیل چنین بازاری را به معلمان پیشنهاد دهید و گزارش تصویری بازاریتان را برای سایت مجله بفرستید.

شما می‌توانید گزارشگر «برهان راهنمایی» را مهمان مدرسه‌تان کنید. حتی می‌توانید خودتان گزارشگر افتخاری مجله باشید و تجربه‌هایتان را در قالب گزارش در اختیار مجله و مخاطبان آن بگذارید. هم‌چنین می‌توانید تجربه‌های متفاوتتان را برای مجله ارسال کنید.

راهنمایی برای حل مسئله احتیاج داشتند، با دریافت ۱۰۰ تومان آن‌ها را راهنمایی می‌کردند.

یک «برگه ثبت خرید و فروش» هم در اختیار هر دانش‌آموز قرار داشت که پول پرداختی برای خرید مسئله یا دریافت راهنمایی و پول دریافتی در ازای حل هر مسئله را در آن یادداشت می‌کرد تا حساب و کتاب از دستش در نرود! یکی از معلم‌هایی که پاسخ‌ها را بررسی می‌کرد، در پاسخ خبرنگار ما درباره علت تشکیل این بازار گفت: «این مسابقه قسمتی از کار کلاس ریاضی است تا بچه‌ها با هیجان بیشتری مسئله‌ها را حل کنند».

وی ادامه داد: «اولین دوره بازارچه ریاضی در نیم‌سال اول برگزار شد که نتیجه آن بهره‌وری بیشتر دانش‌آموزان بود. آن‌ها به این نحو مسائل بیشتر و متنوع‌تری حل می‌کنند؛ ضمن آن که مدیریت منابع از جمله پول و زمان را تمرین می‌کنند. آن‌ها سعی می‌کنند در فرصتی که دارند بیشترین سود را از این بازار کسب کنند. آن‌ها باید تصمیم بگیرند که سؤال ارزان بخرند یا گران! باید تصمیم بگیرند آیا وقتشان را صرف حل مسئله‌های رایگان بکنند یا نه! هم‌چنین، خرید سؤال‌هایی که ندیده‌اند، به نوعی تمرین ریسک‌پذیری است». در گوشه‌ای از کتاب‌خانه، گروهی چهار نفره شکل گرفته است که مشغول حل مسئله هستند. آن‌ها شرکت در «بازار مسئله» را بسیار جذاب می‌دانند و عقیده دارند: «خیلی





سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

(پایه دوم و سوم راهنمایی) آگوست ۲۰۱۱

مترجم: سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: مسابقه ریاضی استرالیا

پرسش‌های ۱ تا ۱۰
هرکدام ۳ امتیاز دارندالف) 30° (ب) 40° (پ) 50° (ت) 60° (ث) 80° ۸. مقدار $2^4 + 4^2$ برابر است با:

الف) ۱۶ (ب) ۳۲ (پ) ۳۴

(ت) ۳۶ (ث) ۶۴

۹. علی در ۳۰ دقیقه، ۲۰ صفحه کتاب

می‌خواند. اگر با همین سرعت به

خواندن ادامه دهد، چقدر طول

می‌کشد که ۶۶ صفحه کتاب بخواند؟

الف) ۱ ساعت و ۳۴ دقیقه

(ب) ۱ ساعت و ۳۶ دقیقه

(پ) ۱ ساعت و ۳۷ دقیقه

(ت) ۱ ساعت و ۳۸ دقیقه

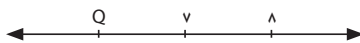
(ث) ۱ ساعت و ۳۹ دقیقه

۴. در محور اعداد زیر، ۱۵ واحد به

سمت چپ Q، چه عددی است؟

الف) -۱۰ (ب) -۹ (پ) ۰

(ت) ۵ (ث) ۱۰

۵. مقدار $888 - (88 - 8)$ برابر است با:

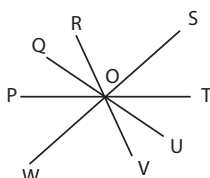
الف) ۸۰۸ (ب) ۸۸۰ (پ) ۸۰۰

(ت) ۷۹۲ (ث) ۲۰۱۱

۶. اگر بدانیم $5 \times 7 \times 11 = 385$ ، آنگاهمقدار $5 \times 7 \times 11 \div 5$ چیست؟الف) $38/5$ (ب) $3/85$ (پ) $385/0$ (ت) $385/0$ (ث) $385/00$

۷. در شکل زیر، خطوط PT، QU،

RV، SW در نقطه O همدگر را

قطع می‌کنند. اگر $\angle QOR = 20^\circ$ ، $\angle SOT = 50^\circ$ و $\angle VOW = 70^\circ$ باشد، زاویه $\angle POQ$ چند درجه است؟۱. مقدار $2011 - 1102$ برابر است با:

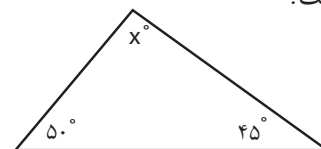
الف) ۱۱۱۱ (ب) ۱۱۹۱

(پ) ۱۰۰۱ (ت) ۹۸۹

(ث) ۹۰۹

۲. در شکل زیر زاویه X چند درجه

است؟



الف) ۷۵ (ب) ۸۰ (پ) ۸۵

(ت) ۹۰ (ث) ۹۵

۳. من ساعت ۲:۱۵ بعد از ظهر به

پیاده‌روی رفتم و ساعت ۳:۲۰ دقیقه

برگشتم. چند دقیقه پیاده‌روی

کرده‌ام؟

الف) ۵۰ دقیقه (ب) ۵۵ دقیقه

(پ) ۶۰ دقیقه (ت) ۶۵ دقیقه

(ث) ۷۰ دقیقه

۱۰. روی یکی از ارقام اعداد دورقمی

زیر پوشیده شده است. کدام یک

از گزینه‌ها تنها عددی است که

می‌تواند مضرب ۱۲ باشد؟

الف) ۳ (ب) ۹ (پ) ۵

(ت) ۳ (ث) ۵

پاسخ سؤال‌های مسابقه‌ای در

صفحه ۴۷

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد کودک (برای دانش آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

رشد نوجوان (برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

رشد دانش آموز (برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره دبستان)

رشد نوجوان (برای دانش آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

رشد جوان (برای دانش آموزان دوره متوسطه و پیش دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد آموزش راهنمایی تحصیلی ♦ رشد تکنولوژی

آموزشی ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش آموزی تخصصی

(به صورت فصلنامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)
- ♦ رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش آموزان دوره متوسطه) ♦ رشد آموزش قرآن
- ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر
- ♦ رشد آموزش مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی
- ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی
- ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی
- ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای ♦ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰۱۴۷۸

پاسخ

هیداتو؛ پازل از نوعی دیگر

۱۲	۱۳	۱۶	۱۷		۱۹
۱۱	۹	۱۴	۱۵	۱۸	۲۰
۱۰	۸	۳۰		۲۱	
	۷	۲	۲۹	۲۴	۲۲
۶	۳	۱	۲۵	۲۸	۲۳
۴	۵		۲۶	۲۷	

پازل (۱)

	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	
۲۱	۲۸	۲۷	۲۶	۳	۲
۲۹	۲۰		۴	۱	۸
۱۹	۳۰	۵		۷	۹
۱۷	۱۸	۱۴	۶	۱۰	۱۱
	۱۶	۱۵	۱۳	۱۲	

پازل (۲)

۵	۴	۳	۳۶	۳۷	۳۰	۳۱
۶	۲	۱	۳۵	۳۸	۳۲	۲۹
۹	۷	۴۵	۳۹	۳۴	۳۳	۲۸
۸	۱۰	۴۶	۴۴	۴۰	۴۱	۲۷
۱۲	۱۱	۴۷	۴۳	۴۲	۲۱	۲۶
۱۳	۱۵	۴۸	۱۷	۲۰	۲۲	۲۵
۱۴	۴۹	۱۶	۱۹	۱۸	۲۴	۲۳

پازل (۳)

۲۰	۱۸	۴۳	۴۴	۴۱	۴۸	۴۹
۲۱	۱۹	۱۷	۴۲	۴۵	۴۰	۴۷
۲۲	۲۵	۱۶	۱۵	۳۵	۴۶	۳۹
۲۶	۲۳	۲۴	۳۴	۱۴	۳۶	۳۸
۲۸	۲۷	۳۳	۱	۵	۱۳	۳۷
۲۹	۳۲	۲	۴	۶	۱۲	۱۰
۳۰	۳۱	۳	۷	۸	۹	۱۱

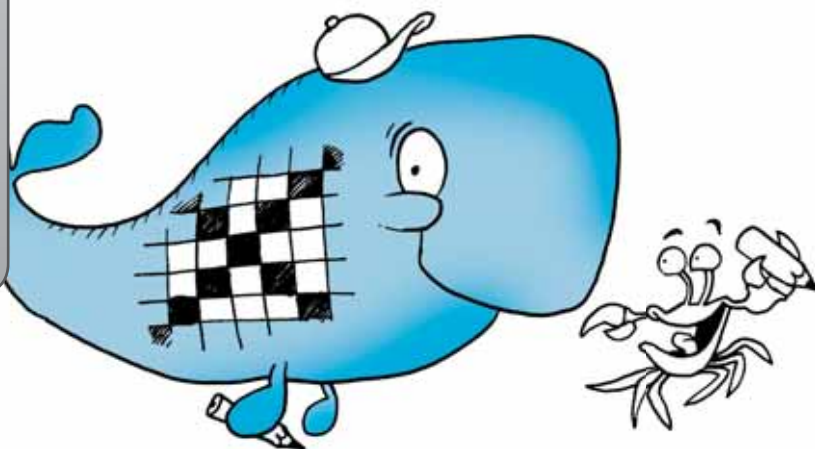
پازل (۴)

