



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

برای دانش آموزان
دوره ی آموزش راهنمایی تحصیلی



شرح تصویر روی جلد:
اگرچه باورهای برف همه به ظاهر یکسان می آیند ولی مشاهداتی علمی به ما می گوید که هیچ دو بلور برفی را نمی توان یافت که کاملاً و دقیقاً مشابه یکدیگر باشند! شما می توانید با یک ذره بین این مشاهده را انجام دهید.

مدیر مسئول: محمد ناصری سردبیر: حمیدرضا امیری مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: حسن احمدی، حمیدرضا امیری، زهره پندی،
سپیده چمن آرا، میرشهرام صدر، حسین نامی ساعی ویراستار ادبی: لعلیا عروجی
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵-۱۵۸۷۵
تلفن: ۸۸۳۰۱۴۷۸-۳۷۴ داخلی: ۲۱-۸۸۳۱۱۶۱-۹
پایگاه اینترنتی: www.roshdmag.ir رایانامه: info@roshdmag.ir
تلفن پیام گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۱۸
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱/۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۲۳۶۶۵۶ - ۷۷۲۳۶۶۵۵
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۲۱۰۰۰ نسخه
روی جلد: علی دانشور



فهرست

- ◀ **حرف اول** ● بنویسید تا ریاضی را به بند بکشید! / حمیدرضا امیری / ۲
- ◀ **همراه با کتاب** ● رابطه ی (ب.م.م) و (ک.م.م) با نمودار درختی / سپیده چمن آرا / ۳ ● روش ۲ ستونی (قسمت دوم) / صبا مهدوی / ۱۲ ● معادله ی خط و رسم خط / حمیدرضا امیری / ۲۵
- ◀ **اندیشه ورزی** ● شرط بندی در سفینه ی بیگل / مارتین گاردنر، ترجمه ی حسن یاور تبار / ۷
- ◀ **دانش افزایی** ● سرگذشت نمره ی دوست نداشتنی!! (قسمت دوم) / سید محمدرضا هاشمی موسوی / ۹ ● واژه نامه ی ریاضی (طول و عرض) / شادی بهاری / ۱۵ ● مهارت های مخفی در محاسبات ریاضی / محمود داورزنی / ۱۷ ● پیمانه های احمد آقا / حسن احمدی / ۳۶ ● یک مسئله از هندسه / مریم سعیدی / ۴۲
- ◀ **گونه، گونه** ● مربع و فقی یا مربع جادویی چیست؟ / رقیه شهبازی النجق / ۲۹
- ◀ **ریاضیات و هنر** ● هندسه و مرمت بناهای تاریخی / احمد و امیرحسین شریفان / ۲۱
- ◀ **تفریح فکر** ● فقط ۱۷ دقیقه وقت دارید!! و سکه ی تقلبی در کفه ی ترازوی واقعی!! / مجتبی احمدی / ۳۸
- ◀ **منطق ریاضی** ● کمی منطقی فکر کنید (گوینده ی معما کیست!؟) / جورج سامرز، ترجمه ی حسن نصیرنیا / ۴۰
- ◀ **ریاضی و بازی** ● بازی و ریاضی (مثلث بساز، جذر دورقمی، به هدف برس) / زهره پندی / ۳۲
- ◀ **سؤال های مسابقه ای** ● سؤال های مسابقه ی ریاضی استرالیا / ترجمه ی سپیده چمن آرا / ۴۳
- ◀ **معرفی کتاب** ● جدول اعداد متقاطع (صفحه ۳ جلد) / جعفر ربانی

● قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

- مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف و ساختار این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. - مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. - مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. - نشر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی وقت لازم می ذلول شود. - محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. - مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. - کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. - مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. - معرفی نامه ی کوتاهی از نویسنده یا مترجم همراه یک قطعه عکس، عناوین و آثار وی پیوست شود. - مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده مختار است. - مقالات دریافتی بازگردانده نمی شود. - آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

بنویسید تا ریاضی را به بند بکشید!

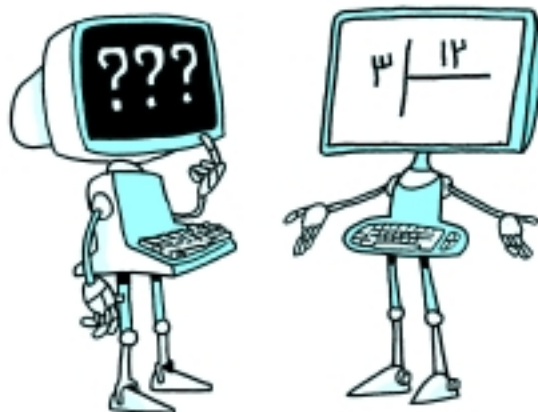
حمیدرضا امیری

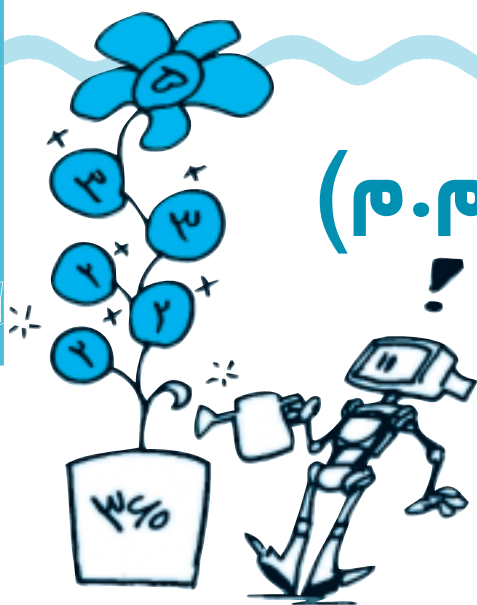
سلام به همه‌ی شما دانش‌آموزان کوشا و آینده‌سازان ایران اسلامی. به همه‌ی شما که با برنامه‌ریزی دقیق و عمل به آن، در راه تحصیل علم و دانش زحمت می‌کشید و ان شاء الله در این راه موفق و مؤید خواهید بود.

راستی عزیزان دانش‌آموز، شما در برنامه‌ریزی‌های خود برای مطالعه و یادگیری دروس در خارج از مدرسه، به نوع درس خواندن برای هر کتاب هم توجه کرده‌اید؟ مثلاً این که چگونه ریاضی را مطالعه کنید و یا ادبیات را با چه شیوه‌ای بخوانید؟

در حدیثی از پیامبر اکرم (ص) آمده است: «قَدْ وَا الْعِلْمُ بِالْكِتَابَةِ». یعنی با نوشتن، علم را به بند بکشید. این حدیث گهربار اشاره به علم خاصی ندارد. و به تعبیر امروزی، یک بار نوشتن معادل است با چندین بار خواندن. به خصوص در درس ریاضی، اگر فقط به خواندن و مطالعه‌ی شفاهی اکتفا کنید، نمی‌توانید توانایی‌های لازم را برای حل مسئله پیدا کنید. سفارش من به عنوان یک معلم ریاضی که رشته‌ی تحصیلی‌ام نیز ریاضی بوده، به همه‌ی شما عزیزان علاقه‌مند به دانش ریاضی که «مادر علوم» نامیده شده، عمل به همین روایت نورانی و بسیار کاربردی پیامبر اعظم (ص) است. اگر می‌خواهید ریاضی را خوب بفهمید و توانایی شما در حل مسئله افزایش یابد، ریاضیات را بنویسید. مثلاً وقتی می‌خواهید خودتان را برای یک امتحان ۲۰ صفحه‌ای ریاضی آماده کنید، حداقل ۱۵ صفحه پیش نویس باید نوشته باشید تا با اطمینان ادعا کنید، برای آزمون آماده‌اید. شاید تجربه کرده باشید، گاهی اوقات که می‌خواهید کلمه‌ای یا جمله‌ای کوتاه را به خاطر بسپارید، کافی است آن را چندبار بنویسید و بلافاصله آن کلمه در ذهنتان جای می‌گیرد و آن را بعداً به راحتی به یاد می‌آورید.

فرض کنید می‌خواهید راه حل مسئله‌ای را یاد بگیرید. ابتدا صورت آن را به دقت به خاطر بسپارید؛ این که چه معلوماتی به شما داده و چه مجهولاتی از شما می‌خواهد. وقتی راه حل در ذهنتان قرار گرفت، بلافاصله آن را روی کاغذ بنویسید و هر کجا که مطلبی را فراموش کردید، با مطالعه‌ی آن مطلب و یادآوری مطالب شبیه به آن، دوباره به حل مسئله برگردید و حل آن را از اول بنویسید تا این که به انتهای حل برسید و مجهولاتی را که مسئله از شما طلب کرده بود، بیابید. مطمئناً این عمل باعث می‌شود تا حل آن مسئله را دیگر از یاد نبرید.





رابطه‌ی (ب.م.م) و (ک.م.م) با نمودار درختی

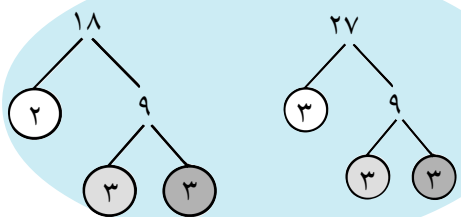


قسمت دوم

مضرب مشترک آن‌ها را پیدا کرد. با عددهای کوچکی مثل ۱۸ و ۲۷ شروع می‌کنیم. هم به صورت ذهنی و هم با استفاده از سایر راه‌حل‌هایی که یاد گرفته‌ایم (مثل نوشتن مجموعه‌های مقسوم علیه‌های ۱۸ و ۲۷، یا تقسیم متوالی، و یا روش نردبانی) می‌بینیم که بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک ۱۸ و ۲۷، عدد ۹ است؛ یعنی:

$$۱۸ \div ۲۷ = ۹$$

حال بیاید نمودار درختی این عددها را با دقت بیش‌تری بررسی کنیم. شکل ۲ را ببینید.

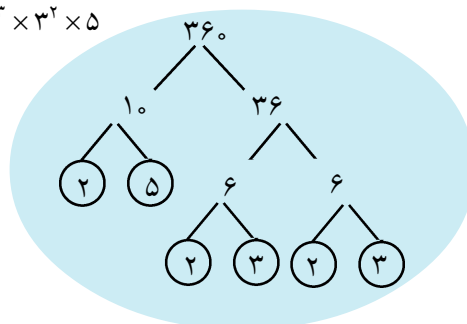


شکل ۲. نمودارهای درختی اعداد ۱۸ و ۲۷ و میوه‌های شبیه به هم در هر دو نمودار.

همان‌طور که در شکل ۲ می‌بینید، در نمودار هر دو عدد، میوه‌هایی وجود دارند که روی آن‌ها عدد ۳ نوشته شده است. پس ۳، مقسوم علیه هر دو عدد، یعنی مقسوم علیه مشترک اعداد ۱۸ و ۲۷ است. اما ما به دنبال بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک این دو عدد هستیم. بنابراین همه‌ی میوه‌هایی را که در نمودارهای درختی هر دو عدد مشترک هستند، می‌یابیم و آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم تا بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک ۱۸ و ۲۷ پیدا شود.

با نمودار درختی عددها آشنا شده‌اید. می‌دانید که به کمک این نمودار می‌توانیم بفهمیم مقسوم علیه‌های اول عدد مورد نظر ما، چه عددهایی هستند. هم‌چنین می‌بینیم که عدد ما، از حاصل ضرب چه عددهای اولی به دست می‌آید. مثلاً اگر عدد ۳۶۰ را تجزیه‌ی درختی کنیم (شکل ۱)، می‌فهمیم:

$$۳۶۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵ \\ = ۲^۳ \times ۳^۲ \times ۵$$



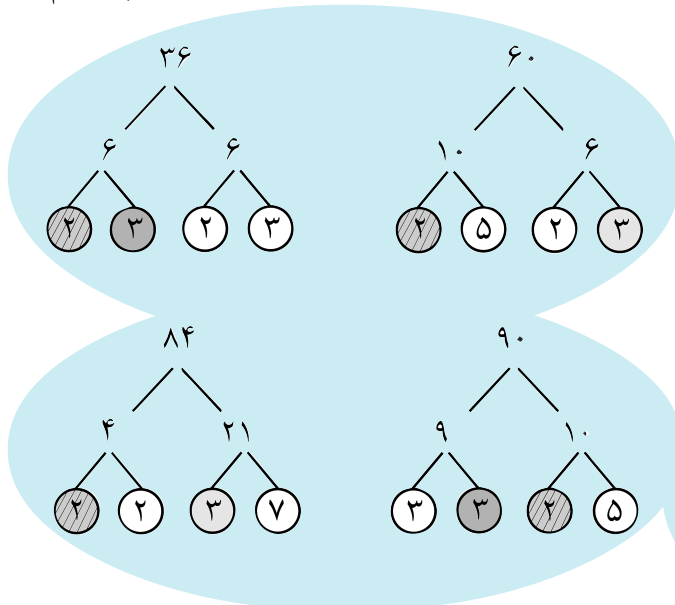
شکل ۱. نمودار درختی عدد ۳۶۰

در ادامه‌ی این مقاله قصد داریم درستی یکی از روابط ریاضی که توسط آن، کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م) به وسیله‌ی بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک آن دو عدد به دست می‌آید، را با کمک نمودار درختی بررسی کنیم. این رابطه همان رابطه‌ای است که در کتاب ریاضی اول راهنمایی معرفی شده است؛ یعنی:

$$\text{ک.م.م دو عدد} = \frac{\text{حاصل ضرب آن دو عدد}}{\text{ب.م.م آن دو عدد}}$$

نخست با هم ببینیم که چگونه با استفاده از نمودار درختی اعداد، می‌توان بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک و کوچک‌ترین

بیابید با هم بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک چهار عدد ۳۶، ۶۰، ۸۴ و ۹۰ را با استفاده از نمودارهای درختی آن‌ها پیدا کنیم



شکل ۴. نمودارهای درختی عددهای ۳۶، ۶۰، ۸۴ و ۹۰ و میوه‌های مشترک در هر چهار نمودار.

با توجه به شکل، در هر چهار نمودار، یک ۲ و یک ۳ مثل هم است. پس:

$$36 \cap 60 \cap 84 \cap 90 = 2 \times 3 = 6$$

اینک نوبت آن است که ببینیم از روی نمودار درختی اعداد، کوچک ترین مضرب مشترک آن‌ها چگونه به دست می‌آید؟ باز هم عددهای ۱۸ و ۲۷ را در نظر می‌گیریم (شکل ۲).

همیشه حاصل ضرب دو عدد، مضرب مشترکی آن دو عدد است؛ زیرا بر هر دوی آن‌ها بخش پذیر است:

$$18 \times 27 = 486$$

$$486 \div 18 = 27$$

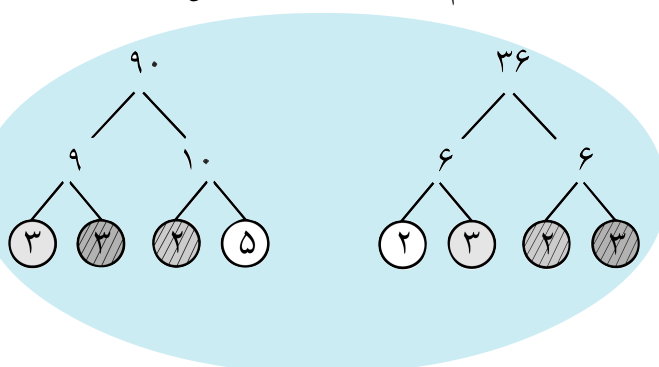
$$486 \div 27 = 18$$

استفاده از میوه‌های مشترک در نمودارهای درختی اعداد این مزیت را دارد که می‌توان آن را برای بیش از دو عدد نیز به کار برد؛ یعنی بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک سه یا چهار یا پنج عدد یا حتی بیش تر را نیز می‌توان به سرعت پیدا کرد



همان طور که در شکل ۲ مشاهده می‌کنید، هر دو نمودار، دو تا میوه‌ی ۳ مثل هم دارند. (نمودار ۲۷، یک ۳ دیگر هم دارد که نمودار ۱۸ ندارد. پس سومین ۳ در نمودار ۲۷، در هر دو نمودار، مشترک نیست.) بنابراین $3 \times 3 = 9$ ، بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک ۱۸ و ۲۷ است؛ یعنی همان عددی که از راه‌های دیگر نیز پیدا کردیم.

حال دو عدد دیگر در نظر می‌گیریم و همین مراحل را برای آن‌ها تکرار می‌کنیم: عددهای ۹۰ و ۳۶ (شکل ۳).



شکل ۳. نمودارهای درختی اعداد ۹۰ و ۳۶ و میوه‌های مشترک در هر دو نمودار.

میوه‌های مشترک در دو نمودار درختی عددهای ۹۰ و ۳۶، دو تا ۳ و یک ۲ است؛ پس:

$$90 \cap 36 = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

از روش تقسیم متوالی، درستی عدد به دست آمده را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 90 \overline{) 36} \\ \underline{72} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 18} \\ \underline{36} \\ 00 \end{array} \quad \text{ب.م.م}$$

استفاده از میوه‌های مشترک در نمودارهای درختی اعداد این مزیت را دارد که می‌توان آن را برای بیش از دو عدد نیز به کار برد؛ یعنی بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک سه یا چهار یا پنج عدد یا حتی بیش تر را نیز می‌توان به سرعت پیدا کرد. درحالی که روش تقسیم متوالی یا روش نردبانی، این قابلیت را ندارند و فقط برای یافتن ب.م.م دو عدد قابل استفاده هستند. از طرف دیگر، استفاده از مجموعه‌ی مقسوم علیه‌ها برای یافتن بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک چند عدد، روشی بسیار زمان گیر و پرهیاست. (چرا که ممکن است بعضی از مقسوم علیه‌های مورد نظرمان را جا بیندازیم!)

خب، یک بار دیگر به آن چه انجام دادیم، مثل یک فیلم با سرعت آهسته^۱ می‌نگریم:

حاصل ضرب دو عدد ۱۸ و ۲۷ را به دست آوردیم:

$$18 \times 27 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

این عدد، کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷ نیست؛ زیرا می‌توان عددهای کوچک‌تری یافت که مضرب مشترک این دو عدد باشند.

برای یافتن کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷، از حاصل ضرب آن دو، تاجایی که بتوانیم، عددهای اضافه را حذف می‌کنیم، به طوری که عددهای باقی‌مانده هنوز $2 \times 3 \times 3$ و $3 \times 3 \times 3$ را در دل خود داشته باشند. پس 3×3 را حذف می‌کنیم.

$$\frac{18 \times 27}{9} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3}$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 54$$

این عدد حتماً ک.م.م ۱۸ و ۲۷ است، زیرا در دل خود هم ۱۸ را دارد و هم ۲۷ را و ضمناً حذف هریک از اعداد باقی‌مانده از این حاصل ضرب موجب می‌شود عدد جدید یا بر ۱۸ بخش‌پذیر نباشد یا بر ۲۷. پس مضرب مشترک کوچک‌تری برای ۱۸ و ۲۷ نمی‌توان یافت!

اما این عدد، الزاماً کوچک‌ترین مضرب مشترک آن دو عدد نیست. مثلاً در مورد ۱۸ و ۲۷، اگر حاصل ضرب 18×27 را با استفاده از تجزیه‌ی درختی این دو عدد باز کنیم و با دقت به آن بنگریم، خواهیم دید:

$$18 \times 27 = \underbrace{2 \times 3 \times 3}_{18} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{27}$$

$$162 = \underbrace{2 \times 3 \times 3}_{18} \times \overbrace{3 \times 3 \times 3}^{27}$$

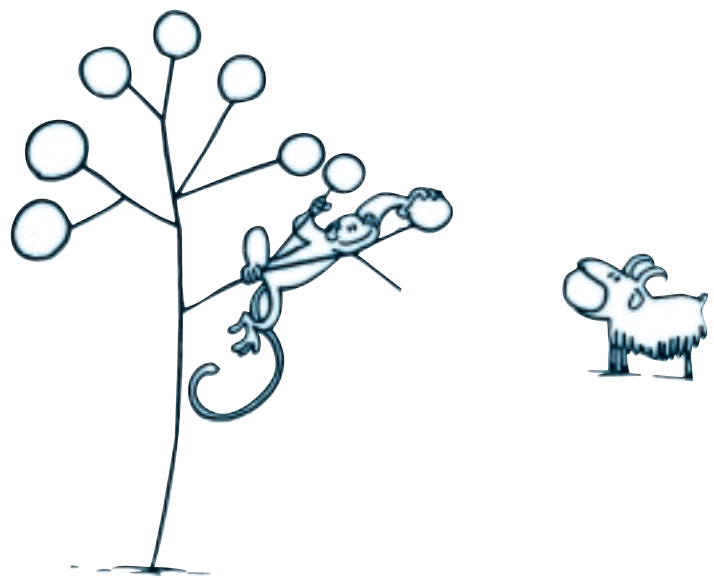
$$54 = \underbrace{2 \times 3 \times 3}_{18} \times 3$$

که مثلاً با حذف یک ۳ از این حاصل ضرب، عدد کوچک‌تری به دست می‌آید که ثلث ۴۸۶ است، ولی هم‌چنان هم مضرب ۱۸ است و هم مضرب ۲۷؛ زیرا در دل خود، هم $2 \times 3 \times 3$ (یعنی ۱۸) را دارد و هم $3 \times 3 \times 3$ (یعنی ۲۷) را.

اما این عدد، هنوز بزرگ است و می‌توان مضرب مشترک کوچک‌تری از ۱۶۲، برای ۱۸ و ۲۷ پیدا کرد. اگر گفتید این بار باید چه تغییری در ۱۶۲ بدهیم؟ بله درست است: باز هم یک ۳ دیگر از حاصل ضرب مربوط به ۱۶۲ می‌کنیم. حالا عدد ۵۴ که ثلث ۱۶۲ است به دست می‌آید. ۵۴ نیز در دل خود هم $2 \times 3 \times 3$ (یعنی ۱۸) را دارد و هم $3 \times 3 \times 3$ (یعنی ۲۷) را.

