



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

۱۰۸

آشنایی با روش

دوره بیست و نهم، شماره ۴، تابستان ۱۳۹۱، ۶۴ صفحه، ۵۵۰۰ ریال

فصلنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

www.roshdmag.ir ISSN: 1606-9226

یادگیری واژه‌های عددی و شمارش
نقشه مفهومی ابزاری برای سنجش و ارزیابی
مدل سازی ریاضی بستری برای آموزش گفت و شنود
استدلال و اثبات در آموزش ریاضی
جایزه همگانی سازی ریاضی

اعطای جایزه همگانی مسابقات



(صفحه ۶۰ را بخوانید)



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

پیشگامان علم و دانش

۱۰۸

آموزش ریاضی

مدیر مسئول: محمد ناصری

سر دبیر: زهرا گویا

مدیر داخلی: مانی رضائی

هیئت تحریریه: اسماعیل بابلیان، میرزا جلیلی، مهدی رجبعلی پور،

مانی رضائی، شیوا زمانی، بیژن ظهوری زنگنه، سیدحسن علم الهدایی،

سهیلا غلام آزاد و محمدرضا فدائی

طراح گرافیک: مهدی کریم خانی

دوره بیست و نهم، شماره ۴، تابستان ۱۳۹۱

فصلنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

سخن سردبیر

یادگیری واژه های عددی و شمارش

نقشه مفهومی، ابزاری برای سنجش و ارزیابی ...

مدل سازی ریاضی، بستری برای آموزش گفت و شنود

استدلال و اثبات در آموزش ریاضی

دیدگاه های اثرگذار بر تحقیقات آموزش ریاضی

آموزش ابزارهای رسم در هندسه

روایت معلمان: داشتن چشم انداز

چکیده پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

مفهوم کسر در دوره ابتدایی

تکمله بر ...

دومین دوره لیگ بازی و اندیشه

اعطای جایزه همگانی سازی ریاضی

نامه های رسیده

۲ سردبیر

۴ عطیه شیخیان، زهرا گویا

۱۴ سیروس دواری، سهیلا غلام آزاد، ابراهیم ریحانی

۲۴ زینب آگاه، محمدرضا فدایی، زهرا گویا

۳۰ فهیمه کلاهدوز، ابراهیم ریحانی، فریده حمیدی

۳۶ اصغر قاسمی

۴۴ کامران شاهولی

۴۷ قاسم حسین قنبری

۵۰

۵۳ بهرام یوسفی

۵۷ بهروز خاوری

۵۸ مصطفی حیدری

۶۰ مریم عادل ساردو

۶۳

مجله رشد آموزش ریاضی نوشته ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلیم و تربیت، به ویژه معلمان دوره های تحصیلی مختلف را در صورتی که در نشریات عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

- مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تایپ شود.
- شکل قرار گرفتن جدول ها، نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه مطلب نیز مشخص شود.
- تتر مقاله، روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت شود.
- برای ترجمه مقاله، نخست اصل مقاله و منبع دقیق آن، به همراه ترجمه یک بند از آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه آرایه شده، سفارش ترجمه به فرستنده مقاله داده خواهد شد.
- در غیر این صورت، مجله می تواند سفارش ترجمه مقاله را به مترجم دیگری بدهد.
- در متن های ارسالی تا حد امکان از معادل های فارسی واژه ها و اصطلاحات استفاده شود.
- پی نوشت ها و منابع، کامل و شامل نام اثر، نام نویسنده، نام مترجم، محل نشر، ناشر، سال انتشار و شماره صفحه مورد استفاده باشد.
- چکیده ای از اثر و مقاله ارسال شده در حداکثر ۲۵۰ کلمه، همراه مطلب ارسال شود.
- در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده ذکر شود.
- هم چنین:
- مجله در پذیرش، رد، ویرایش یا تلخیص مقاله های رسیده مجاز است.
- مطالب مندرج در مجله الزاماً مبین نظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخگویی به پرسش های خوانندگان، با خود نویسنده یا مترجم است.
- مقاله های دریافتی در صورت پذیرش یا رد بازگشت داده نمی شود.

- نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
- تلفن: ۹-۸۸۳۱۱۶۱ (داخلی ۳۷۴)
- فکس: ۸۸۳۰۱۴۷۸
- وبگاه: www.roshdmag.ir
- پیام نگار: riyazi@roshdmag.ir
- تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
- کد مدیر مسئول: ۱۰۲
- کد دفتر مجله: ۱۱۴
- کد امور مشترکین: ۱۱۴
- نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- تلفن امور مشترکین: ۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۳۳۶۶۵۵
- چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
- شمارگان: ۱۳۲۰۰

پیش فرض‌های تغییرات برنامه‌داری

زیرا موضوع اصلی آن‌ها، پرورش انسان صاحب فکر و اندیشه، جامعه‌پذیر، رها شده از قیود تحمیل شده بر وی، مسئولیت‌پذیر و در یک کلام، «شهروند» جامعه خویش است تا از این طریق، آمادگی حضور معنادار و اثرگذار را در جامعه جهانی پیدا کند. بخش‌هایی از گزارش دلور، همسو با نتایج مطالعه سیر تحول نظام‌های آموزشی در ایران و جهان بود و بخش‌هایی از آن، هشدار به آیندگان است. دلور بر این نکته تأکید کرد که «یادگیری» چشمه‌ای لایزال است که مانند همان «کاری» که سعدی علیه‌الرحمه فرمود، بر اثر جوشش و کوشش، به «گنج» تبدیل می‌شود.

نشد گنج پیدا ولی رنجشان
چنان چون پرگفت شد گنجشان

توصیه‌های دلور شباهت خیره‌کننده‌ای با تیزبینی‌های سعدی داشت؛ بحث دلور بر این تأکید داشت که به قول قدیمی‌ها، «یادگیری» یا پیدا کردن هر «گنجی»، مانند چشمه‌ای است که «در درون افراد می‌جوشد و با آبِ دستی پر نمی‌شود»، همان حرفی که دیویی در شروع قرن بیستم و به عنوان سلسله جنبان «تعلیم و تربیت پیشرفت‌گرا» فریاد می‌کرد «که کودک فنجانی نیست که پرش کنید. بلکه شمعی است که باید روشنش نگاه دارید!».

مطالعه پیدایش و تکوین نظام‌های آموزش عمومی و عالی در ایران و جهان نشان می‌دهد که تا چه اندازه سیر تحول، متأثر از عوامل مختلف در جوامع بومی و جهانی است. زمانی که به سفارش یونسکو، ژاک دلور (۱۹۹۶) در تکمیل گزارش «آموختن برای زیستن» دهه ۱۹۷۰ میلادی گزارش خود را با عنوان «یادگیری گنج درون» منتشر کرد، تقریباً تمام جوامع دستخوش تغییرات شگرف ساختاری و زیربنایی شده بودند و زیرساخت‌های آن‌ها از صنعتی به سمت فراصنعتی در تغییر بودند. تکنولوژی، مناسبات این جوامع را تغییر داده بود و نظریه‌های یادگیری و برنامه درسی متناسب با تغییرات جدید، در حال تدوین و گسترش بود. در واقع، یکی از اصلی‌ترین بحث‌ها در رابطه با تغییرات ایجاد شده - که مبدع آن‌ها هیچ‌یک از نظام‌های آموزشی نبودند - چگونگی پرورش انسانی بود که نه تنها در مقابل تغییرات تاب بیاورد، بلکه سکان‌دار آن باشد. این مهم، مسئولیت بزرگی بر دوش نظام‌های آموزشی قرار می‌دهد که عمده‌تأ آن‌ها فعل‌پذیر بودند تا فعال‌مایشاء. بدین سبب، «یادگیری گنج درون» خطاب به تمام ارکان آموزش‌های رسمی در جهان، به طرح مباحث به ظاهر ساده اما به شدت پیچیده‌ای بود که محور و مدار همه آن‌ها، انسان در حال یادگیری است. مباحث دلور درباره «چگونگی یاد گرفتن» و «ارکان یادگیری مدرسه‌ای» بود که تصور برای عموم «سهل» است اما ذات این مباحث پیچیده‌اند،

در حقیقت، دلور در گزارش خود، برآوردی از انسان مورد انتظار برای ورود به هزاره سوم ارایه و مختصات وی را پیش‌بینی کرد تا نظام‌های آموزشی به تبع آن، جهت‌گیری‌های آتی خود را جرح و تعدیل کنند. طبیعی است که در انجام این مهم، هر یک از ارکان آموزشی نیز به نسبت اهمیت و جایگاهی که در پرورش انسان دارند، نیازمند دوباره‌نگری هستند. اما در هر صورت، مهم نگم نکردن راه و روشن‌تر کردن مسیر است. دلور هم‌چنین، به جوامع به ظاهر پراکنده و متنوع، اما در خواسته‌های انسانی اغلب مشترک، توصیه کرد که به خود بازگردند و از طریق «بازگشت به خویشتن» و از آن جایگاه، با سایر جوامع تعامل برقرار کنند و اینجاست که برای «چگونگی» طراحی چنین مسیری، ادبیات غنی ما به کمکمان می‌آید و نشان می‌دهد که بستر آموزش، چه ظریف و عمیق و نافذ، می‌تواند در خدمت این چنین توجهاتی به «خویشتن» باشد. به‌طور مثال، اخیراً کتابی به همت اکبر قره‌داغی (۱۳۹۰) منتشر شده که در آن، اشعار دبستانی از ۱۲۹۰ تا ۱۳۹۰ جمع‌آوری شده است. یکی از این شعرها، اثر ملک‌الشعراى بهار با عنوان «وطن» است که در «کتاب فارسی سال سوم دبستان از دهه ۲۰ به بعد آمده» که به ابیاتی از آن برای ادامه بحث، اشاره می‌کنم:

وطن

ماهر کوکان ایرانیم	مادر خوش را نگهبانیم
کارماورزش است و خواندن درس	همه از تبلی گریزانیم
همه در فکر ملت و وطنیم	همه در بندین و ایمانیم
همه از یک نژاد و یک خاکیم	گر ز تهران و از خراسانیم
همه پاکیم و راستگوی و شریف	بی خبر از دروغ و بهتانیم
از کسی حرف زور نپذیریم	وز کسی مال مفت نستانیم

ملک‌الشعراى بهار در این شعر، شوق ایرانی بودن، با ایمان بودن، شریف و درستکار بودن و... و در یک کلام «انسان» بودن را در دل کودکان می‌نشانند و به آن‌ها احساس شیرینی از آن‌چه که هستند می‌دهد. به نظر می‌رسد که شواهد بسیاری وجود دارند تا سیاست‌گزاران آموزشی را قانع کند که آموزش، آرامش و استمرار و بُن‌مایه‌ای می‌خواهد که بسیار عمیق‌تر و کارسازتر از تغییرات متعدد و گاهی کم‌پشتوانه و شتاب‌زده است. به‌طور مثال، طی سه سال گذشته، کتاب‌های درسی ریاضی با سرعت در حال تغییرند. بدین سبب، متخصصان آموزشی توصیه می‌کنند زمانی که تغییر، تنها علاج رفع مشکلات آموزشی است، انجام شود. مثلاً، توجیه تغییر کتاب «ریاضی ۱» افت تحصیلی بالای این درس بود. با این استدلال، کتاب تغییر کرد اما مطالعات پراکنده‌ای که تا به حال انجام شده، نشان می‌دهد که ظاهراً عوامل تأثیرگذار بر افت تحصیلی ریاضی سال اول متوسطه، فراتر از محتوای درسی آن بوده است به عنوان روشن‌تر شدن این بحث، به یک آمار رسمی اشاره می‌کنم و با دعوت از همه دست‌اندرکاران حوزه ریاضی مدرسه‌ای برای توجه به این مهم، سختم را به پایان می‌برم:

نتایج امتحانات نهایی خرداد ۱۳۸۹ در سراسر کشور نشان می‌دهد که میانگین دروس سال سوم متوسطه نظری، نگران‌کننده است. میانگین بعضی دروس پایین‌تر از ۱۰ است و در مجموع، میانگین میانگین‌ها حول و حوش ۱۰ است. این در حالی است که میانگین کشوری درس «جبر و احتمال»، ۱۳/۰۴ اعلام شده و هم‌زمان، شنیده می‌شود که، کتاب «جبر و احتمال» در حال تغییر و تبدیل شدن به دو درس «آمار و احتمال ۱» و «آمار و احتمال ۲» است.

طبیعی است که این آمار، ضرورت انجام مطالعات نظری و میدانی را ایجاب می‌کند که لازمه چنین تغییر احتمالی و حامی آن باشند تا جامعه آموزشی، با آرامش بیشتری پذیرای تغییرات باشد و حتی به روی آن آغوش بگشاید.

تابستان گوارای وجودتان باد!

عطیه شیخیان-کارشناس ارشد آموزش ریاضی
زهره گویا-عضو هیئت علمی دانشگاه شهید بهشتی

یادگیری و ارزش‌های آموزشی و شمارش

اشاره

کتاب ریاضی پایه اول دبستان در سال ۱۳۹۰، با تغییری نزدیک به ۱۸۰ درجه نسبت به کتاب قبلی، به بازار عرضه شد و همراه آن، «بسته‌های آموزشی» نیز تولید و در اختیار خریداران قرار گرفت. این در حالی است که تقریباً، تاکنون پژوهش منسجمی در مورد درک عددی و شمارش که ارکان آموزش ریاضی اول ابتدایی‌اند، در ایران انجام نشده است. در نتیجه، تألیف این کتاب که به نظر می‌رسد به مصداق «چون که صد آید نود هم پیش ماست» پایه‌ای برای تدریس کتاب‌های ریاضی پایه‌های بعدی ابتدایی خواهد شد، بحث‌هایی را در مجامع علمی و آموزشی برانگیخته است، مثلاً، یکی از ملموس‌ترین این بحث‌ها آن است که چرا تا به حال، در اکثر مراکز تربیت معلم و دوره‌های آموزش ابتدایی، به معلمان آینده و حال ابتدایی توصیه می‌شد- و می‌شود- که «مراقب باشید دانش‌آموزان، از انگشتان دست برای شمارش استفاده نکنند». این در حالی است که تحقیقات این حوزه نشان می‌دهد که استفاده از انگشتان در شمارش، باعث ارتقای درک مفهومی عدد در کودکان می‌شود. اما سؤال اساسی اینجاست که معلمان پایه اول، چگونه می‌توانند یک شبه، از باورهای شکل گرفته آموزشی خود که در دوره‌های تحصیلی و آموزش‌های ضمن خدمت برایشان ایجاد شده، خود را جدا کنند و به گونه‌ای دیگر عمل کنند؟

امیدواریم این مقاله، فتح بایی باشد برای جدی گرفتن تغییرات و باور کردن این مهم که تقریباً در تمام بخش‌های آموزشی، یافته‌های پژوهشی فراوانی هستند که می‌توانیم، با تحلیل درست، آن‌ها را چراغ راه خود قرار دهیم. در ضمن، مجله رشد آموزش ریاضی از ارایه نظرات موافق یا مخالف در این حوزه، استقبال می‌کند.

سردبیر

مقدمه

به گفته گینزبرگ^۱ (۱۹۷۷)، دنیای کودکان پر از واژه‌های عددی است. آن‌ها هر روز واژه‌های عددی (یک، دو، سه...) را از طریق تلویزیون، کتاب‌های قصه و صحبت‌های (گفتگوی) بزرگ‌ترها می‌شنوند و خودشان سعی در تکرار این واژه‌ها دارند. با این حال، به دلیل ترتیب اعداد و نامتناهی بودن اعداد، تداوم این تجربه به‌طور قابل ملاحظه‌ای مشکل است. وی توضیح می‌دهد که برای کودکان، سخت است درک کنند که چرا کلمه چهار قبل از پنج می‌آید یا چرا دو قبل از سه می‌آید و در واقع، چرا (یک، سه، دو) اشتباه است؟ کودکان یک الگوی منظم در واژه‌های عددی نمی‌بینند. آن‌ها درک می‌کنند که دنباله اعداد مانند یک شعر است که نه تنها باید این کلمه‌ها را حفظ کنند بلکه ترتیب آن‌ها را نیز باید رعایت کنند. برای مشکل دوم، آن‌ها سعی می‌کنند آنچه را که قرار است در یک مدت زمان یاد بگیرند محدود کنند. کودکان ابتدا سعی در یادگرفتن یک تا پنج و بعد شش تا ده می‌کنند. کودکان بعد از یادگیری یک تا ده، برای ادامه اعداد با الگوهای عددی (بیست و یک تا بیست و نه، سی و یک تا سی و نه...) مواجه می‌شوند که به آن‌ها کمک می‌کنند تا راحت‌تر بتوانند دنباله اعداد را حفظ کنند و در ادامه، خودشان اعداد را کشف کنند. کودکان در بازی با همسن و سال‌هایشان این مهارت‌ها را توسعه می‌دهند. اما موزلی^۲ و همکاران (۱۹۹۸) معتقدند این کار، یعنی تکرار اسامی اعداد، شمارش محسوب نمی‌شود زیرا اگر از کودکان که ظاهراً شمارش را می‌دانند، بخواهید تعداد یک مجموعه را بگویند یا دو مجموعه مساوی بسازند، لزوماً نمی‌توانند از این مهارت استفاده کنند یعنی، توانایی جواب دادن به سؤال «چه تعداد» را ندارند. در همین راستا، گینزبرگ (۱۹۷۷) و بارنون (۲۰۰۱)، معتقدند که شمارش واقعی وقتی انجام می‌شود که کودکان مفاهیم طبقه‌بندی، تناظر یک به یک و ترتیب را بدانند. به نظر آن‌ها، برای این‌که کودکان بتوانند یک مجموعه را به درستی بشمارند، ایجاد حداقل سه مهارت، رعایت ترتیب واژه‌های عددی، شمارش هر شیء فقط یک‌بار، و برقراری تناظر یک به یک بین اعداد و اشیای مجموعه در آن‌ها ضروری است. کودکان بعد از کسب توانایی شمارش واقعی، وارد مرحله انجام عملیات حسابی و کسب مهارت‌های حسابی می‌شوند.

کلیدواژه‌ها: یادگیری اعداد، مفهوم عدد، عملیات حسابی، مهارت‌های محاسبه، درک عددی، استراتژی‌های شمارشی، شمارش با انگشتان.

مراحل کسب مهارت‌های محاسباتی

گینزبرگ (۱۹۷۷) معتقد است که تجربیات محسوس و ملموس کودکان بیش از هر کمیتی با تعداد و شمارش همراه است و بدین سبب، زمانی که آن‌ها وارد دوره پیش‌دبستانی و دبستان می‌شوند، ذهنیت آماده‌ای برای یادگیری درک مفهوم عدد از طریق شمردن

تقریباً همه کودکان در سال‌های اولیه مدرسه، از انگشتان دست خود برای شمارش استفاده می‌کنند. استفاده از انگشتان را می‌توان هم در مدل‌سازی مستقیم از یک مسئله شمارش به کار برد و هم برای نگهداری ذهنی دنباله اعداد شمرده شده

یا شمارش تعداد اشیای پیدا کرده‌اند. محققان دیگری از جمله کارپنتر و همکاران (۱۹۸۲)، کارپنتر و موزر (۱۹۸۳)، (نقل شده در گویا، ۱۳۷۷) بر این باورند که تحقیقات انجام شده در حوزه فهم و درک عددی کودکان نشان می‌دهد که چگونگی استفاده کودکان از راهبردهای شمارشی، با گذشت زمان رشد و توسعه می‌یابند. هم‌چنین، مهارت‌های حسابی آن‌ها در سه مرحله مدل‌سازی مستقیم (نمونه آوردن)، راهبردهای شمارش و حقایق عددی (جمع‌های اساسی) کسب می‌شوند.

کارپنتر و همکاران (۱۹۸۴) معتقدند، کودکان با توجه به تفاوت در مسایل جمع و تفریق فرایندهای متفاوتی را برای حل آن‌ها به کار می‌برند و برای مدل‌سازی مستقیم اعمال و روابطی که در مسئله وجود دارد، از اشیای فیزیکی یا از انگشتان دست خود استفاده می‌کنند. آن‌ها توضیح می‌دهند که با گذشت زمان، راهبردهای کودکان مجردتر و کارآمدتر می‌شود؛ راهبردهای مدل‌سازی مستقیم جای خود را به شمارش می‌دهند و به تدریج، راهبردهای شمارشی نیز جای خود را به استفاده از حقایق عددی می‌دهند. علاوه بر این، کارپنتر و همکاران (۱۹۹۹) به این نکته اساسی اشاره می‌کنند که یادگیری جمع و تفریق با اعداد یک رقمی، الزاماً مهارت در حفظ کردن آن‌ها نیست، بلکه بر اساس درک روابط بین اعداد به معنای فهم کلی فرد از اعداد و عملگرها همراه با توانایی استفاده از این فهم به روش‌های منعطف است. در خلال استفاده از روش‌های مدل‌سازی و شمارش، پایه و درک عددی، کودکان تقویت می‌شود که این امر، درک روابط بین اعداد را در آن‌ها تقویت می‌کند. در ادامه همین بحث، گری و همکاران (۲۰۰۴) بر این باورند که با توجه به تفاوت‌های فردی، زمان اختصاص داده شده به هر یک از این سه مرحله، از کودکی به کودک دیگر متفاوت است.

چگونگی استفاده از شمارش در جمع و تفریق

مطالعات کارپنتر و همکاران (۱۹۸۱) نشان می‌دهد که استفاده از راهبردهای شمارش نشانگر مهمی در رشد فهم و درک عددی در کودکان است، زیرا هنگامی که کودکان از راهبردهای شمارش استفاده می‌کنند، به سطحی از درک عددی رسیده‌اند که توان اندیشیدن به اعداد را به‌عنوان اشیایی مجرد دارند. یعنی، زمانی که کودکان این راهبردها را به کار می‌برند، درک می‌کنند که لزومی ندارد برای جمع کردن دو عدد، ابتدا دو مجموعه را با اشیای فیزیکی بسازند و

سپس به شمارش آن‌ها بپردازد.

کارپنتر و همکاران (۱۹۸۴) تأکید می‌کنند که توجه به تفاوت‌های استراتژی مدل‌سازی مستقیم و شمارش مهم است. آن‌ها توضیح می‌دهند که در مدل‌سازی مستقیم، کودکان مقادیر داده شده در مسئله را به صورت فیزیکی نمایش می‌دهند، سپس روابط بین آن مقادیر را مشخص کرده و اعمال مربوط را انجام می‌دهند و در آخر، مجموعه نتیجه را می‌شمارند. در صورتی که در راهبردهای شمارش، کودکان تشخیص می‌دهند که ساختن و شمارش مجموعه‌ها لزومی ندارد، پس پاسخ مسئله را با تمرکز بر روی خود شمارش پیدا می‌کنند. هم‌چنین، راهبردهای شمارش معمولاً مستلزم شمارش دوگانه هم زمان است؛ کودک از اشیای فیزیکی مثل مهره‌ها، انگشتان دست و کشیدن چوب خط، بیشتر برای دنبال کردن شمارش استفاده می‌کنند تا برای نشان دادن مجموعه‌ها در مسئله. در واقع، به گفته کارپنتر (۱۹۹۹)، نقشی که اشیای انگشتان دست در راهبردهای شمارش دارند، با نقشی که در راهبردهای مدل‌سازی مستقیم دارند متفاوت است؛ مثلاً، موقع استفاده از راهبردهای شمارش، انگشتان یا اشیای به تنهایی عضو دوم جمع را نمایش نمی‌دهند، بلکه هنگامی که شمارش گام به گام جلو می‌رود، برای نمایش تعداد اعداد شمرده شده، از آن‌ها استفاده می‌شود. یافته‌های کارپنتر (۱۹۹۹)، کارپنتر و موزر (۱۹۸۴) نقل شده در گوم، م. (۱۳۷۷) و گینزبرگ (۱۹۷۷) اهمیت انواع شمارش را برجسته می‌کنند.

بر خلاف باور عمومی معلمان که اغلب، استفاده از انگشتان را مانعی برای رشد و توسعه ذهن و کسب مهارت‌های حسابی می‌دانند، ادبیات پژوهشی مربوط به حوزه درک عددی کودکان نشان می‌دهد که می‌توان از انگشتان به‌عنوان یک ابزار کمک آموزشی مفید برای درک عددی و توسعه مهارت‌های حسابی کودکان استفاده کرد

انواع شمارش در عملیات جمع و تفریق

مطالعات بر روی چگونگی حل مسئله جمع و تفریق کودکان در حدود نیم قرن، سال‌های ۱۹۲۸ تا ۱۹۷۷، سازگاری قابل ملاحظه‌ای در یافته‌های تحقیقاتی، و هم‌چنین مجموعه راهبردهای خوش‌تعریف که کودکان برای حل مسئله استفاده می‌کنند، نشان می‌دهند. به‌طور کلی، به گفته کارپنتر (۱۹۸۴) راهبردهای شمارشی که کودکان در مسئله‌های جمع و تفریق استفاده می‌کنند شامل موارد زیر است:

«شمارش همه» به این معناست که برای جمع دو یا چند عدد، کودک ابتدا یکی از عددها را انتخاب می‌کند و از یک شروع می‌کند تا به آن عدد برسد. سپس پشت سر آن، عدد بعدی را می‌شمارد و

به همین ترتیب ادامه می‌دهد. به‌طور مثال، در این مرحله، کودک برای انجام عمل جمع ۴+۵، چنین عمل می‌کند: ۱، ۲، ۳، ۴ و ادامه می‌دهد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ که همان حاصل جمع یا نقطه هدف است.

«شمارش در ادامه» یعنی مفروض شمردن تعداد عناصر یکی از مجموعه‌ها و شمارش تعداد عناصر مجموعه(های) بعدی پس از آن. برای روشن شدن این توضیح، در مثال ۴+۵، می‌توان ۴ یا ۵ را مفروض گرفت و با شمارش دیگری، به حاصل جمع یا همان نقطه هدف رسید؛ اگر ۴ مفروض گرفته شود، با شمارش ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹، حاصل جمع ۹ به دست می‌آید. اگر هم ۵ مفروض گرفته شود، با شمارش ۶، ۷، ۸ و ۹، حاصل جمع ۹ به دست می‌آید.

«شمارش از بزرگ‌تر» حالت ویژه‌ای از «شمارش در ادامه» است که در آن، برای جمع دو عدد، همیشه عدد بزرگ‌تر مفروض قرار می‌گیرد، مثل ۴+۵ که با مفروض گرفتن ۵، شمارش تا رسیدن به ۹ ادامه می‌یابد.

برداشتن دو حالت دارد؛ در اولی که «شمارش رو به پایین» نامیده می‌شود، ابتدا حاصل جمع یا همان مجموعه هدف در نظر گرفته می‌شود، سپس به تعداد عناصر یکی از مجموعه‌هایی که آن جمع را ساخته‌اند از حاصل جمع و از طریق شمارش معکوس برداشته می‌شود؛ مثل این که در نمونه ۹-۵=؟ از ۹ شروع کرده و با چهار شمارش معکوس ۸، ۷، ۶ و ۵، به عدد دلخواه ۵ می‌رسیم یا آن که با پنج شمارش معکوس ۸، ۷، ۶، ۵ و ۴، به عدد دلخواه ۴ می‌رسیم. در حالت دیگر که به آن «شمارش رو به بالا» گفته می‌شود، از تعدادی که باید برداشته شود شروع می‌کنیم و با شمارش به سمت بالا تا رسیدن به حاصل جمع، به عدد داده شده می‌رسیم. در مثال قبلی یعنی ۹-۵=؟، مثلاً از ۵ شروع می‌کنیم و با شمارش چهار عدد ۶، ۷، ۸ و ۹ به حاصل جمع ۹ می‌رسیم.

به گفته کارپنتر (۱۹۸۴)، در هر یک از انواع شمارش، استفاده از انگشتان به‌عنوان یک شمارنده خوب برای نگهداری دنباله اعداد شمارش شده، برای کودکان جایگاه ویژه‌ای دارد.

جایگاه انگشتان در شمارش

ادبیات پژوهشی این حوزه نشان می‌دهد که اکثر کودکان، با تجربه‌های غنی شمارش با انگشتان، به مدرسه می‌آیند. جردن و همکاران (۲۰۰۸) اظهار می‌کنند که برای کودکان، انگشتانشان^۹ همیشه در دسترس‌اند و می‌توانند در وقت نیاز، از آن‌ها به سهولت استفاده کنند و این استفاده به کودکان کمک می‌کند که سریع‌تر در محاسبات ذهنی مهارت پیدا کنند. به گفته کارپنتر و همکاران (۱۹۹۹)، تقریباً همه کودکان در سال‌های اولیه مدرسه، از انگشتان دست خود برای شمارش استفاده می‌کنند. استفاده از انگشتان را می‌توان هم در مدل‌سازی مستقیم از یک مسئله شمارش به کار برد و هم برای نگهداری ذهنی دنباله اعداد شمرده شده. در حقیقت، به گفته کارپنتر (۱۹۹۹) کودکان توانایی شمارش را به عنوان یک دانش غیررسمی با خود به مدرسه می‌برند، در رویارویی با ریاضیاتی که در

پژوهشگران روش تدریس را تغییر دادند. در مرحله دوم، در تدریس استراتژی شمارش از اول، برای نگهداری تعداد شمارش شده، دیگر از اشیای فیزیکی استفاده نکردند، بلکه از انگشتان دست کمک گرفتند. هدف آزمایش دوم بررسی تأثیر تدریس با استفاده از الگوی انگشتان دست بر روی دو مورد انتقال توسعه‌ای بود. در این آزمایش، ۱۰۶ دانش‌آموز در ۵ کلاس و در دو پایه اول و دوم و در دو مدرسه شرکت داشتند. دو آزمون یکی در اوایل و دیگری

مدرسه مطرح می‌شود توانایی قابل ملاحظه‌ای نشان می‌دهند و برای درک بهتر آن، از مهارت‌های شمارشی استفاده می‌کنند که با خود به مدرسه برده‌اند. آندرس^{۱۰} (۲۰۰۸) تأکید می‌کند که انگشتان دست یکی از ابزارهای منحصر به فرد و برجسته‌اند که می‌توان از آن‌ها، یک بازنمایی ذهنی ملموس و منعطف از افراز اعداد در ذهن ساخت. وی اشاره می‌کند که مثلاً با انگشتان یک دست می‌توان به راحتی ترکیب‌های پنج را به صورت دو و سه، یک و چهار، و پنج و صفر، در ذهن بازنمایی کرد.

آموزش مهارت‌های حسابی با کمک گرفتن از الگوی انگشتان

بر خلاف باور عمومی معلمان که اغلب، استفاده از انگشتان را مانعی برای رشد و توسعه ذهن و کسب مهارت‌های حسابی می‌دانند، ادبیات پژوهشی مربوط به حوزه درک عددی کودکان نشان می‌دهد که می‌توان از انگشتان به عنوان یک ابزار کمک آموزشی مفید برای درک عددی و توسعه مهارت‌های حسابی کودکان استفاده کرد. فیوسن و سکادا (۱۹۸۶) مطالعه‌ای انجام دادند که هدف آن، آموزش جمع به کودکان به وسیله شمارش در ادامه و با کمک الگوی انگشتان یک دست بود. در این تحقیق، تدریسی مبتنی بر نتایج پژوهش‌های شناختی طراحی شد و تمرکز آن بر عبور دادن کودکان از دو انتقال توسعه‌ای^{۱۱} بود؛ یکی حرکت از شمارش همه به شمارش در ادامه با مجموعه‌ای متشکل از اشیای واقعی به عنوان معرف عددی که می‌خواهد به عدد قبلی اضافه شود، و دیگری انتقال از مرحله اخیر به شمارش همه به عنوان رویه حل یک دنباله عدد-کلام برای حل نمادین مسایل جمع یک رقمی. برای این انتقال، یک روش جدید به طور مشخص کارآمد برای رد نگهداشتن اعداد کلامی که در شمارش همه شمرده می‌شوند آموزش داده شد: آن روش، شمارش در ادامه با الگوهای مبتنی بر انگشتان یک دست بود. آن‌ها برای این تدریس، سه آزمایش زیر را طراحی و اجرا کردند.

در آزمایش اول، به دنبال بررسی این که آیا تدریس شمارش در ادامه به روش سکادا (۱۹۸۲)^{۱۲}، دارای این قابلیت است که برای یک کلاس نوعی استفاده شود یا فقط محدود به آموزش انفرادی است؟ در این آزمایش ۱۰۷ دانش‌آموز در ۵ کلاس و در دو پایه اول و دوم در دو مدرسه شرکت کردند و معلم و یکی از پژوهشگران، کلاس درس را اداره کردند. در این مرحله از تحقیق، برای جمع‌آوری داده‌ها، دو پیش‌آزمون و پس‌آزمون برگزار شد.

تحلیل نتایج نشان داد که دانش‌آموزان گروه آزمایش که با این روش آموزش دیدند، در مورد انتقال توسعه‌ای اول یعنی شمارش همه به شمارش در ادامه با اشیاء، به طور معناداری عملکرد بهتری نسبت به گروه گواه داشتند. در واقع، اکثر دانش‌آموزان در گروه آزمایش در پس‌آزمون از استراتژی شمارش در ادامه با اشیاء، به خوبی استفاده می‌کردند. ولی در مورد انتقال دوم، شمارش در ادامه به عنوان یک رویکرد روش حل دنباله‌ای اعداد برای حل کردن مسایل جمع یک رقمی نمادین، عملکرد خوبی نداشتند. به استناد نتایج آزمایش اول،

تدریس به روش استفاده از الگوی انگشتان دست برای دو انتقال توسعه‌ای، به دانش‌آموزان این فرصت را می‌دهد که آموزش جمع و تفریق را از یک تا چهار سال زودتر از آن چه که در برنامه‌های درسی رسمی موجود پیش‌بینی شده، یاد بگیرند

در اواخر سال تحصیلی برگزار شد. آزمایش دوم با آزمایش اول دو تفاوت داشت؛ اول این که معلم با روش تدریس الگوی انگشتان دست آموزش دیده بود و دومین تفاوت این بود که معلم به تنهایی کلاس درس را اداره می کرد.

نتایج نشان دادند که تحت تأثیر این روش تدریس در هر دو مورد انتقال یعنی شمارش همه به شمارش در ادامه با اشیا و شمارش همه به عنوان رویه حل یک دنباله عدد-کلام برای حل نمادین مسایل جمع یک رقمی، و برای این انتقال، یک روش جدید به طور مشخص کارآمد برای رد نگهداشتن اعداد کلامی که در شمارش همه شمرده می شوند، دانش آموزان به طور معناداری عملکرد بهتری نسبت به گروه گواه داشتند. در واقع اکثر دانش آموزان در پس آزمون، به طور کارآمدتری از استراتژی شمارش در ادامه استفاده کردند.

نتایج موفقیت آمیز دوم، پژوهشگران را با دو سؤال اساسی مواجه کرد: آیا این روش تدریس به دانش آموزانی که توانایی ریاضی ضعیفتری دارند، کمک می کند؟ از طرفی، آیا در این روش تدریس، یادگیری معنادار - افزایش مدت زمان نگهداری و استفاده از محتوای یادگرفته شده برای یادگیری مطالب بعدی - اتفاق می افتد؟

پژوهشگران برای پیدا کردن جواب این دو سؤال، آزمایش سوم را طراحی و اجرا کردند. در این آزمایش، شرکت کنندگان دانش آموزان پایه های اول و دوم همان دو مدرسه آزمایش دوم بودند. دانش آموزان در هر مدرسه، توسط معلمان به سه دسته ضعیف، متوسط و قوی تقسیم شدند تا شرایط پاسخگویی به سؤال اول یعنی دانش آموزان با توانایی ریاضی ضعیف تر فراهم شود. دانش آموزان کلاس دوم این دو مدرسه همان دانش آموزان کلاس اولی آزمایش دوم بودند که با روش الگوی انگشتان آموزش دیده بودند. کلاس دومی های این آزمایش برای بررسی یادگیری معنادار انتخاب شده بودند. آزمون ها و روش تدریس استفاده شده در آزمایش سوم مشابه آزمایش دوم بود.