	۲۵	۲۴	۲۲		
	۲۶	۲۳	۲۱		
۳۳	۲۹	۲۸	۲۷	۲۰	۱۷
۳۰	۳۲	۶	۳	۱۹	۱۶
۳۱	۵	۴	۷	۲	۱۴
	۱۰	۸	۱۳		
	۹	۱۱	۱۲		

پازل (۵)

	۲۹	۲۸	۲۶		
	۳۰	۲۵	۲۷		
۱	۲	۳۱	۸	۲۴	۲۳
۳	۳۲	۱۰	۹	۷	۱۹
۳۳	۴	۱۱	۶	۱۸	۱۷
	۵	۱۲	۱۶		
	۱۳	۱۴	۱۵		

پازل (۶)





نامه‌های رسیده

خوانندگان عزیز، مطالب و نامه‌های زیادی از جانب شما دریافت کرده‌ایم. از همه این دوستان سپاسگزاریم:

مطالب رسیده:

مطلب شگفتی عدد ۱۹، مهرنوش مستحقان زاده، از شاهین شهر اصفهان.

(پاسخ مسئله شماره ۶۱)، از خوزستان شهرستان گتوند، اکبر دلتوی، از دشت مغان.

(پاسخ مسئله شماره ۶۲)، وحیه سعادت، از زنجان.

(پاسخ مسئله شماره ۶۳)، شکراله ابراهیمی، از زرین شهر اصفهان.

(پاسخ مسئله مسابقه‌ای شماره ۹۱)، محسن شهسواری، از ابهر.

و اسامی دوستانی که ایمیل آن‌ها به مجله رسیده است:

زهره شاهی، فیروزه رحمانزاده، سمانه آذرپور، حسین علیپور، امین ستایش، علیرضا عظیمی‌نیا، فرهاد مدرسی، علی ولیزاده، هلیا کشور دوست، مسعود رستگار اسکویی، امیر حسین ابراهیمی، مراد حسین سالمی‌پور، مهران حسین زاده، ایمان رحیمی، مریم کریمی، مرضیه کسمانی، مهدی کریمی، علیرضا حافظی‌نسب، علیرضا فتاحی، محمدامین فخاری.

توضیحی درباره مطالب شماره‌های گذشته

در برهان شماره ۶۲، در مقاله «ندانستن عیب نیست!» در بند آخر راه حل مسئله ۲ اشتباهی وجود دارد که باید به این شکل تصحیح شود:

اگر عدد آینه ۴ یا بیشتر از ۴ می‌بود، آینه نمی‌توانست با اطلاعاتی که به دست آورده بود، عدد سمانه را بیابد. پس عدد آینه ۲ یا ۳ است و چون (همان‌طور که آینه فهمید) عدد سمانه ۳ است، پس عدد آینه ۲ است.

از خانم مریم عادل‌ی بابت تذکر این اشتباه متشکریم.

* * *

در برهان شماره‌های ۵۹ و ۶۰ در مقاله «این را از قبل می‌دانستیم!»، اشاره شد که بنابر روندی که در کتاب درسی ریاضی دوم راهنمایی طی شده است، نمی‌توان گفت که قضیه «تساوی مثلث‌ها به حالت تساوی وتر و زاویه حاده»، نتیجه‌ای است از این قضیه که «مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است»، زیرا بنابر روند کتاب درسی، برای اثبات قضیه دوم به قضیه اول نیاز داریم.

آقای کوروش توسلی تذکر داد که راهی متفاوت با راه کتاب درسی برای اثبات قضیه دوم وجود دارد که در آن به قضیه اول نیاز نداریم. پس می‌توان ابتدا قضیه دوم را ثابت کرد و سپس قضیه اول را از آن نتیجه گرفت. از ایشان بابت تذکر این نکته جالب متشکریم.

البته لازم است توجه کنیم که در بعضی از هندسه‌های نااقلیدسی، قضیه اول همچنان برقرار است اما نه تنها مجموع زوایای داخلی مثلث‌ها برابر ۱۸۰ درجه نیست، بلکه این مجموع در مثلث‌های مختلف می‌تواند یکسان نباشد! بنابر این، راهی را که در بند پیش ذکر شد نمی‌توان در این هندسه‌ها به کار برد.