پس ۵۴ هنوز هم مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷ و درواقع کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۸ و ۲۷ است؛ زیرا با حذف هریک از عامل‌ها از حاصل ضرب $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ ، عدد حاصل یا بر ۱۸ بخش‌پذیر نیست (اگر ۲ را حذف کنیم) یا بر ۲۷ بخش‌پذیر نیست (اگر ۳ را حذف کنیم) یا بر هیچ کدام! (اگر بیش از یک عدد حذف کنیم). پس:

$$18 \cap 27 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$



بیابید این موضوع را روی اعداد مثال بعدی مان، یعنی ۳۶ و ۹۰ نیز بررسی کنیم (شکل ۳).
قسمت مشترک در تجزیه ی دو عدد

$$90 \times 36 = \underbrace{3 \times 3 \times 2 \times 5}_{90} \times \underbrace{3 \times 3 \times 2 \times 2}_{36}$$

حال با یک بار حذف قسمت مشترک، یعنی $18 = 3 \times 3 \times 2$ از حاصل ضرب فوق، عددی حاصل می شود که هنوز هم بر ۹۰ بخش پذیر است و هم بر ۳۶، ولی دیگر نمی توان عددی را از آن حذف کرد:

$$5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$$

یعنی:

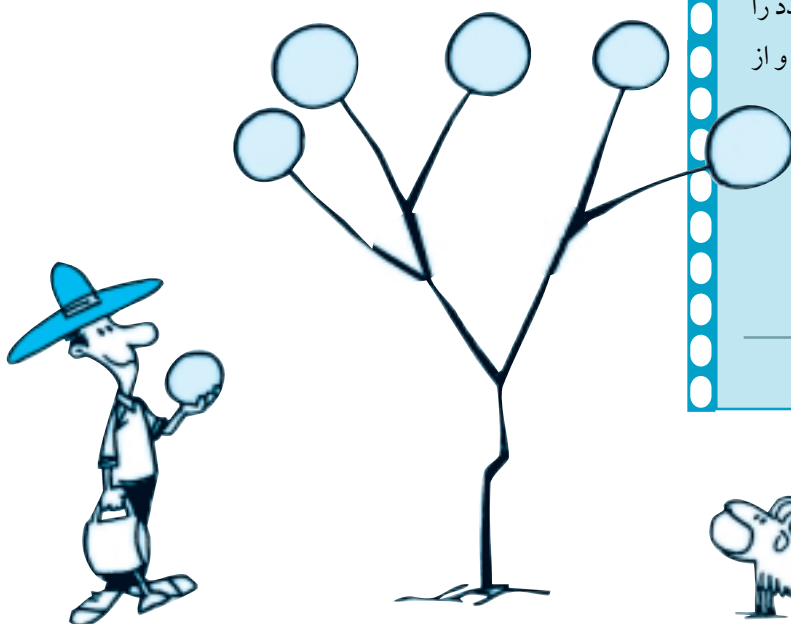
$$90 \parallel 36 = \frac{90 \times 36}{90 \parallel 36} = 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 180$$

و اما آخرین کلام. این مقاله را با یک پرسش خاتمه می دهیم:
«آیا می توان با استفاده از نمودار درختی اعداد و تجزیه ی آن ها به عددهای اول، ک.م.م سه یا چهار یا تعداد بیشتری از اعداد را به دست آورد؟»

روی آن فکر کنید و منتظر پاسخ آن در شماره ی آینده باشید

بی نوشت

1. Slow Motion



یک لحظه صبر کنید!

سومین تصویر فیلم را دوباره نگاه کنید: حاصل ضرب ۱۸ و ۲۷ را بر 3×3 ، یعنی ۹ تقسیم کردیم. این 3×3 چه بود؟! خوب فکر کنید! بله درست است! این ها میوه های مشترک در دو نمودار درختی ۱۸ و ۲۷ بودند؛ یعنی ب.م.م ۱۸ و ۲۷. مثل این که به هدفمان- یعنی بررسی درستی رابطه ی - نزدیک شدیم. حتی بیش از آن، به نوعی دلیل درستی این رابطه را مشاهده کردیم!

حاصل ضرب

$$\text{ک.م.م} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ب.م.م

پس فیلم را با یک تصویر دیگر ادامه می دهیم و «پایان» فیلم را پس از آن می گذاریم:

اگر بخواهیم ک.م.م دو عدد را بیابیم، نخست می توانیم آن دو عدد را در هم ضرب کنیم تا یک مضرب مشترک از آن دو عدد به دست آید. ولی این مضرب همیشه ک.م.م نیست. حال این حاصل ضرب را تا حد امکان کوچک می کنیم، به طوری که هنوز در دل خود، عددهای مورد نظر ما را داشته باشد. برای این کار همه ی عامل های مشترک در دو عدد را می یابیم (یعنی ب.م.م آن دو عدد را) و از حاصل ضرب، حذف می کنیم؛ پس:

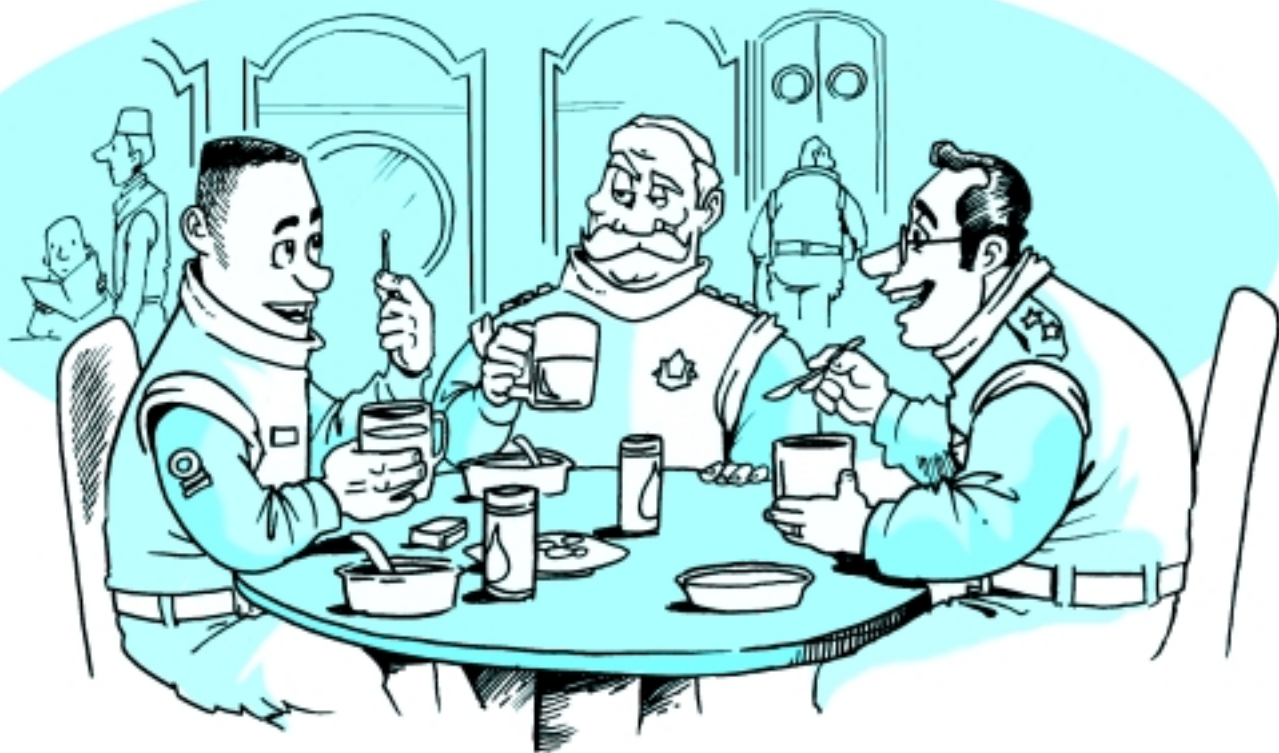
حاصل ضرب

$$\text{ک.م.م} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ب.م.م

شرط بندی در سفینه ی بیگل

نویسنده: مارتین گاردنر
ترجمه ی حسن یاور تبار



حسابی دیگر! من شرط می بندم که شما نمی توانید این چوب کبریت را از فاصله ی یک متری بالای میز طوری رها کنید که روی یک لبه اش روی میز قرار گیرد.

کوت گفت: «پاسخ این یکی را می دانم.»
چوب کبریت را گرفت، آن را به شکل حرف V خم کرد و از بالای میز رها کرد.

پولور که ظاهراً جرئتش را از دست نداده بود، سکه ی کوچکی را تقریباً به اندازه ی سکه های ۱ سنتی قرن بیستم بود، از جیب در آورد و خطاب به آنان گفت: «این یکی را چه می گوئید؟ سکه را از ارتفاع شش سانتی متری طوری رها کنید که روی یک لبه اش راست روی میز بایستد.»

فلارپ و کوت در حالی که نوشابه های گلی رنگ مریخی خود را مزه مزه می کردند، در اندیشه فرو رفتند. وقتی از یافتن پاسخ

◀ ناویان دوم پولور، ستوان فلارپ و سرهنگ کوت سرگرم خستگی در کردن در رستوران «سفینه ی فضایی بیگل» بودند. پولور که به شعبده بازی و معما به ویژه معماهای «زیرک به دام انداز» علاقه ی زیادی داشت، یک عدد کبریت تاشو از جیبش در آورد و در حالی که به لیوان آب روی میز اشاره می کرد، گفت: «شاید باور نکنید، اما من می توانم یک چوب کبریت را روشن کنم و آن را در زیر آب داخل لیوان در حال اشتعال نگه دارم.»

فلارپ زیر لب، با لحنی حاکی از ناباوری، گفت: «باشد، من که باورم نمی شود، اما بینم چه طور می توانی این کار را بکنی.» پولور چوب کبریتی را آتش زد و سپس لیوان آب را بلند کرد و کبریت فروزان را زیر آن گرفت. فلارپ یک بار دیگر، ولی با صدای بلند، ناباوری خود را نشان داد.

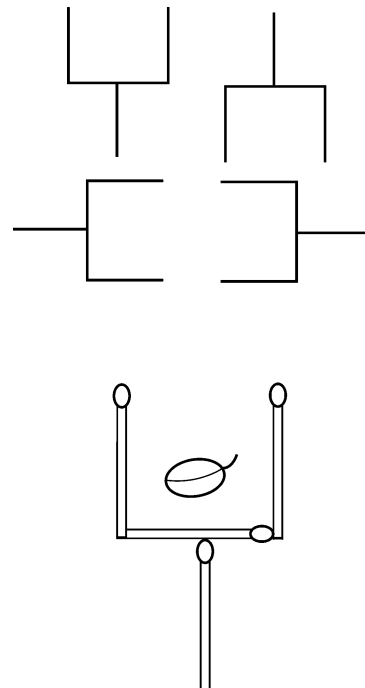
پولور چوب کبریت دیگری برداشت و گفت: «حال یک معمای

درمانده شدند، پولور سکه را در آب درون لیوان فرو برد. سپس سکه‌ی تر را روی سطح بیرونی قسمت بالای لیوان چسباند و آن را رها کرد. چون سکه تر بود، به جدار بیرونی لیوان چسبید و در همین حالت قائم به طرف پایین لغزید و با لبه، روی میز قرار گرفت. این بار فلارپ و کوت هر دو از اظهار رضایت خودداری نکردند. کوت رو به پولور کرد و گفت: «حال نوبت من است که یک چشمه به تو نشان دهم.»

او چهار چوب کبریت انتخاب کرد و آن‌ها را طوری روی میز چید که یک لیوان پایه دار درست شود. سپس یک حبه‌ی گیلا-زیت^۱ را که روی میز بود برداشت و آن را مانند شکل، درون لیوان گذاشت.

پولور پرسید: «خب، معما چیست؟»

کوت پاسخ داد: «بسیار ساده است. از تو می‌خواهم که با جابه‌جا کردن تنها دو عدد چوب کبریت، یک لیوان پایه دار دیگر طوری درست کنی که گیلازیت در بیرون آن قرار گیرد. لیوان پایه دار باید عیناً مثل لیوان پایه داری باشد که اول درست کردم؛ منتها لازم نیست که با گیلای اولی هم جهت باشد.»



پولور گفت: «خیال می‌کنم که برای حل معما مجاز نیستیم به گیلازیت دست بزنیم.»

کوت در جواب گفت: «همین طور است. چون در غیر این صورت بی آن که چوب کبریتی را تکان بدهی، تنها می‌توانی

گیلازیت را برداری و آن را در بیرون لیوان بگذاری.»

بگذار برای روشن شدن مسئله آن را به این شکل بازگو کنم: «تنها دو عدد از چوب کبریت‌ها را چنان جابه‌جا کن که یک لیوان پایه دار به همان اندازه و همان شکل لیوان پایه دار نخست تشکیل شود؛ با این تفاوت که گیلازیت در خارج آن واقع شود. لیوان پایه دار جدید می‌تواند به شکل یکی از چهار لیوان نشان داده شده در تصویر سمت راست باشد.»

این معمای بسیار خوبی است. و می‌توانید آن را برای دوستان خود مطرح کنید. از مشکل بودن آن در شگفت خواهید شد، اما در صورت به کار انداختن فکر خود می‌توانید پیش از مراجعه به پاسخ، به سرعت آن را حل کنید.

پی‌نوشت

۱. گیلازیت به نوعی میوه‌ی ریز قهوه‌ای گفته می‌شود که از پیوند زدن درخت گیلای و زیتون به دست می‌آید. این گیاه پیوندی نخستین بار در مریخ به عمل آمد و طولی نکشید که مصرف میوه‌ی آن در غذای عصرانه‌ی مریخیان متداول شد!

۱۰. چیس

تفصیل کنونی که در دسترس است: تفصیل کنونی

«تفصیل کنونی که در دسترس است: تفصیل کنونی»

تفصیل: تفصیل کنونی که در دسترس است: تفصیل کنونی

تفصیل کنونی که در دسترس است: تفصیل کنونی

تفصیل کنونی که در دسترس است: تفصیل کنونی

«تفصیل کنونی که در دسترس است: تفصیل کنونی»



سرگذشت نمره‌ی دوست نداشتنی!!



سید محمد رضا هاشمی موسوی

قسمت دوم

ترتیب نیست. یعنی اگر بچه‌ای در سال ۵ قبل از میلاد (۵-) به دنیا آمده باشد، در سن ۸ سالگی، در سال ۴ بعد از میلاد مسیح (۴+) خواهد بود، نه (۳+).

برای درک بیش‌تر این مطلب به مقایسه‌ی درجه‌ی حرارت و تاریخ به شرح زیر توجه کنید:

$$\overbrace{-5^{\circ} - 4^{\circ} - 3^{\circ} - 2^{\circ} - 1^{\circ}}^{-} \quad \overbrace{+1^{\circ} + 2^{\circ} + 3^{\circ}}^{+}$$

تاریخ:

$$\underbrace{5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1}_{\text{قبل از میلاد}} \quad \underbrace{1 \ 2 \ 3 \ 4}_{\text{بعد از میلاد}}$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم که برای بیان اعداد منفی و مثبت نمی‌توان از تاریخ میلادی استفاده کرد. زیرا تاریخ بر سلسله‌ی اعداد صحیح قابل انطباق نیست و در تاریخ، سال صفر وجود ندارد. در میان اعداد یا ارقام، صفر منحصر به فرد است؛ چون نه مثبت است و نه منفی. اعداد بعد از صفر را «اعداد طبیعی» می‌خوانیم،

برای شناختن صفر به عنوان یک عدد، اعداد مثبت را که مبین اشیای موجود هستند از چپ به راست می‌نویسیم و اعداد منفی را که مبین اشیای غایب هستند، از طرف راست به چپ به ترتیب کنار آن می‌نویسیم. البته همه با این ترتیب نوشتن اعداد آشنا هستیم. برای مثال دماسنج، به همین ترتیب درجه‌بندی شده است. اعداد مثبت درجه‌های بالای صفر و اعداد منفی درجه‌های پایین صفر را نشان می‌دهند:

$$\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots$$

به این ترتیب، هر عدد منفی یا مثبت از عدد قبلی خود یک واحد بیش‌تر است. یعنی آن‌ها به فاصله‌ی یک واحد از مرتب شده‌اند. اگر صفر را عدد به حساب آوریم، برای مثال فاصله‌ی ۱- و ۱+ دو برابر فاصله‌ی بین اعداد متوالی دیگر است. بنابراین واضح است که ۱- و ۱+ دو عدد متوالی نیستند و صفر بین آن‌هاست. بدین معنی که اگر درجه‌ی هوا در صبح ۵ درجه زیر صفر باشد و تا ظهر ۸ درجه گرم شود، ظهر درجه‌ی هوا ۳ درجه بالای صفر است. ولی در محاسبه‌ی تاریخ (مانند: قبل از میلاد مسیح و پس از آن) به این



زیرا به وسیله‌ی آن‌ها می‌توان اشیاء را شمرد. ولی صفر را نمی‌توان عدد دانست؛ چرا که چیزی را با آن نمی‌توان شمرد!

عدد صفر جزو اعداد صحیح به حساب می‌آید. البته اعداد یا مثبت هستند و یا منفی، ولی صفر نه مثبت است و نه منفی. لذا می‌گوییم: «صفر خنثی است.»

در مقابل سؤال «چند؟»، هریک از عددها می‌توانند جواب باشند، ولی در مورد صفر مشکل بزرگی پیش می‌آید. وقتی شما این مقاله را مطالعه می‌کنید، چند نفر داخل اتاق شما نشسته‌اند؟ وقتی شما این مقاله را مطالعه می‌کنید، چند فیل داخل اتاق وجود دارد؟

جواب سؤال اول ممکن است یک یا دو یا سه نفر باشد و حداقل پاسخ یک است؛ چون خود شما در اتاق هستید.

اما جواب سؤال دوم به احتمال قوی صفر است. یعنی تعداد فیل‌های داخل اتاق شما صفر است؛ صفری که کاملاً شبیه یک و دو و سه است. ولی اگر صفر عدد باشد، ممکن است خوانندگان سؤال کنند، پس عدد چیست؟

ما بدین حقیقت واقفیم که مجموعه‌ها دارای وجه مشترکی هستند، حتی اگر عناصر آن‌ها به هم ربطی نداشته باشند. بین دو کوه و دو پرندۀ شباهت وجود دارد، اگرچه شباهتی بین پرندۀ و کوه نیست. این شباهت بین هر دو شیء وجود دارد. و این مطلب که برای ما واضح است، برای اجداد ما واضح نبود. آن‌ها بین یک قرقاول و دو قرقاول فرق قائل بودند. یک روز و دو روز را از هم جدا می‌دانستند. ولی آن‌چه کشف شده آن است که عدد ۲ را دو شیء در یک مجموعه می‌دانند که شامل ۲ عنصر از هر چیزی باشد، و به خصوص این امر مهم نیست که عناصر مجموعه چیست؛ انسان، فیل، فنجان، کوه یا درخت. این مجموعه‌ها با تمامی مجموعه‌های نظیرشان در این وجه مشترک هستند که همه شامل یک جفت عنصرند.



هر عدد منحصر به فرد است. یعنی عدد یک عدد دو نیست و عدد دو هم عدد سه نیست. ولی منحصر به فرد بودن صفر قدری تفاوت دارد! صفر تنها عددی است که بر همه‌ی اعداد قابل قسمت است و تنها عددی است که هیچ عددی بر آن قابل قسمت نیست

وقتی ما می‌گوییم ۱، ۲ و ۳ عدد هستند، مقصود آن است که آن‌ها به همه‌ی مجموعه‌هایی که شامل یک عنصر و یا مجموعه‌هایی که شامل یک جفت شیء و یا سه شیء باشند، اطلاق می‌شوند.

با توجه به این مطالب، مجموعه‌ای با تعداد اعضای صفر نیز وجود دارد و آن مجموعه‌ای است که شامل هیچ عضوی نباشد. می‌دانیم مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه‌ی تهی می‌نامند. به عبارت دیگر، همان‌طور که یک، دو و سه، تعداد عضوهای مجموعه‌های یک، دو و سه عضوی است، صفر هم تعداد عضوهای مجموعه‌ی تهی است. در هر صورت، اختلافی بین مجموعه‌ی تهی و سایر مجموعه‌ها از نظر تعداد عضوهای آن‌ها وجود دارد.

همان‌طور که کلیه‌ی اعداد نمایش بی‌نهایت مجموعه است، صفر هم مبین یک مجموعه است؛ آن هم مجموعه‌ی تهی. و مهم نیست که این مجموعه‌ی تهی، خالی از آدم، فیل، کوه یا درخت باشد. خود آن یک مجموعه است.

مطلب جالب دیگری که در مطالعه‌ی صفر پیش می‌آید، آن است که هر عدد منحصر به فرد است. یعنی عدد یک عدد دو نیست و عدد دو هم عدد سه نیست. ولی منحصر به فرد بودن صفر قدری تفاوت دارد! صفر تنها عددی است که بر همه‌ی اعداد قابل قسمت است و تنها عددی است که هیچ عددی بر آن قابل قسمت نیست. به خاطر همین دو خاصیت است که صفر حالت خاصی بین اعداد دارد. به‌طور خلاصه، صفر، این آخرین و اولین رقم، به علت داشتن خصوصیتی جزو اعداد می‌تواند باشد؛ ولی عددی که سوای اعداد دیگر، ویژگی‌های جالب و مخصوص به خود دارد.

به کارگیری صفر و یک، در زمینه‌ی علمی-جدا از مسائل فنی رایانه- تحولی به وجود آورد که نه تنها در خارج ساختن رایانه از

بن بست هولناک خود مؤثر واقع شد، بلکه روی تمام زمینه‌های علمی و فنی تا زمان حال اثر بنیادی فراوان گذاشت و انسان را قادر به تسخیر فضا و اعماق دریاها ساخت. ریشه‌ی این تحول علمی را باید در مقاله‌ی کوتاهی

جست و جو کرد که در سال ۱۹۳۸ به قلم پروفیسور شانون^۱ نوشته شده بود. عنوان این مقاله چنین بود: «تحلیلی رمزی از مدارها و متغیرهای الکتریکی». چکیده‌ی این مقاله به زبان ساده چنین بود که اگر ما برای خواندن و نوشتن اعداد از پایه‌ی دهدهی استفاده می‌کنیم، به آن دلیل است که از نظر تاریخی، ده انگشت دست‌های ما، چنین ترتیب ذهنی را برای ما به وجود آورده است. اگر اختاپوس یا جانور هشت پای دریایی می‌خواست برای خود یک دستگاه عددنویسی بیافریند، طبعاً پایه‌ی هشت را برای خود برمی‌گزید، اگر خود ما به جای آن که از انگشت‌های دست برای شمارش سود ببریم، از خود دست‌ها استفاده می‌کردیم، پایه‌ی عددنویسی ما پایه‌ی دودویی می‌بود.

پس چه دلیلی دارد که مبنای محاسبات ریاضی مربوط به برق را بر پایه‌ی عدد ده قرار دهیم؟ حال آن که برق دو دست بیش‌تر ندارد. آن هم دست‌هایی که انگشت ندارند؛ دست‌هایی به نام‌های مثبت و منفی. هر لامپ دو حالت بیش‌تر ندارد: «روشن» و «خاموش». پس مبنای محاسبات ریاضی در الکتریسیته باید یک مبنای دودویی باشد، نه دهدهی. یک عدد در پایه‌ی دو که تنها دارای دو رقم بیش‌تر نباشد: صفر و یک. می‌توانیم صفر را برای حالت

لایب‌نیتز با نگاهی حاکی از علاقه و احترام به اعداد دودویی می‌نگریست و می‌پنداشت که صفر و یک نشانه‌هایی از دنیا و خدا هستند، اما شانون به مقتضای روزگاری که در آن می‌زیست، از زاویه‌ی دیگری به صفر و یک توجه کرد

منفی و یک را برای حالت مثبت برق در نظر بگیریم. صفر یعنی «نه» و یک یعنی «آری». شانون، این دانشمند بزرگ، در این مقاله‌ی شگفت (به توسط صفر و یک) علمی را بنیاد نهاد که امروز به نام «تئوری ریاضی ارتباطات» موسوم است. پیش از

شانون، لایت‌نیتز نیز به چنین مبنایی توجه کرده بود، اما نظرگاه این دو با هم تفاوت داشت. لایب‌نیتز با نگاهی حاکی از علاقه و احترام به اعداد دودویی می‌نگریست و می‌پنداشت که صفر و یک نشانه‌هایی از دنیا و خدا هستند، اما شانون به مقتضای روزگاری که در آن می‌زیست، از زاویه‌ی دیگری به صفر و یک توجه کرد.