تجزیه و تحلیل داده ها نشان داد که در این آزمایش، دانش آموزان به طور معناداری عملکرد خوبی در هر دو انتقال داشتند. در واقع، اکثر دانش آموزان هر سه دسته، در پس آزمون از استراتژی شمارش در ادامه به طور کارآمدتری استفاده می کردند. در ادامه، پژوهشگران برای بررسی سؤال دوم - یادگیری معنادار - دو متغیر دیگر را اندازه گیری کردند: عملکرد کلاس دومی ها در جمع اعداد چند رقمی، و استفاده آن ها از استراتژی شمارش در ادامه برای انجام عملیات تفریق. تحلیل داده های این دو متغیر نشان می دهد تدریس استراتژی شمارش از اول، نه تنها مانع یادگیری دیگر موضوع های مهم درسی نمی شود بلکه تسهیل کننده یادگیری مطالب بعدی نیز هست.

فیوسون و همکاران (۱۹۸۶) به استناد یافته های این تحقیق، نتیجه گیری کردند که تدریس به روش استفاده از الگوی انگشتان دست برای دو انتقال توسعه ای، به دانش آموزان این فرصت را می دهد که آموزش جمع و تفریق را از یک تا چهار سال زودتر از آن چه که در برنامه های درسی رسمی موجود پیش بینی شده، یاد بگیرند و در نتیجه، برنامه ریزان درسی ریاضی دوره ابتدایی می توانند با عنایت به

این یافته ها، به دوباره نگری در برنامه ها بپردازند.

فیوسون و همکاران (۱۹۸۶) در تحقیقی مشابه، با استفاده از استراتژی شمارش به بالا^{۱۳} درصدد آموزش تفریق به دانش آموزان با بهره گیری از الگوی انگشتان دست بودند. در این تحقیق، ۱۰۳ دانش آموز در دو مدرسه با پنج کلاس پایه اول و یک کلاس پایه دوم که در سطح ضعیفی از ریاضی بودند، شرکت داشتند. تدریس توسط معلم آموزش دیده و با روش آموزش جمع و تفریق با الگوی انگشتان دست انجام شد. در ابتدا و انتهای این تحقیق نیز، پژوهشگران دو پیش آزمون و پس آزمون برگزار کردند و علاوه بر آن، در پایان دوره نیز با نیمی از دانش آموزان مصاحبه کردند. دانش آموزانی که در مصاحبه شرکت کردند، با توجه به نمره هایشان در دو آزمون، از افرادی که بالاترین و پایین ترین نمره را دو آزمون کسب کرده بودند، به طور تصادفی انتخاب شدند.

نتایج این تحقیق نشان داد که روش استفاده از الگوی انگشتان دست، برای آموزش دادن تفریق مفید است، زیرا اکثر دانش آموزان

علاوه بر تحقیقاتی که توسط آموزشگران ریاضی در حوزه شمارش با انگشتان انجام شده، در حوزه علوم پزشکی نیز تحقیقاتی در ارتباط با درک عددی و انگشتان انجام شده است

شرکت کننده در این تحقیق، هر سه نوع مسایل تفریق یعنی قرض گرفتن^{۱۴}، مقایسه ای^{۱۵} و برابر کردن^{۱۶} را با روش شمارش از بالا، به طور کارآمد انجام دادند.

علاوه بر اینها، جردن و همکاران (۲۰۰۸) نیز در یک مطالعه طولی^{۱۷} به مدت سه سال، به مقایسه تغییرات دانش آموزان در تعداد دفعات استفاده از انگشتان برای تولید ترکیب های مختلف عددی در مقابل افزایش توجه آن ها نسبت به درستی و دقت جواب در طی زمان، پرداختند. در این مطالعه طولی، ۴۱۴ دانش آموز از شروع دوره پیش دبستانی شرکت کردند. از این گروه شرکت کننده، ۲۱۷ دانش آموز تا پایان تحقیق یعنی پایان سال دوم ابتدایی، باقی ماندند. نکته اساسی در مورد روش تدریس در این سه سال این بود که دانش آموزان برای استفاده از انگشتان، مورد تشویق یا مؤاخذه قرار نمی گرفتند. از دانش آموزان شرکت کننده در این تحقیق، ۱۱ بار آزمون گرفته شد که شامل چهار آزمون در پیش دبستانی، چهار آزمون در سال اول ابتدایی و سه آزمون در سال دوم ابتدایی بود. از این گذشته، همه دانش آموزان به طور انفرادی، در مدرسه و توسط افرادی که آموزش دیده بودند، مورد مصاحبه قرار گرفتند. در مصاحبه ها، به دانش آموزان اختیار داده شده بود که از روش و اشیا دلخواه خود استفاده کنند. با تجزیه و تحلیل داده های جمع آوری شده از ۱۱ آزمون و مصاحبه ها، پژوهشگران به این نتیجه رسیدند که رابطه معنادار مثبتی بین تعداد دفعاتی که کودکان پیش دبستانی از انگشتان دست خود

با توجه به تفاوت‌های فردی، زمان اختصاص داده شده به هر یک از این سه مرحله، از کودکی به کودک دیگر متفاوت است

می‌دهد که آموزش انگشتان نه تنها بر روی شناخت طبیعت انگشتان تأثیر دارد، بلکه باعث بهبود عملکرد در سه مهارت عددی پایه‌ای به شرح زیر است:

توانایی شمارش بدون محاسبه و با چشم دیدن از یک تا چهار. عده‌ای از روان‌شناسان شناختی معتقدند که شمارش تا چهار بدون محاسبه، درک یا هر قاعده‌ای، در انسان و بعضی از حیوانات از جمله شامپانزه، فطری است^{۲۵} (لکاف و نونز، ۲۰۰۰)؛

شمارش با حرکت دادن انگشتان^{۲۶}. در فرهنگ‌های مختلف متفاوت است؛ مثلاً در فرهنگ‌های آمریکایی و کانادایی، برای شمارش با انگشتان، معمولاً آن‌ها را مشت می‌کنند و ابتدا انگشت شست را بالا می‌برند و بعد به ترتیب، سایر انگشتان را تا به انگشت آخری (کوچک) برسند. در صورتی که در فرهنگ ایرانی، عموماً برعکس این را انجام می‌دهند، یعنی از پنجه باز و انگشت آخری (کوچک) شروع می‌کنند و آن را می‌بندند و به ترتیب، سایر انگشتان را تا انگشت شست می‌بندند و مشت را کامل می‌کنند. اما با وجود تفاوتی که از نظر شکلی در این دو روش وجود دارد، ماهیت آن‌ها یکسان است زیرا هر دو برای شمارش، انگشتان را حرکت می‌دهند و بدین سبب در زبان فارسی، این روش را شمارش با حرکت دادن انگشتان می‌نامیم تا معرف هر دو حالت بالا باشد.

قضاوت ترتیبی اعداد^{۲۷} شناخت ترتیب اعداد و قضاوت نسبت به تعداد آن‌ها بدون استفاده از شمارش فیزیکی است.

باور معلمان

بررسی پیشینه پژوهش‌های انجام شده در حوزه یادگیری ریاضی کودکان مؤید این است که شمارش با انگشتان و سایر ابزار فیزیکی، تسهیل‌کننده یادگیری جمع و تفریق توسط کودکان است و انگشتان به عنوان ابزار شناختی مفید، کمک زیادی به آموزش بهتر این مفاهیم می‌کنند. اما این سؤال هم‌چنان مطرح است که چرا در ایران، سنت غالب تدریس در دوره ابتدایی، مخالف این یافته‌هاست. چرا هنوز این باور که استفاده از انگشتان در شمارش، مانع توسعه فهم و درک و ایجاد مهارت‌های محاسباتی در دانش‌آموزان می‌شود، در بعضی از معلمان نهادینه شده است تا جایی که دانش‌آموزانشان را از استفاده از انگشتان در شمارش منع می‌کنند. بدین ترتیب در این مقاله به اختصار، محقق احساس ضرورت کرد تا در این تحقیق به بررسی باور معلمان ابتدایی بپردازد. برای یافتن جواب وارد ادبیات پژوهشی حوزه باور معلمان ابتدایی نسبت به شمارش و تأثیر آن به بر روی درک عددی کودکان شد. محقق در این حوزه چیزی پیدا نکرد.

استفاده می‌کنند و ترکیب‌های عددی درستی که توسط آن‌ها تولید شده بود وجود داشت. اما این تحقیق نشان داد که این رابطه مثبت در سال اول کمی کاهش یافت و در پایان سال دوم منفی شد. در واقع، درستی حل ترکیب‌های عددی از پیش‌دبستانی تا پایان سال دوم افزایش یکنواخت پیدا کرد و در مقابل، تعداد دفعات استفاده کودکان از انگشتان کاهش یافت. این تحقیق نشان داد که دانش‌آموزان در پایان سال دوم، از راهبردهای کارآمد دیگری استفاده کردند. با توجه به این یافته‌ها، آن‌ها نتیجه‌گیری کردند که کودکان به استفاده از انگشتان عادت نمی‌کنند، بلکه از آن به عنوان داربستی برای رسیدن به راهبردهای کارآمدتر کمک می‌گیرند.

علاوه بر تحقیقاتی که توسط آموزشگران ریاضی در حوزه شمارش با انگشتان انجام شده، در حوزه علوم پزشکی نیز تحقیقاتی در ارتباط با درک عددی و انگشتان انجام شده است که به دلیل مرتبط بودن آن‌ها با بحث این مقاله، به اختصار به بعضی از آن‌ها اشاره می‌شود.

یافته‌های پزشکی در رابطه با درک عددی و انگشتان

یافته‌های تحقیقاتی علوم پزشکی در حوزه مغز و اعصاب^{۱۸} نشان می‌دهند که بخشی از شبکه‌های قشری مغز که برای حرکات انگشتان دست به کار گرفته می‌شود، با قسمتی که یادگیری اعداد توسط آن اتفاق می‌افتد، همپوشانی زیادی دارد (آندرز و همکاران ۲۰۰۸، به نقل از باترورت^{۱۹}، ۱۹۹۹).

گارسیا بافالوی^{۲۰} (۲۰۰۸) نیز به نقل از باترورت (۱۹۹۹)، بر اهمیت انگشتان در بازنمایی اعداد تأکید نموده و بیان می‌دارد که حرکت انگشتان، نقش بسزایی در یادگیری اعداد دارد.

هم‌چنین، نوئل^{۲۱} (۲۰۰۷) در مطالعه‌ای، به بررسی قدرت پیشگویی رمز و رازگونه طبیعت انگشتان^{۲۲} بر روی توانایی عددی دانش‌آموزان کلاس اول پرداخت. وی در تجزیه و تحلیل خود به این نتیجه رسید که «بر خلاف استفاده از توسعه شناختی به عنوان معیاری برای سنجش توانایی عمومی کودکان، عملکرد کودکان بر روی شناخت طبیعت انگشتان، پیش‌بینی‌کننده قابل اعتمادتری برای سنجش مهارت‌های عددی آن‌هاست.»

محققان دیگری از جمله فایول^{۲۳}، بارویل و مارینته (۱۹۹۸) و پتر ویلگر^{۲۴} و آندرسون (۲۰۰۸) در تحقیقات خود به بررسی مغز و اعصاب به عنوان عامل پیش‌بینی‌کننده موفقیت حساب کودکان پرداختند و همگی به این نتیجه رسیدند که یک عامل پیش‌بینی‌کننده قوی برای موفقیت کودکان در کارهای محاسباتی، عملکرد آن‌ها در کارهای عددی مختلفی است که با استفاده از انگشتان خود انجام می‌دهند.

از این گذشته گارسیا و نوئل (۲۰۰۸) نیز در مطالعه‌ای، به بررسی افزایش مهارت‌های عددی کودکان به کمک انگشتان پرداختند. گارسیا و پاسکال با مفروض گرفتن نتایج تحقیقاتی که در بالا ذکر شد، این سؤال را مطرح کردند که آیا آموزش «تفاوت انگشتان» باعث افزایش شناخت «طبیعت انگشتان» و هم‌چنین باعث بهبود و توسعه عملکرد کودکان در مهارت‌های عددی می‌شود؟ یافته‌های این مطالعه نشان

جردن و همکاران (۲۰۰۸) دریافتند که کودکان، به استفاده از انگشتان عادت نمی‌کنند - چیزی که در آموزش‌های معلمان ابتدایی به عنوان خطری جدی، نسبت به آن هشدار داده شده است - بلکه از آن به عنوان داریستی برای رسیدن به استراتژی‌های کارآمدتر کمک می‌گیرند

اما این سؤال همچنان مطرح است که چرا در ایران، سنت غالب تدریس در دوره ابتدایی، مخالف این یافته‌هاست. چرا هنوز این باور که استفاده از انگشتان در شمارش، مانع توسعه فهم و درک و ایجاد مهارت‌های محاسباتی در دانش‌آموزان می‌شود، در بعضی از معلمان نهادینه شده است

چگونگی استفاده کودکان از راهبردهای شمارشی در جمع و تفریق

تحقیقات متعددی مؤید این است که انسان وقتی مطلبی را واقعاً درک می‌کند که در ساختن فهم خود از آن، سهیم باشد و نسبت به آن احساس تملک کند. تحقیقات نشان می‌دهد، اگر کودکان چیزی را نساژند و معلم به تنهایی سعی کند فقط آن مفهوم را برای آن‌ها شرح دهد، کودکان آن را واقعاً درک نمی‌کنند و یاد نمی‌گیرند (کارپنتر و همکاران، ۱۹۹۹). اگر معلم بخواهد یک‌طرفه و بدون شناخت آن‌چه که در ذهن کودکان ساخته شده یا در حال ساخته شدن است، شیوه خاصی را برای آموزش ریاضی و حل مسایل آن به کار ببرد، برای آن‌ها چندان با معنی نیست و در چنین شرایطی، در واقع آن‌ها مجبور می‌شوند که بدون دلیل، مطالب ارایه شده از طرف معلم را از بر کنند/ حفظ کنند (کارپنتر و همکاران، ۱۹۹۹). در حقیقت، لازم است بدانیم که کودکان درباره ریاضی به طریقی نمی‌اندیشند که ما می‌اندیشیم. پس کودکان نیازمند فرصت‌هایی هستند تا بر اساس دانسته‌های قبلی خود، ریاضی را درک کنند و به تدریج، طرح‌واره‌های پایه‌ای ریاضی خود را بسازند. برای این کار، لازم است بفهمیم آن‌ها درباره ریاضی چگونه فکر می‌کنند، چگونه می‌اندیشند و چگونه عمل می‌کنند.

گویا (مریم، ۱۳۷۷، به نقل از کاب^{۲۸} و همکاران، ۱۹۸۹) ابراز می‌دارد که تحقیقات در مورد چگونگی یادگیری کودکان نشان می‌دهد که آن‌ها قادر به ساختن مقدار زیادی از دانش ریاضی خود هستند. این یافته مؤید تحقیقات گینزبرگ (۱۹۷۷) در همین زمینه است که

معتقد است کودکان به طور طبیعی با ساختار ریاضی آشنا می‌شوند و با یک نظام غیررسمی اما خوب توسعه یافته وارد دوره ابتدایی می‌شوند. این نوع مطالعات، محققان و برنامه‌ریزان دوره ابتدایی را متقاعد کرده است که به دنبال شناخت دنیای پر رمز و راز یادگیری ریاضی کودکان باشند. به طور مثال، کارپنتر و موزر و رامبرگ (۱۹۸۲) (نقل شده در گویا، ۱۳۷۷) در مطالعه‌ای دریافتند که راهبردهای اختراع شده توسط کودکان برای حل مسایل جمع و تفریق، غالباً کارآمدتر و مفهومی‌تر از مراحل انجام حل مکانیکی/ رویه‌ای بسیاری از مسایل در اغلب برنامه‌های درسی یا کتاب‌های درسی ریاضی هستند. آن‌ها همچنین، مشاهده کردند که کودکان، مسایل کلامی جمع و تفریق را با بهره‌گیری از استراتژی مدل‌سازی و شمارش، حل می‌کنند که این استراتژی، به شدت تحت تأثیر ساختار نحوی مسئله قرار دارد. بدین سبب، این محققان در تحقیق خود، تمایزهای بین ساختارهای مسایل جمع و تفریق را به صورت زیر تقسیم‌بندی کردند.

انواع مسایل جمع و تفریق بر حسب تمایزهای ساختار نحوی
انواع مسایل جمع و تفریق دارای تفاوت‌های مهمی هستند که این تفاوت‌ها بر روی روش‌هایی که کودکان درباره آن‌ها فکر می‌کنند و به راه حل می‌رسند تأثیر می‌گذارد. برای نمونه، راه‌های مختلفی برای تفکیک مسایلی وجود دارد که با عبارات کلامی صورت‌بندی شده است. اما از نظر کارپنتر و موزر و رامبرگ (۱۹۸۲)، یکی از مفیدترین راه‌های طبقه‌بندی آن‌ها، دقت و تمرکز بر روی انواع اعمال یا روابطی است که در این مسایل وجود دارد و بدین ترتیب، مسایل جمع و تفریق را در چهار طبقه اصلی متصل کردن^{۲۹} (J)، جدا کردن^{۳۰} (S)، جزء- جزء^{۳۱} (P.P.W) و مقایسه^{۳۲} (C) قرار دادند. مسایل متصل کردن شامل اعمال مستقیم و غیرمستقیم هستند که در آن‌ها، یک مجموعه با تعداد معینی افزایش می‌یابد. مثال زیر معرف این نوع مسایل است:

● روی درختی ۳ پرندۀ نشسته‌اند. روی همین درخت، ۲ پرندۀ دیگر هم می‌نشینند. حالا چند پرندۀ بر روی آن درخت نشسته است؟
عمل انجام شده برای این مسئله طی زمان اتفاق می‌افتد یعنی تعداد دومی (تغییر) در زمان (۲) به تعداد اولیه در زمان (۱) می‌پیوندد و نتیجه، تعداد نهایی ۵ در زمان (۳) است. بنابر این، سه نوع متفاوت از مسایل متصل کردن، بر اساس این‌که کدام یک از مراحل زمانی یک تا سه، مجهول باشد، وجود دارد.

مسایل جدا کردن در بسیاری از جنبه‌ها، مشابه مسایل متصل کردن هستند. در طی زمان، عملی انجام می‌گیرد، اما در این مورد، مقدار اولیه به جای افزایش، کاهش می‌یابد. در مسایل جدا کردن هم مانند مسایل متصل کردن، سه کمیت مجزا وجود دارند که هر کدام از آن‌ها، می‌توانند مجهول باشند.

مسایل جزء - جزء - کل، شامل روابط ثابتی بین یک مجموعه و دو زیرمجموعه مجزا از آن مجموعه‌اند. بر خلاف مسایل جدا کردن یا متصل کردن، در این نوع مسایل هیچ عمل مستقیم یا ضمنی

وجود ندارد و تغییری در طی زمان روی نمی‌دهد. از آنجایی که مجموعه‌ای روی مجموعه دیگر ریخته نمی‌شود، هر دو زیرمجموعه نقش مشابهی در مسئله دارند. یعنی مسئله با به این شکل است که دو جزء را می‌دهند و کل مجهول است، یا یکی از اجزاء و کل را می‌دهند و جزء دیگر را می‌خواهند.

هم‌چنین، مسایل مقایسه‌ای مانند مسایل جزء- جزء- کل، شامل روابطی بین کمیت‌هاست. در این نوع مسایل، اگر چه عمل روی هم ریختن یا جدا کردن وجود ندارد، اما دو مجموعه متفاوت و جدا از هم مقایسه می‌شوند. بر خلاف مسایل جزء- جزء- کل، در مسایل مقایسه‌ای، رابطه بین یک مجموعه و دو زیرمجموعه آن مورد بحث نیست بلکه چون یک مجموعه با مجموعه دیگری مقایسه می‌شود، یک مجموعه به‌عنوان مرجع و دیگری به‌عنوان مقایسه نامیده می‌شود. در این نوع مسایل، عامل سوم تفاوت یا تعدادی است که یک مجموعه از دیگری بیشتر است.

عبارت عددی

بعضی از مسایل چهار عمل اصلی، به جای عبارت‌های کلامی با عبارت‌های عددی بیان می‌شوند (کارپنتر ۱۹۹۹). در نتیجه، می‌توان از آن‌ها برای تفکیک انواع مسایل استفاده کرد. این روش به‌ویژه برای مسایل متصل کردنی و جدا کردنی مفید است. به‌طور مثال، در هر یک از عبارت‌های عددی $2+5=7$ و $3-5=8$ ، سه کمیت وجود دارد که هر یک می‌تواند مجهول باشد و این وضعیت، مشابه مسایلی است که با عبارت‌های کلامی بیان می‌شوند.

به گفته کارپنتر (۱۹۹۹)، توانایی کودکان در حل مسایل کلامی، به مقدار زیاد بستگی به توانایی آن‌ها در شناختن تفاوت‌های بین انواع مسایلی دارد که مورد بحث قرار گرفت. تغییر در عبارت‌های کلامی و موقعیت‌هایی که در مسایل مطرح می‌شوند، می‌تواند حل کردن مسئله را برای کودکان کم و بیش مشکل سازد. پس می‌توان با ساده کردن اعمال و روابط موجود در مسئله در حد مقدور، حل کردن آن‌ها را برای کودکان ساده‌تر نمود.

راهنمای کودکان در حل مسایل شمارشی

بعضی از پژوهشگران معتقدند که اگر به کودکان آزادی عمل و امکان داده شود، آن‌ها قادرند برای حل مسایل جمع و تفریق، راهنمایی ابداع کنند (گینزبرگ، ۱۹۷۷) که با گذشت زمان، به تدریج توسعه می‌یابند و یافته‌های پژوهشی وی، پشتیبان این ادعاست. انواع مسایل جمع و تفریق تفاوت‌هایی با هم دارند که بازتاب آن را می‌توان در راه حل‌های کودکان مشاهده نمود. تحقیقات نشان می‌دهند که اغلب کودکان برای حل این نوع مسایل، از مدل‌سازی مستقیم اعمال و روابطی که در مسئله وجود دارد و اشیای فیزیکی مثل مهره و انواع شمارنده‌ها و انگشتان دست خود استفاده می‌کنند. با گذشت زمان و به تدریج، راهنمای کودکان مجردتر می‌شود؛ روش‌های استفاده از راهنمای مدل‌سازی مستقیم، جای خود را به روش‌های

شمارش می‌دهد و روش‌های شمارش نیز با گذشت زمان، جای خود را به استفاده از حقایق عددی می‌دهد^{۳۳} که در زیر، به اختصار به هر یک پرداخته می‌شود.

روش‌های مدل‌سازی مستقیم

کودکان برای حل کردن بسیاری از انواع مسایلی که شرح داده شد، راهبردهایی برای مدل‌سازی مستقیم ابداع می‌کنند. کودکان در مسایل متصل کردنی و جزء- جزء- کل، برای نمایش اجزای جمع، از اشیایی مانند مهره، مداد رنگی یا انگشتانشان استفاده می‌کنند. سپس اجتماع دو مجموعه را می‌شمارند اما در حل مسئله از طریق مدل‌سازی، اعمال و روابط موجود در مسئله را مدل‌سازی می‌کنند. به مثال زیر توجه کنید:

● علی ۴ ماشین اسباب‌بازی دارد. خواهرش به او ۷ ماشین دیگر می‌دهد. حالا او چند ماشین اسباب‌بازی دارد؟
پژوهش نشان داد (گینزبرگ، ۱۹۷۷) که برای حل این مسئله، کودکان ابتدا یک مجموعه ۴ تایی و سپس یک مجموعه ۷ تایی ساختند. سپس، همه را روی همه ریختند و شمردند.

● علی ۳ شکلات و برادرش ۸ شکلات دارد. علی چند شکلات از برادرش کمتر دارد؟

برای حل این مسئله، کودکان ابتدا یک مجموعه ۳ تایی را با یک مجموعه ۸ تایی مقابل هم قرار دادند و بین آن‌ها یک تناظر یک به یک ایجاد کردند. پس از آن، اختلاف دو مجموعه را شمردند تا به عدد ۵ رسیدند که جواب مسئله است.

راهنمای شمارش

راهنمای شمارش از مدل‌سازی با اشیای فیزیکی موثرتر و در ضمن، مجردتر است. زمانی که کودک این روش را به کار می‌برد، در واقع درک می‌کند که برای حل مسایل جمع و تفریق، ساختن فیزیکی دو مجموعه داده شده در مسئله و سپس شمارش آن‌ها لزومی ندارد. علاوه بر این، کودکان برای حل مسایل متصل کردنی و جزء- جزء- کل، معمولاً از دو استراتژی شمارش استفاده می‌کنند که هر دو، به هم مرتبط‌اند. در اولین استراتژی، کودک از عدد اصلی مجموعه اولی شروع به شمارش می‌کند و پشت سر هم به تعداد عدد مجموعه دوم شمارش را ادامه می‌دهد (کارپنتر، ۱۹۸۴):

● علی ۴ ماشین اسباب‌بازی دارد. خواهرش به او ۷ ماشین دیگر می‌دهد. حالا او چند ماشین اسباب‌بازی دارد؟
کودک ابتدا تا عدد ۴ می‌شمرد، مکث می‌کند، سپس به ترتیب هفت عدد دیگر هم می‌شمارد؛ ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ و ۱۱. کودک در هنگام شمارش، برای هر عددی که می‌شمرد یک انگشت خود را نشان می‌دهد. وقتی ۷ انگشت خود را باز یا بسته می‌کند^{۳۴}، شمارش را متوقف می‌کند و جواب مسئله را می‌دهد. این نوع شمارش، همان شمارش از ابتداست.

استراتژی دیگر این است که کودک شمارش را از عدد مجموعه

منظور از حقایق عددی، روابط شناخته شده بین اعداد است که پس از یادگیری با فهم و درک، بر اثر تکرار، تبدیل به دانسته‌های بدیهی می‌شوند. حقایق عددی یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی در پایه اول ابتدایی است

بزرگ‌تر شروع می‌کند، صرف نظر از این که این مجموعه، اول یا دوم است. این نوع استراتژی، «شمارش از بزرگ‌تر» نامیده می‌شود.

● علی ۱۲ ماشین اسباب بازی داشت. تعدادی از آن‌ها را به برادرش داد. حالا ۸ ماشین اسباب‌بازی برای او باقی مانده است. علی چند ماشین به برادرش داد؟

کودک از ۱۲ شروع می‌کند و با حرکت دادن انگشتانش، آن قدر می‌شمارد تا به ۸ یعنی تعداد ماشین‌های باقی‌مانده‌اش برسد. بعد، تعداد انگشتانی را که حرکت داده - باز یا بسته - می‌شمارد که چهارتاست و ۴ همان پاسخ مطلوب است.

در دو استراتژی شمارشی بالا، کودک باید به طریقی تعداد مجموعه دوم را پشت سر هم بشمارد و در ذهن نگه دارد. اغلب کودکان برای این که بدانند چند عدد را پشت سر هم شمرده‌اند، از انگشتان دست استفاده می‌کنند. برخی از کودکان هم ممکن است از مهره‌ها یا چوب خط استفاده کنند. اما پس از گذشت زمان، تعداد قابل توجهی از کودکان در هنگام شمارش، هیچ نشانه فیزیکی را به کار نمی‌برند و شمارش را ذهنی انجام می‌دهند.

نقشی که اشیاء یا انگشتان دست در راهبردهای شمارش دارند، با نقشی که در راهبردهای مدل‌سازی مستقیم دارند متفاوت است. در راهبردهای شمارش، انگشتان به تنهایی عضو دوم جمع را نمایش نمی‌دهند، بلکه هنگامی که شمارش به ترتیب جلو می‌رود، برای نمایش تعداد اعداد شمرده شده از آن‌ها استفاده می‌شود. کودکان اغلب هنگام استفاده از انگشتان، به نظر نمی‌رسد آن‌ها را می‌شمرند. بسیاری از کودکان الگوهای دوتایی، سه‌تایی، چهارتایی و... انگشتان را با یک نگاه می‌شناسند و می‌توانند با دیدن تعدادی آن‌ها، بگویند چندتا است (کارپنتر ۱۹۸۴).

حقایق عددی

منظور از حقایق عددی^{۳۵}، روابط شناخته شده بین اعداد است که پس از یادگیری با فهم و درک، بر اثر تکرار، تبدیل به دانسته‌های بدیهی می‌شوند. حقایق عددی یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی در پایه اول ابتدایی است. ولی تحقیقات نشان می‌دهد ایجاد این توانایی در کودکان، به زمان و فرصت بیشتری نیاز دارد. تحقیقات نشان می‌دهد که بسیاری از کودکان، حتی بعد از گذراندن پایه دوم نیز به چنین توانایی نرسیده‌اند (فیوسون، ۱۹۸۶). محققان هشدار می‌دهند که نباید سرعت عمل کودکان را در استفاده از راهبردهای شمارشی، به عنوان یادگیری حقایق عددی تلقی کرد. با این وجود، کارپنتر

(۱۹۸۴) اشاره می‌کند که اگر چه راهبردهای شمارش در حل کردن مسایل مفیدند، اما برای اعداد بزرگ غیرمفید و ناکارآمد هستند. کودکان یاد گرفتن جمع‌های اساسی را هم‌زمانی که حل مسایل را تجربه می‌کنند، آغاز می‌کنند.

جمع‌بندی

وقتی ساختمانی توسط یک معمار ساخته می‌شود، با توجه به انتظاراتی که در آینده از آن خانه دارند، شالوده و اساس آن ساختمان را محکم می‌کنند در آموزش رسمی نیز، وقتی قرار است کودکان برای زندگی دنیای در حال تغییر فردا آموزش ببینند و آماده شوند، لازم است که به پایه و اساس آن آموزش که یکی از آن‌ها، ریاضی دوره ابتدایی است، توجه اساسی شود، زیرا تصورات کودکان از ریاضی، در این دوره شکل می‌گیرد. یکی از ارکان ریاضی این دوره هم، یادگیری واژه‌هایی عددی و درک مفهوم عدد و شمارش است. هدف این مقاله که بخشی از یک مطالعه وسیع است، بررسی پیشینه نقش استفاده از انگشتان در توسعه درک مفهوم عدد، تسهیل شمارش و یادگیری واژه‌های عددی بود.

پی‌نوشت

1. Herbert Ginsburg
2. Frances Mosley
3. Counting all
4. Counting- on from first
5. Counting-on from larger
6. Take away
7. Counting Down from
8. Counting up from given
۹. طبیعی است که این بحث، شامل حالت‌های ویژه که کودک فاقد انگشتان است نمی‌شود.
10. Micheal M. Anderse
11. Developmental Transitions
۱۲. سکادا (۱۹۸۲) در مقاله‌ای با عنوان «استفاده از شمارش برای تفریق» روشی را برای تدریس تفریق پیشنهاد دارد که این مقاله، در جلسه‌ای در اتحادیه تحقیقات آموزشی آمریکا (AERA) ارائه شد.

13. Counting up
14. Separate (take-away)
- در فارسی به معادل جدا کردن یا برداشتن، «قرض گرفتن» استفاده می‌شود.
15. Compare
16. equalize
17. Longitudinal Study
18. Neuropsychological
19. Butterworth
20. Maria Gracia-Bafalluy
21. Marie Pascale Noel
22. Finger Gnosis

منظور از این عبارت، شناخت رمز و رازگونه روحانی یا ماورای الطبیعه انگشتان است. اما با توجه به توضیحات موجود در تحقیق، در واقع منظور همان شناخت ماهیت و طبیعت انگشتان است.

23. Fayol
24. Marcie Penner Wilger
25. Subitizing
26. Counting raised fingers
27. Ordinality judgement
28. Cobb
29. Join
30. Separate
31. Part-Part-whole
32. Compare
33. Number Facts

۳۴. پیش‌تر توضیح دادیم که در بعضی فرهنگ‌ها برای نگهداشتن رد شمارش، انگشت‌ها را باز و در بعضی فرهنگ‌ها می‌بندند.

۳۵. بعضی از مطالبی که در این بخش آورده شده است، از کارهای تحقیقاتی گینزبرگ (۱۹۷۷) است که نتایج حاصل از این تحقیقات، در کتابی با عنوان «حساب کودکان: فرایند یادگیری»، جمع‌آوری شده است. هم‌چنین، تحقیقات کارپنتر و همکاران (۱۹۸۲) نیز در کتابی با عنوان «آموزش ریاضیات: براساس رشد شناختی کودک»، منتشر شده است. مثال‌های آرایه شده در این بخش نیز از این دو کتاب گرفته شده است. ولی بعضی از مثال‌هایی که از نظر فرهنگی بسیار متفاوت بودند یا در مواردی که مثال‌ها به قدر کافی باز نشده بودند، نویسندگان با حفظ چارچوب کتاب‌ها، مثال‌ها را جرح و تعدیل کردند.

منابع

۱. گویا، مریم. (۱۳۷۷). نقش خانواده در آموزش و پرورش کودکان دبستانی. مجله رشد آموزش ریاضی. شماره ۵۴. صص ۴ تا ۱۱، دفتر انتشارات کمک آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش
۲. موزلی، فرانسیس؛ مردیت، سوزان؛ (۱۹۸۹). چگونه استعداد ریاضی کودکان خود را پرورش دهیم. ترجمه مصطفی کریمی (۱۳۸۷). چاپ سوم. انتشارات خجسته.
۳. شعبانی، سمیه. (۱۳۸۹). آموزش اعداد یک تا ده به کودکان پیش‌دبستانی. پایان‌نامه منتشر نشده. کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه آزاد اسلامی، واحد کرمان.
4. Andres, M., et al. (2008). Finger Counting: The Missing Tools? Behavioral and Brain Sciences 31 641-644.
5. Brannon. M. E, (2001) the Development of ordinal Numerical Competence in young children. cognitive psychology 43, 53-81.
6. Carpenter. T. p. et al (1993) models of problem solving: A Study of Kindergarten Children's Problem Solving Processes. Journal for Research in Mathematics Education 24 (5): 428-441.
7. Carpenter, T. P., et al. (1984). The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One Through Three. Journal for Research in Mathematics Education 15 (3): 179-202

8. Carpenter, T. P. , et al. (1981). Problem Structure and First-Grade Childern's Initial Processess for Simple Addition and Subtraction Problems. Journal for Research in Mathematics Education 12 (1):27-39
9. Carpenter, T. P., et al. (1999). Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction. Heinemann.
10. Carpenter, T. P. & et.al (1982) The Acquisition of Addition and subtraction Concepts. Journal for Reserch in Mathematics Education.
11. Carpenter, T. P. and Moser, J. M. (1982). The development of Addition and Subtraction Problem Solving skills, Cognitive Research in Mathematics Education.
12. Carpenter, T. P., Hiebert, J., Blume, G., Anick, C. M., & Pimm, D. (1982) The development of Addition and subtraction Concepts: A Review, Wisconsin Center for Education Research, Madison, Wisconsin (in press).
13. Carpenter, T. P. and Moser, J.M.,& Romberg, T.A. (1982) Addition and subtraction: A cognitive Perspective. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, New Jersey.
14. Fuson, K. C., et al. (1986). Teaching Childern to Subtract by Counting up. Journal for Research in Mathematics Education 17 (3): 172- 189
15. Fuson, K. C., Secada, W. G. (1986). Teaching Children to Add by Counting on with one-Handed Finger Patterns. Cognition and instruction 3 (3): 229-260.
16. Fayol, M., Barrouille, P. Marinthe, C. (1998). Predicting Arithmetical from Neuropsychological Performance: A Longitudinal Study. Cognition. 68: 63-70.
17. Gracia-Bafalluy, M. & Noel, M. P. (2008). Dose Finger Training Increase Young Children's Numerical Performance. Cortex. 44: 368- 375.
18. Ginsbirg, H. (1977). Children's Arithmetic: the learning process. D. Van Nostrand Company. (1- 67).
19. Jordan. N. C. & et.al. (2008). Development of Number Combination Skill in the Early School Years: When Do Finger Help? Journal Developmental Science 11 (5): 662-668.
20. Lakoff, G. & Nunez, R. E. (2000). Where Mathematics Comes from.
21. Noel, M. P. (2007). Finger Gnosia: A Predicor of Numerical Abiliy in Children? Child Neuropsychology, 11:5, 416-430.
22. Penner- Wilger, M. & Anderson, M (2008). The Relation Between Finger Gnosis and Mathematics Ability: Can we Attribute Function Cortical Struture With Cross-Domain Modeling Cognitive Sciences Society. 2445-2450.