تولید ملی، حمایت از کار و سرمایه ایرانی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سهراب آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دوروش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

♦ نام مجلات درخواستی:

نام و نام خانوادگی:
تاریخ تولد: ♦ میزان تحصیلات:
تلفن:
نشانی کامل پستی:
استان: شهرستان: خیابان:
شماره فیش: مبلغ پرداختی:
پلاک: شماره پستی:

♦ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

.....

امضا:

♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
♦ اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۱۲۰۰۰۰ ریال
♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۸۰۰۰۰ ریال



پاسخ سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

۱. ث

۹. با استفاده از تناسب خواهیم داشت:

$$\frac{66}{x} = \frac{20}{30}$$

پس

$$x = \frac{66 \times 30}{20} = 99 \text{ دقیقه}$$

۲. پ. زیرا با استفاده از مجموع زوایای مثلث که 180° است، داریم:

$$x = 180 - (50 + 45) = 85$$

۳. ت

یعنی ۱ ساعت و ۳۹ دقیقه، پس گزینه (ث) صحیح است.
۱۰. اگر عددی بر ۱۲ بخش‌پذیر باشد، زوج است پس
گزینه‌های ب و پ و ت نمی‌تواند صحیح باشند، از طرفی
بین ۵۰ تا ۵۹ هیچ مضرب ۱۲ نداریم پس تنها گزینه
ممکن ۳۶ است. یعنی (الف) صحیح است.

۴. ب، نقطه Q متناظر با عدد ۶ است. پس ۱۵ واحد سمت
چپ Q، $9 - 15 = -6$ خواهد بود.

۵. الف

۶. ت، زیرا حاصل ضرب $0/5 \times 0/7 \times 0/11$ دارای همان ارقام
 $0/5 \times 7 \times 11$ است، اما چهار رقم اعشار دارد. پس حاصل آن
 $0/385$ است.

۷. ب، زیرا با استفاده از اطلاعات مسئله و زاویه‌های متقابل به
رأس که هم‌اندازه‌اند، $x = 40^\circ$ خواهد شد.

۸. ب



جدول موضوعی مطالب مجله رشد برهان راهنمایی، شماره ۶۳

جدول زیر در هر شماره مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شماره مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفاده بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

فهرست مقالات	موضوع کلی	ارتباط با زندگی	مهارت‌های ریاضی
داستان مربعی که ...	هندسه و یکی از کاربردهای آن ضمن معرفی ابوالوفا بوزجانی، یکی از ریاضی‌دانان ایرانی	✓	۶، ۷، ۱۰
تقسیم کسرها ...	طرح مسئله و ارائه استدلال پیرامون روش معمول تقسیم کسرها		۴، ۸
دلیل این محاسبات چیست؟	ارائه دلیل برای عملیات دور در دور، نزدیک در نزدیک		۴، ۸
یک روش دیگر برای ...	رسم یک شش ضلعی به روشی جدید و طرح این مسئله که آیا این شش ضلعی منتظم است.		۶، ۹ (پرگار و ...)، ۱۰
نرم افزار tess	معرفی یک نرم افزار برای رسم شکل‌های هندسی و تکرار آن‌ها با انتقال و تقارن‌های مختلف برای کاشی‌کاری یک سطح	✓	۶، ۹
اندازه‌گیری با ماشین ...	استفاده از ماشین حساب برای یافتن ضلع مربعی با مساحت معلوم		۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۰
نقاشی با اعداد ...	طرح یک نوع پازل عددی و قوانین حل آن به همراه طرح مسائلی پیرامون این پازل		۱، ۸، ۱۰
پازل از نوعی دیگر	طرح یک پازل عددی و قوانین حل آن		۱، ۱۰
کی راست می‌گه	طرح یک مسئله و استفاده از اطلاعات آن برای نتیجه‌گیری منطقی	✓	۷، ۸، ۱۰
شعبده ...	طرح مسئله در قالب جذاب شعبده		۵، ۷، ۸، ۱۰
مرغ، ماهی، تخم مرغ ...	طرح یک مسئله واقعی، مدل‌سازی و حل آن به وسیله دستگاه معادلات	✓	۴، ۵، ۱۰
گفت و گو	گزارشی از بازی و گفت و گو با دانش آموزان پیرامون تقریب زدن حاصل یک عبارت	✓	۳، ۱۰
پرونده شخصی حل مسئله	ارائه تعریفی از حل مسئله و طرح و حل چند مسئله مرتبط به هم که راه حل هریک به حل مسئله بعدی کمک می‌کند		۸، ۱۰
مسئله بازار	گزارشی از یک کارگاه حل مسئله در یک مدرسه	✓	۱۰

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش ۲. اندازه‌گیری ۳. تخمین و تقریب عددی ۴. محاسبات عددی و عملیات ذهنی ۵. الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی ۶. استفاده از نمودارها و شهود هندسی ۷. فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی ۸. کشف و استدلال ۹. استفاده از ابزار و تکنولوژی ۱۰. حل مسئله.