در هر صورت، بشر پس از توجه به هویت صفر و یک و به‌کارگیری آنان در زمینه‌های علمی، به اوج ترقی و پیشرفت خود یعنی اختراع رایانه و ماشین‌های محاسبه‌گر دست یافت؛ دستگاه‌هایی فوق‌العاده دقیق، با سرعت بالا و با حجم کم. بدیهی است که زمینه‌ی هر اختراع و اکتشافی تنها یک توجه موشکافانه بوده است. بنابراین بدون شک توجه بیش‌تر به مسائل اطراف ما، دست‌یابی به ناشناخته‌ها را دربر خواهد داشت.

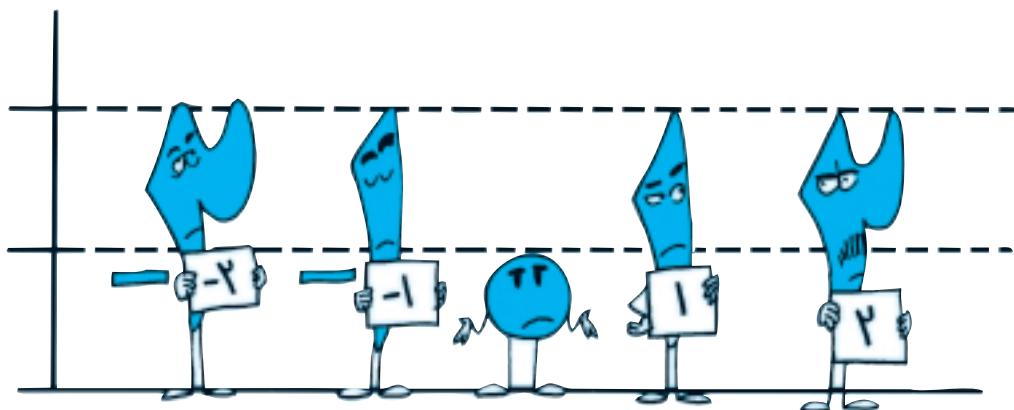
پی‌نوشت

1. shannon

منابع

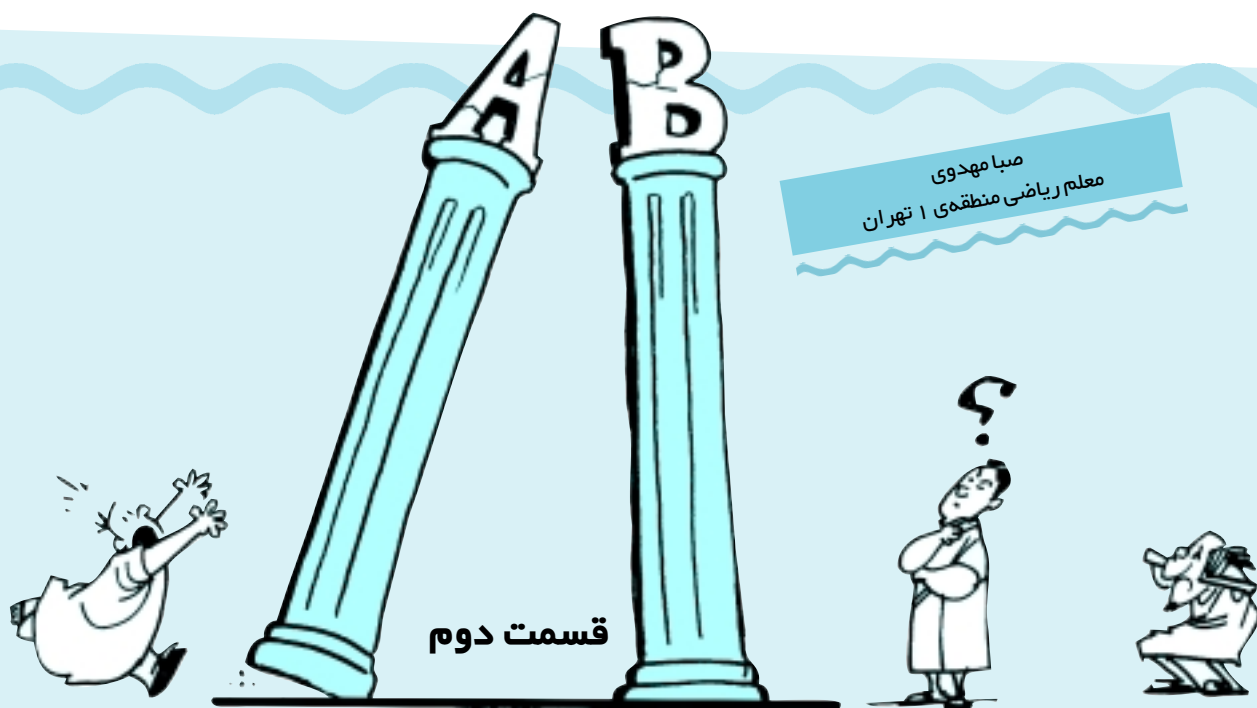
۱. مجله‌ی ریاضی یکان.

۲. کتاب اصول اساسی کامپیوتر، تألیف نصرت‌الله علم‌ی.





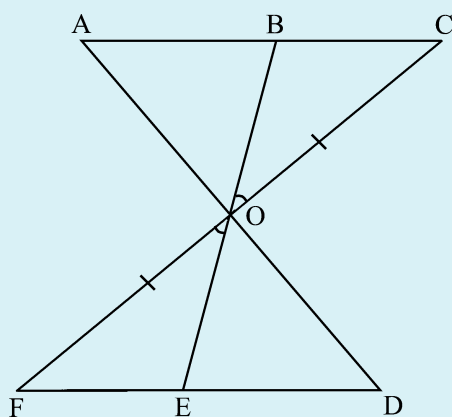
صبا مهدوی
معلم ریاضی منطقه ۱ تهران



روش ۲ ستونی

مثال ۱

در شکل مقابل: $\hat{F} = \hat{E\hat{O}F}$ و $CO=FO$. ثابت کنید: $BC=EF$.



حل

مرحله ۱

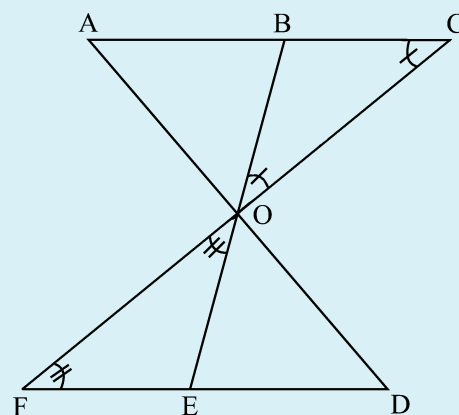
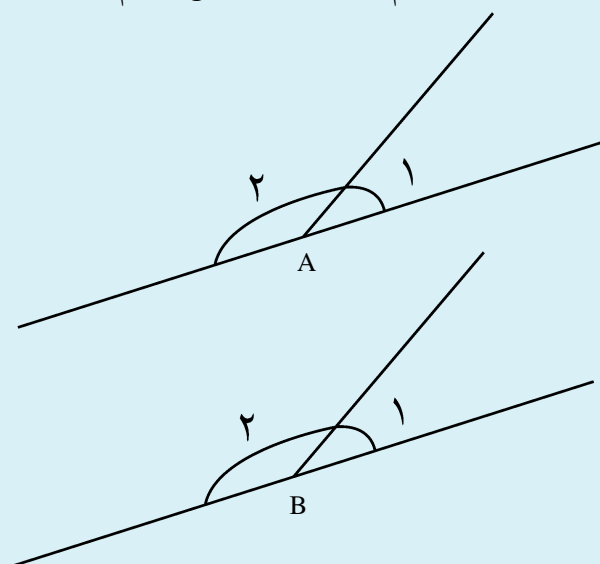
قبل از شروع حل مسئله، فرضیات آن را روی شکل نشان می دهیم.
ابتدا زاویه ها و پاره خط های برابر را روی شکل علامت می زنیم: $\hat{F} = \hat{E\hat{O}F}$ و $CO=FO$.

پیش از شروع قسمت دوم روش دو ستونی، به یک ویژگی اشاره می کنیم: فرض کنید: $A=B$ و $B=C$ ، چه نتیجه ای می گیرید؟ به راحتی می توان نتیجه گرفت که $A=C$ است. حالا اگر بخواهید این سه گزاره را داخل یک جدول دو ستونی قرار بدهید، برای این نتیجه گیری خود باید «ویژگی واسطه» را به عنوان دلیل بنویسید؛ زیرا در این نتیجه گیری B واسطه ای برای تساوی A و C است.

دلیل	گزاره
۱. فرض	۱. $A=B$
۲. فرض	۲. $B=C$
۳. ویژگی واسطه	۳. $A=C$



قضیه‌ی زاویه‌های متمم را به عهده‌ی شما می‌گذاریم.



مرحله‌ی ۲

فرض: $\hat{C} = \hat{B}$ ، $\hat{F} = \hat{E}$ و $CO = FO$.

حکم: $BC = EF$.

مرحله‌ی ۳

در این مسئله برای اثبات برابری دو پاره‌خط BC و EF کافی است ثابت کنیم، دو مثلث BOC و EOF برابرند. ابتدا جدول زیر را کامل کنید.

دلیل	گزاره
۱. فرض	۱. $\hat{B} = \hat{C}$
۲. فرض	۲. $\hat{F} = \hat{E}$
۳.	۳. $\hat{BOF} = \hat{COE}$
۴. ویژگی	۴. $\hat{C} = \hat{F}$
۵. قضیه‌ی	۵. $\hat{BOF} = \hat{COE}$
۶.	۶.

دلیل	گزاره
۱. تعریف زاویه‌ی نیم‌صفحه (۱۸۰ درجه)	۱. $\hat{A} = \hat{B}$
۲. فرض	۲. $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$
۳. اصل تفریق در تساوی (در واقع در این جا خط دوم را از خط اول کم می‌کنیم)	۳. $\hat{A} - \hat{A}_1 = \hat{B} - \hat{B}_1$
۴. مرحله‌ی بالا	۴. $\hat{A}_2 = \hat{B}_2$

اثبات قضیه‌ی زاویه‌های مکمل

دقت کنید در اثبات بالا از یک اصل استفاده کردیم! اصول در هندسه به اثبات احتیاجی ندارند، زیرا آن قدر ساده و قابل قبول هستند که دیگر اثباتی برای آن‌ها لازم نیست. البته تعداد اصول بسیار کم است. پس دو اصلی را که از این به بعد می‌توانید در اثبات‌های خود استفاده کنید، در این جا می‌آوریم:

اصل تفریق در تساوی: دو تساوی را می‌توان از هم کم کرد.

$$\begin{array}{r} A = B \\ - C = D \\ \hline A - C = B - D \end{array}$$

قضیه‌ی زوایای مکمل: مکمل‌های دو زاویه‌ی برابر، برابرند.

قضیه‌ی زوایای متمم: متمم‌های دو زاویه‌ی برابر، برابرند.

معنای قضیه‌ی زوایای مکمل آن است که اگر دو زاویه‌ی A_1 و B_1 برابر باشند، حتماً زوایای مکمل این دو زاویه با یکدیگر برابرند.

دلیل	گزاره
۱. فرض	۱. $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$
۲. قضیه‌ی زوایای مکمل	۲. $\hat{A}_2 = \hat{B}_2$

می‌دانیم که در هندسه همواره قضیه‌ها را باید اثبات کرد. پس قضیه‌ی زاویه‌های مکمل را به صورت زیر اثبات می‌کنیم و اثبات

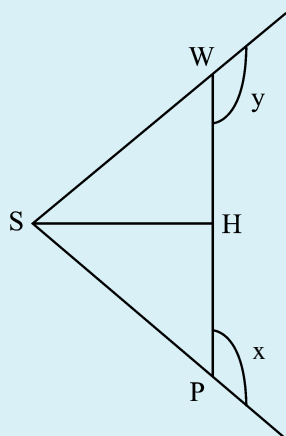
و R به ترتیب روی یک خط هستند). EM و HK یکدیگر را در T قطع می کنند و: $\hat{E}RT = \hat{H}RT$. ثابت کنید: $\hat{KTE} = \hat{MTH}$.

مسئله ۳

فرض: PQ و RS یکدیگر را در T قطع می کنند و داریم: P-T-Q و R-T-S و $PQ \perp SQ$ و $RS \perp PR$ ، $RT=QT$ به نحوی که R-T-S و ثابت کنید: $\hat{S} = \hat{P}$.

مسئله ۴

ثابت کنید اگر در شکل: $PH=WH$ ، $PS=WS$ و $\hat{y} = \hat{x}$ ، آن گاه: $SH \perp PW$.



اصل جمع در تساوی: دو تساوی را می توان با هم جمع کرد.

$$\begin{array}{r} A = B \\ + \quad C = D \\ \hline A + C = B + D \end{array}$$

مسئله های زیر را برای تمرین پیش تر حل کنید. رسم شکل برای حل آن ها بسیار مهم است.

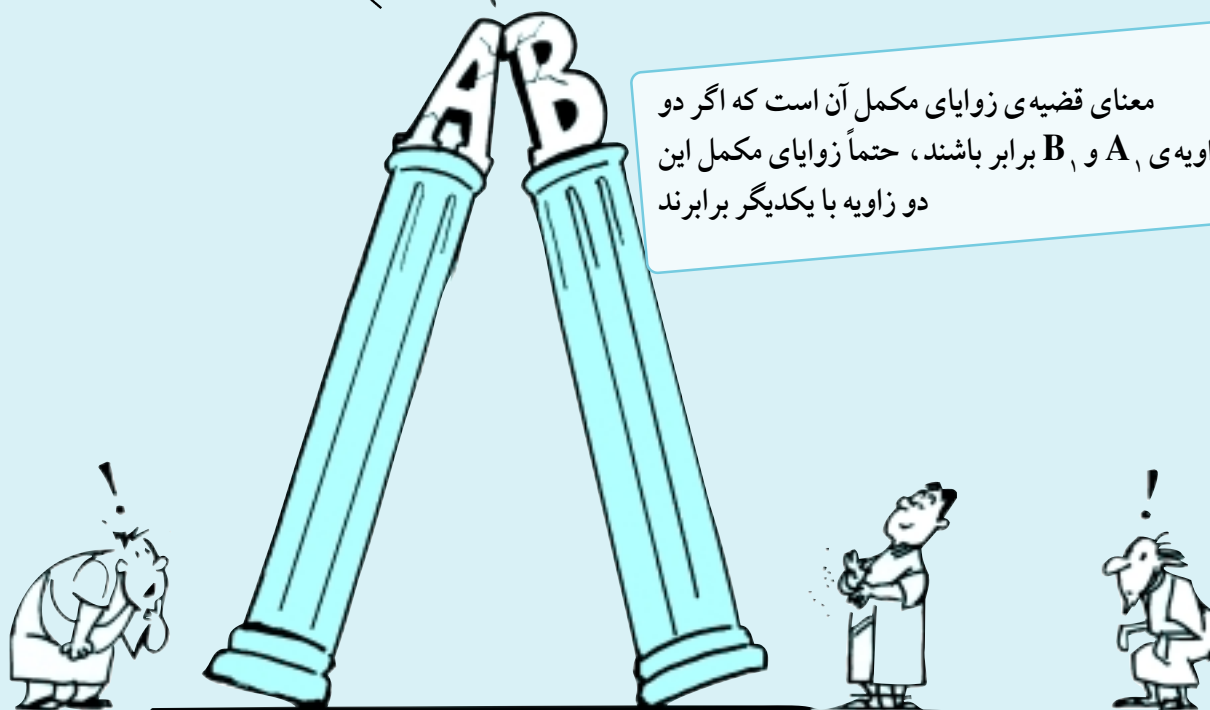
مسئله ۱

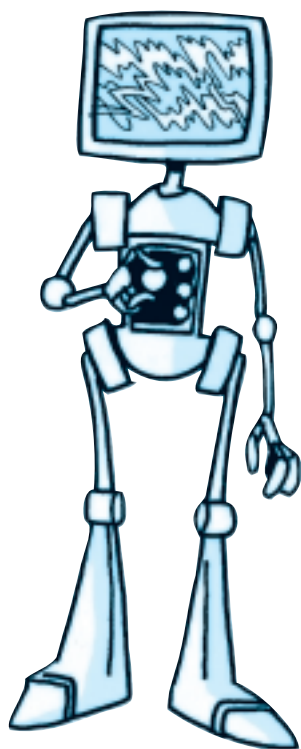
فرض: BQ و PA را در نقطه ی R نصف می کند، ولی $PA \neq BQ$ و B و Q در دو طرف PA هستند. S و C به ترتیب روی PR و AR قرار دارند، به نحوی که: $RS=RC$ ، $PA \perp BC$ (یعنی PA و BC بر هم عمودند)، و $PA \perp QS$. هم چنین: $\hat{Q}PR = \hat{B}AR$. ثابت کنید: PA پاره خط BQ را نصف می کند و $\hat{P}QS = \hat{A}BC$. (این مسئله دو حکم دارد!)

مسئله ۲

$\hat{H}RE$ را طوری رسم کنید که: $RH=RE$ و M و K دو نقطه ی روی اضلاع $\hat{H}RE$ هستند، به نحوی که داریم: R-H-M (یعنی R و H و M به ترتیب روی یک خط قرار دارند) و R-E-K (یعنی R و E و K به ترتیب روی یک خط قرار دارند).

معنای قضیه ی زوایای مکمل آن است که اگر دو زاویه ی A_1 و B_1 برابر باشند، حتماً زوایای مکمل این دو زاویه با یکدیگر برابرند





واژه نامه‌ی

ریاضی

طول و عرض

شادی بهاری



مستطیلی را که ضلع بزرگ آن، ۴ سانتی متر و ضلع کوچکش ۳ سانتی متر است، روی صفحه‌ی کاغذی می‌کشیم. این صفحه، دارای دستگاه مختصات است. یکی از گوشه‌های این مستطیل، در نقطه‌ای قرار می‌گیرد که مختصه‌ی اول آن، ۲ و مختصه‌ی دومش $1/5$ - است. با پاره‌خطی که اندازه‌ی آن ۶ سانتی متر است، این نقطه را به مرکز دایره‌ای وصل می‌کنیم که اندازه‌ی شعاع آن، ۵ سانتی متر است. مختصه‌ی اول و مختصه‌ی دوم مرکز این دایره، به ترتیب ۸ و $1/4$ - است. با استفاده از این پاره‌خط و محور افقی، مستطیل دیگری می‌کشیم که ضلع بزرگ آن ۶ سانتی متر و ضلع کوچکش $1/5$ سانتی متر است...

اکنون بکشید شکل این متن را بکشید تا معنی آن را بهتر متوجه شوید.

همان‌طور که دیدید، کلمه‌ی «طول» در متن بالا، چهار معنی

متفاوت داشت:

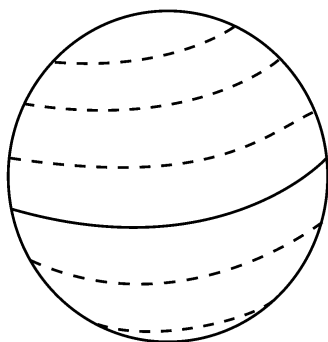
- ضلع بزرگ‌تر در یک مستطیل؛
- اندازه‌ی یک پاره‌خط؛
- مختصه‌ی اول در دستگاه مختصات؛

خوانندگان پی‌گیر مجله می‌دانند در واژه‌نامه‌ی ریاضی، به معرفی کلمه‌هایی می‌پردازیم که در ریاضی چند معنی دارند. برای فهمیدن معنی آن‌ها، باید به متن و موضوعی که می‌خوانیم یا می‌شنویم، بیشتر توجه داشته باشیم. در این شماره، واژه‌های «طول» و «عرض» را بررسی می‌کنیم. به متن زیر دقت کنید:

مستطیلی به طول ۴ و به عرض ۳ سانتی متر روی صفحه‌ی کاغذی می‌کشیم. این صفحه، دارای دستگاه مختصات است. یکی از گوشه‌های مستطیل در نقطه‌ای به طول ۲ و به عرض $1/5$ - قرار می‌گیرد. با پاره‌خطی به طول ۶ سانتی متر، این نقطه را به مرکز دایره‌ای وصل می‌کنیم که طول شعاع آن، ۵ سانتی متر است. طول و عرض مختصات مرکز این دایره به ترتیب ۸ و $1/4$ -

است. با استفاده از این پاره‌خط و محور طول، یک مستطیل دیگر به طول ۶ سانتی متر و به عرض $1/5$ سانتی متر رسم می‌کنیم...

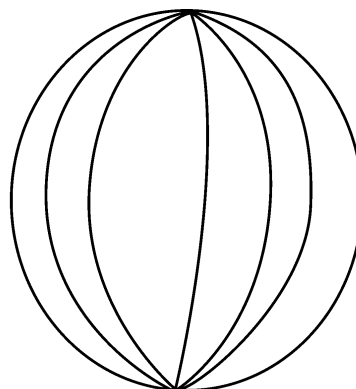
همان‌طور که می‌بینید، از واژه‌ی «طول» در این متن، بارها استفاده شده و معنای برخی باهم یکی و برخی با یکدیگر متفاوت است. اکنون متن بالا را به معنی‌های کلمه‌های طول، بازنویسی می‌کنیم. شما نیز به ما کمک کنید:



مدارها روی کره ی زمین

● محور افقی در دستگاه مختصات .

البته با کمی دقت متوجه می شویم که معانی اول و دوم، هر دو به اندازه ی پاره خط مرتبط می شوند و معانی سوم و چهارم نیز هر دو در مورد دستگاه مختصات هستند . علاوه بر این ها، در حوزه ی جغرافی نیز از کلمه ی «طول» جغرافیایی استفاده می شود؛ به معنی نصف النهاری که از منطقه ی موردنظر می گذرد .



نصف النهارها روی کره ی زمین

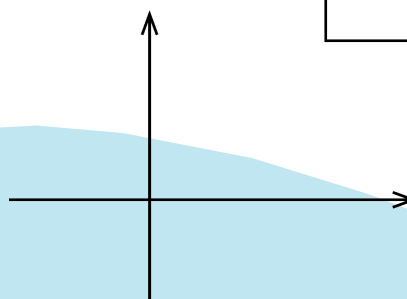
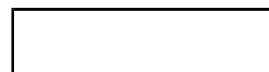
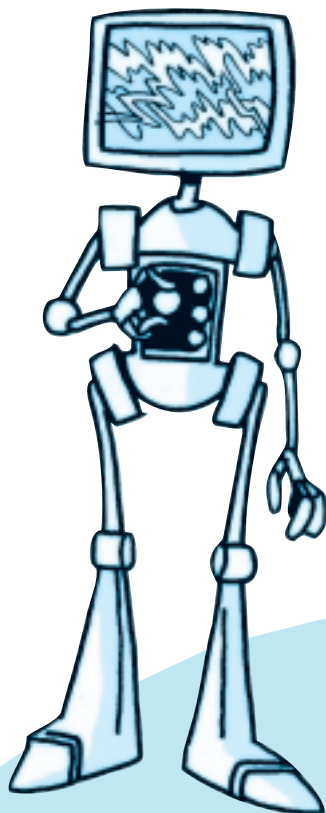
حال نوبت شماست که متنی بنویسید و بکشید در آن از کلمه های طول و عرض، با معنی های متفاوت آن ها استفاده کنید . دقت کنید متن شما باید درست و دقیق باشد!