مرجع

* این مقاله، برگرفته از پایان‌نامه عطیه شیخیان است که با راهنمایی دکتر زهرا گویا انجام شده است.

عنوان پایان‌نامه:

شیخیان شهر بابکی، عطیه. (۱۳۹۰). بررسی باور معلمان در مورد استفاده دانش‌آموزان پایه اول ابتدایی از انگشتان در شمارش. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.

نقشه مفهومی

ابزاری برای سنجش و ارزیابی یادگیری ریاضی دانش آموزان

سیروس دواری، کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان لارستان
سهیلا غلام آزاد، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش
ابراهیم ریحانی، دانشگاه شهید رجایی

چکیده

به دنبال رویکردهای جدید یاددهی - یادگیری که بر یادگیری معنادار تأکید می‌کند، زمینه‌ای ایجاد می‌شود که در ارزیابی یادگیری معنادار و دانش مفهومی ریاضی، از شیوه‌های نوین ارزیابی استفاده کنیم. تحقیقات زیادی وجود دارد که نشان می‌دهند نقشه مفهومی، می‌تواند ابزاری مفید برای ارزیابی دانش مفهومی دانش آموزان باشد. در این مقاله، یک نمای کلی از نقشه‌های مفهومی ارائه می‌کنیم و سپس کاربردهای آن را معرفی می‌نماییم و نحوه کاربست آن‌ها را در ارزیابی، مورد بررسی قرار می‌دهیم. در ادامه، به بیان سه نمونه از تکالیف ارزیابی می‌پردازیم که با استفاده از آن‌ها، می‌توان اطلاعات مفیدی راجع به دانش مفهومی دانش آموزان از موضوعات مختلف به دست آورد. در انتها، پیشنهاداتی به معلمانی که می‌خواهند از این ابزار برای ارزیابی مفاهیم ریاضی استفاده کنند، عرضه می‌کنیم.

کلیدواژه‌ها: نقشه مفهومی، ارزیابی، دانش مفهومی ریاضی، یادگیری معنادار.

مقدمه

سرعت تغییر و تحول در شیوه‌های آموزش و ارزیابی در اکثر نظام‌های آموزشی جهان یادآور مسابقه خرگوش و لاک‌پشت است. یعنی در حالی که شیوه‌های آموزش پیوسته در حال تحول و نو شدن است، ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان شیوه‌های چند دهه قبل را تکرار می‌کند (رستگار، ۱۳۸۶).

اما «واقعیت‌ها نشان می‌دهد که سنجش ما از عملکرد ریاضی دانش آموزان، بیشتر متکی بر اندازه‌گیری حافظه و انباشته‌های درسی آنان است» (علم‌الهدایی، ۱۳۸۱، ص ۱۶۷). این گونه آزمون‌ها، شاید برای ارزیابی مهارت‌هایی نظیر قوانین، فرمول‌ها و الگوریتم‌ها که جزو دانش رویه‌ای هستند مناسب باشند، اما

عده‌ای معتقدند همه پیوندهای بین مفاهیم، در یک سلسله مراتب اتفاق نمی‌افتد و محدود کردن نقشه مفهومی به ساختار سلسله مراتبی، روابط بین مفاهیم را محدود می‌کند

آزوبل معتقد است که در مقابل یادگیری معنادار، «یادگیری طوطی‌وار» با ادغام من در آوردی و کلمه به کلمه اطلاعات جدید در ساختار شناختی^۱، به وجود می‌آید.

گروه تحقیق نواک در یکی از برنامه‌های پژوهشی خود در دانشگاه کرنل^{۱۱} که هدف آن بررسی توانایی دانش‌آموزان پایه‌های اول و دوم دوره ابتدایی در درک مفاهیم علمی و تأثیر این یادگیری در مراحل بعدی تحصیلی بود، شکل گرفت. در جریان این پژوهش، محققان به لزوم وجود یک ابزار جدید برای توصیف آشکار درک مفهومی دانش‌آموزان رسیدند. کشیدن نقشه مفهومی در سال ۱۹۷۲ ابداع شد تا این نیاز را برآورده سازد و در نتیجه آن، تاکنون کاربردهای بی‌شمار دیگری نیز برای این ابزار ارائه شده است. در پژوهش‌های اولیه‌ای که در ریاضیات از نقشه‌های مفهومی استفاده شد، بر نحوه بیان ایده‌های ریاضی که می‌توان به کمک نقشه‌های مفهومی ارائه نمود تأکید شده است. کاردمن^{۱۲} (۱۹۷۵) دریافت که استفاده از نقشه‌های مفهومی به معلمان ریاضی کمک می‌کند تا توالی موضوعی بهتری را طراحی نمایند، هم‌چنان که به باور نواک و کاناس^{۱۳} (۲۰۰۹) نیز، می‌توان روابط بین موضوعات را از طریق نقشه‌های مفهومی، به دانش‌آموزان نشان داد.

ساختار و ویژگی‌های نقشه مفهومی

نقشه مفهومی یک تصویر نقشه مانند است که روابط معنادار بین مفاهیم را نشان می‌دهد. نقشه مفهومی ارائه دانش درباره یک ایده اصلی خاص است که به صورت یک نمودار از جعبه‌هایی که با خطوط برجسب‌دار به هم متصل شده‌اند، تشکیل شده است. کلمات و اصطلاحاتی که مفاهیم را مشخص می‌کنند درون جعبه‌هایی قرار داده می‌شوند و روابط بین مفاهیم متفاوت، توسط خطوط مشخص می‌شوند. هم‌چنین، سه‌تایی مفهوم - عبارت اتصالی - مفهوم در نقشه مفهومی گزاره نامیده می‌شود (رامیرز^{۱۴} و همکاران، ۲۰۰۶) و نوشته‌های داخل جعبه‌ها به

برای بررسی دانش مفهومی دانش‌آموزان در یک حوزه خاص، کافی نیستند. دانش مفهومی ریاضی ارتباط نزدیکی با یادگیری معنادار^۱ دارد و به روابط و اتصالات بین مفاهیم ریاضی مربوط است (پوسنر^۲، ۱۹۷۸؛ نقل شده در بارولز^۳، ۲۰۰۲). با توجه به این که یکی از استانداردهای مورد تأکید در سند اصول و استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای (NCTM^۴، ۲۰۰۰)، استاندارد ارتباط و اتصال^۵ ریاضی است و طبق این استاندارد برنامه‌های آموزشی باید دانش‌آموزان را قادر سازند که ارتباط بین ایده‌های ریاضی را ببینند و بین نمایش‌های مختلف یک مفهوم ارتباط ایجاد کنند، یک ارزیابی جامع باید بتواند به دقت، میزان توانایی دانش‌آموزان را در ایجاد ارتباط بین مفاهیم معلوم کند.

یک ابزار مفید که به وضوح بر ارتباط بین مفاهیم ریاضی تأکید می‌کند، نقشه مفهومی^۶ است و ارزیابی این که چگونه دانش‌آموزان دانش خود را سازماندهی می‌کنند از کاربردهای نقشه مفهومی است. با استفاده از نقشه‌های مفهومی، مستندات قابل مشاهده‌ای از درک دانش‌آموزان به دست می‌آوریم (بارولز، ۲۰۰۲).

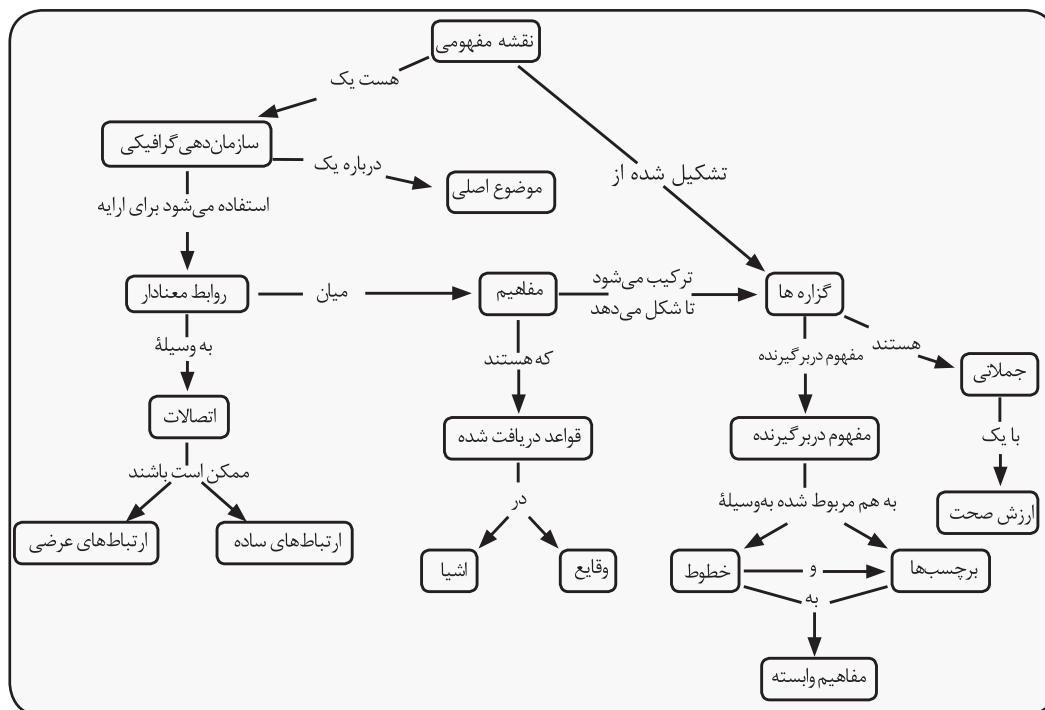
ریشه و تاریخچه نقشه مفهومی

ریشه نقشه مفهومی به یکی از نظریه‌های یادگیری شناختی که نظریه معنادار کلامی نام دارد، برمی‌گردد. دیوید آزوبل^۷ واضع این نظریه معروف شناختی است. او معتقد است یادگیری معنادار وقتی اتفاق می‌افتد که فراگیر آگاهانه و به روشنی، دانش جدید را به مفاهیم مرتبطی که از پیش موجود بودند وصل کند (آزوبل؛ نقل شده در نواک^۸، ۲۰۰۶).

آزوبل، یادگیری معنادار و طوطی‌وار را مقایسه کرده و یادگیری معنادار را با توجه به نظریه جذب، شکل داده است. به اعتقاد آزوبل (۱۹۶۸؛ نقل شده در یو^۹، ۲۰۰۸) یادگیری معنادار زمانی صورت می‌گیرد که:

۱. یادگیرنده به رابطه بین مفاهیمی که آموخته است پی ببرد؛
۲. یادگیرنده دارای دانش قبلی‌ای باشد که بتواند با مطالب جدید مربوط شود؛
۳. یادگیرنده واقعاً بخواهد که دانش جدید را به دانشی که قبلاً آموخته است، مرتبط کند.

سه کاربرد غالباً مهم نقشه‌های مفهومی در فرآیند آموزش و یادگیری عبارتند از: آموزش، یادگیری و ارزیابی



شکل ۱ نقشه مفهومی درباره نقشه مفهومی (رامیرز و همکاران، ۲۰۰۶)

آنان، الحاق غیرعادی مفاهیم می‌تواند قوه خلاقیت را افزایش دهد (محبی، ۱۳۸۷). یکی از ویژگی‌های مهم نقشه مفهومی، استفاده از روابط عرضی در نقشه است. روابط عرضی پیوندهای بین مفاهیم را در قلمروهای مختلف نقشه مفهومی نشان می‌دهد، مثلاً، چگونگی مفهومی از یک قلمرو دانش روی نقشه به مفاهیم مربوط به قلمروهای دیگر دانش مربوط می‌شود. به عقیده نواک (۲۰۰۸)، افزودن رابطه‌های عرضی در نقشه مفهومی، در تقویت قوه تفکر خلاقانه مهم است. به عنوان مثال، شکل (۲) نمونه‌ای از یک نقشه مفهومی است که بین مفاهیم نقشه، ارتباط‌های عرضی برقرار نشده است. در این نقشه، ریاضیات به دو بخش جبری و هندسی تقسیم شده است که بین آن‌ها هیچ ارتباط عرضی وجود ندارد.

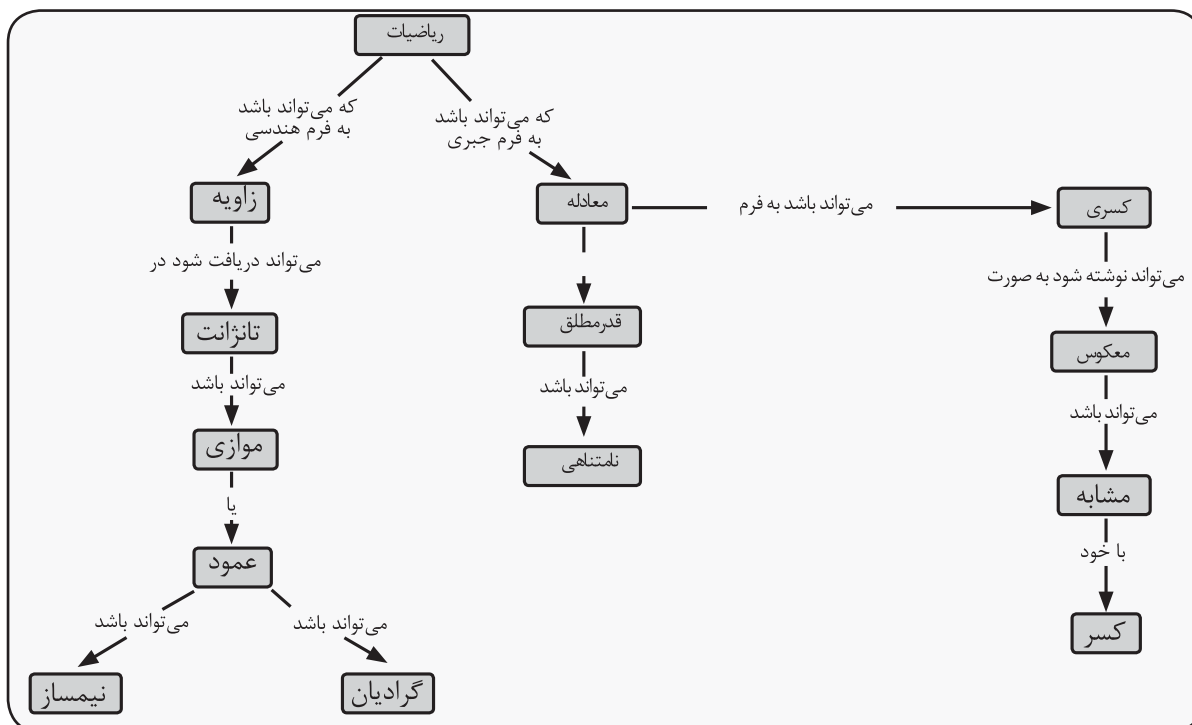
کاربردهای نقشه مفهومی

سه کاربرد غالباً مهم نقشه‌های مفهومی در فرآیند آموزش و یادگیری عبارتند از: آموزش، یادگیری و ارزیابی (واگیلاردو^{۱۹}، ۲۰۰۶؛ نقل شده در یو، ۲۰۰۸). به عبارت دیگر، نقشه‌های مفهومی به عنوان یک ابزار یاددهی - یادگیری و برای تقویت کردن مفاهیم آموخته شده در یک واحد درسی؛ به

عبارتی برچسب جعبه‌ها برای بیشتر مفاهیم تنها یک کلمه ساده است، اگرچه گاهی اوقات از نمادهایی مانند + (برای مفهوم جمع) یا % (برای مفهوم درصد) نیز استفاده می‌کنیم (کاناس، ۲۰۰۳). شکل (۱) نمونه‌ای از یک نقشه مفهومی است که ساختار نقشه مفهومی را توصیف می‌کند.

در مورد هر موضوع، فقط یک نقشه مفهومی وجود ندارد و برای آن، می‌توان نقشه‌های مختلفی رسم کرد. شکل نقشه مفهومی، به ساختارشناختی افراد و ادراک‌ها و برداشت‌های متفاوت آن‌ها بستگی دارد (هاسمن^{۱۵} و منزفیلد^{۱۶}، ۲۰۰۹). نقشه‌های مفهومی اغلب به صورت سلسله مراتبی ساخته می‌شوند؛ یعنی مطالب کلی‌تر و جامع‌تر در رأس آن قرار می‌گیرند و هرچه به پایین نقشه نزدیک می‌شویم، مطالب و مفاهیم جزئی‌تر می‌شوند (مارتین^{۱۷}، ۱۹۹۴). اما عده‌ای معتقدند همه پیوندهای بین مفاهیم، در یک سلسله مراتب اتفاق نمی‌افتد و محدود کردن نقشه مفهومی به ساختار سلسله مراتبی، روابط بین مفاهیم را محدود می‌کند. به‌ویژه، افرادی که بر استفاده از نقشه مفهومی برای پرورش قوه خلاقیت تأکید دارند، با ساختار سلسله مراتبی نقشه‌های مفهومی موافق نیستند؛ زیرا به عقیده

نقشه مفهومی ابزار ارزیابی قدرتمندی است که می‌توان از آن برای بررسی درک و فهم یادگیرندگان از یک موضوع استفاده کرد



شکل ۲ نقشه مفهومی یک دانش آموز دربارهٔ ارتباط بین مفاهیم جبری و هندسی (ماکاپندا^{۱۸}، ۲۰۰۳)

استفاده کرد. این روش بسیاری از ویژگی‌های مطلوب را که متخصصان ارزیابی در یک ابزار ارزیابی جست‌وجو می‌کنند، دارد. فنون ارزیابی رایج در آموزش تاحدی بر جنبه‌های طوطی‌وار یادگیری تمرکز می‌کنند، در حالی که نقشه مفهومی، دانش مفهومی و معنادار را می‌سنجد. با استفاده از نقشه مفهومی به معنای ابزار ارزیابی، می‌توان بررسی کرد که فراگیر تا چه حد اتصالات صحیح بین مفاهیم را در یک موضوع، به خوبی درک کرده است، هم‌چنین، می‌توان ماهیت و فراوانی تصورات نادرست یادگیرندگان را توسط آن، مشخص و فرایند شکل‌گیری آن‌ها را در طول زمان بررسی کرد (زیلیک^{۲۲}، ۲۰۰۰). آموزشگران دریافته‌اند که نقشه‌های مفهومی برای ارزیابی دانش قبلی و تشخیص بدفهمی دانش‌آموزان، و کمک به معلمان در تشخیص مفاهیم کلیدی برای تدریس خود نیز مفیدند و به عنوان یک ابزار ارزیابی، میزان و کیفیت ارتباطات جدیدی را که دانش‌آموزان قادرند بعد از آموزش برقرار کنند، تعیین می‌کنند (استادی، ۱۳۸۹، به نقل از استارت^{۲۳} و همکاران، ۱۹۹۹).

یک نقشه مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی شامل دو بخش است:

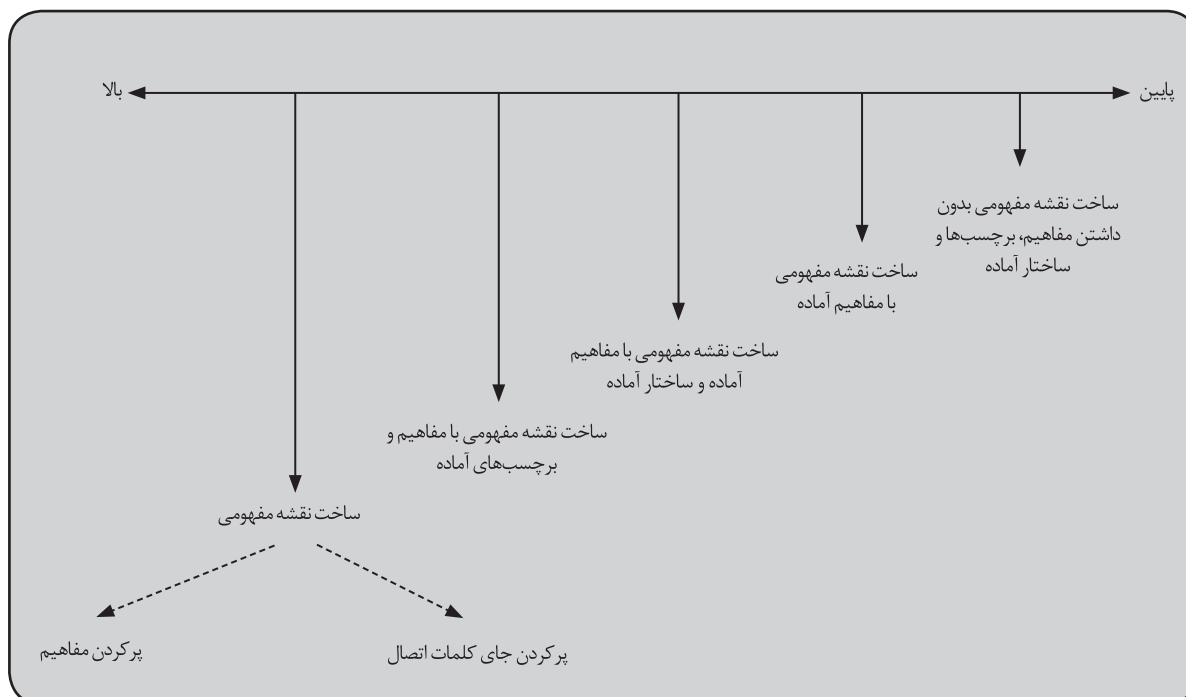
عنوان یک ابزار طراحی آموزشی برای مجهز کردن دانش‌آموزان به تصور و تجسمی از آنچه باید بیاموزند و چگونگی ارتباط بین آن‌ها؛ و به عنوان ابزار ارزیابی برای نشان دادن صحت و درستی یادگیری به وسیله رسم نقشه از آنچه آموخته شده است، مورد استفاده قرار می‌گیرد (ماس^{۲۰}، ۲۰۰۵).

نقشه مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی

یو (۲۰۰۸، به نقل از نواک، ۱۹۹۸) معتقد است که نقشه‌های مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی می‌توانند کیفیت و سطح پیشرفت درک مفهومی معلمان و دانش‌آموزان را در هر حوزه‌ای از علوم و در هر درجه‌ای از سطوح نمایش دهند. از این گذشته، «استفاده از روش ترسیم نقشه‌های مفهومی به عنوان یکی از روش‌های ارزیابی می‌تواند برای شناسایی و توصیف عمق آموخته‌های دانش‌آموزان - هم‌چون تصور نادرست آنان در هنگام آرایه یک تعریف شخصی که برای یک مفهوم می‌سازند - مفید باشد» (نواک و گوئین^{۲۱}، ۱۹۸۳؛ نقل شده در یو، ۲۰۰۸، ص ۸).

نقشه مفهومی ابزار ارزیابی قدرتمندی است که می‌توان از آن برای بررسی درک و فهم یادگیرندگان از یک موضوع

محققان از نقشه‌های مرجع به عنوان محکی برای مقایسه استفاده نمی‌کنند، زیرا همان‌طور که بحث شد، تنها یک نقشه صحیح در مورد یک موضوع وجود ندارد



شکل ۳ تکالیف ارزشیابی نقشه‌های مفهومی بر اساس میزان هدایت‌کنندگی آن‌ها (رین - بریمو، ۲۰۰۴)

(الف) انجام نقشه مفهومی،^{۲۴}

(ب) ارزیابی نقشه مفهومی (مک کلور، ۱۹۹۹).

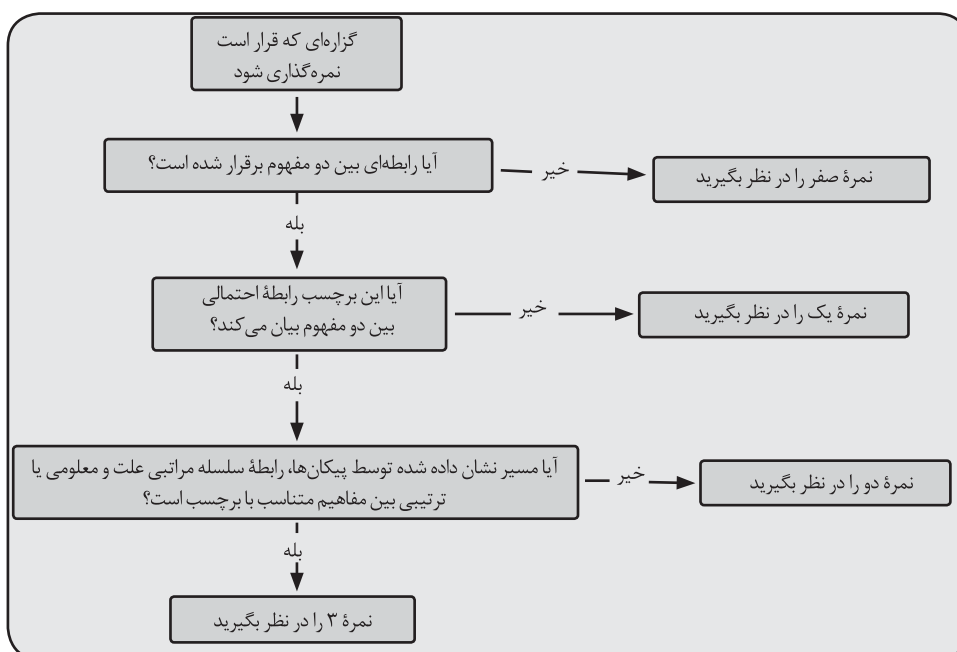
الف) انجام نقشه مفهومی؛ شامل روش‌هایی است که منجر به ساخت نقشه مفهومی می‌شود و به صورت تصویری، نشان‌دهنده یک بخش یا تمام بخش‌های دانش دانش‌آموزان است و روش‌های گوناگونی برای تولید چنین نقشه‌هایی وجود دارد. در برخی موارد، یک نقشه ممکن است براساس پاسخ‌های دانش‌آموز به یک فعالیت از قبیل یک مصاحبه یا نظایر آن ایجاد گردد. در سایر موارد، دانش‌آموزان ممکن است خود ساختار یک نقشه مفهومی را به وسیله قلم و کاغذ، طراحی کنند (مک کلور^۵، ۱۹۹۹). نواک و همکارانش (۲۰۰۶) به این نتیجه رسیده‌اند که اگر یادگیرندگان در طراحی نقشه مفهومی از مهارت کافی برخوردار باشند و در ایجاد نقشه‌های مفهومی، خود دارای انگیزه لازم باشند می‌توان تصورات تجلی یافته دانش‌آموزان را در این نقشه‌ها، به عنوان شاخص‌هایی از آموخته‌های آن‌ها تلقی نمود. به گفته مک کلور (۱۹۹۹)، مهارت‌های دانش‌آموزان در استفاده از روش‌های تهیه نقشه مفهومی بر کیفیت نقشه‌های تولیدی آنان، و در نتیجه بر پایایی و روایی امتیازات ارزیابی، تأثیر

خواهد گذاشت.

(ب) ارزیابی نقشه مفهومی ایجاد شده: شامل بررسی

محتوا و ساختار نقشه مفهومی است و ممکن است کمی یا کیفی باشد (ریز پریمو^{۲۶}، ۲۰۰۴). ارزیابی یک نقشه مفهومی بسته به اطلاعاتی که در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفته، می‌توان بر روی پیوستاری از کاملاً هدایت‌کننده تا کمتر هدایت‌کننده طبقه‌بندی کرد. در ارزیابی نقشه‌های مفهومی کاملاً هدایت‌کننده، مفاهیم، خطوط ارتباطی، عبارت‌های پیونددهنده و حتی ساختار نقشه، در اختیار دانش‌آموزان قرار داده می‌شود. در مقابل، در یک آزمون کمتر هدایت‌کننده، دانش‌آموزان در تعیین تعداد مفاهیم و چگونگی استفاده از آن‌ها در نقشه‌های خود، و تعیین مفاهیم مربوط و نوع کلمات مورد استفاده برای تشریح یک رابطه، از آزادی کامل برخوردارند (ریز-پریمو^{۲۶}، ۲۰۰۴). میزان هدایت‌کنندگی نقشه‌های مفهومی را روی پیوستار جهت‌داری به صورت شکل (۳) نشان داده است. اگر دانش‌آموزان در رسم نقشه‌های مفهومی تبحر کافی داشته باشند، نقشه‌های مفهومی کمتر هدایت‌کننده نسبت به نقشه‌های بسیار هدایت‌کننده، دانش مفهومی عمیق‌تری را ارزیابی خواهند کرد (هرتا^{۲۷}، ۲۰۰۴).

آزوبل، یادگیری معنادار و طوطی‌وار را مقایسه کرده و یادگیری معنادار را با توجه به نظریه جذب، شکل داده است



شکل ۴ پروتکل نمره‌گذاری گزاره‌های درست (بارولز، ۲۰۰۲)

رابطه‌ای از تکنیکی گرفته شده که قبلاً توسط مک‌کلور و بل^{۳۱} ارایه شده است. در این تکنیک، امتیازدهندگان نمره‌های نقشه‌ها را براساس ارزیابی خود از گزاره‌های مجزایی اختصاص می‌دهند که در نقشه موردنظر آمده است و به هر گزاره، با توجه به میزان درستی آن، نمره‌ای بین ۱ تا ۳ اختصاص داده می‌شود. نمره نهایی یک نقشه در واقع، مجموع نمره‌هایی است که به گزاره‌ها داده می‌شود (مک‌کلور، ۱۹۹۹). بارولز (۲۰۰۲)، پروتکل این شیوه نمره‌گذاری را به نقل از مک‌کلور و بل (۱۹۹۰) نشان داده است (شکل ۴).

روش امتیازدهی ساختاری، روش سنتی نمره‌گذاری نقشه مفهومی است که توسط نواک و گوین (۱۹۸۴) پیشنهاد شد و بر مبنای اجزا و ساختار نقشه مفهومی بود. در این شیوه، علاوه بر این که به گزاره‌های درست نمره داده می‌شود، حضور ساختارهای سلسله مراتبی نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد و به تعداد سطوح سلسله مراتبی و ارتباط‌های عرضی هم امتیاز تعلق می‌گیرد. طبق این نمره‌گذاری، برای هر گزاره درست ۱ امتیاز، برای هر سطح سلسله مراتبی ۵ امتیاز، برای هر ارتباط عرضی معتبر ۱۰ امتیاز و برای هر مثال ۱ امتیاز اختصاص داده می‌شود (زیلیک، ۲۰۰۰). شکل (۵)، ساختار امتیازدهی در این روش را نشان می‌دهد. سه روش امتیازدهی باقی‌مانده یعنی روش کل‌نگر با استفاده

در بعضی مطالعات، از نقشه مفهومی به عنوان ابزاری برای سنجش میزان فهم ریاضی دانش‌آموزان به صورت کمی و به کمک یک نظام نمره‌گذاری، استفاده کرده‌اند در ارزشیابی‌های کیفی نیز، به منظور شناخت درستی یا نادرستی ایده‌های دانش‌آموزان و شناخت بدفهمی‌ها و نوع تغییراتی که در فهم و درک آن‌ها ایجاد شده، نقشه‌های مفهومی مفید واقع شده‌اند (یو، ۲۰۰۸).

امتیازدهی به نقشه‌های مفهومی

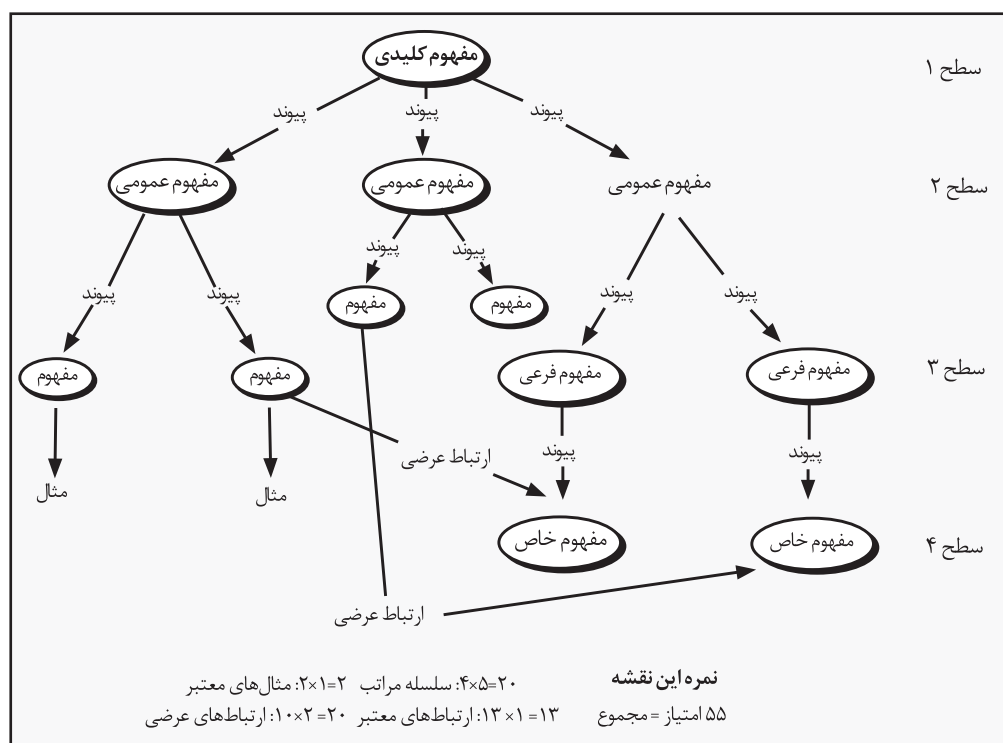
مک‌کلور (۱۹۹۹)، شش روش امتیازدهی زیر را برای ارزیابی

نقشه‌های مفهومی معرفی می‌کند:

۱. روش کل‌نگر^{۲۸}
۲. روش کل‌نگر با استفاده از نقشه مرجع
۳. روش رابطه‌ای^{۲۹}
۴. روش رابطه‌ای با استفاده از نقشه مرجع
۵. روش ساختاری^{۳۰}
۶. روش ساختاری با استفاده از نقشه مرجع

افرادی که از شیوه نمره‌گذاری کل‌نگر استفاده می‌کنند، درک کلی دانش‌آموزان را از مفاهیمی که در نقشه بیان کرده‌اند، داوری می‌کنند. بر مبنای این داوری، نمره‌ای بین ۱ تا ۱۰ به هر نقشه اختصاص داده می‌شود (مک‌کلور، ۱۹۹۹). روش امتیازدهی

دانش مفهومی
ریاضی ارتباط
نزدیکی با
یادگیری
معنادار دارد
و به روابط و
اتصالات بین
مفاهیم ریاضی
مربوط است



شکل ۵ مدل امتیازدهی ساختاری (نواک و گوین، ۱۹۸۴؛ نقل شده در زیلیک، ۲۰۰۰)

درصد کسب کند. البته محققان از نقشه‌های مرجع به عنوان محکی برای مقایسه استفاده نمی‌کنند، زیرا همان‌طور که بحث شد، تنها یک نقشه صحیح در مورد یک موضوع وجود ندارد (مک‌کلور، ۱۹۹۹). مک‌کلور نشان داد که روش رابطه‌ای و روش رابطه‌ای با استفاده از نقشه مرجع، دارای بیشترین پایایی هستند. با وجود این، تعدادی از محققان استفاده از روش نمره‌دهی عددی به نقشه مفهومی را مورد انتقاد قرار داده‌اند. مثلاً، روبرت^{۳۲} (۱۹۹۹) معتقد است که «اتلاق نمره عددی به نقشه‌های مفهومی، رتبه‌بندی دانش‌آموزان را ممکن می‌سازد اما تمام اطلاعات مورد نیاز معلم یا بازخورد مشخص و کافی برای دانش‌آموزان فراهم نمی‌کند». وی به نقل از استیوارت^{۳۳} (۱۹۸۵)، خاطرنشان می‌سازد که «اعتماد مداوم به نمرات عددی، یعنی خطر از دست دادن داده‌های تحقیقی ارزشمندی مانند خطر از دست دادن داده‌های شناختی که می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند» (ص ۷۱۴). نواک (۱۹۹۱؛ نقل شده در ماکاپندا، ۲۰۰۳، ص ۱۹۴) نیز معتقد است که «هر روند نمره‌گذاری برای نقشه‌های مفهومی، قدری از غنا و جزئیات اطلاعات به‌دست آمده در یک نقشه مفهومی می‌کاهد».