مشابه همین بحث برای کلمه ی «عرض» وجود دارد . این کلمه

نیز دارای معنی های متفاوتی است :

- ضلع کوچک تر در یک مستطیل ؛
- کلفتی یک شکل ؛
- مختصه ی دوم در دستگاه مختصات ؛
- محور عمودی در دستگاه مختصات ؛
- عرض جغرافیایی (که نشان دهنده ی مدار گذرا از نقطه ی موردنظر است) .





ریاضیات سریع

◀ محاسبات روی اعداد و به طور کلی چهار عمل اصلی، یعنی جمع، منها، ضرب و تقسیم، در ریاضیات، فیزیک و سایر علوم نقش مهمی دارند و اگر چه امروزه به کمک ماشین حساب، رایانه و یا حتی گوشی های همراه می توان این اعمال را انجام داد، ولی هنوز هم محاسبات روی کاغذ جای خاص خود را دارند.

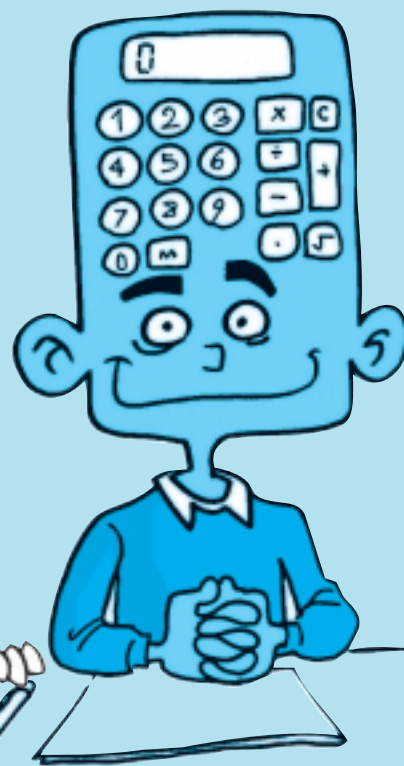
در این مقاله سعی شده است راه هایی ارائه شود تا محاسبات ریاضی، سریع تر و راحت تر انجام شوند. دلیل علمی انجام محاسبات زیر، فرمول هایی در عبارت های جبری است که در دوره ی دبیرستان می توانند بررسی شوند. قبل از شروع بحث و به عنوان مقدمه، ضرب دو عدد 95×98 را انجام می دهیم.

۹۵، ۵ واحد از ۱۰۰ کوچک تر است. پس $5 - 95$ را پایین ۹۵ می نویسیم. به طور مشابه ۹۸، دو واحد از ۱۰۰ کوچک تر است، پس ۲- را پایین آن می نویسیم. نکته ی جالب این جاست که مجموع قطری دو عدد یکی است؛ یعنی $95 - 2 = 93$ و $98 - 5 = 93$. اکنون ۹۳ را در ۱۰۰ ضرب می کنیم. حاصل ۹۳۰۰ است. سپس ۵- را در ۲- ضرب می کنیم و حاصل آن یعنی $(+10)$ را با ۹۳۰۰ جمع می کنیم تا جواب نهایی ۹۳۱۰ به دست آید.

$$95 \times 98 = 9300$$

$$\begin{array}{r} -5 \quad -2 \quad +10 \\ \hline 9310 \end{array}$$

روش بالا را می توانیم با تغییرات مختصری روی اعداد دیگر نیز به کار ببریم؛ حتی اعداد خیلی بزرگ. در ادامه، مراحل انجام این کار را توضیح می دهیم و در هر قسمت تمریناتی آورده ایم. از شما می خواهیم آن ها را انجام دهید تا این روش را به خوبی به خاطر بسپارید.



مهارت های مخفی در محاسبات ریاضی

بخش اول

ضرب اعداد کمتر از عدد پایه



همین روش برای ۸۵×۹۳ نوشته شده است. محاسبات مقدماتی حذف شده‌اند، زیرا انجام آن‌ها به نوشتن نیازی ندارد.

$$\begin{array}{r} ۱۰۰ \quad ۸۵ \times ۹۶ = ۸۱۰۰ \\ +۶۰ \\ -۴ \\ -۱۵ \\ \hline ۸۱۶۰ \end{array}$$

برای ضرب ۹۹۸×۹۷۳ ، عدد پایه را ۱۰۰۰ انتخاب می‌کنیم و همین روش را به کار می‌بریم:

$$\begin{array}{r} ۱۰۰۰ \quad ۹۹۸ \times ۹۷۳ = ۹۷۱۰۰۰ \\ +۳۴ \\ -۱۷ \\ -۲ \\ \hline ۹۷۱۰۳۴ \end{array}$$

همان‌طور که می‌بینید، محاسبات در این جا مانند ضرب عدد دورقمی در دو رقمی است. پس قدرت این محاسبات را می‌توان به راحتی درک کرد. برای تمرین، محاسبات زیر را انجام دهید:

۹۸۹×۹۹۵ (پ) ۸۵×۹۵ (ب) ۹۷×۸۹ (الف)
 ۸۹۸×۹۰۲ (ت)



به ضرب ۹۲×۹۹ یا ۹۵×۹۶ دقت کنید. این اعداد نزدیک عدد ۱۰۰ هستند (مقدار نزدیکی به ۱۰۰ مهم نیست). بنابراین ۱۰۰ را به عنوان عدد پایه انتخاب می‌کنیم و سمت چپ آن‌ها می‌نویسیم. اکنون میزان اختلافی را که این دو عدد از ۱۰۰ دارند، زیر آن‌ها می‌نویسیم. مثلاً در ۹۲×۹۹ ، ۹۲ هشت واحد و ۹۹ یک واحد از ۱۰۰ کم‌ترند، پس زیر آن‌ها -۸ و -۱ را می‌نویسیم. اکنون از چهار عدد نوشته شده، دو عدد را به صورت قطری با هم جمع می‌کنیم: ۹۲ با -۱ یا ۹۹ با -۸ که حاصل هر کدام ۹۱ می‌شود: $-۱ = ۹۱$ ، $۹۲ - ۸ = ۹۹$. اکنون حاصل این عدد را در عدد پایه ضرب می‌کنیم: $۹۱۰۰ = ۹۱ \times ۱۰۰$. سپس دو عدد پایینی، یعنی -۸ و -۱ را در یکدیگر ضرب می‌کنیم و چون هر دو هم علامت هستند، جواب مثبت می‌شود: $+۸ = (-۱) \times (-۸)$. در پایان کافی است ۹۱۰۰ را با $+۸$ جمع کنیم تا جواب نهایی به دست آید: $۹۱۰۸ = ۹۱۰۰ + ۸$.

$$\begin{array}{r} ۱۰۰ \quad ۹۲ \times ۹۹ = ۹۱۰۰ \\ +۸ \\ -۱ \\ -۸ \\ \hline ۹۱۰۸ \end{array}$$

بخش دوم

ضرب اعداد بیشتر از عدد پایه



این جواب نهایی است. به طور مشابه، ضرب‌های زیر با حذف اعمال اضافه انجام شده‌اند:

$$\begin{array}{r} ۱۰۰ \quad ۱۰۶ \times ۱۰۴ = ۱۱۰۰۰ \\ +۴ \\ +۶ \\ \hline ۱۱۰۲۴ \end{array} \quad \begin{array}{r} ۱۰۰ \quad ۱۱۵ \times ۱۱۵ = ۱۳۰۰۰ \\ +۲۵ \\ +۱۵ \\ \hline ۱۳۲۲۵ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۰۰۰ \quad ۱۰۲۵ \times ۱۰۰۹ = ۱۰۳۴۰۰۰ \\ +۲۲۵ \\ \hline ۱۰۳۴۲۲۵ \end{array}$$

برای تمرین ضرب‌های زیر را انجام دهید:
 ۱۰۱×۱۰۵ (ث) ۱۱۱×۱۱۱ (ج) ۱۱۰۱×۱۰۰۲ (چ)

ضرب ۱۱۲×۱۰۷ را در نظر بگیرید. عدد پایه همان ۱۰۰ است، ولی ۱۱۲ و ۱۰۷ به ترتیب ۱۲ واحد و ۷ واحد از ۱۰۰ بیش‌ترند. پس مانند قبل محاسبات را انجام می‌دهیم، ولی اختلاف ۱۱۲ و ۱۰۷ را از ۱۰۰ با علامت مثبت و بالای آن‌ها می‌نویسیم.

$$\begin{array}{r} ۱۰۰ \quad ۱۰۷ \times ۱۱۲ = ۱۱۹۰۰ \\ +۱۲ \\ +۷ \\ \hline ۱۱۹۸۴ \end{array}$$

باز هم مجموع اعداد قطری یکسان است:

$۱۱۹ = ۱۱۲ + ۷ = ۱۰۷ + ۱۲$ و حاصل را در عدد پایه یعنی ۱۰۰ ضرب می‌کنیم. سپس $+۱۲$ را در $+۷$ ضرب می‌کنیم و حاصل آن، یعنی $+۸۴$ را با ۱۱۹۰۰ جمع می‌کنیم: $۱۱۹۸۴ = ۱۱۹۰۰ + ۸۴$ که

بخش سوم

ضرب اعداد بیشتر و کمتر از عدد پایه



چند نمونه‌ی دیگر این ضرب‌ها را ببینید:

$$\begin{array}{r} +35 \\ 100 \quad 135 \times 98 = 13300 \\ -2 \quad -70 \\ \hline 13230 \end{array} \quad \begin{array}{r} +27 \\ 10 \quad 9 \times 37 = 360 \\ -1 \quad -27 \\ \hline 333 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +25 \\ 1000 \quad 983 \times 1025 = 1008000 \\ -17 \quad -495 \\ \hline 1007605 \end{array}$$

در ضرب 93×105 ، اگر ۱۰۰ را به عنوان عدد پایه انتخاب کنیم، ۹۳ هفت واحد از ۱۰۰ کمتر است. پس باید ۷- را پایین ۹۳ بنویسیم، ولی ۱۰۵ پنج واحد از ۱۰۰ بیشتر است. پس باید ۵+ را بالای ۱۰۵ بنویسیم. اکنون مانند قسمت‌های قبل می‌توانیم ضرب را انجام دهیم:

$$\begin{array}{r} +5 \\ 100 \quad 93 \times 105 = 9800 \\ -7 \quad -35 \\ \hline 9765 \end{array}$$

برای تمرین، ضرب‌های زیر را انجام دهید:

ح) 97×109 خ) 123×99 د) 1107×998

دقت کنید که باز هم جمع اعداد قطری، یعنی $7-$ و $5+$ و $93+5-$ برابر است. تنها تفاوت این است که ضرب دو عدد $7-$ و $5+$ برابر با $35-$ است و باید از ۹۸۰۰ کم شود.

بخش چهارم

ضرب اعداد با به‌کار بردن هر عدد پایه



در اولین حاصل ضرب نمونه، ۱۵ در ۲۰ ضرب شده است. برای این کار ۱۵ را در ۲ ضرب کرده‌ایم ($15 \times 2 = 30$) و سپس حاصل آن، یعنی ۳۰ را در ۱۰ ضرب کرده‌ایم ($30 \times 10 = 300$).
نکته برای ضرب کردن در ۵۰: برای این کار عدد مورد نظر را به ۲ تقسیم و سپس آن را در ۱۰۰ ضرب کنید.

$$\begin{array}{r} 50 \quad 46 \times 48 = 2200 \\ -4 \quad -2 \quad +8 \\ \hline 2208 \end{array}$$

در مثال فوق، عدد ۴۴ باید در ۵۰ ضرب شود. پس ابتدا آن را نصف ($44 \div 2 = 22$) و سپس آن را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم ($22 \times 100 = 2200$). برای تمرین، حاصل ضرب‌های زیر را با به‌کار بردن اعداد پایه‌ی ۵۰ و ۲۰ (و یا هر عدد دیگر) انجام دهید:

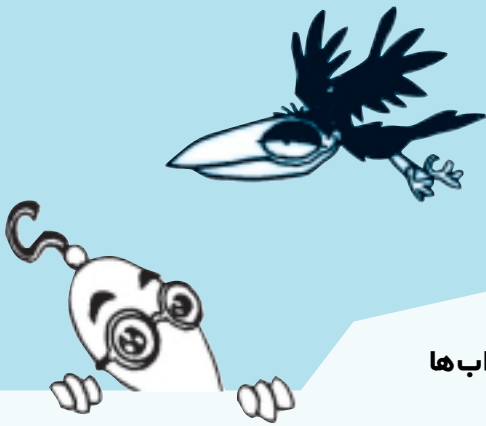
ذ) 47×93 ر) 17×32 ز) 73×49
ژ) 492×524

در ضرب اعدادی مانند 19×16 بهتر است عدد پایه را ۲۰ در نظر بگیریم، چرا که این اعداد به ۲۰ نزدیک‌تر از ۱۰ هستند. درحقیقت، بهتر است عدد پایه را نزدیک‌ترین عدد به دو عدد آمده در حاصل ضرب بگیریم و ترجیحاً بهتر است این عدد مضرب ۱۰ یا ۱۰۰ باشد.
در زیر چند نمونه از ضرب‌های متفاوت را مشاهده می‌کنید:

$$\begin{array}{r} 20 \quad 19 \times 16 = 300 \\ -1 \quad -4 \quad +4 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +3 \quad +11 \\ 20 \quad 23 \times 31 = 680 \\ +33 \\ \hline 713 \end{array}$$

نکته برای ضرب کردن در ۲۰: برای ضرب کردن یک عدد در ۲۰، ابتدا آن را در ۲ و سپس عدد حاصل را در ۱۰ ضرب کنید.



بخش پنجم

بررسی درستی یا غلط بودن جواب‌ها

$$\begin{array}{r} 456 \times 831 = 368936 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 4+5+6 \quad 8+3+1 \quad 3+6+8+9+3+6 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 15 \quad 12 \quad 35 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 6 \quad 3 \quad 8 \\ \downarrow \\ 6 \times 3 = 18 \\ \downarrow \\ 1 + 8 = 9 \end{array}$$

در ضرب زیر، چون اعداد نهایی ۹ و ۸ هستند و با یکدیگر مساوی نیستند، ضرب انجام شده غلط است. درحقیقت:

$$456 \times 831 = 378936$$

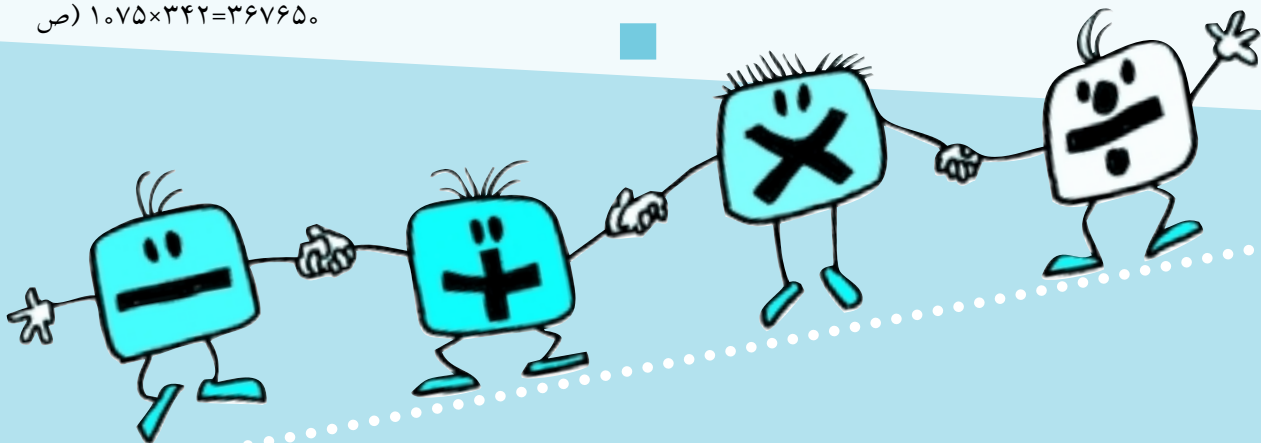
برای تمرین، درستی یا غلط بودن ضرب‌های زیر را بررسی کنید:

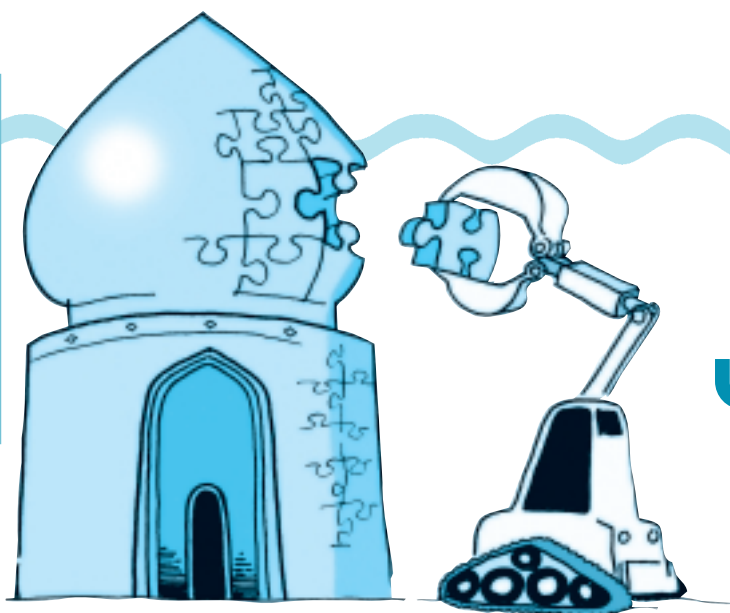
$$93 \times 47 = 4371 \text{ (س)} \quad 372 \times 53 = 19616 \text{ (ش)}$$

$$1075 \times 342 = 367650 \text{ (ص)}$$

بدون ضرب کردن هم می‌توانیم درستی یا غلط بودن جواب ضرب دو عدد را بررسی کنیم. روش این کار بسیار ساده است. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم درستی یا غلط بودن ضرب $13 \times 14 = 182$ را بررسی کنیم. باید از هر دو طرف تساوی به یک عدد برسیم و این اعداد را با یکدیگر مقایسه کنیم. اگر این اعداد مساوی باشند، ضرب، درست انجام شده است و در غیر این صورت خیر.

از سمت چپ تساوی شروع می‌کنیم. در عدد ۱۳، مجموع ارقام را به دست می‌آوریم: $1+3=4$. برای ۱۴ نیز داریم: $1+4=5$. اکنون این دو عدد را در هم ضرب می‌کنیم: $4 \times 5 = 20$. چون این عدد دو رقمی است، باز هم مجموع ارقام را به دست می‌آوریم: $2+0=2$ و $2+2=4$ عدد نهایی سمت چپ تساوی است. همین کار را برای عدد سمت راست تساوی انجام می‌دهیم: $1+8+2=11$ و در ۱۱ نیز داریم: $1+1=2$. پس عدد نهایی سمت راست نیز ۲ است. چون اعداد نهایی سمت چپ و راست تساوی با یکدیگر برابرند، پس ضرب درست انجام شده است. اکنون ضرب $456 \times 831 = 368936$ را بررسی می‌کنیم.





هندسه و مرمت بناهای تاریخی

احمد و امیرحسین شریفان

◀ کلید واژه‌ها

در این مقاله کاربرد علم هندسه در آجرکاری یکی از بناهای

باشکوه تاریخی - مذهبی، یعنی «مسجد جامع ورامین» بررسی شده است.

نقش‌های هندسی، رسم و معماری، هندسه و هنر، مسجد

جامع ورامین

مقدمه

مسجد جامع ورامین

مسجد مهم‌ترین فضای معماری در سرزمین‌های اسلامی است

که علاوه بر کارکرد دینی، همواره از نقش اجتماعی - سیاسی نیز

نقوش هندسی ایرانی، از سه نظر اهمیت دارند: این آثار هم

دید هستند، به زبان هنر بیان شده‌اند و بیننده را مجذوب می‌کنند، و

در جهان ارزش بالایی دارند. از سوی دیگر، آثار به‌جامانده از دست

سازه‌های هنرمندان نقشگر ایرانی در قالب آجرکاری‌ها،

گچ‌بری‌ها، کاشی‌کاری‌ها، آینه‌کاری‌ها و... سرشار

از تصور و تخیل هستند که با به‌کارگیری اصول

هندسه در خلق آن‌ها، جذابیت آثارشان دو

چندان شده است. به‌طوری‌که با قرار گرفتن

در مقابل این آثار و یا وارد شدن به مکان‌های

تزئین شده با آن‌ها به فرد احساس آرامش

عرفانی و غرور ملی دست می‌دهد.

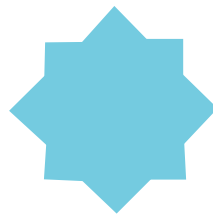


یکی از هدف‌های مهم مرمت و بازسازی آثار باستانی، و حفظ و احیای بناها و فضاهاى تاریخی این است که مردم با برخى از تجلیات فرهنگ و تمدن کهنشان آشنا شوند. در این راستا، آگاهی از علم هندسه و اصول مرتبط با آن می‌تواند به مرمت کار برای کشف اصول هندسی به کار رفته در بنا و نقوش هندسی آن کمک کند تا بر اساس آن به بازسازی نقوش و... بنا پردازد. در ادامه چگونگی کشف نظم هندسی بخشی از آجرکاری بنای مسجد جامع ورامین بیان شده است.

برخوردار بوده است. اهمیت نقش و کارکرد دینی، اجتماعی و سیاسی مسجد موجب شده است تا معماران و برخی از هنرمندان در همه‌ی دوره‌های تاریخی، تلاش خود را در راه خلق فضایی مناسب و شایسته برای عبادت صرف کنند. از این رو، مساجد هر دوره را می‌توان نمونه‌ی اعلای معماری و هنر آن دوره به شمار آورد.

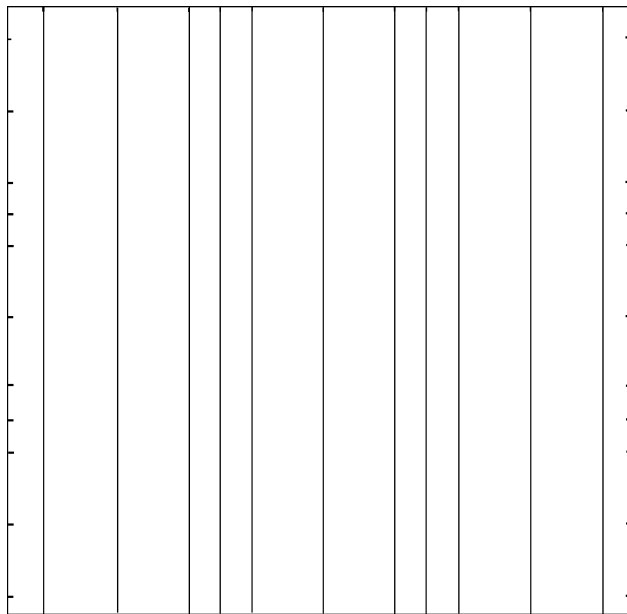
«... در موقع ورود، هوا فوق العاده گرم شده بود. پس از تعارفات معموله و کمی استراحت به تماشای مسجد جامع رفیم. این بنا در قدیم بسیار عالی و باشکوه بوده، ولی اکنون ویرانه‌ای بیش نیست و مؤمنین هم از ترس فرود آمدن طاق برای عبادت به آن جانی روند. بنابراین سیاحت آن مانعی ندارد و هر کس می‌تواند آزادانه و بدون اشکال به تماشای این خرابه بپردازد. زمین‌های اطراف آن خارستانه شده که عبور از آن‌ها خاله، از اشکال نیست...»



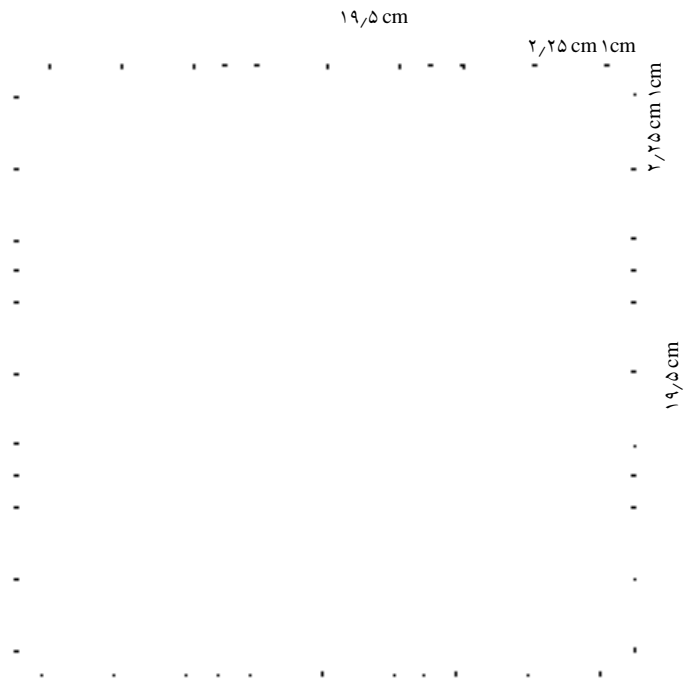


نحوه‌ی رسم

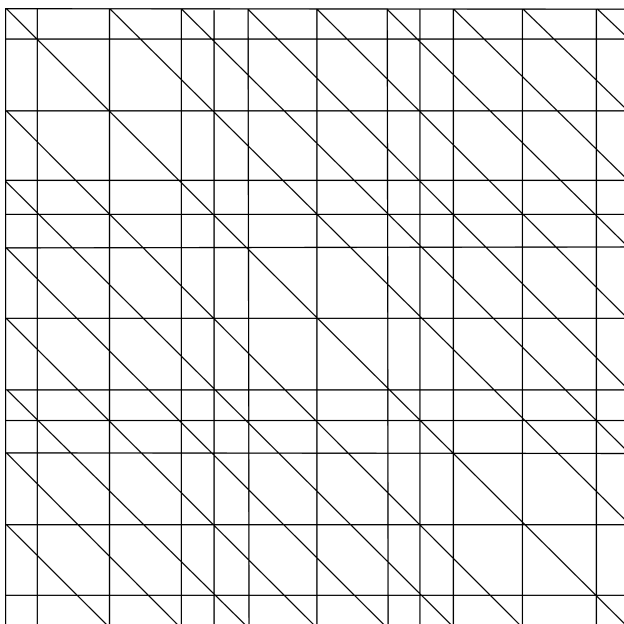
- وسط یک صفحه‌ی کاغذ سفید، مربعی به ضلع $۱۹/۵$ سانتی متر رسم کنید.
- نقاطی به فاصله‌های ۱ ، $۲/۲۵$ ، $۲/۲۵$ و ۱ سانتی متر روی هر ضلع آن مشخص سازید.
- نقاط را مانند شکل‌های ۱ تا ۸ به هم وصل کنید.
- خطوط اضافی را پاک کنید تا شکل نهایی به دست آید.



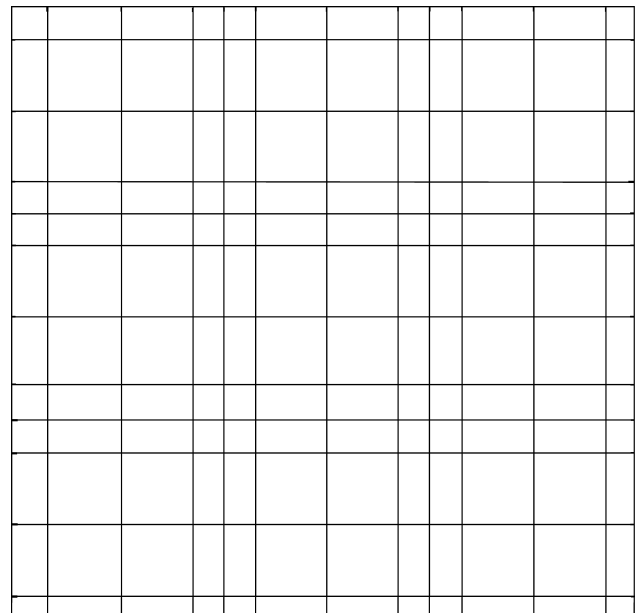
شکل ۲



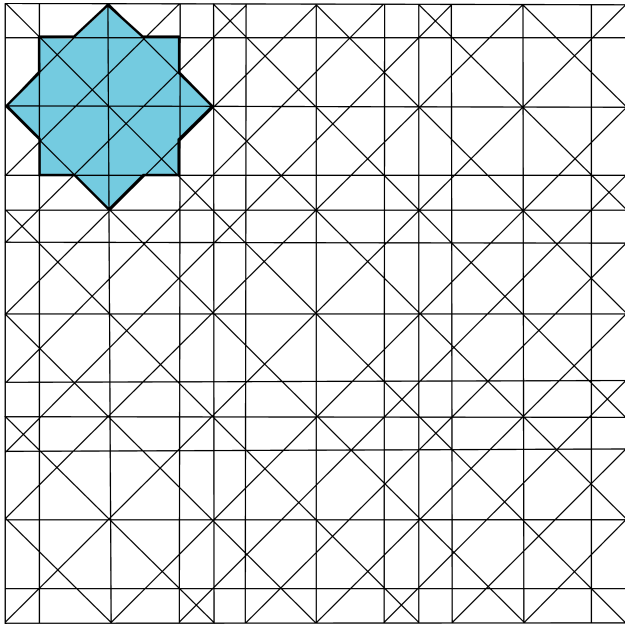
شکل ۱



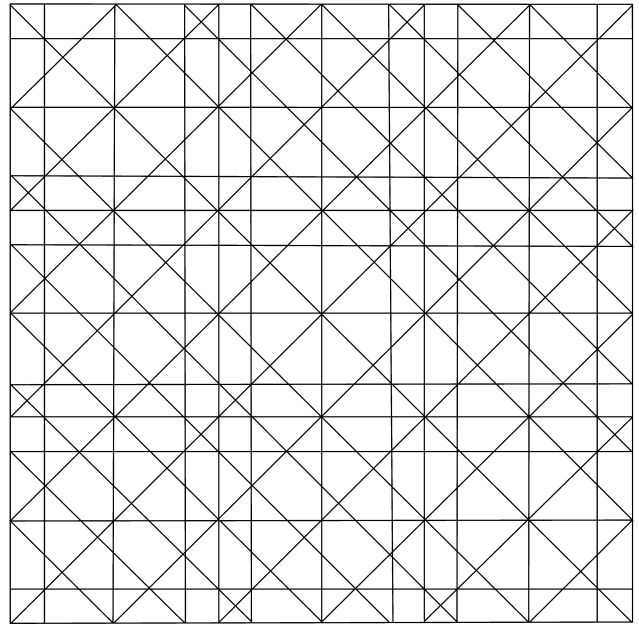
شکل ۴



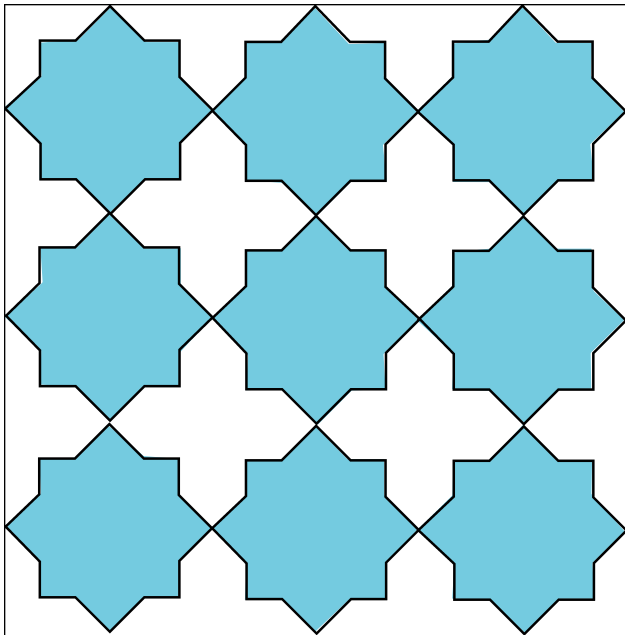
شکل ۳



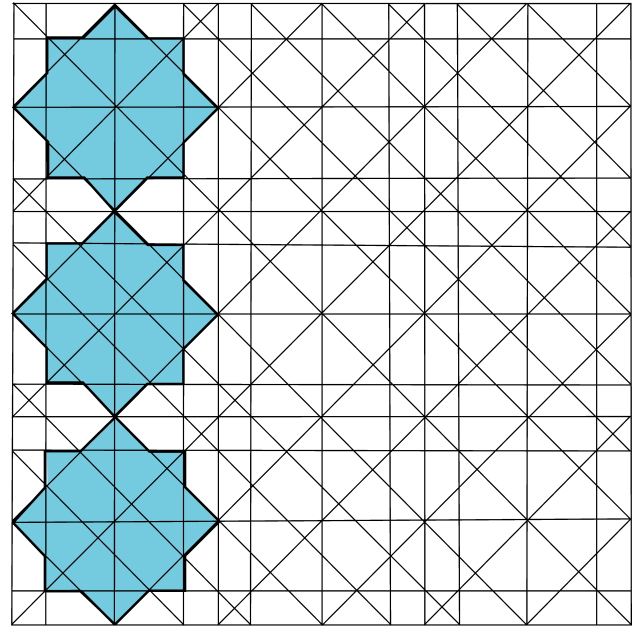
شکل ۶



شکل ۵



شکل ۸



شکل ۷

منابع

۱. السعيد، عصام و پارمان، عايشه (۱۳۸۷). نقش های هندسی در هنر اسلامی. ترجمه ی مسعود رجب نیا. انتشارات صدا و سیمای جمهوری اسلامی ایران. تهران (سال انتشار اثر به زبان اصلی ۱۹۷۵).
۲. دیولافوا، ژان (۱۳۶۹). ایران، کلد و شوش. ترجمه ی علی محمد فره وشی. انتشارات دانشگاه تهران. تهران (سال انتشار اثر به زبان اصلی ۱۸۸۷).
۳. شرف الدین، احمد (۱۳۷۸). هندسه ی دلپذیر. انتشارات مدرسه. تهران.





معادله‌ی خط و رسم خط

قسمت اول

حمیدرضا امیری

برای دانش آموزان سال سوم راهنمایی

است که طول هر کدام قرینه‌ی عرض آن‌هاست و یا عرض آن‌ها قرینه طولشان است.

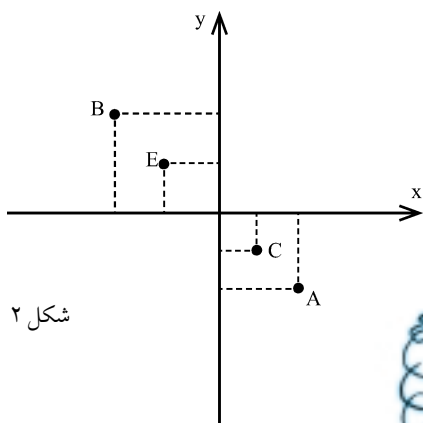
آیا نقاط زیر جزو این مجموعه نقاط از صفحه هستند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

چند نقطه‌ی دیگر می‌توانید بنویسید که بین طول و عرض آن‌ها رابطه‌ی $y = -x$ برقرار باشد؟ حال اگر نقاط A, B, C, D و E را روی محورهای مختصات رسم کنیم (مطابق شکل ۲)، مشاهده می‌شود که همگی آن‌ها روی یک امتداد هستند و می‌توان خطی رسم کرد که از همه‌ی آن‌ها عبور کند. اگر این خط را رسم کنیم، در حقیقت نمودار خط $y = -x$ را رسم کرده‌ایم (شکل ۳).

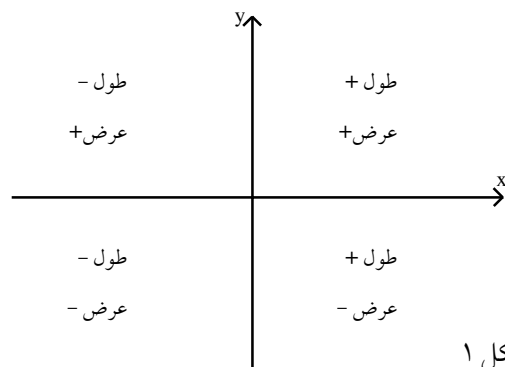


شکل ۲



می‌دانیم که اگر دو محور عمود بر هم، با مبدأ مشترک در صفحه رسم کنیم، هر نقطه‌ی واقع در صفحه را می‌توان توسط دو مقدار که یکی نشان‌دهنده‌ی طول آن نقطه و دیگری عرض آن نقطه است، مشخص کرد.

این دو محور در واقع صفحه‌ی مختصات دکارتی^۱ را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند که علامت طول و عرض هر نقطه در هر یک از این چهار ناحیه یا چهار ربع در شکل ۱ مشخص شده است.



شکل ۱

برای مثال در ناحیه‌ی اول، هر نقطه دارای طول و عرض مثبت است، و یا در ناحیه‌ی چهارم، طول هر نقطه مثبت و عرض آن منفی است.

گاهی در صفحه‌ی دکارتی به نقاطی برمی‌خوریم که بین طول و عرض آن‌ها رابطه‌ی خاصی برقرار است. به عبارت دیگر، بین x و y رابطه‌ای برقرار است که با داشتن مختص x می‌توان y را حدس زد یا برعکس. اگر عرض نقطه‌ی y را داشته باشیم، می‌توانیم توسط آن رابطه، طول نقطه یعنی x را به راحتی به دست آوریم. مثلاً اگر به ما بگویند بین مختصات مجموعه‌ی نقاطی از صفحه رابطه‌ی $y = -x$ برقرار است، آیا می‌توانیم این مجموعه‌ی نقاط را بیابیم؟ جواب مثبت است. رابطه‌ی بالا به ما می‌گوید، نقاطی موردنظر

$$C = \begin{bmatrix} - \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

تا این جا مشاهده شد که :

الف) اگر دو نقطه از یک خط معلوم باشد، با اتصال آن‌ها به یکدیگر توسط یک پاره خط و امتداد آن پاره خط و امتداد آن پاره خط از طرفین، به خطی که از آن دو نقطه می‌گذرد و یا نمودار خط دست پیدا کرده ایم.

ب) اگر رابطه‌ی بین طول و عرض نقاط واقع روی یک خط معلوم کنند، به راحتی می‌توان با مشخص کردن مختصات دو نقطه از مجموعه نقاط روی خط، طبق آن چه در قسمت (الف) گفته شد، خط را رسم کرد. البته گاهی رابطه‌ی بین x و y با توجه به مختصات نقاط داده شده به دست می‌آید (مانند تمرین قبل) و گاهی نیز رابطه‌ی بین x و y یا به عبارت دیگر معادله‌ی خط به ما داده می‌شود؛ مانند مثال زیر.

مثال ۲. معادله‌ی خط L به صورت $y = \frac{1}{3}x$ مفروض است.

این خط را روی محورهای مختصات رسم کنید.

بنابر آن چه در قسمت (الف) گفته شد، برای رسم خط به دو نقطه از این خط نیاز داریم و برای یافتن مختصات دو نقطه از خط، با توجه به معادله‌ی خط که رابطه‌ی بین x و

y در همه‌ی نقاط واقع روی

خط را برای ما مشخص

می‌کند، کافی است به x مقدار

بدهیم (عددی به جای x قرار

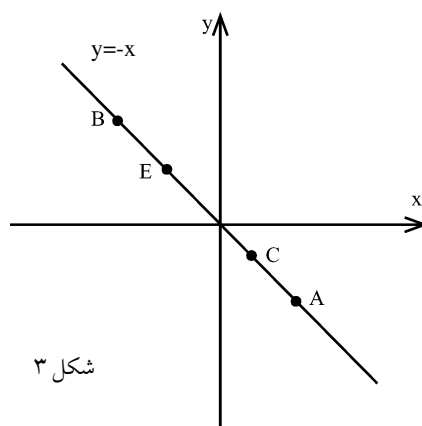
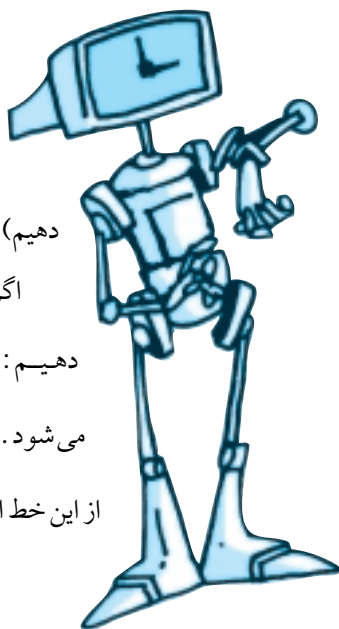
دهیم) تا مقداری برای y حاصل شود.

اگر در معادله‌ی $y = \frac{1}{3}x$ ، قرار

دهیم: $x=3$ ، مقدار: $y=1$ حاصل

می‌شود. لذا نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ یک نقطه

از این خط است. و اگر قرار دهیم $x=-3$ ،



شکل ۳

به رابطه‌ی $y = -x$ معادله‌ی خط L گفته می‌شود.

مثال ۱. با توجه به شکل ۴، اگر دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و

$B = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را به هم وصل کنیم و امتداد دهیم، خط L_1 حاصل

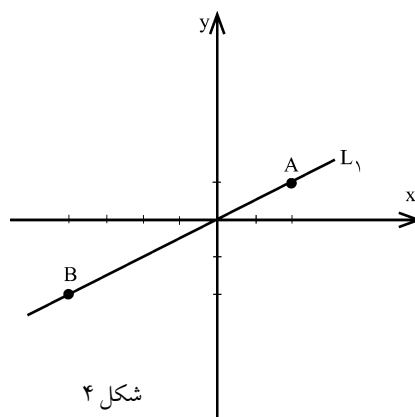
می‌شود (توجه دارید که از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد).

برای نوشتن معادله‌ی خط L_1 کافی است رابطه‌ی بین x و y را با توجه به مختصات دو نقطه‌ی A و B به دست آوریم.

همان طور که مشاهده می‌کنید، در هر دو نقطه همواره $x = 2y$

یا $y = \frac{1}{2}x$ در واقع، معادله‌ی خط L_1 را به دست آورده ایم که

عبارت است از: $y = \frac{1}{2}x$



شکل ۴

تمرین: در هر یک از حالت‌های زیر مختصات نقاط A و B

داده شده‌اند. اولاً مختصات نقطه‌ی C را به نحوی تکمیل کنید که

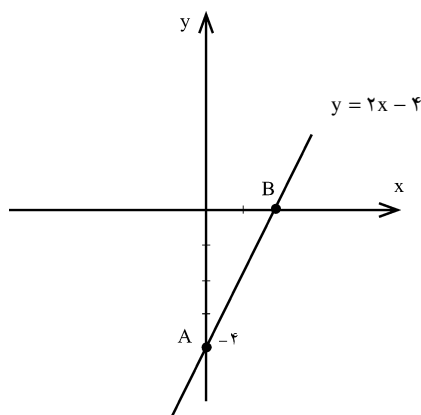
خط L از آن سه نقطه عبور کند. ثانیاً معادله‌ی خطی را که از سه

نقطه‌ی A ، B و C عبور می‌کند، به دست آورید.

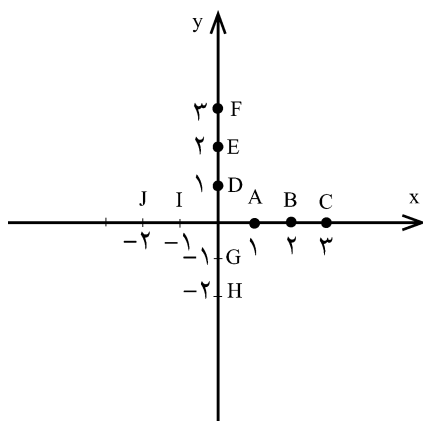
$$\text{الف) } A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

x	.		۳	$\frac{1}{3}$	
y		.			۴

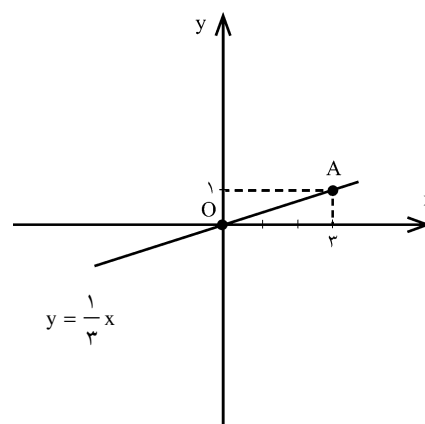
ملاحظه می کنید که اگر در معادله ی خط به جای x صفر قرار دهیم، برای y مقدار -4 به دست می آید. حال اگر این نقطه را A بنامیم، داریم $A = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$. اگر به جای y صفر بگذاریم، مقدار $x=2$ حاصل می شود و اگر این نقطه را B بنامیم خواهیم داشت: $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$. همین دو نقطه برای رسم خط کافی هستند. اکنون مشاهده خواهید کرد که این خط و در حالت کلی، هر خطی که معادله ی آن به شکل $y = ax + b$ باشد، از مبدأ عبور نمی کند و همواره دو محور x ها و y ها را قطع می کند.



نکته ی مهم ۲. همان طور که می دانید، هر نقطه روی محور x ها واقع باشد، فاصله اش تا مبدأ مختصات، طول نقطه ی مورد نظر است و همواره عرضش صفر است. هم چنین، اگر نقطه ای روی محور y ها واقع باشد، فاصله اش تا مبدأ، همان عرض نقطه و طولش صفر خواهد بود. به شکل زیر توجه کنید.