از نقشه مرجع، روش رابطه‌ای با استفاده از نقشه مرجع و روش ساختاری با استفاده از نقشه مرجع، اصلاح شده‌های سه روشی هستند که درباره آن‌ها توضیح داده شد. این روش‌های امتیازدهی، اساساً مانند هم‌اند اما در آن‌ها، از یک نقشه مرجع به عنوان راهنمای امتیازدهی، استفاده می‌شود (مک‌کلور، ۱۹۹۹). در نتیجه در استفاده از سه روش اخیر، توجه به نقشه‌ای که توسط یک متخصص به عنوان نقشه مرجع طراحی می‌شود، ضروری است. این امر دو علت دارد، یکی این‌که محقق برای تصمیم‌گیری در مورد این‌که چه مفاهیم و گزاره‌هایی باید در نقشه ارایه شوند، باید تحلیل قبلی از ساختار موضوعی نقشه داشته باشند. دوم، هنگامی که محقق نقشه مرجع را رسم می‌کند یا از نقشه مرجعی که توسط افراد خبره دیگر رسم شده است استفاده می‌کند، نسبت به نوع دانش مفهومی که مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، آگاهی می‌یابد (بارولز، ۲۰۰۲).

نواک پیشنهاد می‌کند که بهتر است یک نقشه مفهومی مرجع ساخته و نمره‌گذاری شود، و نمره نقشه دانش‌آموز بر نمره نقشه مرجع تقسیم شده و درصد آن محاسبه شود. با استفاده از این روش، نقشه مفهومی بعضی دانش‌آموزان ممکن است بهتر از نقشه مرجع باشد و نمره بیشتر از ۱۰۰

سه نمونه از روش‌های ارزیابی با استفاده از نقشه مفهومی

هرتا (۲۰۰۴) نقل شده در استادی، ریحانی و بخشعلی‌زاده، (۱۳۸۹) در تحقیق خود، سه نمونه از تکلیف ارزیابی را نشان می‌دهد که در هر کدام، هدف از ارزیابی، تکلیف دانش‌آموز و معلم و روش ارزیابی نقشه‌های دانش‌آموزان بیان شده است. این سه نمونه به‌طور مختصر، به شرح زیرند:

نمونه اول: دانش مفهومی دانش‌آموزان از یک مفهوم ریاضی ارزیابی می‌شود. هدف از ارزیابی، بررسی میزان توانایی دانش‌آموزان در برقراری ارتباط بین مفهوم جدید ریاضی و مفاهیمی است که در گذشته آموخته‌اند. دانش‌آموزان نیز هر دو مفهومی را که فکر می‌کنند بین آن‌ها ارتباطی وجود دارد باید به هم وصل کنند و سپس روی خط اتصال، کلمه‌ای بنویسند که یک گزاره درست را بین مفاهیم بیان کند. بالاخره معلم باید مفاهیمی را که در رابطه با موضوع موردنظر هستند انتخاب کند و در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد. در این نمونه، میزان هدایت‌کنندگی تکلیف متوسط است چون مفاهیم را در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد.

بالاخره در انجام این تکلیف، برای ارزیابی توسط دانش‌آموزان، چند امکان وجود دارد:

الف) دانش‌آموز هیچ ارتباطی بین دو مفهوم برقرار نکرده است. ممکن است به این دلیل باشد که یکی از مفاهیم یا هر دوی آن‌ها را نمی‌شناسد و در نتیجه قادر به بیان هیچ گزاره‌ای بین مفاهیم نبوده و در نقشه خود، ارتباطی بین دو مفهوم نشان نداده است.

ب) دانش‌آموز هر دو مفهوم را می‌شناسد و می‌داند که این مفاهیم به هم مربوط می‌شوند، اما این چگونگی را نمی‌داند. در نتیجه در نقشه خود، ارتباط بین مفاهیم را نشان می‌دهد اما برچسب اتصال را نمی‌نویسد.

پ) دانش‌آموز بین دو مفهوم ارتباط برقرار کرده است و گزاره‌ای مرتبط را بین دو مفهوم بیان کرده است. معلم باید این گزاره را بررسی کند که آیا برای این دو مفهوم مناسب هست یا خیر. اگر گزاره مناسبی نبود، در مورد آن با دانش‌آموز گفت‌وگو می‌کند.

استفاده از نقشه‌های مفهومی به معلمان ریاضی کمک می‌کند تا توالی موضوعی بهتری را طراحی نمایند، هم‌چنان که به باور نواک و کاناس (۲۰۰۹) نیز، می‌توان روابط بین موضوعات را از طریق نقشه‌های مفهومی، به دانش‌آموزان نشان داد

نمونه دوم: دانش مفهومی دانش‌آموزان از یک مفهوم ریاضی، در یک فرایند مستمر ارزیابی می‌شود.

هدف، ارزیابی توانایی دانش‌آموزان در برقراری ارتباط‌های عرضی بین مفاهیم و ارزیابی تغییرات درک مفهومی آن‌ها از مفهوم طی این فرایند است. دانش‌آموزان با استفاده از مفاهیمی که معلم در چند مرحله در اختیار آن‌ها قرار می‌دهد، نقشه مفهومی رسم می‌کنند. البته آن‌ها می‌توانند مفاهیم دیگری را نیز اضافه کنند. روش کار به این صورت است که در هر مرحله، مفاهیم جدیدی که معلم در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌دهد، به مفاهیم نقشه قبلی اضافه می‌شود. در پایان، دانش‌آموزان باید از همه مفاهیمی که در مراحل مختلف به آن‌ها داده شده است، یک نقشه مفهومی داشته باشند. میزان هدایت‌کنندگی تکلیف طی این فرایند، متوسط است. علاوه بر این، معلم باید یک نقشه مفهومی در مورد مفهومی که ارزیابی می‌کند تهیه کند و مفاهیمی را که می‌خواهد در هر مرحله در اختیار دانش‌آموزان قرار دهد، انتخاب کند و نقشه‌های دانش‌آموزان را در هر مرحله جمع‌آوری کرده، از آن‌ها نسخه‌ای تهیه کند و سپس برای ادامه فرایند، به دانش‌آموزان برگرداند. در این فرایند، مهارت فراشناختی دانش‌آموز فعال می‌شود، چون وقتی می‌خواهد یک مفهوم را در نقشه قرار دهد، در مورد معنای آن مفهوم با خودش گفت‌وگو می‌کند و در مورد نقش آن در نقشه مفهومی و رابطه‌اش با دیگر مفاهیم تفکر می‌کند. این روش، دانش مفهومی دانش‌آموزان را در چند زمان مختلف ارزیابی می‌کند و تغییرات مفهومی را در ذهن آن‌ها در نتیجه معرفی مجموعه مفاهیم جدید در نقشه قبلی، ارزیابی می‌کند. در این روش نقشه‌های مفهومی طی مراحل مختلف، ابتدا جداگانه ارزیابی می‌شوند و سپس نقشه هر مرحله با نقشه مرحله قبل و مرحله بعد، مقایسه می‌شود.

نمونه سوم: یک مفهوم ریاضی به دو گروه از دانش‌آموزان

یک ابزار مفید که به وضوح بر ارتباط بین مفاهیم ریاضی تأکید می‌کند، نقشه مفهومی است و ارزیابی این که چگونه دانش‌آموزان دانش خود را سازماندهی می‌کنند از کاربردهای نقشه مفهومی است. با استفاده از نقشه‌های مفهومی، مستندات قابل مشاهده‌ای از درک دانش‌آموزان به‌دست می‌آوریم

تدریس می‌شود، به‌طوری که روش آموزش این مفهوم در دو گروه متفاوت باشد. در این نمونه، هدف از ارزیابی، مطالعه، تحلیل و مقایسه گزاره‌های دانش‌آموزان دو گروه و ارزیابی دانش مفهومی دانش‌آموزان در مورد آن مفهوم ریاضی است و تکلیف دانش‌آموزان، ساخت یک نقشه مفهومی از مفهوم موردنظر بعد از فرآیند تدریس است. از این گذشته، در این نمونه میزان هدایت‌کنندگی تکلیف پایین است چون دانش‌آموزان باید با مفاهیمی که در ذهن خود دارند، نقشه مفهومی را بسازند. معلم هم برای سازماندهی تدریس و ارزیابی دانش‌آموزان، باید یک نقشه مفهومی مرجع تهیه کند، یا نقشه مفهومی یک فرد خبره را در مورد آن مفهوم در اختیار داشته باشد و نقشه‌های دانش‌آموزان را به منظور ارزیابی آن‌ها از جنبه‌های مختلف، جمع‌آوری کند. روش ارزیابی هم بدین‌گونه است که ابتدا، نقشه‌های دانش‌آموزان به صورت انفرادی ارزیابی می‌شود و سپس نقشه هر دانش‌آموز با نقشه دانش‌آموزان دیگر و با نقشه مرجع مقایسه می‌شود. باید نقشه‌های دانش‌آموزان را به‌طور کلی ارزیابی کنیم، یعنی بدون این که صورت ظاهری نقشه‌های دانش‌آموزان را با هم مقایسه کنیم، آن‌ها را به عنوان یک نقشه مفهومی از ریاضی بررسی کنیم.

نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در کلاس‌های درس ریاضی، عموماً ارزیابی یادگیری دانش‌آموزان به روش‌های سنتی انجام می‌شود. براساس این ارزیابی‌ها، توانایی حل مسئله در یک موضوع خاص، و سنجش فرآیندهایی مانند تعریف، قضایا، حل مسئله و اثبات است. به این ترتیب در این آزمون‌ها، قالب‌هایی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند که الزاماً بیانگر دانش مفهومی دانش‌آموزان نیستند

و برای دسترسی به این دانش مفهومی، ابزارهای دیگری لازم است. نقشه‌های مفهومی ابزاری هستند که دانش مفهومی را بهتر از دانش رویه‌ای نشان می‌دهند. لذا اگر همراه با آزمون‌های کتبی رایج، از نقشه‌های مفهومی نیز استفاده کنیم، ارزیابی دقیق‌تری خواهیم داشت، زیرا نقشه‌های مفهومی نمایی دیگر از ساختارشناختی دانش‌آموزان را ارائه می‌دهند.

برای استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی دانش مفهومی دانش‌آموزان، برای این که بتوانیم اطلاعات مفیدی درباره موضوعات ریاضی به‌دست آوریم؛ توجه به چند نکته ضروری است:

۱. لازم است در تدریس مفاهیم ریاضی، از نقشه‌های مفهومی استفاده کرد و ضمن تدریس خود دانش‌آموزان را با این ابزار آشنا کنیم (ازدمیر^{۳۴}، ۲۰۰۵).
۲. دانش‌آموزان باید در یک مدت طولانی (حداقل دو ماه)، با نقشه‌های مفهومی کار کرده باشند و مطمئن باشیم که دانش‌آموزان در فرآیند یادگیری خود، می‌توانند از نقشه‌های مفهومی استفاده می‌کنند (ازدمیر، ۲۰۰۵).
۳. فرایند تهیه نقشه مفهومی را برای دانش‌آموزان ساده کنیم؛ زیرا پیچیده‌بودن فرایند باعث افزایش چشمگیر زمان آموزش می‌شود. هم‌چنین، پیچیده‌بودن فرایند باعث ایجاد محدودیت‌هایی در پاسخگویی دانش‌آموزان شده و از دقت و اعتبار اطلاعات موجود می‌کاهد.

پی‌نوشت

1. Meaningful Learning
2. Posner
3. Baralos
4. National Council of Teachers of Mathematics
5. Connection
6. Concept map
7. David Ausubel
8. Novak
9. Yue
10. Cognitive Structure
11. Cornell University
12. Cardemene
13. Novak & Canas
14. Ramirez
15. Hasemann
16. Mansfield
17. Martin
18. Makapenda

in Mathematics Education: A framework for Students' Assessment. Retrieved March 28, 2010 from www.icme-organisers.dk/tsg27/papers/06_Huerta_et_al_fullpaper.pdf.

10. Mass, J. Leauby, B. (2005). Concept mapping-Exploring Its Value As a Meaningful Learning Tool in Accounting Education. *Global Perspectives on Accounting Education*, Volume 2, 2005, 75-98.

11. Martin, D, J. (1994). Concept mapping as an aid to lesson planning: A Longitudinal Study. In J.E.S.E.V6 (2). pp 11-30.

12. McClure, John, Sonak, Brian, Suen, Hoi K. (1999). Concept Map Assessment of Classroom Learning: Reliability, Validity, and Logistical Practicality. *Journal of research science teaching* vol. 36, No. 4, pp. 475-492.

13. Mwakapnda, W. (2003). Concept Mapping and Context in Mathematics [Education. Retrieved] March 18, from http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_brono03_Mwakapenda.pdf

14. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for school mathematics*, VA: Author.

15. Novak, J. & Canas, A. (2006). *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them*. Florida Institute for Human and Machine Cognition Pensacola FL, 32502.

16. Novak, J.D. and Canas, A.J. (2008). The theory underlying concept maps and how to construct and use them. In <http://cmap.ihms.us/publications/Researchpapers/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>.

17. Novak, Joseph, Canas, Alberto (2009). The Development and Evaluation of the Concept Mapping Tool Leading to a New Model for Mathematics Education. In Karoline. Afamasaga-Fuatái. *Concept Mapping in Mathematics*, (chapter 1, pp 3-16). Springer.

18. Ozdemir Ahmet S. (2005). "Analyzing concept Maps as an Assessment Tool in Theaching Mathematics Department of Mothematics, Marmara University. Published in *Journal of Social Scinces* 2005, Vol. 1, No. 3, 141-149.

19. Ramirez de M., M.S. etc. (2006). Concept maps: An essential tool for teaching and learning to learn science. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. Vol. 28, No. 3-4. pp 32-57.

20. Roberts, L. (1999). Using concept maps to measure statistical understanding *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. Vol. 30, No, 5, pp, 707-717.

21. Ruiz-Primo, M. A. (2004). Examining Concept Maps as an Assessment Tool. *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology Proc. Of the First Int. Conference on Concept Mapping*. A.J. Canas, J.D. Novak, F.M. Gonzalez, Eds. Pamplona, Spain 2004. <http://cmc.ihms.us/papers/cmc2004-036.pdf>.

22. Yue, Hong (2008). Concept maps As Assessment Tools in Mathematics, Comparison with Clinical Interviews. Doctoral dissertation, Department of Mathematical Sciences, The university of Texas at EL paso.

23. Zeilik, M. (2000). "concept mapping", in www.flaguide.org/extra/download/cat/conmap.pdf.

19. Wagilardo
20. Mass
21. Novak & Gowin
22. Zeilik
23. Start
24. Concept Mapping Task
25. Mc Clure
26. Ruiz-Primo
27. Huerta
28. Holistic
29. Relational
30. Structural
31. Bell
32. Robert
33. Stuart
34. Ozdemir

منابع

۱. استادی، مریم، ریحانی، ابراهیم و بخشعلی‌زاده، شهرناز. (۱۳۸۹). نقشه مفهومی و استفاده از آن در ارزیابی دانش مفهومی ریاضی. مقاله ارایه شده در **یازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی کشور**. تیرماه ۱۳۸۹، مازندران، اداره آموزش و پرورش استان مازندران.

۲. استادی، مریم. (۱۳۸۹). **جایگاه نقشه‌های مفهومی در ارزیابی درک دانش‌آموزان سال دوم ریاضی از مفهوم تابع مثلثاتی**. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

۳. رستگار، طاهره. (۱۳۸۶). **ارزشیابی در خدمت آموزش**. چاپ ششم، نشر مؤسسه فرهنگی منادی تربیت.

۴. علم‌الهدایی، سیدحسن. (۱۳۸۱). **راهبردهای نوین در آموزش ریاضی**. تهران، نشر شیوه.

۵. محبی، سپیده. (۱۳۸۷). بررسی تأثیر درک دانشجویان از فیزیک کلاسیک بر فهم ایشان از پدیده تونل‌زنی کوانتومی. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

6. Baralos, G (2002). Concept Mapping as Evaluation Tool in Mathematics. Retrieved March 28, 2010, from <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/proceeding/pap451.pdt>.

7. Canas, A. (2003). A Summary of Literature Pertaining to the Use of Concept Mapping Techniques and Technologies for Education and Performance Support. The Institute for Human and Machine Cognition 40 S. Alcaniz St. Pensacola FL.

8. Hasemann, Klaus, Mansfield, Helen (2009) concept mapping in Researchon Mathematical knowledge. Development: Back ground, Methods, Finding and conclusions source: *Educational studies in Mathematics*. Vol. 29, No, 1 (Jul, 1995). pp 45-72 Published by: Springer. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/3482837>

9. Huerta, M, Galan, E, Granell, R (2004). Concept Maps

مدل سازی ریاضی

بستری برای آموزش گفت و شنود

زینب آگاه، کارشناس ارشد آموزش ریاضی
محمدرضا فدائی، دانشگاه شهید باهنر کرمان
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی تهران

مقدمه

تدریس، فرآیندی مستمر است که در آن، یادگیرنده نقش فعالی در ساختن دانش خویش دارد و بدین سبب، دانش آموز محور آن است و معلم نقش تسهیل کننده را دارد و یکی از وظایفش، طراحی فعالیت های یادگیری مناسب به گونه ای است که دانش آموز را درگیر کند و به کسب تجربه های جدید توسط وی منتهی شود (لاکروکس^۱، ۱۹۹۱).

در سال های اخیر، مدل سازی ریاضی به عنوان رویکردی در تدریس ریاضی مطرح شده است که مبتنی بر نظریه ای است که معتقد است ذهن و وجود انسان، بر اثر تعامل با محیط، سازماندهی می شود. این نظریه نزدیکی زیادی با شناخت موقعیت مدار دارد و **ان اکتیویسم^۲ یا تعامل گرایی** نامیده می شود. طرفداران این نظریه، ایجاد فهم ریاضی را تنها از

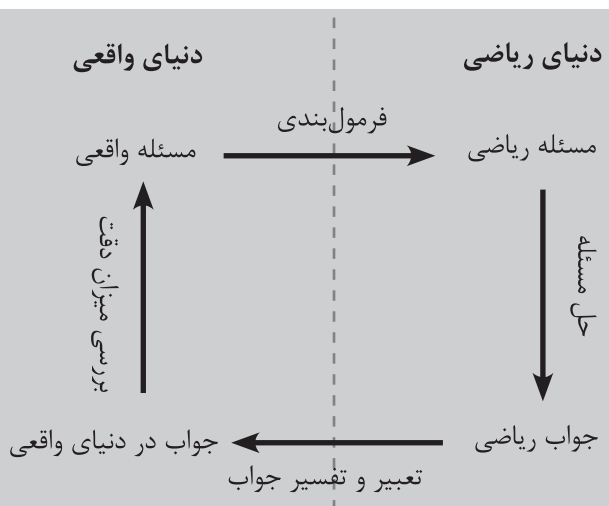
در گذشته، انتظار این بود که معلم به عنوان متکلم وحده در کلاس درس و با تسلطی که بر موضوع درسی دارد، آن را به دانش آموزان انتقال دهد. دانش آموزان نیز هم چون اسفنجی که آب را جذب نماید، موظف بودند دانش را تمام و کمال از معلمشان دریافت و جذب کنند! اما همان طور که کلمنتس و الرتون^۱ (۱۹۹۶) اظهار می دارند، تاریخ و پژوهش های آموزش ریاضی نشان داده اند که تدریس به این روش، برای همه دانش آموزان مفید نیست. مثلاً، تجربه بسیاری از ما مؤید این است که دانش آموزان، سخنان معلم را از یک گوش می شنوند و از گوش دیگر بیرون می کنند و این مشکلی است که توجه پژوهشگران را به خود جلب نموده است.

ساخت و سازگرایان در نقد این نوع تدریس، معتقدند که

لازم است معلمان، ماده درسی خود را بشناسند و قدرت تشخیص این که چرا دانش آموزان شان، پاسخ نادرست داده اند یا چرا تعریف کتاب درسی نادقیق است را داشته باشند

مسئله به دست آید. اما این پایان کار نیست و باید جواب به دست آمده، به زبان دنیای واقعی تعبیر و تفسیر گردد و در پایان، لازم است که دقت جواب، در دنیای واقعی محک زده شود (سازمان توسعه و همکاری های اقتصادی^۹، ۲۰۰۳). نیس، بلوم و گالبرایت (۲۰۰۶)، از بین تمام مدل های ارائه شده، مدلی را بهتر می دانند که جواب به دست آمده در دنیای واقعی، با مسئله اولیه انطباق بیشتری داشته باشد.

به این چرخه، مدل سازی ریاضی گفته می شود (شکل ۱) و تبدیل مسئله دنیای واقعی به زبان نمادهای ریاضی یعنی مرحله صورت بندی، مدل نامیده می شود (سازمان توسعه و همکاری های اقتصادی، ۲۰۰۳).



شکل ۱. چرخه مدل سازی

شکل ۱ نشان می دهد که یک مسئله مدل سازی، از دنیای واقعی دانش آموزان گرفته می شود. این مسئله اولیه، ممکن است ظاهر ریاضی وار نداشته باشد، اما دانش آموزان با کار گروهی و تعامل با هم کلاسی های خود در گروه، ریاضی را از دل مسئله بیرون می کشند و آن را به یک مسئله ریاضی تبدیل می کنند. معلم نیز با گفت و شنود و تعامل سازنده با اعضای گروه، این

طریق توسعه ساختارهای ذهنی نمی دانند و اعتقاد دارند که در این میان، گفت و شنود فرد با محیط اطرافش نقش کلیدی در یادگیری وی ایفا می کند (کالورت^۴، ۲۰۰۰). تجارب ملموس و خارج از دنیای ریاضی در ذهن کودکان ماندگارتر است و می تواند منجر به ارتقای سطح یادگیری آنان گردد. به گفته هالتون^۵ (۲۰۱۰)، به نقل از پروکس^۶، (۲۰۰۸)، اگرچه تفاوت معناداری بین این نظریه و ساخت و سازگرایی وجود دارد، اما می توان آن را توسیعی از ساخت و سازگرایی دانست.

رویکرد مدل سازی به تدریس ریاضی، ارتباط مستقیمی با این ایده در آموزش ریاضی دارد که به گفته نیس، بلوم و گالبرایت^۷ (۲۰۰۷)، کشورهای بسیاری در سطح جهان بدان توجه کرده اند. اما به گفته رفیع پور (۱۳۹۰)، تصور عمومی در نظام آموزشی ایران بر آن است که با آموزش مفاهیم ریاضی به صورت مجرد و استفاده از آن مفاهیم به عنوان کاربردهای ریاضی به دانش آموزان، آنان قادرند ریاضی را در موقعیت های دنیای واقعی به کار گیرند. اما تجربه انگلستان در اواخر دهه ۱۹۵۰ نشان داد که با چنین رویکردی به تدریس ریاضی، نمی توان توقع داشت فارغ التحصیلان مدرسه ای، ریاضی را در موقعیت های دنیای واقعی به کار گیرند.

کلیدواژه ها: مدل سازی ریاضی، آموزش معلمان، یادگیری - یاددهی، عملکرد معلمان.

مدل سازی ریاضی

مدل سازی ریاضی رابطه ای است از دنیای واقعی به دنیای ریاضی، به طوری که مسئله دنیای واقعی از طریق صورت بندی^۸ به یک مسئله ریاضی تبدیل شود. سپس در دنیای ریاضی، این مسئله ریاضی طی فرآیندی، حل می شود تا جواب ریاضی

یک مسئله می تواند روش های گوناگونی برای حل داشته باشد و به شرطی دانش آموز می تواند در ساختن دانش ریاضی خود نقش داشته باشد که داشتن حل های مختلف برای یک مسئله پذیرفته شده باشد

فرایند را تسهیل می کند.

یکی از مهم ترین ویژگی های یک مسئله مدل سازی این است که برای دانش آموزان، زمینه مدار یا موقعیت مدار باشد و از دنیای واقعی آنان گرفته شده باشد. لذا مسائل متناسب با یک فرهنگ، الزاماً مناسب سایر فرهنگ ها نیست (گزارش یونسکو، ۱۹۸۴، نقل شده در کلمنتس و التون، ۱۹۹۶). ضروری است که مسائل مدل سازی برای دانش آموزان ملموس باشد یعنی متناسب با سن، شرایط زندگی اجتماعی- فرهنگی و موقعیت جغرافیایی آن ها باشد و واقعی باشد تا برایشان چالش برانگیز باشد. چنین فعالیت هایی می توانند دانش آموزان را به ریاضی علاقه مند سازند یا دست کم، مانع ایجاد نگرش منفی نسبت به ریاضی در آن ها شود. اما هدف از قرار دادن تجارب ملموس و موقعیت های واقعی در ریاضی، فقط علاقه مند کردن دانش آموزان نیست، بلکه شرایطی را به وجود می آورد تا آنان اهمیت آنچه را که مطالعه می کنند، دریابند.

یک مسئله مدل سازی، می تواند تصور جامع و کاملی از کاربرد ریاضی در جامعه به دانش آموزان بدهد و برای مطالعه ریاضی، توسعه مهارت ها و انجام پژوهش، به دانش آموزان انگیزه دهد (پیرس و استیسی^۱، ۲۰۰۶). هم چنین، شکل گیری تعبیرها و تفسیرهای متنوع را برای انجام فعالیت های ریاضی ممکن می سازد. از طرف دیگر، مدل سازی موجب توسعه توانایی های فراشناختی در دانش آموزان می شود زیرا این فرایند اغلب به صورت گروهی است و کار گروهی، توانایی های ابراز وجود، شنیدن، توضیح دادن و نظایر آن ها را ارتقا می دهد. به علاوه، دانش آموزان با بازتاب بر عملکرد، ذخایر دانشی موجود، مدل

ساخته شده، صحبت های اعضای گروه با هم و گفت و شنودشان با معلم خویش، مهارت های فراشناختی خود را توسعه می دهند (سازمان توسعه و همکاری های اقتصادی، ۲۰۰۳).

اضافه بر فعالیت های جمعی، مدل سازی ریاضی بر یادگیری فردی نیز تأکید دارد و این همان چیزی است که مورد قبول تعامل گراهاست. آن ها می کوشند فکر و شناخت را در فعالیت های عملی بگنجانند و فرق بین دانش و عمل را از طریق تمرکز بر روی گفت و شنود فرد با محیط اطرافش، از بین ببرند (رید^{۱۱}، ۱۹۹۶).

تأثیر عوامل مختلف بر عملکرد معلم

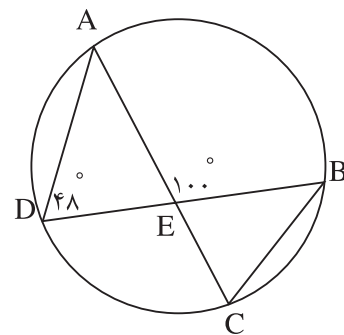
یافته های پژوهشی نشان می دهند که عوامل متعددی به طور مداوم و محدود، بر رفتار دانش آموزان و پیشرفت تحصیلی آنان اثر می گذارند که یکی از آن ها، معلم کلاس درس و رویکرد او به تدریس ریاضی است. پژوهش های واتسون و مورگان^{۱۲} (۲۰۰۲)، ایوان و والاچ^{۱۳} (۲۰۰۳) و دوئر و انگلیش^{۱۴} (۲۰۰۴) نشان می دهند که معلمان، از طریق عوامل متنوعی، به ایده های ریاضی دانش آموزان گوش می دهند که به طور نمونه، می توان به موارد زیر اشاره نمود:

- دانش معلم از ریاضی؛
- تصورات معلم در مورد راه حل های یک مسئله؛
- باورهای معلم درباره ماهیت یادگیری؛
- درک معلم از ماهیت تدریس و نقش خویش در کلاس درس؛
- احساس معلم درباره دانش آموزان؛
- انتظارات معلم از دانش آموزان؛
- موقعیتی که گوش دادن در آن اتفاق می افتد؛
- باور معلم نسبت به ریاضی براساس پیشینه قبلی وی؛
- پیش زمینه ریاضی و تجربه معلم.

برای مثال، نمونه زیر از کلاس درس معلمی با ۲۰ سال سابقه تدریس در دوره راهنمایی است. این نمونه نشان می دهد که

چگونه تصورات وی در مورد راه حل‌های یک مسئله، در نحوه گوش دادن^{۱۵} او به دانش‌آموزانش تأثیر می‌گذارد:

معلم شکل ۲ را پای تخته رسم می‌کند و می‌گوید:
معلم: بچه‌ها! به این سؤال توجه کنید. زوایای A, B, C و



E را خواسته. آیا کسی هست که به این جواب بده؟ / چند نفر دستشان را بلند می‌کنند/

معلم: یک... دو... سه... بقیه چی؟ فکر کنید! زاویه E چه زاویه‌ای است؟
یکی از دانش‌آموزان: مرکزی

معلم: نه، مرکزی نیست! مرکزی رو با O نشون می‌دیم
سپس معلم از این دانش‌آموز می‌خواهد برای حل سؤال پای تابلو بیاید.

طیبه می‌نویسد: $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ پس $\angle DEA = 80^\circ$ و ادامه می‌دهد:

$$48^\circ + 80^\circ = 128^\circ$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 128^\circ$$

در اینجا معلم کار او را قطع می‌کند و خطاب به کلاس می‌گوید:

معلم: کسی می‌تونه بگه زاویه خارجی چی بود؟
دانش‌آموزان: ... ؟ / سکوت! /

معلم: زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور شه.

و می‌نویسد:

$$\hat{A} + \hat{D} = 100^\circ$$

$$\hat{A} = ?$$

معلم: A و B هر دو روبرو به یک کمان. پس با هم برابرند.
 C و D هم روبرو به یه کمان پس با هم برابرند... درسته؟...
راه‌های مختلفی داره اما روش شما طولانیه.

در این نمونه واقعی، معلم اجازه نمی‌دهد دانش‌آموز، روش حلش را کامل کند زیرا با روش مورد نظر وی مغایر است. پس به طور مرسوم، حرف دانش‌آموز را قطع می‌کند و به ارایه روش خویش می‌پردازد. این درحالی است که یک مسئله می‌تواند روش‌های گوناگونی برای حل داشته باشد و به شرطی دانش‌آموز می‌تواند در ساختن دانش ریاضی خود نقش داشته باشد که داشتن حل‌های مختلف برای یک مسئله پذیرفته شده باشد. در حالی که تدریس‌هایی که نمونه آن معرفی شد، می‌تواند باعث شکل‌گیری این باور در دانش‌آموزان شود که شاید روش حل آنان نادرست است و باید همیشه به روش معلم خود وفادار بمانند. چنین روش تدریسی، ناخواسته و غیرعمدی، امکان اندیشیدن مستقل را از دانش‌آموزان سلب می‌کند. به گفته رادفورد^{۱۶} (۲۰۱۱)، اگر کار دانش‌آموزان بسیار وابسته به کار معلم باشد، یادگیری معنادار اتفاق نخواهد افتاد.

این در حالی است که معلمانی که چنین نقشی برای یادگیرنده قایل هستند، با روش تدریس و باورهای آموزشی خود، جور دیگری بر باورهای دانش‌آموزان تأثیرگذارند. نمونه بعدی، بخشی از مصاحبه با معلمی است که دارای ۲۲ سال سابقه تدریس ریاضی است. این نمونه، تأثیر پیشینه قبلی و باور معلم را بر عملکرد فعلی وی نشان می‌دهد.

من همیشه در زمان تحصیل خودم، وقتی معلم مطلبی مثلاً معادله خط رو درس می‌داد، می‌خواستم بدونم چه کاربردی توی زندگیم داره... این تصورات... این تخیلات... شب

هم‌چنین، معلمان برای آن که یک شنونده فعال باشند، نیازمند آموزش هستند، به این معنا که ایده‌های دانش‌آموزان را بشنوند و آنان را به توصیف و تشریح ایده‌هایشان تشویق نمایند

یکی از این عوامل، طراحی دوره‌های آموزشی مناسب پیش از خدمت و ضمن خدمت برای ورود مؤثر بحث مدل‌سازی ریاضی در برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای است. علاوه بر این، تجربه و تحقیق نشان داده است که تشکیل کارگاه‌های مدل‌سازی ریاضی به صورت عملی، برای معلمان علاقه‌مند به این نوع تدریس، مفید است.

آموزشگران معلمان نیز لازم است توجه داشته باشند که گفت‌و شنود و تعامل در آموزش‌های معلمان، نقش برجسته‌ای دارد و اگر همه مطالب به صورت قطعی و محصول نهایی در اختیار معلمان قرار گیرد، فرصت درک این را که ریاضی علمی تجربی هم هست که نیازمند حدس و آزمایش است، و دانش‌آموزان حق دارند آن را بسازند، خراب کنند و دوباره بسازند (پولاک^{۱۷}، ۲۰۰۷) را از دست می‌دهند. لذا اگر فرایند حل یک مسئله مدل‌سازی به درازا انجامید، باید به دانش‌آموزان فرصت داد تا طی بازتاب بر ایده‌های خود و دیگران، این فرآیند را کامل کنند.

هم‌چنین، معلمان برای آن که یک شنونده فعال باشند، نیازمند آموزش هستند (دیویس^{۱۸}، ۱۹۹۷)، به این معنا که ایده‌های دانش‌آموزان را بشنوند و آنان را به توصیف و تشریح ایده‌هایشان تشویق نمایند. اما گوش دادن فعال نیازمند این است که ایده‌های دانش‌آموزان را باور داشته باشیم. زمانی که باور داشته باشیم هر آنچه دانش‌آموز می‌گوید بازتابی از درک اوست، آسان‌تر می‌توانیم صبر کنیم تا پاسخی برای یک ایده ساده ریاضی بیابد (ون دوویل^{۱۹}، ۲۰۰۱) گاهی حتی یک تأیید ساده معلم هم چون «بله»، «آها» یا یک حرکت سر، می‌تواند دانش‌آموز را تشویق کند تا ایده‌اش را دنبال نماید. اگر اظهارنظرهای معلم، رویدادها را واقع‌بینانه و همراه با قدردانی توصیف کند، نتایجی که دانش‌آموز به دست می‌آورد، مثبت و سازنده خواهد بود (گینات، ۱۳۸۱). بدین معنا که به دنبال تشویق معلم، دانش‌آموز هم تشویق می‌شود تا ایده‌اش را پیگیری نماید.

وقتی می‌خواهیدم بهش فکر می‌کردم، بعدها فهمیدم چقدر می‌تونستم از ریاضی لذت ببرم ولی معلم من درست نگفته بود.... این مثالی که سر کلاس می‌ارم، تجربه شخصی خودمه، جایی کسی به من یاد نده.