مقدار -1 حاصل می شود. البته می توانستیم مقدار $x=0$ را در معادله قرار دهیم تا $y=0$ حاصل می شود؛ یعنی نقطه ی $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ که مبدأ مختصات را نشان می دهد. حال پس از تعیین نقاط حاصل روی صفحه ی مختصات، آن ها را به هم وصل می کنیم و امتداد می دهیم.



نکته ی مهم ۱. همان طور که مشاهده کردید، اگر معادله ی یک خط به صورت $y=ax$ باشد، همواره با قرار دادن $x=0$ مقدار $y=0$ حاصل می شود. به عبارت دیگر، تمام این خطوط حتماً از نقطه $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، یعنی مبدأ مختصات عبور می کنند. لذا از این پس اگر با معادله ی خطی به صورت فوق مواجه شدیم که رسم آن از ما خواسته شده بود، با خیال راحت می گوییم آن خط از مبدأ مختصات عبور می کند. پس کافی است فقط مختصات یک نقطه ی دیگر از خط را مطابق آن چه در مثال قبل دیدید، بیابیم و مبدأ مختصات را به آن نقطه وصل کنیم و امتداد دهیم.

حتماً سؤال خواهید کرد: اگر خطی از مبدأ مختصات عبور نکند، آیا برای رسم آن نیز می توان از روش قبل، یعنی استفاده از مختصات دو نقطه استفاده کرد یا خیر؟

جواب مثبت است. یعنی در هر حالت برای رسم یک خط می توان با یافتن دو نقطه از آن، خط مورد نظر را رسم کرد. بدین ترتیب که دو نقطه را به هم وصل می کنیم و از دو طرف امتداد می دهیم. به مثال دیگری توجه کنید:

مثال ۳. معادله ی خط L به صورت $y = 2x - 4$ مفروض است. ابتدا جدول زیر را تکمیل کنید. سپس نمودار این خط را روی صفحه ی مختصات دکارتی بکشید.

حال با توجه به شکل و نکته‌ی فوق، مختصات نقاط زیر را تکمیل کنید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

نتیجه‌ی مهم ۳. هرگاه بخواهیم نمودار خط L به معادله‌ی $y = ax + b$ را رسم کنیم، با توجه به نکته‌ی قبل و با دانستن آن که این خط هر دو محور را قطع می‌کند، کافی است محل برخورد خط با دو محور x و y را به دست آوریم و آن را رسم کنیم. از طرف دیگر می‌دانیم، محل برخورد خط L با محور x نقطه‌ای است که روی محور x قرار دارد و همواره عرض آن صفر است. لذا برای یافتن مختصات این نقطه کافی است در معادله‌ی خط قرار دهیم: $y = 0$ که مقدار $x = \frac{-b}{a}$ حاصل می‌شود.

هم چنین، محل برخورد این خط با محور y نقطه‌ای است که طول آن صفر است. لذا برای یافتن مختصات این نقطه کافی است در معادله‌ی خط قرار دهیم: $x = 0$ که مقدار $y = b$ حاصل می‌شود. پس $A = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$

مختصات محل برخورد خط با محور y ها و نقطه‌ی

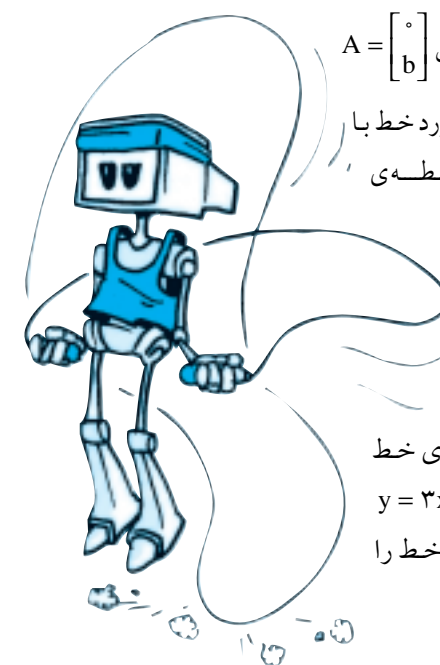
$$B = \begin{bmatrix} \frac{-b}{a} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ محل برخورد خط با محور } x \text{ها خواهد بود.}$$

مثال ۴. معادله‌ی خط

$$L \text{ به صورت } y = 3x + 2$$

داده شده است. این خط را

رسم کنید.



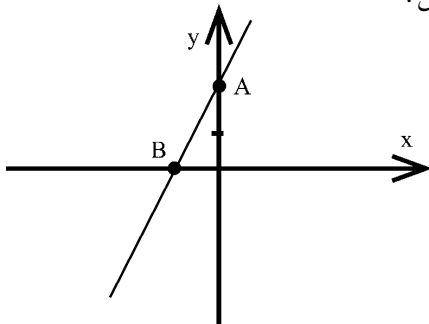
محل برخورد با محور عرض‌ها

$$\text{اگر } x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

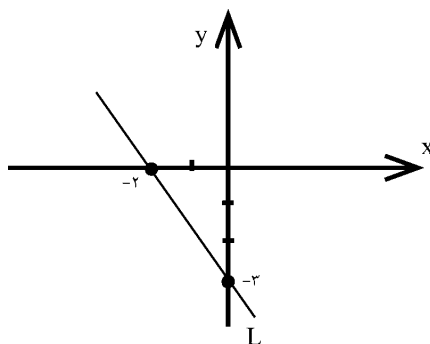
محل برخورد با محور طول‌ها

$$\text{اگر } y = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین:



مثال ۵. خط L محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول -2 و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -3 قطع می‌کند. این خط را پس از مشخص کردن دو نقطه رسم کنید.



درباره‌ی وضعیت دو خط نسبت به هم (موازی یا متقاطع) و نیز این که آیا با داشتن دو نقطه از خط می‌توان معادله‌ی خط را نوشت و یا حالت‌های دیگر برای نوشتن معادله‌ی خط و انواع دیگر خط، در مقاله‌ای جداگانه در شماره‌ی آینده بحث خواهیم کرد.

بی‌نوشت

۱. چون اولین بار دکارت، ریاضی‌دان فرانسوی، آن را برای نقاط مختلف در نظر گرفت و از روش محورهای مختصات استفاده کرد، صفحه‌ی مختصات دکارتی به یاد وی نام‌گذاری شده است.



مربع و فقی یا

مربع جادویی چیست؟

رقیه شهبازی النجق
از عجب شیر

۱. عدد ۱ را در خانه‌ی وسط سطر اول قرار می‌دهیم. (شکل ۱)

	۱	

شکل ۱

◀ مربع و فقی یا مربع جادویی چیست؟

به این مربع نگاه کنید. آیا می‌توان بین اعداد آن در خانه‌ها خاصیتی را یافت؟ این مربع 3×3 خانه‌ای که ۹ خانه دارد، نمونه‌ای از یک مربع و فقی است. می‌دانیم مجموع اعداد در هر مربع و فقی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$S = \frac{n(n+1)}{2} \quad (n \text{ تعداد خانه‌های مربع و فقی است})$$

بنابراین در این فرمول به جای n عدد ۹ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{9(9+1)}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

اگر ۴۵ را بر ۳ تقسیم کنیم، حاصل عدد ۱۵ می‌شود.

پس مجموع اعداد در هر ردیف، ستون و قطر ۱۵ است.

۴	۹	۲
۳	۵	۷
۸	۱	۶

چگونه مربع‌های و فقی بسازیم؟

دستور ساختن مربع‌های و فقی با خانه‌های فرد

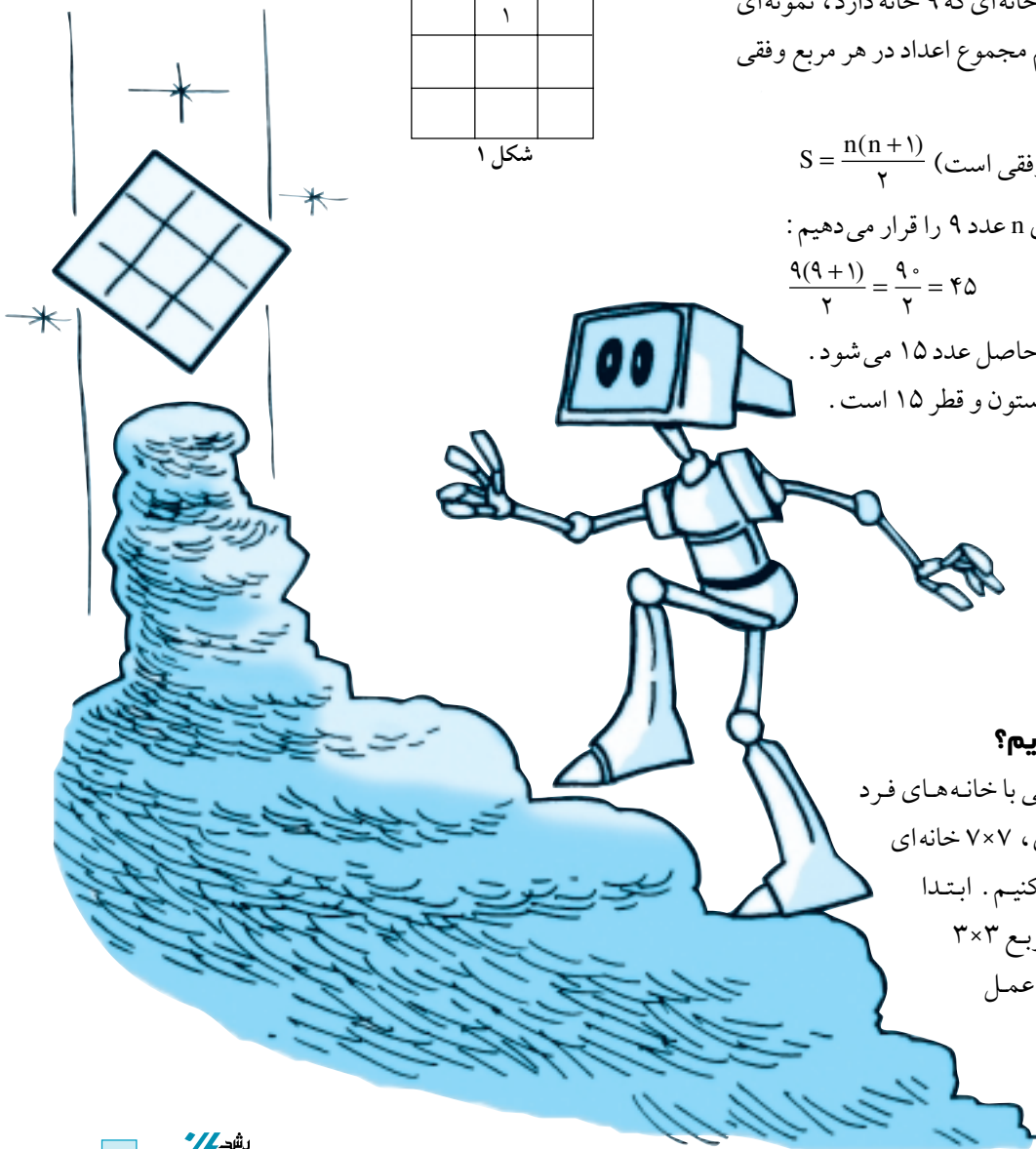
یعنی 3×3 خانه‌ای، 5×5 خانه‌ای، 7×7 خانه‌ای

و مانند آن‌ها را در این جا بیان می‌کنیم. ابتدا

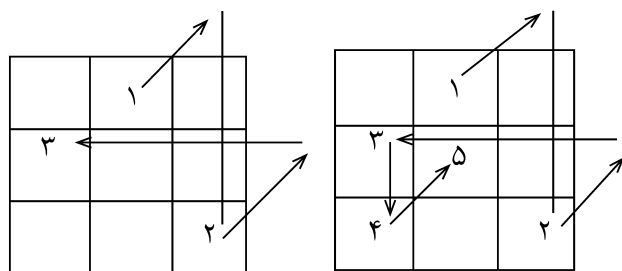
برای روشن شدن مطلب، یک مربع 3×3

خانه‌ای می‌سازیم و به این ترتیب عمل

می‌کنیم:



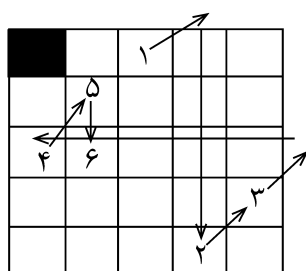
۴. به همین روش پر کردن خانه‌ها را ادامه می‌دهیم تا وقتی به خانه‌ای برسیم که قبلاً پر شده باشد؛ مانند شکل ۴. این وضع پس از هر سه حرکت در مربع‌های 3×3 خانه‌ای و پس از هر ۵ حرکت در مربع‌های 5×5 خانه‌ای و غیره روی می‌دهد. وقتی چنین وضعی پیش آمد، عدد بعدی را در خانه‌ی زیر آخرین خانه‌ی پر شده بنویسید (شکل ۵) و عمل پر کردن خانه‌ها را ادامه دهید. سپس امتحان کنید، ببینید جمع اعداد سطر، ستون و قطرهای این مربع یکی است.



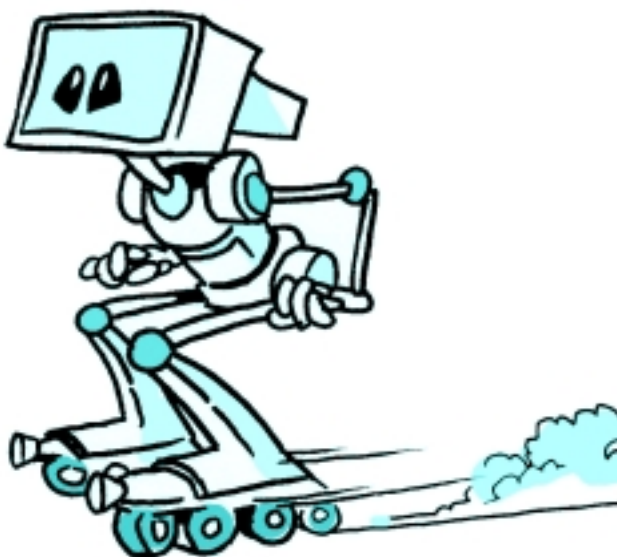
شکل ۵

شکل ۴

حال بکشید که مربع 5×5 خانه‌ای زیر را پر کنید، به قسمی که جمع اعداد هر سطر، ستون و قطر یکی شود (شکل ۶):

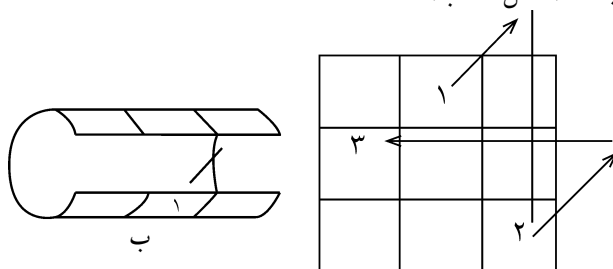


شکل ۶



۲. حال به طور قطری حرکت می‌کنیم. جهت حرکت در شکل ۲ با پیکان نشان داده شده است. با این حرکت، به خانه‌ای می‌رویم که در سطر بالا و ستون بعدی که در سمت راست آخرین عددی که نوشته‌ایم، واقع است. حال عدد ۲ را در این خانه می‌نویسیم و ۳ را در سومین خانه و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

۳. اگر حرکت قطری، ما را به خارج از مربع ببرد، به خانه‌ای که در آخرین سطر یا ستون واقع است، سقوط کنید و عدد بعدی را در آن خانه بنویسید. در شکل ۳- الف، جهت حرکت (سقوط) با پیکان نشان داده شده است. برای آن‌که بتوان به راحتی خانه‌ها را یافت، می‌توان چنین تصور کرد که مربع به شکل استوانه درآمده باشد (شکل ۲- ب).

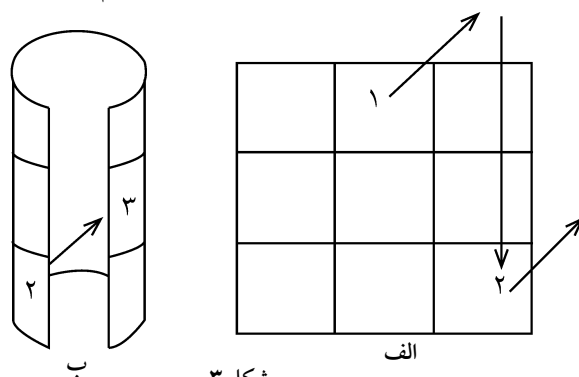


شکل ۲

الف

وقتی از عدد ۱ به طور قطری به سمت راست حرکت می‌کنیم، خود را بیرون از مربع می‌بینیم (شکل ۲- الف). بنابراین مربع را به شکل استوانه‌ای تصور می‌کنیم که سروته آن به هم رسیده باشد (شکل ۲- ب و شکل ۳- ب). بدین ترتیب، همان‌طور که در شکل ۲- ب دیده می‌شود، خانه‌ی بعدی به دست می‌آید. حال عدد ۲ را در این خانه می‌نویسیم. دوباره به طور قطری حرکت می‌کنیم و باز هم خود را خارج از مربع می‌بینیم (شکل ۳- الف).

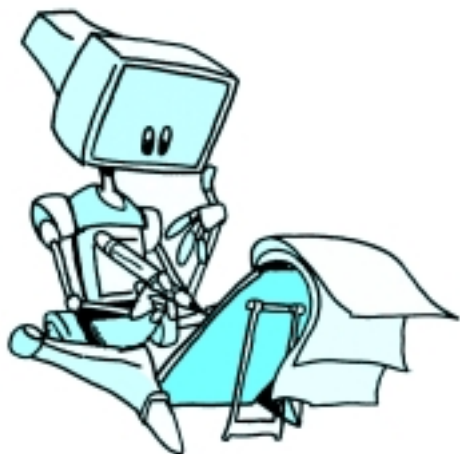
برای یافتن خانه‌ی بعدی چنین تصور می‌کنیم که مربع به شکل استوانه‌ای درآمده باشد که دو پهلوی آن به هم رسیده باشند. در این وقت خانه‌ی بعدی ظاهر می‌شود؛ همان‌طور که در شکل ۳- ب دیده می‌شود. حال عدد ۳ را در این خانه می‌نویسیم.



شکل ۳

الف

ب



پاسخ پرسش های تشریحی: سؤال های مسابقه ریاضی استرالیا

۲۶. ۵ نفر

۲۷. ۴۰ راه گوناگون

۲۸. ۱۹ روش متفاوت (با احتساب دوران ها و تقارن ها)

۲۹. ۱۰۱ = ۲۵ + ۷۶

۳۰. ۱۱ روش متفاوت

پاسخ سؤال های مسابقه ای ریاضی استرالیا

الف	ب	پ	ت	ث
✓				۱
			✓	۲
		✓		۳
		✓		۴
		✓		۵
✓				۶
		✓		۷
		✓		۸
	✓			۹
			✓	۱۰
	✓			۱۱
		✓		۱۲
				۱۳
				۱۴
		✓		۱۵
		✓		۱۶
		✓		۱۷
				۱۸
				۱۹
		✓		۲۰
		✓		۲۱
			✓	۲۲
			✓	۲۳
				۲۴
	✓			۲۵

اعدادی که به اصطلاح «سقوط کرده اند»، اعداد بلافاصله پس از مضرب های ۵ هستند (۶، ۱۱ و ...). جمع اعداد سطر، ستون و قطرهای مربع شکل ۶، چه عددی است؟

خانه ی وسط این مربع را در عدد ۵ ضرب کنید. چه عددی به دست می آورید؟ در مورد قطر ها، وقتی از سمت چپ پایین به سمت راست بالا حرکت می کنیم، در مربع های 3×3 خانه ای و 5×5 خانه ای چه نکته ای جلب توجه می کند؟

فکر می کنید چند مربع و فقی 5×5 خانه ای متفاوت که فقط اعداد ۱، ۲، ۳، ... و ۲۵ در آن ها به کار رفته است، وجود دارد؟ پاسخ این سؤال عددی بزرگ تر از ۱۳ میلیون است.

در یک مربع و فقی 3×3 خانه ای، جمع اعداد در هر سطر، ستون و قطر برابر است با:

$$\frac{1}{3} \times \frac{9 \times 10}{2} = 15$$

در یک مربع و فقی 5×5 خانه ای جمع اعداد در هر سطر، ستون، قطر برابر است با:

$$\frac{1}{5} \times \frac{25 \times 26}{2} = 65$$

بدون رسم مربع، بگویید جمع اعداد هر سطر، ستون، قطر در یک مربع و فقی 7×7 خانه ای چند است؟

در یک مربع 11×11 خانه ای چه عددی در خانه ی وسط این مربع ظاهر می شود؟

در هر یک از مثال های بالا از اعدادی استفاده کردیم که از ۱ شروع می شوند و هر بار ۱ واحد افزایش می یابند. ولی می توان با هر عدد صحیح و یا گویایی شروع کرد و هر افزایشی را به کار برد؛ به شرطی که این افزایش برای همه ی اعداد رعایت شود.

منابع

1. Eric W. Weisstein, Magic Square at MathWorld.
2. Magic Squares at Convergence
3. W. S. Andrews, Magic Squares and Cubes. (New York: Dover, 1960), originally printed in 1917.
4. John Lee Fults, Magic Squares. (La Salle, Illinois: Open Court, 1974).
5. Magic Squares of Order 4,5,6 and some theory
6. Magic Square Museum: the first Second Life museum about Magic Square. Vulcano (89, 35, 25)
۷. اوبلاکر، اریک. در جهان ریاضیات. ترجمه ی بهروز بیضایی. به کوشش رضا هاشمی.

بازی و ریاضی

زهره پندی

برای دانش آموزان اول راهنمایی

مثلث بساز

◀ **وسایل لازم:** یک برگه برای ثبت امتیازات و سه دسته کارت ۱۲ تایی به شرح زیر:

کارت هایی با اندازه های مساوی (مثلاً به ابعاد ۵×۳ سانتی متر) در سه رنگ متفاوت تهیه کنید. شرح هر دسته کارت را روی یکی از رنگ ها بنویسید تا پس از یک دور بازی، کارت های هر دسته را به سادگی بتوانید از هم تفکیک کنید.

کارت های دسته ی اول:	کارت های دسته ی دوم:	کارت های دسته ی سوم:
$AB=۱\text{cm}$	$BC=۱\text{cm}$	$AC=۱\text{cm}$
$AB=۲\text{cm}$	$BC=۳\text{cm}$	$AC=۴\text{cm}$
$AB=۳\text{cm}$	$BC=۵\text{cm}$	$AC=۷\text{cm}$
$AB=۴\text{cm}$	$BC=۷\text{cm}$	$AC=۱۰\text{cm}$
$AB=۵\text{cm}$	$BC=۹\text{cm}$	$B = ۱۳۵^\circ$
$AB=۶\text{cm}$	$BC=۱۱\text{cm}$	$B = ۱۲۰^\circ$
$AB=۷\text{cm}$	$BC=۱۳\text{cm}$	$B = ۱۰۰^\circ$
$AB=۸\text{cm}$	$BC=۱۵\text{cm}$	$B = ۹۰^\circ$
$AB=۹\text{cm}$	$A = ۳۰^\circ$	$B = ۷۵^\circ$
$AB=۱۰\text{cm}$	$A = ۶۰^\circ$	$B = ۶۰^\circ$
$AB=۱۱\text{cm}$	$A = ۹۰^\circ$	$B = ۴۵^\circ$
$AB=۱۲\text{cm}$	$A = ۱۲۰^\circ$	$B = ۳۰^\circ$

جذر دو رقمی

وسایل لازم: کاغذ، خودکار و یک ماشین حساب

شرح بازی

۱. به نوبت بازی کنید.

۲. در هر نوبت یک عدد سه یا چهار رقمی انتخاب و آن را اعلام کنید. با استفاده از ماشین حساب جذرش را بیابید و با تقریب کمتر از یک قطع کنید، اما حاصل به دست آمده را به بازیکن مقابل نشان ندهید. (مثلاً شما عدد ۱۳۵۰ را انتخاب و اعلام می کنید، و می دانید که حاصل جذر آن با تقریب کمتر از یک ۳۶ است.)

۳. بازیکن مقابل باید حاصل جذر این عدد را با تقریب کمتر از یک حدس بزند. او که باید در مدت یک دقیقه اولین حدسش را اعلام کند، ماشین حساب در اختیار ندارد، اما می تواند از کاغذ و خودکار استفاده کند. (مثلاً بازیکن مقابل حدس می زند که حاصل جذر عدد ۱۳۵۰ به طور تقریبی عدد ۳۵ است و این عدد را اعلام می کند. همان طور که مشاهده می کنید، حدس

اعلام شده خیلی به عدد مورد نظر نزدیک است. فکر می کنید بازیکن مقابل چگونه حدود پاسخ را یافته است؟)

۴. اگر عدد اعلام شده درست نباشد، یک امتیاز برای خود منظور کنید و با استفاده از ماشین حساب مجذور عدد اعلام شده توسط بازیکن مقابل را بیابید و آن را بگویید. (یعنی در این مرحله، عدد $۱۲۲۵ = ۳۵ \times ۳۵$ را اعلام می کنید و یک امتیاز برای خود در نظر می گیرید. فکر می کنید اعلام عدد ۱۲۲۵ چه کمکی به بازیکن مقابل می کند؟)

۵. بازی به همین ترتیب با حدس زدن های مکرر تا رسیدن به پاسخ درست ادامه می یابد. بازیکن مقابل با حدس زدن پاسخ درست ۱۰ امتیاز کسب می کند.

۶. حالا نوبت عوض می شود. ماشین حساب را به بازیکن مقابل بدهید و بکشید حاصل جذر عددی را که اعلام می کند، با تقریب کمتر از یک حدس بزنید.

۷. پس از آن که هر بازیکن ۵ عدد انتخاب کرد، بازی تمام است. مجموع امتیازات را بشمارید و برنده را تعیین کنید.



به هدف برس

- پس از چند بار بازی می‌توانید محدوده‌ی انتخاب عدد را تغییر دهید.

وسایل لازم: کاغذ و خودکار

شرح بازی

در این قسمت دو بازی را معرفی می‌کنیم. در هر دو بازی بازیکنان از یک نقطه حرکت را آغاز می‌کنند و به نوبت با انجام حرکت‌های بعدی به سمت هدف می‌روند. هدف هر بازی در نام آن مشخص شده است.

۱. به صفر برس

ابتدا بازیکنی را برگزینید. او باید با نوشتن عددی کوچک‌تر از ۲۰۰، بازی را شروع کند. پس از آن به نوبت بازی را ادامه دهید و در هر حرکت، عددی بین ۸ تا ۴۰ را (بسته به توافق) انتخاب کنید و آن را از عدد نوشته شده کم کنید. برنده‌ی بازی کسی است که به عدد صفر برسد!

- به نظر شما در بازی زیر (عددی بین ۶ تا ۴۴ کم می‌شود)، کدام بازیکن برنده است؟

۱۵۰ ⇔ ۱۴۴ ⇔ ۱۲۳ ⇔ ۹۶ ⇔ ۵۲ ⇔ ۴۸

- چند بار بازی کنید و بکوشید راهبرد مناسبی برای برد در این بازی بیابید.

۲. به ۳۰ اسفند برس

ابتدا بازیکنی را برگزینید. این بازیکن با نوشتن تاریخ یک روز در ماه فروردین بازی را شروع می‌کند. پس از آن به نوبت بازی را ادامه دهید. در هر حرکت باید فقط روز یا ماه تاریخ نوشته شده را تغییر دهید. می‌توانید تاریخ را هر چند روز و یا هر چند ماه که می‌خواهید به جلو ببرید، اما نمی‌توانید به روزها یا ماه‌های گذشته برگردید. برنده‌ی بازی کسی است که تاریخ را به ۳۰ اسفند برساند. (در آغاز بازی همه‌ی ماه‌ها را ۳۰ روزه در نظر بگیرید.)

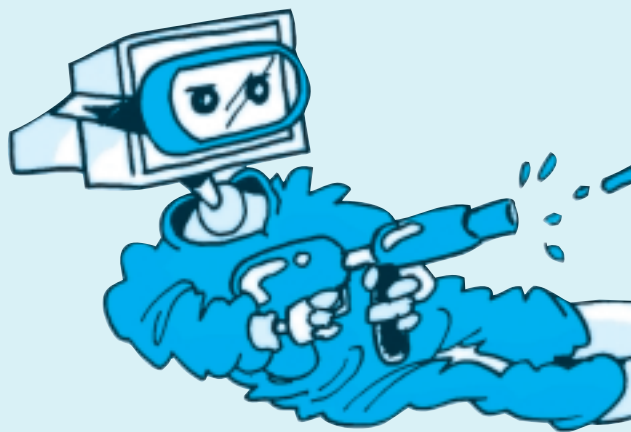
- با گفتن چه روزهایی در ماه اسفند حتماً بازنده می‌شوید؟
- چه روزی در ماه بهمن را باید انتخاب کنید، تا برنده شوید؟
- به بازی زیر دقت کنید. برنده‌ی بازی در هر حرکت چه تاریخی را انتخاب کرده است؟

۱/۲۰ ⇔ ۲/۲۰ ⇔ ۲/۲۳ ⇔ ۵/۲۳ ⇔ ۵/۲۹ ⇔ ۱۱/۲۹ ⇔

۱۱/۳۰ ⇔ ۱۲/۳۰.

- حرکت‌ها را به عقب برگردید و سعی کنید راهبرد مناسبی برای برد بیابید. اگر نفر اول بازی باشید، باید چه روزی از فروردین را در آغاز بازی انتخاب کنید؟

- این دو بازی چه شباهتی با هم دارند؟





پیمانه‌های احمد آقا

حسن احمدی

طوری از پیمانه‌ها (ظرف‌ها) استفاده کند که برای یک حجم خاص تعداد دفعات کمتری پیمانه‌ها را پر و خالی کند. به این صورت، او در وقت خود و مشتریانش صرفه‌جویی می‌کند.

◀ احمدآقای شیرفروش، در مغازه‌اش سیستم جالبی برای فروش شیر دارد. او از ظرف‌هایی استفاده می‌کند که حجم‌های آن‌ها ارتباط خاصی با یک‌دیگر دارند. کوچک‌ترین ظرف او ۱ لیتر حجم دارد. حجم ظرف بعدی سه برابر حجم ظرف اول، یعنی ۳ لیتر است. و ظرف بعدی ۹ لیتر حجم دارد؛ یعنی سه‌برابر ظرف قبلی. حتماً می‌توانید حدس بزنید ظرف بعدی احمدآقا چند لیتر حجم دارد! بله درست است. سه برابر ظرف قبلی یعنی ۲۷ لیتر.

احمدآقا دو نکته را در استفاده

از این ظرف‌ها رعایت می‌کند.

نکته‌ی اول این که موقع فروش

شیر حتماً ظرف را پر می‌کند

و ظروف را به‌طور نصف

و نیمه به کار نمی‌برد. یعنی

اگر کسی دو لیتر شیر

بخواهد او $\frac{2}{3}$ ظرف ۳

لیتری را پر نمی‌کند، چون

که روی ظرف‌ها درجه‌بندی

وجود ندارد. برای این کار دوبار

از ظرف ۱ لیتری استفاده می‌کند.

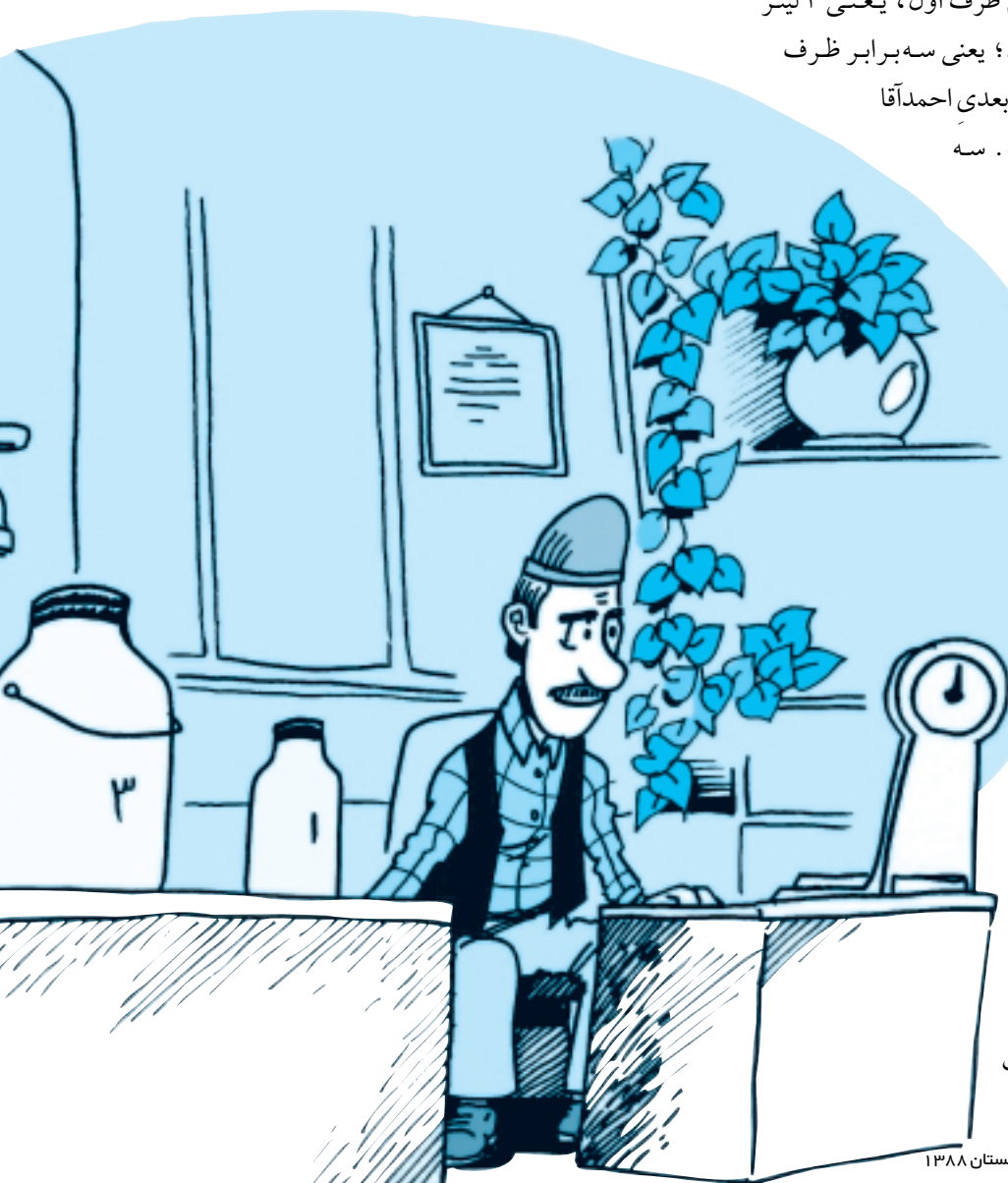
نکته‌ی مهم دیگری که رعایت می‌کند،

صرفه‌جویی در زمان است. هربار ۱۰

ثانیه طول می‌کشد تا احمدآقا ظرفی را

پر و خالی کند (حجم ظرف تأثیری در

زمان ندارد). او به تجربه یاد گرفته است



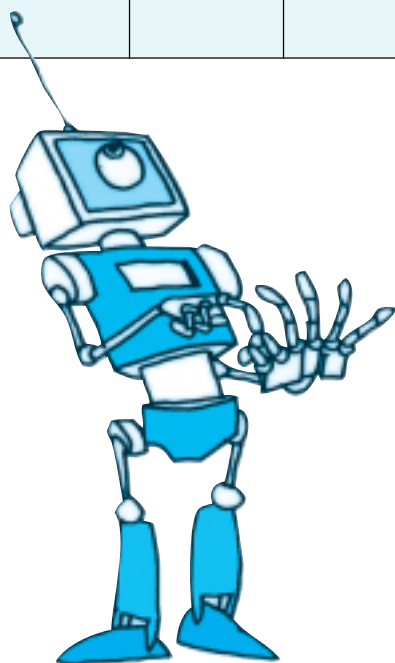
۱ لیتری استفاده کند. ولی این کار خیلی طول می کشد. (تا جایی که می شود باید از پیمانه های بزرگ تر استفاده کند. بنابراین به جای این که سه بار پیمانه ی ۳ لیتری را به کار ببرد، یک بار از پیمانه ی ۹ لیتری بهره می جوید.) او می تواند دوبار از پیمانه ی ۹ لیتری استفاده کند که با این کار هجده لیتر دیگر را پیمانه کرده است که با آن ۲۷ لیتر قبلی می شود ۴۵ لیتر و می ماند ۵ لیتر که برای پیمانه کردن آن هم می تواند یک بار پیمانه ی ۳ لیتری و دوبار پیمانه ی ۱ لیتری را به کار گیرد. در جدول زیر سفارش های دیگر را هم می بینید. خودتان نحوه ی پیمانه کردن احمدآقا را حدس بزنید و جدول را کامل کنید.

مهناز خانم بیش تر از عباس آقا شیر می خواست، ولی احمدآقا در زمان کمتری شیر او را پیمانه کرد. این برایم خیلی جالب بود. به نظر شما چرا این اتفاق افتاده است؟

روزی برای خریدِ شیری تازه به مغازه ی احمدآقا رفته و در صف ایستاده بودم. پیرزنی چهار لیتر شیر می خواست. احمدآقا یک بار پیمانه ی ۳ لیتری و یک بار پیمانه ی ۱ لیتری اش را پر شیر کرد و در دبه ی پیرزن ریخت. کارگری هم که نوبتش بود ۲۰ لیتر شیر درخواست کرد. احمدآقا بدون درنگ دوبار پیمانه ی ۹ لیتری و دوبار پیمانه ی ۱ لیتری را پر از شیر کرد و در ظرف آن مشتری ریخت. مشتری بعد اصغرآقا قنّاد (شیرینی پز) بود که ۵۰ لیتر شیر می خواست. سعی کردم قبل از آن که احمدآقا دست به کار شود، حدس بزنم از پیمانه ها چه طور استفاده می کند.

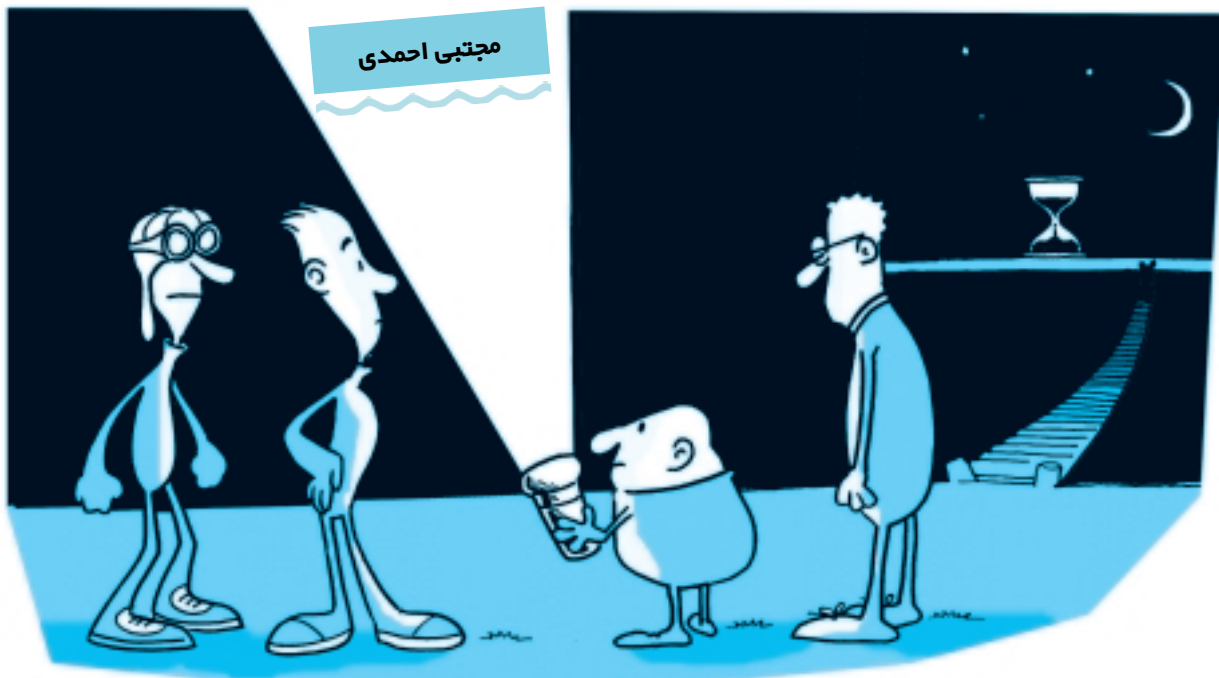
معلوم بود که حتماً از پیمانه ی ۲۷ لیتری استفاده خواهد کرد ولی چندبار؟ دو تا ۲۷ لیتر از ۵۰ لیتر بیش تر می شود. پس فقط یک بار از پیمانه ی ۲۷ لیتری استفاده می کند. ۲۳ لیتر دیگر را باید پیمانه کند. می تواند هفت بار از پیمانه ی ۳ لیتری و دوبار از پیمانه ی

نام مشتری	میزان سفارش	پیمانه ی ۱ لیتری	پیمانه ی ۳ لیتری	پیمانه ی ۹ لیتری	پیمانه ی ۲۷ لیتری
پیرزن	۴	۱	۱	۰	۰
آقای کارگر	۲۰	۲	۰	۲	۰
اصغرآقا	۵۰	۲	۱	۲	۱
علی آقا	۱۲				
عباس آقا	۲۶				
مهناز خانم	۲۷				





فقط ۱۷ دقیقه وقت دارید!!



مجتبی احمدی

◀ آقای «آهسته»، آقای «معمولی»، آقای «سریع» و آقای «فوق سریع» باید در ۱۷ دقیقه، از یک پل معلق عبور کنند. پل فقط تحمل وزن دو نفر را دارد. در ضمن هوا تاریک و فقط ۱ چراغ قوه موجود است. هر دو نفر یا یک نفری که از پل عبور کنند، باید حتماً چراغ قوه را همراه ببرند. طول پل هم بیشتر از آن است که بتوانند با پرتاب کردن، چراغ را به یکدیگر برسانند؛ یعنی باید حتماً به آن طرف حملش کنند. سرعت هر نفر با بقیه فرق دارد و هر دو نفری که با هم از پل عبور می کنند، باید با سرعت نفر کندتر حرکت کنند. آقای آهسته در ۱۰ دقیقه از پل عبور می کنند. آقای معمولی در ۵ دقیقه، آقای سریع در ۲ دقیقه و آقای فوق سریع در ۱ دقیقه. این چهار نفر چه طور باید عمل کنند تا در مدت زمان ۱۷ دقیقه، همگی از پل عبور کرده باشند؟



سکه‌ی تقلبی در کفهی ترازوی واقعی!!

۱۲ عدد سکه داریم که یکی از آن‌ها تقلبی است. وزن سکه‌ی تقلبی با وزن سایر سکه‌ها فرق دارد و ما نمی دانیم که سکه‌ی تقلبی سبک تر از بقیه است یا سنگین تر. اما با سه بار وزن کردن سکه‌ها با یک ترازوی دو کفه‌ای، می توانیم بفهمیم کدام سکه تقلبی است. حالا شما توضیح دهید که این کار چگونه صورت می گیرد؟

[illegible][illegible]

لستیک می‌لستیم یعنی شش‌ه‌ای که سه‌به‌به‌ای هستند
(۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹) و (۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱)
گروه‌های اول و دوم را در دو گروه قرار می‌دهیم.
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت اول:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت دوم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت سوم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت چهارم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت پنجم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت ششم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت هفتم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت هشتم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت نهم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت دهم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت یازدهم:
گروه اول (۱ و ۲ و ۳ و ۴) و گروه دوم (۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲) حالت بیستم:

١٠٦٩

۱. در سال ۱۳۸۷، ۱۸۷۹ نفر از اعضای هیئت مدیره شرکت در جلسه فوق العاده مجمع عمومی برگزار شد. در این جلسه، آقایان: ...

ཆེད་ཀྱི་སྐུ་ལོ་རྒྱུ་གྲུ་བཞུགས།

ကုမ္ပဏီ



◀ «واژه‌ی منطق به معنای سخن گفتن است. به طور کلی منطق به دانشی گفته می‌شود که به کمک قاعده‌ها و قانون‌هایی، فکر را هدایت می‌کند تا گمراه نشود و اشتباه نکند. منطق به ما نشان می‌دهد که چگونه باید برای رسیدن به حقیقت و دوری کردن از اشتباه دلیل بیاوریم (استدلال کنیم). بنابراین، می‌توان گفت منطق علمی است که قانون‌های استدلال را مطالعه می‌کند. از این گذشته، منطق را «هنر فکر کردن» نیز نامیده‌اند. در ریاضیات فکرهای گوناگون را به هم مربوط می‌کنیم تا به حقیقت برسیم. امروزه از منطق ریاضی در علومی مانند مهندسی برق، رایانه، زبان‌شناسی و عصب‌شناسی بهره می‌گیرند.

برای درک و فهم این معنا به هیچ آموزشی در زمینه‌ی منطق قدیم و جدید (نمادی) یا هیچ دانش خاصی نیاز نیست. لازمه‌ی پاسخ‌گویی به آن، داشتن اندیشه‌ای جست‌وجوگر و ذهنی منطقی است. برای پرهیز از وسوسه‌ی مراجعه‌ی زود هنگام به راه‌حل، نویسنده رهنمودی سودمند برای دست‌یابی آسان به پاسخ آورده است.