این اشتیاق و این تجربه باعث شده بود که ایشان، برای ایجاد لذت از ریاضی در دانش‌آموزان خود، چاره‌اندیشی کند و مسایل واقعی جالبی پیدا کند. وی در کلاس، برای بیان کاربرد دستگاه‌های مختصات، مثال زیر را انتخاب کرده بود:

فرض کنید مامانتون شما رو بفرسته خرید، برید مغازه ... برنج می‌خرید، چای هم می‌خرید ... یه روز دیگه هم می‌رید از همون چیزا می‌خرید با همون قیمت، فقط مقدارش فرق می‌کنه. به نظر شما چند بار دیگه برید مغازه، می‌فهمید قیمت برنج و چایی چقدره؟

هر چند رفیع‌پور (۱۳۹۰) در پژوهش خود نشان داد که کتاب‌های درسی ایران به ندرت حاوی مسائل مدل‌سازی واقعی هستند، با این وجود آشنا کردن معلمان با این رویکرد سبب می‌شود آن‌ها خود مسائل مناسب را یافته و به دانش‌آموزانشان ارائه کنند.

جمع‌بندی

عوامل متعددی بر عملکرد معلم در کلاس درس تأثیر می‌گذارند، که بعضی از آن‌ها، می‌تواند به معلم در انتخاب مسائل مدل‌سازی مناسب برای تدریس ریاضی در کلاس کمک کند.

پی‌نوشت

۱۴. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

5. Calvert, L. (2000). Mathematical conversations within the Practice of mathematics. **24th Annual Meeting of Canadian Mathematics Education Study Group**. 123-128.
6. Clements, M. A. & Ellerton, N. F. (1996). **Mathematics education research: Past, present and Future**: UNESCO.
7. Davis, B. (1997). Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**. 28(3), 355-76.
8. English, L. D. & Doerr, H. M. (2004). Learning through interacting with students' ways of thinking. **27th Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australia: Mathematics Education for The Third Millennium: Towards 2010**. 215-222.
9. Even, R. & Wallach, T. (2003). On student observation and student assessment. In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert & J. Mousley (Eds.). **Mathematics education research: Innovation, networking, opportunity: Proceedings of The 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Vol. 1, pp. 316-323. Melbourne, Australia: Deakin University.
10. Holton, D. L. (2010). Constructivism+ embodied cognition = Enactivism: Theoretical & practical implications for conceptual change. **AERA Annual Conference**. Colorado: AERA.
11. Morgan, C. & Watson, A. (2002). The interpretative nature of teachers' assessment of students' mathematics: Issues for equity. **Journal for Research in Mathematics Education**. 33(2), 78-110.
12. Niss, M.; Blum, W. & Galbraith, P. (2007). **Part 1: Introduction. ICMI Study 14: Modeling and applications in mathematics education**, 3- 32.
13. OECD. (2003). **The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills**. The Author.
14. Pierce, R. & Stacey, K. (2006). Enhancing image of mathematics by association with simple pleasures from real world contexts. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, 38. 214-225.
15. Radford, L. (2011). Book review: Classroom interaction: Why is it good, really? B. Schwarz, T. Dreyfus & R. Hershkowitz. (Eds.). (2009) Transformation of knowledge through classroom interaction. **Educational Studies in Mathematics**, 76, 101-115.
16. Reid, D. (1996). Enactivism as a methodology. In L. Puig & A. Gutiérrez (Eds.). **Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, (Vol. 4, pp. 203-210). Valencia, Spain: PME.

1. M. A. Clements & N. F. Ellerton
2. L. N. Lacroix
3. Enactivism

در حال حاضر، معادل مناسب‌تری به جز «تعامل‌گرایی»، برای این واژه نیافته‌ایم. اگر خوانندگان عزیز واژه مناسب‌تری یافتند، لطف کرده و ما را مطلع کنند.

4. L. G. Calvert
5. Proulx
6. Holton
7. M. Niss.; W. Blum & P. Galbraith
8. Formulate
9. OECD (Organization for Economic Co-operation and Development)
10. R. Pierce & K. Stacey
11. Reid
12. Morgan & Watson
13. Even & Wallach
14. H. Doerr & L. English
۱۵. گوش‌دادن تنها به گوش فرادادن محدود نمی‌شود و شامل مشاهده و احساس کردن است
16. Radford
17. Pollak
18. Davis
19. J. A. Van De Walle

منابع

۱. رفیع‌پور گتایی، ابوالفضل. (اردیبهشت ۱۳۹۰). رویکرد مدل‌سازی و کاربرد به یاددهی و یادگیری ریاضی. **مجموعه مقالات اولین همایش تحول بنیادین در نظام برنامه درسی ایران**. مشهد، دانشگاه فردوسی مشهد.
۲. گینات، هایم. **روابط معلم و دانش‌آموز**. ترجمه سیاوش سرتیپی (چاپ چهارم، ۱۳۸۱). انتشارات آسونه. تهران.
۳. لاکروکس، لاینال. (۱۹۹۱). مقایسه بین دیدگاه‌های رفتارگرایی و ساخت‌وسازگرایی. ترجمه زهرا گویا (۱۳۸۳). **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۷۶. صص. ۱۸ تا ۲۲. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۴. ون دوویل، جان. (۲۰۰۱). توسعه فهم و درک ریاضی. ترجمه سپیده چمن‌آرا (۱۳۸۲). **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۷۴. صص. ۴ تا

استدلال و اثبات

در آموزش ریاضی

فهمیه کلاهدوز، کارشناس ارشد آموزش ریاضی

ابراهیم ریحانی، استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

فریده حمیدی، استادیار روان‌شناسی، گروه علوم تربیتی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

بحث بر سر جایگاه استدلال و اثبات در
درون خود ریاضیات نیست، بلکه بحث
اصلی بر سر این جایگاه در ریاضیات
مدرسه‌ای می‌باشد

چکیده

هدف این مقاله، بررسی جایگاه استدلال و اثبات در آموزش ریاضی و بیان مشکلات دانش‌آموزان در دوره‌های مختلف تحصیلی در رابطه با این مفاهیم است. با وجود تأکید زیاد بر اهمیت استدلال و اثبات در ریاضیات مدرسه‌ای، بسیاری از تحقیقات نشان داده‌اند که اغلب دانش‌آموزان در همه سطوح تحصیلی، در فهم و درک اثبات با مشکل مواجه می‌شوند. تعریف آموزشگران ریاضی از اثبات و کارکردهایی که آن‌ها برای این فرایند در محیط آموزشی بیان می‌نمایند، با تعریف دقیق و رسمی اثبات که در جامعه ریاضیدانان مورد قبول می‌باشد تا حدودی متفاوت است و به عواملی از جمله توانایی ریاضی دانش‌آموزان، سن آن‌ها، مقطع تحصیلی و فهم و درک و تجربه معلمان از اثبات و مانند این‌ها بستگی دارد.

کلیدواژه‌ها: استدلال، اثبات ریاضی، آموزش، درک و فهم، مشکلات دانش‌آموزان.

کوهن^۱ (۲۰۰۸) معتقد است که یکی از وظایف آموزش عمومی، آماده کردن محیطی است که دانش‌آموزان در قالب آن بتوانند به‌طور فردی و گروهی برای تصمیم‌گیری در مسائل زندگی و شرکت در بحث‌های منطقی آماده شوند، مهارت‌های استدلالی خود را توسعه دهند و این فعالیت‌ها را با ارزش بدانند تا به رفاه فردی و اجتماعی برسند. با توجه به این که یکی از مباحث مهم در آموزش ریاضی نیز، تدریس و یادگیری مهارت‌های مربوط به استدلال و اثبات است، بسیاری از محققان در مورد ماهیت این مفاهیم در آموزش ریاضی، توانایی دانش‌آموزان و مشکلات آن‌ها در زمینه استدلال و اثبات ریاضی به مطالعه پرداخته‌اند (هارل^۲ و ساودر^۳، ۱۹۹۸، ۲۰۰۷؛ هنا^۴، ۲۰۰۰؛ هیلی^۵ و هویلز^۶، ۲۰۰۰؛ استایلیانیدز^۷، ۲۰۰۷). البته همان گونه که گویا (۱۳۸۵) بیان می‌دارد، بحث بر سر جایگاه استدلال و اثبات در درون خود ریاضیات نیست، بلکه بحث اصلی بر سر این جایگاه در ریاضیات مدرسه‌ای می‌باشد. بدین سبب، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM^۸، ۲۰۰۰)، در سند «اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای»، یکی از استانداردها را با «استدلال و اثبات» معرفی نموده و در توضیح آن آورده است که برنامه‌های درسی ریاضی از پیش‌دبستانی تا پایان پایه دوازدهم (سال پایانی مدرسه)، باید دانش‌آموزان را قادر سازند تا؛

یکی از وظایف آموزش عمومی، آماده کردن محیطی است که دانش‌آموزان در قالب آن بتوانند به‌طور فردی و گروهی برای تصمیم‌گیری در مسائل زندگی و شرکت در بحث‌های منطقی آماده شوند، مهارت‌های استدلالی خود را توسعه دهند و این فعالیت‌ها را با ارزش بدانند تا به رفاه فردی و اجتماعی برسند

• استدلال و اثبات را به عنوان جنبه‌های اساسی ریاضیات بشناسند.

• حدسیه‌های ریاضی ساخته و آن‌ها را مورد بررسی قرار دهند.

• ادعاها و اثبات ریاضی را تکمیل کرده و ارزیابی کنند.

• روش‌های مختلف استدلال و اثبات را انتخاب نموده و به کار گیرند (ص ۵۶).

در ادامه، به بررسی تعاریف و کارکردهای استدلال و اثبات از نگاه نظریه‌پردازان و محققان در آموزش ریاضی می‌پردازیم.

این بحث‌ها در حالی است که بسیاری از نظریه‌پردازان از نقطه نظر آموزشی و معرفت‌شناسی، درصدد پاسخ‌گویی به این پرسش بوده‌اند که «ماهیت اثبات ریاضی چیست؟» اما جواب نهایی و منحصر به فردی برای آن نیافته‌اند. برای مثال، در شاخه‌های مختلف ریاضی، تعریف‌های مختلفی با شرایط و ملاک‌های متفاوت برای اثبات ارایه شده است. در هر صورت، از نظر بسیاری از ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی، یک اثبات ریاضی دنباله‌ای منطقی و صوری از استدلال‌هایی است که با

استدلال و اثبات در آموزش ریاضی

تعریف‌هایی که توسط ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی در مورد استدلال و اثبات ریاضی ارایه شده و کارکردهایی که برای این مفاهیم بیان گردیده است، متنوع و گاهی متفاوت است، به‌گونه‌ای که این تنوع می‌تواند بر کاربرد و استفاده از آن‌ها در

مجموعه‌ای از داده‌های معین و مشخص مانند اصول موضوعه، تعاریف، مفروضات و نتایج ثابت شده قبلی شروع می‌شود و با استفاده از مراحل منطقی، به یک نتیجه معتبر می‌رسد (هنا و همکاران، ۲۰۰۴). آن‌ها توضیح می‌دهند که این تعریف، می‌تواند برای یک دانش‌آموز که نوشتن اثبات را شروع کرده، گیج‌کننده و مبهم باشد و سؤالاتی برای او مطرح شود از جمله این که

یک اثبات ریاضی دنباله‌ای منطقی و صوری از استدلال‌هایی است که با مجموعه‌ای از داده‌های معین و مشخص مانند اصول موضوعه، تعاریف، مفروضات و نتایج ثابت شده قبلی شروع می‌شود و با استفاده از مراحل منطقی، به یک نتیجه معتبر می‌رسد

چگونه تشخیص دهم کدام اصول موضوعه برای شروع اثبات به کار برده می‌شود؟ یا چگونه مراحل منطقی برای استفاده، تشخیص داده می‌شود؟ البته، هنا (۲۰۰۰) توجه به این نکته را ضروری می‌داند که صرفاً در نظر گرفتن جنبه صوری اثبات در آموزش ریاضی کافی نیست و در این زمینه، یک اثبات باید قابلیت توضیح نیز داشته باشد.

با این توجه، استایلیانیدز (۲۰۰۷) فرایند اثبات را در محیط کلاس درس ریاضی، این‌گونه تعریف می‌کند:

اثبات، یک استدلال ریاضی متشکل از دنباله‌ای منطقی و به هم پیوسته از گزاره‌هاست که یک ادعای ریاضی را تأیید یا رد می‌کند و دارای ویژگی‌های زیر است:

- استفاده از گزاره‌های قابل قبول و تأیید شده توسط افراد کلاس که بدون توجیهات بیشتر در دسترس هستند و معتبر می‌باشند.
- به‌کارگیری شکل‌هایی از استدلال که از نظر افراد کلاس، معتبر و شناخته شده‌اند و در حیطه فهم آن‌ها قرار دارد.
- ایجاد ارتباط از طریق اشکال مختلف گفتاری مناسب و قابل فهم در بین اعضای کلاس.

این تعریف، از یک طرف ریاضی را به‌عنوان رشته علمی در نظر گرفته که مستلزم استفاده از گزاره‌ها، الگوها و روش‌های معتبر و مناسب است و از طرف دیگر، دانش‌آموزان را به عنوان یادگیرندگان ریاضی لحاظ کرده است که نیازمند وابستگی اثبات به مفهوم پذیرفته شده و در دسترس برای افراد یک کلاس در یک زمان معین هستند. البته دیدگاه‌های دیگری در مورد ویژگی‌های یک اثبات قابل قبول به‌ویژه در ارتباط با آموزش ریاضی وجود دارد که این تعاریف می‌توانند بر اساس اهدافی باشند که آموزشگران و نظریه‌پردازان برای فرایند اثبات در نظر می‌گیرند. در ادامه، به فهرستی از کارکردها و اهداف اثبات که در تحقیقات دوپلی‌ریز^{۱۲} (۱۹۹۹)؛ هنا (۲۰۰۰)؛ پاداک^{۱۳} (۲۰۰۹)؛ همی^{۱۴} (۲۰۱۰) آمده است، اشاره می‌کنیم.

- تصدیق و توجیه (تأیید درستی یک گزاره)
- توضیح (بیان این که چرا گزاره مورد نظر درست است)
- متقاعد کردن (برطرف کردن شک)
- سازمان‌دهی (نظام‌وار کردن نتایج در نظام استنتاجی اصول موضوعه)
- کشف (ایجاد نتایج جدید)



- ارتباطات (گفت‌وگوهای معنی‌دار در رابطه با درک عمیق‌تر مفاهیم ریاضی)
- زیبایی‌شناسی
- ایجاد چالش‌های ذهنی
- ساخت یک نظریه تجربی
- شناسایی مفهوم یک تعریف یا نتایج یک فرضیه
- شناسایی تعاریف
- تلفیق حقیقت‌های شناخته شده در چارچوب‌های جدید
- تعمیم
- فراهم کردن زمینه‌های مناسب برای ساخت و ساز دانش ریاضی جدید و اعتباربخشیدن به آن.

این تنوع نشان می‌دهد که فرایند اثبات، پیچیده است و نیازمند گستره‌ای از شایستگی‌های دانش‌آموزان مثلاً معین کردن فرض‌ها، جداسازی ویژگی‌های معین و سازمان‌دهی استدلال‌های منطقی است. اما لازم است معلمان در ابتدا، برای فهم بهتر اثبات توسط دانش‌آموزان، به جای درگیر کردن آن‌ها با نمادهای جبری، تأکید بیشتری بر ایجاد معنا و مفهوم مورد نظر داشته باشند و تنها بر استنتاج‌های صوری و رسمی تکیه نکنند (وارجیس^{۱۵}، ۲۰۰۷)، به گفته راس (۲۰۰۰)، معلمان ریاضی باید هر چیزی را تا حدی که در سطح دانش ریاضی دانش‌آموزان، منطقی و مؤثر جلوه می‌کند، توضیح دهند و مهم‌ترین چیز، صادق بودن است. در واقع اگر معلمان از چند مثال و مورد خاص برای بررسی درستی یک گزاره استفاده می‌کنند، به دانش‌آموزان گوشزد نمایند که یک دلیل منطقی نیز مورد نیاز است. همچنین، وی معتقد است که تأکید بر اثبات باید بیشتر بر ارزش آموزشی آن باشد تا صحت صوری آن، زیرا پرداختن به جزئیات تکنیکی اثبات‌ها موجب درک اثبات یا پیدا کردن شهود نسبت به آن نمی‌شود. رکیو^{۱۶} و گودینو^{۱۷} (۲۰۰۱) هم بر این باورند که اثبات‌های غیررسمی^{۱۸}، جایگاه مهمی در آموزش ریاضی دارند و برای رسیدن به استدلال‌های پیشرفته ریاضی ضروری‌اند. آن‌ها معتقدند که استدلال‌های استنتاجی و تحلیلی، اغلب در مراحل کشف و فرایند حل مسئله و اثبات، بی‌ثمر و حتی در برخی موارد مزاحم‌اند، زیرا در فرایند اثبات ضروری است که روش‌های قابل توجهی از استدلال به‌ویژه استدلال تجربی مورد استفاده قرار گیرند و باید دانست که ماهر شدن دانش‌آموز در استدلال‌های

استنتاجی، نیازمند زمان است. علاوه بر این، مانسی (۲۰۰۳) معتقد است که قبل از این که از دانش‌آموزان خواسته شود تا به نوشتن اثبات بپردازند، باید توانایی و مهارت استدلال ریاضی در آن‌ها توسعه یابد. در واقع، گسترش توانایی دانش‌آموزان برای استدلال و توجیه این که چرا یک مفهوم ریاضی برقرار است یا چرا یک رویه خاص کار می‌کند، باید به عنوان قسمت مهمی از آموزش ریاضی محسوب شود. زیرا دانش‌آموزانی که مهارت‌های مربوط به توجیه و استدلال در آن‌ها تقویت نمی‌شود، به احتمال زیاد با مفهوم رسمی اثبات مشکل پیدا خواهند کرد. هارل (۲۰۰۸) نیز ابراز می‌دارد که موقعی که دانش‌آموزان مشغول فعالیت‌های ریاضی هستند، باید اجازه داده شود تا روش‌های فهمیدن و تفکر خود را هر چند که ناقص و اشتباه باشد، ارایه دهند زیرا این کار، در ایجاد دانش رسمی به آن‌ها کمک می‌کند. علاوه بر این، لازم است که معلمان، از فرصت‌های ویژه و تکالیف مختلف برای درگیر کردن دانش‌آموزان در فعالیت‌های مرتبط

اثبات‌های غیررسمی، جایگاه مهمی در آموزش ریاضی دارند و برای رسیدن به استدلال‌های پیشرفته ریاضی ضروری‌اند

با اثبات و استدلال آگاه باشند، زیرا در غیر این صورت، ممکن است که دانش‌آموزان از تجربه انجام انواع مهم تکالیف اثبات بی‌بهره بمانند (استایلیانیدز و بال، ۲۰۰۸) یعنی، تکالیفی که دانش‌آموزان را صرفاً با رویه‌ها و الگوریتم‌ها مواجه می‌کنند، به ندرت توانایی توسعه تفکر اصیل ریاضی را در آن‌ها دارند.

مشکلات آموزش اثبات و استدلال

علی‌رغم تأکید زیاد بر اهمیت استدلال و اثبات در آموزش ریاضی و ارایه تعاریف متعدد برای این مفاهیم، تحقیقات نشان می‌دهند که بسیاری از دانش‌آموزان و حتی معلمان ریاضی، در یادگیری و نوشتن اثبات‌های ریاضی مشکل دارند (هارل و ساودر، ۲۰۰۷، ۱۹۹۸؛ استایلیانیدز، ۲۰۰۷، ۲۰۰۵؛ وارجیس، ۲۰۰۷؛ دی وان سپرونسن^{۱۹}، ۲۰۰۸). هارل و ساودر (۱۹۹۸، ۲۰۰۷)، برخی از باورهای مشترک و عمومی دانش‌آموزان را درباره این که چه چیزی یک اثبات ریاضی را می‌سازد، به صورت

زیر، طبقه‌بندی کرده‌اند:

● **آیین^{۲۰}:** یک استدلال، در صورتی یک اثبات است که مطابق با آداب و آیین خاص ریاضی باشد. در واقع، دیدگاه فرد بر این اساس است که ساختار رسمی یک اثبات، چیزی است که یک اثبات را معتبر می‌سازد و نه محتوای آن. برای مثال، بعضی از معلمان بر این باورند که استدلال‌های هندسی، تنها به شکل نوشتن فرض و حکم به تفکیک (اثبات‌های دوستونی)، به عنوان اثبات پذیرفته می‌شوند.

● **قدرت مطلقه^{۲۱}:** یک استدلال، زمانی یک اثبات است که توسط یک مرجع رسمی مانند معلم یا یک ریاضی‌دان مشهور، ارایه و تأیید شود.

● **استقرایی^{۲۲}:** درستی یک گزاره کلی بر اساس یک یا چند مثال، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

● **ادراکی^{۲۳}:** از طریق یک شکل مناسب و براساس تصورات ذهنی، شخص نشان دهد که ویژگی مورد نظر، برقرار است.

موقعی که دانش‌آموزان مشغول فعالیت‌های ریاضی هستند، باید اجازه داده شود تا روش‌های فهمیدن و تفکر خود را هر چند که ناقص و اشتباه باشد، ارایه دهند

به‌عنوان مثال، در ابتدای یادگیری کسرها، برخی از بچه‌ها به‌طور حسی قضاوت می‌کنند که $\frac{1}{2} > \frac{3}{4}$ ، چون این‌گونه به نظرشان می‌رسد.

● **نمادین^{۲۴}:** برای بررسی درستی یک گزاره، از نمادهای ریاضی استفاده می‌شود که ممکن است معنادار و هدفمند نباشند.

برخی از تحقیقات نیز نشان داده‌اند که دانش‌آموزان، هم در شروع اثبات و هم در خاتمه دادن به آن، مشکل دارند و در توجیه و تشخیص این‌که آیا یک اثبات ارایه شده کامل است یا خیر، ناموفقند و مهارت‌های منطقی مورد نیاز را برای تشخیص نقص‌های موجود در استدلال‌هایشان ندارند (کادوالادولوسکر^{۲۵}، ۲۰۰۷). هارل و ساودر (۲۰۰۷) بر این باورند که چون فرایند اثبات یک فعالیت اجتماعی (جمعی) است، در نتیجه اغلب دانش‌آموزان در تعیین و تصمیم این‌که چه موقع یک اثبات کامل و تمام است، با مشکل مواجه می‌شوند. زیرا اثبات هر گزاره

ریاضی، علاوه بر این‌که فرد اثبات‌کننده را در مورد صحت و درستی گزاره و فرایند اثبات متقاعد می‌کند، باید از نظر دقت و اعتبار نیز مورد پذیرش و تأیید جامعه ریاضی واقع گردد. علاوه بر این، مطالعات نشان می‌دهند که بسیاری از دانش‌آموزان حتی در دوره متوسطه، بیشتر با مثال‌ها متقاعد می‌شوند تا اثبات‌های صوری (هارل و ساودر، ۱۹۹۸، هیلی و هوپلز، ۲۰۰۰، باقری طاقانکی، ۱۳۸۸). در واقع، یکی از مشکلات اساسی دانش‌آموزان، عدم توانایی آن‌ها در تمایز بین استدلال‌های استقرایی و استنتاجی است و بیشتر آن‌ها، استدلال استقرایی را به عنوان یک تکنیک معتبر برای اثبات می‌پذیرند. برخی از محققان نیز در تحقیقات خود به این نتیجه رسیده‌اند که دانش‌آموزان، نیاز به اثبات را در ریاضی درک نمی‌کنند و اثبات را امری ضروری در ریاضی نمی‌بینند (هارل و ساودر، ۲۰۰۷). دی وانس پرونسن (۲۰۰۸) در مطالعه خود مشاهده نمود که دانش‌آموزان در اثبات چیزی که بدیهی^{۲۶} به‌نظر می‌رسد، مشکل دارند و اغلب آن‌ها، از چیزی که یک اثبات را معتبر می‌سازد، آگاه نیستند. البته وی متذکر شده است که تعریف کلمه «بدیهی» برای دانش‌آموزان با توجه به شرایط آموزشی و قوانین و قضایای پذیرفته شده در کلاس درسشان، متفاوت است. هم‌چنین، تحقیقات نشان می‌دهند که اغلب دانشجو معلمان نیز در درک و فهم مسایل مرتبط با اثبات و تشخیص این‌که چه چیزی یک اثبات معتبر را می‌سازد، با مشکل مواجه هستند (رکیو و گودینو، ۲۰۰۱؛ وارجیس، ۲۰۰۷).

بحث و پیشنهاد

تحقیقات بسیاری توسط محققان و آموزشگران ریاضی در مورد بررسی ماهیت استدلال و اثبات و مشکلاتی که دانش‌آموزان در یادگیری این مفاهیم دارند، انجام گرفته و پیشنهادات و راه‌حل‌های بسیاری نیز ارایه گردیده است که به اختصار، به برخی از آن‌ها در این مقاله اشاره شد. تعاریف و کارکردهای مختلفی برای مفهوم اثبات وجود دارد که تعریف هر جامعه‌ای از این مفاهیم، می‌تواند هدف و کارکرد آن را مشخص نماید. به‌عنوان مثال، تعریف و نقش اثبات در جامعه ریاضی‌دانان، با تعریف و نقش این مفاهیم در دوره‌های مختلف تحصیلی متفاوت است، ولی در هر صورت، این مفاهیم باید به‌گونه‌ای ارایه شوند

یکی از مشکلات اساسی دانش‌آموزان، عدم توانایی آن‌ها در تمایز بین استدلال‌های استقرایی و استنتاجی است و بیشتر آن‌ها، استدلال استقرایی را به عنوان یک تکنیک معتبر برای اثبات می‌پذیرند. برخی از محققان نیز در تحقیقات خود به این نتیجه رسیده‌اند که دانش‌آموزان، نیاز به اثبات را در ریاضی درک نمی‌کنند و اثبات را امری ضروری در ریاضی نمی‌بینند

پی‌نوشت

1. Kuhn
2. Harel
3. Sowder
4. Hanna
5. Healy
6. Hoyles
7. Stylianides
8. National Council of Teachers of Mathematics: NCTM
9. Leighton
10. Ball
11. Bass
12. de Villiers
13. Paddack
14. Hemmi
15. Varghese
16. Recio
17. Godino
18. Informal
19. Dee Van Spronsen
20. Ritual
21. Authoritative
22. Inductive
23. Perceptual
24. Symbolic
25. Cadwalladerolsker
26. obvious

منابع

۱. گویا، زهرا. (۱۳۸۵). چرا ویژه‌نامه اثبات؟ **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۸۳. صص. ۳-۲. دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۲. باقری طاقانکی، حسین (۱۳۸۸). **درک و فهم دانش‌آموزان سال اول و دوم دبیرستان از اثبات**. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.
۳. راس، کنت. (۲۰۰۰). ریاضی ورزیدن و اثبات: جایگاه الگوریتم‌ها و اثبات در ریاضیات مدرسه‌ای. ترجمه فاطمه مرادی و محبوبه شریعتی (۱۳۸۵). **مجله رشد آموزش ریاضی**. شماره ۸۳. صص. ۳۰ تا ۲۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

و مورد استفاده قرار گیرند که قابل قبول و مورد پذیرش افراد آن جامعه باشند و اعتبار آن‌ها برای مخاطبان محفوظ بماند. برخی از تحقیقات به استفاده دانش‌آموزان از مثال‌ها و استدلال استقرایی در تأیید گزاره‌ها و عدم توانایی آن‌ها در تمایز بین روش‌های مختلف استدلال و اثبات اشاره می‌کنند. در حالی که بسیاری از ریاضی‌دانان و آموزشگران ریاضی، بر اعتبار و دقت در ارایه اثبات تأکید می‌نمایند. همان‌گونه که استابلیانیدز معتقد است، برای ارایه یک اثبات ریاضی در کلاس درس، باید ریاضی به عنوان یک رشته علمی و دانش‌آموزان به عنوان یادگیرندگانی که آمادگی پذیرش یک سری مفاهیم را دارند، مورد توجه قرار گیرند. به‌طور کلی، استفاده از انواع روش‌های استدلال و اثبات برای آموزش و ارایه این مفاهیم در ریاضیات مدرسه‌ای مناسب‌اند، اما این دقت ضروری است که هر کدام از این روش‌ها، باید در جای مناسب خود و با توجه به شرایط دانش‌آموزان مورد استفاده قرار گیرند، به‌گونه‌ای که آن‌ها، برای دقت و رسیدن به اعتبار مورد نیاز، ارزش قائل شوند. علاوه بر این، یکی از وظایف معلمان ریاضی این است که در کلاس درس، فرصت‌ها و شرایطی را فراهم نمایند که در قالب آن، دانش‌آموزان از اهمیت و ضرورت اثبات و استدلال‌های معتبر و کارکردهای مختلف این مفاهیم، آگاه شوند. البته در ریاضیات مدرسه‌ای نباید در ارایه اثبات‌های رسمی شتابزده عمل نمود. در واقع، باید توجه داشت که هرچند این نوع اثبات‌ها معتبر و مورد تأیید جامعه ریاضی است، اما در زمینه آموزش، اثبات‌های غیررسمی نیز به نوبه خود با ارزش‌اند و چنان‌چه محیط حمایتی مناسبی برای پرورش و رشد مهارت‌های استدلالی دانش‌آموزان فراهم شود تا آن‌ها بتوانند در کلاس درس، نظرات خود را بیان نموده و استدلال‌ها و حدسیه‌های هم‌کلاسی‌هایشان را مورد نقد و بررسی قرار دهند و معلم نیز بتواند این جریان را هدایت و کنترل کند، این استدلال‌ها سرانجام می‌توانند به سمت اثبات‌های رسمی سوق یابند.

دیرگاه‌های ارزش‌گذار بر تحقیقات آموزش ریاضی

(از ۱۹۵۰ تا ۱۹۸۰ میلادی)

اصغر قاسمی

دبیر دبیرستان‌های شهریار از شهرستان‌های استان تهران

اشاره

در نیمسال اول تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰، درس «اصول آموزش ریاضی» توسط زهرا گویا، در گروه ریاضی دانشگاه شهید بهشتی ارائه شد. در این درس، اصغر قاسمی- دبیر ریاضی دبیرستان‌های شهریار از شهرستان‌های استان تهران- به‌طور منظم در این کلاس شرکت کردند و پا به پای دانشجویان این کلاس، خواندند و بحث کردند و گوش کردند و تکلیف انجام دادند! یکی از تکلیف‌های این درس، خلاصه‌نویسی از هر فصل، بعد از تمام شدن آن بود. این خلاصه‌ها توسط استاد درس با دقت تصحیح می‌شد و به دانشجویان بازگردانده می‌شد تا مجدداً آن‌ها را تصحیح کنند. هدف از این تکلیف‌ها دو چیز بود؛ یکی اطمینان از این که هر فصل توسط همه، خوب فهمیده شده و دیگر این که دانشجویان با شیئی ملایم، مقاله‌نویسی یاد بگیرند. این مقاله، خلاصه‌ای است که آقای قاسمی- بدون داشتن تعهدی برای انجام تکلیف‌ها- برای فصل سوم کتاب این درس نوشته بودند. عنوان این کتاب

Mathematics Education Research: Past, Present and Future

است که نویسندگان آن، کن کلمنتس و نوریدا الرتون هستند که به سفارش یونسکو، آن را در سال ۱۹۹۶ نوشته‌اند و این کتاب به‌طور مجانی، از طریق www.unesco.org قابل دسترسی و گرفتن نسخه چاپی است. امید است که برای خوانندگان گرامی مجله، قابل استفاده باشد.

چکیده

در این مقاله، سعی شده است تلاش‌هایی را که در طول یک فاصله زمانی مشخص، برای دستیابی به روش‌های مناسب تحقیق در زمینه آموزش ریاضی انجام شده است در فاصله زمانی ۱۹۵۰ تا ۱۹۸۰ بررسی شود. در این بررسی، مروری بر جنبش‌های ریاضی جدید، رفتارگرایی، یادگیری در حد تسلط^۱، روش‌های استنباط آماری و روان‌شناسی آموزش ریاضی و فرازها و فرودهای آن‌ها می‌کنیم-فراز و فرودهایی که مبین کافی نبودن و مطمئن نبودن استفاده منحصر به فرد هر کدام از این دیدگاه‌ها در تحقیقات آموزش ریاضی است. پس از آن، تنها اشاره‌ای داریم به این که به دلیل همین نارسایی‌ها و پس از این سه دهه، مکاتب و روش‌هایی نو در زمینه تحقیقات آموزش ریاضی ظهور کردند و بر جریان تحقیقات این حوزه، اثر گذاشتند.

کلیدواژه‌ها: دوره ریاضی جدید، رفتارگرایی، برنامه درسی، یادگیری در حد تسلط، آزمون‌های معنی‌دار آماری، تحقیقات آموزش ریاضی، نقد و بررسی.

فراز و فرودهای دوره ریاضی جدید

هر چند تاریخ تولد جنبش ریاضی جدید را می‌توان اوایل دهه پنجاه میلادی دانست، اما دلیل اصلی به‌وجود آمدن این نهضت به روشنی مشخص نیست. گروهی بر این باورند که پرتاب اسپاتنیک (اولین قمر مصنوعی شوروی سابق) در سال ۱۹۵۷، منجر به شکل‌گیری نهضت ریاضی جدید در ایالات متحده شد و برخی دیگر، نتایج تلاش‌های گروه بورباکی در فرانسه یا کارهای افرادی مانند جفری ماتیوس و برایان تووایتس^۲ در انگلستان را سرچشمه ریاضی جدید می‌دانند.

در هر صورت، این برنامه و حوادثی که به سبب آن در حوزه آموزش ریاضی برجسته شدند، تأثیر برنامه درسی ریاضی جدید را می‌توان در دو دوره ابتدایی و متوسطه مطالعه کرد. برنامه ریاضی جدید دوره متوسطه، عمدتاً توسط ریاضی‌دان‌های دانشگاهی تولید شد. در حالی که، برنامه درسی ریاضی جدید در دوره ابتدایی، بر مبنای ایده‌های روان‌شناسان برجسته‌ای مانند برونر، پیاز، دبیزن^۳ و گاتنو^۴ توسعه یافت.

برنامه درسی ریاضی جدید در دوره متوسطه

یک خصوصیت بارز ریاضیات جدید متوسطه در آن دوره، استفاده گسترده از نمادگرایی بود و در این میان، هندسه اقلیدسی جای خود را به هندسه تبدیلی^۵ داد که، روش‌های یاددهی و یادگیری متفاوتی را می‌طلبید. برنامه‌های درسی این دوره با دید کلی از مرکز به محیط برنامه‌ریزی شدند که نظریه مجموعه‌ها زیربنا، منطق صوری

دفاتر وابسته به آموزش و پرورش بیشتر تحت تأثیر ریاضی‌دانان و سیاست‌مداران، درباره برنامه درسی تصمیم‌گیری می‌کردند و به ندرت معلمان در مرحله تصمیم‌گیری شرکت داده می‌شدند

زبان و تابع، مفهوم محوری و هماهنگ‌کننده آن برنامه‌ها بودند. در آن زمان، دفاتر وابسته به آموزش و پرورش بیشتر تحت تأثیر ریاضی‌دانان و سیاست‌مداران، درباره برنامه درسی تصمیم‌گیری می‌کردند و به ندرت معلمان در مرحله تصمیم‌گیری شرکت داده می‌شدند. اما انتظار از معلمان این بود که نه تنها تلاش و کوشش بیشتری در فهمیدن مفاهیم تازه ریاضی جدید داشته باشند، بلکه روش‌های تدریس متناسب با دستگاه نمادهای مربوط به آن را به‌خوبی فرا گیرند.

برنامه درسی ریاضی جدید دوره ابتدایی

هر چند ریاضی جدید سعی بر ایجاد ارتباط بهتر و بیشتری بین دوره‌های ابتدایی و راهنمایی با دوره متوسطه داشت، اما ایجاد این ارتباط برای دوره متوسطه نمود بیشتری داشت. در دوره ابتدایی، بیشتر برنامه‌ها متکی بر یافته‌های روان‌شناسان آموزشی چون؛ ماریا مونته سری، جروم برونر، جورج کوئیزنر، زالتان دبیزن، کالب گاتنو و ژان پیازه طراحی شدند. حرف اصلی این گروه از روان‌شناسان این بود که نباید از کودکانمان انتظار یادگیری چیزی را داشته باشیم که از نظر رشد ذهنی، هنوز به مرحله‌ای نرسیده‌اند که قادر به انجام آن باشند. (شرایط لازم برای یادگیری آن موضوع را ندارند). وسایل کمک آموزشی مانند مکعب‌های دبیزن^۶ یا هم‌چنین، میله‌های کوئیزنر^۷ حاصل این نوع تفکر بودند که یادگیری ریاضی شامل سه مرحله مجسم، نیمه مجسم و انتزاعی است و برای عینی کردن و تجسم بخشیدن به مفاهیم ریاضی استفاده می‌شدند.

فراز و فرودهای رفتارگرایی در آموزش ریاضی

با سخنرانی معروف واتسون (۱۹۵۸-۱۸۷۸م) در سال ۱۹۱۳، مکتب رفتارگرایی به طور رسمی معرفی شد. ریشه فلسفی این مکتب به دیدگاه جان لاک برمی‌گردد که ذهن آدمی را چون لوح سفیدی^۸ می‌دانست که قادر هستیم بر آن، هر طرحی را نقاشی کنیم. ریشه روان‌شناختی این مکتب نیز به تحقیقات محرک-پاسخی^۹ با حیوانات و تحقیقات بی.اف. اسکینر (۱۹۰۴-۱۹۹۰) برمی‌گردد. به‌طور خلاصه، یک رفتارگرا معتقد است که:

دانش: توصیف یک واقعیت عینی یا تطابق با یک واقعیت عینی است.

یادگیری: همان تشخیص و کدگذاری اجزای دانش، کشف قانون‌ها و حقیقت‌هایی است که وجود دارند و با رشد اجزای جدا از هم و رسیدن به یک کل (از طریق جمع اجزا)، امر یادگیری محقق می‌شود.

برنامه درسی: مجموعه‌ای از دانش‌ها و مهارت‌ها است که قبل از تدریس، تعیین شده است و باید به یادگیرنده منتقل شود.

ارزشیابی: درستی پاسخ‌های داده شده به محرک‌های مشخص شده است. (لانیال لاکروس^۸، ۱۹۹۱)

فراز و فرودهای رفتارگرایی در آموزش ریاضی

در دوره قبل از ریاضی جدید، بیشتر بر کسب مهارت‌ها، توسعه دانش پایه، مفاهیم و اصول تأکید می‌شد. تکرار، تمرین و آرایه مثال‌های زیاد از کتاب‌های کار و مرجع از ویژگی‌های این دوره بود. مفهوم «هدف‌های رفتاری»^۹ توسط تایلر^{۱۰} (۱۹۳۰) معرفی شد و استفاده از آن در آموزش بر پایه اصول رفتارگرایی استوار بود. در دهه پنجاه میلادی به طور وسیع بر اهداف رفتاری در طراحی برنامه‌های

نظریه اسکینر (۱۹۵۳)، سلسله مراتب یادگیری بنجامین بلوم (۱۹۵۶) و طبقه بندی یادگیری گانیه (۱۹۶۷) از جمله یافته‌های تأثیرگذار روان‌شناسی رفتاری بر ریاضی جدید بودند

مفهوم «هدف‌های رفتاری» که توسط تایلر معرفی شد، به سرعت جای خود را به عنوان یک رکن اصلی در فرایند یادگیری رفتاری محکم و محکم‌تر کرد

درسی ایالات متحده تکیه شد و برنامه درسی عمدتاً بر مبنای دو بعد محتوا و رفتار استوار شد.

نظریه اسکینر (۱۹۵۳)، سلسله مراتب یادگیری بنجامین بلوم (۱۹۵۶) و طبقه بندی یادگیری گانیه (۱۹۶۷) از جمله یافته‌های تأثیرگذار روان‌شناسی رفتاری بر ریاضی جدید بودند. از نظر کافمن (۱۹۷۹) نقل شده در کلمنتس و الرتون، (۱۹۹۶)، فلسفه روان‌شناسی رفتاری را می‌توان در پنج اصل خلاصه کرد:

۱. محیطی را که در آن قرار داریم، می‌توان به وضوح به اجزایی تجزیه کرد که هر کدام یک محرک هستند.

۲. رفتارها به طور شفافی بر حسب پاسخ‌ها مشخص می‌شوند.
۳. بعضی از محرک‌ها هستند که به محض به کار رفتن، به آن‌ها پاسخ داده می‌شود. برای اندازه‌پذیری و قابل مشاهده بودن نتایج می‌توان این محرک‌ها را افزایش یا کاهش داد. این محرک‌ها نقش تقویت‌کننده‌ها را دارند.

۴. یادگیری چیزی نیست جز تغییر رفتار [بیرونی] و آن هم در اثر آرایه محرک و تقویت‌کننده صورت می‌گیرد.

۵. بعضی از رفتارها را که تحت تأثیر محیط، تقویت شده‌اند می‌توان یادگرفته فرض کرد مگر این که شواهدی در تقابل با این نظریه بیابیم.

علم روان‌شناسی پس از ظهور رفتارگرایی، به طور کلی متحول گردید و به علمی دقیق، عینی و قابل اندازه‌گیری هم‌چون علوم تجربی تبدیل شد و تلاش‌ها و نظریه‌های اسکینر و تایلر، باعث استحکام نظری روان‌شناسی رفتاری شد. مفهوم «هدف‌های رفتاری» که توسط تایلر معرفی شد، به سرعت جای خود را به عنوان یک رکن اصلی در فرایند یادگیری رفتاری محکم و محکم‌تر کرد. تا جایی که تمام امور آموزشی، جزئی یا کلی، از اهداف کلان گرفته تا یک طرح درس ساده، می‌بایست در جهت تحقق انتظارات از قبل تبیین شده، طراحی می‌شد. این ویژگی یادگیری رفتاری نقاط قوتی دارد که در مورد فواید رفتارگرایی می‌توان به موارد مهم زیر اشاره کرد:

- انتقال سریع و راحت محتوای برنامه درسی به دانش‌آموزان،
- حداقل نیازمندی به تلاش معلم،
- چشمگیر نبودن تخصص‌های پداگوژیکی در فرآیند یاددهی-یادگیری،

• خطرپذیری کم، تدریس قابل پیش‌بینی (لاکروس، ۱۹۹۱). اما با وجود این مزایا، پس از مدتی، معایب و زیان‌های این رویکرد هم از چشم منتقدان دور نماند. لاکروس (۱۹۹۱)، در مورد معایب رفتارگرایی به موارد زیر اشاره کرده است:

- عملکرد دانش‌آموز در به کارگیری دانش خود در موقعیت‌های جدید و حل مسئله در موقعیت‌های ناآشنا، ضعیف است،
- دانش‌آموزان برای یادگیری، به معلم وابسته هستند،
- ارتباط و اتصال بین ریاضی مدرسه‌ای و ریاضی غیررسمی وسیعی که دانش‌آموزان در خارج از مدرسه استفاده می‌کنند، وجود ندارد.

از این گذشته، علم‌الهدائی (۱۳۷۸) به مشروح مباحث پیرامون رفتارگرایی و به‌ویژه اهداف رفتاری پرداخته است. از دید ایشان، طرفداران تبیین هدف‌های رفتاری (رفتارگراها)، عمدتاً بر این تصورند که این هدف‌ها در واقع هدف‌های اساسی آموزش و پرورش هستند و همه رفتارهای علمی ریز و درشت باید در قالب این هدف‌ها مورد توجه و کنکاش قرار گیرند، در حالی که مخالفان دیدگاه رفتارگرایی

بر موضوع درسی است.

روشی را که دارای ویژگی‌های فوق باشد و تکیه آن بر یادگیری انفرادی برای تحقق اهداف رفتاری باشد، «یادگیری در حد تسلط» نامیده می‌شود و سرچشمه آن را می‌توان عمدتاً، در کارهای بلوم و

با سخنرانی معروف واتسون (۱۹۵۸-۱۸۷۸م) در سال ۱۹۱۳، مکتب رفتارگرایی به طور رسمی معرفی شد. ریشه فلسفی این مکتب به دیدگاه جان لاک برمی گردد که ذهن آدمی را چون لوح سفیدی می‌دانست که قادر هستیم بر آن، هر طرحی را نقاشی کنیم

کلر جست‌وجو کرد.

نظریه «یادگیری در حد تسلط» از بلوم و «نظام فردی سازی آموزش»^{۱۱} از کلر، دو پایه محکم نظری برای روش یادگیری در حد تسلط هستند که یکی از معروف‌ترین کاربردهای آن‌ها، برنامه «آموزش انفرادی تجویز شده»^{۱۲} است که توسط دانشگاه پیتس‌بورگ اجرا شد. از نظر کاگس^{۱۳} (۱۹۷۰)، این برنامه به‌عنوان یکی از انواع یادگیری در حد تسلط باید دربرگیرنده موارد زیر باشد:

۱. اهداف آموزشی هر رشته، هر موضوع و هر درس
۲. روش‌ها و محتوای آموزشی
۳. برنامه ارزشیابی
۴. دستورالعمل‌های مکتوب و تجویز شده
۵. فعالیت‌های معلم در کلاس
۶. فعالیت‌های دانش‌آموز در کلاس
۷. ضوابط مدیریت کلاس.

نقدهای وارد بر روش یادگیری در حد تسلط

- از نظر همیلتون (۱۹۷۶)، روش یادگیری در حد تسلط که اوج آن دهه‌های ۶۰ و ۷۰ میلادی بود، دارای پنج نقطه ضعف عمده است:
۱. خودساختار برنامه‌ها (برنامه‌های فردی‌سازی یادگیری و تسلط بر اهداف مورد انتظار)، نسبت به نظرات معلمانی که با این برنامه‌ها درگیر بودند، از اهمیت بیشتری برخوردار بود.
 ۲. بیش از حد به برنامه [غیر قابل تغییر] توجه شده بود.
 ۳. بسیاری از موضوعات مهم و تأثیرگذار را نمی‌توان به آسانی با مفاهیم رفتاری مشخص کرد.
 ۴. دستورالعمل‌های دقیق، قادر به ارزیابی میزان پیشرفت نسبی

معتقدند که این مکتب در تبیین رفتار آدمی در عرصه‌ای محدود عمل می‌نماید. بنابراین، باید در مطالعه هدف‌های رفتاری در عرصه علوم، تأمل و دقت بیشتری معمول گردد. برخی از محققان هم انتقادهایی را بر طرح هدف‌های رفتاری ارائه کرده‌اند:

- هدف‌های رفتاری، رفتار علمی دانش‌آموزان را در یک عرصه صرفاً قابل مشاهده و اندازه‌گیری محدود می‌سازد.
- آن‌چه دانش‌آموزان در موقعیت‌های مختلف آموزشی، یادگیری و حل مسئله از خود بروز می‌دهند مبتنی بر تصورات ذهنی و فعل و انفعال‌های عقلانی آنان است. در این میان، ابهام‌ها و خلط‌های مفهومی در ذهن هوشمند آن‌ها و تلاش برای شفاف نمودن آن‌ها از جایگاه بالایی برخوردار است. البته برخورد سطحی با این ابهام‌های ذهنی و عدم کنکاش برای جست‌وجوی ریشه‌های این نادرستی‌ها و عدم تصحیح آن‌ها، می‌تواند برای یادگیری معنی‌دار مفاهیم و ایده‌های ریاضی زیان‌آور باشد.

- هدف‌های رفتاری، دانش‌آموزان را به همسان شدن با هم سوق می‌دهد و این کار، از رشد خلاقیت و توسعه تفکر انتقادی در آنان می‌کاهد.

- جزئی کردن مفرط هدف‌های رفتاری و انتظارات کلیشه‌ای از دانش‌آموزان، موجب شرطی شدن یادگیری آنان در یک عرصه علمی می‌شود و در این جریان شرطی، مجاورت و تکرار و روابط حاصل از آن‌ها پایه یادگیری را تشکیل می‌دهد که نتیجه آن، برخورد حافظه‌ای و شرطی شدن نسبت به فرمول‌ها و قاعده‌های ریاضی است (علم الهدائی، ۱۳۸۱).

علاوه بر این، یکی از مباحث نظری که رفتارگراها آن را به طور جدی دنبال می‌کردند و برای مدتی به شکل گسترده‌ای بر آموزش ریاضی سایه افکنده بود، بحث «یادگیری در حد تسلط» بود.

یادگیری در حد تسلط

طبق سلسله‌مراتب یادگیری گانیه (۱۹۶۷) نقل شده در کلمنتس و التون، (۱۹۹۶)، برنامه‌ریزان و نویسندگان کتاب‌ها باید به طور مشخصی هدف‌های رفتاری را در کار خود دنبال کنند. هدف‌های رفتاری مربوط به هر موضوعی باید به طور دقیق مشخص باشند. روش‌های تدریس باید به گونه‌ای باشند که به دانش‌آموز در رسیدن به اهداف رفتاری، بیشترین کمک را بکنند. زمان (و نه توانایی)، مؤلفه اصلی تسلط و یادگیری محسوب می‌شود. دانش‌آموز موفق دانش‌آموزی است که در زمانی مشخص، بتواند رفتار خواسته شده را بروز دهد. مواد درسی توسط معلم به نمایش درمی‌آید و دانش‌آموزان در پی او حرکت می‌کنند. در این روش، میزان نسبی پیشرفت کمترمد نظر بود و بیشتر رسیدن به ملاک‌های تسلط اهمیت داشت. این روش، سرشار از تکلیف‌های انفرادی برای مسلط شدن دانش‌آموز

مخالفان دیدگاه رفتارگرایی معتقدند که این مکتب در تبیین رفتار آدمی در عرصه‌ای محدود عمل می‌نماید. بنابراین، باید در مطالعه هدف‌های رفتاری در عرصه علوم، تأمل و دقت بیشتری معمول گردد

دانش‌آموزان نبودند.

۵. معیارهای مشخصی برای مقایسه تأثیرپذیری برنامه‌های درسی رفتارمدار، با دیگر برنامه‌های درسی وجود نداشت.

جنبش روان‌شناسی آموزش ریاضی

حداقل از آغاز دهه پنجاه میلادی و بعد از دست‌آوردهایی که علم روان‌شناسی آموزشی و پیروان پیازه و ویگوتسکی برای آموزش و پرورش به ارمغان آوردند، عقیده بر این بود که باید بین زبان و اصول ریاضی در دوره ابتدایی و دنیای فیزیکی و شخصی کودکان ارتباط وجود داشته باشد. همین موضوع، پیوند بین روان‌شناسی و تحقیقات آموزش ریاضی را توجیه می‌کرد و بدین ترتیب، کم‌کم روان‌شناسی جای پای خود را در تحقیقات آموزش ریاضی باز کرد. آموزشگران ریاضی آمریکا و بسیاری از کشورها، شروع به ستودن نظریه پیازه و پیروانش کردند. برنامه نوفیلد در انگلستان و پروژه آموزش مفهوم که توسط رِکسام^{۱۴} در آسیای جنوب شرقی دنبال شد، گویای ورود روان‌شناسی و به ویژه فرایندهای رشد ذهنی پیازه در حوزه تحقیقات آموزش ریاضی بود.

تأسیس گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی^{۱۵}

هر چند نظرات رفتارگرایانی چون تایلر، اسکینر، گانیه، بلوم و بلاک همگی با نظرات برونر، دینیز، گانتو و پیازه متفاوت است، ولی هردو این شاخه‌های روان‌شناسی، بر طراحی برنامه‌های آموزشی و درسی سراسر دنیا تأثیرگذار بوده‌اند. در همین راستا، گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی به پیشنهاد فشباین^{۱۶} (۱۹۷۶) پایه‌گذاری شد تا با برگزاری کنفرانس‌های سالانه و هر بار در یکی از کشورهای دنیا، فرصتی مناسب برای تبادل نظر و ارتباط بیش از پیش روان‌شناسان، آموزشگران و ریاضیدانان ایجاد شود. اولین کنفرانس این گروه، در کارسلوه آلمان برگزار گردید. این گروه، با سه مأموریت مهم شکل گرفت:

۱. ایجاد هماهنگی و ارتباط بیشتر و تبادل اطلاعات علمی در حوزه روان‌شناسی آموزش ریاضی.
۲. ارتقا و ایجاد تحرک بیشتر در تحقیقات این رشته با همکاری

روان‌شناسان، ریاضی‌دانان و معلمان ریاضی.

۳. تقویت درک عمیق تر در زمینه‌های مربوط به روان‌شناسی یادگیری و یاددهی ریاضی.

پیام روشنی که کنفرانس‌های سالانه روان‌شناسی آموزش ریاضی برای محققان داشت این بود که «آموزشگران ریاضی نباید فقط از میان ریاضی‌دانان باشند، بلکه می‌توانند از گرایش‌های مختلف روان‌شناسی انتخاب شوند.»

وسیع‌تر شدن چارچوب تحقیقات آموزش ریاضی

بعد از ورود روان‌شناسی به عرصه تحقیقات، روش‌های مرسوم تحقیق در روان‌شناسی نیز به تبع آن بر تحقیقات آموزش ریاضی اثر گذاشت. این تأثیر در کارهای بیگل^{۱۷} (۱۹۷۹) و شام‌وی^{۱۸} (۱۹۸۰) به خوبی دیده می‌شود. بیگل بر این باور بود که باید تحقیقات آموزش ریاضی به روش‌های تجربی مانند آنچه در شیمی، فیزیک و زیست‌شناسی صورت می‌گیرد نزدیک شود و نظم موجود در پدیده‌ها، ما را به سمت تبیین فرضیه‌ها سوق دهد. از نظر وی، برای آینده تحقیقات آموزش ریاضی امیدی نبود مگر این که مباحث فلسفی مبتنی بر فرضیات مشکوک را رها کند و به سمت روش‌های دقیق تجربی گام بردارد که همان روش‌های علمی بود.

بیگل و شاگردانش در مدتی که سردبیری و تحریریه «مجله برای تحقیق در آموزش ریاضی»^{۱۹} را عهده‌دار بودند، بیشتر مقالاتی را می‌پذیرفتند و چاپ می‌کردند که روش آن‌ها مبتنی بر روش علمی بود و داده‌های آن‌ها با تکنیک‌های آماری تحلیل شده بودند. هم‌چنین، بیگل در کتاب «متغیرهای بحرانی در آموزش ریاضی»^{۲۰} (۱۹۷۹)، به پنج موضوع مهم که معتقد بود برای تحقیق در آموزش ریاضی اولویت دارند، اشاره می‌کند:

۱. ارتباط بین دانش موضوعی معلم از موضوع و موفقیت دانش‌آموز؛
۲. تمرین؛
۳. تدریس توضیحی از موضوعات ریاضی؛
۴. سرعت عمل؛
۵. آزمون‌های قابل پیش‌بینی.

آزمون‌های معنی‌دار آماری و تحقیقات آموزش ریاضی

قبل از پرداختن به تأثیر روش‌های استنباط آماری و آزمون‌های معنی‌دار آماری^{۲۱} بر تحقیقات آموزش ریاضی و بررسی معایب و انتقادهای وارد بر نتایج چنین تحقیقاتی، لازم است به طور مختصر، آن مفاهیم آماری را که پشتوانه نظری برای آزمون‌های معنی‌دار آماری محسوب می‌شوند، معرفی کنیم.

به طور کلی، آزمون فرض^{۲۲} یا آزمون فرضیه، به مجموعه‌ای از فعالیت‌ها اطلاق می‌گردد که به کمک آن‌ها، فقط با درجه‌ای از اطمینان (احتمال وقوع) درباره‌ی تایید یا رد یک فرضیه پژوهشی برای یک نمونه آماری، قضاوت می‌شود. فرضیه پژوهشگر (H_1) باید در مورد یکی از شاخص‌های آماری (مانند میانگین μ ، واریانس σ^2 ، ضریب همبستگی γ و...) مربوط به نمونه باشد. نوع توزیع احتمال صفتی که پژوهشگر در مورد آن فرضیه طرح می‌کند، بسیار اهمیت دارد. در اصل، کار اساسی پژوهشگر چیزی جز مقایسه شاخص در نمونه با آن چه که می‌بایست در جامعه اصلی متناسب با آن توزیع باشد نیست و جدول‌های توزیع از قبل تهیه شده به عنوان جامعه‌های مرجع، ملاک مقایسه هستند. اما چون خود متخصصان علم آمار هم معتقد به وجود خطا در این نوع قضاوت‌ها بودند، اقدام به محاسبه احتمال وقوع خطا در حالت‌های مختلف برای همه توزیع‌های آماری کردند (مانند توزیع نرمال Z ، استودنت t ، فیشر F ، مجذور خی و نظایر آن)، که برای این احتمال وقوع خطا، محدوده‌ای مجاز در نظر گرفته می‌شود که اصطلاحاً «فاصله اطمینان» نامیده می‌شود. فرض هم با درجه‌ای از اطمینان آزمون می‌شود که با α نشان داده می‌شود و مقدار آن برای پژوهشگر، به عنوان مرزی برای معنی‌دار بودن پژوهش قلمداد می‌شود (معمولاً خطایی کمتر از 0.05 به عنوان درجه اطمینان α فرض می‌شود). جدول مقادیر α برای توزیع‌های گوناگون در انتهای تمام کتاب‌های آمار دانشگاهی وجود دارند.

پژوهشگر برای آزمون فرض خود، باید موضوع عدم وقوع فرضیه خود را آزمون کند و سپس طبق آن، در مورد فرضیه خود قضاوت کند. چرا؟ زیرا قضاوت بر حسب مقایسه با α است که از جنس خطا و عدم وقوع است، به همین دلیل است که به جای فرض اصلی H_1 ، نقیض آن را (که فرض پوچ^{۲۳} یا فرض صفر می‌نامند و با H_0 مشخص می‌شود) مورد آزمون قرار می‌دهیم. اگر پس از محاسبه احتمال وقوع H_0 که با p نشان داده می‌شود، نتیجه $p \leq \alpha$ حاصل شود، H_0 رد می‌شود و فرض پژوهشگر با احتمال $1 - \alpha$ تأیید می‌شود. واضح است که هر چه مقدار α کمتر باشد نتیجه آزمون فرض از سطح معنی داری بالاتری برخوردار است.

مروری بر نقد روش‌های پژوهشی مبتنی بر آزمون‌های معنی‌دار آماری

بدون اغراق، در دهه ۶۰ و ۷۰ میلادی، بیشتر محققان آموزش ریاضی باور داشتند که استفاده از آزمون‌های معنی‌دار آماری برای تحلیل داده‌ها، بهترین روش تحقیق در این زمینه است. این روش در مدت زمانی که بر سایر روش‌های تحقیق مسلط بود، نتایج نامطلوبی به بار آورد. پذیرش مقالات در مجلات علمی معتبر بیشتر منوط به

داشتن یک استنباط آماری قوی بود و چه بسیار مقالات ارزشمندی که به دلیل نداشتن این نوع استنباط، هیچ گاه گزارش نشدند. سؤالاتی را که می‌شد با این آزمون پاسخ داد محدود بودند و تقریباً از یک ادبیات خاص پیروی می‌کردند. نتایج تحقیقات مبتنی بر آزمون‌های معنی‌دار آماری به سختی تغییر می‌کردند و انتظار می‌رفت در سراسر دنیا ثابت باشند. علاوه بر این، استفاده از روش‌ها و مفاهیم سنگین آماری مانند رگرسیون و تحلیل چند متغیره، فهم نتایج را برای بسیاری از معلمان دشوار می‌کرد. بسیاری از آموزشگران خارج از این حوزه، تصور می‌کردند که انجام این تحقیقات فقط در جاهای خاصی مانند دانشکده‌ها، مراکز پژوهشی یا دفاتر پژوهشی وزارت‌خانه‌ها امکان‌پذیر است.

دو نتیجه اسفناک استفاده بی‌رویه از آزمون‌های معنی‌دار آماری را می‌توان این‌گونه بیان داشت:

۱. محققان آموزشی وقت و توان خود را فقط صرف نوشتن مقالات بیشتری می‌کردند که تنها خودشان مخاطب و مصرف‌کننده آن‌ها بودند.

۲. معلمان تصور می‌کردند که دیگر نیازی به انجام تحقیق توسط

نظریه «یادگیری در حد تسلط» از بلوم و «نظام فردی‌سازی آموزش» از کالر، دو پایه محکم نظری برای روش یادگیری در حد تسلط هستند که یکی از معروف‌ترین کاربردهای آن‌ها، برنامه «آموزش انفرادی تجویز شده» است که توسط دانشگاه پیتس‌بورگ اجرا شد

آن‌ها نیست مگر وقتی که برای دوره تحصیلی بالاتری پذیرفته شوند. علاوه بر این‌ها، منون^{۲۴} یکی از منتقدان جدی استفاده از روش‌های استنباط آماری و آزمون‌های معنی‌دار در تحقیقات آموزش ریاضی است. منون (۱۹۹۳) طی مقاله‌ای تحت عنوان «آزمون معنی‌دار آماری باید دست از سر تحقیقات آموزش ریاضی بردارد»، این آزمون‌ها را به چالش کشید و خواهان توجه کمتر به آن‌ها شد. منون در این مقاله، به پنج وهم که طرفداران آزمون‌های معنی‌دار آماری آن را باور کرده‌اند اشاره می‌کند و آن‌ها را به دلیل استفاده گسترده از این آزمون‌ها و رواج این باورهای نادرست، سرزنش کند. این و هم‌ها عبارتند از اینک‌ها؛

۱. آزمون معنی‌دار آماری، روشی بدون بحث، یکنواخت، منظم و قاعده‌مندند که با اطمینان، می‌توان از نتایج آن در تصمیم‌گیری‌ها استفاده کرد.

۲. به‌گونه‌ای است که برای تأثیر شانس بر نتیجه، مقداری

از نظر همیلتون (۱۹۷۶)، روش یادگیری در حد تسلط که اوج آن دهه‌های ۶۰ و ۷۰ میلادی بود، دارای پنج نقطه ضعف عمده است

هر چند نظرات رفتار گرایانی چون تایلر، اسکینر، گانی، بلوم و بلاک همگی با نظرات برونر، دینز، گاتنو و پیازنه متفاوت است، ولی هردو این شاخه‌های روان‌شناسی، بر طراحی برنامه‌های آموزشی و درسی سراسر دنیا تأثیرگذار بوده‌اند

مناسبی تأیید شود؟

این در حالی است که بیش از شصت سال پیش، تایلر (۱۹۳۱) در مورد اعتماد بیش از حد به آزمون‌های معنی‌دار آماری هشدار داد. وی محققان را متوجه این موضوع کرد که معنی‌داری آماری، لزوماً تفاوت مهمی نیست و تفاوت‌های از نظر آماری بی‌معنی نیز می‌توانند به نوبه خود مهم باشند! شاور^{۲۸} در یکی از نشست‌های سالانه اتحادیه تحقیقات آموزشی آمریکا^{۲۹} (۱۹۹۲)، بیان می‌کند که «با نگاهی کوتاه به مجلات تحقیقات آموزشی، کتاب‌های آمار برای رشته‌های روان‌شناسی و علوم تربیتی و رساله‌های دکتری، متوجه خواهیم شد که استفاده از آزمون‌های معنی‌داری آماری برای تحلیل و تفسیر داده‌های کمی در تحقیقات آموزشی، گسترش چشمگیری داشته است».

نکته دیگری که طرفداران آزمون‌های معنی‌دار آماری به آن توجه کافی نداشتند، ماهیت شرطی بودن احتمال در فرمول‌های به کار رفته است. نباید فراموش کنیم که وقتی با احتمال شرطی کار می‌کنیم، حداقل با دو کمیت سروکار داریم. برداشتی که می‌توان از نتیجه یک آزمون فرض داشت این است که $p[H_1|H_1] = 1 - p[H_1|H_2]$ بنابراین H_1 و H_2 در مقدار احتمال متمم یکدیگر هستند و این طور برداشت می‌شود که این وسط هیچ عامل دیگری وجود ندارد یا نمی‌تواند بر تعادل متمم بودن آن‌ها تأثیری داشته باشد. برای مثال، طبق این دیدگاه احتمال مرگ یک انسان مبتلا به سرطان، با احتمال سرطانی بودن یک انسان در حال مرگ، یکسان است! یک تصور اشتباه که در مورد مقالات و نشریات مبتنی بر این آزمون‌ها شکل گرفته بود و منون نسبت به آن هشدار می‌دهد این است که آن‌ها قابل پیش‌بینی^{۳۰}، تکرارپذیر^{۳۱} و تعمیم‌پذیرند^{۳۲} و در نتیجه باعث شده است نویسندگان این نشریات از زیر بار پاسخگویی و مسئولیت در برابر نتایج به دست آمده شانه خالی کنند. هم‌چنین، منون چند عیب عمده زیر را در رابطه با استفاده از آزمون‌های معنی‌دار آماری وارد می‌داند:

۱. یک روش واحد و بدون بحث و جدل ارائه نمی‌کند.
۲. هیچ چیز در مورد اثر فرضیه‌هایی که ممکن است کنار گذاشته شوند، گفته نمی‌شود.
۳. از پایه منطقی قوی برخوردار نیست. مثلاً در مورد نتایج آن، با استفاده از برهان خلف یا مثال نقض چیزی حاصل نمی‌شود.
۴. این آزمون‌ها، معیار کافی یا لازم برای اعتبار بخشیدن یا تعمیم دادن به نتایج نیستند.

در منطقه اقیانوسیه نیز در دهه ۷۰ و اوایل دهه ۸۰ میلادی، بخش عمده‌ای از تحقیقات بر پایه این آزمون‌ها انجام می‌شدند. حدود سال ۱۹۸۰، کروتسکی^{۳۳} (۱۹۷۶) روش آزمون‌های معنی‌دار

احتمال قائل است.

۳. از منطق محکمی پیروی می‌کند که مبتنی بر منطق ریاضی برهان خلف است.

۴. پاسخ‌هایی مطمئن و تکرارپذیر ارائه می‌کند.

۵. برای باورپذیر بودن نتایج لازم است ولی کافی نیست.

بسیاری از محققان تصور می‌کردند که چون در آزمون‌های معنی‌دار آماری از ریاضی استفاده شده است، پس از منطق ریاضی محکمی برخوردار است و تعداد زیادی از سردبیران مجلات نیز با همین تصور، در مورد پذیرش مقالات تصمیم می‌گرفتند. برای مثال، «مجله برای تحقیق در آموزش ریاضی» در فاصله یک ساله ۱۹۹۰ تا ۱۹۹۱، تقریباً ۴۳ درصد از پژوهش‌های انجام شده در آموزش ریاضی را چاپ کرد که یا همه آن‌ها از یک سطح معنی‌دار آماری برخوردار بودند یا با این روش تحلیل شده بودند. حتی کار به جایی رسیده بود که ملتون^{۳۵} (۱۹۶۲)، سردبیر «مجله روان‌شناسی آموزشی»، فقط تحقیقاتی را برای چاپ ارزشمند می‌دانست که دارای سطح معنی‌داری یک درصد بودند (یعنی فرضیه پژوهشگر به احتمال ۹۹٪ درست بود). کارور^{۳۶} (۱۹۷۸) در مخالفت با این موضوع ابراز نمود که «سردبیران مجلات باید از پذیرش کارهایی که در آن‌ها فقط اطلاعاتی جزئی بر حسب داده‌های خام موجود است خودداری کنند» یا در جایی دیگر بیان می‌کند که «باید نشریات این امکان را فراهم کنند که تصور شود معنی‌دار بودن آماری، ملاک معتبری برای پایایی، اطمینان و تکرارپذیری نتایج یک تحقیق است». هایز^{۳۷} (۱۹۷۴) نیز به نکته ظریفی اشاره می‌کند و آن این که اگر قرار باشد قضاوت در مورد یافته‌های پژوهشی منوط به معنی‌دار بودن یا نبودن آن از جنبه استنباط آماری باشد و رد یا قبول H_1 ربطی به دیگر صفات موجود در نمونه نداشته باشد (چون در این روش تأثیر دیگر پارامترها نادیده گرفته می‌شود)، از کجا معلوم که پژوهشگر برای رسیدن به نتایج دلخواه، داده‌های خود را دست کاری نکند تا H_1 با درجه اطمینان

بدون اغراق، در دهه ۶۰ و ۷۰ میلادی، بیشتر محققان آموزش ریاضی باور داشتند که استفاده از آزمون‌های معنی‌دار آماری برای تحلیل داده‌ها، بهترین روش تحقیق در این زمینه است. این روش در مدت زمانی که بر سایر روش‌های تحقیق مسلط بود، نتایج نامطلوبی به بار آورد

28. Shaver
29. American Educational Research Association
30. Predictability
31. Replicability
32. Generalisability
33. Krutetskii
34. Anthropological
35. D'Ambrosio

منابع

۱. چمن‌آرا، سپیده (۱۳۸۲). تأثیرات رفتارگرایی بر آموزش ریاضی و نظرات منتقدان آن. **مجله رشد آموزش ریاضی**. سال بیستم، شماره ۷۱. صص ۱۱ تا ۲۱. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.
۲. علم‌الهدایی، سیدحسن (۱۳۷۸). روان‌شناسی یادگیری ریاضی. **مجله رشد آموزش ریاضی**. سال چهاردهم، شماره ۵۵، صص ۱۴ تا ۱۹، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۳. علم‌الهدایی، سیدحسن (۱۳۸۱). **راهنمای نوین در آموزش ریاضی**. نشر شیوه، تهران.
۴. حیدری قزلجه، رضا (۱۳۸۳). رفتارگرایی و طرح درس در بوته نقد. **مجله رشد آموزش ریاضی**. دوره بیست و یکم، شماره ۴، صص ۲۳ تا ۳۱. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.
۵. لاکروکس، لاتیال (۱۹۹۱). مقایسه بین دیدگاه‌های رفتارگرایی و ساخت و سازگرایی. ترجمه زهرا گویا (۱۳۸۳). **مجله رشد آموزش ریاضی**. سال بیست و یکم، شماره ۷۶، صص ۱۸ تا ۲۱. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۶. گویا، زهرا و غلام آزاد، سهیلا (۱۳۷۹). گزارش بیست و چهارمین کنفرانس روان‌شناسی آموزش ریاضی؛ هیروشیما، ژاپن. (۲۰۰۰ میلادی). **مجله رشد آموزش ریاضی**. سال پانزدهم، شماره ۶۱، صص ۱۸ تا ۲۵. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.

7. Clements, M.A. & Ellerton, N. F. (1996). Mathematics Education Research: Past, Present & Future. UNESCO, Principal Regional Office for Asia and the Pacific, Bangkok.
8. Menon, R. (1993). Statistical Significant Should be Discontinued in Mathematics Education Research. **Mathematics Education Research Journal** . No 1, Volume 5, pp 4-18.
9. D'Ambrosio, Ubiratan. (1985). Environmental Influences. For The Studies in Mathematics Education, Volume 4, pp29-46. UNESCO.

آماري را زیر سؤال برد و در طول دهه ۸۰، آموزش ریاضی وارد دوران ساخت و سازگرایی^{۷۰} و توجه بیشتر به روش‌های بوم‌شناسی و مردم‌شناسی^{۳۴} شد. در میان پژوهشگران دوآمبروسیو^{۳۵} (۱۹۸۹) و یوسیسکین (۱۹۹۴) با آغوش باز به استقبال نگاه کل‌نگرانه تر در مقابل نگاه کمی جزء‌نگرانه در تحقیقات آموزش ریاضی رفتند.

پی‌نوشت

1. Mastery Learning
2. Bryan Thwaites
3. Caleb Gattegno
4. Dienes Blocks
5. Cuisenaire Rods
6. Tabula Rasa
7. Stimulation-Response
8. Lacroix
9. Behavioral Objectives
10. Ralph w. Tyler
11. Personalised System of Instruction (PSI)
12. Individually Prescribed Instruction (IPI)
13. Cox
14. Regional Education Center for Science And Mathematics (RECSAM)
15. The International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)
16. Fischbein
17. Begle
18. Shumway
19. Journal for Research in Mathematics Education
20. Critical Variables in Mathematics Education (JRME)
21. Statistical Significant Testing (SST)
22. Hypothesis Testing
23. Null Hypothesis
24. Rama Menon
25. Melton
26. Carver
27. Hays

آموزش ابزارهای ترسیم هندسه



کامران شاهولی، کارشناس آموزش ریاضی، دبیر ریاضی مدارس راهنمایی شهرستان ایزده

مقدمه

مسائل مربوط به ترسیم‌های هندسی (منظور از رسم‌های هندسی، رسم تمامی اشکال، خطوط و... مربوط به هندسه و ریاضیات است) دانش‌آموزان در استفاده از ابزارهای رسم مانند خط‌کش و گونیا، در مدارس شهرستان ایزده انجام گرفت که نتایج جالب و مفیدی در پی داشت و گزارش آن در سیزدهمین برنامه معلم پژوهنده به عنوان یکی از گزارش‌های برتر در سطح کشور انتخاب گردید. در این نوشته به اختصار، گزارشی از این اقدام پژوهی جهت آشنایی همکاران با اقدامات انجام شده، شیوه اجرا و نتایج آن‌ها، آورده شده است.

کلیدواژه‌ها: ترسیم هندسی، ابزارهای رسم، اقدام پژوهی، تدریس هندسه، روایت معلمان.

هدف عمده اقدام پژوهی در نظام تعلیم و تربیت، بررسی و توصیف شرایط یا متغیرهایی است که مربوط به فرآیند آموزش و پرورش است و به نتایج کاربردی می‌انجامد. اقدام پژوهی با گذر از برخی تشریفات سنتی در حوزه تحقیقات، فرصت دانش‌آفرینی را در سطحی فراگیر مهیا می‌سازد؛ به نحوی که هر فرد می‌تواند برای بهبود فعالیت‌های شغلی خود، طرحی نو را دراندازد و حرکت خود را به سمت بهبود و پیشرفت سامان دهد. به کارگیری این اندیشه در حوزه آموزش و پرورش، توسعه ظرفیت بهبود در نظام آموزشی از طریق اندیشه هزاران معلم و مدیری است که می‌توانند در مسیر کامیابی دانش‌آموزان از آموزش و تحصیل، حرکتی اساسی به عمل آورند (ساکي). در همین راستا، پژوهش حاضر با هدف شناسایی و رفع

طبق مطالعات انجام شده در آزمون تیمز، حدود ۸۰ تا ۹۰ درصد دانش‌آموزان کشورهای مختلف، درک صحیحی از چگونگی کاربرد هندسه در دنیای واقعی ندارند و همین مانع نوآوری و تفکر خلاق در آنان شده و باعث دلسردی آنان نسبت به هندسه می‌شود

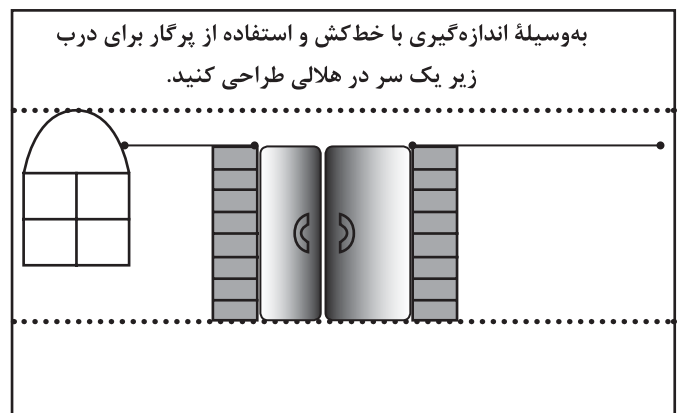
شروع کار: مشکل چه بود؟

تجربه چند ساله‌ام در کلاس‌های درس نشان می‌داد که بیش از نیمی از دانش‌آموزان در قسمت هندسه کتاب‌های درسی ریاضی، مشکل دارند و این در حالی است که رسم شکل و کار با خطوط و اشکال، کاربردهای بسیاری در علوم و شغل‌های مختلف دارد. یک بنا را تصور کنید که می‌خواهد پنجره مسجدی را به صورت یک هلال کار کند؛ به نظر او بدون آگاهی از دایره، شعاع و قطر آن، چگونه می‌تواند کاری مطلوب ارایه دهد؟ البته این مشکل فقط مربوط به کلاس و دانش‌آموزان من نبود، زیرا طبق مطالعات انجام شده در آزمون تیمز، حدود ۸۰

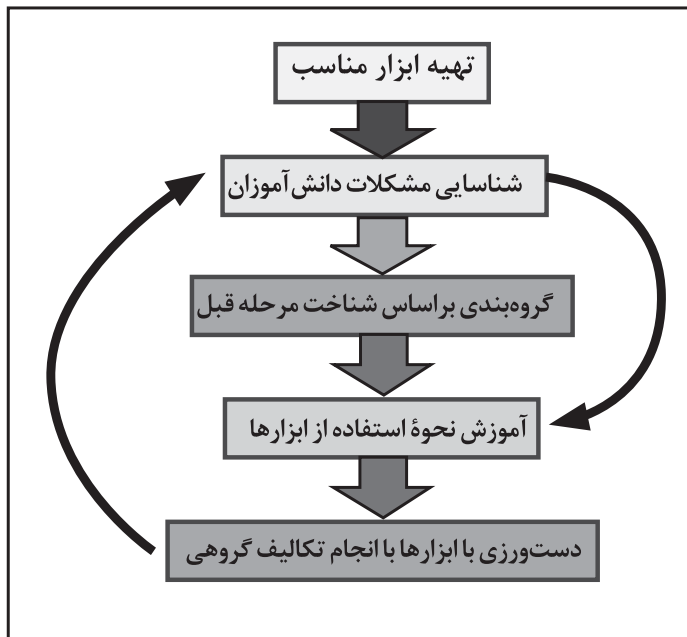
وضعیتی که من با آن روبه‌رو بودم

علاقه زیادی به هندسه داشتم و یکی از دلایل گرایش من به رشته ریاضی، هندسه بود. اما در تدریس و سر کلاس، شاهد بی‌علاقگی دانش‌آموزان نسبت به مباحث هندسی بودم که این امر، بسیار مرا متعجب می‌کرد. هر سال پس از تصحیح و تحلیل اوراق امتحانی، شاهد ضعف عمده دانش‌آموزان در سؤالات و مسایل مربوط به قسمت هندسه و رسم‌های هندسی بودم. پس از چند سال تدریس بر آن شدم که گامی در جهت رفع این مسئله بردارم.

در سال‌های قبل که در جهت شناخت مسایل آموزشی و یادگیری دانش‌آموزان و علاقه‌مند کردن آنان به ریاضی فعالیت‌هایی انجام داده بودم؛ حین اجرای کار متوجه شدم دلایل عمده کمبود علاقه دانش‌آموزان به هندسه، مربوط به عدم درک صحیح آنان از مفاهیم، نداشتن مهارت در استفاده از ابزارها و ناتوانی در ترکیب روش‌های ترسیم هندسی است. جهت دقیق‌تر شدن بر این مشکل اقداماتی برای گردآوری اطلاعات لازم برای شروع کار انجام دادم. پس از مشورت با همکاران و طبق نظر متخصصان، مشاهده، به عنوان بهترین راه



تا ۹۰ درصد دانش‌آموزان کشورهای مختلف، درک صحیحی از چگونگی کاربرد هندسه در دنیای واقعی ندارند و همین مانع نوآوری و تفکر خلاق در آنان شده و باعث دلسردی آنان نسبت به هندسه می‌شود (کیامنش و نوری، ۱۳۷۷).



چک‌لیست ارزیابی مهارت دانش‌آموزان در استفاده از ابزارها نمونه ابزار نامناسب

ردیف	نام دانش‌آموز	مهارت به کارگیری درست و صحیح				
		خط‌کش در اندازه‌گیری	خط‌کش در رسم خطوط	گونیا	نقاله	پرگار

نظارت کنند. در ضمن، موقع انجام تمرین‌ها و در مواقع لزوم، نحوه صحیح استفاده از ابزارها را نشان می‌دادم. تمرین‌ها جذاب، متنوع، هدفمند و مرتبط با دروس مختلف چون معماری، هنر، جغرافیا و... طراحی شده بودند تا دانش‌آموزان به تمرین بیشتر ترغیب شده و در عین حال، به وسیله دست‌ورزی با ابزارهای مختلف، به مهارت در استفاده از آن‌ها دست یابند.

روال آموزش انعطاف‌پذیر بود تا برای همه دانش‌آموزان، فرصت یادگیری و تمرین فراهم شود و هر فرد بتواند خود را با گروه همراه سازد. بنابراین، پس از ارایه نتایج پژوهش، نحوه کار به صورت **الگوی بالا** به دیگر همکاران پیشنهاد شد.

در اواخر سال تحصیلی، ضمن تدریس مباحث هندسه و انجام تمرینات مربوط به آن، دوباره نحوه استفاده دانش‌آموزان را از ابزارها، در چک‌لیست ارزش‌یابی (مرحله دوم) ثبت کردم و نمودار زیر، میزان مهارت دانش‌آموزان را قبل و بعد از ارایه راه‌حل‌های جدید و اقدامات انجام شده نشان می‌دهد (زندی، ۱۳۸۹).

منابع

۱. ساکی، رضا (سال ۹۹۹). **اقدام‌پژوهی؛ فعالیتی کارساز برای کیفیت‌بخشی به آموزش**. پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
۲. کیامنش، علیرضا و نوری، رحمان (اسفند ۱۳۷۷). **یافته‌های سومین مطالعه بین‌المللی تیمز**. انتشارات پژوهشگاه تعلیم و تربیت. تهران. چاپ اول.
۳. زندی، تاج‌محمد (۱۳۸۹). **روش تحقیق گام به گام**. انتشارات خودآگاه. ایزه. چاپ اول.

برای گردآوری اطلاعات مربوط به مشکلات مهارتی دانش‌آموزان انتخاب شد. به همین منظور، چک‌لیستی تهیه گردید و در حین ساعت‌های کلاسی، تک به تک، برای دانش‌آموزان دو کلاس پایه اول راهنمایی که مجموعاً ۵۰ نفر بودند، تکمیل گردید. پس از تحلیل اطلاعات، مشخص شد که بیش از یک‌سوم دانش‌آموزان در استفاده از خط‌کش، گونیا و نقاله، و بیشتر از نیمی از آنان در استفاده از پرگار مشکل دارند.

هم‌چنین، مشاهده شد که بیشتر ابزارهایی که دانش‌آموزان از آن استفاده می‌کنند، مناسب و استاندارد نیستند. بنابراین، با مشورت و راهنمایی خواستن از همکاران و استادان مجرب، تصمیماتی براساس اولویت، جهت رفع مسایل اتخاذ گردید.

اقداماتی که انجام دادم

تهیه ابزار مناسب اولین اقدامی بود که انجام دادم و با توجه به این که اعتقاد دارم که یکی از بهترین راه‌های ایجاد انگیزه، تقویت و یا همان تشویق است؛ ابزارها را به مناسبت‌های مختلف به دانش‌آموزان هدیه دادم. اقدام بعدی، آموزش استفاده از ابزارها بود. ابتدا براساس اطلاعاتی که از چک‌لیست‌ها استخراج نمودم و مهارت دانش‌آموزان، هر کلاس را به پنج گروه پنج نفری تقسیم کردم که تقریباً در هر گروه، دو نفر در استفاده از ابزارها مهارت داشتند. در مواردی نیز سعی کردم که افراد ماهر در استفاده از پرگار، در گروه‌ها جابه‌جا شوند. سپس نحوه استفاده از هر ابزار را توضیح دادم و بعد از دانش‌آموزان می‌خواستم تا تمرین‌های مرتبط را انجام دهند. برای هر ابزار، تمرینی در اختیار گروه‌ها قرار دادم و از سرگروه‌ها خواستم که بر انجام صحیح آن‌ها

داستان حشر انداز

قاسم حسین قنبری، دبیر ریاضی و مدرس مرکز تربیت معلم شهید رجایی سمنان

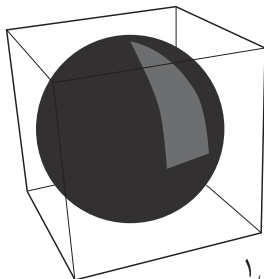
پیش فرض آینده نگری در دنیای ریاضی

مقدمه

وقتی دانش آموز پایه دوم دبیرستان بودم، در درس مثلثات معلم بسیار خوش ذوق و باسوادی داشتیم به نام آقای «محمدرضا اکبری». او روزی مثال بسیار جالبی برای ما مطرح کرد. البته این مثال در ادامه سؤالی بود که قبلاً طرح کرده بود. «آیا مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای آن بیش از 180° درجه باشد؟» جواب برای ما بسیار جالب بود. چون قبلاً ثابت شده بود که این مجموع 180° درجه است.

روایتی از کلاس

خط استوا و دو نصف النهار^۱ با هم تشکیل یک مثلث می دهند که مجموع زوایای آن بیش از 180° درجه است و این مجموع تغییر هم می کند. در ضمن این نتیجه هم حاصل می شود که از نقطه ای خارج یک خط، بیش از یک خط بر آن عمود رسم شده است. (شکل ۱)



شکل ۱

اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه های آموزش معلمان از اهمیت ویژه ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده ای به وجود می آورد تا به تبیین نظریه های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می جوشد، بپردازند. آن گاه نظریه ها به عمل درمی آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می شود و این فرآیند هم چنان ادامه پیدا می کند.

از همکاران گرامی انتظار می رود که روایت های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه های خود واقف شوند و با پویایی به غنی تر کردن آن ها بپردازند.

رشد آموزش ریاضی

کلیدواژه ها: مثلثات، روایت معلمان، تجربه تدریس، ایجاد انگیزه.

دانش‌آموزی از من پرسید که «در حال حاضر ریاضی‌دانان در پی حل چه مشکلی هستند؟ یا به عبارتی، بحث داغ ریاضی چیست؟»

خط‌کش و پرگار روی محور نمایش دهد. سؤالات دیگر مناسب با این موضوع که معمولاً از طرف دانش‌آموزان مطرح می‌شود، به صورت زیر است:

عدد $\sqrt[3]{2}$ را روی محور نشان دهید و یا

عدد $\sqrt[3]{5}$ را روی محور نشان دهید،

عدد π را روی محور نشان دهید،

چرا عدد π گنگ است؟

سؤال اخیر به سادگی مطرح می‌شود. اما اثبات بسیار پیچیده‌ای دارد که در قرن هجدهم توسط لامبرت ارایه شد. آیا در دبیرستان توجهی به این که چه اعدادی را می‌توان با کمک خط‌کش و پرگار رسم کرد شده است؟ یا آیا می‌توان مجموعه اعدادی را که رسم آن‌ها روی محور میسر است، به‌طور کامل معین کرد؟

۲. در حل و بحث معادله درجه دوم و روش دلتا نیز این سؤال وجود دارد که:

آیا برای معادلات با درجه بالاتر از ۵ نیز راهی وجود دارد. [۲]

آیا همه معادلات قابل حل هستند؟

۳. تعداد افزاهای یک مجموعه متناهی چندتا است؟

۴. راجع به تعداد افزاهای یک مجموعه نامتناهی چه می‌توان گفت؟

۵. مجموعه توانی مجموعه اعداد طبیعی چه مجموعه‌ای است؟

۶. تعداد اعضای مجموعه N بیشتر است یا مجموعه Z ؟ سؤال آخر شاید یکی از بهترین سؤالاتی باشد که در این زمینه می‌توان مطرح کرد. چرا که دانش‌آموزان خود به سادگی می‌توانند جواب آن‌را پیدا کنند.

۷. تعداد اعضای مجموعه Z بیشتر است یا R ؟

شاید پیدا کردن جواب این سؤال توسط خود دانش‌آموزان سخت باشد. ولی این سؤال برای مطرح شدن این موضوع که همه بینهایت‌ها یکسان نیستند، می‌تواند مناسب باشد.

۸. در فاصله $[۰ و ۱]$ عددی انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این عدد گویا باشد چقدر است؟ احتمال این که این عدد گنگ باشد چقدر است؟

در این‌جا نیز سؤالی مطرح کرده‌ایم که جواب آن به این سادگی‌ها نیست و می‌تواند چشم‌انداز بسیار زیبایی از آینده ریاضی ترسیم کند. سؤالی که در دوره کارشناسی ریاضی هم

به نظر من، این سؤال، همیشه می‌تواند مثال خوبی برای دانش‌آموزان پایه دوم دبیرستان باشد. هم‌چنین، متذکر می‌شوم که این خاطره، مربوط به سال‌های ۶۸-۶۹ است؛ یعنی سال‌های پس از جنگ، سال‌های بازسازی و سال‌هایی که بسیاری از دوستانمان در جنگ شهید شده بودند و این که دسترسی به اطلاعات و یادگیری به سادگی امروز نبود و آموزش و پرورش با کمبود شدید معلم متخصص روبه‌رو بود.

اما مسئله در این جا بود که معلم با مثالی ساده، ما را به فضای غیراقلیدسی برده بود. این مثال در زمان تحصیل، کمک‌های زیادی به من و سایر دانش‌آموزان کرد. به این دلیل که داشتن یک چشم‌انداز از آینده، کار یادگیری را شیرین‌تر و آسان‌تر می‌کند. متأسفانه در حال حاضر، فضای کلاس‌ها به شدت تحت تأثیر کنکور و از آن بدتر، امتحانات مؤسسه‌های آموزشی مختلف قرار گرفته است و این باعث شده که بسیاری از دانش‌آموزان، مشغول جزئیات و محاسبات شوند و در چنین فضایی، کمتر جایی برای بحث علمی، دید کلی و آینده‌نگری باقی می‌ماند.

از طرفی مسئله آینده‌نگری فقط برای دانش‌آموزان لازم نیست، بلکه برای ما معلم‌ها هم ضروری است. روزی دانش‌آموزی از من پرسید که «در حال حاضر ریاضی‌دانان در پی حل چه مشکلی هستند؟ یا به عبارتی، بحث داغ ریاضی چیست؟» در جواب این دانش‌آموز چیز خاصی که به آن اطمینان داشته باشم نداشتم. راستی ریاضی‌دانان در پی حل چه مشکلی هستند و بحث روز ریاضی چیست؟

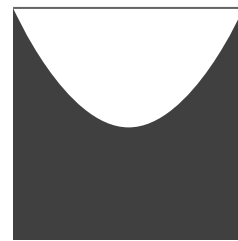
در ادامه، برخی مثال‌هایی که مناسب موضوع آینده‌نگری هستند در این‌جا گردآوری شده‌اند. این سؤالات معمولاً توسط دانش‌آموزان مطرح می‌شوند و نیاز نیست که معلم جواب‌ها را به‌طور کامل تشریح کند. بلکه هدف از طرح آن‌ها؛ در این‌جا پیدا کردن چشم‌اندازی نسبت به ریاضی در آینده است.

۱. در سال اول دبیرستان موضوعی به عنوان اعداد گنگ و نمایش هندسی آن‌ها روی محور وجود دارد. به عنوان مثال از دانش‌آموز خواسته می‌شود که عدد $۱+\sqrt{5}$ را به کمک

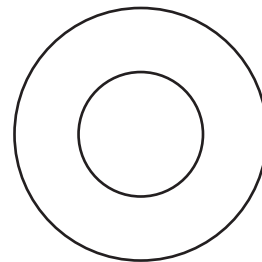
یادم نمی‌رود وقتی که استادم در درس ریاضی ۱ در مورد عدد مجموعه اعداد گویا و گنگ صحبت می‌کرد، چقدر حس کنجکاوی ما تحریک شده بود و این باعث شد که ما چند سال را در پی یافتن جواب این سؤال و دلیل آن، با شوق و ذوق درس بخوانیم

معمولاً به آن پاسخ داده نمی‌شود.

۹. در داخل مربعی که مرکز آن مبدا مختصات و طول ضلع آن ۲ است، نقطه‌ای انتخاب می‌کنیم. احتمال این که در داخل انحناء سهمی $y=x^2$ باشد را حساب کنید.



۱۰. نقاط روی محیط (یا مساحت) دایره‌ای به شعاع یک بیشتر است یا نقاط روی یک محیط (یا مساحت) دایره‌ای به شعاع دو؟



۱۱. آیا قضیه فیثاغورث برای توان سه برقرار است؟ یعنی می‌توان به جای مربع اضلاع، مکعب آن‌ها در نظر گرفت؟
۱۲. آیا فاکتوریل فقط برای اعداد طبیعی تعریف می‌شود؟ آیا برای اعداد حقیقی معنی دارد؟

تقریباً هر سال دانش‌آموزی این سؤال را از من می‌پرسد. احتمالاً معلم‌های دیگر نیز چنین تجربه‌ای دارند.
۱۳. اگر ضابطه یک تابع معلوم باشد، مقادیر و نمودار آن معلوم است. آیا عکس آن نیز برقرار است؟
داشتن دیدی صحیح و چشم‌اندازی از آینده هر مفهوم علمی یا به عبارتی تعیین رشته تحصیلی آینده را می‌توان در

سرگذشت ورنر هایزنبرگ، فیزیکدان بزرگ قرن بیستم مشاهده کرد. وی بعد از پایان دبیرستان، به موسیقی و فیزیک هر دو علاقه‌مند بوده است و با دوست موسیقی‌دان خود و مادر او، در مورد آینده خود صحبت می‌کرده است. مطالب زیر از کتاب جزء و کل نوشته خود هایزنبرگ نقل می‌شود که مادر دوست وی به هایزنبرگ چنین می‌گوید:

«از نظر ساز زدن و صحبت کردن شما درباره موسیقی، چنین استنباط می‌کنم که الفت شما با هنر بیش از علم و تکنولوژی است و خدایان هنر را بیش از ابزارها و ماشین‌ها و فرمول‌های علمی دوست دارید. اگر حدس من درست است، پس چرا علوم طبیعی را انتخاب کرده‌اید؟ به هر حال، آینده دنیا به دست شما جوان‌هاست. اگر جوانان زیبایی را انتخاب کنند زیبایی بیشتر خواهد شد، و اگر سودمندی را انتخاب کنند چیزهای مفید بیشتری ساخته خواهد شد. تصمیم هر فرد نه فقط در زندگی خود او که در زندگی نوع بشر تأثیر دارد.»

نتیجه‌گیری

مشاهده خیل عظیم دانش‌آموزانی که درگیر مسئله کنکور هستند و از تحصیل لذت نمی‌برند، لزوم توجه به آینده را بیشتر می‌کند. چراکه دستیابی علمی به این مطلب می‌تواند محرک بسیار خوبی برای بسیاری از دانش‌آموزان باشد. یادم نمی‌رود وقتی که استادم در درس ریاضی ۱ در مورد عدد مجموعه اعداد گویا و گنگ صحبت می‌کرد، چقدر حس کنجکاوی ما تحریک شده بود و این باعث شد که ما چند سال را در پی یافتن جواب این سؤال و دلیل آن، با شوق و ذوق درس بخوانیم. به امید این که بتوانیم معلمی باشیم که وقت دانش‌آموزان را تنها صرف جزئیات نکنیم و آن‌ها را به سوی ایجاد یک جهان‌بینی صحیح سوق دهیم.

پی‌نوشت

۱. خط استوا دایره عظیمه (دایره‌ای که مرکز آن روی مرکز کره باشد) است که قطر گذرا از قطب شمال و جنوب عمود بر آن است و نصف‌النهارها، دایره‌های عظیمه‌ای هستند که عمود بر خط استوا باشند.

منابع

۱. فرالی، جان. ب. **نخستین درس در جبر مجرد**. ترجمه مسعود فرزاد. مرکز نشر دانشگاهی.
۲. هایزنبرگ، ورنر. **جزء و کل**. ترجمه حسین معصومی همدانی. مرکز نشر دانشگاهی.

3. <http://en.wikipedia.org>

آموزش ریاضی

حکیده پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان: بررسی رابطه به کارگیری راهبردهای حل مسئله توسط دبیران دوره متوسطه نظری با پیشرفت ریاضی دانش آموزان سال اول دوره متوسطه نظری شهر بندرعباس در سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹

دانشجو: معصومه مؤذن زاده

استاد راهنما: دکتر محمد رضا فدائی

استاد مشاور: دکتر محمود فرهادیان

تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۶/۳۰

داوران: ۱. دکتر یوسف بهرام پور

۲. دکتر محمد رضا مولایی

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان

چکیده

هدف از این پژوهش بررسی رابطه به کارگیری راهبردهای حل مسئله توسط دبیران ریاضی دوره متوسطه نظری با پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش آموزان سال اول دوره متوسطه شهر بندرعباس در سال تحصیلی ۱۳۸۹-۱۳۹۰ است. جامعه پژوهش شامل ۶۰ نفر کلیه دبیران دوره متوسطه نظری بودند که ریاضیات سال اول متوسطه

مجله رشد آموزش ریاضی، از فارغ التحصیلان کارشناسی ارشد آموزش ریاضی در سراسر ایران دعوت می کند چکیده پایان نامه خود را با مشخصات کامل شامل: عنوان پایان نامه، نام کامل پژوهشگر، نام استاد راهنما، نام استاد مشاور، اساتید داور، تاریخ دفاع و نام دانشگاه (مطابق نمونه های چاپ شده در مجله) به همراه تأیید استاد راهنما، برای چاپ در مجله ارسال کنند.

تدریس می کردند، روش نمونه گیری سرشماری انتخاب گردید. روش تحقیق توصیفی از نوع همبستگی است. ابزار گردآوری اطلاعات در این تحقیق پرسش نامه‌ای، جهت سنجش به کارگیری راهبردهای حل مسئله توسط دبیران، شامل پنجاه سؤال بوده، پایایی آن به روش آلفای کرونباخ ۰/۸۸ و روایی آن به روش سیگمای شمارشی ۰/۸۷ به دست آمده است. علاوه بر اطلاعات پرسش نامه دبیران، نمرات خردادماه دانش آموز هر دبیر داده‌های دیگر تحقیق بوده‌اند. یافته‌های تحقیق با استفاده از روش‌های آمار توصیفی و استنباطی و با کمک نرم افزار SPSS تحلیل شدند و نتایج نشان داد که بین میزان آشنایی دبیران مورد مطالعه با راهبردهای رسم شکل، زیر مسئله‌ها، حل مسئله ساده‌تر، تنظیم جدول نظام‌دار، حذف حالت‌های نامطلوب، حدس و آزمایش، روش جبری، الگوبلی و به کارگیری این راهبردها توسط آنان رابطه معنی داری وجود دارد. بین میزان آشنایی و به کارگیری راهبردهای حل مسئله توسط دبیران مورد مطالعه و پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش آموزان رابطه معنی داری وجود دارد. همچنین بین جنسیت، میزان تحصیلات، رشته تحصیلی، سابقه تدریس دبیران مورد مطالعه و پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش آموزان رابطه معنی داری وجود ندارد. در پایان محدودیت‌های پژوهش ذکر شدند و پیشنهادهای ارایه گردید

کلیدواژه‌ها: راهبردهای حل مسئله، پیشرفت تحصیلی.

عنوان: تحلیل محتوای کتاب جبر و احتمال سال سوم رشته ریاضی فیزیک، شاخه نظری بر مبنای طبقه‌بندی هدف‌های آموزشی بلوم از حیطة شناختی

دانشجو: طیبه گر کلانی نژاد مشیزی
استاد راهنما: دکتر محمد رضا فدائی
استاد مشاور: دکتر آر شام پرومند سعید
داوران: ۱. دکتر محمد رضا مولایی
۲. دکتر محمود فرهادیان

تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۶/۲۸

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه آزاد اسلامی - واحد کرمان

چکیده

کتاب درسی قوی ترین و مهم ترین منبع پردازش معلومات و انتقال اطلاعات به ذهن دانش آموزان می باشد. به دلیل این موقعیت ممتاز و هم چنین دربرداشتن محتوای برنامه درسی، شکل دادن یادگیری در فرآیند آموزش، به ویژه در سیستم های آموزش متمرکز، بیش از پیش مورد

توجه دست اندرکاران تعلیم و تربیت قرار گرفته است. کتاب های درسی با موضوعات مختلف، به علت به کارگیری شیوه های نگارش متفاوت و وجود نگرش های گوناگون و سلیقه های متنوع از دامنه تأثیر متفاوتی برخوردارند و لذا یادگیری رابه شکل های مختلف تحت تأثیر قرار می دهند. تحلیل گران کتاب های درسی از روش های گوناگون برای تعیین سطوح کیفی و محتوای متن کتاب بهره می گیرند. یکی از روش های متداول در این زمینه کسب آگاهی از چگونگی پردازش هدف های آموزشی در متن کتاب است. هدف پژوهش حاضر نیز، تحلیل محتوا و ارزشیابی کتاب درسی جبر و احتمال سال سوم ریاضی و فیزیک شاخه نظری می باشد که، به منظور تحلیل محتوا در جهت تعیین میزان توجه به هدف های تدوین شده مرتبط با کتاب، از طبقه بندی حیطه شناسی بلوم استفاده گردیده و روش تحقیق در این پژوهش، روش توصیفی تشخیص داده شده است.

یافته های این تحقیق نشان داد که در محتوای کتاب، میزان توجه به هر یک از سطوح حیطه شناختی طبقه بندی بلوم این گونه است:

سطوح متن کتاب: دانش (۳۲/۳۸٪) - درک و فهم (۲۴/۷۶٪) - کاربرد (۳۴/۲۸٪) - تحلیل (۴/۷۶٪) - ترکیب (۰/۹۵٪) - ارزشیابی (۲/۸۶٪).

سطوح تمرین ها: دانش (۴/۱۷٪) - درک و فهم (۲۲/۰۲٪) - کاربرد (۶۴/۲۸٪) - تحلیل (۶/۵۵٪) - ترکیب (۰/۶٪) - ارزشیابی (۲/۳۸٪).

سطوح کل محتوای کتاب: دانش (۱۵/۰۷٪) - درک و فهم (۲۳/۱۶٪) - کاربرد (۵۲/۵۷٪) - تحلیل (۵/۸۸٪) - ترکیب (۰/۷۴٪) - ارزشیابی (۲/۵۷٪).

بر اساس داده های حاصل، حدود ۹۰/۸٪ کل محتوای کتاب به سطوح دانش، درک و فهم و کاربرد پرداخته و تنها حدود ۹/۲٪ به سطوح بالای حیطه شناختی بلوم توجه داشته است.

کلیدواژه ها: محتوا، تحلیل محتوا، طبقات حیطه شناختی بلوم.

عنوان: تحلیل محتوای کتاب ریاضی تازه تألیف سال اول متوسطه از منظر دبیران

دانشجو: مرتضی حسن پور
استاد راهنما: دکتر زهرا گویا
داوران: ۱. دکتر سهیلا غلام آزاد
۲. دکتر امیر حسین اصغری
تاریخ دفاع: بهمن ۱۳۹۰
دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

یکی از اهداف مهم برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، ایجاد موقعیت‌های مناسب برای توسعه توانایی‌ها و مهارت‌های ذهنی و خود - نظمی در دانش آموزان است. بدین سبب، از جمله مهم‌ترین اهداف برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای، عبارت است از توسعه قدرت درک و فهم و توانایی‌های استدلالی، پرورش تفکر منطقی، و پرورش خلاقیت یادگیرندگان است. علاوه بر این که ریاضی از مهم‌ترین دروس پایه و در ایران، ریاضی پایه اول متوسطه در واقع، جواز عبور برای ورود به پایه‌های بعدی با هر انتخابی است. در نتیجه، برنامه و کتاب ریاضی پایه اول متوسطه دارای حساسیت ویژه‌ای است و نقشی که در آینده تحصیلی و حتی شغلی دانش آموزان بازی می‌کند، از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. این حساسیت و اهمیت، یکی از اصلی‌ترین دلایل اعلام شده برای تغییر کتاب قبلی و تألیف جدید کتاب ریاضی ۱ در سال ۱۳۸۷ بود.

بدین جهت در این پژوهش، پژوهشگر که خود از زمان تألیف این کتاب مدرس آن است، به تحلیل کیفی محتوای این کتاب تازه تألیف پرداخت تا شاید از این طریق، بتواند به ارتقای کیفی آن کمک کند. علاوه بر این، در جلسات مشترکی که با مدرسان این کتاب تشکیل شد، مواردی مطرح شدند که تصمیم گرفته شد برای همسوسازی داده‌ها و اعتبار بیشتر یافته‌ها، یکبار دیگر محتوای کتاب ریاضی ۱ تازه تألیف، از منظر آنان نیز مورد تحلیل قرار گیرد و در این راستا، به تجربه‌های تدریسی پژوهشگر نیز توجه شود. یافته‌های این پژوهش نشان داد که نقطه قوت این کتاب، تلاش برای ورود به عرصه‌های جدید بوده و یکی از موارد موفق آن، ادغام فصل‌های «تجزیه» و «اتحاد» با هم بوده است که از نظر معلمان، یکی از مشکلات کتاب ریاضی ۱ قبلی بود. با این وجود، این ادغام دارای اشکالاتی است که از جمله، عدم انسجام برنامه‌ای و افراط در استفاده از بازنمایی‌های هندسی برای نشان دادن اتحادهاست. با این حال، مهم‌ترین مشکلات کتاب ریاضی ۱ تازه تألیف، روشن نبودن اهداف با توجه به مخاطبان وسیع و متنوع آن، عدم انسجام لازم در مبانی نظری یادگیری ریاضی و برنامه درسی ریاضی، نامشخص بودن چگونگی سازماندهی محتوا و نامعلوم بودن سطح انتظار از یادگیرندگان است.

کلیدواژه‌ها: تحلیل محتوای کتاب اول دبیرستان، تجزیه و اتحاد، نقد کتاب درسی.

عنوان: تحلیل محتوای کتاب ریاضی سال سوم دوره راهنمایی تحصیلی چاپ ۱۳۸۹ بر مبنای سطوح مختلف طبقه‌بندی اهداف آموزشی در حیطه شناختی بلوم.

دانشجو: ندا کاظمی

استاد راهنما: دکتر محمد رضا فدائی

استاد مشاور: دکتر آرشام برومند سعید

داوران: ۱. دکتر محمد رضا مولایی

۲. دکتر محمود فرهادیان

تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۶/۲۸

دانشگاه محل تحصیل: دانشگاه آزاد اسلامی - واحد کرمان

چکیده

موضوع تحقیق تحلیل محتوای کتاب ریاضی سال سوم دوره راهنمایی تحصیلی چاپ ۱۳۸۹ بر مبنای سطوح مختلف طبقه‌بندی اهداف آموزشی در حیطه شناختی توسط بلوم است. روش تحقیق توصیفی بوده و یافته‌های تحقیق نشان داد که در مورد متن، تمرین‌ها و کل کتاب میزان توجه به سطوح مختلف این طبقه‌بندی به شرح زیر می‌باشد:

متن: دانش (۱۳/۸٪) - درک و فهم (۳۹/۲٪) - کاربرد (۳۳٪) - تحلیل (۶/۲٪) - ترکیب (۶/۹٪) - ارزشیابی (۰/۸٪).

تمرین‌ها: دانش (۸/۳٪) - درک و فهم (۲۱/۸٪) - کاربرد (۵۹/۶٪) - تحلیل (۱/۹٪) - ترکیب (۷/۷٪) - ارزشیابی (۰/۶٪).

کل کتاب (متن و تمرین‌ها): دانش (۱۰/۸٪) - درک و فهم (۲۹/۷٪) - کاربرد (۴۷/۶٪) - تحلیل (۳/۸٪) - ترکیب (۷/۳٪) - ارزشیابی (۰/۷٪).

این یافته‌ها نشان می‌دهد که در کتاب حاضر ۸۸/۱٪ به سطوح پایین حیطه شناختی (دانش، درک و فهم، کاربرد) و ۱۱/۸٪ به سطوح بالای حیطه شناختی (تحلیل، ترکیب، ارزشیابی) توجه شده است.

کلیدواژه‌ها: محتوا، تحلیل محتوای طبقه‌بندی شناختی بلوم.



مفهوم کسر

در دوره ابتدایی

بهرام یوسفی

مدرس بازنشسته تربیت معلم اهواز

اشاره

طبق فرهنگ لغت، کسر جزیی از کل است. اما در بخش‌های مختلف ریاضی، اغلب **کسر** و تقسیم، مترادف هم به کار برده می‌شوند. بدین سبب است که مثلاً مفهوم **عدد مخلوط** و عمل رفع و تجنيس کردن معنا پیدا می‌کند.

چکیده

در این مقاله، سعی شده است برای فهم و درک عمیق‌تر مفهوم کسر، ابتدا نکات کلیدی مشخص شوند تا با تأکید بر آن‌ها، کار آموزش آسان‌تر گردد.

در این راستا، با توجه به هدف، به اهمیت «آموزش واحد اندازه‌گیری» می‌پردازیم و در حد توان مقادیر بزرگ‌تر و کوچک‌تر از واحد را معرفی می‌کنیم، چه به نظر می‌رسد که به کارگیری بعضی واژه‌ها چون «کسر بزرگ‌تر از واحد یا عدد مخلوط» به درستی صورت نگرفته است.

اکنون با احترام، نتایج این تجربیات همراه با موارد کاربردی، حضور کارشناسان و صاحب‌نظران ارایه می‌گردد.

کلیدواژه‌ها: واحد اندازه‌گیری، مفهوم کسر، کسر بزرگ‌تر از واحد، عدد مخلوط، عدد کسری.

مقدمه

هرگاه بخواهیم کار اندازه‌گیری را انجام دهیم، به دو چیز نیاز داریم:

اول شیئی است که باید ابعاد آن را اندازه‌گیری کنیم. یعنی تعیین کمیت مورد سنجش؛

دوم وسیله‌ای است که توسط آن، می‌توان کار اندازه‌گیری را انجام داد، یعنی واحد اندازه‌گیری.

بنابراین، به‌طور مختصر می‌توان گفت که برای اندازه‌گیری، به دو چیز احتیاج است.

۱. **کمیت مورد سنجش:** مقدار چیزی است که باید اندازه‌گیری و سنجیده شود.

۲. **واحد اندازه‌گیری:** همان چیزی است که به کمک آن عمل اندازه‌گیری انجام می‌شود.

کسر

تعریف: کسر به معنی شکستن، خرد کردن و در اصطلاح علم حساب عددی است که کمتر از واحد باشد.

مثل: نصف ($\frac{1}{2}$)، ثلث ($\frac{1}{3}$)، ربع ($\frac{1}{4}$) و خمس ($\frac{1}{5}$)

کسر متعارفی

از آن جایی که کسرهایی نظیر $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{5}$ و $\frac{5}{7}$ ، به طور فراوان مورد استفاده است، به آن‌ها کسره‌ای متعارفی می‌گویند.

مخلوط

تعریف: مخلوط یعنی آمیخته شده یا به هم آمیخته

معرفی واحد اندازه‌گیری و شناخت بیشتر کسر

پیش از این اشاره کردیم که برای اندازه‌گیری هر چیزی نیاز به واحد اندازه‌گیری داریم.

تعریف: وسیله‌ای که برای اندازه‌گیری یک کمیت به کار برده می‌شود، واحد اندازه‌گیری نامیده می‌شود. مثلاً در اندازه‌گیری طول، واحد اندازه‌گیری، میلی‌متر، سانتی‌متر و متر است. اکنون اگر با مشخص کردن و داشتن واحد، بخواهیم کار اندازه‌گیری یا سنجش را شروع کنیم سه حالت اتفاق می‌افتد:

حالت اول:

واحد اندازه‌گیری یک یا چند بار به درستی در کمیت مورد سنجش می‌گنجد در این حالت اندازه‌های به‌دست آمده با عدد طبیعی نمایش داده می‌شوند مانند ۱، ۲، ۳، ...

برای مثال، اگر بخواهید درازای یک طناب را اندازه بگیرید اولین کاری که باید انجام دهید این است که واحدی برای اندازه‌گیری در نظر بگیرید. حال فرض کنیم مدادی را که در دست دارید به عنوان واحد اندازه‌گیری در نظر گرفته می‌خواهید کار اندازه‌گیری را با آن انجام دهید.

– اگر به هنگام اندازه‌گیری فقط یک بار مداد روی طناب قرار گیرد و کار اندازه‌گیری تمام بشود، آن وقت می‌گوییم طول طناب برابر یک مداد (واحد) است که اندازه آن را برحسب مداد، با عدد «۱» نشان می‌دهیم.

– اگر دو بار مداد روی طناب قرار بگیرد، آن وقت می‌گوییم طناب برابر دو مداد (واحد) است و اندازه آن را با عدد «۲» نمایش می‌دهیم.

– و اگر سه بار این اتفاق بیفتد، می‌گوییم طول طناب سه مداد (واحد) و اندازه آن عدد «۳» است و این کار، می‌تواند به همین ترتیب ادامه یابد.

هرگاه بخواهیم کار اندازه‌گیری را انجام دهیم، به دو چیز نیاز داریم:

اول شئی است که باید ابعاد آن را اندازه‌گیری کنیم. یعنی تعیین کمیت مورد سنجش؛
دوم وسیله‌ای است که توسط آن، می‌توان کار اندازه‌گیری را انجام داد، یعنی واحد اندازه‌گیری.

حال اگر واحد اندازه‌گیری متر انتخاب شود، آن‌گاه:
– اگر با یک بار اندازه‌گیری کار تمام بشود، می‌گوییم طول طناب برابر با «۱» متر است.

– اگر سه بار واحد متر روی طناب قرار بگیرد، آن وقت می‌گوییم طول طناب برابر با «۳» متر است.

– اگر پنج بار واحد متر روی طناب قرار بگیرد آن وقت خواهیم گفت طول طناب برابر با «۵» متر است و به همین ترتیب تا طول هر طنابی برحسب این واحد به‌دست آید.

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، در این صورت تمام اندازه‌های به‌دست آمده با عدد طبیعی نشان داده می‌شوند.

نتیجه

اگر کمیتی به‌طور کامل (عددی صحیح) باشد، یک یا چند برابر واحد اندازه‌گیری است و عددی که پس از اندازه‌گیری آن کمیت به‌دست می‌آید یک عدد طبیعی نامیده می‌شود.

حالت دوم

واحد اندازه‌گیری یک یا چند بار به‌طور کامل در کمیت مورد سنجش می‌گنجد، اما در پایان کمی از شئی مورد سنجش باقی می‌ماند که اندازه‌اش از واحد اندازه‌گیری کمتر است و دیگر نمی‌توان با این واحد، اندازه آن مقدار را به‌صورت یک عدد طبیعی اعلام نمود. در چنین وضعی، اندازه‌های به‌دست آمده به صورت عددی کسری نشان داده می‌شوند. به شکل زیر توجه کنید:

واحد متر



مثال: فرض کنیم برای یک اندازه‌گیری واحد متر انتخاب شده است. این واحد متر چهار بار روی پاره‌خطی جا بگیرد و در آخر، بخشی از پاره‌خط هم باقی بماند که اندازه‌اش از طول واحد متر کمتر باشد. در چنین وضعی دیگر نمی‌توان با واحد متر آن باقی مانده را اندازه گرفت، این جاست که برای اندازه‌گیری این مقدار اندک، ناچاریم واحد کوچک‌تری را در نظر بگیریم. به همین منظور باید واحد متر را به قسمت‌های مساوی شکست و خرد کرد (مفهوم کسر) تا بتوان واحد کوچک‌تر از آن را به‌دست آورد که مناسب اندازه‌گیری این مقدار کمتر باشد. اکنون با این واحد کوچک‌تر، می‌توان کار اندازه‌گیری را به همین شکل ادامه داد.

مثلاً، فرض کنیم که واحد اصلی را به هشت قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. هر قسمت از آن یک هشتم واحد اصلی نامیده می‌شود که در ریاضی، $\frac{1}{8}$ نمایش داده می‌شود و آن را کسر متعارفی می‌نامند. یعنی اگر واحد $\frac{1}{8}$ ، درست دو بار روی باقی‌مانده پاره‌خط جای بگیرد، اندازه این قسمت از پاره‌خط $\frac{2}{8}$ می‌شود و الی آخر.

اگر اندازه یک پاره‌خط برابر باشد با چهار بار اندازه واحد کامل متر، و $\frac{3}{8}$ ، در این صورت می‌نویسیم:

$$4 + \frac{3}{8} = 4\frac{3}{8}$$

که عدد $4\frac{3}{8}$ ، عدد مخلوط نامیده می‌شود.

حالت سوم

اگر کمیتی را که می‌خواهیم اندازه بگیریم از همان ابتدا مقدارش از واحدی که برای اندازه‌گیری در نظر گرفته‌ایم کوچک‌تر باشد، در آن صورت اندازه به‌دست آمده «کسر» خوانده می‌شود.

توجه کنید مقدار کسر همیشه از هر واحد اندازه‌گیری انتخابی، کمتر است.

و بدین ترتیب است که مجموعه $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{6}$ و $\frac{3}{4}$ و غیره، به‌دست می‌آید که به هر عضو آن یک کسر متعارفی می‌گویند.

مثال: با استفاده از یک متر مدرج شده، طول یکی از کتاب‌های درسی خود را به‌دست آورید. فرض کنید واحد متر را روی کتاب قرار دادید و بعد از اندازه‌گیری، معلوم شد که طول

کتاب ۲۰ سانتی‌متر است.

سؤال: چرا در اندازه‌گیری قبل که طول پاره‌خط از واحد متر کمتر بود، اندازه به‌دست آمده به صورت کسر $\frac{3}{8}$ نوشته شد. اما در مرحله دوم که طول کتاب از یک متر کمتر است، اندازه به‌دست آمده به‌صورت عدد صحیح ۲۰ سانتی‌متر نوشته می‌شود؟ فکر کنید! از روی خط‌کش خود بگویید سانتی‌متر چه کسری از متر است؟ آیا $\frac{1}{100}$ متر است؟ بله درست است.

تعریف: هرگاه متر را به صد قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت آن یک سانتی‌متر خوانده می‌شود.

اگر قطر یک موی سرتان را اندازه بگیرید خواهید دید که خیلی کوچک‌تر از سانتی‌متر است. از این جهت برای اندازه‌گیری اشیای ریز از واحد دیگری به نام میلی‌متر استفاده می‌شود.

تعریف: اگر سانتی‌متر را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم به هر قسمت آن یک میلی‌متر گفته می‌شود.

سؤال: آیا می‌توان گفت یک میلی‌متر برابر $\frac{1}{1000}$ متر است؟ چرا؟

تعریف دسی‌متر: هرگاه یک متر را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم، به هر قسمت آن یک دسی‌متر می‌گوییم:

$$\text{متر} = \frac{1}{10} \text{ دسی‌متر}$$

خلاصه: در اندازه‌گیری اشیای کوچک‌تر از واحد، از کسرهای متر استفاده می‌شود:

$$\text{دسی‌متر} = \frac{1}{10} \text{ متر}$$

$$\text{سانتی‌متر} = \frac{1}{100} \text{ متر}$$

$$\text{میلی‌متر} = \frac{1}{1000} \text{ متر}$$

بحث و بررسی

به‌نظر من، اصطلاح کسر بزرگ‌تر از واحد یا کسر مساوی با واحد، اصطلاح درستی نیست. آخر چگونه می‌شود که چیزی کسر نامیده شود آن‌وقت بزرگ‌تر یا مساوی واحد هم باشد؟ زیرا کسر جزئی از واحد است و در همه موارد، از واحد کوچک‌تر است. بنابراین، کسر به معنای مطلق، مقدارش نمی‌تواند مساوی با واحد یا بزرگ‌تر از آن باشد.

اگر کمیتی را که می‌خواهیم اندازه بگیریم از همان ابتدا مقدارش از واحدی که برای اندازه‌گیری در نظر گرفته‌ایم کوچک‌تر باشد، در آن صورت اندازه به‌دست آمده «کسر» خوانده می‌شود

در مورد اعداد صحیح اگرچه می‌توانیم عدد صحیح «۵» را به صورت کسر $\frac{15}{3}$ نمایش دهیم ولی نمی‌توان آن را کسر نامید. این معنا شاید به مفهوم تقسیم نزدیک‌تر باشد.

$$\begin{cases} 3 \div 5 = \frac{3}{5} \\ 12 \div 7 = \frac{12}{7} \\ 15 \div 3 = 5 \end{cases}$$

البته $\frac{3}{5}$ مفهوم کسر را دارد و آن بدین معناست که واحد به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده و سه قسمت آن انتخاب شده است. یا ۵ گوی داریم که ۳ تا قرمز و ۲ تا از آن‌ها آبی است. نسبت گوی‌های قرمز به آبی $\frac{3}{5}$ است.

در این‌جا اعداد $\frac{3}{5}$ یا $\frac{12}{7}$ از تقسیم ۳ بر ۵ یا ۱۲ بر ۷ به‌دست می‌آید.

در تقسیم در همه موارد، نمی‌توان صورت و مخرج (مقسوم و مقسوم‌علیه) را در عددی ضرب یا بر عددی تقسیم کرد چون در این صورت در باقی‌مانده تقسیم تغییر حاصل می‌شود. در حالی‌که در کسر این‌کار را می‌توان انجام داد و از حاصل آن کسری مساوی با آن به‌دست می‌آید.

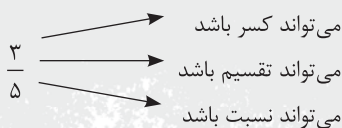
توجیه بیشتر نسبت: پول علی دو برابر پول آرش است. این نسبت را می‌توان به دو صورت زیر نمایش داد:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= \text{نسبت پول علی به پول آرش} \\ \frac{2}{1} &= \text{نسبت پول آرش به پول علی} \end{aligned}$$

- در نسبت، می‌توان جای صورت و مخرج را عوض کرد زیرا تغییری در اصل موضوع به‌وجود نمی‌آید. یعنی چه بگوییم علی نصف آرش پول دارد چه بگوییم آرش ۲ برابر علی پول دارد، فرقی ندارد.

آیا در کسر هم می‌توان چنین کاری را انجام داد؟

توجه: الف در یک کسر، مخرج نشان می‌دهد که واحد به چند قسمت مساوی تقسیم شده است و صورت بیان می‌کند که چند قسمت از آن‌ها انتخاب شده است. اما اگر شکلی یا نمایی از یک عدد به صورت کسر دیده شود، با تعریف من، کسر نامیده نمی‌شود مثل $\frac{8}{4}$ ، بلکه می‌توان آن را نمایی از تقسیم $8 \div 4$ به حساب آورد. نماد $\frac{3}{5}$ ، می‌تواند معرف سه مفهوم زیر باشد:



کسر بزرگ‌تر از واحد عدد مخلوط است

از آنجایی‌که در کسرهای بزرگ‌تر از واحد، مجموع یک عدد صحیح و یک کسر است، استفاده از واژه «مخلوط» با معنا است زیرا نمایش این عدد به شکل « $2\frac{1}{2}$ » به‌صورت « $\frac{5}{2}$ » نتیجه عمل ماست.

$$2 + \frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

پس در واقع می‌توان گفت: **کسر بزرگ‌تر از واحد، همان عدد مخلوط است.**

همین‌طور نمایش عددی به صورت عدد صحیح و اعشار - مثل $\frac{3}{58}$ - «عدد اعشاری» خوانده می‌شود.

عمل تجنیس: وقتی در تجنیس می‌نویسیم

$$4\frac{2}{3} = \frac{4 \times 3 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

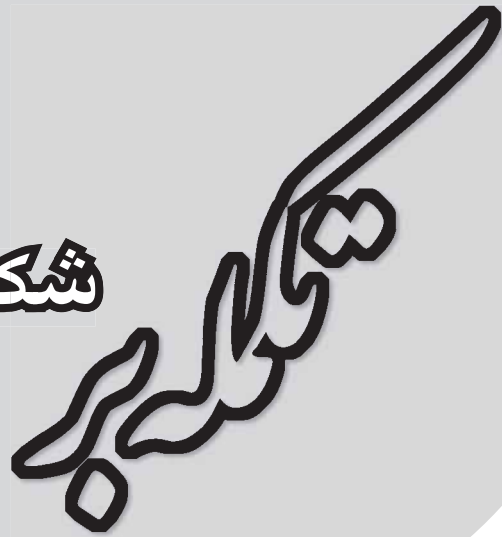
یعنی عدد صحیح ۴ را از جنس کسر می‌کنیم. در این‌جا نیز باید توضیح داده شود که عمل تجنیس هم در حقیقت، همان عمل مخرج مشترک گرفتن در عمل جمع کسرها است.

$$4\frac{2}{3} = \frac{4}{1} + \frac{2}{3} = \frac{12+2}{3}$$

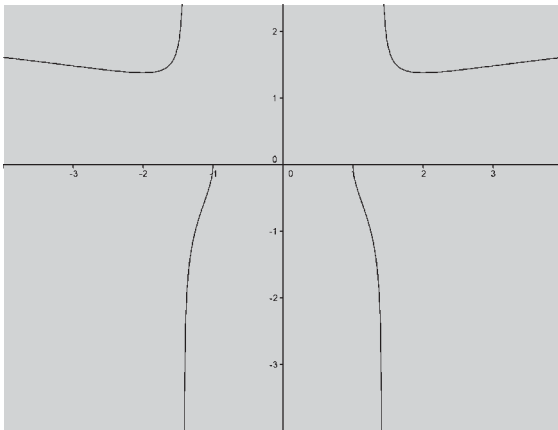
پی‌نوشت

۱. تعریف‌ها از فرهنگ عمید است

شکل ۱ مقاله‌ای در شماره ۱۰۶



عضو هیئت علمی گروه ریاضی دانشگاه ایرانشهر
بهروز خاوری



نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 - 2}}$ حاصل به‌کارگیری نرم‌افزار Derive
پس از پاره‌ای تغییرات در تنظیمات اولیه است.

پی‌نوشت

۱. برای آگاهی از بحث کاملی در رابطه با ریشه‌های اعداد مختلط، به بخش ۷ به فصل اول کتاب «متغیرهای مختلط و کاربردها» تألیف جیمز وارد براون، روتل و. چرچیل، مراجعه کنید.

توضیح زیر برای شکل ۱ در صفحه ۲۲ مقاله «نرم‌افزارهای ریاضی تا چه اندازه قابل اعتمادند؟» لازم است:

این نتیجه غیرمنتظره، ناشی از تنظیمات اولیه Derive و وجود عبارت $\sqrt{x^2 - 2}$ در ساختار تابع مورد بحث است. تنظیمات اولیه Derive به‌گونه‌ای است که اگر این نرم‌افزار در طی اجرای یک عملیات، با توان کسری یک عبارت مواجه شود، همواره شاخه اصلی که متداول‌ترین و اصولی‌ترین انتخاب محسوب می‌شود را در نظر می‌گیرد^۱. این عملکرد سبب می‌شود که مقدار $\sqrt{x^2 - 2}$ به ازای تمام مقادیر x در بازه $(2, -2)$ به صورت یک عدد مختلط در مراحل بعدی مورد استفاده قرار گرفته و در نتیجه تابع $f(x)$ نیز به تابعی مختلط- مقدار تبدیل شده و نهایتاً در بازه مذکور، نموداری رسم نشود.

حال برای رفع این مشکل کافی است در پنجره اصلی Derive مسیر Options>Mode Settings... را طی کرده و از فهرست باز شوی Branch گزینه Real را انتخاب کنیم. در این صورت، نتیجه حاصل از صدور دستور ترسیم، عبارت خواهد بود از:

مصطفی حیدری

مسئول وبگاه و آرشیو خانه ریاضیات کرمان

دومین دوره لیگ بازی و اندیشه

اشاره

لیگ بازی و اندیشه، مسابقه‌ای است که به ابتکار خانه ریاضیات کرمان جهت پرورش قدرت ابتکار، خلاقیت و تفکر عموم مردم طراحی شده است و شرکت در آن، محدودیت سنی ندارد. این مسابقه برای اولین بار در دهه ریاضی سال ۱۳۸۷ برگزار شد. این مسابقه در نوروز ۱۳۸۸ نیز با حمایت سازمان میراث فرهنگی استان، برای مهمانان نوروزی و با سؤالات دور قبل، در شهر کرمان تکرار گردید.

دومین دوره لیگ بازی و اندیشه با سؤالات جدید، در تاریخ ۱۳ آبان ۱۳۹۰ و همزمان با روز دانش‌آموز، توسط خانه ریاضیات کرمان در پارک ریاضیات برگزار شد.

در این مسابقه، به شرکت‌کنندگان سؤالاتی داده می‌شود که در ظاهر، ارتباط مستقیمی با ریاضی ندارند ولی در واقع، افرادی که تفکر ریاضی دارند در حل مسایل و ارایه راهکارها موفق‌ترند. همچنین، سؤالات به گونه‌ای طرح می‌شوند که افراد با هر سن و معلوماتی، بتوانند در یک رقابت علمی و عملی جذاب شرکت کنند. هدف از برگزاری این مسابقه، عمومی‌کردن ریاضیات

در سطح شهر و ایجاد رقابتی فکری و عملی بین خانواده‌ها و دوستان است.

برای طرح سؤالات دومین مسابقه، یک تیم علمی که اعضای آن را مینا جمشیدی، مصطفی حیدری، محمدعلی حسینی نسب، علیرضا حسینی نسب، عارف حضرتی و علی طالبی‌زاده تشکیل می‌دادند، به مدت ۵ ماه جلسات متعددی با یکدیگر داشتند و با استادان بسیاری از جمله آقای دکتر محمودیان، آقای دکتر رفیع‌پور و خانم دکتر خسروی، راجع به سؤالات صحبت کردند و در جرح و تعدیل بازی‌های طراحی شده، از نظرات ایشان استفاده کردند.

در این مسابقه، حدود ۵۰ تیم سه نفری با سنین مختلف ثبت‌نام کردند. این تیم‌ها یا به صورت دوستانه تشکیل شده بودند و یا خانوادگی بودند. مسابقه در دو مرحله صبح و عصر برگزار شد. تمام تیم‌ها در مرحله مقدماتی که صبح از ساعت ۸:۳۰ تا ۱۲ برگزار شد، با یکدیگر به رقابت پرداختند. مرحله مقدماتی شامل سه سؤال بود؛ ابتدا آن‌ها بایستی با ۵۰ کاغذ A۴ که در اختیارشان قرار داده بودیم، برجی می‌ساختند که در بین تمام تیم‌ها، بیشترین ارتفاع را داشته باشد. برای این بازی



زمان پذیرش شرکت کنندگان



بازی های دور پایانی

۱۲۰ دقیقه زمان در نظر گرفته شده بود. بازی دوم و سوم هم بازی هایی در مباحث هندسه و رمزنگاری بودند.

در این مرحله، امتیازات سه بازی دور مقدماتی محاسبه شد و چهار تیم اول، برگزیده و به مرحله پایانی راه یافتند که عصر همان روز، از ساعت ۱۷ تا ۱۹ برگزار شد. دور پایانی شامل دو بازی (عملی) در مباحث هندسه و رمزنگاری بود.

در نظرخواهی که انجام شد، بعضی تیم ها مسابقه را جذاب اعلام کردند و تعداد زیادی از تیم ها نیز ابراز کردند که «بعضی از سؤالات مربوط به ریاضی نیستند». البته در حل آن ها، بی آنکه خود متوجه باشند، از ریاضی و تفکر ریاضی استفاده کرده بودند! در پایان مسابقه، از طرف خانه ریاضیات کرمان، به تیم های شرکت کننده جوایزی اهدا شد.



بازی برج کاغذ



اعطای جایزه همگانی سازی ریاضی



به خانم بتول باقری
انسانی به زلالی آب، استواری کوه و موجی رود

مریم عادلای ساردو

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و
عضو کمیته برنامه ریزی خانه ریاضیات کرمان

لیگ بازی و اندیشه

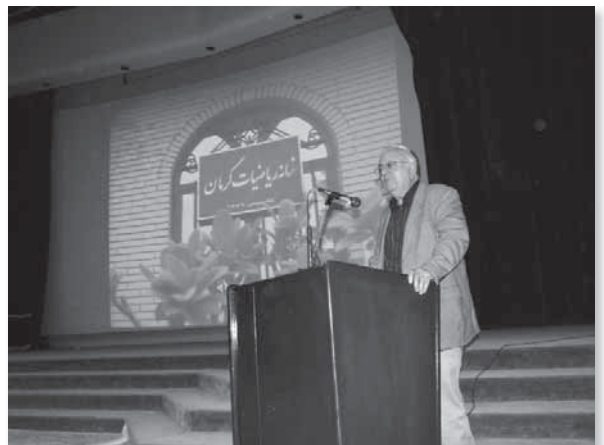
- مشارکت فعال در تأسیس و اداره نهادهای علمی که در معرفی ریاضیات به عموم مردم، نقش مهمی دارند. (در شرایط دشوار و غیرمتعارف)؛
- تلاش در جهت ارتباط بین ریاضیات مدرسه‌ای و ریاضیات دانشگاهی.

بخش دوم مخصوص معلمان و دانش‌آموزان بود. معلمان و دانش‌آموزانی که قبلاً از طرف خانه ریاضیات کرمان با همکاری آموزش و پرورش، به دبیرخانه جشنواره معرفی شده بودند، در روزهای ۵ و ۶ آبان در سخنرانی‌ها و کارگاه‌های آموزشی شرکت کردند.

- اولین و دومین جشنواره خانه ریاضیات کرمان با هدف آشنایی عموم با ریاضیات و کاربردهای آن در علوم مختلف در سال‌های ۸۶ و ۸۸ در شهر کرمان برگزار گردید.
- خانه ریاضیات کرمان با رویکردی متفاوت سومین جشنواره را همزمان با دهه ریاضیات سال ۹۰، در دانشگاه شهید باهنر کرمان برگزار کرد. این جشنواره از سه بخش اصلی تشکیل شده بود. در بخش اول جایزه همگانی‌سازی ریاضی، با هدف تقدیر از فعالان در عرصه عمومی کردن ریاضیات با مؤلفه‌های زیر طراحی شد:
- توسعه و ارتقای دانش ریاضی در بین عموم مردم؛

اهم فعالیت‌های خانم باقری که ایشان را شایسته دریافت این جایزه می‌نماید، از این قرار است:

- پیگیری در تشکیل انجمن دبیران ریاضی کرمان (ادراک) و فعالیت‌های زیادی که ایشان در این انجمن انجام دادند از جمله برگزاری دوره‌های متنوع ضمن خدمت برای معلمان، تشکیل بسیج ریاضی در مدارس حاشیه شهر کرمان و تشویق و ترغیب دانش آموزان برای فعالیت‌های ریاضی خارج از محیط رسمی کلاس درس، تجهیز کتابخانه مدارس استان کرمان.
- همکاری در تأسیس خانه ریاضیات کرمان و حمایت‌های بی‌دریغ، دلسوزانه و پیگیر در فعالیت‌های آن؛



- جذب، تشویق و حمایت دانشجویان ریاضی مستعد و علاقه‌مند دانشگاه شهید باهنر کرمان برای فعالیت در خانه ریاضیات کرمان؛
- پیگیری جهت دعوت از پیشکسوتان ریاضی برای برگزاری جلسات سرگذشت ریاضی در خانه ریاضیات کرمان؛
- پیگیری مداوم کلیه امور مربوط به خانه ریاضیات حتی در شرایطی که برای درمان بیماری خود در خارج از کشور به‌سر می‌بردند. به‌طور مثال در مدت کوتاهی که برای حضور در سومین جشنواره خانه ریاضیات، به کرمان آمده بودند، در چندین جلسه با مسئولان استان شرکت داشتند تا نظر آن‌ها را به منظور حمایت‌های بیشتر از خانه ریاضیات جلب نمایند. در سومین جشنواره خانه ریاضیات، علاوه بر تقدیرنامه‌هایی که از طرف دکتر نصر... گرامی، رئیس دانشگاه شهید باهنر کرمان، دکتر محمدرضا فدائی، رئیس دانشکده ریاضی و کامپیوتر، و آقای احمد فتحی مدیرکل آموزش و پرورش استان کرمان، و جایزه‌ای ویژه از سوی خانه ریاضیات کرمان و همچنین

آخرین بخش جشنواره، لیگ بازی و اندیشه، در روز جمعه ۱۳ آبان ماه در پارک ریاضیات برگزار شد. مراسم افتتاحیه سومین جشنواره ریاضی خانه ریاضیات کرمان صبح روز پنج شنبه ۵ آبان ماه با تلاوت آیات قرآن کریم در تالار وحدت دانشگاه شهید باهنر کرمان، آغاز شد.

جایزه همگانی‌سازی ریاضیات

در این مراسم دکتر ابوالفضل رفیع پور، دبیر علمی جشنواره، از کلیه کسانی که در برپایی سومین جشنواره خانه ریاضیات کرمان همکاری داشتند، تشکر نمودند. ایشان در ادامه از اهدای نخستین جایزه همگانی سازی ریاضیات به سرکار خانم باقری، خبر دادند. دکتر رفیع پور، فعالیت‌های خانم باقری را ادامه مسیری دانستند که توسط مرحوم مهندس افضلی پور، مؤسس دانشگاه شهید باهنر کرمان، و همسر گرامیشان مرحوم فخره صبا، در شهر کرمان پی ریزی شده است.



جوائزی توسط استانداری کرمان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان دکتر علی مصطفوی از اساتید دانشگاه شهید باهنر کرمان به سرکار خانم بتول باقری اعطا شد و از خدمات ایشان تجلیل به عمل آمد. اعضای فعال در خانه ریاضیات کرمان نیز با تقدیم گل و عکس دسته جمعی خودشان، از سرکار خانم بتول باقری تقدیر و تشکر نمودند. به واسطه اخلاق و منش ویژه خانم باقری، همه اعضای فعال در خانه ریاضیات کرمان از زمان تأسیس تاکنون خود را فرزندان خانم باقری می‌دانند.



سپس خانم اعظم کریمیان‌زاده، مدیر وقت خانه ریاضیات کرمان، برنامه‌های سومین جشنواره را در دو روز برگزاری، تشریح نمودند. در ادامه آقای علی پوراسماعیلی، از همکاران بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان شعری را که برای خانم باقری سروده بودند، برای حضار قرائت کردند و خانم مریم گویا متنی را که در توصیف خانم باقری نوشته بودند، با صدای زیبایی خود خواندند. در پایان، مهندس بهزاد کمالی، معاونت سیاسی - امنیتی استانداری کرمان، طی سخنانی از زحمات خانم باقری و دکتر رجبعلی‌پور در شهر کرمان تقدیر کردند.

در ادامه جشنواره، سخنرانی‌ها و کارگاه‌ها با حضور پرشور معلمان و دانش‌آموزان برگزار شد.



اختتامیه

مراسم اختتامیه جشنواره عصر روز جمعه ششم آبان‌ماه، در تالار وحدت دانشگاه شهید باهنر کرمان با حضور مهدی رجبعلی‌پور و خانم باقری، برگزار گردید. در این مراسم از کادر اجرایی و علمی جشنواره تجلیل شد. همچنین به تیم‌های دانش‌آموزی برگزیده شده در کارگاه‌ها، جوایزی اهدا شد. در ضیافت شام که پایان بخش برنامه‌های سومین جشنواره خانه ریاضیات کرمان بود، جلسه‌ای با حضور اعضای کادر علمی و اجرایی و با حضور دکتر رجبعلی‌پور و خانم باقری تشکیل شد. در این جلسه در مورد فعالیت‌های آتی خانه ریاضیات کرمان بحث شد و مسئولیت خانه ریاضیات برای مدت یک سال به‌عهده دکتر رفیع‌پور قرار گرفت. خانم‌ها اعظم کریمیان‌زاده، مینا جمشیدی و مریم عادل‌ی به ترتیب به عنوان معاونان آموزشی، پژوهشی و مسابقات خانه ریاضیات کرمان معرفی شدند.





دفتر انتشارات کمک آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره دبستان)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد آموزش راهنمایی تحصیلی ♦ رشد تکنولوژی

آموزشی ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

♦ رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی) ♦ رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه) ♦ رشد آموزش قرآن ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر ♦ رشد مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای ♦ رشد آموزش پیش‌دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۲۱

نادر علی اسفند

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقاله‌ها، روایت معلمان، دیدگاه‌ها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پربارتر خواهد شد. تا پایان بهمن ۱۳۹۰، نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به‌دست ما رسیده است. ضمن تشکر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم.

○ حمید دافعی، از زنجان؛

○ نسترن دهقان، از لرستان؛

○ فرحناز ابونیا عمران، از آمل؛

○ فرهاد محمدپور، از عباس‌آباد، تنکابن؛

○ نرگس عصارزادگان، از اصفهان؛

○ قاسم حسین قنبری، از سمنان؛

○ ابراهیم ریحانی، از تهران؛

○ خدیجه کریمی کیا، از تهران؛

○ نیر ساری‌خانی، از تهران؛

○ علیرضا علیزاده مقدم، از یاسوج؛

○ محسن رستمی مال خلیفه، از تبریز؛

○ فاطمه مجتبی، از تهران؛

○ احمد هدایت پناه، از رشت؛

○ محمد کرام‌الدینی، از عباس‌آباد، تنکابن؛

○ فاطمه سادات موسوی ندوشن، از یزد؛

○ حسین روحانی، از یزد؛

○ رسول کردی، از باغ ملک (خوزستان).



2. Editor's Note

4. Literature Review on Numerals and Counting of young Children by: A. Shaykhian, Z. Gooya

14. Concept Map by: S. Davari, S. Gholamazad, E. Rayhani

24. Mathematical Modeling by: Z. Agah, M.R. Fadaie, Z. Gooya

30. Reasoning and Proof by: F. Kolahdoz, E. Rayhani, F. Hamidi

36. Influential Views on Mathematics Education Research by: A. Gasemi

44. How to use tools for Geometric Constructions by: K. Shahvali

47. Teachers' Narrative: Having a Vision by: Gh. Hossein Ghanbari

50. Abstracts of Master Thesis in Math Education

53. Fraction Concept by: B. Yousefi

57. Correction (on p. 22 No. 106) by: B. Khavari

58. 2nd League of Game and Ideas! by: M. Hadari

60. Mathematization Award by: M. Adeli

63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri

Editor: Zahra Gooya

Executive Director: Mani Rezaie

Editorial Board:

Sayyed Hasan Alamolhodaei, Esmail Babolian, Mohammad

Reza Fadaie, Soheila Gholamazad, Mirza Jalili, Mehdi

Radjabalipour, Mani Rezaie, Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani

www.roshdmag.ir

e-mail: rizai@roshdmag.ir

P. O. Bax: Tehran 15875 - 6585

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سدره آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

♦ نام مجلات در خواستی:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

♦ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

.....

امضا:

- ♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- ♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
- ♦ اشتراک مجله: ۱۴-۷۷۳۳۹۷۱۳/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۶۶۵۶-۲۱۰

- ♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۹۶۰۰۰ ریال
- ♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۶۰۰۰۰ ریال



به مناسبت ششصدمین سال درگذشت غیاث الدین جمشید کاشانی

وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان سمنان

دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران



September 2-5, 2012 - Semnan

سمنان ۱۲ الی ۱۵ شهریور ۱۳۹۱

Web site: www.imec12semnan.ir

Email: info@imec12semnan.ir

دبیرخانه: سمنان - خیابان سعدی - اداره کل آموزش و پرورش

دفتر معاونت آموزش متوسطه تلفکس: ۰۲۳۱-۳۳۲۱۷۲۲