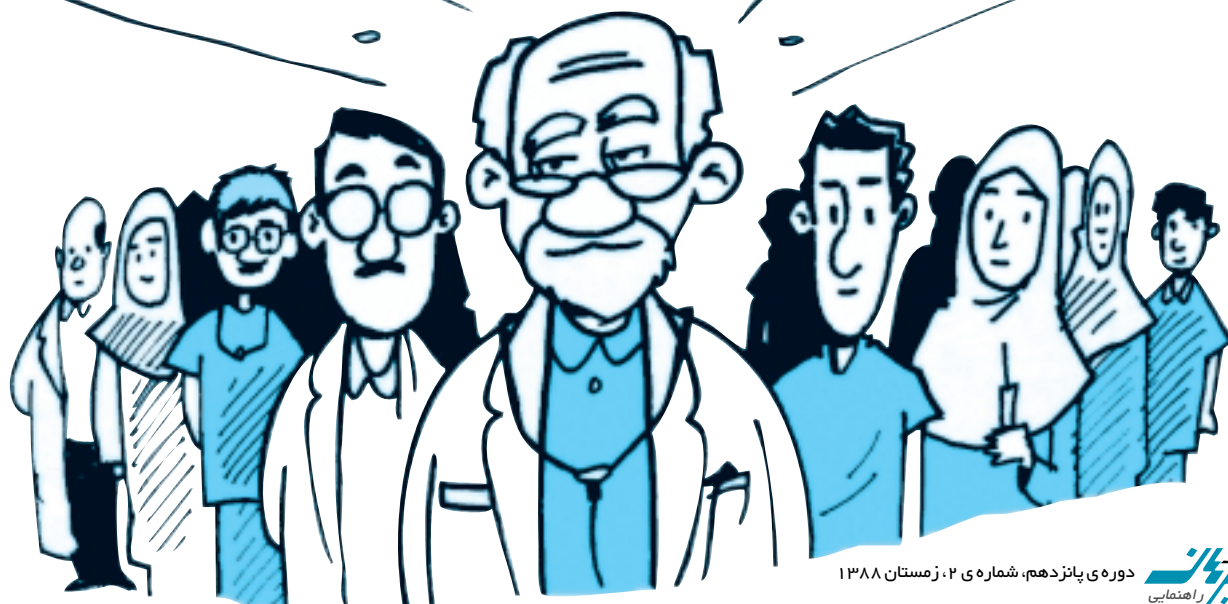
کمی منطقی فکر کنید و بگویید گوینده زن است یا مرد؟! کارکنان تحصیل کرده‌ی بیمارستان ما را ۱۶ پزشک و پرستار تشکیل می‌دهند. خود من نیز یکی از آنان هستم. آن‌چه در ادامه می‌خوانید، اطلاعاتی کلی است که من درباره‌ی جنسیت و عده‌ی پزشکان و پرستاران بیمارستان به شما می‌دهم. حال اگر مرا مشمول این اطلاعات بدانید یا ندانید، تفاوتی نمی‌کند:

۱. عده‌ی پرستاران از پزشکان بیش‌تر است.
 ۲. عده‌ی پزشکان مرد از پرستاران زن بیش‌تر است.
 ۳. عده‌ی پرستاران مرد از پرستاران زن بیش‌تر است.
 ۴. در میان این کارکنان دست‌کم یک پزشک زن هست.
- به نظر شما جنسیت و شغل گوینده‌ی این سخنان چیست؟ رهنمود: برای آسان شدن حل معما، نخست عده‌ی پرستاران مرد، پرستاران زن، پزشکان مرد و پزشکان زن را مشخص کنید و سپس ببینید که کدام یک از این‌ها گوینده‌ی معماست تا هیچ تناقضی در چهار جمله‌ی بالا پیش نیاید.

کمی منطقی فکر کنید

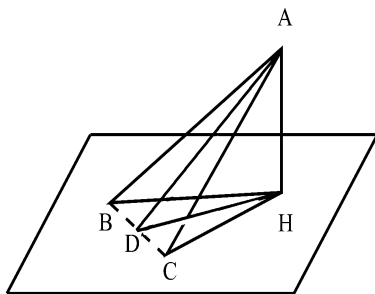
گوینده‌ی معما کیست!؟

نویسنده: جورج سامرز
ترجمه‌ی حسن نصیرنیا



مریم سعیدی

◀ کاغذی به شکل مثلث متساوی الاضلاع را از روی یکی از ارتفاع‌های آن تا می‌زنیم و روی یک کاغذ دیگر قرار می‌دهیم؛ به صورت شکل زیر:



ثابت کنید، نیم‌ساز زاویه‌های BAC و BHC در نقطه‌ی D وسط BC یکدیگر را قطع می‌کند.

[illegible]

جواب:



برگ اشتراک مجله های رشد

شرایط:

- ۱- پرداخت مبلغ ۵۰/۰۰۰ ریال به ازای هر عنوان مجله‌ی درخواستی، به صورت علی الحساب به حساب شماره‌ی ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه‌ی سه راه آزمایش (سرخه حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.
- ۲- ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده‌ی اشتراک بایست سفارشی. (کپی فیش را نزد خود نگه دارید.)

♦ نام مجله های درخواستی :

♦ نام و نام خانوادگی: ...

♦ تاریخ تولد:

♦ میزان تحصیلات:

♦ تلفن: ..

♦ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان:

خیابان:

پلاک: کد پستی: .

♦ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده اید، شماره‌ی اشتراک خود را بنویسید:

امضا:

● ☎ امور مشترکین:

● صندوق یستی امور مشترکین:

● پیام‌گیر مجله‌های رشد:

یادآوری:

♦ هزینه‌ی برگشت مجله در صورت خوانا و کامل نبودن نشانی و عدم حضور گیرنده، بر عهده‌ی مشترک است.

♦ مبنای شروع اشتراک مجله از زمان دریافت برگ اشتراک است.



سؤال‌های مسابقه‌ی ریاضی استرالیا

ترجمه‌ی سپیده چمن‌آرا

اشاره

◀ در شماره‌ی گذشته‌ی برهان، با مسابقه‌ی ریاضی استرالیا آشنا شدیم و سؤال‌های سال ۲۰۰۸ برای پایه‌ی اول راهنمایی را دیدیم. در این شماره، سؤال‌های سال ۲۰۰۷ برای پایه‌ی اول راهنمایی را می‌بینید.

۳۱ ژوئیه‌ی ۲۰۰۸
پایه‌های ۵ و ۶ و ۷
زمان ۶۰ دقیقه

۱. رقم نامعلوم در جمع زیر چیست؟

$$۲ \square ۶ + ۴۹۷ = ۷۰۳$$

است؟

الف) ۰

ب) ۱

پ) ۳

ت) ۷

ث) ۹

۲. کدام یک از عددهای زیر، از همه بزرگتر است؟

الف) سی صدم

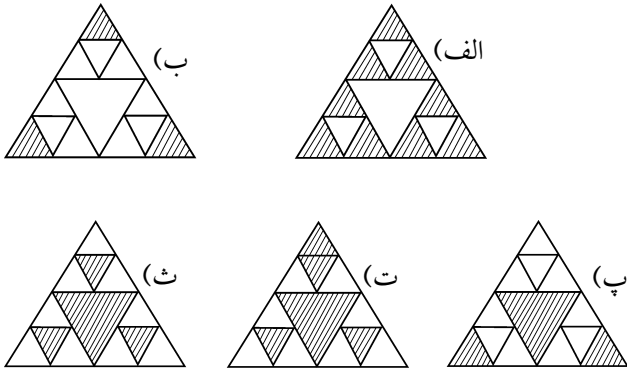
ب) سیزده صدم

پ) سه دهم

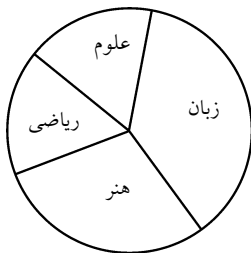
ت) سی و یک صدم

ث) سه صدم

۴. در کدام یک از شکل های زیر، سه هشتم شکل سایه خورده



۵. یک کلاس در سه شنبه ی گذشته، درس های ریاضی، علوم، زبان و هنر داشت. نسبت زمان این درس ها در نمودار دایره ای زیر نشان داده شده است.



کدام یک از جمله های زیر درست است؟

الف) زمان علوم از زمان هنر بیشتر بوده است.

ب) زمان علوم از زمان زبان بیشتر بوده است.

پ) زمان علوم و زبان، بیش از نصف کل زمان بوده است.

ت) زمان هنر و ریاضی بیش از نصف کل زمان بوده است.

ث) زمان ریاضی و هنر باهم برابر بوده است.

۶. مقدار عبارت $۳ \times ۲ + ۲ - ۸ - ۱۴$ برابر است با:

الف) ۱۶

ب) ۱۵

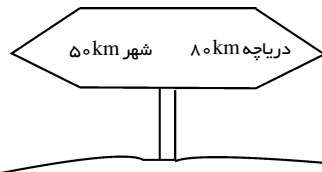
پ) ۳۶

ت) ۹

ث) ۴

۳. کتایون وقتی داشت از شهر به سمت دریاچه رانندگی می کرد،

به تابلوی زیر رسید:



الف) ۵۰ km

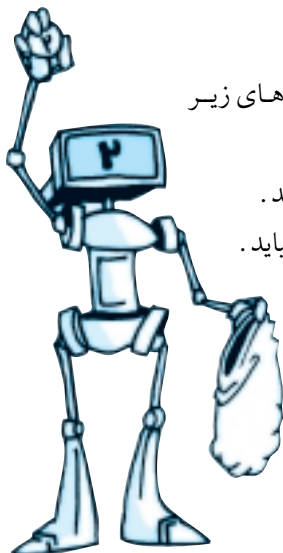
ب) ۸۰ km

پ) ۱۲۵ km

ت) ۳۰ km

ث) ۶۵ km



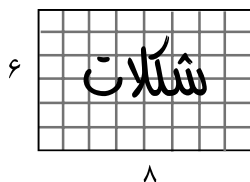


می آوریم . کدام یک از اتفاق های زیر
محتمل تر است ؟

- (الف) توپ شماره ۱ بیرون بیاید .
- (ب) توپی با شماره ۱ فرد بیرون بیاید .
- (پ) توپی با رقم ۲ روی آن بیرون بیاید .
- (ت) توپ ۹ یا ۱۰ بیرون بیاید .
- (ث) توپ شماره ۲۰ بیرون بیاید .

۱۲. شادی یک شکلات بزرگ مستطیل شکل دارد که از قطعه های

مربعی شکل تشکیل شده و شامل ۶ ردیف ۸ تایی است .
شادی تمام قطعه های خارجی (بیرونی) را خورده است .
چه کسری از شکلات باقی مانده است ؟



- (الف) $\frac{1}{4}$
- (ب) $\frac{1}{3}$
- (پ) $\frac{1}{2}$
- (ت) $\frac{2}{3}$
- (ث) $\frac{3}{4}$

۱۳. صفحه ی یک بازی ، چهارخانه و 4×4 است .

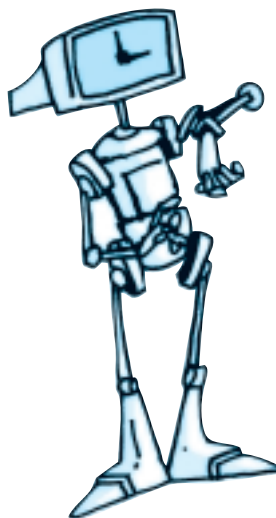
وقتی بازی تمام می شود ، هر یک از اعداد ۱ ، ۲ ، ۳ و ۴
در هر ردیف و هر ستون این چهارخانه ی 4×4 و نیز در هر
مربع 2×2 کوچک تر گوشه ای ظاهر می شود . اگر
صفحه ی بازی کامل شود ، مجموع اعداد داخل چهار
مربع گوشه ی صفحه ی 4×4 چیست ؟

	۲		
			۱
	۱	۳	
۴			

- (الف) ۱۳
- (ب) ۱۱
- (پ) ۱۵
- (ت) ۱۲
- (ث) ۱۰

۷. در کلاس یک دانشکده ، ۶۰ درصد از دانشجویان ، دختر هستند .
کدام یک از ترکیب های زیر نمی تواند در این کلاس وجود داشته
باشد ؟

- (الف) ۶ پسر و ۹ دختر
- (ب) ۱۰ پسر و ۱۵ دختر
- (پ) ۱۵ پسر و ۱۰ دختر
- (ت) ۱۲ پسر و ۱۸ دختر
- (ث) ۱۲ دختر و ۸ پسر



۸. الان ساعت ۳:۰۰ بعد از ظهر

است . ۱۰۰ ساعت دیگر چه

ساعتی است ؟

- (الف) ۷:۰۰ صبح
- (ب) ۳:۰۰ صبح
- (پ) ۷:۰۰ بعد از ظهر
- (ت) ۳:۰۰ بعد از ظهر
- (ث) ۱۱:۰۰ بعد از ظهر

۹. کدام یک از اعداد زیر از یک صدتایی و ۴ ده تایی و ۳ یکی تشکیل

شده است ؟

- (الف) ۴۱۳
- (ب) ۱۴۳
- (پ) ۳۴۱
- (ت) ۱۰۴۳
- (ث) ۱۳۴

۱۰. یک هرم ، ۱۲ یال دارد . قاعده ی این هرم چه شکلی است ؟

(الف) یک مثلث

- (ب) یک مربع
- (پ) یک پنج ضلعی
- (ت) یک شش ضلعی
- (ث) یک هشت ضلعی

۱۱. درون یک کیسه ۲۰ توپ داریم که روی آن ها از شماره ۱ تا

۲۰ نوشته شده است . از درون این کیسه ، یک توپ بیرون

۱۴. در نظر سنجی که از ۵۰ دانش آموز صورت گرفت، ۴۲ نفر

اعلام کردند که اسفناج دوست ندارند، ۳۷ نفر گفتند کرفس

دوست ندارند و ۳۱ نفر گفتند که نه اسفناج دوست دارند و نه

کرفس. چند دانش آموز هم اسفناج دوست دارند و هم کرفس؟

الف) ۶

ب) ۵

پ) ۴

ث) ۳

ت) ۲

کمد های کدام یک از این دو دانش آموز، کنار یکدیگر قرار

دارند؟

الف) احمد و سعید

ب) مسعود و اصغر

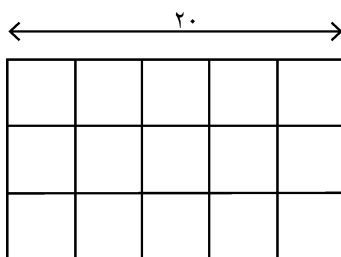
پ) سعید و اصغر

ت) محمود و احمد

ث) احمد و مسعود

۱۷. یک شبکه ی سیمی از ۱۵ مربع هم اندازه ساخته شده است که

آن را در شکل زیر می بینید:



اگر طول این شبکه ۲۰ سانتی متر باشد، طول همه ی سیم های این

شبکه روی هم چند سانتی متر است؟

الف) ۱۴۴

ب) ۱۵۰

پ) ۱۵۲

ت) ۱۶۴

ث) ۱۷۰

۱۸. بزرگ ترین عدد اول دورقمی که رقم هایش نیز عدد اول باشند،

کدام است؟

الف) ۷۳

ب) ۷۷

پ) ۸۳

ت) ۹۱

ث) ۹۷

۱۹. چهار مستطیل با عرض های ۱، ۲، ۳ و ۴ متر را به صورتی

که در شکل می بینید، کنار هم چیده ایم تا سطح مستطیل شکل

بزرگ تری به صورت ۸ متر در ۱۲ متر بسازیم و یک مستطیل

۱۵. خانم اکبری مشخصات پلاک اتومبیل خود را که از سه حرف

M، X و P تشکیل شده و بعد از آن سه رقم ۱، ۲ و ۳ آمده،

فراموش کرده است. حداکثر تعداد ترکیب های ممکن برای

پلاک اتومبیل که او باید در میان آن ها پلاک اتومبیل خود را

جست و جو کند، چند تا است؟

الف) ۶

ب) ۱۲

پ) ۳۶

ت) ۵۴

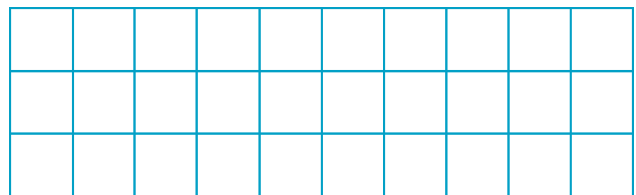
ث) ۸۱

۱۶. در کلاس احمد، ۳۰ کمد کوچک قرار دارد که در ۳ ردیف

۱۰ تایی چیده شده اند و از ۱ تا ۳۰ شماره خورده اند. شماره ها

از گوشه ی چپ بالا شروع می شوند و از چپ به راست و بالا

به پایین ادامه می یابند تا در گوشه ی راست و پایین تمام شوند.



● شماره ی کمد احمد، ۷ است.

● کمد سعید در زیر کمد احمد و دوتا به سمت چپ قرار دارد.

● شماره ی کمد مسعود، ۶ تا بیشتر از شماره ی کمد سعید است.

● کمد محمود دو ردیف بالاتر از کمد مسعود است.

● کمد اصغر نسبت به کمد مسعود، پنج تا راست تر و یکی پایین تر

است.

۲۲. می دانیم بهاره، ترانه، شراره، افسانه، سعیده، حمیده و وحیده، ۱ ساله، ۲ ساله، ۳ ساله، ۴ ساله، ۵ ساله، ۶ ساله و ۷ ساله هستند. ولی نمی دانیم هر عدد سن به کدام یک از آن‌ها تعلق دارد. سن افسانه، سه برابر سن ترانه است. شراره چهار سال از سعیده بزرگ تر است. حمیده از بهاره و بهاره از وحیده بزرگ تر است، ولی مجموع سن بهاره و وحیده از سن حمیده بیشتر است. بهاره چند سال دارد؟

الف) ۲

ب) ۳

پ) ۴

ت) ۵

ث) ۶



۲۳. از ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ برای ساختن دو عدد دورقمی استفاده کرده ایم. اگر این دو عدد را درهم ضرب کنیم، بزرگ ترین حاصل ضرب ممکن برابر است با:

الف) ۹۰۳

ب) ۹۴۳

پ) ۱۳۰۲

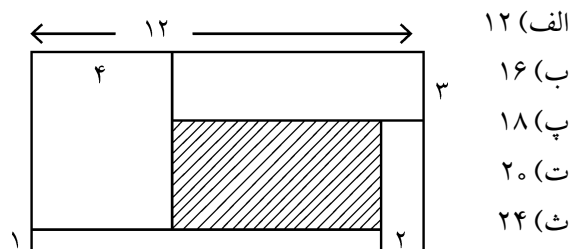
ت) ۱۳۱۲

ث) ۱۳۳۶

۲۴. مستطیل PQRS، از سه مستطیل هم اندازه ی کوچک تر تشکیل شده و مساحت آن ۱۵۰ سانتی متر مربع است.



کوچک تر (قسمت هاشور خورده در شکل) در داخلش ایجاد بشود. مساحت مستطیل داخلی چه قدر است؟



۲۵. هنگامی که کتاب ریاضی جدیدی را که خریده بودم باز کردم تا به آن نگاهی بیندازم، مجموع شماره های دو صفحه ای که باز شد، ۳۱۷ بود. شماره ی صفحه ی بعدی چیست؟

الف) ۱۵۸

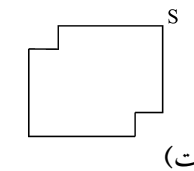
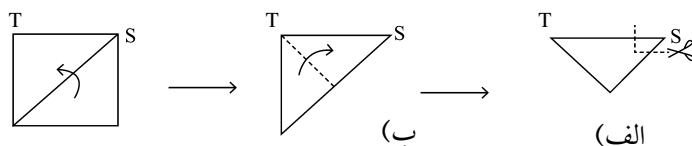
ب) ۱۵۹

پ) ۱۶۰

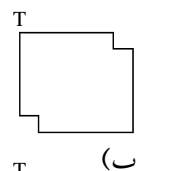
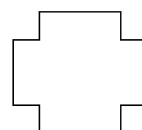
ت) ۲۶۱

ث) ۳۲۸

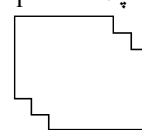
۲۱. یک قطعه کاغذ را از روی خط وسط آن تا زدیم و بعد دوباره آن را (مانند شکل زیر) تا کردیم و طبق شکل سوم، از روی نقطه چین آن را برش دادیم. اگر کاغذ را باز کنیم، کدام یک از شکل های زیر حاصل می شود؟



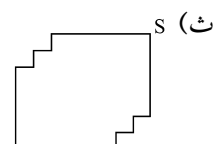
ت



الف



پ



ث

اندازه‌ی ضلع کوچک‌تر یکی از این مستطیل‌های کوچک چند سانتی‌متر است؟

الف) ۵

ب) $7\frac{1}{4}$

پ) ۱۰

ت) $12\frac{1}{2}$

ث) ۱۵

اگر مجاز باشیم از هر جاده فقط یک بار عبور کنیم، ولی اجازه داشته باشیم از یک شهر بیش از یک بار بگذریم، چند مسیر متفاوت از P به S وجود دارد؟

۲۸. شکل زیر پنج روش متفاوت برای کندن چهار تمبر متصل به هم از یک برگه‌ی تمبر را نشان می‌دهد.



به چند روش دیگر می‌توان از چنین برگه‌ای چهار تمبر متصل به هم را جدا کرد؟

۲۵. چند عدد سه‌رقمی بزرگ‌تر از ۹۰۰ وجود دارد که در شرایط زیر صدق می‌کند:

- مجموع ارقام آن، ۱۴ باشد.
- هر سه رقم آن متفاوت باشد.
- رقم دهگان آن، فرد باشد.

الف) ۲

ب) ۳

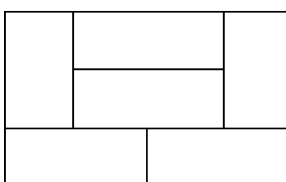
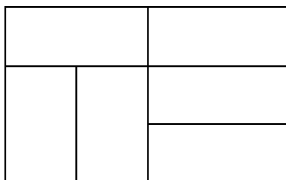
پ) ۴

ت) ۵

ث) ۶

۲۹. سارا یک عدد دورقمی پیدا کرده است که وقتی آن را در خودش ضرب می‌کند، عددی به دست می‌آید که با همان عدد دورقمی تمام می‌شود. مجموع همه‌ی عددهایی که چنین خاصیتی دارند، چه قدر است؟

۳۰. یک سطح ۳ واحد در ۴ واحدی از یک دیوار را می‌توان با آجرهای ۱ در ۲ واحدی پوشاند. شکل زیر دو روش برای این کار را نشان می‌دهد. به چند روش متفاوت می‌توان این کار را انجام داد؟



بی‌نوشت

* معلم ریاضی راهنمایی

منطقه‌ی ۲ تهران

۲۶. معلمی برای تعدادی از دانش‌آموزان خود، چهار کلاس فوق‌العاده‌ی ریاضی، تاریخ، زبان و علوم می‌گذارد.

- دقیقاً سه دانش‌آموز در هر کلاس حضور دارند.
- هر جفت از دانش‌آموزان که به این کلاس‌ها می‌روند، حداقل یک کلاس فوق‌العاده‌ی مشترک دارند.

حداکثر تعداد دانش‌آموزانی که به این کلاس‌ها می‌روند، چند نفر است؟

۲۷. P، Q، R و S شهرهایی هستند که با جاده‌ای یک‌طرفه به صورت شکل زیر، به هم مرتبط شده‌اند:

